UNIVERSIDAD JOSÉ CARLOS MARIÁTEGUI

FACULTAD DE INGENIERIA

ESCUELA PROFESIONAL DE
INGENIERIA CIVIL

SOLUCIONARIO DE PROBLEMAS EXAMEN

CURSO : MECANICA DE SUELOS

ALUMNA : PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA

CÓDIGO :

DOCENTE :

MOQUEGUA - PERU

2007

Propiedades índices de los suelos

a. RELACIONES PARA EL PESO UNITARIO HUMEDO (γ):

DEMOSTRACIÓN 1.

Demostrar: $\gamma = \frac{(1+w)\cdot G_S \cdot \gamma_W}{1+e}$

Respuesta:

De la ecuación [A.4] se tiene:

$$\gamma = \frac{W_W + W_S}{V} \quad [1.1]$$

De la ecuación [A.5] se tiene:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \quad [1.2]$$

Considerando $V_S = 1$ (Estrategia):

$$W_S = \gamma_S \quad [1.3]$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [1.4]$$

Sustituyendo la ecuación [1.4] en [1.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [1.5]$$

De la ecuación [A.1] y la estrategia se tiene:

$$V = 1 + V_V \quad [1.6]$$

De la ecuación [A.12] y la estrategia se tiene:

$$e = V_V \quad [1.7]$$

Reemplazando la ecuación [1.7] en [1.6]:

$$V = 1 + e \quad [1.8]$$

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_W = w \cdot W_S \quad [1.9]$$

Reemplazando la ecuación [1.5] en la ecuación [1.10]:

$$W_W = w \cdot G_S \cdot \gamma_W \qquad [1.10]$$

Reemplazando las ecuaciones [1.5], [1.8] y [1.10] en la ecuación [1.1]:

$$\gamma = \frac{w \cdot G_S \cdot \gamma_W + G_S \cdot \gamma_W}{1+e}$$

Factorizando Gs· γ_w:

$$\boldsymbol{\gamma = \frac{(1+w) \cdot G_S \cdot \gamma_W}{1+e}} \qquad \textbf{[A.18]}$$

DEMOSTRACIÓN 2.

Demostrar: $$\gamma = \frac{(G_S + S \cdot e) \cdot \gamma_W}{1+e}$$

Respuesta:

De la ecuación [A.4] se tiene:

$$\gamma = \frac{W_W + W_S}{V} \quad [2.1]$$

De la ecuación [A.5] se tiene:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \quad [2.2]$$

Considerando $V_S = 1$ (Estrategia) se tiene:

$$W_S = \gamma_S \quad [2.3]$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [2.4]$$

Sustituyendo la ecuación [2.4] en [2.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [2.5]$$

De la ecuación [A.1] se tiene:

$$V = 1 + V_V \quad [2.6]$$

De la ecuación [A.12] y la estrategia:

$$e = V_V \quad [2.7]$$

Reemplazando la ecuación [2.7] en [2.6]:

$$V = 1 + e \quad [2.8]$$

De la ecuación [A.11] se tiene:

$$V_W = S_r \cdot V_V \quad [2.9]$$

Reemplazando la ecuación [2.7] en la ecuación [2.9]:

$$V_W = S_r \cdot e \quad [2.10]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \qquad [2.11]$$

Reemplazando la ecuación [2.10] en la ecuación [2.11]:

$$W_W = \gamma_W \cdot S \cdot e \qquad [2.12]$$

Reemplazando las ecuaciones [2.5], [2.8] y [2.12] en la ecuación [2.1]:

$$\gamma = \frac{G_S \cdot \gamma_W + \gamma_W \cdot S \cdot e}{1+e}$$

Factorizando γ_w:

$$\boldsymbol{\gamma = \frac{(G_S + S \cdot e) \cdot \gamma_W}{1+e}} \qquad \textbf{[A.19]}$$

DEMOSTRACIÓN 3.

Demostrar: $$\gamma = \frac{(1+w)\cdot G_S \cdot \gamma_W}{1+\dfrac{w\cdot G_S}{S}}$$

Respuesta:

De la ecuación [A.4] se tiene:

$$\gamma = \frac{W_W + W_S}{V} \quad [3.1]$$

De la ecuación [A.5] se tiene:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \quad [3.2]$$

Considerando $V_S = 1$ (Estrategia):

$$W_S = \gamma_S \quad [3.3]$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [3.4]$$

Sustituyendo la ecuación [3.4] en [3.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [3.5]$$

De la ecuación [A.1] se tiene:

$$V = 1 + V_V \quad [3.6]$$

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_W = w \cdot W_S \quad [3.7]$$

Remplazando la ecuación [3.5] en [3.7]:

$$W_W = w \cdot G_S \cdot \gamma_W \quad [3.8]$$

De la ecuación [A.11] se tiene:

$$V_V = \frac{V_W}{S_r} \quad [3.9]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$V_W = \frac{W_W}{\gamma_W} \qquad [3.10]$$

Reemplazando la ecuación [3.8] en [3.10]:

$$V_W = \frac{w \cdot G_S \cdot \gamma_W}{\gamma_W} \quad \Rightarrow \quad V_W = w \cdot G_S \qquad [3.11]$$

Reemplazando la ecuación [3.11] en [3.9]:

$$V_V = \frac{w \cdot G_S}{S_r} \qquad [3.12]$$

Reemplazando la ecuación [3.12] en [3.6]:

$$V = 1 + \frac{w \cdot G_S}{S_r} \qquad [3.13]$$

Reemplazando las ecuaciones [3.5], [3.8] y [3.13] en [3.1]:

$$\gamma = \frac{w \cdot G_S \cdot \gamma_W + G_S \cdot \gamma_W}{\left(1 + \frac{w \cdot G_S}{S_r}\right)}$$

Factorizando $G_s \cdot \gamma_w$:

$$\boldsymbol{\gamma = \frac{(w+1) \cdot G_S \cdot \gamma_W}{1 + \frac{w \cdot \gamma_W}{S_r}}} \qquad \textbf{[A.20]}$$

DEMOSTRACIÓN 4.

Demostrar: $\gamma = G_S \cdot \gamma_W (1-n)\cdot(1+w)$

Respuesta:

De la ecuación [A.4] se tiene:

$$\gamma = \frac{W_W + W_S}{V} \qquad [4.1]$$

Considerando V = 1 (Estrategia):

$$\gamma = W_W + W_S \qquad [4.2]$$

De la ecuación [A.1] se tiene:

$$V_S = V - V_V \quad \Rightarrow \quad V_S = 1-n \qquad [4.3]$$

De la ecuación [A.13] y la estrategia se tiene:

$$n = V_V \qquad [4.4]$$

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_W = w \cdot W_S \qquad [4.5]$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_w \qquad [4.6]$$

De la ecuación [A.5] se tiene:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \qquad [4.7]$$

Reemplazando las ecuaciones [4.3] y [4.6] en [4.7]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W (1-n) \qquad [4.8]$$

Reemplazando la ecuación [4.8] en [4.5]:

$$W_W = w \cdot G_S \cdot \gamma_W (1-n) \qquad [4.9]$$

Reemplazando las ecuaciones [4.8] y [4.9] en la ecuación [4.2]:

$$\gamma = w \cdot G_S \cdot \gamma_W (1-n) + G_S \cdot \gamma_W (1-n)$$

$$\boldsymbol{\gamma = G_S \cdot \gamma_W (1-n)\cdot(1+w)} \qquad \textbf{[A.21]}$$

DEMOSTRACIÓN 5.

Demostrar: $\gamma = G_S \cdot \gamma_W (1-n) + n \cdot S \cdot \gamma_W$

Respuesta:

De la ecuación [A.4] se tiene:

$$\gamma = \frac{W_W + W_S}{V} \qquad [5.1]$$

Considerando V = 1 (Estrategia):

$$\gamma = W_W + W_S \qquad [5.2]$$

De la ecuación [A.13] y la estrategia se tiene:

$$n = V_V \qquad [5.3]$$

De la ecuación [A.1] se tiene:

$$V_S = V - V_V \quad \Rightarrow \quad V_S = 1 - n \qquad [5.4]$$

De la ecuación [A.11] y la ecuación [5.3]:

$$S_r = \frac{V_W}{n} \quad \Rightarrow \quad V_W = S \cdot n \qquad [5.5]$$

De la ecuación [A.6]:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \quad \Rightarrow \quad W_W = \gamma_W \cdot S \cdot n \qquad [5.6]$$

De la ecuación [A.5]:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \qquad [5.7]$$

De la ecuación [5.7]:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [5.8]$$

Reemplazando la ecuación [5.8] y [5.4] en [5.7]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W (1-n) \qquad [5.9]$$

Reemplazando las ecuaciones [5.6] y [5.9] en la ecuación [5.2] se tiene:

$$\boldsymbol{\gamma = G_S \cdot \gamma_W (1-n) + n \cdot S \cdot \gamma_W} \qquad \textbf{[A.22]}$$

b. RELACIONES PARA EL PESO UNITARIO SECO (γ_d):

DEMOSTRACIÓN 6.

Demostrar: $\gamma_d = \dfrac{\gamma}{1+w}$

Respuesta:

De la ecuación [A.8] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{W_S}{V} \qquad [6.1]$$

De la ecuación [A.4] se tiene:

$$\gamma = \frac{W_S + W_W}{V} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{W_S}{V} + \frac{W_W}{V} \qquad [6.2]$$

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_W = w \cdot W_S \qquad [6.3]$$

Reemplazando las ecuaciones [6.3] y [6.1] en [6.2]:

$$\gamma = \frac{W_S}{V} + w \cdot \frac{W_S}{V} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \gamma_d + w \cdot \gamma_d$$

Despejando γ_d:

$$\gamma = \gamma_d \cdot (1+w) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\gamma_d = \frac{\gamma}{1+w}} \qquad \textbf{[A.23]}$$

DEMOSTRACIÓN 7.

Demostrar: $\gamma_d = \dfrac{G_S \cdot \gamma_W}{1+e}$

Respuesta:

De la ecuación [A.8] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{W_S}{V} \quad [7.1]$$

De la ecuación [A.5] se tiene:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \quad [7.2]$$

Considerando Vs = 1 (Estrategia):

$$W_S = \gamma_S \quad [7.3]$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [7.4]$$

Sustituyendo la ecuación [7.4] en [7.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [7.5]$$

De la ecuación [A.1] y la estrategia:

$$V = 1 + V_V \quad [7.6]$$

De la ecuación [A.12] y la estrategia:

$$e = V_V \quad [7.7]$$

Reemplazando la ecuación [7.7] en [7.6]:

$$V = 1 + e \quad [7.8]$$

Reemplazando las ecuaciones [7.5] y [7.8] en la ecuación [7.1]:

$$\boldsymbol{\gamma_d = \frac{G_S \cdot \gamma_W}{1+e}} \quad \textbf{[A.24]}$$

DEMOSTRACIÓN 8.

Demostrar: $\gamma_d = G_S \cdot \gamma_W \cdot (1-n)$

Respuesta:

De la ecuación [A.8]:

$$\gamma_d = \frac{W_S}{V} \tag{8.1}$$

Considerando $V = 1$ (Estrategia):

$$\gamma_d = W_S \tag{8.2}$$

De la ecuación [A.13] y la estrategia:

$$n = V_V \tag{8.3}$$

De la ecuación [A.5] se tiene:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \tag{8.4}$$

De la ecuación [A.1]:

$$V_S = 1 - V_V \tag{8.5}$$

Reemplazando la ecuación [8.3] y la estrategia en [8.5]:

$$V_S = 1 - n \tag{8.6}$$

Reemplazando la ecuación [8.6] en [8.4]:

$$W_S = \gamma_S \cdot (1-n) \tag{8.7}$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \tag{8.8}$$

Reemplazando la ecuación [8.8] en [8.7]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W (1-n) \tag{8.9}$$

Reemplazando la ecuación [8.9] en la ecuación [8.2]:

$$\boldsymbol{\gamma_d = G_S \cdot \gamma_W \cdot (1-n)} \tag{A.25}$$

DEMOSTRACIÓN 9.

Demostrar: $$\gamma_d = \frac{G_S \cdot \gamma_W}{1+\left(\frac{w \cdot G_S}{S}\right)}$$

Respuesta:

De la ecuación [A.8] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{W_S}{V} \qquad [9.1]$$

De la ecuación [A.5]:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \qquad [9.2]$$

Considerando $V_S = 1$ (Estrategia):

$$W_S = \gamma_S \qquad [9.3]$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [9.4]$$

Sustituyendo la ecuación [7.4] en [7.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [9.5]$$

De la ecuación [A.1] se tiene:

$$V = 1 + V_V \qquad [9.6]$$

De la ecuación [A.11] se tiene:

$$V_V = \frac{V_W}{S} \qquad [9.7]$$

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_W = w \cdot W_S \qquad [9.8]$$

Reemplazando la ecuación [9.5] en [9.8]:

$$W_W = w \cdot G_S \cdot \gamma_W \qquad [9.9]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$V_W = \frac{W_W}{\gamma_W} \qquad [9.10]$$

Sustituyendo la ecuación [9.9] en [9.10]:

$$V_W = \frac{w \cdot G_S \cdot \gamma_W}{\gamma_W} \quad \Rightarrow \quad V_W = w \cdot G_S \qquad [9.11]$$

Sustituyendo la ecuación [9.11] en la ecuación [9.7]:

$$V_V = \frac{V_W}{S} \quad \Rightarrow \quad V_V = \frac{w \cdot G_S}{S} \qquad [9.12]$$

Reemplazando la ecuación [9.12] en [9.6]:

$$V_V = 1 + \left(\frac{w \cdot G_S}{S}\right) \qquad [9.13]$$

Reemplazando las ecuaciones [9.5] y [9.13] en la ecuación [9.1]:

$$\boldsymbol{\gamma_d = \frac{G_S \cdot \gamma_W}{1 + \left(\frac{w \cdot G_S}{S}\right)}} \qquad \textbf{[A.26]}$$

DEMOSTRACIÓN 10.

Demostrar: $\gamma_d = \dfrac{e \cdot S \cdot \gamma_W}{(1+e) \cdot w}$

Respuesta:

De la ecuación [A.8] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{W_S}{V} \qquad [10.1]$$

De la ecuación [A.5]:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \qquad [10.2]$$

Considerando $V_S = 1$ (Estrategia):

$$W_S = \gamma_S \qquad [10.3]$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [10.4]$$

Sustituyendo la ecuación [10.4] en [10.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [10.5]$$

De la ecuación [A.1] se tiene:

$$V = 1 + V_V \qquad [10.6]$$

De la ecuación [A.12] se tiene:

$$e = V_V \qquad [10.7]$$

Reemplazando la ecuación [10.7] en la ecuación [10.6]:

$$V = 1 + e \qquad [10.8]$$

De la ecuación [A.11] se tiene:

$$V_W = S \cdot V_V \qquad [10.9]$$

Reemplazando la ecuación [10.7] en la ecuación [10.9]:

$$V_W = S \cdot e \qquad [10.10]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = V_W \cdot \gamma_W \qquad [10.11]$$

Reemplazando la ecuación [10.10] en la ecuación [10.11]:

$$W_W = S \cdot e \cdot \gamma_W \qquad [10.12]$$

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_S = \frac{W_W}{w} \qquad [10.13]$$

Reemplazando la ecuación [10.12] en la ecuación [10.13]:

$$W_S = \frac{S \cdot e \cdot \gamma_W}{w} \qquad [10.14]$$

Reemplazando las ecuaciones [10.8] y [10.14] en la ecuación [10.1]:

$$\boldsymbol{\gamma_d = \frac{S \cdot e \cdot \gamma_W}{w \cdot (1+e)}} \qquad \textbf{[A.27]}$$

DEMOSTRACIÓN 11.

Demostrar: $\gamma_d = \gamma_{Sat} - \frac{e \cdot \gamma_W}{1+e}$

Respuesta:

De la ecuación [A.8]:

$$\gamma_d = \frac{W_S}{V} \qquad [11.1]$$

De la ecuación [A.1] Considerando $V_S = 1$ (Estrategia) se tiene:

$$V = 1 + V_V \qquad [11.2]$$

De la ecuación [A.12] se tiene:

$$e = V_V \qquad [11.3]$$

Reemplazando la ecuación [11.3] en la ecuación [11.2]:

$$V = 1 + e \qquad [11.4]$$

De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W}{V} \quad \Rightarrow \quad \gamma_{Sat} = \frac{W_W}{V} + \frac{W_S}{V} \qquad [11.5]$$

Reemplazando la ecuación [11.1] en [11.5]:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_W}{V} + \gamma_d \qquad [11.6]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \qquad [11.7]$$

Donde $V_V = V_W$ (Suelo saturado):

$$W_W = \gamma_W \cdot V_V \qquad [11.8]$$

Reemplazando la ecuación [11.3] en la ecuación [11.8]:

$$W_W = \gamma_W \cdot e \qquad [11.9]$$

Reemplazando las ecuaciones [11.4] y [11.9] en [11.6]:

$$\boldsymbol{\gamma_d = \gamma_{Sat} - \frac{\gamma_W \cdot e}{1+e}} \qquad \textbf{[A.28]}$$

DEMOSTRACIÓN 12.

Demostrar: $\gamma_d = \gamma_{Sat} - n \cdot \gamma_W$

Respuesta:

De la ecuación [A.8] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{W_S}{V} \qquad [12.1]$$

Considerando $V = 1$ (Estrategia):

$$\gamma_d = W_S \qquad [12.2]$$

De la ecuación [A.13] se tiene:

$$n = V_V \qquad [12.3]$$

De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S + W_W}{V} \quad \Rightarrow \quad \gamma_{Sat} = W_S + W_W \qquad [12.4]$$

Reemplazando la ecuación [12.2] en la ecuación [12.4]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + W_W \qquad [12.5]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \qquad [12.6]$$

Donde $V_V = V_W$ (Suelo saturado):

$$W_W = \gamma_W \cdot V_V \qquad [12.7]$$

Reemplazando la ecuación [12.3] en [12.7]:

$$W_W = \gamma_W \cdot n \qquad [12.8]$$

Reemplazando la ecuación [12.8] en la ecuación [12.10]:

$$\boldsymbol{\gamma_d = \gamma_{Sat} - \gamma_W \cdot n} \qquad \textbf{[A.29]}$$

DEMOSTRACIÓN 13.

Demostrar: $$\gamma_d = \frac{(\gamma_{Sat} - \gamma_W)\cdot G_S}{(G_S - 1)}$$

Respuesta:

De la ecuación [A.8] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{W_S}{V} \qquad [13.1]$$

De la ecuación [A.5] se tiene:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \qquad [13.2]$$

Considerando $V_S = 1$ (Estrategia):

$$W_S = \gamma_S \qquad [13.3]$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [13.4]$$

Sustituyendo la ecuación [13.4] en [13.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [13.5]$$

De la ecuación [A.1] es tiene:

$$V = 1 + V_V \qquad [13.6]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \qquad [13.7]$$

Donde $V_V = V_W$ (Suelo saturado):

$$W_W = \gamma_W \cdot V_V \qquad [13.8]$$

Reemplazando las ecuaciones [13.5] y [13.6] en la ecuación [13.1]:

$$\gamma_d = \frac{G_S \cdot \gamma_W}{(1 + V_V)} \qquad [13.9]$$

De la ecuación [A.9]:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S + W_W}{V} \qquad \Rightarrow \qquad \gamma_{Sat} = \frac{W_S}{V} + \frac{W_W}{V} \qquad [13.10]$$

Reemplazando la ecuación [13.1] en la ecuación [13.10]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{W_W}{V} \qquad [13.11]$$

Reemplazando las ecuaciones [13.8] y [13.6] en la ecuación [13.11]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{\gamma_W \cdot V_V}{(1 + V_V)} \qquad [13.12]$$

Sumando y restando γ_W en la ecuación [13.12]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{\gamma_W \cdot V_V}{(1 + V_V)} + \gamma_W - \gamma_W \qquad [13.13]$$

Resolviendo:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{\gamma_W \cdot V_V - \gamma_W - \gamma_W \cdot V_V}{(1 + V_V)} + \gamma_W$$

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d - \frac{\gamma_W}{(1 + V_V)} + \gamma_W \qquad [13.14]$$

Multiplicando y dividiendo el término del medio por G_S (ecuación [13.9]):

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d - \frac{\gamma_W}{(1 + V_V)} \cdot \frac{G_S}{G_S} + \gamma_W$$

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d - \frac{\gamma_W \cdot G_S}{(1 + V_V)} \cdot \frac{1}{G_S} + \gamma_W \qquad [13.15]$$

Reemplazando la ecuación [13.9] en la ecuación [13.15]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d - \frac{\gamma_d}{G_S} + \gamma_W \qquad [13.16]$$

Factorizando γ_d de la ecuación [13.16]:

$$\gamma_{Sat} - \gamma_W = \gamma_d \left(1 - \frac{1}{G_S} \right) \qquad [13.17]$$

Resolviendo:

$$\gamma_{Sat} - \gamma_W = \gamma_d \left(\frac{G_S - 1}{G_S} \right) \qquad [13.18]$$

Despejando γ_d de la ecuación [13.18]:

$$\frac{G_S(\gamma_{Sat} - \gamma_W)}{(G_S - 1)} = \gamma_d \qquad [13.19]$$

Ordenando la ecuación [13], [19]:

$$\boldsymbol{\gamma_d = \frac{(\gamma_{Sat} - \gamma_W) \cdot G_S}{(G_S - 1)}} \qquad \textbf{[A.30]}$$

c. RELACIONES PARA EL PESO UNITARIO SATURADO (γ_{Sat}):

DEMOSTRACIÓN 14.

Demostrar: $$\gamma_{Sat} = \frac{(G_S + e)\cdot\gamma_W}{1+e}$$

Respuesta:

De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S + W_W}{V} \quad [14.1]$$

De la ecuación A.5:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \quad [14.2]$$

Considerando $V_S = 1$ (Estrategia):

$$W_S = \gamma_S \quad [14.3]$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [14.4]$$

Sustituyendo la ecuación [14.4] en [14.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [14.5]$$

De la ecuación [A.1] se tiene:

$$V = 1 + V_V \quad [14.6]$$

De la ecuación [A.12] es tiene:

$$e = V_V \quad [14.7]$$

Reemplazando la ecuación [14.7] en [14.6]:

$$V = 1 + e \quad [14.8]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \quad [14.9]$$

Donde Vv = Vw (Suelo saturado):

$$W_W = \gamma_W \cdot V_V \qquad [14.10]$$

Reemplazando la ecuación [14.7] en la ecuación [14.10]:

$$W_W = \gamma_W \cdot e \qquad [14.11]$$

Reemplazando las ecuaciones [14.5], [14.8] y [14.11] en [14.1]:

$$\gamma_{Sat} = \frac{G_S \cdot \gamma_W + \gamma_W \cdot e}{1+e} \qquad [14.12]$$

$$\boldsymbol{\gamma_{Sat} = \frac{(G_S + e) \cdot \gamma_W}{1+e}} \qquad \textbf{[A.31]}$$

DEMOSTRACIÓN 15.

Demostrar: $\gamma_{Sat} = [(1-n)\cdot G_S + n]\cdot \gamma_W$

Respuesta:

De la De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S + W_W}{V} \quad [15.1]$$

Considerando V = 1 (Estrategia):

$$\gamma_{Sat} = W_S + W_W \quad [15.2]$$

De la ecuación [A.13] se tiene:

$$n = V_V \quad [15.3]$$

De la ecuación [A.5]:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \quad [15.4]$$

De la ecuación [A.1] se tiene:

$$V_S = 1 - V_V \quad [15.5]$$

Reemplazando la ecuación [15.3] y la estrategia en [15.5]:

$$V_S = 1 - n \quad [15.6]$$

Reemplazando la ecuación [15.6] en [15.4]:

$$W_S = \gamma_S \cdot (1-n) \quad [15.7]$$

De la ecuación [A.7]:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \quad [15.8]$$

Reemplazando la ecuación [15.8] en [15.7]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \cdot (1-n) \quad [15.9]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \quad [15.10]$$

Donde $V_V = V_W$ (Suelo saturado):

$$W_W = \gamma_W \cdot V_V \qquad [15.11]$$

Reemplazando la ecuación [15.3] en [15.11]:

$$W_W = \gamma_W \cdot n \qquad [15.12]$$

Reemplazando las ecuación [15.7] y [15.12] en [15.2]:

$$\gamma_{Sat} = G_S \cdot \gamma_W \cdot (1-n) + \gamma_W \cdot n \qquad [15.13]$$

Factorizando γ_W en la ecuación [15.13]:

$$\boldsymbol{\gamma_{Sat} = [(1-n) \cdot G_S + n] \cdot \gamma_W} \qquad \textbf{[A.32]}$$

DEMOSTRACIÓN 16.

Demostrar: $\gamma_{Sat} = \left(\dfrac{1+w_{Sat}}{1+w_{Sat}\cdot G_S}\right)\cdot G_S\cdot\gamma_W$

Respuesta:

De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S + W_W}{V} \qquad [16.1]$$

De la ecuación [A.5] se tiene:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \qquad [16.2]$$

Considerando $V_S = 1$ (Estrategia):

$$W_S = \gamma_S \qquad [16.3]$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [16.4]$$

Sustituyendo la ecuación [16.4] en [16.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [16.5]$$

De la ecuación [A.1] se tiene:

$$V = 1 + V_V \qquad [16.6]$$

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_W = w \cdot W_S \qquad [16.7]$$

Reemplazando la ecuación [16.5] en [16.7]:

$$W_W = w \cdot G_S \cdot \gamma_W \qquad [16.8]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$V_W = \frac{W_W}{\gamma_W} \qquad [16.9]$$

Reemplazando la ecuación [16.8] en [16.9]:

$$V_W = \frac{w_{Sat} \cdot G_S \cdot \gamma_W}{\gamma_W} \quad \Rightarrow \quad V_W = w_{Sat} \cdot G_S \qquad [16.10]$$

Donde $V_V = V_W$ (Suelo saturado):

$$V_V = w_{Sat} \cdot G_S \quad \Rightarrow \quad V = 1 + w_{Sat} \cdot G_S \qquad [16.11]$$

Reemplazando las ecuaciones [16.5], [16.8] y [16.12] en [16.1]:

$$\gamma_{Sat} = \frac{G_S \cdot \gamma_W + w_{Sat} \cdot G_S \cdot \gamma_W}{1 + w_{Sat} \cdot G_S} \qquad [16.12]$$

$$\boldsymbol{\gamma_{Sat} = \left(\frac{1 + w_{Sat}}{1 + w_{Sat} \cdot G_S} \right) \cdot G_S \cdot \gamma_W} \qquad \textbf{[A.33]}$$

DEMOSTRACIÓN 17.

Demostrar: $\gamma_{Sat} = \left(\dfrac{e}{w_{Sat}}\right) \cdot \left(\dfrac{1+w_{Sat}}{1+e}\right) \cdot \gamma_W$

Respuesta:

De la De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S + W_W}{V_S + V_W} \qquad (17.1)$$

Considerando $V_S = 1$ (Estrategia):

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S + W_W}{1 + V_W} \qquad [17.2]$$

De la ecuación [A.12] se tiene:

$$e = V_V \qquad [17.3]$$

Donde $V_v = V_w$ (Suelo saturado):

$$e = V_W \qquad [17.4]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \quad \Rightarrow \quad W_W = \gamma_W \cdot e \qquad [17.5]$$

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$w_{Sat} = \frac{W_W}{W_S} \quad \Rightarrow \quad W_S = \frac{W_W}{w_{Sat}} \qquad [17.6]$$

Reemplazando la ecuación [17.5] en la ecuación [17.6]:

$$W_S = \frac{\gamma_W \cdot e}{w_{Sat}} \qquad [17.7]$$

Reemplazando las ecuaciones [17.4], [17.5] y [17.7] en [17.2]:

$$\gamma_{Sat} = \left(\frac{\gamma_W \cdot e}{w_{Sat}} + \gamma_W \cdot e\right) \frac{1}{(1+e)} \qquad [17.8]$$

$$\gamma_{Sat} = \left(\frac{\gamma_W \cdot e + \gamma_W \cdot e \cdot w_{Sat}}{w_{Sat}} \right) \cdot \frac{1}{(1+e)}$$

$$\boldsymbol{\gamma_{Sat} = \left(\frac{e}{w_{Sat}} \right) \cdot \left(\frac{1 + w_{Sat}}{1 + e} \right) \cdot \gamma_W} \qquad \textbf{[A.34]}$$

DEMOSTRACIÓN 18.

Demostrar: $\gamma_{Sat} = n \cdot \left(\frac{1+\omega_{Sat}}{w_{Sat}} \right) \cdot \gamma_W$

Respuesta:

De la De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S + W_W}{V} \qquad [18.1]$$

Considerando $V = 1$ (Estrategia):

$$\gamma_{Sat} = W_S + W_W \qquad [18.2]$$

De la ecuación [A.13] se tiene:

$$n = V_V \qquad [18.3]$$

Donde $V_V = V_W$ (Suelo saturado):

$$n = V_W \qquad [18.4]$$

De la ecuación [A.6] y la ecuación [18.4] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \quad \Rightarrow \quad W_W = \gamma_W \cdot n \qquad [18.5]$$

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_S = \frac{W_W}{w_{Sat}} \qquad [18.6]$$

Reemplazando la ecuación [18.5] en la ecuación [18.6]:

$$W_S = \frac{\gamma_W \cdot n}{w_{Sat}} \qquad [18.7]$$

Reemplazando las ecuaciones [18.5] y [18.7] en la ecuación [18.2]:

$$\gamma_{Sat} = \frac{\gamma_W \cdot n}{w_{Sat}} + \gamma_W \qquad [18.8]$$

$$\boldsymbol{\gamma_{Sat} = n \cdot \left(\frac{1+w_{Sat}}{w_{Sat}} \right) \cdot \gamma_W} \qquad \textbf{[A.35]}$$

DEMOSTRACIÓN 19.

Demostrar: $\gamma_{Sat} = \gamma_d + \left(\frac{e}{1+e}\right)\cdot\gamma_W$

Respuesta:

De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S}{V} + \frac{W_W}{V} \qquad [19.1]$$

Reemplazando la ecuación [A.8] en la ecuación [19.1] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{W_W}{V} \qquad [19.2]$$

Considerando $V_S = 1$ (Estrategia) y reemplazando en la ecuación [A.1]:

$$V = 1 + V_V \qquad [19.3]$$

De la ecuación [A.12] y la estrategia se tiene:

$$e = V_V \qquad [19.4]$$

Reemplazando la ecuación [19.4] en la ecuación [19.3]:

$$V = 1 + e \qquad [19.5]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \qquad [19.6]$$

Donde $V_V = V_W$ (Suelo saturado) entonces:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_V \qquad [19.7]$$

Reemplazando la ecuación [19.4] en la ecuación [19.7]:

$$W_W = \gamma_W \cdot e \qquad [19.8]$$

Reemplazando las ecuaciones [19.5] y [19.8] en la ecuación [19.2]:

$$\boldsymbol{\gamma_{Sat} = \gamma_d + \left(\frac{e}{1+e}\right)\cdot\gamma_W} \qquad [A.36]$$

DEMOSTRACIÓN 20.

Demostrar: $\gamma_{Sat} = \gamma_d + n \cdot \gamma_W$

Respuesta:

De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S}{V} + \frac{W_W}{V} \quad [20.1]$$

Reemplazando la ecuación [A.8] en [20.1]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{W_W}{V} \quad [20.2]$$

Considerando V = 1 (Estrategia):

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + W_W \quad [20.3]$$

De la ecuación [A.13] y la estrategia se tiene:

$$n = V_V \quad [20.4]$$

Donde $V_V = V_W$ (Suelo saturado):

$$n = V_W \quad [20.5]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \quad \Rightarrow \quad W_W = \gamma_W \cdot n \quad [20.6]$$

Reemplazando la ecuación 20.6 en la ecuación 20.3:

$$\boldsymbol{\gamma_{Sat} = \gamma_d + n \cdot \gamma_W} \quad \textbf{[A.37]}$$

DEMOSTRACIÓN 21.

Demostrar: $\gamma_{Sat} = \left(1 - \frac{1}{G_S}\right) \cdot \gamma_d + \gamma_W$

Respuesta:

De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S}{V} + \frac{W_W}{V} \qquad [21.1]$$

De la ecuación [A.5]:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \qquad [21.2]$$

Considerando Vs =1 (Estrategia):

$$W_S = \gamma_S \qquad [21.3]$$

De la ecuación [A.7]:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [21.4]$$

Sustituyendo la ecuación [21.4] en [21.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [21.5]$$

De la ecuación [A.1] y la estrategia se tiene:

$$V = 1 + V_V \qquad [21.6]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \qquad [21.7]$$

Donde $V_V = V_W$ (Suelo saturado):

$$W_W = \gamma_W \cdot V_V \qquad [21.8]$$

De la ecuación [A.8] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{W_S}{V} \qquad [21.9]$$

Reemplazando las ecuaciones [21.5] y [21.6] en la ecuación [21.9]:

$$\gamma_d = \frac{G_S \cdot \gamma_W}{(1+V_V)} \qquad [21.10]$$

Reemplazando la ecuación [21.9] en la ecuación [21.1]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{W_W}{V} \qquad [21.11]$$

Reemplazando las ecuaciones [21.8] y [21.6] en la ecuación [21.11]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{\gamma_W \cdot V_V}{(1+V_V)} \qquad [21.12]$$

Sumando y restando γ_w en la ecuación [21.12]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{\gamma_W \cdot V_V}{(1+V_V)} - \gamma_W + \gamma_W$$

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d - \frac{\gamma_W}{(1+V_V)} + \gamma_W \qquad [21.13]$$

Multiplicando y dividiendo el término del medio por G_S:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d - \frac{\gamma_W \cdot G_S}{(1+V_V)} \cdot \frac{1}{G_S} + \gamma_W \qquad [21.14]$$

Reemplazando la ecuación [21.10] en la ecuación [21.14]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d - \frac{\gamma_d}{G_S} + \gamma_W$$

$$\boldsymbol{\gamma_{Sat} = \left(1 - \frac{1}{G_S}\right) \cdot \gamma_d + \gamma_W} \qquad \textbf{[A.38]}$$

DEMOSTRACIÓN 22.

Demostrar: $\gamma_{Sat} = \gamma_d \cdot (1 + w_{Sat})$

Respuesta:

De la ecuación [A.9] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \frac{W_S}{V} + \frac{W_W}{V} \qquad [22.1]$$

Reemplazando la ecuación [A.8] en [22.1] se tiene:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{W_W}{V} \qquad [22.2]$$

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_W = w_{Sat} \cdot W_S \qquad [22.3]$$

Reemplazando la ecuación [22.3] en la ecuación [22.2]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \frac{W_S}{V} \cdot w_{Sat} \qquad [22.4]$$

Reemplazando la ecuación [A.8] en la ecuación [22.4]:

$$\gamma_{Sat} = \gamma_d + \gamma_d \cdot w_{Sat}$$

$$\boldsymbol{\gamma_{Sat} = \gamma_d \cdot (1 + w_{Sat})} \qquad \textbf{[A.39]}$$

c. OTRAS RELACIONES:

DEMOSTRACIÓN 23.

En un suelo parcialmente saturado se conocen el índice de vacíos (e), la gravedad específica (G_s) y el grado de saturación (S). Suponiendo que el gas no disuelto esta uniformemente distribuido en la masa de suelo, encuentre el peso unitario (γ), el peso unitario sumergido (γ') y el peso unitario seco (γ_d) en función de las cantidades conocidas y haciendo uso de un esquema adecuado.

Respuesta:

Datos:

e ; G_S ; S
$\gamma = ?$; $\gamma' = ?$; $\gamma_d = ?$

De la ecuación [A.19] o demostración 2:

$$\gamma = \frac{(G_S + S \cdot e) \cdot \gamma_W}{1+e} \qquad \textbf{[23.1]}$$

De la ecuación [A.24] o demostración 7:

$$\gamma_d = \frac{G_S \cdot \gamma_W}{1+e} \qquad \textbf{[23.2]}$$

De la ecuación [A.10] se tiene:

$$\gamma' = \gamma - \gamma_W \qquad [23.3]$$

Reemplazando la ecuación [23.1] en [23.3]:

$$\gamma' = \frac{(G_S + S \cdot e) \cdot \gamma_W}{1+e} - \gamma_W$$

$$\gamma' = \frac{(G_S - 1) + e \cdot (S - 1)}{1+e} \cdot \gamma_W \qquad \textbf{[24.4]}$$

DEMOSTRACIÓN 24.

En una muestra de suelo parcialmente saturado se conoce el peso específico (γ), el contenido de agua (ω) y el valor de la gravedad específica (G_s). Encuentre el peso específico seco (γ_d), la relación de vacíos (e) y la saturación (S), en función de las cantidades conocidas, utilizando un esquema adecuado.

Respuesta:

Datos

γ ; ω ; G_S
S = ? ; e = ? ; γ_d = ?

De la ecuación [A.23] o demostración 6 se tiene:

$$\boldsymbol{\gamma_d = \frac{\gamma}{1+w}} \qquad \textbf{[24.1]}$$

De la ecuación [A.18] o demostración 1:

$$\gamma = \frac{(1+w)\cdot G_S\cdot\gamma_W}{1+e} \qquad [24.2]$$

Despejando e:

$$\gamma+\gamma\cdot e=(1+w)\cdot G_S\cdot\gamma_W$$

$$\boldsymbol{e=\frac{(1+w)\cdot G_S\cdot\gamma_W-\gamma}{\gamma}} \qquad \textbf{[24.3]}$$

De la ecuación [A.20] o demostración 3:

$$\gamma=\frac{(1+w)\cdot G_S\cdot\gamma_W}{1+\frac{w\cdot G_S}{S}} \qquad [24.4]$$

Despejando S de la [24.4]:

$$\gamma+\frac{w\cdot G_S\cdot\gamma}{S}=(1+w)\cdot G_S\cdot\gamma_W$$

$$\frac{w\cdot G_S\cdot\gamma}{S}=[(1+w)\cdot G_S\cdot\gamma_W-\gamma]$$

$$\boldsymbol{S=\frac{w\cdot G_S\cdot\gamma}{(1+w)\cdot G_S\cdot\gamma_W-\gamma}} \qquad \textbf{[24.5]}$$

DEMOSTRACIÓN 25.

Demostrar que para un suelo se cumple la siguiente relación:

$$\gamma' = \frac{G_s - 1}{G_s} \cdot \gamma_d$$

Respuesta:

De la ecuación [A.30] o demostración 13:

$$\gamma_d = \frac{(\gamma_{Sat} - \gamma_W) \cdot G_S}{(G_S - 1)} \quad \Leftrightarrow \quad \gamma_d = \frac{(\gamma - \gamma_W) \cdot G_S}{(G_S - 1)}$$

Despejando ($\gamma - \gamma_w$):

$$\gamma - \gamma_W = \frac{G_S - 1}{G_S} \cdot \gamma_d$$

De la definición del peso unitario sumergido se tiene:

$$\boldsymbol{\gamma' = \frac{G_S - 1}{G_S} \cdot \gamma_d} \qquad \textbf{[25.1]}$$

DEMOSTRACIÓN 26.

Para las características de un suelo dado, Demostrar:

$$G_S = \frac{\gamma_{Sat}}{\gamma_W - w_{Sat}(\gamma_{Sat} - \gamma_W)}$$

Respuesta:

De la ecuación [A.33] o demostración 16:

$$\gamma_{sat} = \left(\frac{1 + w_{sat}}{1 + w_{sat} \cdot G_s}\right) \cdot G_s \cdot \gamma_w \qquad [26.1]$$

Resolviendo:

$$\gamma_{sat} + \gamma_{sat} \cdot w_{sat} \cdot G_S = G_S \cdot \gamma_W + w_{sat} \cdot G_S \cdot \gamma_W \qquad [26.2]$$

Factorizando G_S en la ecuación [26.2]:

$$\gamma_{Sat} = G_S \cdot (\gamma_W \cdot w_{Sat} + \gamma_W - \gamma_{Sat} \cdot w_{Sat}) \qquad [26.3]$$

Despejando G_S en la ecuación [26.3]:

$$G_S = \frac{\gamma_{Sat}}{\gamma_W \cdot w_{Sat} + \gamma_W - \gamma_{Sat} \cdot w_{Sat}} \qquad [26.4]$$

Ordenando la ecuación [26.4]:

$$\boldsymbol{G_S = \frac{\gamma_{Sat}}{\gamma_W - w_{Sat}(\gamma_{Sat} - \gamma_W)}} \qquad \textbf{[26.5]}$$

1.4. Problemas.

PROBLEMA 1.

Una muestra de suelo de 1.21 Kg. tiene un volumen de 600 cm^3 y un contenido de humedad de 10.2%. Usando las definiciones, calcule:

a) La densidad (ρ)
b) El peso específico húmedo (γ)
c) El peso específico seco (γ_d).

Datos:

$M = 1.21\ Kg\ ;\ V = 600\ cm^3\ ;\ w = 10.2\%$

PASO 1

Determinación de la densidad del suelo.

De la ecuación [A.15] se tiene:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Reemplazando valores:

$$\rho = \frac{1210}{600} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\rho = 2.02\ g/cm^3}$$

PASO 2

Determinar el peso específico húmedo.

De la ecuación [A.4] y [A.16]:

$$W = M \cdot g \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = \frac{M \cdot g}{V}$$

Reemplazando valores:

$$\gamma = \frac{1.21\ Kg \cdot 9.81\ m/seg^2}{600\ cm^3 \cdot \dfrac{1\ m^3}{(100\ cm)^3}}$$

Cambiando unidades:

$$\gamma = 19783.5\ \frac{N}{m^3} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\gamma = 19.78\ \frac{kN}{m^3}}$$

PASO 3.

Determinar el peso específico seco.

De la ecuación [A.23]:

$$\gamma_d = \frac{\gamma}{1+w}$$

Reemplazando valores:

$$\gamma_d = \frac{19.78}{1+0.102} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\gamma_d = 17.95\ kN/m^3}$$

PROBLEMA 2.

Un suelo está constituido por 10% de aire, 30% de agua y 60% de partículas de suelo en volumen. ¿Cuál es el grado de saturación (S), el índice de vacíos (e), y la porosidad (n)?.

Datos:

$V_a = 10\ U^3$; $V_W = 30\ U^3$; $V_S = 60\ U^3$

PASO 1

Determinar el grado de saturación.

De la ecuación [A.11] se tiene:

$$S = \frac{V_W}{V_V} \qquad \Rightarrow \qquad S = \frac{V_W}{V_W + V_a}$$

Reemplazando valores:

$$S = \frac{30}{30+10} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{S = 0.75}$$

PASO 2

Determinar el índice de vacíos.

De la ecuación [A.12] se tiene:

$$e = \frac{V_V}{V_S} \qquad \Rightarrow \qquad e = \frac{V_a + V_W}{V_S}$$

Reemplazando valores:

$$e = \frac{10+30}{60} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{e = 0.667}$$

PASO 3

Determinar la porosidad del suelo.

De la ecuación [A.13] se tiene:

$$n = \frac{V_V}{V} \qquad \Rightarrow \qquad n = \frac{V_a + V_W}{V}$$

Reemplazando valores:

$$n = \frac{10+30}{100} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{n = 0.40}$$

PROBLEMA 3.

Si el suelo del problema 2 tiene una gravedad específica de 2.69, determine su contenido de humedad (w), su peso unitario seco (γ_d) y su peso unitario húmedo (γ).

Datos:

$S = 0.75$; $e = 0.667$; $n = 0.40$; $G_S = 2.69$; $V_a = 10\ U^3$; $V_W = 30\ U^3$; $V_S = 60\ U^3$

PASO 1

Determinar el contenido de humedad del suelo.

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$w = \frac{W_W}{W_S} \qquad [3.1]$$

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$W_W = \gamma_W \cdot V_W \qquad [3.2]$$

De la ecuación [A.5]:

$$W_S = \gamma_S \cdot V_S \qquad [3.3]$$

De la ecuación [A.7]:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [3.4]$$

Sustituyendo la ecuación [3.4] en [3.3]:

$$W_S = G_S \cdot \gamma_W \cdot V_S \qquad [3.5]$$

Sustituyendo la ecuación [3.2] en [3.5]:

$$w = \frac{V_W \cdot \gamma_W}{G_S \cdot V_S \cdot \gamma_W} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{w = \frac{V_W}{G_S \cdot V_S}} \qquad [3.6]$$

Reemplazando valores:

$$\boldsymbol{w = \frac{30}{2.69 \cdot 60} \quad \Rightarrow \quad w = 0.186 \quad \Rightarrow \quad w = 18.6\ \%}$$

PASO 2

Determinar el peso específico seco del suelo.

Reemplazando la ecuación [A.8] en [3.5] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{G_S \cdot \gamma_W \cdot V_S}{V} \qquad [3.7]$$

Reemplazando valores:

$$\gamma_d = \frac{2.69 \cdot 9.81 \cdot 60}{100} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\gamma_d = 15.83\ kN/m^3}$$

PASO 3

Determinar el peso específico húmedo del suelo.

De la ecuación [A.4] se tiene:

$$\gamma = \frac{W_S + W_W}{V} \qquad [3.8]$$

Reemplazando la ecuación [3.2] y [3.5] en [3.8]:

$$\gamma = \frac{\gamma_W \cdot V_W + G_S \cdot \gamma_W \cdot V_S}{V} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\gamma = \frac{(V_W + G_S \cdot V_S) \cdot \gamma_W}{V}}$$

Reemplazando valores:

$$\gamma = \frac{(30 + 2.69 \cdot 60) \cdot 4.81}{100} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\gamma = 18.77\ kN/m^3}$$

PROBLEMA 4

Se tiene un suelo que tiene un contenido de humedad del 5%, determine que cantidad de agua se debe añadir para que este suelo alcance el 9% de contenido de humedad, un peso unitario de 19 kN/m^3 y tenga un volumen final de 1 m^3.

Datos:

$w_o = 5\%$; $w_f = 9\%$; $\gamma = 19$ kN/m^3 ; $V_f = 1$ m^3 ; $\Delta V_W = ?$

PASO 1.

Determina el peso de los sólidos, peso del agua inicial y final.

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_{W_f} = W_S \cdot w_f \qquad [4.1]$$

$$W_{W_0} = W_S \cdot w_0 \qquad [4.2]$$

De la ecuación [A.4] se tiene:

$$\gamma_f = \frac{W_S + W_{W_f}}{V} \quad \Rightarrow \quad W_S + W_{W_f} = \gamma_f \cdot V \qquad [4.3]$$

Reemplazando la ecuación [4.1] en [4.3]:

$$W_S + W_S \cdot w_f = \gamma_f \cdot V \qquad [4.4]$$

Despejando W_S:

$$W_S \cdot (1 + w_f) = \gamma_f \cdot V \quad \Rightarrow \quad W_S = \frac{\gamma_f \cdot V_f}{(1 + w_f)} \qquad [4.5]$$

Reemplazando valores en la ecuación [4.5]:

$$W_S = \frac{19 \cdot 1}{(1 + 0.09)} \quad \Rightarrow \quad W_S = 17.43 \ kN$$

Reemplazando el valor W_S en la ecuación [4.2]:

$$W_{W_0} = 17.43 \cdot 0.05 \quad \Rightarrow \quad W_{W_0} = 0.8715 \ kN$$

Reemplazando el valor de W_{Wo} en la ecuación [4.1]:

$$W_{W_f} = 17.43 \cdot 0.09 \quad \Rightarrow \quad W_{W_f} = 1.569 \ kN$$

PASO 2.

Determinar la cantidad de agua agregada a la muestra de suelo.

La diferencia de los pesos de agua final e inicial, es el peso de la cantidad de agua que se añade al suelo:

$$\Delta W_W = W_{W_f} - W_{W_0}$$

Reemplazando los valores hallados:

$$\Delta W_W = 1.569 - 0.8715 \quad \Rightarrow \quad \Delta W_W = 0.697\ kN \qquad [4.6]$$

De la ecuación [A.6]:

$$\gamma_W = \frac{W_W}{V_W} \quad \Rightarrow \quad \gamma_W = \frac{\Delta W_W}{\Delta V_W} \qquad [4.7]$$

Despejando ΔV_W de la ecuación [4.7]:

$$\Delta V_W = \frac{\Delta W_W}{\gamma_W} \qquad [4.8]$$

Reemplazando ΔW_W en la ecuación [4.8]:

$$\Delta V_W = \frac{0.697}{9.81} \quad \Rightarrow \quad \Delta V_W = 0.071081\ m^3$$

Cambiando unidades:

$$\Delta V_W = 0.071081\ m^3 \cdot \frac{1000\ lt}{1\ m^3} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\Delta V_W = 71.081\ lt}$$

PROBLEMA 5.

De un proceso de secado en horno para determinar el contenido de humedad, se obtienen los siguientes resultados:

Número de lata	**0.35**	**0.50**	**0.40**
Peso lata (g)	43.27	58.95	50.23
Peso suelo húmedo + lata(g)	183.28	216.21	173.96
Peso suelo seco + lata (g)	180.52	213.05	171.50

Determinar el contenido de humedad de la muestra.

Estrategia: El peso del agua y el peso de los sólidos se pueden determinar fácilmente mediante las siguientes ecuaciones. Una vez hallados estos pesos es posible hallar el contenido de humedad del suelo.

W_W = Peso del agua = (Peso lata + suelo húmedo) – (Peso lata + suelo seco)

W_S = Peso del suelo = (Peso lata +suelo seco) – (Peso lata)

w = Contenido de humedad = W_W / W_S

A continuación se realiza la siguiente tabla que resume los resultados obtenidos y la humedad promedio que se utiliza para otros cálculos:

Número de lata	**0.35**	**0.50**	**0.40**
Peso lata (g)	43.27	58.95	50.23
Peso suelo húmedo + lata (g)	183.28	216.21	173.96
Peso suelo seco + lata (g)	180.52	213.05	171.5
Peso del agua (g)	2.76	3.16	2.46
Peso suelo seco (g)	137.25	216.21	121.27
Contenido de humedad (%)	2.01	2.05	2.03
Contenido de humedad promedio	(2.01 + 2.05 + 2.03) / 3 = **2.03%**		

PROBLEMA 6.

Un suelo tiene un contenido de humedad (w) igual al 28.5% y un peso de 123.6 g. ¿Cuál es el peso seco del material?

Datos:

$w = 28.5\,\%$; $W = 123.6\ g$; $W_S = ?$

De la ecuación [A.14]:

$$w = \frac{W_W}{W_S} \qquad [6.1]$$

De la ecuación [A.3]:

$$W_W = W - W_S \qquad [6.2]$$

Reemplazando la ecuación [6.2] en [6.1]:

$$w = \frac{W - W_S}{W_S} \qquad [6.3]$$

Despejando W_S de la ecuación [6.3]:

$$W_S \cdot w = W - W_S \quad \Rightarrow \quad W_S \cdot w + W_S = W$$

$$W_S \cdot (w+1) = W \quad \Rightarrow \quad W_S = \frac{W}{(w+1)} \qquad [6.4]$$

Reemplazando valores en la ecuación [6.4]:

$$W_S = \frac{123.6}{(0.285+1)} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{W_S = 96.187\ g}$$

PROBLEMA 7.

El suelo del problema 6 ocupa un volumen de 69.3 cm^3. Si las partículas del suelo tienen una gravedad específica de 2.65, determine cual es su porosidad (n), índice de vacíos (*e*) y su grado de saturación (*S*).

Datos:

$w = 28.5\%$; $W = 123.6\ g$; $W_S = 96.187\ g$; $V = 69.3\ cm^3$; $G_S = 2.65$

PASO 1

Determinar la porosidad del suelo.

De la ecuación [A.13] se tiene:

$$n = \frac{V_V}{V} \qquad [7.1]$$

De la ecuación [A.1] se tiene:

$$V_V = V - V_S \qquad [7.2]$$

Reemplazando la ecuación [7.2] en la ecuación [7.1]:

$$n = \frac{V - V_S}{V} \qquad [7.3]$$

De la ecuación [A.4] se tiene:

$$\gamma = \frac{W}{V}$$

Reemplazando valores se tiene:

$$\gamma = \frac{123.6}{69.3} \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = 1.78\ \ g/cm^3$$

De la ecuación [A.3] se tiene:

$$W_W = W - W_S \qquad [7.4]$$

Remplazando datos:

$$W_W = 123.6 - 96.187 \qquad \Rightarrow \qquad W_W = 27.413\, g$$

De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [7.5]$$

Reemplazando datos:

$$\gamma_S = 2.65 \cdot 1 \ \ gf/cm^3 \qquad \Rightarrow \qquad \gamma_S = 2.65 \ \ gf/cm^3$$

De la ecuación [A.5] se tiene:

$$V_S = \frac{W_S}{\gamma_S} \qquad [7.6]$$

Reemplazando datos:

$$V_S = \frac{96.187}{2.65} \qquad \Rightarrow \qquad V_S = 36.30 \ \ cm^3$$

Reemplazando V_S en la ecuación [7.2]:

$$V_V = 69.3 - 36.30 \qquad \Rightarrow \qquad V_V = 33 \ \ cm^3$$

Reemplazando V_V y V en la ecuación [7.1]:

$$n = \frac{33}{69.3} \qquad \Rightarrow \qquad n = 0.476 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{n = 47.6 \ \%}$$

PASO 2

Determinar el índice de vacíos del suelo:

De la ecuación [A.12] se tiene:

$$e = \frac{V_V}{V_S} \qquad \Rightarrow \qquad e = \frac{33}{36.30}$$

$$e = 0.90909 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{e = 90{,}91\%}$$

PASO 3

Determinar el grao de saturación del suelo.

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$V_W = \frac{W_W}{\gamma_W}$$

Reemplazando datos:

$$V_W = \frac{27.413}{1} \qquad \Rightarrow \qquad V_W = 27.413 \ \left[cm^3\right]$$

Reemplazando V_V y V_W en la ecuación [A.11]:

$$S = \frac{27.413}{33} \qquad \Rightarrow \qquad S = 0.831 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{S = 83.1 \ \%}$$

PROBLEMA 8.

Se tiene una muestra de suelo de 1 m^3 con un contenido de humedad de 7%, gravedad específica de 2.65 y un grado de saturación de 40%. Determinar:

a. El peso unitario húmedo (γ), el peso unitario seco (γ_d) y el peso unitario saturado (γ_{sat}).
b. Si se añaden 80 litros de agua a la muestra, cual será su peso unitario húmedo (γ) y su peso unitario seco(γ_d)

PASO 1

Determinar el peso específico húmedo del suelo.

De la ecuación [A.20] se tiene:

$$\gamma = \frac{(1+w)\cdot G_s \cdot \gamma_w}{1+\dfrac{w \cdot G_s}{S}}$$

Reemplazando valores se tiene:

$$\gamma = \frac{(1+0.07)\cdot(2.65)\cdot(9.8)}{1+\dfrac{(0.07)\cdot(2.65)}{0.4}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\gamma = 18.98 \ \text{kN/m}^3}$$

PASO 2

Determinar el peso específico seco del suelo.

De la ecuación [A.23] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{\gamma}{1+w} \quad \Rightarrow \quad \gamma_d = \frac{18.98}{1+0.07} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\gamma_d = 17.74 \ \text{kN/m}^3}$$

PASO 3

Determinar el peso específico saturado del suelo.

De la ecuación [A.38] se tiene:

$$\gamma_{sat} = \left(1-\frac{1}{G_s}\right)\cdot\gamma_d + \gamma_W$$

Reemplazando datos:

$$\gamma_{Sat} = \left(1 - \frac{1}{2.65}\right) \cdot (17.74) + 9.8 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\gamma_{Sat} = 20.85\ \mathrm{kN/m^3}}$$

PASO 4

Determinar el peso específico húmedo después de agregar 80 litros de agua.

De la ecuación [A.14] se tiene:

$$W_W = w \cdot W_S \qquad \Rightarrow \qquad W_{W_0} = 0.07 \cdot W_S \qquad [8.1]$$

De la ecuación [A.4] y V=1 m^3:

$$\gamma = \frac{W_S + W_{W_0}}{1\ \mathrm{m}^3} \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = W_S + W_{W_0} \qquad [8.2]$$

Remplazando la ecuación [8.1] en la ecuación [8.2]:

$$\gamma = W_S + 0{,}07 \cdot W_S \qquad [8.3]$$

Despejando W_S en la ecuación [8.3]:

$$\gamma = W_S \cdot (1 + 0.07) \qquad \Rightarrow \qquad W_S = \frac{\gamma}{(1 + 0.07)} \qquad [8.4]$$

Reemplazando γ en la ecuación [8.4]:

$$W_S = \frac{18.98}{1.07} \qquad \Rightarrow \qquad W_S = 17.74\ \mathrm{kN}$$

Remplazando la ecuación [8.5] en la ecuación [8.1]:

$$W_{W_0} = 0.07 \cdot 17.74 \qquad \Rightarrow \qquad W_{W_0} = 1.242\ \mathrm{kN}$$

El peso del agua final será igual al peso del agua inicial de la muestra más el peso del agua añadida, entonces reemplazando valores en esa ecuación se tiene:

$$W_{W_f} = W_{W_0} + \Delta V \cdot \gamma_W$$

$$W_{W_f} = 1.242 + 0.08 \cdot (9.8) \quad \Rightarrow \quad W_{W_f} = 2.026\ \mathrm{kN} \qquad [8.5]$$

Utilizando la misma relación de la ecuación [8.2] para el peso final se tiene:

$$W_S + W_{W_f} = \gamma_{final} \cdot V_{final} \qquad [8.6]$$

El volumen final de la muestra será el mismo que el inicial ya que el volumen de agua ocupará parte del volumen de aire que tenía la muestra:

$$V_{Inicial} = V_{final} = 1 \;\left[\text{m}^3\right] \Rightarrow \qquad W_s + W_{wf} = \gamma_{final}$$

$$\gamma_{\text{final}} = 17.74 + 2.026 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\gamma_{final} = 19.76\ \text{kN/m3}} \qquad \textbf{[8.7]}$$

PASO 4

Determinar el peso específico seco del suelo.

De la ecuación [A.14]:

$$w_f = \frac{W_{W_f}}{W_S}$$

Reemplazando datos:

$$w_f = \frac{2.026}{17.74} \cdot 100 \qquad \Rightarrow \qquad w_f = 11.42 \;[\%] \qquad [8.8]$$

De la ecuación [A.23] se tiene:

$$\gamma_{d(final)} = \frac{\gamma_{final}}{1 + w_f} \qquad [8.9]$$

Reemplazando las ecuaciones [8.9] y [8.10] en la ecuación [8.11]:

$$\gamma_{d(final)} = \frac{19.76}{1 + 0.1142} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\gamma_{d(final)} = 17.74\ \text{kN/m3}} \qquad \textbf{[8.10]}$$

El peso unitario seco de un suelo es constante siempre y cuando no exista un incremento de energía mecánica, ya que el volumen de sólidos se considera incompresible.

PROBLEMA 9.

Indicar clara y detalladamente un procedimiento para determinar el índice de vacíos de un suelo fino en laboratorio.

De la ecuación [A.12]:

$$e = \frac{V_V}{V_S} \qquad [9.1]$$

Procedimiento a seguir:

Se debe determinar el volumen de la muestra.$\Rightarrow$ V
Se debe secar en un horno para obtener el peso de los sólidos $\Rightarrow W_S$
Se determina la gravedad específica de la muestra $\Rightarrow G_S$

Con estos datos obtenidos de ensayos de laboratorio se puede hallar el índice de vacíos del suelo:
De la ecuación [A.7] se tiene:

$$\gamma_S = G_S \cdot \gamma_W \qquad [9.2]$$

De la ecuación [A.5] se tiene:

$$V_S = \frac{W_S}{\gamma_S} \qquad [9.3]$$

Reemplazando la ecuación [9.2] en [9.3] se halla V_S:

$$V_S = \frac{W_S}{G_S \cdot \gamma_W} \qquad [9.4]$$

De la ecuación [A.1] se halla V_V:

$$V_V = V - V_S \qquad [9.5]$$

Finalmente reemplazando las ecuaciones [9.4] y [9.5] en la ecuación [9.1] se tiene:

$$e = \frac{V - V_S}{V_S} \qquad \Rightarrow \qquad e = \frac{V - \dfrac{W_S}{G_S \cdot \gamma_W}}{\dfrac{W_S}{G_S \cdot \gamma_W}}$$

$$e = \frac{V \cdot G_S \cdot \gamma_W - W_S}{W_S} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{e = \frac{V \cdot G_S \cdot \gamma_W}{W_S} - 1}$$

PROBLEMA 10.

A continuación están los resultados de un análisis de tamices. Hacer los cálculos necesarios y dibujar la curva de distribución del tamaño de partículas.

U.S. Tamaño de Tamiz	Masa de Suelo Retenido en cada Tamiz(g)
4	0
0	40
20	60
40	89
60	140
80	122
10	210
200	56
Bandeja	12

Para poder determinar la curva de distribución es necesario obtener el porcentaje de suelo seco que pasa por un determinado tamiz y en función a este y la abertura del tamiz se traza la curva de distribución.

U.S. Tamaño Tamiz	Abertura (mm.)	Masa Retenida en cada Tamiz, g.	Masa Acumulada sobre cada Tamiz, g.	% que pasa
4	4.750	0	0	100
10	2.000	40	0+40 = 40	94.51
20	0.850	60	40+60 = 100	86.28
40	0.425	89	100+89 = 189	74.07
60	0.250	140	189+140 = 329	54.87
80	0.180	122	329+122 = 451	38.13
100	0.150	210	451+210 = 661	9.33
200	0.075	56	661+56 = 717	1.65
Bandeja	0.000	12	717+12 = 729	0

Masa acumulada sobre cada tamiz $= M_1 + M_2 + \dots\dots\dots + M_n$

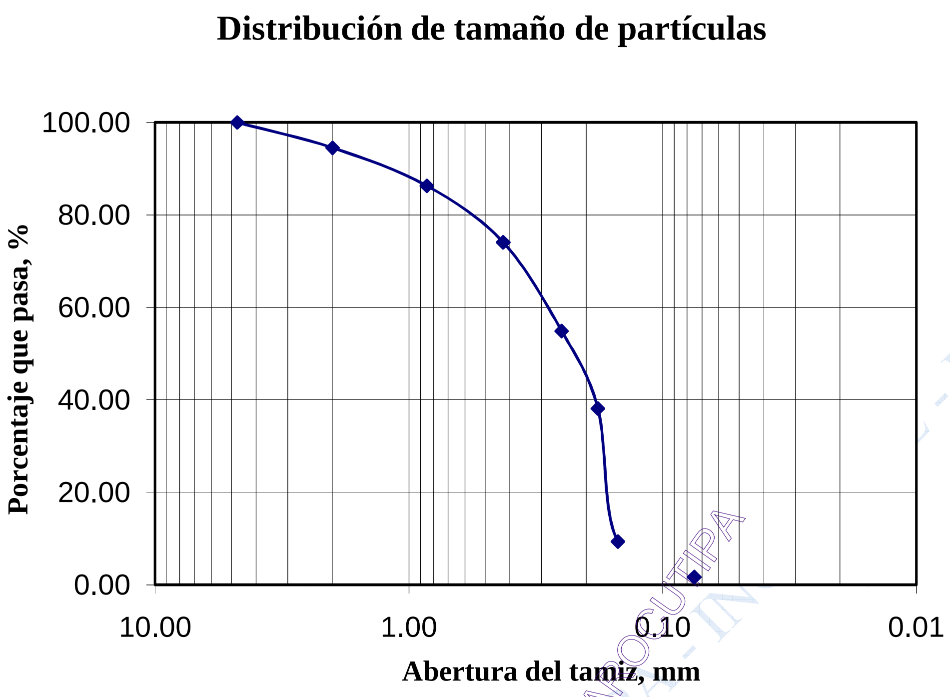
$$\%\text{ que pasa} = \frac{\sum M - masa\ acumulada}{\sum M} \times 100$$

Donde: $\sum M = 729$

$$\%\text{ que pasa} = \frac{729 - 40}{729} \times 100 = 94.51$$

$$\%\text{ que pasa} = \frac{729 - 100}{729} \times 100 = 86.28$$

Y así sucesivamente para cada tamiz como se ven los valores hallados en la Tabla:



De la curva se deduce que debido a la pendiente pronunciada que presenta y a su forma, que el suelo de grano grueso (gravas y arenas) y esta POBREMENTE GRADADO.

PROBLEMA 11.

Para la curva de distribución de tamaño de partículas mostrada en el anterior ejercicio. Determine:

D_{10} , D_{30} , y D_{60}
Coeficiente de Uniformidad C_u.
Coeficiente de Gradación C_c.

Para poder determinar el D_{10}, D_{30} y el D_{60} es necesario hacer una interpolación lineal entre los valores inferior y superior mas cercanos al porcentaje que pasa deseado y la abertura de sus tamices correspondientes. Una vez hallados estos valores mediante las ecuaciones del anexo A se hallan fácilmente estos parámetros de la curva de distribución.

PASO 1

Determinar el D_{10}, D_{30} y el D_{60} mediante una interpolación lineal a una escala semilogarítmica.

De la ecuación de la línea recta se tiene:

$$\frac{X - X_1}{X_1 - X_2} = \frac{Y - Y_1}{Y_1 - Y_2}$$

Haciendo cambios de variable:

X = Abertura tamiz (escala logarítmica)
Y = % que pasa (escala aritmética)

$$X = D_{10;\ 30;\ 60} \qquad Y = 10\ ;\ 30;\ 60\ \%$$
$$X_1 = D_1 \qquad Y_1 = \%_1$$
$$X_2 = D_2 \qquad Y_2 = \%_2$$

$$\frac{D_x - D_1}{D_2 - D_1} = \log\left(\frac{\%_x - \%_1}{\%_2 - \%_1}\right)$$

$$D_x = \frac{D_2 - D_1}{\log\%_2 - \log\%_1} \cdot \log(\%_x) - \log(\%_1) + D_1$$

Para D_{10} se tiene:

$$D_{10} = \frac{0.18 - 0.15}{\log(38.3) - \log(9.33)} \cdot \log(10) - \log(9.33) + 0.15$$

$$D_{10} = 0.15\ mm$$

Para D_{30} se tiene:

$$D_{30} = \frac{0.18 - 0.15}{\log(38.3) - \log(9.33)} \cdot \log(30) - \log(9.33) + 0.15$$

$$D_{30} = 0.17\,mm$$

Para D_{60} se tiene:

$$D_{30} = \frac{0.425 - 0.25}{\log(74.07) - \log(54.87)} \cdot \log(60) - \log(54.87) + 0.25$$

$$D_{60} = 0.28\,mm$$

PASO 2

Determinar los parámetros de la curva de distribución de tamaño de partículas.

$$C_U = \frac{D_{60}}{D_{10}} \quad \Rightarrow \quad C_U = \frac{0.28}{0.15} \quad \Rightarrow \quad C_U = 1.91$$

$$C_C = \frac{D_{30}^2}{D_{60} \cdot D_{10}} \quad \Rightarrow \quad C_C = \frac{0.17^2}{0.28 \cdot 0.15} \Rightarrow \quad C_C = 0.67$$

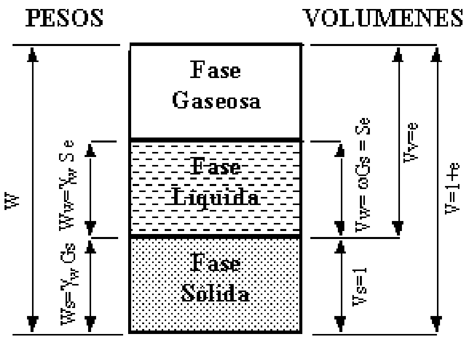
PROBLEMA 12.

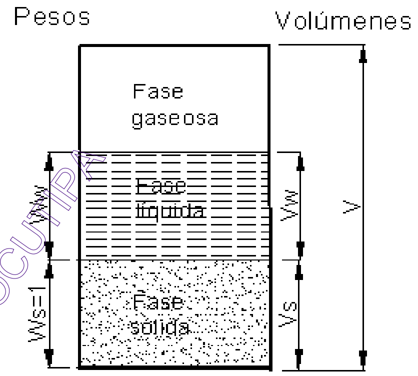
Se conoce que el límite líquido de un suelo es 70% y el límite plástico ha sido determinado como 50%. Se pide hallar la magnitud del límite de contracción.

Para poder resolver este ejercicio es necesario utilizar el grafico de plasticidad

De las ecuaciones [A.56] y [A.57] se tienen las ecuaciones de la línea *A* y la línea *U*.

Línea A $\Rightarrow$ $IP = 0.73\ (LL - 20)$
Línea U $\Rightarrow$ $IP = 0.9\ (LL - 8)$





PASO 1

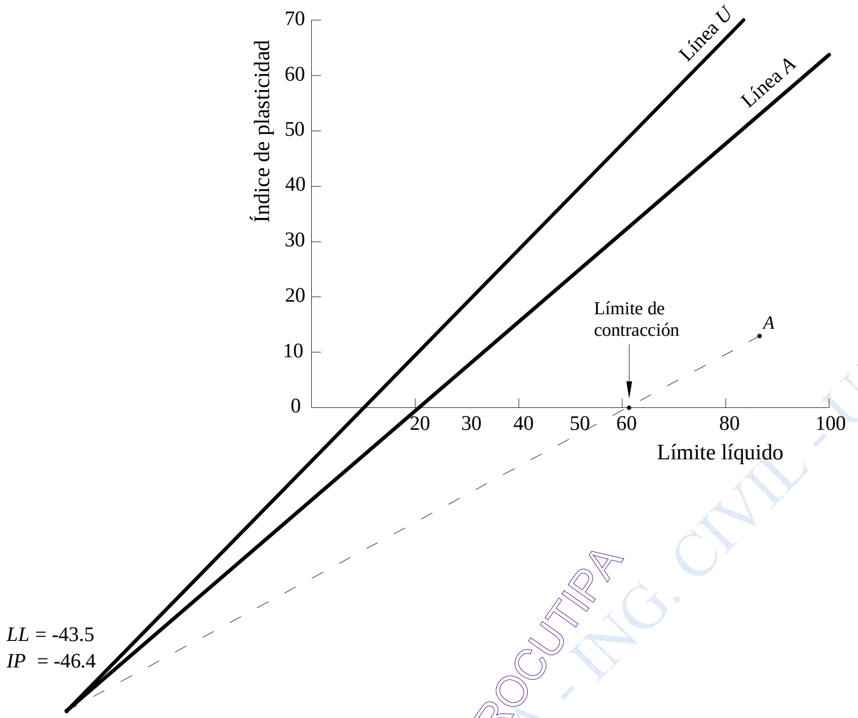
Determinar el punto de intersección de la línea *A* y la línea *U*.

$$0.73\cdot(LL - 20) = 0.9\cdot(LL - 8)$$

$$0.73\cdot LL - 14.6 - 0.9\cdot LL + 7.2 = 0$$

$$LL = -43.53$$
$$IP = -46.38$$

$$Inter\sec ción\ (-43.53, -46.38)$$



PASO 2

Determinar la ecuación que se forma entre el punto de intersección y el punto *A* dado.

Para el punto *A* (dato) se tienen los siguientes datos:

LL = 70%
LP = 50 %

Entonces el índice de plasticidad será:

IP = LL – LP

IP = 70 – 50 $\Rightarrow$ IP = 20

$A(70, 20)$

Hallar la ecuación de la recta que pase por los puntos de intersección y *A*:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{X_2 - X_1}(X - X_1) \qquad [12.1]$$

Haciendo cambio de variable:

IP = *Y*
LL = *X*

Entonces los puntos A y de intersección serán:

$$Inter\sec ción\left(X_1, Y_1\right) \quad \Rightarrow \quad Inter\sec ción\left(-43.53, -46.38\right)$$
$$A\left(X_2, Y_2\right) \quad \Rightarrow \quad A\left(70, 20\right)$$

Reemplazando en la ecuación [12.1] estos dos puntos se tiene:

$$IP - (-46.38) = \frac{20 - (-46.38)}{70 - (43.53)} \cdot (LL - (-43.53))$$

$$IP + 46.38 = \frac{66.38}{113.53} \cdot (LL + 43.53)$$

$$IP - 0.58 \cdot LL + 20.93 = 0$$

Para *IP* = 0 el límite líquido será igual al límite de contracción *LC*, entonces se tiene:

$$0 - 0.58 \cdot LC + 20.93 = 0$$

$$LC = \frac{20.93}{0.58} \quad \Rightarrow \quad LC = 35.79$$

PROBLEMA 13.

Para un contenido de humedad w =35% se tiene 30 golpes en el aparato de casagrande y del ensayo de límite plástico se obtiene LP = 27%.

a) Estimar el límite líquido.
b) Estimar el límite de Contracción.
c) Estimar el índice de liquidez para un $w_{insitu} = 32.3\%$

a) Determinar el límite líquido.

De la ecuación [A.52] se tiene:

$$LL = w_N \cdot \left(\frac{N}{25}\right)^{tg\beta}$$

Donde:

tan β = Pendiente de la línea de flujo (0.121 es una buena aproximación).
$N = 30$
$w_N = 0.35$

$$LL = 0.35 \cdot \left(\frac{30}{25}\right)^{0.121} \Rightarrow \qquad LL = 0.3578$$

b) Determinar el límite de contracción.

Línea A $\Rightarrow$ IP = 0.73 (LL – 20)

Línea U $\Rightarrow$ IP = 0.9 (LL – 8)

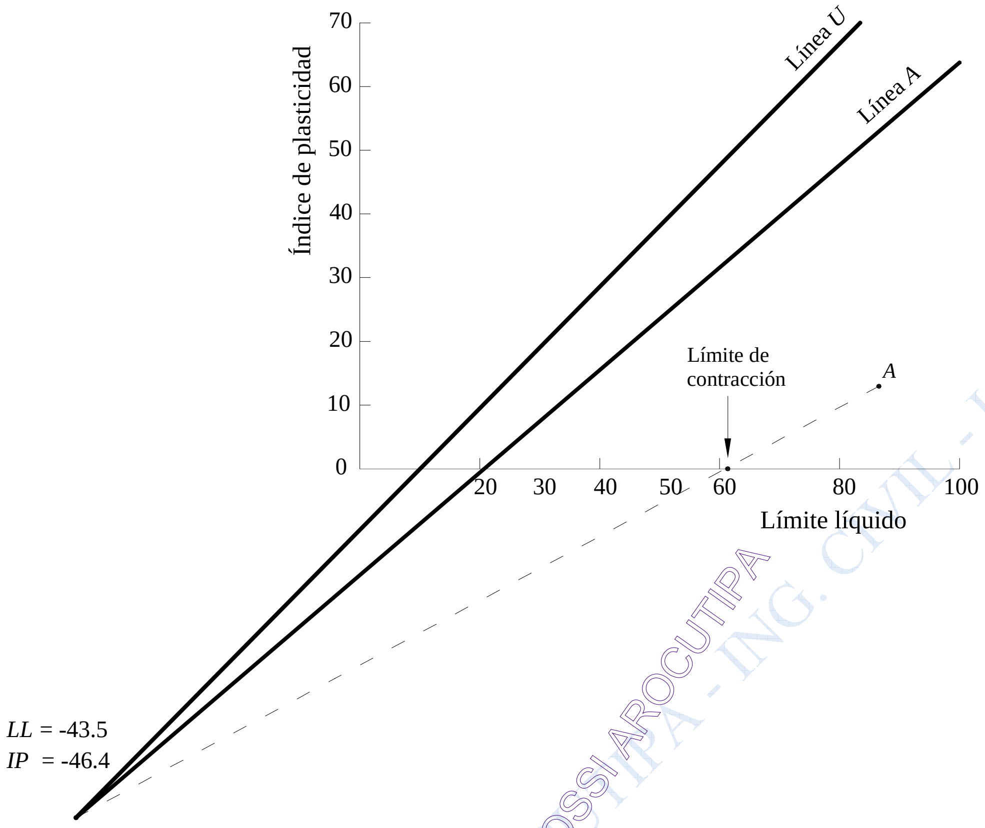
PASO 1

Determinar el punto de intersección de la línea *A* y la línea *U*.

0.73·(*LL* – 20) = 0.9·(*LL* – 8)

0.73·*LL* – 14.6 - 0.9·*LL* + 7.2 = 0
LL = – 43.53
IP = – 46.38

$$Inter\sec ción\,(-43.53, -46.38)$$



PASO 2

Determinar la ecuación que se forma entre el punto de intersección y el punto *A* dado.

Para el punto *A* (dato) se tienen los siguientes datos:

LL = 35.78%
LP = 27%

Entonces el índice de plasticidad será:

IP = LL – LP

IP = 35.78 – 27 $\Rightarrow$ IP = 7.78

$A(35.78, 7.78)$

Hallar la ecuación de la recta que pase por los puntos de intersección y *A*:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{X_2 - X_1}(X - X_1) \qquad [13.1]$$

Haciendo cambio de variable:

$$IP = Y$$
$$LL = X$$

Entonces los puntos A y de intersección serán:

$$Inter\sec ción\left(X_1, Y_1\right) \Rightarrow \quad Inter\sec ción\left(-43.53, -46.38\right)$$
$$A\left(X_2, Y_2\right) \Rightarrow \quad A\left(35.78, 7.78\right)$$

Reemplazando en la ecuación [17.1] estos dos puntos se tiene:

$$IP-(-46.38)=\frac{7.78-(-46.38)}{35.78-(-43.53)}\cdot(LL-(-43.53))$$

$$IP+46.38=\frac{54.16}{79.31}\cdot(LL+43.53)$$

$$IP-0.62\cdot LL+16.65=0$$

Para *IP* = 0 el límite líquido será igual al límite de contracción *LC*, entonces se tiene:

$$0-0.62\cdot LC+16.65=0$$

$$LC=\frac{16.65}{0.62} \quad \Rightarrow \quad LC=26.86$$

c) Determinar el índice de liquidez.

De la ecuación [A.54] se tiene:

$$LI=\frac{w_{insitu}-PL}{LL-PL}$$

Reemplazando los valores hallados se tiene:

$$LI=\frac{32.3-27}{35.78-27} \quad \Rightarrow \quad LI=0.6$$

PROBLEMA 14.

El volumen de una muestra irregular de suelo parcialmente saturado se ha determinado cubriendo la muestra con cera y pesándola al aire y bajo agua. Se conocen:

Peso total de la muestra de aire	$M_m = 180.6$ g
Contenido de humedad de la muestra	$w_m = 13.6\%$
Peso de la muestra envuelta en cera, en el aire	$M_{(m+c)} = 199.3$ g
Peso de la muestra envuelta en cera, sumergida	$M_{(m+c)}^{agua} = 78.3$ g
Gravedad especifica de los sólidos	$G_S = 2.71$
Gravedad especifica de la cera	$G_C = 0.92$

Determinar el peso específico seco, γ_d y el grado de saturación, S del suelo.

PASO 1

Determinar el peso de la cera el peso seco del suelo.

$$M_{cera} = M_{m+c} - M_m = 199.3 - 180.6 = 18.7$$

$$M_{cera} = 18.7 \ g$$

De la ecuación [A.14] el dato de contenido de humedad se tiene.

$$M_W = w_m \cdot M_S \qquad [14.1]$$

De la ecuación [A.3] se tiene:

$$M_W = M_m - M_S \qquad [14.2]$$

Igualando las ecuaciones [14.1] y [14.2] se tiene:

$$w_m \cdot M_S = M_m - M_S \qquad [14.3]$$

Despejando M_S se tiene:

$$M_S = \frac{M_m}{1 + w_m} \qquad [14.4]$$

Reemplazando datos se tiene:

$$M_S = \frac{180.6}{1 + 0.136} \qquad \Rightarrow \qquad M_S = 158.98 \ g$$

PASO 2

Determinar el volumen de agua sólidos y cera:

De la ecuación [A.6] se tiene:

$$V_W = \frac{W_W}{\gamma_W} = \frac{0.136 \cdot 158.98}{1} \quad \Rightarrow \quad V_W = 21.62 \text{ g}$$

De las ecuaciones [A.15] y [A.7] se tiene:

$$G_S = \frac{\rho_S}{\rho_W} \quad \Rightarrow \quad V_S = \frac{M_S}{G_S \cdot \rho_w} \qquad [14.5]$$

$$V_S = \frac{158.98}{2.71 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad V_S = 58.66 \text{ cm}^3$$

Se procede de la misma manera para el volumen de la cera:

$$V_{cera} = \frac{M_{cera}}{G_C \cdot \rho_w}$$

$$V_{cera} = \frac{18.7}{0.92 \cdot 1} \quad \Rightarrow \quad V_{cera} = 20.33 \text{ cm}^3$$

PASO 3

Determinar el volumen de la muestra.

Siguiendo el principio de Arquímedes:

El volumen de la muestra con cera (volumen total, V_t) es igual al volumen de agua desplazado cm^3, e igual a su masa en gramos:

$$M_t = \rho_W V_t \quad \Rightarrow \quad V_t = \frac{M_t}{\rho_W} \qquad [14.6]$$

$$M_t = M_{s+c} - M_{(s+c)}'$$

$$M_t = 199.3 - 78.3 \quad \Rightarrow \quad M_t = 121 \text{ g}$$

Reemplazado M_t en la ecuación [14.6] se tiene:

$$V_t = \frac{121}{1} \quad \Rightarrow \quad V_t = 121 \text{ cm}^3$$

Entonces el volumen de la muestra será:

$$V_m = V_t - V_{cera}$$

$$V_m = 121 - 20.3 \qquad \Rightarrow \qquad V_m = 100.67\ \text{cm}^3$$

De la ecuación [A.8] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{M_d}{V} \qquad \Rightarrow \qquad \gamma_d = \frac{159.0}{100.7} \qquad \Rightarrow \qquad \gamma_d = 1.58\ \text{g/cm}^3$$

Cambiando unidades:

$$\gamma_d = 15.49\ \text{kN/m}^3$$

De la ecuación [A.26] se tiene:

$$\gamma_d = \frac{G_S \cdot \gamma_W}{1 + \left(\frac{w \cdot G_S}{S}\right)} \qquad \Rightarrow \qquad \rho_d = \frac{G_S \cdot \rho_W}{1 + \left(\frac{w \cdot G_S}{S}\right)}$$

Despejando S se tiene:

$$S = \frac{w \cdot G_S \cdot \rho_d}{G_S \cdot \rho_W - \rho_d} \qquad \Rightarrow \qquad S = \frac{(13.6) \cdot (2.71) \cdot (1.58)}{(2.71) \cdot (1) - 1.58}$$

$$S = 0.515 \qquad \Rightarrow \qquad S = 51.5\ \%$$

PROBLEMA 15.

Determine el límite de contracción a partir de los siguientes datos:

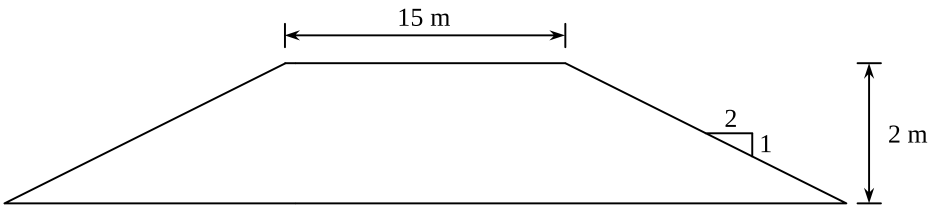
(1) Densidad del mercurio, Mg/m^3:	13.55
(2) Masa del mercurio en el recipiente de contracción, g:	230.65
(3) Masa del recipiente, g:	19.76
(4) Masa del recipiente de contracción más la muestra húmeda, g:	49.19
(5) Masa del recipiente de contracción más la muestra seca, g:	43.08
(6) Masa del mercurio desplazado, g:	183.17

Estrategia: La determinación del límite contracción a partir de estos datos es un procedimiento de laboratorio. El procedimiento a seguir se resume en la tabla siguiente:

Muestra	
Densidad del mercurio, (ρ_m) Mg/m3:	13.55
Masa del mercurio en el recipiente de contracción, g:	230.65
Volumen inicial de muestra, (V) cm^3:	17.02
Masa del recipiente, (M_t) g:	19.76
Masa del recipiente de contracción más la muestra húmeda, (M_W) g:	49.19
Masa del recipiente de contracción más la muestra seca, (M_d) g:	43.08
Masa del mercurio desplazado, g:	183.17
Masa de la muestra húmeda, (M) g $M = M_w - M_t$	29.43
Masa de la muestra seca, (M_0) g $M_0 = M_d - M_t$	23.32
Volumen de mercurio desplazado, (V_0) cm^3: $w = \left(\dfrac{(V - V_0)}{M_0}\right) \cdot 100$	13.52
Contenido de humedad inicial, (w) %:	26.20
Límite de contracción (SL), %: $SL = w - \left\{\left[\dfrac{(V - V_0) \cdot \rho_W}{M_0}\right] \cdot 100\right\}$	**11.18**

PROBLEMA 16.

Se requiere construir un terraplén de una carretera que tendrá las características de la figura:



La longitud del terraplén será de 600 m y se desea que tenga un índice de vacíos de 0.5.
Las propiedades del los dos bancos son las siguientes:

	Banco A	Banco B
Peso especifico	18.5 kN/m^3	19 kN/m^3
Contenido de humedad	10 %	5 %
Gravedad especifica	2.65	2.65
Distancia a la obra	3 km	4 km
Esponjamiento	20 %	30 %

Tomar en cuenta que una volqueta tiene una capacidad de 3 m^3 y su costo por el uso es de 15 Bs. por kilómetro recorrido.

a) Determinar los volúmenes a extraer, los volúmenes a transportar.
b) Determinar el banco de préstamo más favorable.
c) Tomando en cuenta el porcentaje de esponjamiento determinar el índice de vacíos del material suelto (extraído) para el banco de préstamo escogido.

a) Determinar los volúmenes a extraer, los volúmenes a transportar.

PASO 1

Determinar el volumen del terraplén.

De la definición del volumen de un trapecio se tiene:

$$V_t = \frac{(B+b)\cdot H}{2}\cdot L$$

$$V_t = \frac{(15+23)\cdot 2}{2}\cdot 600 \quad \Rightarrow \quad V_t = 22800 \ \text{m}^3$$

PASO 2

Determinar los volúmenes a extraer de cada banco de préstamo.

De la ecuación [A.18] se tiene:

$$\gamma = \frac{(1+w)\cdot G_S \cdot \gamma_w}{1+e}$$

Despejando el índice de vacíos, *e*:

$$e = \frac{(1+w)\cdot G_S \cdot \gamma_W}{\gamma} - 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} e_A &= \frac{(1+0.1)\cdot(2.65)\cdot(9.81)}{18.5} - 1 \\ e_B &= \frac{(1+0.05)\cdot(2.65)\cdot(9.81)}{19} - 1 \end{aligned}$$

$$e_A = 0.55$$
$$e_B = 0.44$$

De la ecuación [A.12] se tiene:

$$e = \frac{V_V}{V_S} \quad \Rightarrow \quad e \cdot V_S = V_V$$

A partir de los datos e incógnitas dadas se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} e_A V_S = V_{V(bancoA)} \\ e_B V_S = V_{V(bancoB)} \\ e_{fnal} V_S = V_{V(final)} \\ V_S + V_{V(final)} = V_{terraplen} \end{cases} \qquad \begin{cases} 0.55 V_s = V_{vA} \\ 0.44 V_s = V_{vB} \\ 0.50 V_s = V_{vf} \\ V_s + V_{vf} = 22800 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene:

$V_S = 15200$ m^3
$V_{VA} = 8360$ m^3
$V_{VB} = 6688$ m^3
$V_{Vf} = 7600$ m^3

Entonces los volúmenes a extraer para cada banco son:

$$\text{Banco A}: \quad V_A = 15200 + 8360 = 23560 \text{ m}^3$$

$$\text{Banco B}: \quad V_B = 15200 + 6688 = 21888 \text{ m}^3$$

El esponjamiento es el porcentaje de volumen de aumenta el suelo al ser removido. Entonces los volúmenes a transportar serán:

$$\text{Banco A}: \quad V_A = (23560)\cdot(1.20) = 28272.0$$

$$\text{Banco B}: \quad V_B = (21888)\cdot(1.30) = 28454.4$$

b) Determinar el banco de préstamo más favorable.

El costo de 1 volqueta de 3 m^3 es de 15 Bs., entonces:

$$Costo = \frac{15}{3} = 5 \quad \text{Bs\textbackslash km\textbackslash m}^3$$

$$Costo_A = (5)\cdot(282720)\cdot(3) = 424080 \quad \text{Bs.}$$

$$Costo_B = (5)\cdot(28454.4)\cdot(3) = 569088 \quad \text{Bs.}$$

El banco de préstamo más favorable será el banco A, con un costo de transporte de 424080 Bs.

c) Determinar el índice de vacíos del material suelto para el banco de préstamo escogido.

$$V_{banco}(1+f_e) = V_{suelto}$$

$$(1+f_e) = \frac{V_{suelto}}{V_{banco}} = \frac{V_s + V_{v(suelto)}}{V_s + V_{v(banco)}} = \frac{V_s + e_{suelto}V_s}{V_s + e_{banco}V_s} = \frac{1+e_{suelto}}{1+e_{banco}}$$

Despejando el índice de vacíos suelto tenemos:

$$e_{suelto} = (1+f_e)\cdot(1+e_{banco}) - 1$$

$$e_{suelto} = (1+0.20)\cdot(1+0.55) - 1$$

$$e_{suelto} = 0.86$$

PROBLEMA 17.

Un terraplén requiere 5000(m^3) de suelo compactado .Se ha especificado el índice de vacíos del relleno compactado en 0.8.Se dispone de cuatro lugares de préstamo, como se describe en la siguiente tabla, la cual muestra los índices de vacíos del suelo y el costo por metro cúbico para mover el suelo al sitio propuesto. ¿Indique cual es el banco de prestamos mas económico para la obra propuesta.

Banco de Préstamo	Índice de Vacíos	Costo ($\$/m^3$)
Parotani	1.20	9
Cliza	0.85	6
Sacaba	0.75	10
Punata	0.95	7

$V = 5000\left(m^3\right)$ (Suelo Compactado)

$e = 0.8$

PASO 1

Determinar el sistema de ecuaciones, en función de los datos e incógnitas:

$$e_{Paro\tan i} = \frac{V_{V_{Paro\tan i}}}{V_S} \qquad e_{V_{Paro\tan i}} \cdot V_S = V_{V_{Paro\tan i}} \quad \Rightarrow \quad 120 \cdot V_S = V_{V_{Paro\tan i}} \qquad [1]$$

$$e_{Cliza} = \frac{V_{V_{Clizai}}}{V_S} \qquad e_{V_{Cliza}} \cdot V_S = V_{V_{Cliza}} \quad \Rightarrow \quad 0.85 \cdot V_S = V_{V_{Clizai}} \qquad [2]$$

$$e_{Sacaba} = \frac{V_{V_{Sacabaai}}}{V_S} \qquad e_{V_{Sacaba}} \cdot V_S = V_{V_{Sacavaza}} \quad \Rightarrow \quad 0.75 \cdot V_S = V_{V_{Sacabai}} \qquad [3]$$

$$e_{Punata} = \frac{V_{V_{Punata}}}{V_S} \qquad e_{Punata} \cdot V_S = V_{V_{Punata}} \quad \Rightarrow \quad 0.95 \cdot V_S = V_{V_{Punata}} \qquad [4]$$

$$e_{Final} = \frac{V_{V_{Final}}}{V_S} \qquad e_{Final} \cdot V_S = V_{V_{Final}} \quad \Rightarrow \quad 0.80 \cdot V_S = V_{V_{Final}} \qquad [5]$$

$$V = V_S + V_{V_{Final}} \qquad 500 = V_S + V_{V_{Final}} \quad \Rightarrow \quad V_S = 5000 - V_{V_{Final}} \qquad [6]$$

Se tiene un sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas para resolver:

PASO 2

Hallar las incógnitas del sistema de ecuaciones.

$V_S = 2777.78 \text{ m}^3$ De aquí tenemos los Volúmenes Totales que se necesitan:

$V_{V_{Parotani}} = 3333.33 \text{ m}^3$ $V_{Parotani} = 2777.78 + 3333.33 \Rightarrow V_{Parotani} = 6111.11 \text{ m}^3$

$V_{V_{Cliza}} = 2361 \text{ m}^3$ $V_{Cliza} = 2777.78 + 2361.11 \Rightarrow V_{Cliza} = 5138.89 \text{ m}^3$

$V_{V_{Sacaba}} = 2033.33 \text{ m}^3$ $V_{Sacaba} = 2777.78 + 2361.11 \Rightarrow V_{Sacaba} = 4811.11 \text{ m}^3$

$V_{V_{Punata}} = 2638.88 \text{ m}^3$ $V_{Punata} = 2777.78 + 2638.88 \Rightarrow V_{Punata} = 5416.66 \text{ m}^3$

$V_{V_{Final}} = 2222.22 \text{ m}^3$ $\Rightarrow V_{Final} = 5000 \text{ m}^3$

PASO 3

Determinar el costo de cada banco de préstamo.

Banco de Préstamo	Volumen (m^3) (1)	Costo (%/m^3) (2)	Costo Total (%) (3) = (1) · (2)
Parotani	6111.11	9	54999.99
Cliza	5138.89	6	30833.34
Sacaba	4611.11	10	48111.10
Punata	5416.66	7	37916.62

El Banco de préstamo más económico es el de CLIZA.

Flujo de agua

PROBLEMA 1.

Determine la altura del máximo ascenso capilar, de dos muestras de arena. La primera consiste en una arena limpia, donde se han clasificado la mayoría de sus partículas como redondeadas, esta arena tiene una relación de vacíos de 0.60 y un d_{10} = 0.05 mm. La segunda muestra consiste en una arena no limpia, contiene material rugoso, con un índice de vacíos de 0.60 y un d_{10} = 0.05 mm.

PASO 1.
Estimación del coeficiente C.

Para el caso de la primera arena, el enunciado comenta que es una arena *limpia* y una buena parte de sus partículas son: *redondeadas*. Según la tabla D.1, puede estimarse un valor adecuado al caso de:

$$C_1 = 30 \text{ mm}^2$$

Para el caso de la segunda arena, el enunciado comenta que la arena es *no limpia*, una parte significativa de la arena contiene material *rugoso*: Según la tabla D.1, se estima un valor de:

$$C_2 = 50 \text{ mm}^2$$

PASO 2.
Determinación del máximo ascenso capilar.

El máximo ascenso capilar, para ambos suelos será:

$$h_{c1} = \frac{C_1}{e \cdot d_{10}} \qquad h_{c2} = \frac{C_2}{e \cdot d_{10}}$$

Reemplazando los valores de:
$e = 0.6$
$d_{10} = 0.05$ mm.
$C_1 = 30 \text{ mm}^2$
$C_2 = 50 \text{ mm}^2$

Se tendrá que:

$$h_{c1} = \frac{30}{0.6 \cdot 0.05} \qquad h_{c2} = \frac{50}{0.6 \cdot 0.05}$$

El máximo ascenso capilar de la primera arena, será:

$$\mathbf{h_{c1} = 1000 \text{ mm.}} \qquad \mathbf{h_{c2} = 1666.6 \text{ mm.}}$$

Comentario: Las dos arenas tienen el mismo índice de vacíos y diámetro efectivo, pero ambas varían en la forma y limpieza de sus partículas. Los resultado muestran, que el máximo ascenso capilar es mayor en la segunda arena que en la primera; por lo cual se ve que el ascenso capilar en suelos depende de la textura de las partículas, mientras más rugoso sea el suelo mayor será el ascenso capilar

PROBLEMA 2.

Determine el máximo ascenso capilar, en tres tubos de diámetros diferentes mostrados en la figura 4.21. La tensión superficial del agua es: T = 0.073 N/m, los tubos están limpios y los diámetros son: d_1 = 2 [mm]; d_2 = 3 [mm]; d_3 = 4 [mm].

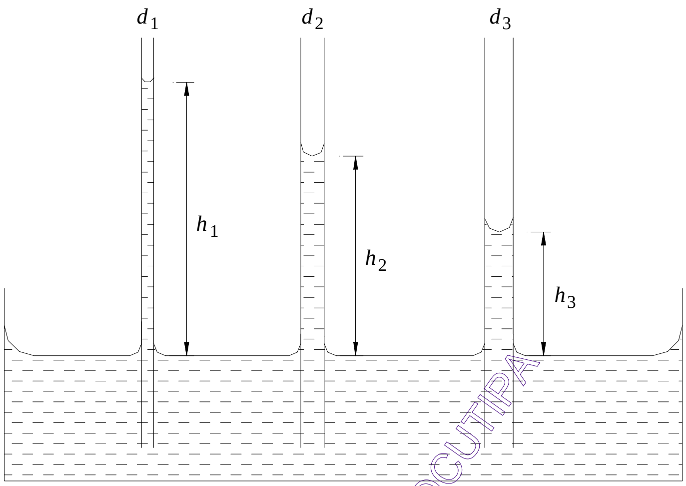


Figura 4.21. Ascenso capilar máximo en tubos de diámetro variado.

PASO 1.

Determinación del valor del ángulo α.

Para el caso de tubos limpios, el valor del ángulo α, siempre toma el valor de:

$$\alpha = 0$$

PASO 2.

Determinación del máximo ascenso capilar.

El ascenso máximo capilar en los tubos, será:

$$h_{c1} = \frac{4 \cdot T \cdot \cos\alpha}{d_1 \cdot \gamma_w} \qquad h_{c2} = \frac{4 \cdot T \cdot \cos\alpha}{d_2 \cdot \gamma_w} \qquad h_{c3} = \frac{4 \cdot T \cdot \cos\alpha}{d_3 \cdot \gamma_w}$$

Reemplazando los valores de:

$\alpha = 0$
T = 0.073 N/m.
$\gamma_w = 9.81\text{x}10^3$ N/m^3 *(expresado en N/m^3)*
$d_1 = 2\text{x}10^{-3}$ m. *(convertido a metros)*
$d_2 = 3\text{x}10^{-3}$ m. *(convertido a metros)*
$d_3 = 4\text{x}10^{-3}$ m. *(convertido a metros)*

Se tendrá que:

$$h_{c1} = \frac{4 \cdot 0.073 \cdot 1}{2x10^{-3} \cdot 9.81x10^{3}} \qquad h_{c2} = \frac{4 \cdot 0.073 \cdot 1}{3x10^{-3} \cdot 9.81x10^{3}} \qquad h_{c3} = \frac{4 \cdot 0.073 \cdot 1}{4x10^{-3} \cdot 9.81x10^{3}}$$

Por lo tanto el máximo ascenso capilar en los tres tubos, será:

$$\boldsymbol{h_{c1} = 1.4x10^{-2}\ \text{m.}} \qquad \boldsymbol{h_{c2} = 9.9x10^{-3}\ \text{m.}} \qquad \boldsymbol{h_{c3} = 7.44x10^{-3}\ \text{m.}}$$

***Comentario*:** La única variación de los tres tubos de la figura 4.21, es su diámetro. De los resultados obtenidos, se concluye que mientras más pequeño sea el diámetro, mayor será el ascenso capilar.

PROBLEMA 3.

Se ha extraído una muestra de suelo compuesta de arena y arcilla, donde se realizaron diversos ensayos en los cuales se determinaron distintas características del suelo, que son: $\omega = 21.3$ %, G_s = 2.60, γ = 19.74 KN/m^3 y d_{10} = 0.11 mm. La rugosidad y esfericidad de las partículas del suelo han sido estimadas, ambas en el rango de: 0.3 a 0.5. Determine el máximo ascenso capilar y estime la altura del suelo saturado con agua capilar.

PASO 1.

Determinación del índice de vacíos.

El índice de vacíos es obtenido de la ecuación A.18, que es:

$$\gamma = \frac{(1+\omega)\cdot G_S \cdot \gamma_w}{1+e}$$

Reemplazando los valores de:

ω = 0.213 *(convertido a decimal)*
G_S = 2.60
γ = 19.74 KN/m^3
γ_w = 9.81 KN/m^3

Se tiene que:

$$19.74 = \frac{(1+0.213)\cdot 2.60 \cdot 9.81}{1+e}$$

El índice de vacíos será:

$$e = 0.56$$

PASO 2.

Estimación del coeficiente C.

En el enunciado, se describe que las partículas del suelo en general tienen una rugosidad y esfericidad en el rango de: 0.3 a 0.5 en la Figura A.1. Según a esta tabla, las partículas tienen mas forma rugosa que redondeada. Ya que el suelo es arcilloso, esto da la idea de que las partículas están ligeramente sucias. En base a toda esta información, según a la tabla D.1, se estima un valor del coeficiente de:

$$C = 50 \text{ mm}^2$$

PASO 3.

Determinación del máximo ascenso capilar.

El máximo ascenso capilar será:

$$h_c = \frac{C}{e \cdot D_{10}}$$

Reemplazando los valores de:

e = 0.56
d_{10} = 0.11 mm.
C = 50 mm^2

Se tiene que:

$$h_c = \frac{50}{0.56 \cdot 0.11}$$

El máximo ascenso capilar será:

$$\boldsymbol{h_c = 811.6\ \text{mm.}}$$

PASO 4.

Estimación de la altura de suelo saturado por agua capilar.

Ingresando con un valor de: d_{10} = 0.11 mm, en el ábaco de la figura D.1, se intercepta la curva que corresponde al: Nivel de saturación (figura 4.22).

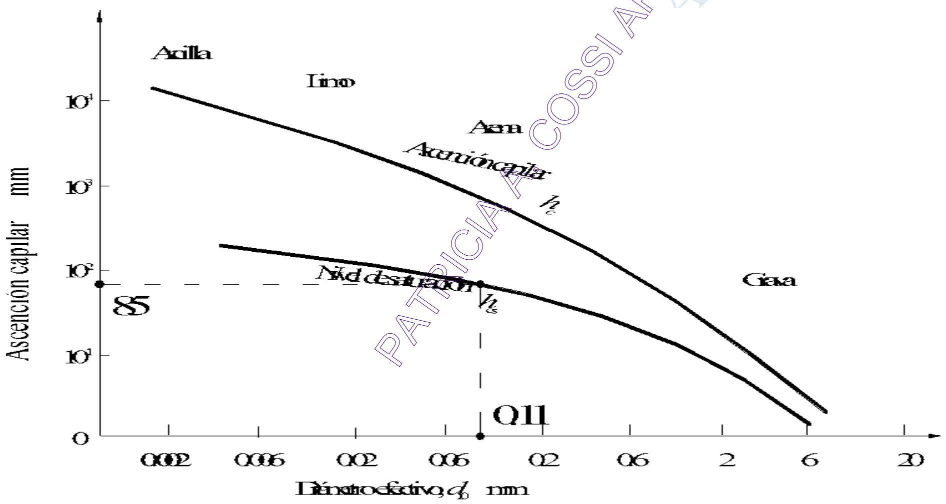


Figura 4.22. Determinación de la altura de suelo saturada de agua capilar.

La altura de suelo saturado es:

$$\boldsymbol{h_{cs} = 85\ \text{mm.}}$$

Comentario: Los resultados muestran, que la altura del máximo ascenso capilar (h_c) es mucho mayor que la altura de suelo saturado de agua capilar (h_{cs}), debido al tamaño de las partículas. En tubos capilares, mientras mayor sea el diámetro menor será el ascenso capilar. En suelos, mientras mayor sea el tamaño de las partículas el valor de d_{10} se incrementará, ocasionando que el tamaño de los espacios vacíos entre partículas crezcan. Como consecuencia de esto, la altura máxima de asenso capilar y la altura de suelo saturado por agua capilar serán cada vez menores cuando el tamaño de las partículas del suelo sea mayor.

PROBLEMA 4.

En un suelo compuesto de arena fina limosa, se ha registrado el nivel freático a 5 [m] de profundidad. También se ha realizado un ensayo granulométrico y de gravedad específica en una muestra representativa de este suelo, los resultados de estos ensayos se muestran respectivamente en la tabla 4.3. Mediante otro ensayo se determino que el suelo tiene un γ_d = 19.7 KN/m^3, se sabe también que las partículas del suelo han sido clasificadas con una rugosidad de 0.9 y una esfericidad en el rango de 0.7 a 0.9. Determine la profundidad (D_1) del máximo ascenso capilar y la profundidad (D_2) del suelo saturado de agua capilar.

Tabla 4.3. Resultados de los ensayos de granulometría y de gravedad específica.

Tamiz Nro.	Abertura [mm]	Masa retenida [gr]
4	4,75	0
10	2	40,2
20	0,85	84,6
30	0,6	50,2
40	0,425	40
60	0,25	106,4
140	0,106	108,8
200	0,075	59,4
Plato	-------	8,7

PASO 1.

Determinación de la gravedad específica:

El peso del frasco con agua hasta el tope sin el suelo, será:

$$738.5 - 103.4 = 635.1 \text{ gr.}$$

El peso de un volumen de agua igual al volumen del suelo, será:

$$674.3 - 635.1 = 39.2 \text{ gr.}$$

Por lo cual:

$$G_S = \frac{103.4}{39.2}$$

La gravedad específica de los sólidos, será:

$$G_S = 2.63$$

Al no especificarse una temperatura en la que se realizó el ensayo, se asume que es de 20º C.

PASO 2.

Determinación del índice de vacíos.

La ecuación A.24, relaciona: γ_d, e y G_s, que es:

$$\gamma_d = \frac{G_S \cdot \gamma_w}{1+e}$$

Reemplazando los valores de:

G_S = 2.63
γ_d = 19.7 KN/m^3
γ_w = 9.81 KN/m^3

El índice de vacíos será:

e = 0.3

PASO 3.

Determinación del diámetro efectivo.

Procesando los resultados de la tabla 4.3, se tiene que:

Tamiz Nro.	Abertura mm	Masa retenida gr	Masa acumulada	Porcentaje que pasa
4	4.75	0	0	100.00
10	2	40.2	40.2	91.93
20	0.85	84.6	124.8	74.95
30	0.6	50.2	175	64.88
40	0.425	40	215	56.85
60	0.25	106.4	321.4	35.50
140	*0.106*	108.8	430.2	*13.67*
200	*0.075*	59.4	489.6	*1.75*
Plato	-------	8.7	498.3	0.00

Interpolando las cifras correspondientes al 10 %, el diámetro efectivo será:

d_{10} = 8.23x10^{-2} mm.

PASO 3.

Estimación del coeficiente *C*.

Las partículas han sido clasificadas con una rugosidad de 0.9 y una esfericidad en el rango de 0.7 a 0.9, que según la Figura A.1 corresponde a una forma redondeada. La cantidad de material fino que se deposita en el plato (ensayo granulométrico) constituye un 1.7 % del total del suelo, lo que significa que la muestra está relativamente limpia. Según a la tabla D.1, con toda esta información se estima un coeficiente de:

C = 30 mm^2

PASO 4.

Determinación de la profundidad máxima de ascenso capilar:

El máximo ascenso capilar será:

$$h_c = \frac{C}{e \cdot D_{10}}$$

Reemplazando los valores de:

$e = 0.3$
$d_{10} = 8.23x10^{-2}$ mm.
$C = 30$ mm^2

Se tiene que:

$$h_c = \frac{30}{0.3 \cdot 8.23x10^{-2}}$$

El máximo ascenso capilar, será:

$h_c = 1215$ mm.

Por lo tanto, la profundidad (D_1) de la máxima ascensión capilar en metros será:

$D_1 = 5 - 1.215$

$\mathbf{D_1 = 3.78}$ **m.**

PASO 5.

Determinación de la profundidad (D2) del suelo saturado de agua capilar.

Ingresando con un valor de: d_{10} = $8.23x10^{-2}$ mm, en el ábaco de la figura D.1, se intercepta la curva que corresponde al: Nivel de saturación (figura 4.23).

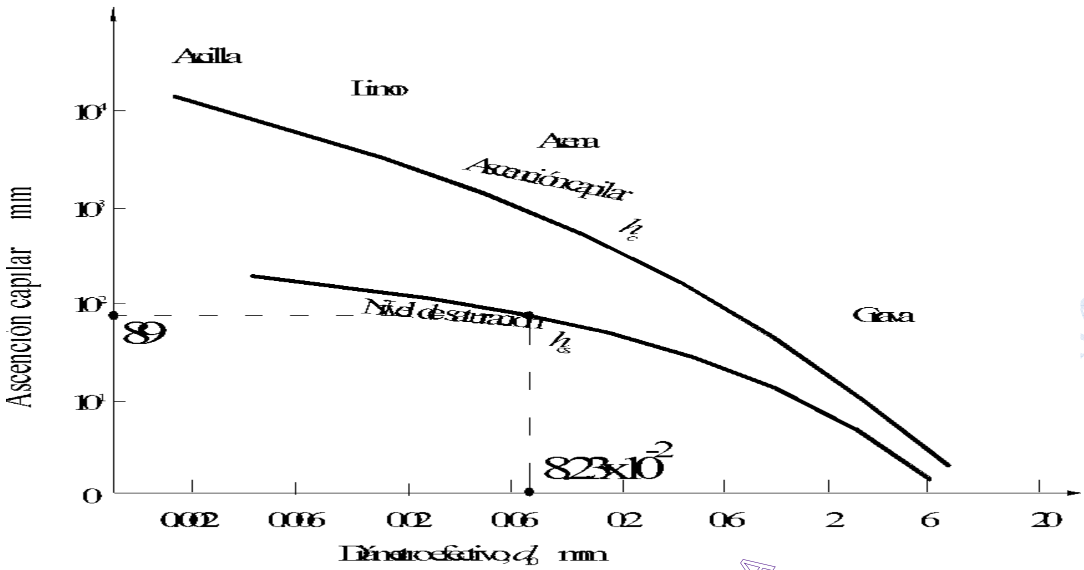


Figura 4.23. Determinación de la altura de suelo saturada de agua capilar.

La altura del suelo saturado de agua capilar es:

h_{cs} ***= 89 mm.***

Por lo tanto, la profundidad (D_2) del suelo saturado de agua capilar es:

$D_1 = 5 - .089$

$\mathbf{D_1 = 4.91}$ **m.**

Comentario**:** El coeficiente *C*, depende mucho de la forma de las partículas del suelo, para esto debe hablarse en términos de rugosidad y esfericidad. Para determinar la rugosidad y esfericidad de las partículas del suelo, se requiere de la observación microscópica, en el cual el criterio del técnico es indispensable para poder obtener una buena clasificación. En el caso de no disponerse suficiente información sobre la forma de las partículas del suelo, vale la pena tomar un valor promedio de la tabla D.1.

Flujo en una dimensión.

PROBLEMA 5.

Para la figura 4.23, determine el caudal en m^3/s/m, que circula a través del estrato permeable de suelo. Para los valores de: H = 4 m, H_1 = 2 m, h = 3.1 m, L = 30 m, α = 14º y k = 0.05 cm/s.

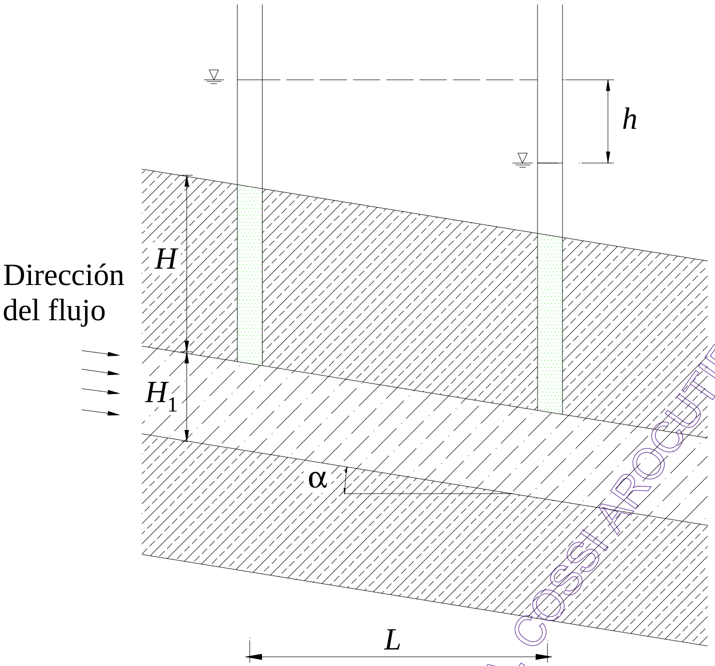


Figura 4.23. Flujo de agua en un estrato de suelo.

PASO 1.

Determinación del gradiente hidráulico y el área de la sección transversal.

El gradiente hidráulico, siempre debe ser calculado con respecto a la dirección del flujo. En base a la ecuación D.4, para el caso de la figura D.22 el gradiente hidráulico será:

$$i = \frac{\Delta h}{L/\cos\alpha}$$

Reemplazando los valores de:
Δh = 3.1 m.
L = 30 m.

Se tiene que:

$$i = \frac{3.1}{30/\cos 14º}$$

El gradiente hidráulico será:

$i = 0.1$

El área de la sección transversal, para 1 m, será:

$$A = H_1 \cdot \cos \alpha \cdot 1$$

Reemplazando:

$$A = 2 \cdot \cos 14^{o}$$

Por lo cual, el área de la sección transversal es:

$$A = 1.94 \text{ m}^2$$

PASO 2.

Determinación del caudal.

El caudal que circula por el estrato permeable será:

$$q = k \cdot i \cdot A$$

Reemplazando los valores de:

$k = 0.05$ cm/s.
$i = 0.1$
$A = 1.94$ m^2

Se tiene que:

$$q = 5x10\text{-}4 \cdot 0.1 \cdot 1.94$$

El caudal será:

$$\boldsymbol{q = 9.7x10^{-5} \text{ m}^3/\text{s.}}$$

Comentario: El gradiente hidráulico y el área de la sección transversal, siempre son determinados con respecto a la dirección del flujo.

PROBLEMA 6.

El permeámetro de la figura 4.24, tiene las siguientes dimensiones: h = 28 cm; z = 24 cm y L = 50 cm. El área de la sección transversal del permeámetro es de: 530 cm^2. Se ha determinado que el peso unitario de la arena es de: γ= 18 kN/m^3. Manteniendo una carga hidráulica constante, pasa a través de la arena un volumen de 100 cm^3 en 18 segundos. Determine la conductividad hidráulica de la arena.

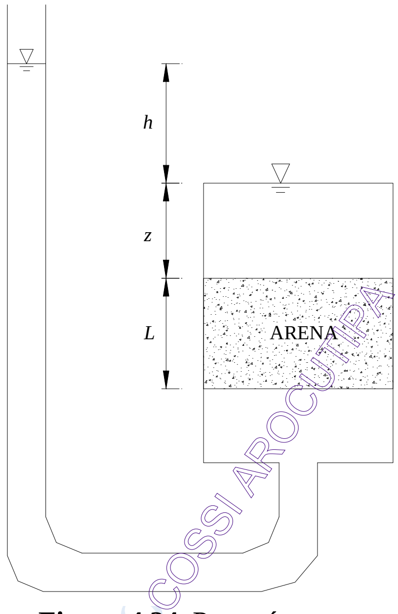


Figura 4.24. Permeámetro.

PASO 1.

Determinación del gradiente hidráulico.

El gradiente hidráulico, será:

$$i = \frac{h}{L}$$

Reemplazando los valores de:

h = 28 cm. *(pérdida de carga)*
L = 50 cm.

Se tiene que:

$$i = \frac{28}{50}$$

El gradiente hidráulico será:

i = 0.56

PASO 2.

Determinación del caudal que circula.

El caudal de descarga, que circula por el sistema será:

$$q = \frac{Q}{t}$$

Reemplazando los valores de:

$Q = 100\ cm^3$
$t = 18$ seg.

Se tiene que:

$$q = \frac{100}{18}$$

El caudal que circula por el sistema será:

$$q = 5.55\ cm^3/s.$$

PASO 3.

Determinación de la conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica, se determina de la ecuación:

$$q = k \cdot i \cdot A$$

Reemplazando los valores de:

$q = 5.55\ cm^3/s.$
$i = 0.56$
$A = 530\ cm^2$

Se tiene que:

$$5.55 = k \cdot 0.56 \cdot 530$$

Despejando, la conductividad hidráulica será:

$$\mathbf{k = 1.86x10^{-2}\ cm/s.}$$

Comentario: El caudal de descarga, es calculado con la ecuación D.11 o determinado con una relación de volumen y tiempo que este relacionada al suelo. Este caudal, será el mismo en cualquier punto del sistema, sea en el suelo o fuera de el. En el caso de no disponerse suficiente información para determinar algún valor del sistema de flujo en una dimensión, se puede recurrir a comparar caudales en dos puntos del sistema y así obtener ecuaciones útiles.

PROBLEMA 7.

En un ensayo en laboratorio, se ha determinado que la conductividad hidráulica de un suelo es:$1.8x10^{-2}$ cm/s, para una temperatura del agua de 15º C. ¿Cómo debería ser considerada la conductividad hidráulica en términos corrientes de mecánica de suelos?

PASO 1.

Determinación del valor del coeficiente C_t.

De la tabla D.8, se elige un coeficiente adecuado que corresponda a la corrección de una temperatura de 15º C, este es:

$$C_t = 1.135$$

PASO 2.

Determinación de la conductividad hidráulica para 20 ºC.

La corrección por temperatura para la conductividad hidráulica es:

$$k_{20} = C_t \cdot k_T$$

Reemplazando el valor de:

$C_t = 1.135$

Se tiene que:

$$k_{20} = 1.135 \cdot 1.8x10^{-2}$$

La conductividad hidráulica para 20º C, será:

$$\mathbf{k_{20} = 2x10^{-2}\ cm/s.}$$

Comentario: Al realizar un ensayo en laboratorio, las condiciones de temperatura del ambiente y agua pueden variar de diversas maneras. Por lo cual por motivo de compatibilidad, los resultados del ensayo deben ser siempre expresados para una temperatura de 20º C. En el caso de no mencionarse alguna temperatura en que se realizo el ensayo, debe asumirse que el valor de la conductividad hidráulica corresponde a una temperatura de 20º C.

PROBLEMA 8.

En una muestra representativa de suelo, se ha realizado un ensayo de conductividad hidráulica. La tabla 4.4, muestra los resultados de tres ensayos que se realizaron con esta muestra de suelo en laboratorio.

Tabla 4.4. Resultados de un ensayo de permeabilidad.

Nro. Ensayo		**1**	**2**	**3**
Cantidad de flujo	cm^3	305	375	395
Temperatura del agua	ºC	60	60	60
Tiempo de recolección	seg	25	25	25
Diferencia de carga	cm	60	70	80
Diámetro del espécimen	cm	6.35	6.35	6.35
Longitud del espécimen	cm	13.2	13.2	13.2
Área del espécimen	cm^2	31.67	31.67	31.67

Determine: La conductividad hidráulica del suelo.

PASO 1.

Determinación de la conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica será:

$$k_1 = \frac{Q_1 \cdot L}{\Delta h_1 \cdot A \cdot t} \qquad k_2 = \frac{Q_2 \cdot L}{\Delta h_2 \cdot A \cdot t} \qquad k_3 = \frac{Q_3 \cdot L}{\Delta h_3 \cdot A \cdot t}$$

Reemplazando los valores correspondientes a cada ensayo:

$Q_1 = 305\ cm^3$
$Q_2 = 375\ cm^3$
$Q_3 = 395\ cm^3$
$\Delta h_1 = 60$ cm.
$\Delta h_2 = 70$ cm.
$\Delta h_3 = 80$ cm.
$t = 25$ seg.
$L = 13.2$ cm.
$A = 31.67\ cm^2$

Se tendrá que:

$$k_1 = \frac{305 \cdot 13.2}{60 \cdot 31.67 \cdot 25} \qquad k_2 = \frac{375 \cdot 13.2}{70 \cdot 31.67 \cdot 25} \qquad k_3 = \frac{395 \cdot 13.2}{80 \cdot 31.67 \cdot 25}$$

Las conductividades hidráulicas serán:

$k_1 = 8.5\text{x}10\text{-}2$ cm/s. $\quad k_2 = 8.9\text{x}10\text{-}2$ cm/s. $\quad k_3 = 8.2\text{x}10\text{-}2$ cm/s.

PASO 2.

Determinación de la conductividad hidráulica promedio.

La media aritmética de la conductividad hidráulica, será:

$$k_t = \frac{k_1 + k_2 + k_3}{3}$$

Reemplazando los valores de:

k_1 = 8.5x10^{-2} cm/s.
k_2 = 8.9x10^{-2} cm/s.
k_3 = 8.2x10^{-2} cm/s.

Se tiene que:

$$k_t = \frac{8.5x10^{-2} + 8.9x10^{-2} + 8.2x10^{-2}}{3}$$

La conductividad hidráulica será:

k_t = 8.5x10^{-3} cm/s.

PASO 3.
Corrección por temperatura de la conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica, siempre debe ser expresada para una temperatura de 20 º C. La conductividad hidráulica expresada para una temperatura de 20ºC, será:

$k_{20} = C_t \cdot k_t$

De la tabla D.8, se elige un coeficiente adecuado para la corrección de 60º C, este es:

C_t = 0.468

Reemplazando los valores de:

C_t = 0.468
k_t = 0.085 cm/s.

Se tiene que:

$k_{20} = 0.468 \cdot 0.085$

La conductividad hidráulica para una temperatura de 20 ºC, será:

$\mathbf{k_{20} = 3.97x10^{-2}}$ **cm/s.**

Comentario: Cuando se realiza un ensayo de permeabilidad en laboratorio, generalmente se realizar tres o más ensayos de la misma muestra de suelo, haciendo una variación de la altura de carga. Con el objetivo de tener resultados mas confiables. La conductividad hidráulica, será la media aritmética de todas estas conductividades calculadas, en esta siempre se debe hacerse una corrección por temperatura. Es importante que la temperatura del agua se mantenga constante en todos los ensayos que se realicen con la misma muestra de suelo.

PROBLEMA 9.

Para una muestra representativa de suelo, se ha realizado un ensayo de conductividad hidráulica con un permeámetro de carga variable, del cual se obtienen los siguientes datos mostrados en la tabla 4.5.

Tabla 4.5. Resultados del ensayo de permeabilidad con carga variable.

Nro. Ensayo	1	2	3
Diámetro del espécimen [cm]	6,35	6,35	6,35
Longitud del espécimen [cm]	13,2	13,2	13,2
Temperatura del agua [ºC]	25	25	25
Diferencia de carga inicial [cm]	85	76	65
Diferencia de carga final [cm]	24	20	20
Duración del ensayo [s]	15,4	15,3	14,4
Área del espécimen [cm^2]	31,67	31,67	31,67
Volumen de agua que atraviesa el espécimen [cm^3]	64	58	47

Determine: La conductividad hidráulica del suelo.

PASO 1.

Determinación del valor de *a*, en función al volumen.

La cantidad de agua, que pasa por la muestra será: El área del tubo de carga multiplicado por la diferencia de los niveles de agua, que será:

$$Q = a\cdot(h_1 - h_2)$$

El área del tubo de carga (a), expresado en función al volumen será:

$$a = \frac{Q}{h_1 - h_2} \qquad [1]$$

PASO 2.

Determinación de la conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica será:

$$k = \frac{a \cdot L \cdot \ln(h_1 / h_2)}{A \cdot (t_2 - t_1)}$$

Reemplazando la ecuación [1] en esta expresión, se tiene que:

$$k = \frac{Q \cdot L \cdot \ln(h_1 / h_2)}{(h_1 - h_2) \cdot A \cdot (t_2 - t_1)}$$

Reemplazando los valores de:

Nro. Ensayo	**1**	**2**	**3**
Longitud del espécimen cm	13.2	13.2	13.2
Diferencia de carga inicial cm	85	76	65
Diferencia de carga final cm	24	20	20
Duración del ensayo t_2-t_1 seg	15.4	15.3	14.4
Área del espécimen cm^2	31.67	31.67	31.67
Volumen de agua cm^3	64	58	47

Se tendrá que:

$$k_1 = \frac{64 \cdot 13.2 \cdot \ln(85/24)}{(85-24) \cdot 31.67 \cdot (15.4)} \qquad k_2 = \frac{58 \cdot 13.2 \cdot \ln(76/20)}{(76-20) \cdot 31.67 \cdot (15.3)} \qquad k_3 = \frac{47 \cdot 13.2 \cdot \ln(65/20)}{(65-20) \cdot 31.67 \cdot (14.4)}$$

La conductividad hidráulica será:

Nro. Ensayo	**1**	**2**	**3**
Conductividad hidráulica cm/s	$3.59x10^{-2}$	$3.77x10^{-2}$	$3.56x10^{-2}$

La media aritmética, será:

$$k_t = \frac{k_1 + k_2 + k_3}{3}$$

Reemplazando las conductividades hidráulicas, se tiene que:

$$k_t = \frac{3.59x10^{-2} + 3.77x10^{-2} + 3.56x10^{-2}}{3}$$

La conductividad hidráulica será:

$k_t = 3.64x10^{-2}$ cm/s.

PASO 3.

Corrección por temperatura de la conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica, siempre debe ser expresada para una temperatura de 20 º C. Con la ecuación D.31,se realiza la corrección por temperatura, esta es:

$k_{20} = C_t \cdot k_t$

El valor de C_t, es obtenido de la tabla D.8, que para 25 º será:

$C_t = 0.889$

Reemplazando los valores de:

$C_t = 0.889$
$k_t = 3.64x10^{-2}$ cm/s.

Se tiene que:

$k_{20} = 0.889 \cdot 3.6\text{x}10^{-2}$

La conductividad hidráulica para una temperatura de 20º C, será:

$$\mathbf{k_{20} = 3.2x10^{-2}\ cm/s.}$$

Comentario: Cuando se realiza un ensayo de conductividad hidráulica en laboratorio, puede darse la posibilidad no disponerse de algunos datos, pero estos pueden ser determinados implícitamente y hasta puede hacerse ciertas modificaciones en la ecuación general según lo requieran las circunstancias.

PROBLEMA 10.

Para una muestra representativa de suelo, se realizando un ensayo con el permeámetro de carga constante mostrado en la figura 4.25.

Las dimensiones del permeámetro son:

L = 350 mm.
A = 125 cm^2
Δh = 420 mm.

Además se sabe que: El índice de vacíos de la muestra de suelo es de: 0.61 y el agua que recolecta el permeámetro en 3 minutos es de 580 cm^3.

Determine:

a) La conductividad hidráulica de la arena en cm/s.
b) El caudal, la velocidad de descarga y de flujo en cm/s.
c) La pérdida de carga necesaria, para tener un caudal de 5 cm^3/s.

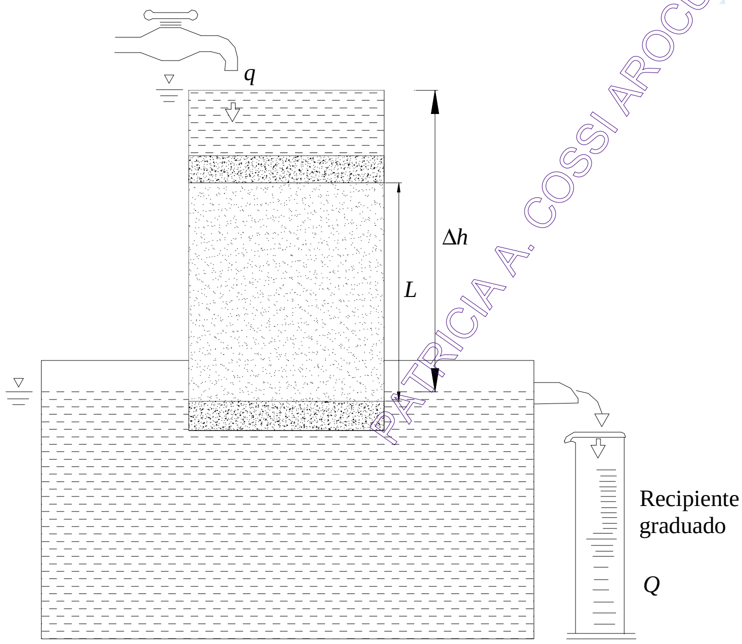


Figura 4.25. Permeámetro de carga constante.

a) Conductividad hidráulica de la arena:

La conductividad hidráulica será:

$$k = \frac{Q \cdot L}{\Delta h \cdot A \cdot t}$$

Reemplazando los valores de:

Q = 580 cm^3
L = 35 cm.
Δh = 42 cm.
A = 125 cm^2
t = 180 seg. *(convertido a segundos)*

Se tiene que:

$$k = \frac{580 \cdot 35}{42 \cdot 125 \cdot 125}$$

La conductividad hidráulica será:

$$\boldsymbol{k = 2.14 \text{x} 10^{-2} \text{ cm/s.}}$$

b) Velocidad de descarga y de flujo en cm/s.

PASO 1.

Determinación del gradiente hidráulico.

El gradiente hidráulico será:

$$i = \frac{\Delta h}{L}$$

Reemplazando los valores de:

Δh = 42 cm.
L = 35 cm.

Se tiene que:

$$i = \frac{42}{35}$$

El gradiente hidráulico será:

$$i = 1.2$$

PASO 2.

Determinación del caudal de descarga.

Para el sistema, el caudal de descarga será:

$$q = k \cdot i$$

Reemplazando los valores de:

k = 2.14x10^{-2} cm/s.
i = 1.2

Se tiene que:

$$q = 2.14 \text{x} 10^{-2} \cdot 1.2$$

El caudal de descarga será:

$$\boldsymbol{q = 2.56\ \text{cm}^3/\text{s.}}$$

PASO 3.

Determinación de la velocidad de descarga.

La velocidad de descarga será:

$$v = k \cdot i$$

Reemplazando los valores de:

$k = 2.14\text{x}10^{-2}$ cm^3/s.
$i = 1.2$

se tiene que:

$$v = 2.14\text{x}10^{-2} \cdot 1.2$$

La velocidad de descarga será:

$$\boldsymbol{v = 2.56\text{x}10^{-2}\ \text{cm/s.}}$$

PASO 4.

Determinación de la porosidad

La ecuación A.42, relaciona el índice de vacíos con la porosidad, está es:

$$e = \frac{n}{1-n}$$

Reemplazando el valor de:

$e = 0.63$

Se tiene que:

$$0.63 = \frac{n}{1-n}$$

La porosidad será:

$$n = 0.38$$

PASO 5.

Determinación de la velocidad de flujo.

La velocidad de flujo será:

$$v_s = \frac{v}{n}$$

Reemplazando los valores de:

v = 2.56x10^{-2} cm/s.
n = 0.38

Se tiene que:

$$v_s = \frac{2.56x10^{-2}}{0.38}$$

La velocidad de flujo será:

$$\mathbf{v_s = 6.73x10^{-2}\ cm/s.}$$

c) Pérdida de carga necesaria para un caudal de 120 cm^3/s:

El caudal de descarga será:

$$q = \frac{Q}{t}$$

Por lo tanto, el caudal que se precisa es 5 cm^3/s, por lo que se tendrá:

$$\frac{Q}{t} = 5 \qquad [1]$$

La conductividad hidráulica, para el ensayo de carga constante es:

$$k = \frac{L}{\Delta h \cdot A} \cdot \frac{Q}{t}$$

Reemplazando la ecuación [1], en esta expresión se tiene que:

$$k = \frac{L}{\Delta h \cdot A} \cdot 5$$

Reemplazando los valores de:

L = 35 cm.
A = 125 cm^2
k = 2.14x10^{-2} cm/s.
Se tiene que:

$$2.14x10^{-2} = \frac{35}{\Delta h \cdot 125} \cdot 5$$

La pérdida de carga necesaria será:

$$\mathbf{\Delta h = 65.42\ cm.}$$

Comentario: Debe tenerse claro, que la velocidad de descarga (v) es distinta a la velocidad de flujo (v_s). El flujo de agua que circula por el suelo, tiene una *velocidad de flujo* y el flujo de agua que circula fuera del suelo tiene una *velocidad de descarga*. El caudal en cambio, resulta ser el mismo en cualquier punto del sistema.

PROBLEMA 11.

En un ensayo de laboratorio con el permeámetro de carga variable mostrado en la figura 4.26, cuando la carga era h_1 = 65 cm, se accionó un cronómetro. A los 30 seg., la carga era de h_2 = 35 cm. Si L = 20 cm; A = 77 cm^2 y a = 1.2 cm^2. Determine:

a) La conductividad hidráulica del suelo.
b) Una aproximación de la conductividad hidráulica, aplicando directamente la Ley de Darcy, para una carga de 50 cm en el ensayo.
c) Una aproximación del tipo de suelo.
d) En cuanto tiempo la carga hidráulica caería de 65 a 50 cm.

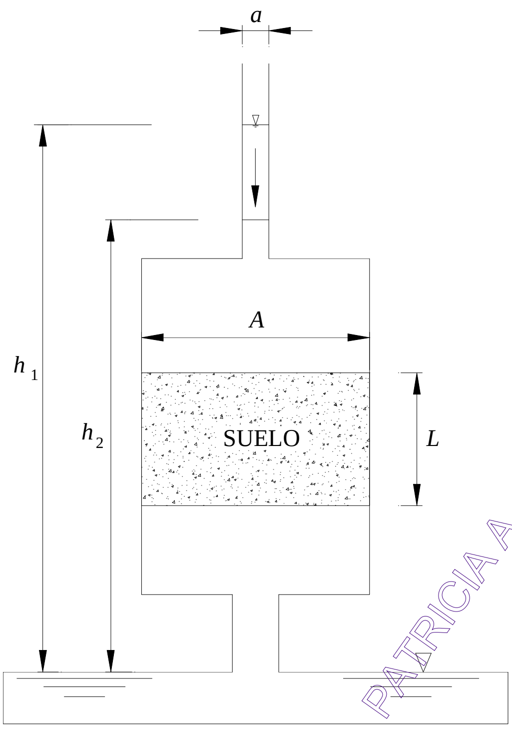


Figura 4.26. Permeámetro de carga variable.

a) Conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica será:

$$k = \frac{a \cdot L \cdot \ln(h_1 / h_2)}{A \cdot (t_2 - t_1)}$$

Reemplazando los valores de:

a = 1.2 cm^2
A = 77 cm^2
L = 20 cm.
h_1 = 65 cm.
h_2 = 35 cm.

$t_2 - t_1 = 30$ seg.

Se tiene que:

$$k = \frac{1.2 \cdot 20 \cdot \ln(65/35)}{77 \cdot 30}$$

La conductividad hidráulica será:

$$\boldsymbol{k = 6.43 \times 10^{-3}} \textbf{ cm/s}$$

b) Aproximación de la conductividad hidráulica.

PASO 1.

Determinación del gradiente hidráulico.

El gradiente hidráulico será:

$$i = \frac{\Delta h}{L}$$

Reemplazando los valores de:

$\Delta h = 50$ cm.
$L = 20$ cm.

Se tiene que:

$$i = \frac{50}{20}$$

El gradiente hidráulico será:

$$i = 2.5$$

PASO 2.

Determinación del caudal que circula en el sistema.

La cantidad de agua que se encuentra en el tubo de área a es:

$$Q = (65 - 35) \cdot 1.2$$

$$Q = 36 \text{ cm}^3$$

El caudal será:

$$q = \frac{Q}{t}$$

Reemplazando los valores de:

$Q = 36$ cm^3

t = 30 seg.

Se tiene que:

$$q = \frac{36}{30}$$

El caudal que circula por el sistema será:

$$q = 1.2 \text{ cm}^3/\text{s.}$$

PASO 3.

Determinación de la conductividad hidráulica:

La conductividad hidráulica es determinada de según la Ley de Darcy, que es:

$$q = k \cdot i \cdot A$$

Reemplazando los valores de:

$i = 2.5$
$q = 1.2 \text{ cm}^3/\text{s.}$
$A = 77 \text{ cm}^2$

Se tiene que:

$$1.2 = k \cdot 2.5 \cdot 77$$

La conductividad hidráulica será:

$$\mathbf{k = 6.23 \times 10^{-3} \text{ cm/s.}}$$

c) Aproximación del tipo de suelo.

Según la tabla D.2, para una conductividad hidráulica de $k = 6.23\text{x}10^{-3}$ cm/s, el suelo corresponde a:

ARENA LIMOSA

d) Tiempo que tarda la carga en descender de 65 a 50 cm.

Despejando la variación de tiempo $t_2 - t_1$ de la ecuación D.13, se tiene que:

$$t_2 - t_1 = \frac{a \cdot L \cdot \ln(h_1 / h_2)}{k \cdot A}$$

Reemplazando los valores de:

$a = 1.2 \text{ cm}^2$
$A = 77 \text{ cm}^2$
$L = 20$ cm.
$h_1 = 65$ cm.
$h_2 = 50$ cm.

k = 6.23x10^{-3} cm/s.

Se tiene que:

$$t_2 - t_1 = \frac{1.2 \cdot 20 \cdot \ln(h_1 / h_2)}{6.23x10^{-3} \cdot 77}$$

El tiempo será:

$t_1 - t_2$ = 12.71 seg.

El tiempo que toma la carga en descender de 65 a 50 cm, será:

***t* = 12.71 seg.**

Comentario: Las ecuaciones, para determinar la conductividad hidráulica pueden usarse de diversas formas para obtener los datos que se requieran. El inciso c), muestra que la conductividad hidráulica de un suelo aporta información acerca del tipo de suelo.

PROBLEMA 12.

Para una muestra de suelo, se realiza un experimento en laboratorio con el permeámetro de se muestra en la figura 4.26. El sistema consta de un arreglo de que tiene dos capas de suelo, en tubos de diámetros diferentes. Las características de los suelos son:

Suelo A:	$A_A = 0{,}38\ m^2$	Suelo B:	$A_B = 0{,}19\ m^2$
	$n_A = 1/2$		$n_B = 1/3$
	$k_A = 0.6$ cm/s		$k_B = 0.3$ cm/s

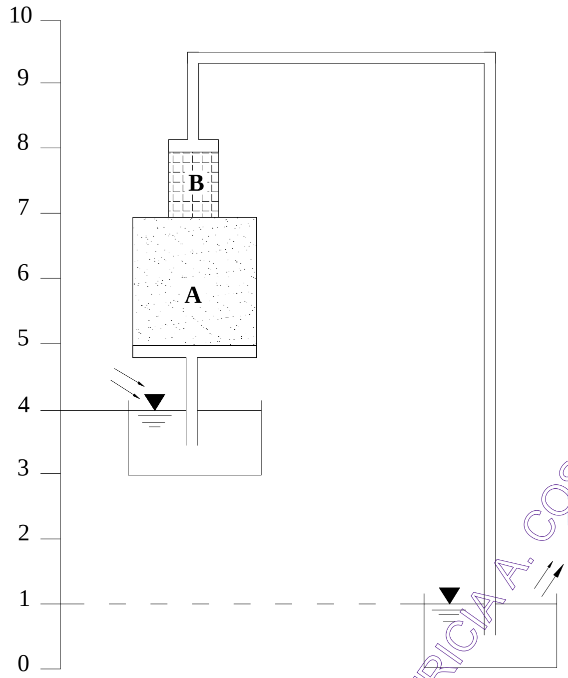


Figura 4.27. Permeámetro con dos capas de suelo.

El agua es añadida manteniendo una diferencia de altura de carga constante. Calcule el caudal circulante y las velocidades de flujo en los suelos.

PASO 1.

Relacionando los gradientes hidráulicos.

Como ni se añade ni se elimina agua del sistema, el caudal que circula por el suelo A, debe ser igual al que circula por el suelo B. Por lo cual, por continuidad se dice que:

$$q_A = q_B$$

Reemplazando el caudal, se tiene que:

$$k_A \cdot i_A \cdot A_A = k_B \cdot i_B \cdot A_B$$

Reemplazando valores de:

$k_A = 6\text{x}10^{-3}$ m/s. *(convertido a m/s)*

A_A = 0.38 m^2
k_B =3x10^{-3} m/s. *(convertido a m/s)*
A_B = 0.19 m^2

Se tiene que:

$$6\text{x}10^{-3} \cdot i_A \cdot 0.38 = 3\text{x}10^{-3} \cdot i_B \cdot 0.19$$

$$i_A = \frac{0.3 \cdot 0.19 \cdot i_B}{0.6 \cdot 0.38}$$

Por lo tanto, la relación entre gradientes hidráulicos será:

$$i_A = \frac{i_B}{4} \qquad [1]$$

PASO 2.

Relacionando las pérdidas de carga.

Los gradientes hidráulicos, para ambos suelos será:

$$i_A = \frac{\Delta h_A}{L_A} \qquad i_B = \frac{\Delta h_B}{L_B}$$

Reemplazando los valores de:

L_A = 2 m.
L_B = 1 m.

Se tendrá que:

$$i_A = \frac{\Delta h_A}{2} \qquad i_B = \frac{\Delta h_B}{1}$$

Reemplazando estas expresiones en la ecuación [1], se tiene la relación entre pérdidas de carga que es:

$$\Delta h_A = \frac{\Delta h_B}{2} \qquad [2]$$

PASO 3.

Determinación de las perdidas de carga Δh_A y Δh_B.
La perdida total de carga (Δh_T), será:

$$\Delta h_T = 4 - 1$$

$$\Delta h_T = 3 \text{ m.}$$

Puede decirse, que la pérdida total de carga es la suma de las pérdidas de carga de ambos suelos, que será:

$$\Delta h_A + \Delta h_B = 3 \qquad [3]$$

Resolviendo las ecuaciones [2] y [3], se tiene que:

$\Delta h_A = 1$ m. $\qquad \Delta h_B = 2$ m.

PASO 4.

Determinación del caudal.

El caudal circulante, será:

$$q = k_A \cdot \frac{\Delta h_A}{L_A} \cdot A_A$$

Reemplazando los valores de:

$k_A = 6\text{x}10^{-3}$ m/s.
$\Delta h_A = 1$ m.
$L_A = 2$ m.
$A_A = 0.38$ m^2

Se tiene que:

$$q_A = 0.6\text{x}10^{-3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.38$$

El caudal que circula por el sistema, será:

$\boldsymbol{q_A = 1.14\text{x}10^{-3}}$ **m³/s**

PASO 5.

Determinación de las velocidades de descarga.

La velocidad de descarga será:

$$v = k \cdot i$$

Por lo cual, la velocidad de descarga, para los suelos será:

$$v_A = k_A \cdot \frac{\Delta h_A}{L_A} \qquad v_B = k_B \cdot \frac{\Delta h_B}{L_B}$$

Reemplazando los valores de:

$k_A = 6\text{x}10^{-3}$ m/s.
$k_B = 3\text{x}10^{-3}$ m/s.
$\Delta h_A = 1$ m.
$\Delta h_B = 2$ m.

L_A = 2 m.
L_B = 1 m.

Se tendrá que:

$$v_A = 6x10^{-3} \cdot \frac{1}{2} \qquad v_B = 3x10^{-3} \cdot \frac{2}{1}$$

Las velocidades de descarga serán:

$$v_A = 3x10^{-3} \text{ m/s} \qquad v_B = 6x10^{-3} \text{ m/s}$$

Las velocidades de flujo serán:

$$v_{SA} = \frac{v_A}{n_A} \qquad v_{SB} = \frac{v_B}{n_B}$$

Reemplazando los valores de:

$v_A = 3x10^{-3}$ m/s.
$v_B = 6x10^{-3}$ m/s.
$n_A = 1/2$
$n_B = 1/3$

Se tendrá que:

$$v_{SA} = \frac{3x10^{-3}}{1/2} \qquad v_{SB} = \frac{6x10^{-3}}{1/3}$$

Las velocidades de flujo serán:

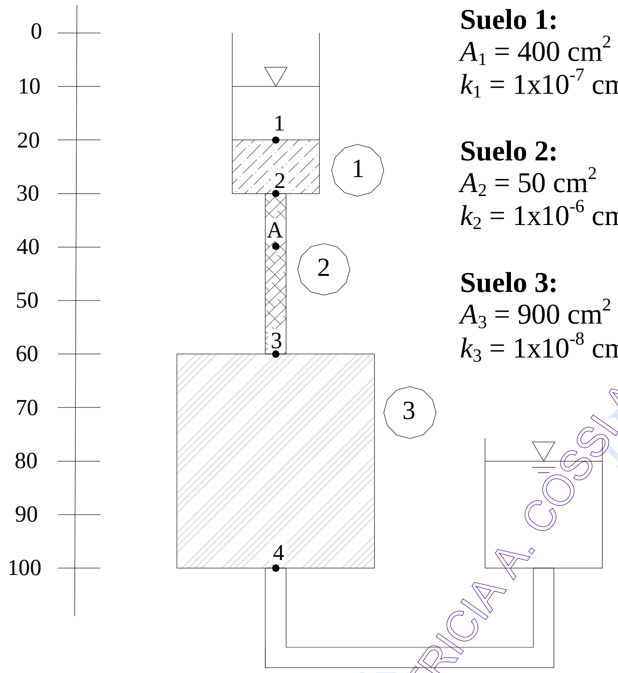
$$\mathbf{v_{SA} = 6x10^{-3} \text{ m/s.}} \qquad \mathbf{v_{SB} = 1.8x10^{-2} \text{ m/s.}}$$

Comentario: Por continuidad, el caudal que circula por el sistema será el mismo en cualquier punto de el. Puede utilizarse la continuidad, al igualar caudales en dos puntos del sistema para encontrar relaciones que ayuden a encontrar valores desconocidos.

PROBLEMA 13.

El aparato de laboratorio que se muestra en la figura 4.27 mantiene una carga constante en ambos reservorios. Se pide determinar :

a) La altura total de carga en el punto 2.
b) La altura total de carga en el punto 3.
c) El caudal que pasa por el suelo 2, en cm^3/s
d) La presión de poros en el punto A.



Suelo 1:
A_1 = 400 cm^2
$k_1 = 1x10^{-7}$ cm/s.

Suelo 2:
A_2 = 50 cm^2
$k_2 = 1x10^{-6}$ cm/s.

Suelo 3:
A_3 = 900 cm^2
$k_3 = 1x10^{-8}$ cm/s.

Figura 4.27. Permeámetro con tres capas de suelo.

a) Altura total de carga en el punto 2.

PASO 1.

Determinación de las alturas totales, mediante relaciones de pérdida de carga.

Se toma como línea de referencia, el nivel 100 de la figura 4.44. La altura total de carga para el punto 1, según la ecuación D.3 será:

$$h_1 = h_{z1} + h_{p1}$$

Reemplazando los valores de:

h_{z1} = 80 cm.
h_{p1} = 10 cm.

Se tiene que:

$$h_1 = 80 + 10$$

La altura total de carga h_1, será:

$$h_1 = 90 \text{ cm.}$$

La pérdida total de carga (Δh_T) del sistema, será:

$$\Delta h_T = 80 - 10$$

$$\Delta h_T = 70 \text{ cm.}$$

La perdida total de carga puede expresarse:

$$h_1 - h_4 = 70$$

Reemplazando el valor de h_1 en esta expresión, la altura de carga h_4, será:

$$h_4 = 20 \text{ cm.}$$

PASO 2.

Determinación de las alturas totales, mediante relaciones de caudal.

Por continuidad, el caudal que circula por los tres tipos de suelo es el mismo, por lo cual:

$$q_1 = q_2 = q_3$$

Reemplazando el caudal, se tiene que:

$$q_1 = k_1 \cdot i_1 \cdot A_1 \qquad q_2 = k_2 \cdot i_2 \cdot A_2 \qquad q_3 = k_3 \cdot i_3 \cdot A_3$$

Los gradientes hidráulicos serán:

$$i_1 = \frac{h_1 - h_2}{L_1} \qquad i_2 = \frac{h_2 - h_3}{L_2} \qquad i_3 = \frac{h_3 - h_4}{L_3}$$

De las ecuaciones dadas, se tiene como incógnitas las alturas: h_2 y h_3. Igualando caudales para los suelos 1 y 2, además de los suelos 3 y 2, se tendrá que:

$$q_1 = q_2 \qquad q_3 = q_2$$

Reemplazando los caudales, se tiene que:

$$k_1 \cdot i_1 \cdot A_1 = k_2 \cdot i_2 \cdot A_2 \qquad k_3 \cdot i_3 \cdot A_3 = k_2 \cdot i_2 \cdot A_2$$

Reemplazando los gradientes hidráulicos i_1 e i_2 en esta expresión, se tiene que:

$$k_1\, A_1 \left(\frac{h_1 - h_2}{L_1} \right) = k_2\, A_2 \left(\frac{h_2 - h_3}{L_2} \right) \qquad k_3\, A_3 \left(\frac{h_3 - h_4}{L_3} \right) = k_2\, A_2 \left(\frac{h_2 - h_3}{L_2} \right)$$

Reemplazando los valores de:

L_1 = 10 cm.
L_2 = 30 cm.
L_3 = 40 cm.
A_1 = 400 cm^2
A_2 = 50 cm^2
A_3 = 900 cm^2
k_1 = $1x10^{-7}$ cm/s.
k_2 = $1x10^{-6}$ cm/s.
k_3 = $1x10^{-8}$ cm/s.
h_1 = 90 cm.
h_4 = 20 cm.

Se tendrá que:

$$h_2 = 0.29 \cdot h_3 + 63.52 \qquad [1]$$

$$h_3 = 0.88 \cdot h_2 + 2.37 \qquad [2]$$

Resolviendo las ecuaciones [1] y [2], se tendrán las alturas de carga, que son:

$\boldsymbol{h_2 = 86.69}$ **cm.** $\qquad h_3 = 78.76$ cm.

b) Altura total de carga en el punto 3.

La altura de carga para el punto 3, será:

$\boldsymbol{h_3 = 78.76}$ **cm.**

c) Caudal que pasa por el suelo 2, en cm^3/s.

PASO 1.

Determinación de los gradientes hidráulicos.

Reemplazando lo valores, de:

h_1 = 90 cm.
h_2 = 86.69 cm.
h_3 = 78.76 cm.
h_4 = 20 cm.
L_1 = 10 cm.
L_2 = 30 cm.
L_3 = 40 cm.

En las ecuaciones de los gradientes hidráulicos, se tendrá que:

$$i_1 = \frac{90 - 86.69}{10} \qquad i_2 = \frac{86.69 - 78.76}{30} \qquad i_3 = \frac{78.76 - 20}{40}$$

Los gradientes hidráulicos serán:

$i_1 = 0.33$ $i_2 = 0.26$ $i_3 = 1.46$

PASO 2.

Determinación del caudal.

El caudal será:

$$q_2 = k_2 \cdot i_2 \cdot A_2$$

Reemplazando valores de:

k_2 = 1x10^{-6} cm/s.
i_2 = 0.26
A_2 = 50 cm^2

Se tiene que:

$$q_2 = 1\text{x}10^{-6} \cdot 0.26 \cdot 50$$

El caudal será:

$$\mathbf{q_2 = 1.3x10^{-5}\ cm^3/s.}$$

d) La presión de poros en el punto A.

PASO 1.

Determinación de la altura piezométrica.

El gradiente hidráulico medido en los puntos 2 y A del suelo 2, será el mismo gradiente del suelo 2, por lo cual:

$$i_{2\text{-}A} = i_2$$

El gradiente hidráulico ($i_{1\text{-}A}$), será:

$$i_{2-A} = \frac{h_2 - h_A}{L_{2-A}}$$

Reemplazando los valores de:

h_2 = 86.69 cm.
$L_{2\text{-}A}$ = 10 cm.
$i_{2\text{-}A}$ = 0.26

Se tiene que:

$$0.26 = \frac{86.69 - h_A}{10}$$

La altura total de carga en el punto A, será:

h_A = 84.1 cm.

La altura piezométrica será:

$$h_{PA} = h_A - h_{zA}$$

Reemplazando los valores de:

h_{PA} = 84.1 cm.
h_{zA} = 40 cm.

Se tiene que:

$$h_{PA} = 84.1 - 40$$

la altura piezométrica en el punto *A* será:

$$h_{PA} = 44.1 \text{ cm.}$$

PASO 2.

Determinación de la presión de poros.

La presión de poros será: $u_A = h_{pA} \cdot \gamma_w$

Reemplazan los valores de:

h_{pA} = 0.44 m. *(convertido a metros)*
γ_w = 9.81 KN/m^3

Se tiene que: $u_A = 0.44 \cdot 9.81$

La presión de poros en le punto A, será:

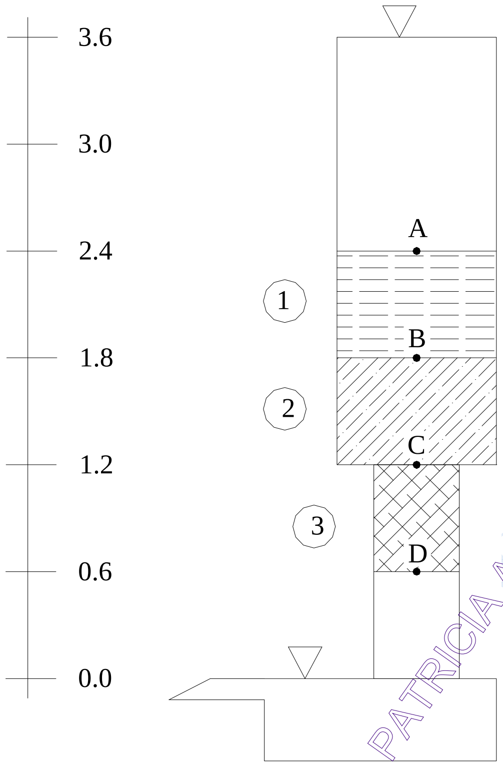
$$\boldsymbol{u_A = 4.32 \text{ KPa.}}$$

Comentario: El gradiente hidráulico, se mantendrá constante en cualquier fracción de un mismo suelo. La pérdida de carga total del sistema, puede ser medida con respecto a la primera y última altura de carga o es la suma de todas las pérdidas de carga del sistema.

PROBLEMA 14.

Se dispone en laboratorio el permeámetro que se muestra en la figura 4.28. Se pide:

a) Dibujar en función de la distancia, la altura total de carga.
b) Dibujar en función de la distancia, la altura piezométrica.
c) Dibujar en función de la distancia, la velocidad de flujo en cm/s
d) Determinar el caudal del sistema en l/s.



Suelo 1:
$A_1 = 0.37$ m^2
$k_1 = 1$ cm/s.
$n_1 = 1/2$

Suelo 2:
$A_2 = 0.37$ m^2
$k_2 = 0.75$ cm/s.
$n_2 = 1/2$

Suelo 3:
$A_3 = 0.18$ m^2
$k_3 = 0.5$ cm/s.
$n_3 = 1/3$

Figura 4.28. Permeámetro con tres diferentes suelos.

a) Variación de la altura total de carga.

PASO 1.

Determinación de alturas totales mediante el conceptos de altura de carga.

La altura piezométrica del punto A, será:

$$h_{PA} = 36. - 2.4$$

$$h_{PA} = 1.2 \text{ m.}$$

Se toma como nivel de referencia la elevación 0.0, en la figura 4.28. Por lo cual, para el punto A, la altura total de carga será:

$$h_A = h_{zA} + h_{pA}$$

Reemplazando los valores de:

h_{zA} = 2.4 m.
h_{pA} = 1.2 m.

Se tiene que:

$$h_A = 2.4 + 1.2$$

La altura total de carga en el punto A, será:

$$h_A = 3.6 \text{ m.}$$

PASO 2.

Determinación de alturas totales mediante concepto de pérdida de carga.

La pérdida total de carga (Δh_T) del sistema será:

$$\Delta h_T = 3.6 - 0.0$$

$$\Delta h_T = 3.6 \text{ m.}$$

La pérdida total de carga, también se mide el los puntos A y D, por lo cual se tiene que:

$$h_A - h_D = 3.6$$

Reemplazando el valor de h_A = 3.6, la altura total de carga para el punto D es::

$$h_D = 0 \text{ m.}$$

PASO 3.

Determinación de relaciones mediante concepto de continuidad.

Por continuidad, el caudal en los tres tipos de suelo es el mismo, por lo tanto:

$$q_1 = q_2 = q_3$$

Igualando los caudales de los suelos 1 y 2, además de los suelos 1 y 3, se tendrá que:

$$q_1 = q_2 \qquad\qquad q_1 = q_3$$

Reemplazando el caudal, se tiene que:

$$k_1 \cdot i_1 \cdot A_1 = k_2 \cdot i_2 \cdot A_2 \qquad\qquad k_1 \cdot i_1 \cdot A_1 = k_3 \cdot i_3 \cdot A_3$$

Reemplazando los valores de:

k_1 = $1\text{x}10^{-2}$ m/s. *(convertido a m/s)*
k_2 = $7.5\text{x}10^{-3}$ m/s. *(convertido a m/s)*
k_3 = $5\text{x}10^{-3}$ m/s. *(convertido a m/s)*

$A_1 = 0.37$ m^2
$A_2 = 0.37$ m^2
$A_3 = 0.18$ m^2

Se tendrá que:

$$1x10^{-2} \cdot i_1 \cdot 0.37 = 7.5x10^{-3} \cdot i_2 \cdot 0.37 \qquad 1x10^{-2} \cdot i_1 \cdot 0.37 = 5x10^{-3} \cdot i_3 \cdot 0.18$$

Las relaciones entre gradientes hidráulicos serán:

$$i_1 = 0.75 \cdot i_2 \qquad [1]$$

$$i_1 = 0.25 \cdot i_3 \qquad [2]$$

PASO 4.

Determinación de relaciones mediante concepto de gradiente hidráulico.

El gradiente hidráulico, es determinado con la ecuación:

$$i = \frac{\Delta h}{L}$$

De la figura 4.28, se obtienen las dimensiones de: L y las alturas de carga que corresponden a cada caso. Por lo cual, el gradiente hidráulico para cada uno de los suelos, será:

$$i_1 = \frac{h_A - h_B}{2.4 - 1.8} \qquad i_2 = \frac{h_B - h_C}{1.8 - 1.2} \qquad i_3 = \frac{h_C - h_D}{1.2 - 0.6}$$

Reemplazando los valores de:

$h_A = 3.6$ m.
$h_D = 0$ m.

Se tendrá que:

$$i_1 = \frac{3.6 - h_B}{0.6} \qquad [3]$$

$$i_2 = \frac{h_B - h_C}{0.6} \qquad [4]$$

$$i_3 = \frac{h_C}{0.6} \qquad [5]$$

PASO 5.

Solución del sistema de ecuaciones.

Se han encontrado cinco ecuaciones que forman un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas, que son las ecuaciones: [1], [2], [3], [4] y [5].

Solucionando el sistema de ecuaciones, se tiene que:

$i_1 = 0.95$ $i_2 = 1.26$ $i_3 = 3.78$

$h_B = 3.03$ m. $h_C = 2.27$ m.

PASO 6.

Graficación de la variación de altura total de carga en función a la distancia.

La variación de la altura total de carga con respecto a la distancia, se muestra en la Tabla 4.6.

Tabla 4.6. Variación de la altura total de carga.

Distancia m	Altura total de carga m
3.6	3.6
2.4	3.6
2.8	3.03
1.2	2.27
0.6	0
0	0

Gráficamente expresado, se muestra en la figura 4.29.

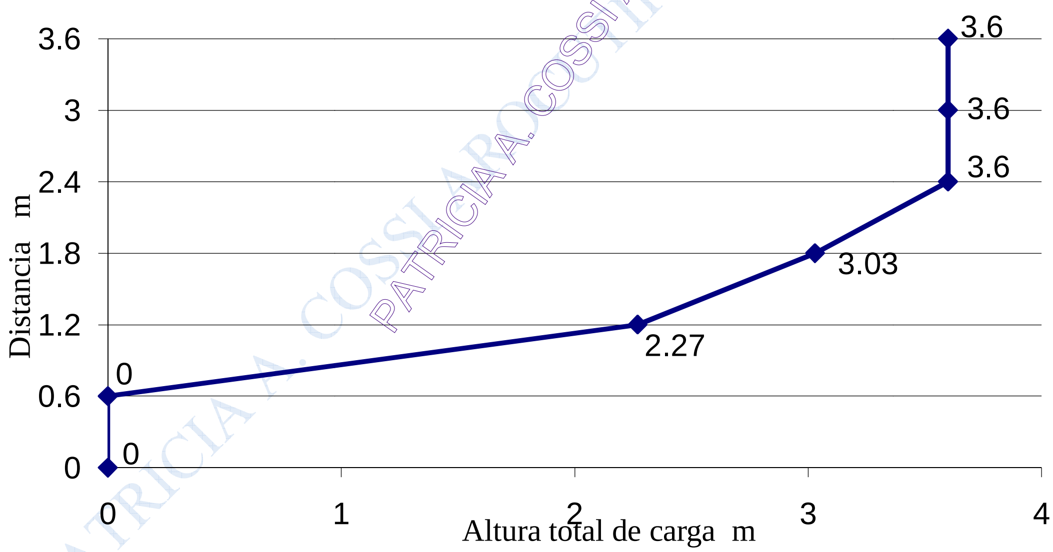


Figura 4.29. Variación de la altura total de carga con la profundidad.

b) Dibujar en función de la profundidad, la altura piezométrica.

PASO 1

Determinación de la altura piezométrica.

Las alturas piezométricas para los diferentes puntos el sistema serán:

$h_{PA} = h_A - h_{zA}$ $h_{PB} = h_B - h_{zB}$ $h_{PC} = h_C - h_{zC}$ $h_{PD} = h_D - h_{zD}$

Reemplazando los valores de:

$h_A = 3.6$ m.
$h_{ZA} = 2.4$ m.
$h_B = 3.03$ m.
$h_{ZB} = 1.8$ m.
$h_C = 2.27$ m.
$h_{ZC} = 1.2$ m.
$h_D = 0$ m.
$h_{ZD} = 0.6$ m.

Se tendrá que:

$h_{pA} = 3.6 - 2.4$ $h_{pB} = 3.03 - 1.8$ $h_{pC} = 2.27 - 1.2$ $h_{pD} = 0 - 0.6$

Las alturas piezométricas serán:

$h_{pA} = 1.2$ m. $h_{pB} = 1.23$ m. $h_{pC} = 1.07$ m. $h_{pD} = -0.6$ m.

PASO 2

Graficación de la variación de la altura piezométrica en función a la distancia.

Con todos los valores obtenidos de las alturas piezométricas, puede trazarse la variación de la altura piezométrica con respecto a la profundidad. Esta variación se muestra en la tabla 4.7. Considere que los valores negativos expresan succión.

Tabla 4.7. Variación de la altura piezométrica.

Distancia m	**Altura piezométrica m**
3.6	0
2.4	1.2
1.8	1.23
1.2	1.07
0.6	-0.6
0	0

Gráficamente se expresan estos valores en la figura 4.30.

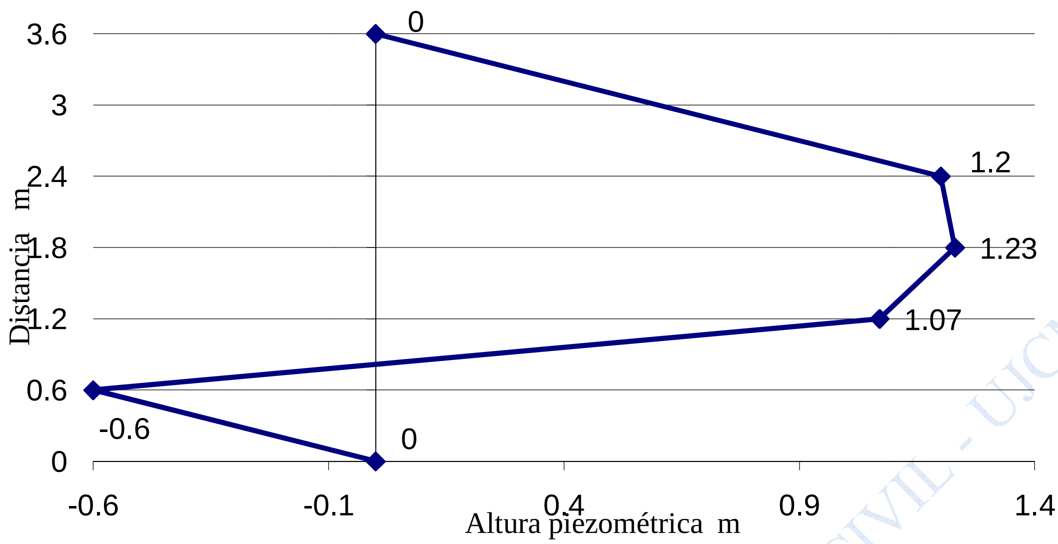


Figura 4.30. Variación de la altura piezométrica con la profundidad.

c) Variación de la velocidad de flujo en función de la distancia.

PASO 1

Determinación de la velocidad de descarga.

La velocidad de descarga será:

$$v = k \cdot i \cdot$$

La velocidad de descarga, para los diferentes suelos será:

$$v_1 = k_1 \cdot i_1 \qquad v_2 = k_2 \cdot i_2 \qquad v_3 = k_3 \cdot i_3$$

Reemplazando los valores de:

$i_1 = 0.95$
$i_2 = 1.26$
$i_3 = 3.78$
$k_1 = 1$ cm/s.
$k_2 = 0.75$ cm/s.
$k_3 = 0.5$ cm/s.

Se tendrá que:

$$v_1 = 1 \cdot 0.95 \qquad v_2 = 0.75 \cdot 1.26 \qquad v_3 = 0.5 \cdot 3.78$$

Las velocidades de descarga serán:

$$v_1 = 0.95 \text{ cm/s} \qquad v_2 = 0.95 \text{ cm/s} \qquad v_3 = 1.89 \text{ cm/s}$$

PASO 2

Determinación de la velocidad de flujo.

La velocidad de flujo será:

$$v_s = \frac{v}{n}$$

Las velocidades de flujo, serán:

$$v_{s1} = \frac{v_1}{n_1} \qquad v_{s2} = \frac{v_2}{n_2} \qquad v_{s3} = \frac{v_3}{n_3}$$

Reemplazando los valores de:

v_1 = 0.95 cm/s.
v_2 = 0.95 cm/s.
v_3 = 1.89 cm/s.
n_1 = 1/2
n_2 = 1/2
n_3 = 1/3

Se tendrá que:

$$v_{S1} = \frac{0.95}{1/2} \qquad v_{S2} = \frac{0.95}{1/2} \qquad v_{S3} = \frac{1.89}{1/3}$$

Las velocidades de flujo serán:

v_{S1} = 1.9 cm/s. v_{S2} = 1.9 cm/s. v_{S3} = 5.67 cm/s.

PASO 3

Graficación de la variación de la velocidad de descarga en función a la distancia.

Teniendo los valores de la velocidad de flujo para los tres tipos de suelo, puede graficarse la variación de esta en función a la distancia. Esta variación se muestra en la tabla 4.8.

Tabla 4.7. Variación de la altura piezométrica.

Distancia m	**Velocidad de flujo cm/s**
3.6 a 2.4	0.95
2.4 a 1.2	1.9
1.2 a 0.6	5.67
0.6 a 0	1.89

Gráficamente se expresan estos valores en la figura 4.31

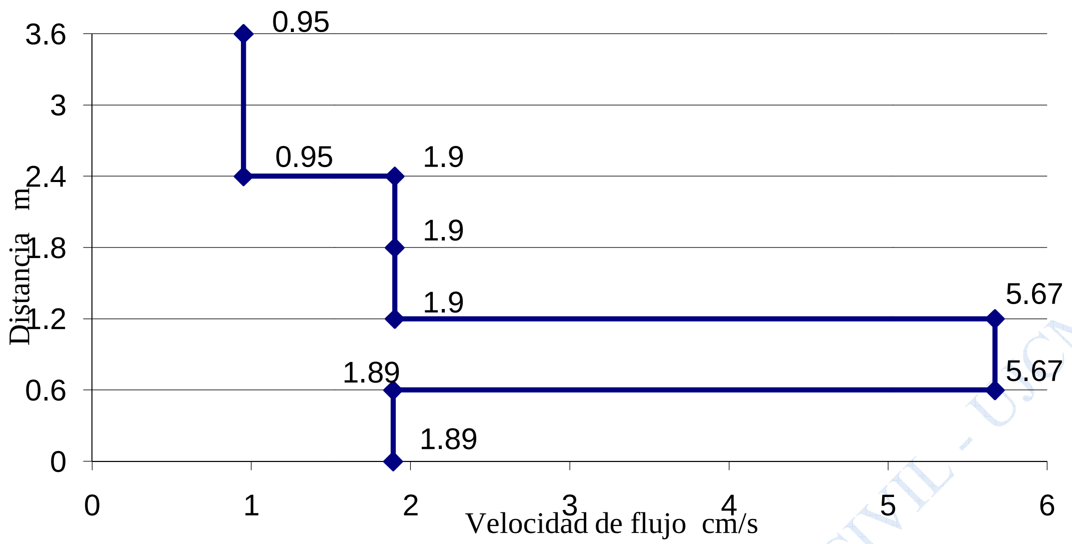


Figura 4.31. Variación de la velocidad de flujo con la profundidad.

d) Caudal del sistema en l/s:

El caudal que circula por el sistema, será:

$$q = k_1 \cdot i_1 \cdot A_1$$

Reemplazando los valores de:

$k_1 = 1\text{x}10^{-2}$ m/s.
$i_1 = 0.95$
$A_1 = 0.37$ m^2

Se tienen que:

$$q = 1\text{x}10^{-2} \cdot 0.95 \cdot 0.37$$

El caudal, será:

$$q = 3.51\text{x}10^{-3} \text{ m}^3\text{/s.}$$

Expresado en l/s, será:

$$\boldsymbol{q = 3.51 \text{ l/s.}}$$

Comentario: Aunque el caudal es el mismo en cualquier punto del sistema, la velocidad de flujo variará cuando el área de la sección transversal sea diferente. Un grafico ayuda a apreciar su variación. Con la ecuación D.11, puede obtenerse la velocidad de descarga en función a las propiedades hidráulicas del suelo. Tanto la altura de carga con la piezométrica varía a lo largo de un mismo suelo, mientras que la velocidad de flujo se mantiene constante a lo largo de un mismo suelo.

PROBLEMA 15.

El aparato de laboratorio que se muestra en la figura 4.32, mantiene una carga constante en ambos reservorios. La muestra de suelo corresponde a una arena con una conductividad hidráulica de 6×10^{-5} m/s, tiene un peso unitario húmedo de 21 KN/m^3 y una gravedad específica de los sólidos de 2.65, para un grado de saturación del 35%. Determine el tiempo, que el agua coloreada toma en pasar a través del suelo (esto es cuando el extremo derecho penetra en el suelo y el extremo izquierdo del agua alcanza el extremo derecho del suelo). Asuma que no hay difusión, es decir, el volumen de agua coloreada es el mismo en función del tiempo. También asuma que el agua coloreada tiene el mismo peso unitario y viscosidad del agua que fluye.

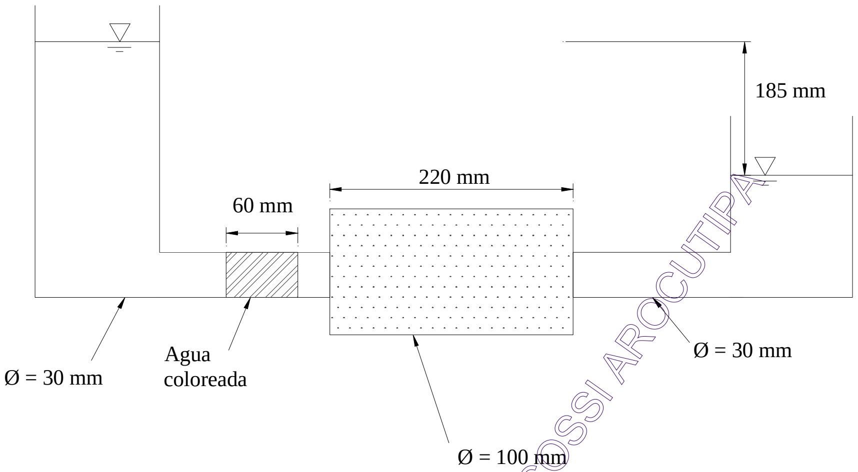


Figura 4.32. Ensayo de laboratorio con un permeámetro.

PASO 1.

Determinación del caudal que circula por el sistema.

El gradiente hidráulico del suelo será:

$$i = \frac{\Delta h}{L}$$

Para los valores de:

Δh = 18.5 cm. *(convertido a cm)*
L = 22 cm. *(convertido a cm)*
Se tiene que:

$$i = \frac{18.5}{22}$$

El gradiente hidráulico será:

$$i = 0.84$$

El caudal que circula por el sistema será:

$$q = k \cdot i \cdot A$$

Para los valores de:

k = 6x10^{-3} cm/s. *(Convertido a cm/s)*
i = 0.84
A = 78.53 cm^2 *(Convertido a cm)*

Se tiene que:

$$q = 6x10^{-3} \cdot 0.48 \cdot 78.53$$

El caudal será:

$$q = 0.39 \text{ cm}^3/\text{s}$$

PASO 2.

Determinación de la velocidad de descarga.

El caudal de descarga, se expresa como:

$$v = k \cdot i$$

Para los valores de:

k = 6x10^{-3} cm/s. *(Convertido a cm/s)*
i = 0.84

Se tiene que:

$$v = 6x10^{-3} \cdot 0.84$$

$$v = 5.04x10^{-3} \text{ cm/s}$$

PASO 3.

Determinación de la porosidad.

La ecuación A.22, relaciona la porosidad, gravedad específica y el peso unitario, esta es:

$$\gamma = G_s \cdot \gamma_w \cdot (1 - n) + n \cdot S \cdot \gamma_w$$

Para los valores de:

G_s = 2.65
γ_w = 9.81 KN/m^3
γ = 21 KN/m^3
S = 0.75 *(convertido a decimal)*

Se tiene que:

$$21 = 2.65 \cdot 9.81 \cdot (1 - n) + n \cdot 0.75 \cdot 9.81$$

Por lo tanto, la porosidad será:

$$n = 0.26$$

PASO 4.

Determinación de la velocidad de flujo.

La velocidad de flujo, será:

$$v_s = \frac{v}{n}$$

Para los valores de:

v = 5.52x10^{-2} cm/s.
n = 0.26

Se tiene que:

$$v_s = \frac{5.04 \text{x} 10^{-3}}{0.26}$$

La velocidad de flujo será:

$$v_s = 1.93\text{x}10^{-2} \text{ cm/s.}$$

PASO 5.

Determinación del tiempo que tarda el fluido en atravesar el suelo.

La distancia total de recorrido será: la longitud del suelo más la longitud del agua coloreada, es decir:

$$d = 22 + 6$$

$$d = 28 \text{ cm.}$$

La velocidad se expresa como:

$$v = \frac{d}{t}$$

El tiempo que tarda el agua coloreada en atravesar el suelo, será:

$$t = \frac{d}{v_s}$$

Reemplazando los valores de:

d = 28 cm.
v_s = 1.93x10^{-2} cm/s.

Se tiene que:

$$t = \frac{28}{1.93x10^{-2}}$$

El tiempo que tarda el agua coloreada en atravesar el suelo será:

$$\boldsymbol{t = 1450.77 \text{ seg.}}$$

Lo que significa:

24 minutos con 10 segundos.

Comentario: La velocidad que debe utilizarse para determinar el tiempo que tarda el agua coloreada en atravesar la muestra de suelo, debe ser la velocidad de flujo, pues esta gobierna en el suelo. Las partículas de agua en el suelo, se moverán a esta velocidad, pero fuera del suelo se moverán según a la velocidad de descarga.

PROBLEMA 16.

El permeámetro de la figura 4.33, consta de dos capas de suelo, que tienen las siguientes características:

Suelo 1:	**Suelo 2:**
$k_1 = 1\text{x}10^{-3}$ **m/s**	$k_2 = 9.8\text{x}10^{-2}$ **m/s**
$A_1 = 98$ **cm²**	$A_2 = 65$ **cm²**

Las diferentes dimensiones de cada parte del permeámetro, están señaladas mediante una graduación ubicada a la izquierda en la figura 4.33.

Se pide determinar el caudal que circula por el sistema.

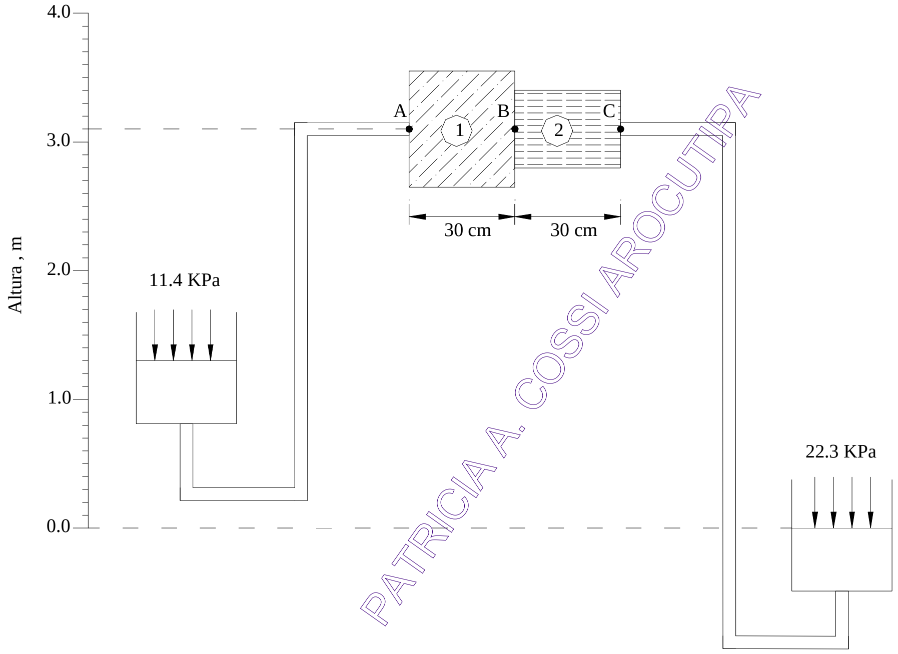


Figura 4.33. Permeámetro con dos estratos de suelo.

PASO 1.

Determinación de las alturas de carga en los puntos A y C.

La altura piezométrica para los puntos: A y C, será:

$$h_{pA} = \frac{u_A}{\gamma_w} \qquad\qquad h_{pC} = \frac{u_C}{\gamma_w}$$

En los puntos A y C, se tiene una presión de poros de:

$$u_A = 11.4 \text{ KPa.} \qquad\qquad u_C = 22.3 \text{ KPa.}$$

Por lo tanto, la altura píezométrica de estos puntos será:

$$h_{pA} = \frac{11.4}{9.81} \qquad h_{pC} = \frac{22.3}{9.81}$$

$$h_{pA} = 1.16 \text{ m.} \qquad h_{pC} = 2.27 \text{ m.}$$

De la figura 4.33, se observa que la altura potencial, para los puntos A y C, es:

$$h_Z = 3.1 \text{ m.}$$

La altura total de carga en el punto A y C, será:

$$h_A = 1.16 + 3.1 \qquad h_C = 2.27 + 3.1$$

$$h_A = 4.26 \text{ m.} \qquad h_C = 5.37 \text{ m.}$$

PASO 2.

Relacionando las alturas de cara y gradientes hidráulicos.

El gradiente hidráulico del suelo 1 y 2, será:

$$i_1 = \frac{h_B - h_A}{L_1} \qquad i_2 = \frac{h_C - h_B}{L_2}$$

Reemplazando los valores de:

$h_A = 4.26$ m.
$h_C = 5.37$ m.
$L_1 = 0.3$ m.
$L_2 = 0.3$ m.

Se tendrá que:

$$i_1 = \frac{h_B - 4.26}{0.3} \qquad [1]$$

$$i_2 = \frac{5.37 - h_B}{0.3} \qquad [2]$$

PASO 3.

Determinación de la altura de carga en el punto B

Por continuidad, el caudal será el mismo en cualquier punto del sistema. Por lo que se iguala el caudal del suelo 1 con el del suelo 2. Por lo se tiene que:

$$q_1 = q_2$$

Reemplazando el caudal, se tendrá que:

$k_1 \cdot i_1 \cdot A_1 = k_2 \cdot i_2 \cdot A_2$

Reemplazando los valores de:

$k_1 = 1\text{x}10^{-3}$ m/s.
$A_1 = 98\text{x}10^{-4}$ m^2 *(convertido a metros)*
$k_2 = 9.8\text{x}10^{-2}$ m/s.
$A_2 = 65\text{x}10^{-4}$ m^2 *(convertido a metros)*

Se tiene que:

$$1\text{x}10^{-3} \cdot i_1 \cdot 98\text{x}10^{-4} = 9.8\text{x}10^{-2} \cdot i_2 \cdot 65\text{x}10^{-4}$$

Reemplazando las ecuaciones [1] y [2] en está expresión, se tiene que:

$$1x10^{-3} \cdot \left(\frac{h_B - 4.26}{0.3}\right) \cdot 98x10^{-4} = 9.8x10^{-2} \cdot \left(\frac{5.37 - h_B}{0.3}\right) \cdot 65x10^{-4}$$

Por lo tanto, la altura de carga en el punto B, será:

$$h_B = 5.35 \text{ m.}$$

PASO 4.

Determinación del caudal.

Reemplazando el valor de h_B, en la ecuación [2], se tiene que:

$$i_2 = \frac{5.37 - 5.35}{0.3}$$

$$i_2 = 0.06$$

El caudal será:

$$q = k_2 \cdot i_2 \cdot A_2$$

Reemplazando los valores de:

$k_2 = 9.8\text{x}10^{-2}$ m/s.
$i_2 = 0.06$
$A_2 = 65\text{x}10^{-4}$ m^2

Se tendrá que:

$$q = 9.8\text{x}10^{-2} \cdot 0.06 \cdot 65\text{x}10^{4}$$

El caudal que circula por el sistema será:

$$\boldsymbol{q = 3.82\text{x}10^{-5} \text{ m}^3/\text{s.}}$$

Comentario: Los puntos A y C, están sometidos a una presión en equilibrio donde existe un flujo de agua, por tanto la presión de poros en estos puntos corresponderá a esta misma presión en cada punto.

PROBLEMA 17.

La conductividad hidráulica para una arena de índice de vacíos de 0.62, es 0.03 cm/s. Determine la conductividad hidráulica, para esta misma arena con un índice de vacíos de 0.48.

PASO 1.

Generación de la conductividad hidráulica, para un distinto índice de vacíos.

De la ecuación D.22, se tiene que:

$$k = 1.4 \cdot e^2 \cdot k_{0.85}$$

Reemplazando los valores de:

$e = 0.62$
$k = 0.03$ cm/s.

Se tiene que:

$$0.03 = 1.4 \cdot 0.62^2 \cdot k_{0.85}$$

La conductividad hidráulica para un índice de vacíos de 0.85 será:

$$k = 5.57\text{x}10^{-2} \text{ cm/s}$$

PASO 2.

Estimación del coeficiente C_1.

La variación de la conductividad hidráulica con respecto al índice de vacíos es:

Para:

$e = 0.62$ se tiene que: $k = 0.03$ cm/s

Para:

$e = 0.85$ se tiene que: $k = 5.57\text{x}10^{-2}$ cm/s

Con esta información, se puede determinar el coeficiente C_1 de la ecuación D.23, que es:

$$k = C_1 \cdot \frac{e^3}{1-e}$$

Para ambos casos, reemplazando los valores de:

$e = 0.62$	$e = 0.85$
$k = 0.03$ cm/s.	$k = 5.57\text{x}10^{-2}$ cm/s.

Se tendrá que:

$$0.03 = C_1 \cdot \frac{0.62^3}{1-0.62} \qquad 5.57x10^{-2} = C_1 \cdot \frac{0.85^3}{1-0.85}$$

El coeficiente C_1, para ambos casos será:

C_1 = 0.047 C_1 = 0.013

Por lo tanto:

Para un valor de: e = 0.62, se tiene que: C_1 = 0.047

Para un valor de: e = 0.85, se tiene que: C_1 = 0.013

Interpolando para un: e = 0.48, se tiene que:

$C_1 = 6.76x10^{-2}$

PASO 3.

Determinación de la conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica será:

$$k = C_1 \cdot \frac{e^3}{1-e}$$

Reemplazando los valores de:

e = 0.48
$C_1 = 6.76x10^{-2}$

Se tiene que:

$$k = 6.76x10^{-2} \cdot \frac{0.48^3}{1-0.48}$$

La conductividad hidráulica será:

$\boldsymbol{k = 1.4x10^{-2}}$ **cm/s.**

Comentario: Determinar la conductividad hidráulica empíricamente, significa: Utilizar ecuaciones, realizar interpolaciones y otros artificios matemáticos necesarios obtener este valor. Sin embargo, debe tenerse cuidado de utilizar las ecuaciones adecuadas al caso.

PROBLEMA 18.

Para una muestra de suelo arenoso, se tiene que:

Índice de vacíos máximo = 0.68
Índice de vacíos mínimo = 0.42
Diámetro efectivo = 0.4 mm.
Coeficiente de uniformidad = 3.1

Determine:

a) La conductividad hidráulica de la arena para una densidad relativa de 32%.
b) La conductividad hidráulica para una densidad relativa de 50%, utilizando las ecuaciones de Amer y Shahabi de la tabla D.7.

a) La conductividad hidráulica de la arena para una densidad relativa del 32%.

PASO 1.

Determinación del índice de vacíos.

La densidad relativa es:

$$D_R = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}}$$

Reemplazando los valores de:

e_{max} = 0.68
e_{min} = 0.42
D_R = 0.32 *(convertido a decimal)*

Se tiene que:

$$0.32 = \frac{0.68 - e}{0.68 - 0.42}$$

El índice de vacíos será:

$$e = 0.59$$

PASO 2.

Determinación de la conductividad hidráulica.
El coeficiente de uniformidad de la arena es: C_u = 3.1, el ábaco de la figura D.6, permite suelos que tengan un coeficiente de uniformidad en el rango: $2 < C_u < 12$. El suelo en cuestión está en el rango, puede utilizarse el ábaco de la figura D.6.

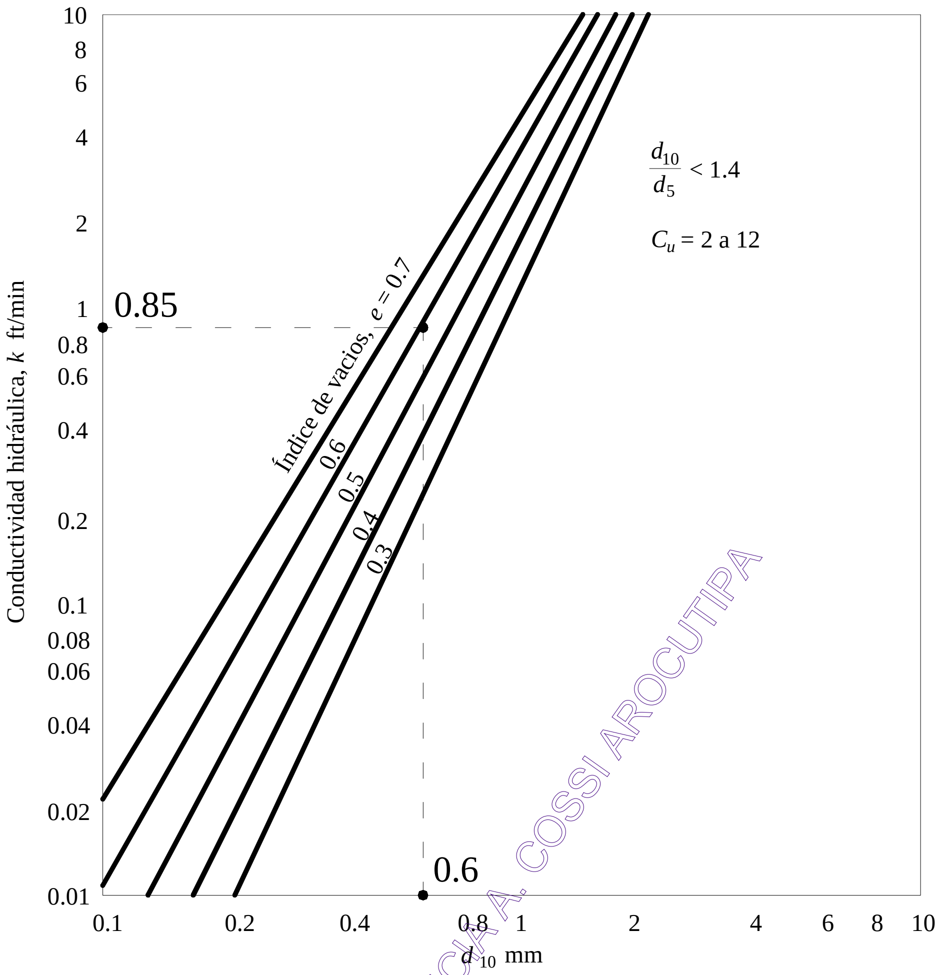


Figura 4.34. Determinación de la conductividad hidráulica.

Ingresando con un diámetro efectivo de: d_{10} = 0.4 mm, en el ábaco de la figura D.6, se intercepta la curva que corresponde a un valor de: e = 0.59 (véase la figura 4.34). Entonces se tendrá una conductividad hidráulica de:

k = 0.85 ft/min.

Que transformando unidades, resulta ser:

$\boldsymbol{k}$ **= 0.43 cm/s.**

b) La conductividad hidráulica para una densidad relativa de 50%.

Utilizando la ecuación de Amer.
PASO 1.

Estimación de la conductividad hidráulica para otro índice de vacíos.

La conductividad hidráulica, se puede expresar como:

$$k = 1.4 \cdot e^2 \cdot k_{0.85}$$

Reemplazando los valores de:

e = 0.59
k = 0.43 cm/s.

Se tiene que:

$$0.43 = 1.4 \cdot 0.59^2 \cdot k_{0.85}$$

La conductividad hidráulica para un índice de vacíos de 0.85, será:

$$k_{0.85} = 0.88 \text{ cm/s.}$$

PASO 2.

Determinación del índice de vacíos

La densidad relativa será:

$$D_R = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}}$$

Reemplazando los valores de:

e_{max} = 0.68
e_{min} = 0.42
D_R = 0.5 *(convertido a decimal)*

Se tiene que:

$$D_R = \frac{0.68 - e}{0.68 - 0.42}$$

El índice de vacíos, para una densidad relativa de 50%, será:

$$e = 0.55$$

PASO 3.

Estimación del coeficiente C_2.

Se tiene que:

Para: e = 0.59, se tiene que: k = 0.43 cm/s
Para: e = 0.85, se tiene que: k = 0.88 cm/s

Con esta información, se puede estimar el coeficiente C_2 de la ecuación de Amer, que es:

$$k = C_2 \cdot d_{10}^{2.32} \cdot C_u^{0.5} \cdot \frac{e^3}{1+e}$$

Para ambos casos, se reemplazan los valores de:

e = 0.59	e = 0.85
d_{10} = 0.4	d_{10} = 0.4
C_u = 3.1	C_u = 3.1
k = 0.43 cm/s	k = 0.88 cm/s

Se tendrá que:

$$0.43 = C_2 \cdot 0.4^{2.32} \cdot 3.1^{0.5} \cdot \frac{0.59^3}{1+0.59} \qquad 0.88 = C_2 \cdot 0.4^{2.32} \cdot 3.1^{0.5} \cdot \frac{0.85^3}{1+0.85}$$

El coeficiente C_2, para ambos casos será:

C_2 = 15.84 C_2 = 12.61

Por lo tanto:

Para un valor de: e = 0.59, se tiene que: C_2 = 15.84

Para un valor de: e = 0.85, se tiene que: C_2 = 12.61

Interpolando para un: e = 0.55, se tiene que:

C_2 = 16.33

PASO 4.

Determinación de la conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica, será:

$$k = C_2 \cdot d_{10}^{2.32} \cdot C_u^{0.5} \cdot \frac{e^3}{1+e}$$

Reemplazando los valores de:

e = 0.55
d_{10} = 0.4
C_u = 3.1
C_2 = 16.33

Se tiene que:

$$k = 16.33 \cdot 0.4^{2.32} \cdot 3.1^{0.5} \cdot \frac{0.55^3}{1+0.55}$$

La conductividad hidráulica será:

k = 0.36 cm/s.

Utilizando la ecuación de Shahabi.

PASO 1.

Estimación del coeficiente C_2.

Se tiene que:

Para: e = 0.59, se tiene que: k = 0.43 cm/s

Para: e = 0.85, se tiene que: k = 0.88 cm/s

Con esta información, se puede estimar el coeficiente C_2 de la ecuación de Shahabi, que es:

$$k = 1.2 \cdot C_2^{0.735} \cdot d_{10}^{0.89} \cdot \frac{e^3}{1+e}$$

Para ambos casos, reemplazando los valores de:

e = 0.59	e = 0.85
d_{10} = 0.4	d_{10} = 0.4
C_u = 3.1	C_u = 3.1
k = 0.43 cm/s.	k = 0.88 cm/s.

Se tendrá que:

$$0.43 = 1.2 \cdot C_2^{0.735} \cdot 0.4^{0.89} \cdot \frac{0.59^3}{1+0.59} \qquad 0.88 = 1.2 \cdot C_2^{0.735} \cdot 0.4^{0.89} \cdot \frac{0.85^3}{1+0.85}$$

El coeficiente C_2, para ambos casos será:

C_2 = 12.15 $\qquad$ C_2 = 8.91

Por lo tanto:

Para un valor de: e = 0.59, se tiene que: C_2 = 12.15

Para un valor de: e = 0.85, se tiene que: C_2 = 8.91

Interpolando para un: e = 0.55, se tiene que:

C_2 = 12.64

PASO 2.

Determinación de la conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica será:

$$k = 1.2 \cdot C_2^{0.735} \cdot d_{10}^{0.89} \cdot \frac{e^3}{1+e}$$

Reemplazando los valores de:

e = 0.55
d_{10} = 0.4
C_2 = 12.64

Se tiene que:

$$k = 1.2 \cdot 12.64^{0.735} \cdot 0.4^{0.89} \cdot \frac{0.55^3}{1+0.55}$$

La conductividad hidráulica será:

***k* = 0.36 cm/s.**

Comentario: Antes de utilizar algún ábaco o alguna ecuación, es importante verificar si el ábaco es adecuado o la ecuación es aplicable al tipo de suelo, caso contrario se obtendrán resultados aparentemente correctos pero incompatibles o en el peor de los casos contradicciones. Si se utilizan relaciones empíricas para determinar la conductividad hidráulica, es bueno utilizar diferentes ecuaciones para tener una mejor aproximación de la conductividad hidráulica.

PROBLEMA 19.

Para una arcilla normalmente consolidada, se tiene que:

Índice de vacíos	*k* cm/s
1.2	$0.2\text{x}10^{-6}$
1.9	$0.91\text{x}10^{-6}$

Determine la conductividad hidráulica para un índice de vacíos de 0.9, utilizando:

a) La ecuación de Huang & Drnevich.
b) La ecuación de Mersi and Olson.

a) Conductividad hidráulica con la ecuación de Huang & Drnevich.

PASO 1.

Determinación de los valores de: C_2 y n.

La ecuación de Huang & Drnevich será:

$$k = C_2 \cdot \left(\frac{e^n}{1+e} \right)$$

Para ambos casos, se reemplzan los valores de:

$k = 0.2\text{x}10^{-6}$ cm/s. $k = 0.91\text{x}10^{-6}$ cm/s.
$e = 1.2$ $e = 1.9$

Se tendrá que:

$$0.2\text{x}10^{-6} = C_2 \cdot \left(\frac{1.2^n}{1+1.2} \right) \qquad 0.91\text{x}10^{-6} = C_2 \cdot \left(\frac{1.9^n}{1+1.9} \right)$$

Simplificando, se tiene que:

$$1.2^n \cdot C_2 = 4.4\text{x}10^{-7} \qquad [1]$$

$$1.9^n \cdot C_2 = 2.63\text{x}10^{-6} \qquad [2]$$

Resolviendo las ecuaciones [1] y [2], se tendrá que:

$n = 3.89$ $C_2 = 2.16\text{x}10^{-7}$

PASO 2.

Determinación de la conductividad hidráulica.
La conductividad hidráulica será:

$$k = C_2 \cdot \left(\frac{e^n}{1+e} \right)$$

Reemplazando los valores de:

$n = 3.89$
$C_2 = 2.16\text{x}10^{-7}$
$e = 0.9$

Se tiene que:

$$k = 2.16\text{x}10^{-7} \cdot \left(\frac{0.9^{3.89}}{1+0.9}\right)$$

La conductividad hidráulica será:

$$\boldsymbol{k = 7.54\text{x}10^{-8}} \textbf{ cm/s.}$$

b) Conductividad hidráulica con la ecuación de Mersi and Olson.

PASO 1.

Determinación de los coeficientes *A´* y *B'*.

La ecuación de Mersi and Olson será:

$$\text{Log } k = A' \cdot \text{Log } e + B'$$

Para ambos casos, reemplazando los valores de:

$k = 0.2\text{x}10^{-6}$ cm/s
$e = 1.2$

$k = 0.91\text{x}10^{-6}$ cm/s
$e = 1.9$

Se tendrá que:

$$\text{Log } 0.2\text{x}10^{-6} = A' \cdot \text{Log } 1.2 + B' \qquad [1]$$

$$\text{Log } 0.91\text{x}10^{-6} = A' \cdot \text{Log } 1.9 + B' \qquad [2]$$

Resolviendo las ecuaciones [1] y [2], se tendrá que:

$A' = 3.29$ $\qquad$ $B' = -6.96$

PASO 2.

Determinación de la conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica se determina de la ecuación de Mersi and Olson, esta es:

$$\text{Log } k = A' \cdot \text{Log } e + B'$$

Reemplazando los valores de:

$A' = 3.29$
$B' = -6.96$
$e = 0.9$

Se tiene que:

$$\text{Log } k = 3.29 \cdot \text{Log } 0.9 - 6.96$$

La conductividad hidráulica será:

$$\boldsymbol{k = 7.75\text{x}10^{-8} \text{ cm/s.}}$$

Comentario: Tanto los suelos finos como gruesos, tienen sus correspondientes relaciones empíricas. Deben utilizarse las apropiadas a cada caso.

PROBLEMA 20.

El índice de vacíos de una arcilla *in situ* es de 2.1 y su conductividad hidráulica para este índice de vacíos es: 0.86x10^{-6} cm/s. Utilice la ecuación de Taylor, para estimar la conductividad hidráulica para un índice de vacíos de 1.3.

PASO 1.

Determinación del coeficiente C_k.

Con un valor de: e_0 = 2.1, se ingresa al ábaco de la figura D.7, donde interceptando la curva, se tiene el valor de C_k. (véase la figura 4.34)

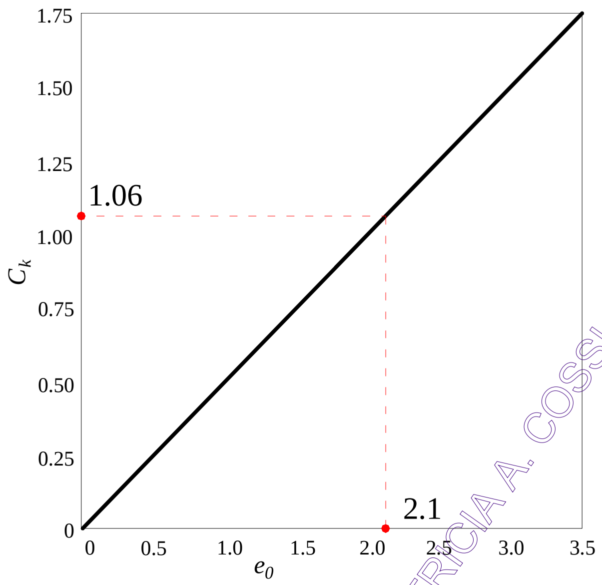


Figura 4.34. Determinación del coeficiente C_k.
El valor de C_k es:

$$C_k = 1.06$$

PASO 2.

Determinación de la conductividad hidráulica.

La conductividad hidráulica es determinada de la ecuación de Taylor, que es:

$$\log k = \log k_0 - \frac{e_0 - e}{C_k}$$

Reemplazando los valores de :

C_k = 1.06
e = 1.3
k_0 = 0.86x10^{-6} cm/s.
e_0 = 2.1

Se tiene que:

$$\log k = \log 0.86\text{x}10^{-6} - \frac{2.1 - 1.3}{1.06}$$

La conductividad hidráulica será:

$\boldsymbol{k} = \mathbf{1.51x10^{-7}}$ **cm/s.**

Comentario: El ábaco de la figura D.7, se ha determinado en base a muchos ensayos, resulta práctico determinar el valore de C_k con la ecuación: $C_k = 0.5 \cdot e_0$.

PROBLEMA 21.

Para el permeámetro de tres suelos mostrado en la figura 4.35, se sabe que:

Suelo 1:	**Suelo 2:**	**Suelo 3:**
$k_1 = 2.3\text{x}10^{-3}$ cm/s	$k_2 = 1.57\text{x}10^{-4}$ cm/s	$k_3 = 1.5\text{x}10^{-3}$ cm/s
$A_1 = 450$ cm^2	$A_2 = 125$ cm^2	$A_4 = 100$ cm^2
$\gamma = 17$ KN/m^3	$\gamma = 20$ KN/m^3	$\gamma = 19$ KN/m^3

Si las alturas totales de carga h_1 y h_2 respectivamente son: 8.2 y 3.2 m. Determine:

a) La presión de flujo de agua, en el plano transversal del punto B.
b) El gradiente hidráulico crítico del suelo 3 y su factor de seguridad.
c) La pérdida de carga necesaria del sistema, para tener flotación en el suelo 3, suponiendo que la altura total de carga h_2, se mantiene constante y el suelo 1 y 2 no entran flotación.

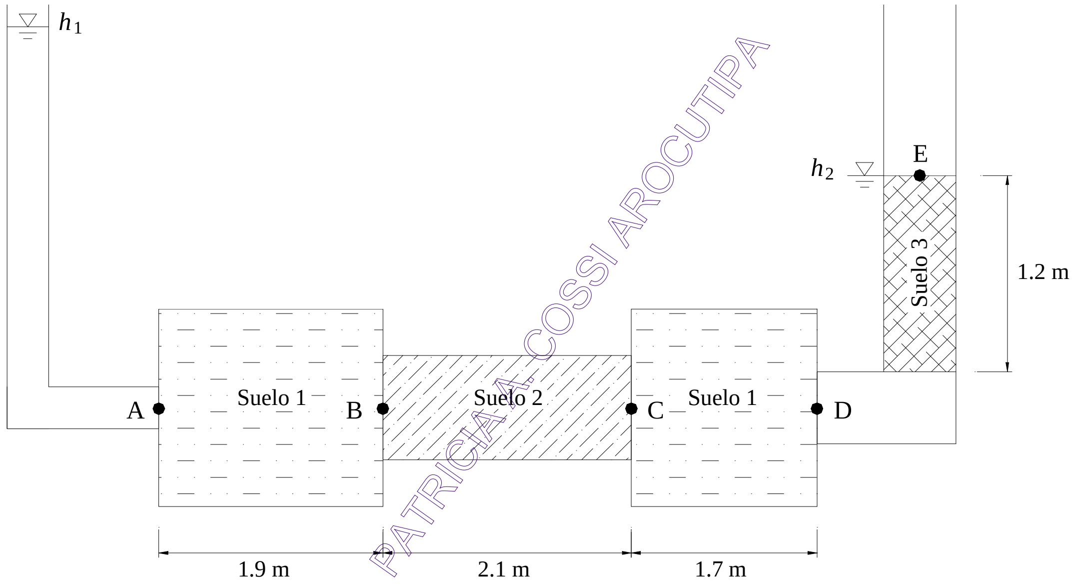


Figura 4.35. Permeámetro con diferentes capas de suelo.

a) La presión de flujo de agua, en el plano transversal del punto B.
PASO 1.

Determinar ecuaciones que relacionen el gradiente hidráulico con las alturas de carga.

El suelo 1 del lado derecho, se identificara con una coma superior, mientras que el suelo 1 lado izquierdo no tendrá ninguna.

La altura total de carga para el punto A, según la figura 4.35, será:

$$h_A = 8.2 \text{ m.}$$

Los gradientes hidráulicos para los diferentes suelos, serán:

$$i_1 = \frac{h_A - h_B}{L_1} \qquad i'_1 = \frac{h_C - h_D}{L'_1} \qquad i_2 = \frac{h_B - h_C}{L_2} \qquad i_3 = \frac{h_D - h_E}{L_3}$$

Reemplazando los valores de:

h_A = 8.2 m.
L_1 = 1.9 m.
L_2 = 2.1 m.
L_3 = 2.1 m.
L'_1 = 1.7 m.

Se tendrá que:

$$i_1 = \frac{8.2 - h_B}{1.9} \qquad i'_1 = \frac{h_C - h_D}{1.7} \qquad i_2 = \frac{h_B - h_c}{2.1} \qquad i_3 = \frac{h_D - h_E}{L_3}$$

Simplificando, se tendrá que:

$$1.9 \cdot i_1 + h_B = 8.2 \qquad [1]$$

$$2.1 \cdot i_2 - h_B + h_c = 0 \qquad [2]$$

$$1.20 \cdot i_3 - h_D = 0 \qquad [3]$$

$$1.7 \cdot i'_1 - h_C + h_D = 0 \qquad [4]$$

Por continuidad, el caudal es el mismo en cualquier punto del suelo. Igualando el caudal del suelo 1 (lado izquierdo) con el suelo 2, además del suelo 1 (lado izquierdo) con el suelo 3 y del suelo 1 (lado izquierdo) con el suelo 3 se tendrá que:

$$q_1 = q_2 \qquad q_1 = q_{1'} \qquad q_1 = q_3$$

Reemplazando el caudal, se tendrá que:

$$k_1 \cdot i_1 \cdot A_1 = q_2 \cdot i_2 \cdot A_2 \qquad k_1 \cdot i_1 \cdot A_1 = k_1 \cdot i'_1 \cdot A_1 \qquad k_1 \cdot i_1 \cdot A_1 = q_3 \cdot i_3 \cdot A_3$$

Reemplazando los valores de:

$k_1 = 2.3\text{x}10^{-3}$ cm/s.
$k_2 = 1.57\text{x}10^{-4}$ cm/s.
$k_3 = 1.5\text{x}10^{-3}$ cm/s.
$A_1 = 450$ cm^2
$A_2 = 125$ cm^2
$A_3 = 100$ cm^2

Se tendrá que:

$$2.3\text{x}10^{-3} \cdot i_1 \cdot 450 = 1.57\text{x}10^{-4} \cdot i_2 \cdot 125 \qquad i_1 = i'_1 \qquad 2.3\text{x}10^{-3} \cdot i_1 \cdot 450 = 1.5\text{x}10^{-3} \cdot i_2 \cdot 100$$

Simplificando, se tendrá que:

$$52.73 \cdot i_1 - i_2 = 0 \qquad [5]$$

$i_1 = i'_1$ [6]

$6.9{\cdot}i_1 - i_3 = 0$ (7)

PASO 2.

Determinación de las alturas totales de carga.

Reemplazando los gradientes hidráulicos de las ecuaciones [4], [6] y [2] en [5], se tiene que:

$1.51\text{x}10^{-2}{\cdot}h_B - h_C + 0.98{\cdot}h_D = 0$ (8)

Reemplazando los gradientes hidráulicos de las ecuaciones [1] y [4] en [6], se tiene que:

$0.82{\cdot}hC - hD = 0$ (9)

Reemplazando los gradientes hidráulicos de las ecuaciones [4], [6] y [3] en (7), se tiene que:

$0.89{\cdot}h_B + h_C - h_D = 5.54$ **(10)**

Resolviendo el sistema de ecuaciones: (8), (9) y (10), se tendrá que:

$h_B = 6.12$ m. $h_C = 0.47$ m. $h_D = 0.38$ m.

PASO 3.

Determinación de la presión de flujo.

El gradiente hidráulico del suelo 2, será:

$$i_2 = \frac{h_B - h_c}{L_2}$$

Reemplazando los valores de:

$h_C = 0.47$ m.
$h_D = 0.38$ m.
$L_2 = 2.1$ m.

Se tiene que:

$$i_2 = \frac{0.47 - 0.38}{2.1}$$

El gradiente hidráulico en el suelo 2, será:

$i_2 = 2.69$

La presión unitaria de flujo para el suelo 2, será:

$$j = i_2 \cdot \gamma_w$$

Reemplazando los valores de:

$i_2 = 2.69$
$\gamma_w = 9.81\ KN/m^3$

Se tiene que:

$$j = 2.69 \cdot 9.81$$

La presión de flujo en el suelo 2, será:

$$\boldsymbol{j = 26.39\ KN/m^3}$$

b) El gradiente hidráulico crítico del suelo 3 y su factor de seguridad.

PASO 1.

Determinación del gradiente hidráulico crítico.

El gradiente hidráulico crítico será:

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

Según la ecuación A.6, esta expresión también puede ser escrita como:

$$i_c = \frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma_w}$$

Reemplazando los valores de:

$\gamma = 19\ KN/m^3$
$\gamma_w = 9.81\ KN/m^3$
Se tiene que:

$$i_c = \frac{19 - 9.81}{9.81}$$

El gradiente hidráulico crítico del suelo 3, será:

$$i_c = 0.93$$

PASO 2.

Determinación del gradiente hidráulico del suelo 3.

El gradiente hidráulico del suelo 3, será:

$$i_3 = \frac{h_D - h_E}{L_3}$$

Reemplazando los valores de:

h_D = 0.38 m.
h_E = 0 m.
L_3 = 1.20 m.

Se tendrá que:

$$i_3 = \frac{0.38}{1.20}$$

El gradiente hidráulico del suelo 3, será:

$$i_3 = 0.31$$

PASO 4.

Determinación del factor de seguridad contra flotación.

El factor de seguridad contra flotación del suelo 3 será:

$$FS = \frac{i_{cr}}{i_3}$$

Reemplazando los valores de:

i_{cr} = 0.93
i_3 = 0.31

Se tiene que:

$$FS = \frac{0.93}{0.31}$$

El factor de seguridad contra flotación del suelo 3 será:

$$\boldsymbol{FS = 3}$$

c) La perdida de carga del sistema, necesaria para que el suelo 3 entre en flotación.

PASO 1.

Determinación de las alturas de carga y gradientes hidráulicos.

Si cambia la pérdida de carga del sistema, todas las alturas de carga serán distintas. La condición para que el suelo 3 entre en flotación es:

$i_3 = i_{cr}$

Si la altura total de carga h_2 se mantiene constante, entonces:

$h_E = 0$

Por lo tanto, el gradiente hidráulico del suelo 3, será:

$$i_3 = \frac{h_D}{L_3}$$

Reemplazando los valores de:

$i_3 = 0.93$
$L_3 = 1.2$ m.

Se tiene que: $0.93 = \dfrac{h_D}{1.2}$

La altura de carga para el punto D, será:

$h_D = 1.11$ m.

De la ecuación (7), se tiene que:

$6.9 \cdot i_1 - i_3 = 0$

Reemplazado el valor de: i_3, se tiene que:

$6.9 \cdot i_1 - 0.93 = 0$

Por lo tanto, el gradiente hidráulico en el suelo 1 será:

$i_1 = 0.13$

De la ecuación [5], se tiene que:

$52.73 \cdot i_1 - i_2 = 0$

Reemplazando el valor de i_1, en la ecuación [5], se tiene que:

$52.73 \cdot 0.13 - i_2 = 0$

El gradiente hidráulico en el suelo 2 será:

$i_2 = 6.85$

El gradiente hidráulico para el suelo 1 (lado derecho), será:

$$i'_1 = \frac{h_C - h_D}{L'_1}$$

De la ecuación [6], se sabe que: $i_1 = i'_1$. Por lo tanto reemplazando los valores de:

$i_1 = 0.13$
$h_D = 1.11$ m.
$L'_1 = 1.7$ m.

Se tiene que:

$$0.13 = \frac{h_C - 1.11}{1.7}$$

La altura de carga en el punto C será:

$$h_C = 1.62 \text{ m.}$$

el gradiente hidráulico del suelo 2, será:

$$i_2 = \frac{h_B - h_c}{L_2}$$

Reemplazando los valores de:

$h_C = 1.62$ m.
$L_2 = 2.1$ m.
$i_2 = 6.85$

Se tiene que:

$$6.85 = \frac{h_B - 1.62}{2.1}$$

La altura de carga en el punto B será:

$$h_B = 16 \text{ m.}$$

El gradiente hidráulico del suelo 1, será:

$$i_1 = \frac{h_A - h_B}{L_1}$$

Reemplazando los valores de:

$i_1 = 0.13$
$h_B = 16$
$L_1 = 1.9$ m.

Se tiene que:

$$0.13 = \frac{h_A - 16}{1.9}$$

La altura total de carga para el punto A, será:

$$h_A = 16.24 \text{ m.}$$

PASO 2.

Determinación de la pérdida de carga del sistema.

La altura de carga h_A, es también la altura de carga h_1. La pérdida de carga será:

$$\Delta h = h_A - h_E$$

Reemplazando los valores de:

$h_A = 16.24$ m.
$h_E = 0$ m.

La perdida de carga necesaria del sistema será:

$$\boldsymbol{\Delta h = 16.24 \text{ m.}}$$

Comentario: Los suelos 1 y 2 de la figura 4.35, fácilmente entran en flotación debido a su posición (horizontal), donde las partículas son arrastradas. Sin embargo el suelo 3, debido a su posición (vertical) presenta resistencia a la flotación, pues el peso de las partículas impide la flotación.

PROBLEMA 22.

La tabla 4.9, muestra los resultados de un ensayo granulométrico de una arena fina extraída cerca de un río. Determine la conductividad hidráulica, utilizando:

a) La correlación de Hazen.
b) La correlación de Shepherd.

Tabla 4.9. Resultados del ensayo granulométrico.

Tamiz Nro.	Abertura mm	Masa retenida gr
4	4.75	169.78
10	2	97.45
20	0.85	84.6
30	0.6	57.12
40	0.425	12.4
60	0.25	6.78
140	0.106	4.87
200	0.075	2.33
Plato	-----	1.45

a) Correlación de Hazen.

PASO 1.

Determinación del diámetro efectivo y el coeficiente de uniformidad.

Se procesan los resultados de la tabla 4.9, por lo que se tendrá:

Tamiz Nro.	Abertura mm	Masa retenida gr	Acumulativa	% que pasa
4	4.75	169.78	169.78	61.13
10	2	97.45	267.23	38.82
20	0.85	84.60	351.83	19.45
30	0.6	57.12	408.95	6.37
40	0.425	12.40	421.35	3.53
60	0.25	6.78	428.13	1.98
140	0.106	4.87	433.00	0.87
200	0.075	2.33	435.33	0.33
Plato	-----	1.45	436.78	

El diámetro efectivo, se determina interpolando para un porcentaje del 10 %, este será:

$$d_{10} = 0.66 \text{ mm.}$$

Según la ecuación A.7, el coeficiente de uniformidad será:

$$C_u = \frac{d_{30}^2}{d_{60} \cdot d_{10}}$$

Los diámetros que requiere esta la ecuación se interpolan de la tabla 4.9, que serán:

d_{60} = 4.6 mm.
d_{30} = 1.47 mm.
d_{10} = 0.66 mm.

Por lo tanto, si se reemplazan estos diámetros, el coeficiente de uniformidad será:

$$C_u = \frac{1.47^2}{4.6 \cdot 0.66}$$
$$C_u = 6.96$$

PASO 2.

Estimación del coeficiente *C*.

El valor de *C* es obtenido de la tabla D.4, este valor esta sujeto a requisitos que se deben cumplir en lo que respecta al coeficiente de uniformidad y el diámetro efectivo. El coeficiente de uniformidad del suelo es mayor a 5 y el diámetro efectivo está en el límite del rango recomendado de 0.003 a 0.66 en la tabla D.4, por lo cual el valor de *C*, estará comprendido entre: 0.4 a 0.8.

Debido a que el diámetro efectivo se encuentra al límite del rango admitido, se asume que tiene un valor de:

$$C = 0.8$$

PASO 3.

Determinación de la conductividad hidráulica.

La correlación de Hazen es:

$$k = C \cdot d_{10}^2$$

Reemplazando los valores de:

C = 0.8
d_{10} = 0.66 mm.

Se tiene que:

$$k = 0.8 \cdot 0.66^2$$

Por lo que la conductividad hidráulica será:

$$\boldsymbol{k = 0.34 \text{ cm/s.}}$$

b) Correlación de Shepherd.

La ecuación D.15, describe la correlación de Shepherd como:

$$k = c \cdot d_{50}^j$$

El valor de: d_{50}, es obtenido interpolando de la tabla, que es:

$$d_{50} = 3.37 \text{ mm.}$$

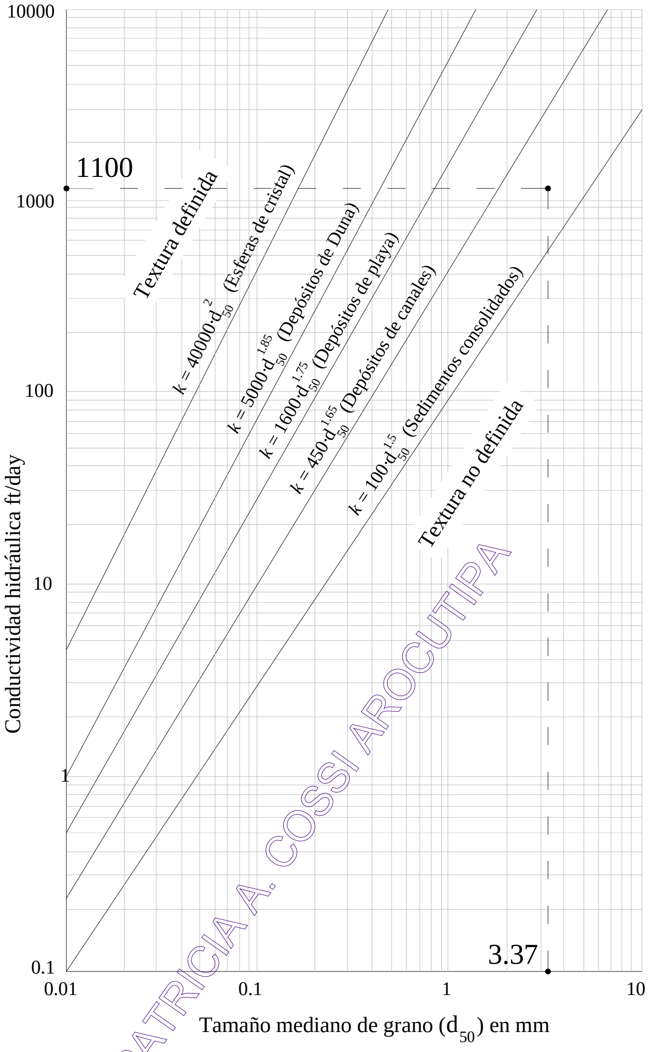


Figura 4.36. Determinación de la conductividad hidráulica.

Ingresando al ábaco de la figura D.3 con un valor de d_{50}, (este valor puede incluso ser estimado visualmente) se intercepta una región tentativa de acuerdo a la procedencia del suelo. Para este caso, el suelo se ubica entre las curvas de: depósitos de canales y sedimentos consolidados (véase la figura 4.36), tomando como base para esta decisión que el suelo tiene abundante material fino. Por lo tanto, la conductividad hidráulica, aproximadamente será:

k = 1100 ft/día.

Transformando unidades, se tiene que:

k =0.38 cm/s.

PROBLEMA 23.

La tabla 4.10, muestra los resultados de un ensayo granulométrico de una muestra e suelo. Determine la conductividad hidráulica, aplicando el método de Mash and Denny.

Tabla 4.10. Resultados de un ensayo granulométrico.

Tamiz	Abertura mm	Masa retenida gr
4	4.75	0
6	3.35	0
10	2	0
20	0.85	9.1
40	0.425	249.4
60	0.25	179.8
100	0.15	22.7
200	0.075	15.5
Plato	-------	23.5
Masa total de la muestra =		500

PASO 1.

Transformar unidades expresadas en mm a unidades ϕ.

Se determina el porcentaje que pasa para cada tamiz. Luego, mediante el ábaco mostrado en la figura D.4, se transforman todas las medidas de mm a unidades ϕ. Por lo que se tendrá:

Tamiz	Abertura mm	Masa retenida gr	% que pasa	Unidades ϕ
4	4.75	0	100	-2.25
6	3.35	0	100	-1.74
10	2	0	100	-1.00
20	0.85	9.1	98.18	0.23
40	0.425	249.4	48.3	1.23
60	0.25	179.8	12.34	2.00
100	0.15	22.7	7.8	2.74
200	0.075	15.5	4.7	3.74
Plato	-------	23.5		
Masa total de la muestra =		500		

PASO 2.

Determinar la desviación estándar inclusiva.

La desviación estándar inclusiva, será:

$$\sigma_I = \frac{d_{16} - d_{84}}{4} + \frac{d_5 - d_{95}}{6.6}$$

Los diferentes diámetros que se necesitan para calcular la desviación inclusiva estándar, están en unidades ϕ. Estos son interpolados, que serán:

$d_{16} = 1.92$
$d_{84} = 1.75$
$d_5 = 3.64$

$d_{95} = 0.29$

Reemplazando estos valores, se tiene que:

$$\sigma_I = \frac{1.92 - 1.75}{4} + \frac{3.64 - 0.29}{6.6}$$

La desviación estándar inclusiva, será:

$$\sigma_I = 0.55$$

PASO 3.

Determinación de la conductividad hidráulica.

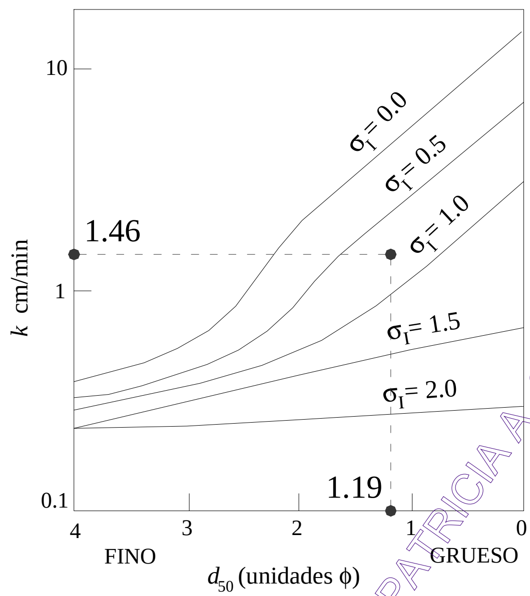


Figura 4.37. Determinación de la conductividad hidráulica.

El valor interpolado de: d_{50}, en unidades ϕ será:

$$d_{50} = 1.19$$

Con el valor de d_{50}, se ingresa al ábaco mostrado en la figura D.5, donde se intercepta a la curva correspondiente de la desviación estándar inclusiva y se obtiene la conductividad hidráulica (Véase la figura 4.37).

La conductividad hidráulica, será:

$$k = 1.46 \text{ cm/min.}$$

Transformando unidades, se tiene que:

$$\boldsymbol{k = 2.43 \times 10^{-2}} \textbf{ cm/s.}$$

PROBLEMA 24.

Para el permeámetro de la figura se han instalado dos manómetros en cada extremo, que registran las presiones de P_A = 23 y P_B = 5 KPa. Se tiene un arreglo de tres suelos colocados de dos maneras diferentes, en dos secciones adyacentes. La sección transversal es de: A = 3600 cm^2 y las conductividades hidráulicas de los suelos son:

Suelo 1:	Suelo 2:	Suelo 3:
$k_1 = 1.75\text{x}10^{-3}$ cm/s	$k_2 = 3.21\text{x}10^{-2}$ cm/s	$k_3 = 1.57\text{x}10^{-3}$ cm/s

Determine:

a) La presión de poros en el punto *B*.
b) El caudal que circula en el sistema.
c) Cual de los dos arreglos de estratos produce mayor resistencia.

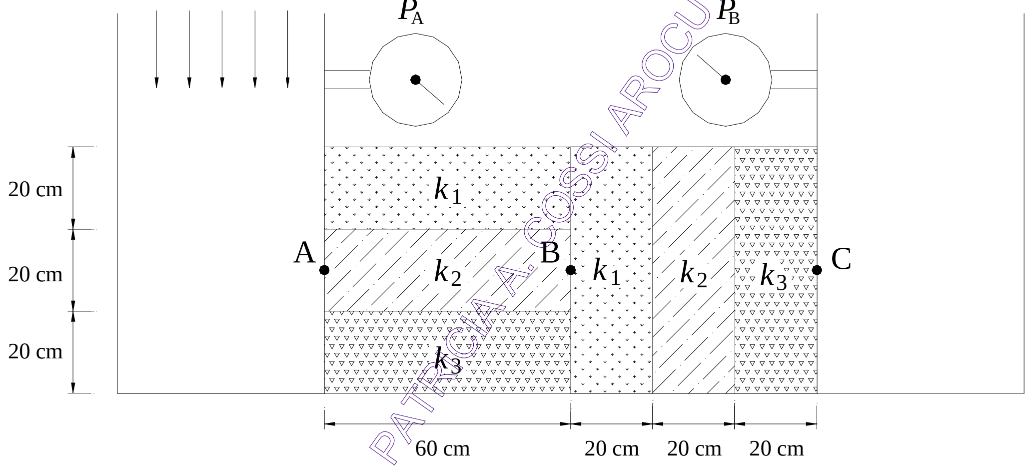


Figura 4.38. Permeámetro con dos arreglos suelo.

a) La presión de poros en el punto B.

PASO 1.

Determinación de las conductividades hidráulicas equivalentes:

Según la ecuación D.32, la conductividad hidráulica horizontal equivalente será:

$$k_{Heq} = \frac{\sum k_i \cdot H_i}{\sum H_i}$$

Reemplazando los valores de:

H_i = 20 cm.
$k_1 = 1.75\text{x}10^{-3}$ cm/s.
$k_2 = 3.21\text{x}10^{-2}$ cm/s.

k_3 = 1.57x10^{-3} cm/s.

Se tiene que:

$$k_{Heq} = \frac{1.75\text{x}10^{-3} \cdot 20 + 3.21\text{x}10^{-2} \cdot 20 + 1.57\text{x}10^{-3} \cdot 20}{20 + 20 + 20}$$

La conductividad hidráulica horizontal, será:

k_{Heq} = 1.18x10^{-2} cm/s.

Según la ecuación D.33, la conductividad hidráulica vertical equivalente será:

$$k_{Veq} = \frac{\sum H_i}{\sum \left(\frac{H_i}{k_i} \right)}$$

Reemplazando los valores de:

H_i = 20 cm.
k_1 = 1.75x10^{-3} cm/s.
k_2 = 3.21x10^{-2} cm/s.
k_3 = 1.57x10^{-3} cm/s.
Se tiene que:

$$k_{Veq} = \frac{20 + 20 + 20}{\frac{20}{1.75\text{x}10^{-3}} + \frac{20}{3.21\text{x}10^{-2}} + \frac{20}{1.57\text{x}10^{-3}}}$$

La conductividad hidráulica vertical equivalente será:

k_{Veq} = 2.42x10^{-3} cm/s.

PASO 2.

Relacionando los gradientes hidráulicos y las alturas de carga.

La altura de carga para los puntos A y C será:

$$h_A = \frac{P_A}{\gamma_w} \qquad h_C = \frac{P_B}{\gamma_w}$$

Reemplazando los valores de:

P_A = 23 KPa.
γ_w = 9.81 KN/m^3
P_B = 5 KPa.
γ_w = 9.81 KN/m^3

Se tendrá que:

$$h_A = \frac{23}{9.81} \qquad h_C = \frac{5}{9.81}$$

La altura de carga para el punto A y C, será:

$h_A = 2.34$ m. $\qquad h_C = 0.5$ m.

El gradiente hidráulico para ambos arreglos será:

$$i_{A-B} = \frac{h_A - h_B}{L_{A-B}} \qquad i_{B-C} = \frac{h_B - h_C}{L_{B-C}}$$

Reemplazando los valores de:

$h_A = 2.34$
$h_B = 0.5$
$L_{A\text{-}B} = 0.6$ m. *(convertido a metros)*
$L_{B\text{-}C} = 0.6$ m. *(convertido a metros)*

Se tendrá que:

$$i_{A-B} = \frac{2.34 - h_B}{0.6} \qquad i_{B-C} = \frac{h_B - 0.5}{0.6}$$

Simplificando, se tiene que:

$$0.6 \cdot i_{A\text{-}B} + h_B = 2.34 \qquad [1]$$

$$0.6 \cdot i_{B\text{-}C} - h_B = 0.5 \qquad [2]$$

Reemplazando h_B de la ecuación [1] en la ecuación [2], se tiene que:

$$i_{A\text{-}B} - i_{B\text{-}C} = 3.06 \qquad [3]$$

Por continuidad, se sabe que el caudal en el primer arreglo, será el mismo que en el segundo arreglo. Por lo tanto:

$$q_{A\text{-}B} = q_{B\text{-}C}$$

Reemplazando el caudal, se tiene que:

$$k_{\text{eqH}} \cdot i_{A\text{-}B} \cdot A = k_{\text{eqV}} \cdot i_{B\text{-}C} \cdot A$$

Reemplazando los valores de:

$K_{H\text{eq}} = 1.18\text{x}10^{-2}$ cm/s.
$K_{V\text{eq}} = 2.42\text{x}10^{-3}$ cm/s.

Se tiene que:

$$i_{A\text{-}B} - 0.205 \cdot i_{B\text{-}C} = 0 \qquad [4]$$

Resolviendo las ecuaciones [3] y [4], los gradiente hidráulicos serán:

$$i_{A\text{-}B} = 0.51 \qquad i_{B\text{-}C} = 2.53$$

PASO 3.

Determinación de la altura de carga en el punto B.

Reemplazando el valor de: $i_{B\text{-}C}$, en la ecuación [2], se tiene que:

$$0.6 \cdot 2.53 - h_B = 0.5$$

La altura de carga en le punto *B*, será:

$$h_B = 2.01 \text{ m.}$$

PASO 4.

Determinación de la presión de poros en el punto B.

La presión de poros en el punto B, será:

$$u_B = \gamma_w \cdot h_B$$

Reemplazando el valor de la altura de carga h_B, se tiene que:

$$u_B = 9.81 \cdot 2.01$$

La presión de poros en el punto B, será:

$$\boldsymbol{u_B = 19.8 \text{ KPa.}}$$

b) Caudal que circula por el sistema.

El caudal será:

$$q = k_{Veq} \cdot i_{B\text{-}C} \cdot A$$

Reemplazando los valores de:

$k_{Veq} = 2.42\text{x}10^{-3}$ cm/s.
$i_{B\text{-}C} = 2.53$
$A = 3600$ cm^2
Se tiene que:

$$q = 2.42\text{x}10^{-3} \cdot 2.53 \cdot 3600$$

El caudal que circula por el sistema será:

$$q = 22.04 \text{ cm}^3/\text{s}$$

c) Cual de los dos arreglos de estratos produce mayor resistencia.

PASO 1.

Determinación de la pérdida de carga para los dos arreglos.

La pérdida de carga para ambos arreglos será:

$$\Delta h_{A\text{-}B} = h_A - h_B \qquad \Delta h_{B\text{-}C} = h_B - h_C$$

Para los valores de:

h_A = 2.34 m.
h_B = 2.01 m.
h_C = 0.5 m.

Se tendrá que:

$$\Delta h_{A\text{-}B} = 2.34 - 2.01 \qquad \Delta h_{B\text{-}C} = 2.01 - 0.5$$

La pérdida de carga para ambos arreglos será:

$$\Delta h_{A\text{-}B} = 0.33 \text{ m.} \qquad \Delta h_{B\text{-}C} = 1.51 \text{ m.}$$

PASO 2.

Evaluación de las pérdidas de carga.

La perdida de carga para el primer arreglo, es menor que en el segundo. Por lo tanto, el segundo arreglo ofrece mayor resistencia al flujo de agua.

PROBLEMA 25.

El permeámetro mostrado en la figura 4.39, contiene tres tipos de arena acomodadas adyacentemente, las conductividades hidráulicas de las arenas A y C respectivamente son: 10^{-2} cm/s y 5×10^{-3} cm/s y todas tienen un área de 150 cm^2 de sección transversal. Se han instalado piezómetros al inicio y al final de la arena B y se ha registrado los niveles piezométricos en esta arena que se mantienen constantes. Determinar la conductividad hidráulica de la arena 2.

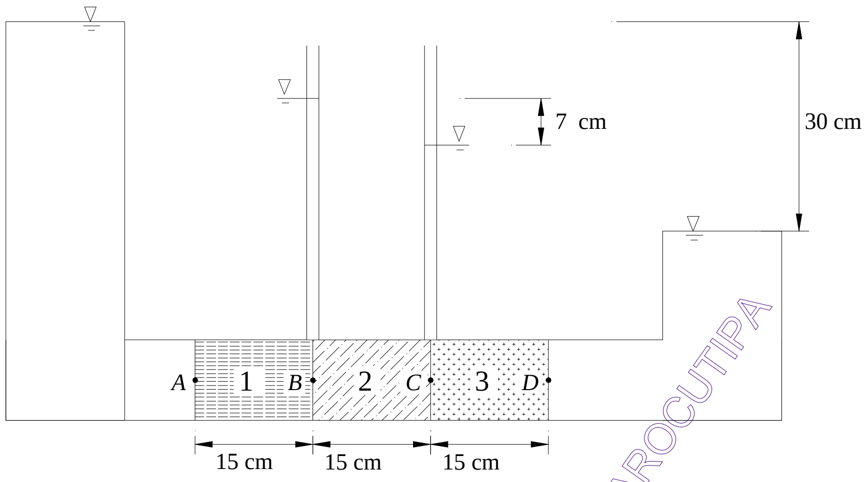


Figura 4.39. Permeámetro con tres capas de suelo.

PASO 1.

Determinar alturas de carga, mediante conceptos de pérdida de carga.

Ya que solamente se tienen pérdidas de carga, se asume la altura de carga inicial para el punto A, que será:

$$h_A = 1 \text{ m.}$$

La pedida total de carga, es medida como:

$$\Delta h = h_A - h_D$$

Reemplazando los valores de:

$h_A = 1$ m.
$\Delta h = 0.3$ m. *(convertido a metros)*

Se tiene que:

$$0.3 = 1 - h_D$$

La altura de carga en el punto D, será:

$$h_D = 0.7 \text{ m.}$$

PASO 2.

Determinación de ecuaciones que relacionen el gradiente hidráulico y alturas de carga.

La pérdida de carga en el suelo 2, será:

$$\Delta h_2 = h_B - h_C$$

Reemplazando el valor de Δh_A, se tiene que:

$$h_B - h_C = 0.07 \qquad [1]$$

El gradiente hidráulico del suelo 1, además del suelo 3 será:

$$i_1 = \frac{h_A - h_B}{L_1} \qquad i_3 = \frac{h_C - h_D}{L_3}$$

Reemplazando los valores de:

h_A = 1 m.
h_D = 0.7 m.
L_1 = 0.15 m. *(convertido a metros)*
L_3 = 0.15 m. *(convertido a metros)*
Los gradientes hidráulicos serán:

$$i_1 = \frac{1 - h_B}{0.15} \qquad [2]$$

$$i_3 = \frac{h_C - 0.7}{0.15} \qquad [3]$$

Igualando caudales de los suelos 1 y 3, se tiene que:

$$q_1 = q_3$$

Reemplazando el caudal, se tiene que:

$$k_1 \cdot i_1 \cdot A = k_3 \cdot i_3 \cdot A$$

Reemplazando los valores de :

$k_1 = 1x10^{-2}$ cm/s.
$k_2 = 5x10^{-3}$ cm/s.
Se tiene que:

$$1x10^{-2} \cdot i_1 = 5x10^{-3} \cdot i_3$$

Reemplazando los gradientes hidráulicos de las ecuaciones [2] y [3], se tiene que:

$$h_B + 0.5 \cdot h_C = 1.35 \qquad [4]$$

Resolviendo las ecuaciones [1] y [4], se tiene que:

$h_B = 0.92$ m $\qquad h_C = 0.85$ m

PASO 3.

Determinación del caudal.

El gradiente hidráulico del suelo 1, reemplazando el valor de h_B, será:

$$i_1 = \frac{1 - 0.92}{0.15}$$

$i_1 = 0.53$

El caudal del sistema, será:

$q = k_1 \cdot i_1 \cdot A$

Reemplazando los valores de:

$k1 = 1 \text{x} 10^{-2}$ cm/s.
$i1 = 0.53$
$A = 150$ cm^2

Se tiene que:

$q = 1\text{x}10^{-2} \cdot 0.53 \cdot 150$

El caudal será:

$q = 0.79$ cm^3/s.

PASO 3.

Determinación de la conductividad hidráulica del suelo 2.

El gradiente hidráulico del suelo 2, será:

$$i_2 = \frac{h_B - h_C}{L_2}$$

Reemplazando los valores de:

$h_B = 0.92$ m.
$h_C = 0.85$ m.
$L_2 = 0.15$ m. *(convertido a metros)*

Se tiene que:

$$i_2 = \frac{0.92 - 0.85}{0.15}$$

El gradiente hidráulico será:

$$i_2 = 0.46$$

La conductividad hidráulica del suelo 2, se obtiene de:

$$q = k_2 \cdot i_2 \cdot A$$

Reemplazando los valores de:

q = 0.79 cm^3/s.
i_2 = 0.46
A = 150 cm^2

Se tiene que:

$$0.79 = k_2 \cdot 0.46 \cdot 150$$

La conductividad hidráulica del suelo 2, será:

$$\mathbf{k_2 = 1.08x10^{-2}\ cm/s.}$$

Comentario: Una pérdida de carga, es la diferencia entre alturas de carga en dos puntos. Para una determinada pérdida de carga, pueden existir una gran variedad de combinaciones de alturas de carga. Sin importar la combinación usada, lo importante es que la pérdida de carga sea la misma y se mantenga la compatibilidad en el sistema. Generalmente pueden usarse artificios similares para resolver problemas de flujo unidimensional.

PROBLEMA 26.

Para el permeámetro de la figura 4.40, se pide determinar la presión de poros en el punto A. La conductividad hidráulica de los suelos es:

Suelo 1:	Suelo 2:	Suelo 3:
$k_1 = 3x10^{-4}$ cm/s	$k_2 = 6x10^{-6}$ cm/s	$k_3 = 3x10^{-7}$ cm/s

Todas las distancias del sistema están expresadas en función a L, por lo tanto considere que: L = 50 cm.

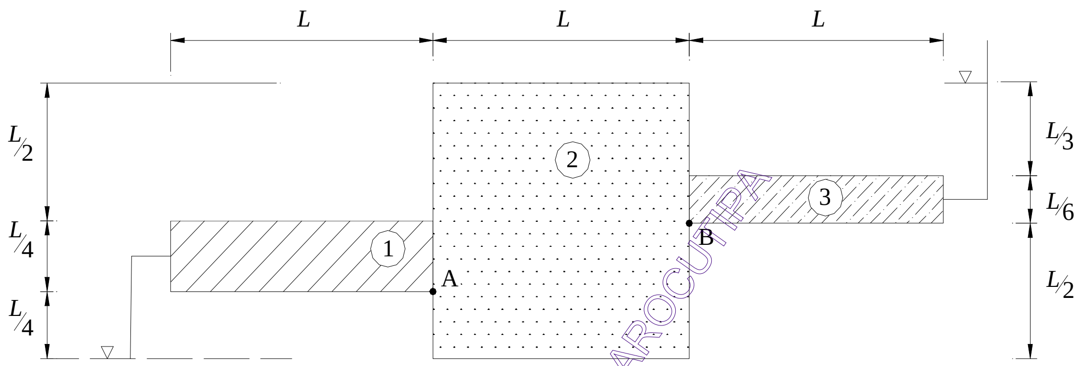


Figura 4.40. Permeámetro con tres capas de suelo a diferentes alturas.

Estrategia: La presión de poros es determinada con la ecuación D.5. Para lo cual se necesita la altura piezométrica del punto A. Esta altura se puede determinar, mediante ecuaciones que relacionen los gradientes hidráulicos y las alturas totales de carga. Mediante continuidad, se pueden igualar los caudales en los suelos y obtener otras ecuaciones que forman un sistema de ecuaciones. Resolviendo el sistema, se determinan las alturas de carga y la presión de poros del sistema.

PASO 1.

Determinación de ecuaciones que relaciones las alturas totales de carga.

Se toma como nivel e referencia, la parte inferior, en el nivel más bajo a agua. El gradiente hidráulico siempre debe ser positivo, por lo cual se asume que el flujo se moverá del suelo 3 al suelo 1.

Los gradientes hidráulicos de los serán:

$$i_1 = \frac{h_A - 0}{L} \qquad [1]$$

$$i_2 = \frac{h_B - h_A}{L} \qquad [2]$$

$$i_3 = \frac{L - h_B}{L} \qquad [3]$$

PASO 2.

Determinación de las alturas totales de carga.

El área de la sección transversal de los suelos:1, 2 y 3, para un metro de ancho, serán:

$$A_1 = L/4 \cdot 1 \qquad A_2 = (L/4 + L/4 + L/2) \cdot 1 \qquad A_3 = L/6 \cdot 1$$

Reemplazando el valor de: $L = 50$ cm^2, se tiene que:

$$A_1 = 12.5 \text{ cm}^2 \qquad A_2 = 50 \text{ cm}^2 \qquad A_3 = 8.33 \text{ cm}^2$$

Igualando el caudal del suelo 1 con el suelo 2, además del suelo 1 y 3, se tendrá que:

$$q_1 = q_2 \qquad q_1 = q_3$$

Reemplazando el caudal, se tendrá que:

$$k_1 \cdot i_1 \cdot A_1 = k_2 \cdot i_2 \cdot A_2 \qquad k_1 \cdot i_1 \cdot A_1 = k_3 \cdot i_3 \cdot A_3$$

Reemplazando los valores de:

$k_1 = 3 \text{x} 10^{-4}$ cm/s.
$k_2 = 6 \text{x} 10^{-6}$ cm/s.
$k_3 = 3 \text{x} 10^{-7}$ cm/s.
$A_1 = 12.5$ cm^2
$A_2 = 50$ cm^2
$A_3 = 8.33$ cm^2

Se tendrá que:

$$3 \text{x} 10^{-4} \cdot i_1 \cdot 12.5 = 6 \text{x} 10^{-6} \cdot i_2 \cdot 50 \qquad 3 \text{x} 10^{-4} \cdot i_1 \cdot 12.5 = 3 \text{x} 10^{-7} \cdot i_3 \cdot 8.33$$

Reemplazando las ecuaciones [1], [2] y [3] en estas expresiones, se tendrá que:

$$1.08 \cdot h_A - 0.08 \cdot h_B = 0 \qquad [4]$$

$$h_A = 6.66 \text{x} 10^{-4} \cdot (50 - h_B) = 0 \qquad [5]$$

Resolviendo las ecuaciones [4] y [5], se tiene que:

$$h_A = 0.032 \text{ cm.} \qquad h_B = 0.44 \text{ cm.}$$

PASO 3.

Determinación de la presión de poros.

La altura piezómetrica para el punto A, será:

$$h_{pA} = h_A - h_{ZA}$$

Reemplazando los valores de:

$h_A = 0.035$ cm.
$h_{ZA} = 50/4$ cm.

Se tiene que:

$$h_{PA} = 0.035 - \frac{50}{4}$$

La altura piezométrica será:

$$h_{pA} = -12.44 \text{ cm.}$$

La presión de poros en el punto A, será:

$$u = h_{pA} \cdot \gamma_w$$

Reemplazando los valores de:

h_{pA} = -0.1244 m.
γ_w = 9.81 KPa.

Se tiene que:

$$u_A = -0.1244 \cdot 9.81$$

La presión de poros en el punto A, será:

$$\mathbf{u_A = -1.22\ KPa.}$$

Comentario: Antes de resolver algún problema de flujo de agua, debe determinarse la dirección correcta del flujo, para lo cual el gradiente hidráulico es de ayuda. El gradiente hidráulico, es medido de una altura de carga mayor a una menor (dirección del flujo) y este valor siempre debe ser positivo, lo que indicará la dirección correcta del flujo de agua. Debe tenerse cuidado, cuando se tiene un nivel de referencia en el cual no se mantienen constantes las alturas potenciales, la mejor opción en las ecuaciones es trabajar con alturas totales de carga y no con alturas piezométricas.

Flujo en dos dimensiones.

PROBLEMA 27

Para el permeámetro mostrado en la Figura 4.41, se tiene que:

h = 50 cm H_1 = 30 cm
H_2 = 50 cm $k_1 = 1.8 \cdot k_2$

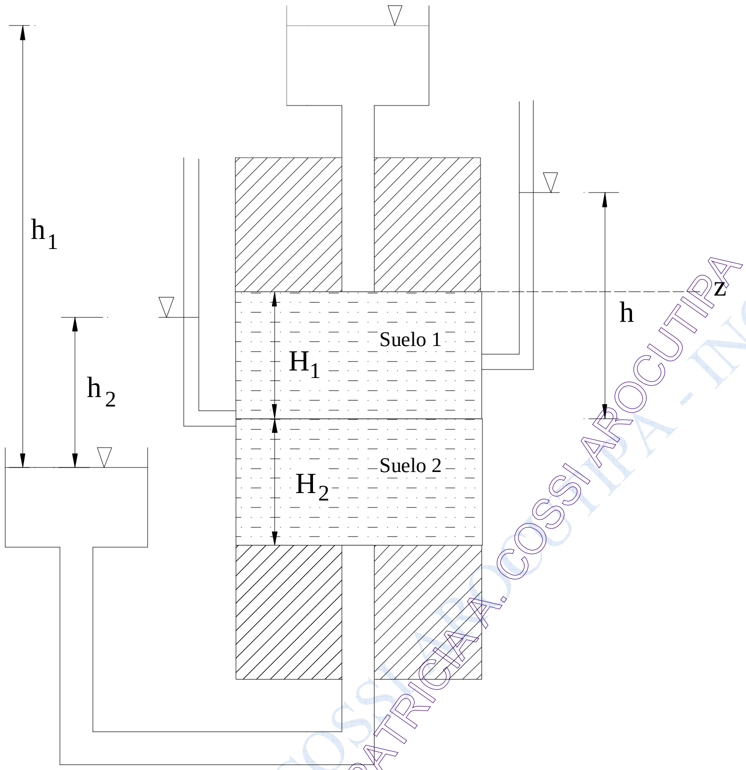


Figura 4.41. Permeámetro con dos capas de suelo.

Determinar el valor de las alturas piezométricas h_1 y h_2 utilizando la ecuación de Laplace para un valor de z = 60 cm.

PASO 1.
Determinación de ecuaciones que relacionen las alturas piezométricas.

La ecuación de Laplace es:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0$$

Para el caso del permeámetro se tiene que $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0$, por lo tanto se tendrá que:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Integrando se tiene que:

$$h = A_1 \cdot z + A_2 \qquad [1]$$

Donde $A_1 \cdot$ y A_2 son coeficientes producto de la integración.

Para el suelo 1

Condición 1

$$z = 0 \qquad h = h_2$$

Condición 2

$$z = H_1 + H_2 \qquad h = 0$$

Combinando la ecuación [1] con la condición 1, se tendrá que:

$$A_2 = h_1 \qquad [2]$$

Combinando la ecuación [1] con la condición 2, se tendrá que:

$$h_2 = A_1 . H_1 + h_1$$

Entonces:

$$A_1 = -\left(\frac{h_1 - h_2}{H_1}\right) \qquad [3]$$

Condición 1

$$z = 0 \qquad h = h_1$$

Condición 2

$$z = 0 \qquad h = h_2$$

Reemplazando las ecuaciones [2] y [3] en la ecuación [1] se tendrá que:

$$A_1 = -\left(\frac{h_1 - h_2}{H_1}\right) \cdot z + h_1 \qquad [4]$$

Para el suelo 2

Condición 1

$$z = 0 \qquad h = h_1$$

Condición 2

$z = 0 \qquad\qquad h = 0$

Combinando la ecuación [1] con la condición 1, se tendrá que:

$$A_2 = h_1 - A_1 \cdot H_1 \qquad [5]$$

Combinando la ecuación [1] con la condición 2, se tendrá que:

$$A_1 \cdot (H_1 + H_2) + (h_2 - A_1 \cdot H_1) = 0$$

Reemplazando el valor de A_1, se tendrá que:

$$A_1 \cdot H_1 + A_1 \cdot H_2 + h_2 - A_1 \cdot H_1)$$

Despejando A se tendrá que:

$$A = -\frac{h_2}{H_2} \qquad [6]$$

Reemplazando las ecuaciones [5] y [6] en la ecuación [1], se tendrá que:

$$h = -\left(\frac{h_2}{H_2}\right) \cdot z + h_2 \cdot \left(1 + \frac{H_1}{H_2}\right)$$

Por otra parte el caudal que circula en el suelo A es igual al del suelo B, entonces:

$$q_1 = q_2$$

De la ecuación [D.11] y la ecuación [D.4] se tendrá que:

$$k_1 \cdot \left(\frac{h_1 - h_2}{H_1}\right) \cdot A = k_1 \cdot \left(\frac{h_1 - 0}{H_2}\right) \cdot A$$

PASO 2

Determinación de las alturas piezométricas h_1 y h_2.

$$h_2 = \frac{h_1 \cdot k_1}{H_1 \cdot \left(\frac{k_1}{H_1} + \frac{k_1}{H_1}\right)} \qquad [7]$$

Sustituyendo la ecuación [7] en la ecuación [4] y despejando h_1, se tendrá que:

$$h_1 = \frac{h}{\left(1 - \frac{k_2 \cdot z}{k_1 \cdot H_2 + k_2 \cdot H_1}\right)} \qquad [8]$$

Reemplazando los valores de:

h = 50 cm
H_1 = 30 cm
H_2 = 50 cm
$k_1 = 1.8 \cdot k_2$

En la ecuación [8] se tendrá que:

$$h_1 = \frac{50}{\left(1 - \frac{60}{1.8 \cdot 50 + 30}\right)}$$

Por lo tanto:

$$\boldsymbol{h_1 = 100 \text{ cm}}$$

De la ecuación [D.7] se tendrá que:

$$h_2 = \frac{100 \cdot 1.8}{30 \cdot \left(\frac{1.8}{30} + \frac{1}{50}\right)}$$

Por lo tanto:

$$\boldsymbol{h_2 = 75 \text{ cm}}$$

Comentario: La ecuación de Laplace gobierna el flujo de agua en el suelo, esta puede utilizarse para resolver cualquier problema de flujo de agua. Sin embargo, esta se complicara a medida que aumente las dimensiones del flujo en el sistema.

PROBLEMA 28

En la Figura 4.42 se muestra un sistema de flujo en dos dimensiones compuesto de un ataguía en un perfil de suelo con una conductividad hidráulica de 2.32×10^{-4} cm/s.

Se pide:

a) Dibujar la red de flujo cuadrada del sistema.
b) Determinar el caudal que circula por el sistema.
c) La presión de poros en los puntos A y B.

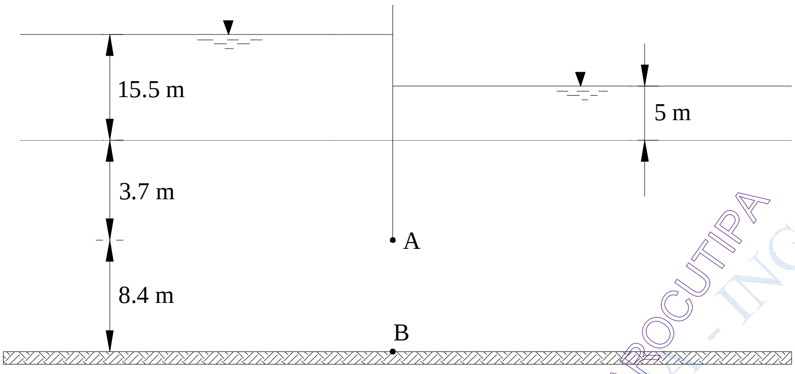


Figura 4.42. Sistema de flujo con ataguía.

a) Dibujar la red de flujo cuadrada del sistema.

PASO 1.

Identificación de las condiciones de borde del sistema.

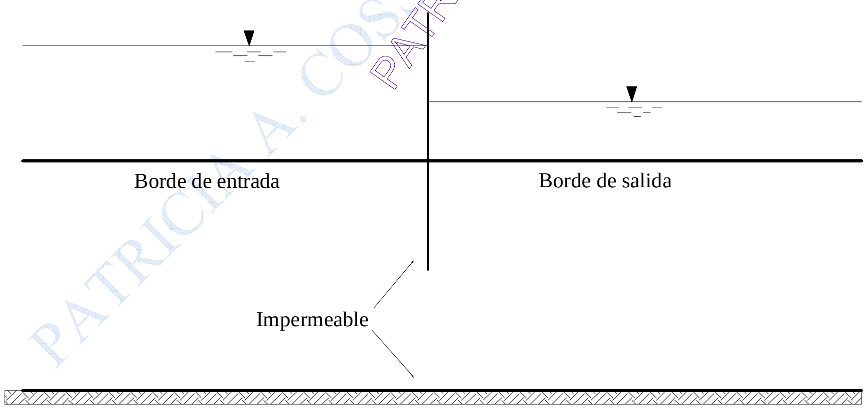


Figura 4.43. Bordes permeables e impermeables.
En primer lugar se identifican los bordes de entrada, salida y los impermeables, mostrados en trazo lleno en la Figura 4.43.

PASO 2.

Ubicación de las líneas de flujo.

Se trazan las líneas de flujo de tal forma que estén bien distribuidas en todo el perfil como muestra la Figura 4.44.

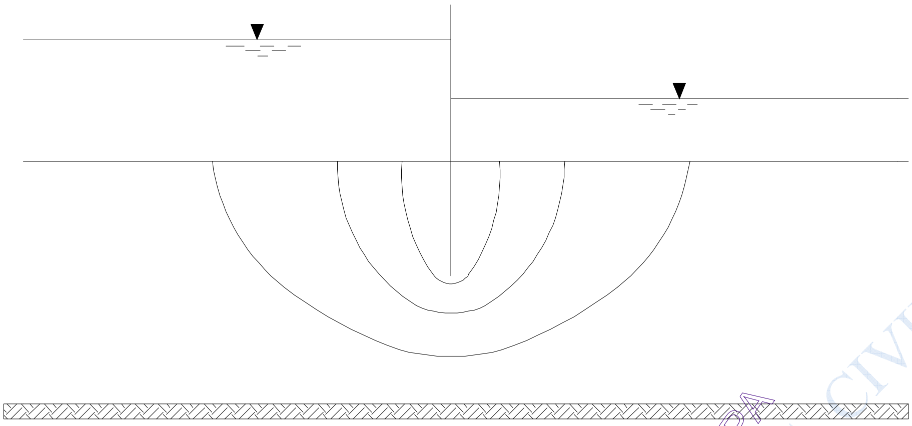


Figura 4.44. Líneas de flujo.

PASO 3.

Ubicación de las líneas equipotenciales.

Se trazan las líneas equipotenciales de tal forma que corten a las líneas de flujo formando con ellas cuadrados curvilíneos como muestra la Figura 4.45.

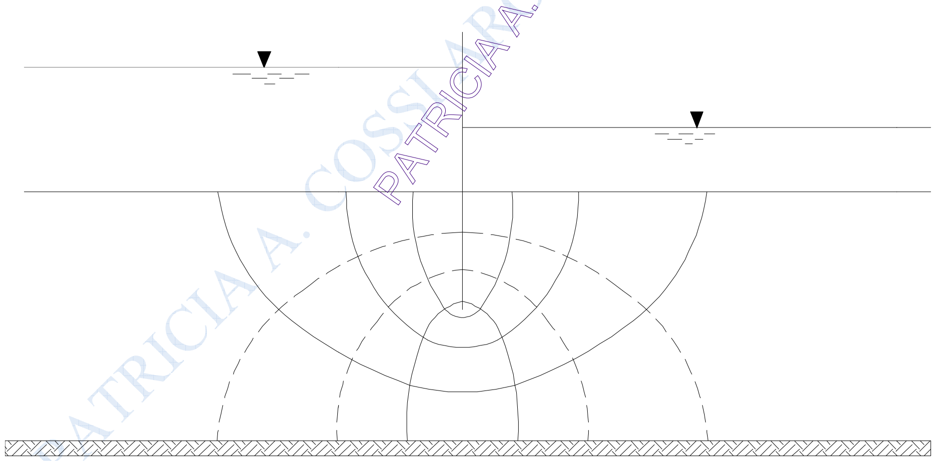


Figura 4.45. Líneas equipotenciales y de flujo.

b) Determinar el caudal que circula por el sistema.
PASO 1

Determinación de la altura total de carga del sistema.

$$\Delta H = 15.5 - 5$$

ΔH = 10.5 m

PASO 2

Determinación del caudal.

Con los valores de:

k = 2.32x10^{-6} cm/s (*convertido a m/s*)
ΔH = 10.5 m
N_F = 4
N_d = 7

De la ecuación [D.35] se tiene que:

$$q = 2.32x10^{-6} \cdot \frac{4}{7} \cdot 10.5$$

q = 1.32x10^{-6} m^3/s

O también:

$\boldsymbol{q}$ **= 1.14x10^{-2} m^3/dia**

c) La presión de poros en los puntos A y B.

PASO 1

Determinación de la pérdida de carga en cada punto.

Para el punto A se tendrá que:

ΔH = 10.5 m
N_d = 7
n_{dA} = 3.5

La pérdida de carga será:

$$\Delta h_A = \frac{10.7}{7} \cdot 3.5$$

Δh_A = 5.25 m

De igual forma para el punto B se tendrá que:

Δh_B = 5.25 m

PASO 2

Determinación de la presión de poros en cada punto.

Para el punto A se tendrá que:

$h_1 = 8.4 + 3.7 + 15.5 = 27.6$ m
$h_{zA} = 8.4$ m
$\Delta h_A = 5.25$ m

La altura piezométrica en el punto A será:

$$h_{pA} = 27.6 - 8.4 - 5.25$$

$$h_{pA} = 13.95 \text{ m}$$

La presión de poros en el punto A será:

$$u_A = 13.95 \cdot 9.81$$

$$\boldsymbol{u_A = 136.84 \text{ KPa}}$$

Para el punto B se tendrá que:

$h_1 = 8.4 + 3.7 + 15.5 = 27.6$ m
$h_{zB} = 0$ m
$\Delta h_B = 5.25$ m

La altura piezométrica en el punto A será:

$$h_{pA} = 27.6 - 5.25$$

$$h_{pA} = 22.35 \text{ m}$$

La presión de poros en el punto B será:

$$u_B = 22.35 \cdot 9.81$$

$$\boldsymbol{u_B = 219.25 \text{ KPa}}$$

Comentario: Los puntos A y B se encuentran en una misma línea vertical, por lo que el valor de Δh_i es el mismo para ambos, pero tienen diferente altura potencial lo que los hace distintos.

PROBLEMA 29

En la Figura 4.46 se muestra una obra hidráulica construida en un suelo que tiene una conductividad hidráulica de $1.07x10^{-6}$ cm/s.

Se pide:

a) Dibujar la red de flujo cuadrada del sistema.
b) Determinar el caudal que circula por el sistema.
c) La presión de poros en los puntos A, B y C.

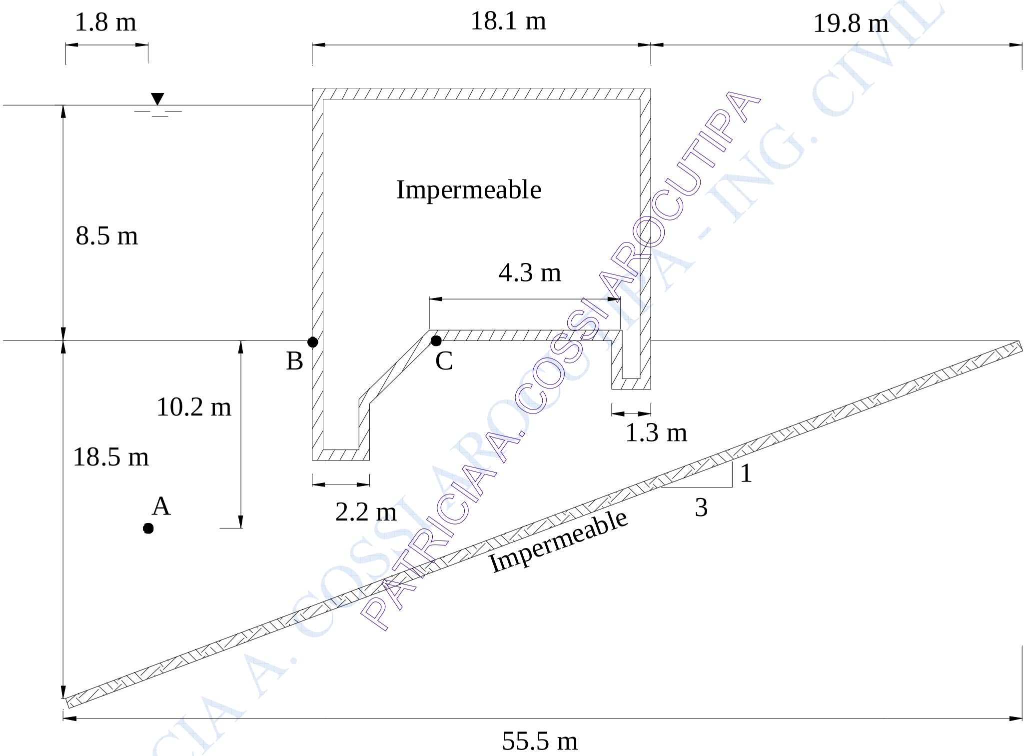


Figura 4.46. Sistema de flujo en presa de presa de concreto.

a) Dibujar la red de flujo cuadrada del sistema.

PASO 1.

En primer lugar se identifican los bordes de entrada, salida y los impermeables, mostrados en trazo lleno en la Figura 4.47.

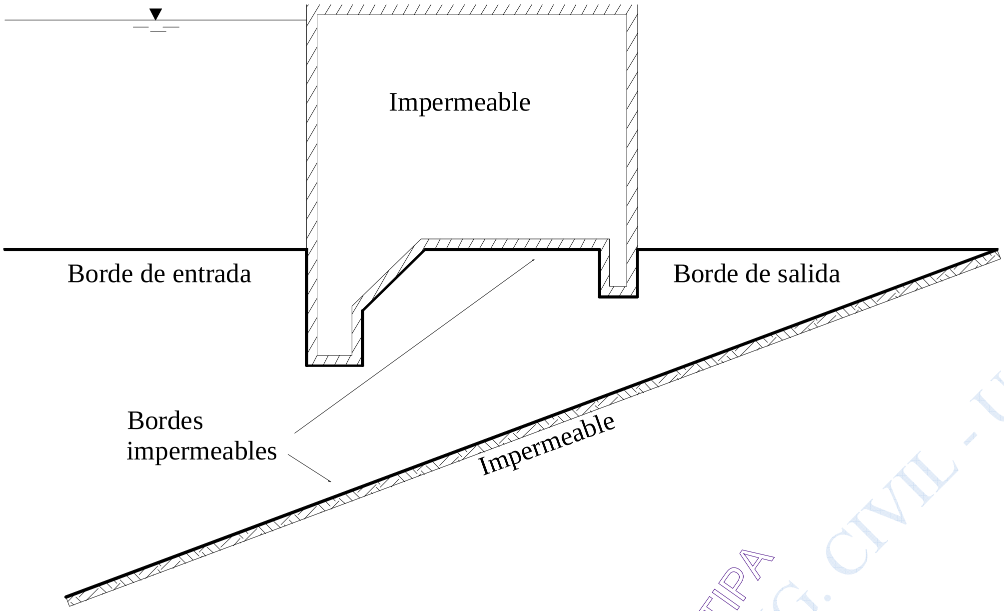


Figura 4.47. Bordes de entrada y salida.

PASO 2.

Se trazan las líneas de flujo de tal forma que estén bien distribuidas en todo el perfil como muestra la Figura 4.48.

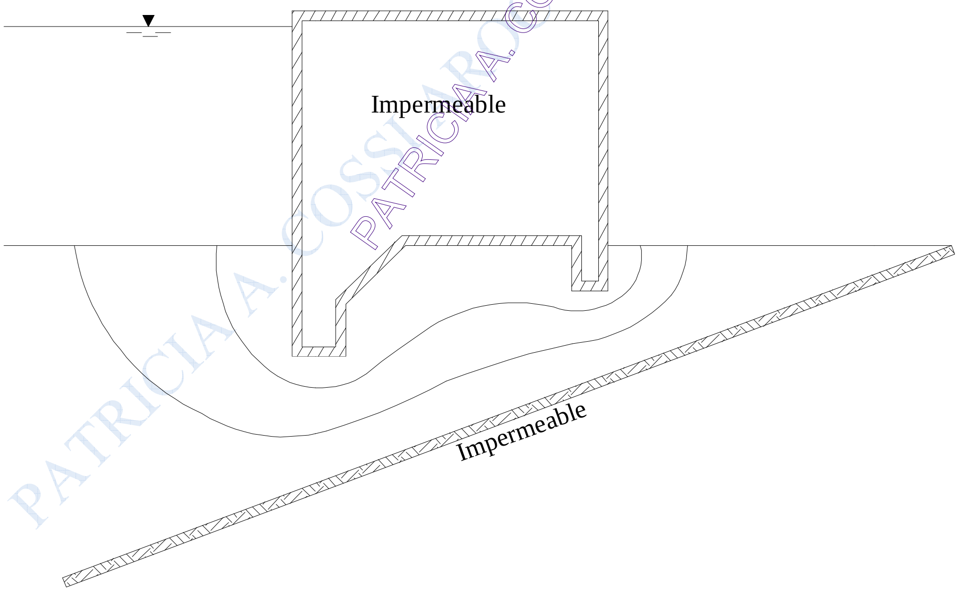


Figura 4.48. Líneas de flujo.

PASO 3.

Se trazan las líneas equipotenciales de tal forma que corten a las líneas de flujo formando con ellas cuadrados curvilíneos como muestra la Figura 4.49.

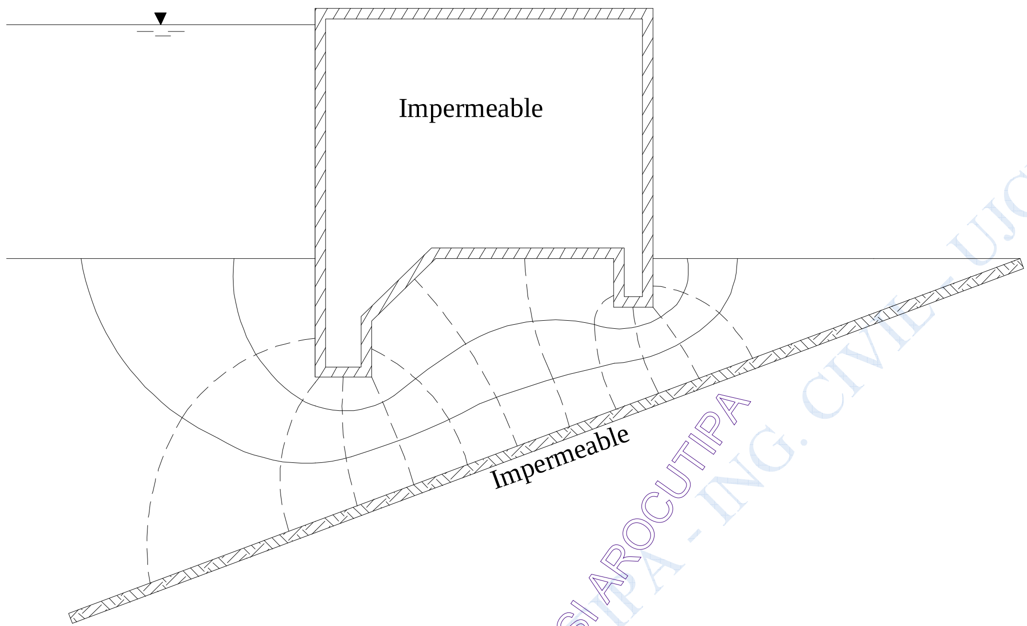


Figura 4.49. Líneas equipotenciales y de flujo.

b) Determinar el caudal que circula por el sistema.

Para los valores de:

ΔH = 8.5 m
k = 1.07x10^{-8} m/s (*convertido a m/s*)
N_F = 3
N_d = 12

El caudal será:

$$q = 1.07\text{x}10^{-8}\,\frac{3}{12}\cdot 8.5$$

$$q = 2.27\text{x}10^{-8}\ \text{m}^3/\text{s}$$

O también:

$$\boldsymbol{q = 1.96\text{x}10^{-3}\ \text{m}^3/\text{día}}$$

c) La presión de poros en los puntos A, B y C.

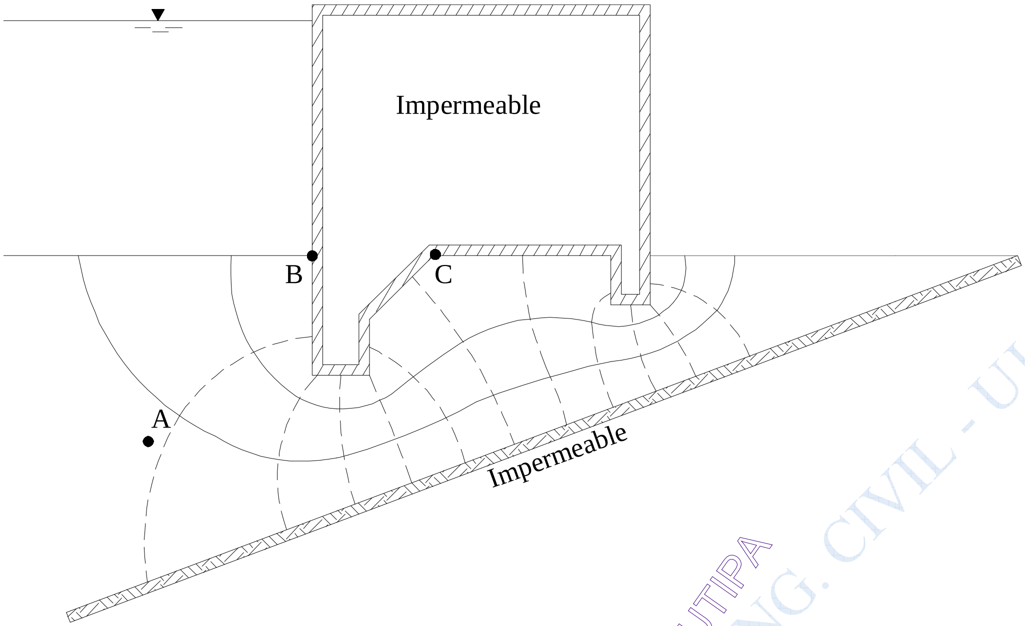


Figura 4.50. Puntos donde se pretende calcular la presión de poros.

PASO 1

Determinación de la pérdida de carga en cada punto.

Para el punto A se tendrá que:

ΔH = 8.5 m
N_d = 12
n_{dA} = 2.25

La pérdida de carga será:

$$\Delta h_A = \frac{8.5}{12} \cdot 2.25$$

Δh_A = 1.59 m

Para el punto B se tendrá que:

n_{dB} = 0

La pérdida de carga será:

Δh_B = 0 m

Para el punto C se tendrá que:

n_{dC} = 6.4

La pérdida de carga será:

$$\Delta h_C = \frac{8.5}{12} \cdot 6.4$$

$$\Delta h_C = 4.53 \text{ m}$$

PASO 2

Determinación de la presión de poros en cada punto.

Para el punto A se tendrá que:

$h_1 = 27$ m
$h_{zA} = 7.7$ m
$\Delta h_A = 1.59$ m

La altura piezométrica en el punto A será:

$$h_{pA} = 27 - 7.7 - 1.59$$

$$h_{pA} = 17.71 \text{ m}$$

La presión de poros en el punto A será:

$$u_A = 17.71 \cdot 9.81$$

$$\boldsymbol{u_A = 173.73 \text{ KPa}}$$

Para el punto B se tendrá que:

$h_1 = 27.6$ m
$\Delta h_B = 0$ m

La altura potencial será:

$$h_{zB} = 18.5 - \left(\frac{55.5 - 18.1 - 19.8}{3} \right)$$

$$h_{zB} = 12.63 \text{ m}$$

La altura piezométrica en el punto B será:

$$h_{pB} = 27.6 - 12.63$$

$$h_{pB} = 14.36 \text{ m}$$

La presión de poros en el punto B será:

$$u_B = 14.36 \cdot 9.81$$

$\boldsymbol{u_B}$ **= 140.93 KPa**

Para el punto C se tendrá que:

$h_1 = 27.6$ m
$\Delta h_C = 4.53$ m

La altura potencial será:

$$h_{zC} = 18.5 - \left(\frac{55.5 - 19.8 - 4.3 - 1.3}{3} \right)$$

$h_{zC} = 5.76$ m

La altura piezométrica en el punto C será:

$h_{pC} = 27 - 5.76 - 4.53$

$h_{pC} = 16.71$ m

La presión de poros en el punto B será:

$u_C = 16.71 \cdot 9.81$

$\boldsymbol{u_C}$ **= 163.92 KPa**

Comentario: El nivel de referencia del sistema corresponde a la superficie inclinada impermeable, por lo que las alturas potenciales variaran para cada punto lo que significa que la presión de poros disminuirá conforme disminuya la altura potencial.

PROBLEMA 30

La Figura 4.51 muestra una obra hidráulica contraída en un suelo compuesto de arena limosa. Ensayos anteriores en este suelo demostraron que la conductividad hidráulica del suelo corresponde a k = 2.47x10^{-2} cm/s.

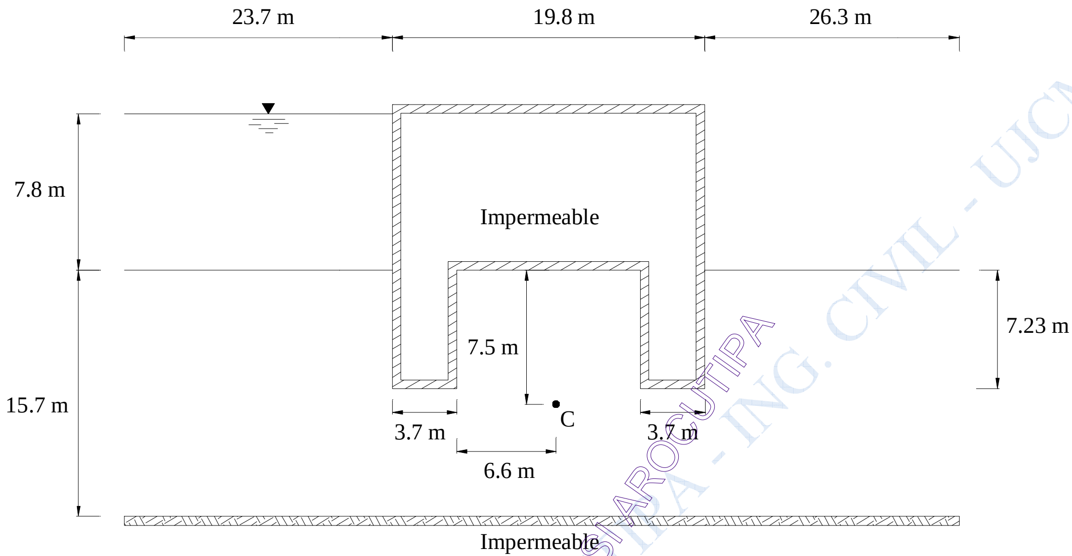


Figura 4.51. Sistema de flujo en obra hidráulica.

Determine el caudal que circula por el sistema y la presión de poros en el punto C utilizando:

a) Redes de flujo.
b) Método de los fragmentos.

a) Redes de flujo.

PASO 1.

Construcción de la red de flujo del sistema.

Siguiendo el mismo procedimiento que en los problemas 2 y 3, la red de flujo del sistema será.

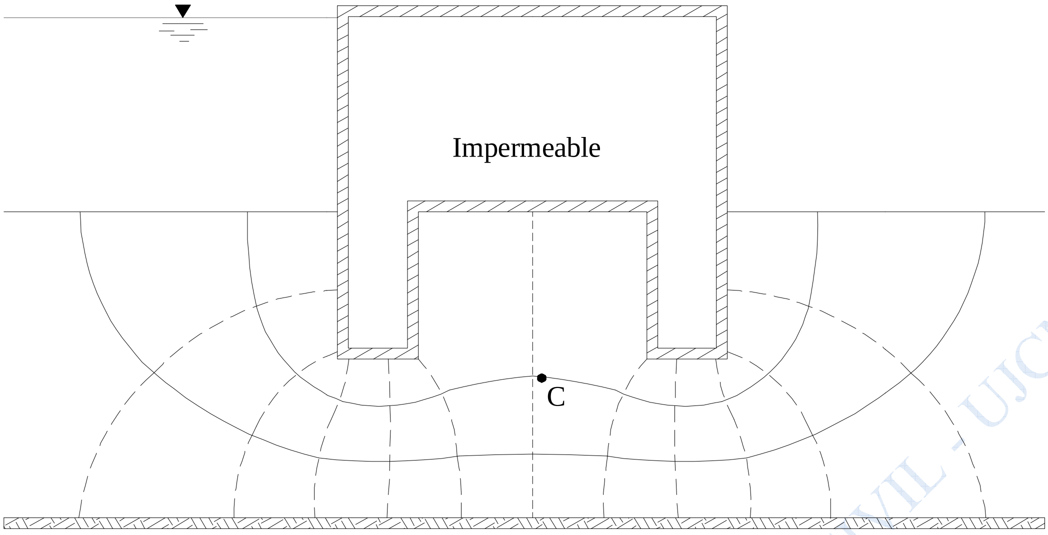


Figura 4.52. Sistema de flujo con ataguía.

PASO 2

Determinación del caudal.

Para los valores de:

k = 2.47x10^{-4} m/s (*convertido a m/s*)
N_F = 3
N_d = 12
ΔH = 12 m

El caudal será:

$$q = 2.47x10^{-4} \cdot \frac{3}{12} \cdot 7.8$$

q = 4.81x10^{-4} m^3/s

Por lo que:

***q* = 41.61 m^3/dia**

Determinación de la presión de poros.

PASO 1

Determinación de la pérdida de carga en cada punto.

Para el punto C se tendrá que:

ΔH = 7.8 m
N_d = 12
n_{dC} = 6.1

La pérdida de carga será:

$$\Delta h_C = \frac{7.8}{12} \cdot 6.1$$

$$\Delta h_C = 3.96 \text{ m}$$

PASO 2

Determinación de la presión de poros en cada punto.

Para el punto C se tendrá que:

$h_1 = 7.8 + 15.7 = 23.5$ m
$h_{zC} = 15.7 - 7.23 = 8.47$ m
$\Delta h_C = 3.96$ m

La altura piezométrica en el punto C será:

$$h_{pC} = 23.5 - 8.47 - 3.96$$

$$h_{pC} = 11.07 \text{ m}$$

La presión de poros en el punto C será:

$$u_C = 11.07 \cdot 9.81$$

$$\boldsymbol{u_C = 108.6 \text{ KPa}}$$

b) Método de los fragmentos.

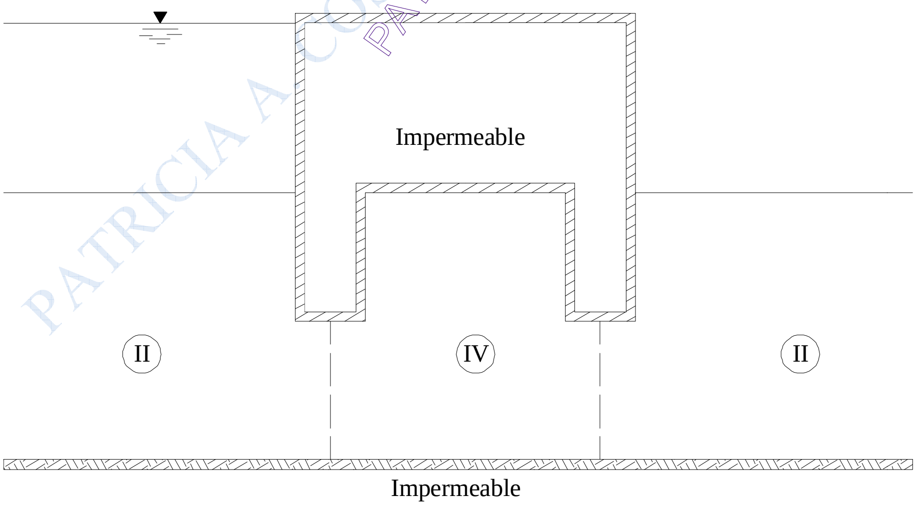


Figura 4.53. Sistema de flujo dividido en fragmentos.

PASO 1

Determinación del factor de forma.
Fragmento II (izquierda y derecho).

$$m = \sin\left(\frac{\pi \cdot 7.23}{2 \cdot 15.7}\right)$$

m = 0.66 m^2 = 0.43

De la Tabla D.10 se tiene que:

Φ = 0.938

Fragmento V.

Para este fragmento se sabe que:

L = 19.8 m
T = 15.7 m
S = 7.23 m
a = 15.7 – 7.23 = 8.47 m

Ya que $L > 2 \cdot S$, entonces se tendrá:

$$\Phi = 2 \cdot \ln\left(1 + \frac{7.23}{8.47}\right) + \frac{19.8 - 2 \cdot 7.23}{15.7}$$

Φ = 1.57

PASO 2

Determinación del caudal.

ΣΦ = 0.938 + 1.57 + 0.938

ΣΦ = 3.45

Si:

ΔH = 7.8 m
$k = 2.47\text{x}10^{-4}$ m/s

El caudal será:

$$q = \frac{24.7\text{x}10^{-4} \cdot 7.8}{3.45}$$

$q = 5.58\text{x}10^{-4}$ m^3/s

O también:

q = 48.24 m³/día

Determinación de la presión de poros.

PASO 1

Determinación de la pérdida de carga para cada fragmento.

Para el fragmento II se tendrá:

$$\Delta h_{II}^{F} = \frac{7.8 \cdot 0.938}{3.45}$$

$$\Delta h_{II}^{F} = 2.12$$

Para el fragmento V se tendrá:

$$\Delta h_{V}^{F} = \frac{7.8 \cdot 1.57}{3.45}$$

$$\Delta h_{V}^{F} = 3.54$$

PASO 2

Determinación de la pérdida de carga del punto C respecto al fragmento V.

$$L = 23.7 + 19.8 + 26.3$$

$$L = 69.8 \text{ m}$$

Por lo tanto la pérdida de carga del punto C respecto al fragmento V será:

$$\Delta h'_{C} = \frac{3.54}{69.8} \cdot (23.7 + 3.7 + 6.6)$$

$$\Delta h'_{c} = 1.72$$

PASO 3

Determinación de la pérdida de carga del punto C respecto al sistema.

$$\Delta h_{c} = 2.12 + 1.72$$

$$\Delta h_{c} = 3.84$$

PASO 4

Determinación de la altura piezométrica del punto C.

$$h_{pc} = 23.5 - 8.47 - 3.84$$

$h_{pc} = 11.18$ m

PASO 5

Determinación de la presión de poros en el punto C.

$u_c = 11.18 \cdot 9.81$

$\boldsymbol{u_c = 109.73}$ **KPa**

Comentario: El método de los fragmentos a diferencia de las redes de flujo es más práctico y exacto, libre de errores debido a la falta de práctica que es necesaria para dibujar una correcta red de flujo.

PROBLEMA 31

La Figura 4.54 muestra una presa de concreto construida en un suelo limo arcilloso de conductividad hidráulica de k = 7.98x10^{-6} cm/s.

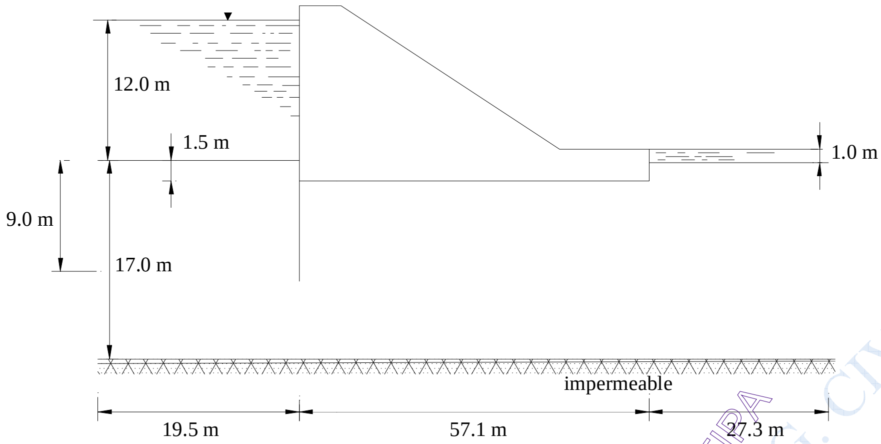


Figura 4.54. Sistema de flujo en una presa de concreto con ataguía.

Dibuje el diagrama de presiones ascendentes en la base de la presa utilizando:

a) Redes de flujo.
b) Método de los fragmentos.
c) Método de Lane.

a) Redes de flujo.

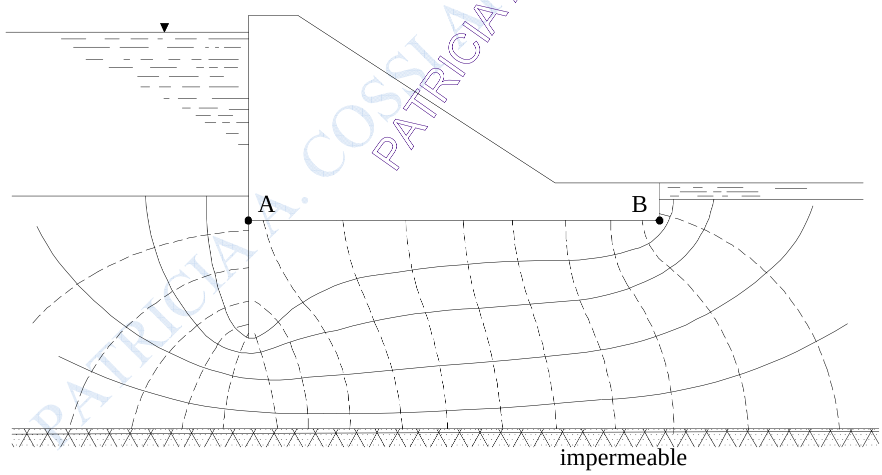


Figura 4.54. Red de flujo del sistema.
PASO 1

Determinación de la pérdida de carga para cada punto.

PASO 1

Determinación de la pérdida de carga en cada punto.

Para el punto A se tendrá que:

ΔH = 12 – 1 = 11 m
N_d = 17
n_{dA} = 0.75

La pérdida de carga será:

$$\Delta h_A = \frac{11}{17} \cdot 7.8$$

Δh_A = 5.04 m

Para el punto B se tendrá que:

n_{dB} = 15.6

La pérdida de carga será:

$$\Delta h_B = \frac{11}{17} \cdot 15.6$$

Δh_B = 10.09 m

PASO 2

Determinación de la presión de poros en cada punto.

Para el punto A se tendrá que:

h_1 = 29 m
h_{zA} = 17 – 1.5 = 15.5 m
Δh_A = 5.04 m

La altura piezométrica en el punto A será:

h_{pA} = 29 –15.5 – 5.04

h_{pA} = 8.46 m

La presión de poros en el punto A será:

u_A = 8.46·9.81
$\boldsymbol{u_A}$ **= 83 KPa**

Para el punto B se tendrá que:

h_1 = 29 m
h_{zB} = 15.5 m

$\Delta h_B = 10.09$ m

La altura piezométrica en el punto B será:

$$h_{pA} = 29 - 15.5 - 10.09$$

$$h_{pA} = 3.4 \text{ m}$$

La presión de poros en el punto B será:

$$u_A = 3.4 \cdot 9.81$$

$$\mathbf{u_A = 33.41\ KPa}$$

b) Método de los fragmentos.

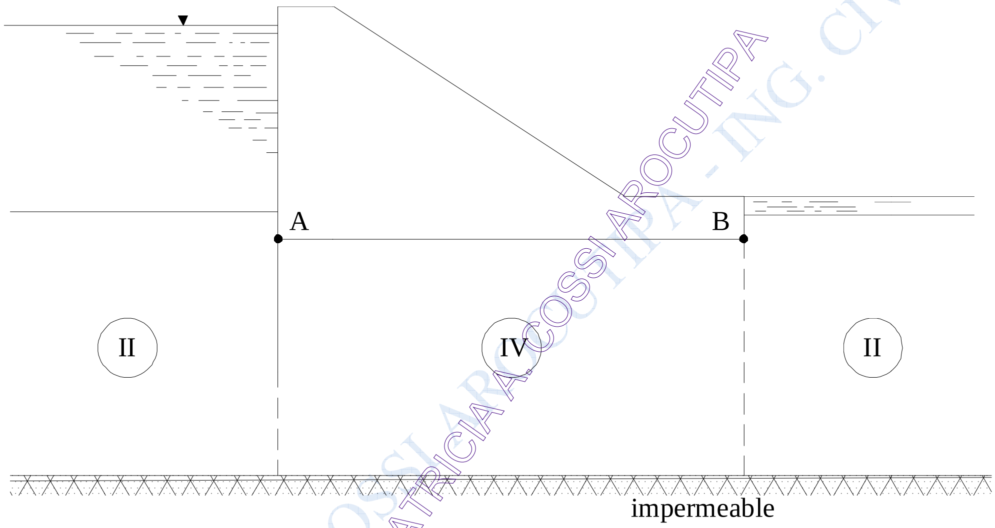


Figura 4.55. Sistema de flujo con ataguía.

PASO 1

Determinación del factor de forma.

Fragmento II (izquierda).

$$m = \sin\left(\frac{\pi \cdot 9}{2 \cdot 17}\right) = 0.739$$

$$m^2 = 0.546$$

De la Tabla D.10 se tiene que:

$$\Phi = 1.038$$

Fragmento II (derecha).

$$m = \sin\left(\frac{\pi \cdot 1.5}{2 \cdot 17}\right) = 0.138$$

$$m^2 = 1.9\text{x}10^{-2}$$

De la Tabla D.10 se tiene que:

$$\Phi = 0.47$$

Fragmento IV.

Para este fragmento se sabe que:
b = 57.1 m
T = 17 – 1.5 = 15.5 m
S = 9 – 1.5 = 7.5 m
a = 17 – 9 = 8 m

Ya que $b > S$, entonces se tendrá:

$$\Phi = \ln\left(1 + \frac{7.5}{8}\right) + \frac{57.1 - 7.5}{15.5}$$

$$\Phi = 3.86$$

PASO 2

Determinación de la pérdida de carga para cada fragmento.

$$\Sigma\Phi = 1.038 + 0.47 + 3.86$$

$$\Sigma\Phi = 5.36$$

La pérdida de carga para cada fragmento será:

$$\Delta h^F_{II_{iz}} = \frac{11 \cdot 1.038}{5.36} = 2.13$$

$$\Delta h^F_{II_{de}} = \frac{11 \cdot 0.47}{5.36} = 0.96$$

$$\Delta h^F_{V} = \frac{11 \cdot 3.86}{5.36} = 7.92$$

PASO 3

Determinación de la pérdida de carga de cada punto respecto al fragmento IV.

$$L = 19.5 + 57.1 + 27.3$$

L = 103.9 m

Por lo tanto la pérdida de carga para cada punto respecto al fragmento IV será:

$$\Delta h'_A = \frac{7.92}{103.9} \cdot 19.5 = 1.48$$

$$\Delta h'_B = \frac{7.92}{103.9} \cdot (19.5 - 57.1) = 5.83$$

PASO 4

Determinación de la pérdida de carga de los puntos respecto al sistema.

$\Delta h_A = 2.13 + 1.48 = 3.61$

$\Delta h_B = 2.13 + 5.69 = 7.82$

PASO 5

Determinación de la altura piezométrica para cada punto.

$h_{pA} = 29 – 15.5 – 3.61 = 9.89$

$h_{pB} = 29 – 15.5 – 7.82 = 5.68$ m

PASO 6

Determinación de la presión de poros en ambos puntos.

$u_A = 9.89 \cdot 9.81$ $u_B = 5.86 \cdot 9.81$

$\boldsymbol{u_A = 97.02}$ **KPa** $\boldsymbol{u_B = 55.72}$ **KPa**

c) Método de Lane.

PASO 1

Determinación de la longitud de contacto.

$$L' = 9 + 7.5 + \frac{57.1}{3} + 1.5$$

L' = 37.03 m

PASO 2

Determinación de la pérdida de carga.

Para el punto A se tiene que:

$L' = 37.03$ m
$\Delta H = 11$ m
$l_A = 16.5$ m

La pérdida de carga para el punto A será:

$$\Delta h_A = \frac{16.5}{37.03} \cdot 11 = 4.9$$

Para el punto B se tiene que:

$l_B = 35.53$ m

La pérdida de carga para el punto B será:

$$\Delta h_B = \frac{35.53}{37.03} \cdot 11 = 10.55$$

PASO 3

Determinación de la altura piezométrica.

$h_{pA} = 29 - 15.5 - 4.9 = 8.6$

$h_{pB} = 29 - 15.5 - 10.55 = 2.95$

PASO 4

Determinación de la presión de poros.

$u_A = 8.6 \cdot 9.81$ $u_B = 2.95 \cdot 9.81$

$\boldsymbol{u_A = 84.36}$ **KPa** $\boldsymbol{u_B = 84.36}$ **KPa**

Comentario: En el método de las redes de flujo es fácil cometer errores al dibujar la red, en cambio el método de los fragmentos y el propuesto por Lane son más prácticos.

PROBLEMA 32

La presa de tierra mostrada en la Figura 4.56 tiene un filtro de pie en el borde de entrada compuesto de un material bastante permeable. Estudios anteriores demostraron que la conductividad hidráulica de la presa de tierra es $k = 1.65\text{x}10^{-5}$ cm/s.

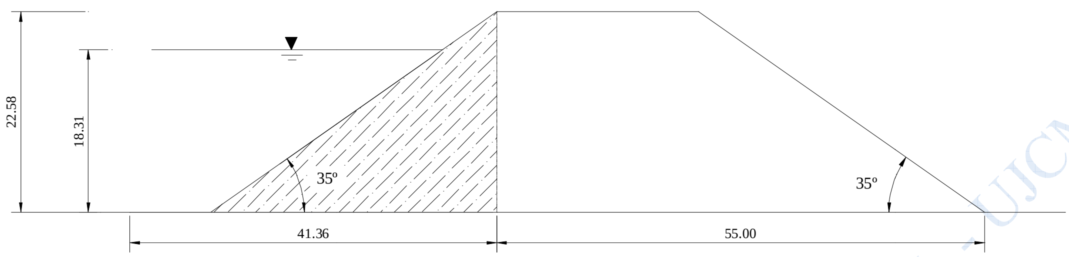


Figura 4.56. Presa de tierra con filtro de pie.

Se pide:

a) Trazar la línea freática de la presa.
b) Determinar el caudal que circula a través de la presa de tierra.

a) Trazar la línea freática de la presa.

PASO 1

Determinar la magnitud y_0.

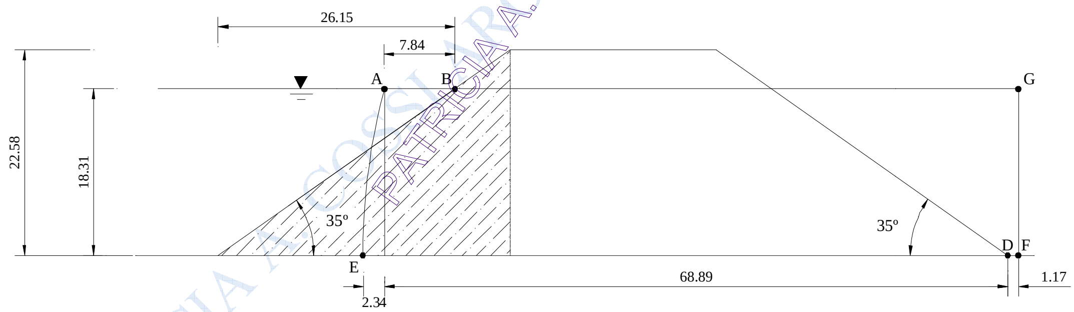


Figura 4.57. Determinación del valor de y_0.

De la Figura se tiene que:

$$y_0 = 2.34 \text{ m}$$

PASO 2

Trazar la parábola básica.

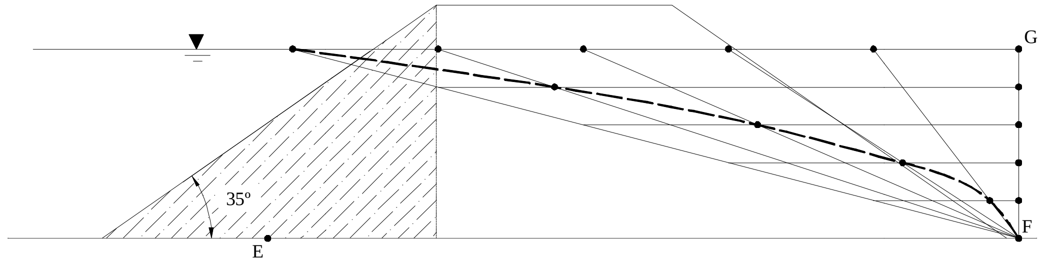


Figura 4.58. Trazo de la parábola básica.

PASO 3

Realizar las correcciones en los bordes de entrada y salida.

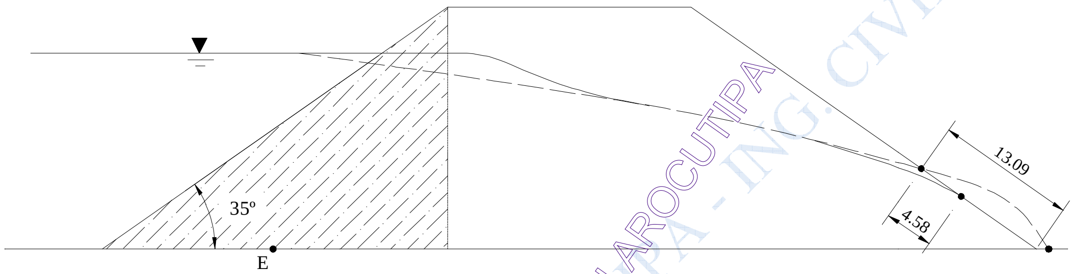


Figura 4.59. Correcciones en los bordes de entrada y salida.

Para un valor de α = 35º, del ábaco de la Figura D.13 se tiene que C = 0.5, por lo tanto:

$$0.35 = \frac{\Delta a}{a + \Delta a} \qquad [1]$$

De la Figura se sabe que:

$$a + \Delta a = 13.09 \qquad [2]$$

Reemplazando la ecuación [2] en la ecuación [1] y despejando el valor de Δa, se tendrá que:

$$\Delta a = 0.35 \cdot 13.09$$

$$\Delta a = 4.58 \text{ m}$$

De la ecuación [2] el valor de a será:

$$a = 13.09 - 4.58$$

$$a = 8.51 \text{ m}$$

PASO 4

Dibujar la línea freática.

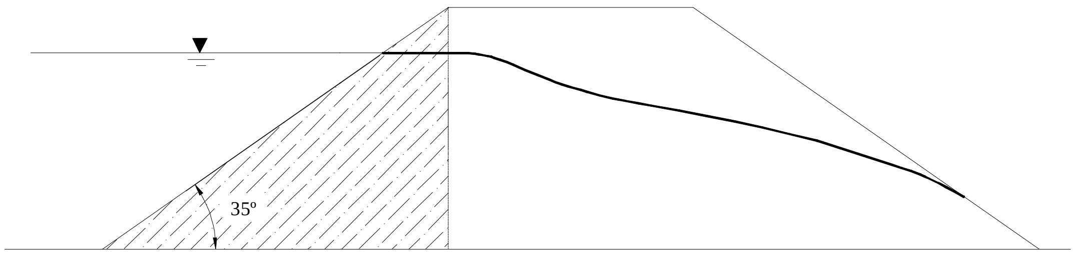


Figura 4.60. Trazo de la línea freática.

b) Determinar el caudal que circula a través de la presa de tierra.

Para un valor de: k = 1.65x10^{-7} m/s (*transformado a m/s*) la ecuación [D.44] será:

$$q = 1.65\text{x}10^{-7}\cdot 8.5\cdot \sin^2 35$$

$$q = 2.57\text{x}10^{-7}\ \text{m}^3/\text{s}$$

O también:

$$\boldsymbol{q = 2.22\text{x}10^{-2}\ \text{m}^3/\text{día}}$$

PROBLEMA 33

La presa de tierra mostrada en la Figura 4.61 tiene un filtro de pie en el borde de entrada compuesto de un material bastante permeable. Estudios anteriores demostraron que la conductividad hidráulica de la presa de tierra es $k = 2.73\text{x}10^{-5}$ cm/s.

Se pide:

a) Trazar la línea freática de la presa.
b) Determinar el caudal que circula a través de la presa de tierra.

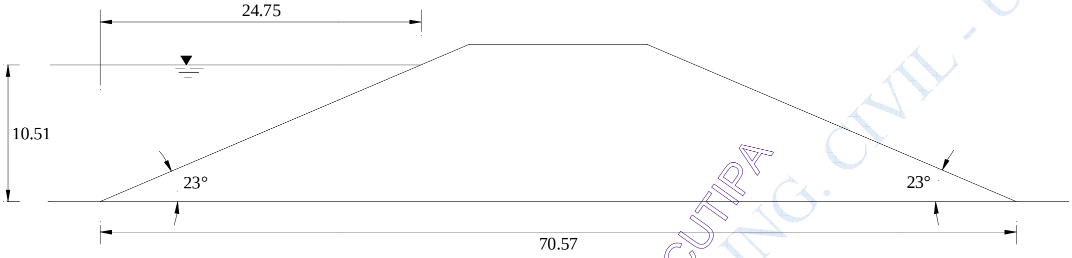


Figura 4.61. Presa de tierra sin filtro de pie.

a) Trazar la línea freática de la presa.

PASO 1

Determinar la magnitud y_0.

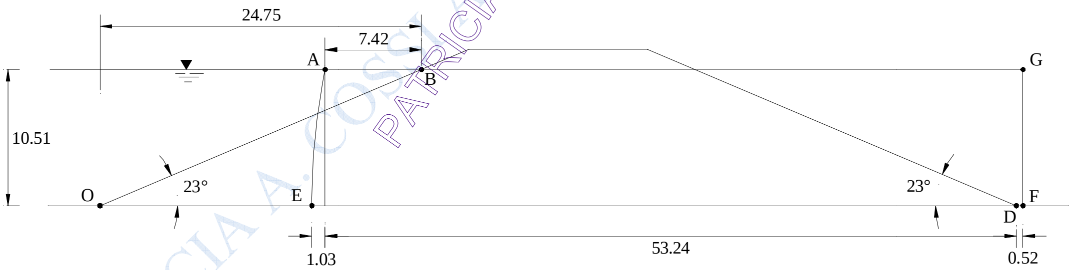


Figura 4.62. Determinación del valor de y_0.

De la Figura se tiene que:

$$y_0 = 1.03 \text{ m}$$

PASO 2

Trazar la parábola básica.

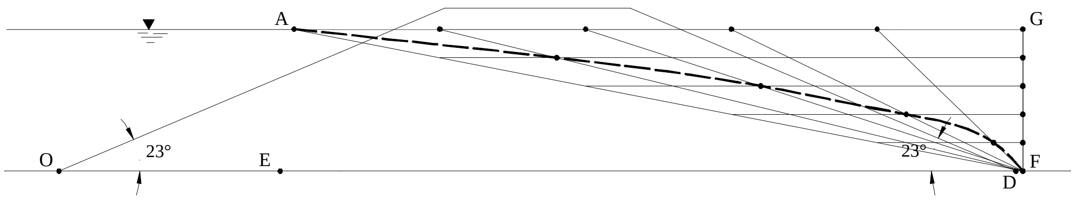


Figura 4.63. Trazo de la parábola básica.

PASO 3

Realizar las correcciones en los bordes de entrada y salida.

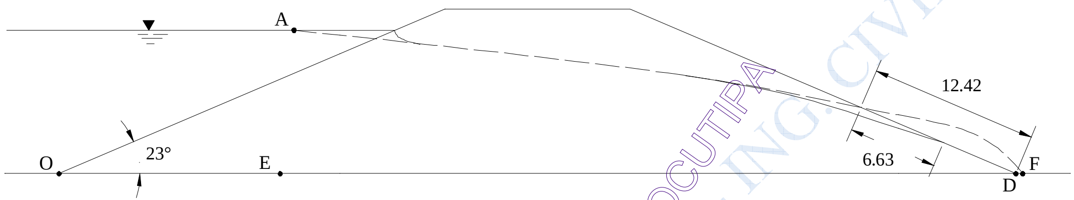


Figura 4.64. Correcciones en los bordes de entrada y salida.

De la Figura se sabe que:

$d = 53.24$ m $\qquad h = 10.51$ m

De la ecuación [D.36] se tiene que:

$$a = \frac{53.24}{\cos 23} - \sqrt{\frac{(53.24)^2}{\cos^2 23} - \frac{(10.51)^2}{\sin^2 23}}$$

$a = 6.63$ m

De la Figura se sabe que:

$a + \Delta a = 12.42$

Reemplazando el valor de Δa se tiene que:

$\Delta a = 12.42 - 6.63$

$\Delta a = 5.78$ m

De la ecuación [2] el valor de a será:

$a = 13.09 - 4.58$

$a = 8.51$ m

PASO 4

Dibujar la línea freática.

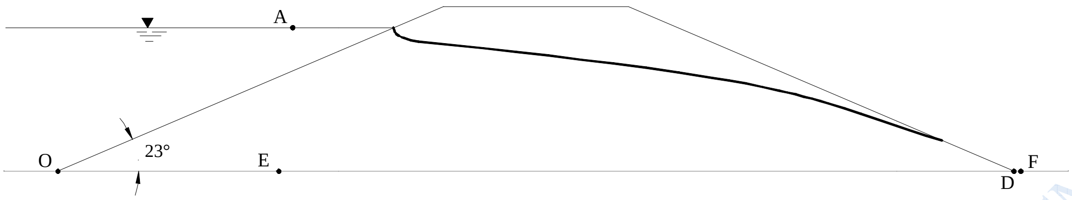


Figura 4.65. Trazo de la línea freática.

b) Determinar el caudal que circula a través de la presa de tierra.

De la ecuación [D.37] se tiene que:

$$q = 1.65\text{x}10^{-7}\cdot 8.5\cdot \sin^2 35$$

$$q = 2.57\text{x}10^{-7}\ \text{m}^3/\text{s}$$

O también:

$$\boldsymbol{q = 2.22\text{x}10^{-2}\ \text{m}^3/\text{día}}$$

PROBLEMA 34

La presa de tierra mostrada en la Figura 4.66 tiene un filtro de pie en el borde de entrada compuesto de un material bastante permeable.

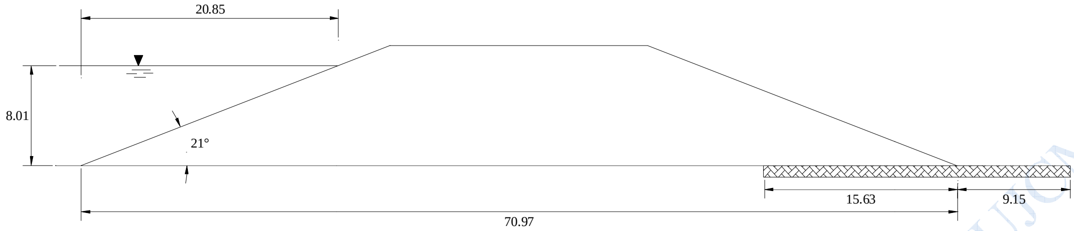


Figura 4.66. Presa de tierra con filtro de pie.

Estudios anteriores demostraron que la conductividad hidráulica de la presa de tierra es k = 2.73x10^{-5} cm/s.

PASO 1

Determinar la magnitud y_0.

Figura 4.67. Determinación del valor de y_0.

De la Figura se tiene que:

$$y_0 = 0.57 \text{ m}$$

PASO 2

Trazar la parábola básica.

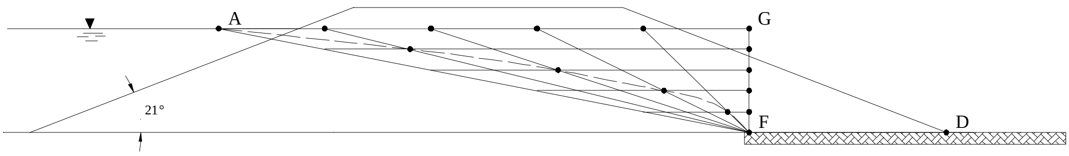


Figura 4.68. Trazo de la parábola básica.

PASO 3

Realizar las correcciones en los bordes de entrada y salida.

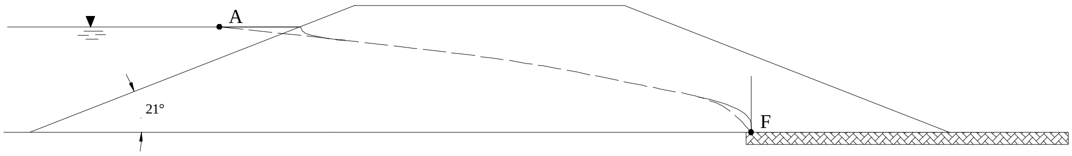


Figura 4.69. Correcciones en los bordes de entrada y salida.

PASO 4

Dibujar la línea freática.

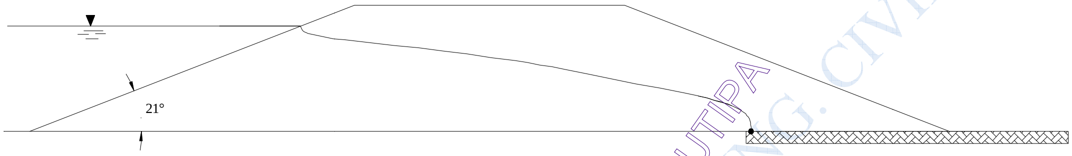


Figura 4.70. Trazo de la línea freática.

b) Determinar el caudal que circula a través de la presa de tierra.

El valor de a_0 será:

$$a_0 = \frac{0.57}{2} = 0.285$$

Para un valor de: k = 1.65x10^{-7} m/s (*transformado a m/s*) de la ecuación [D.43] se tiene que:

$$q = 2 \cdot 1.65x10^{-7} \cdot 0.285$$

$$q = 9.4x10^{-8}\ m^3/s$$

O también:

$$\boldsymbol{q = 8.12x10^{-3}\ m^3/día}$$

PROBLEMA 35

La presa de tierra mostrada en la Figura 4.71 tiene un filtro de pie en el borde de entrada compuesto de un material bastante permeable.

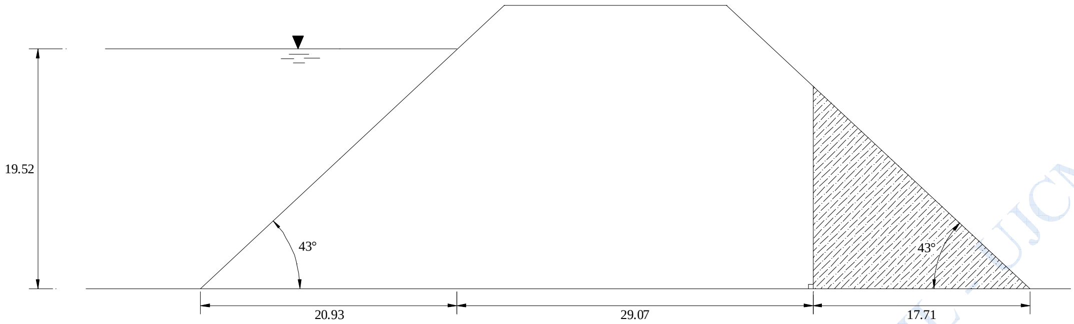


Figura 4.71. Presa de tierra con filtro de pie.

Estudios anteriores demostraron que la conductividad hidráulica de la presa de tierra es $k = 2.73\text{x}10^{-5}$ cm/s.

PASO 1

Determinar la magnitud y_0.

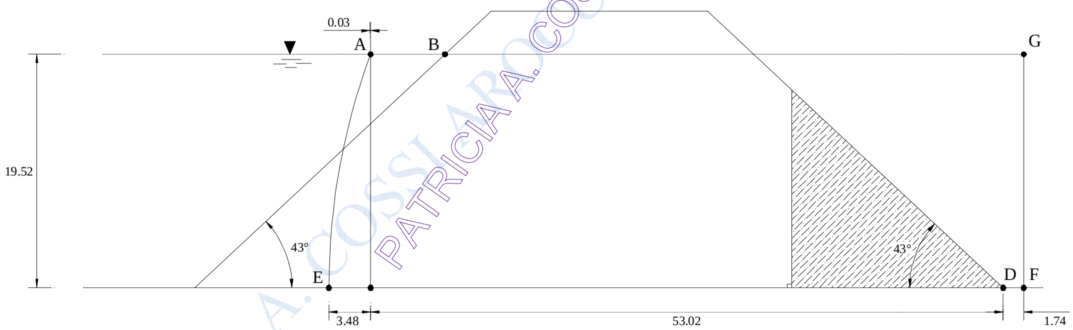


Figura 4.72. Determinación del valor de y_0.

De la Figura se tiene que:

$$y_0 = 3.48 \text{ m}$$

PASO 2

Trazar la parábola básica.

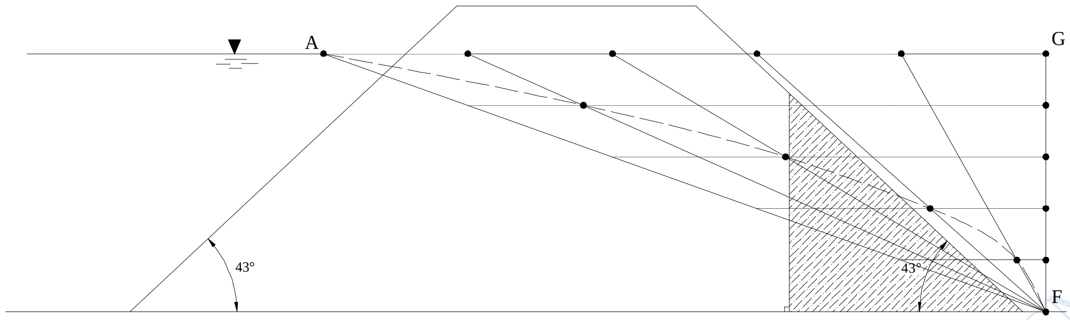


Figura 4.73. Trazo de la parábola básica.

PASO 3

Realizar las correcciones en los bordes de entrada y salida.

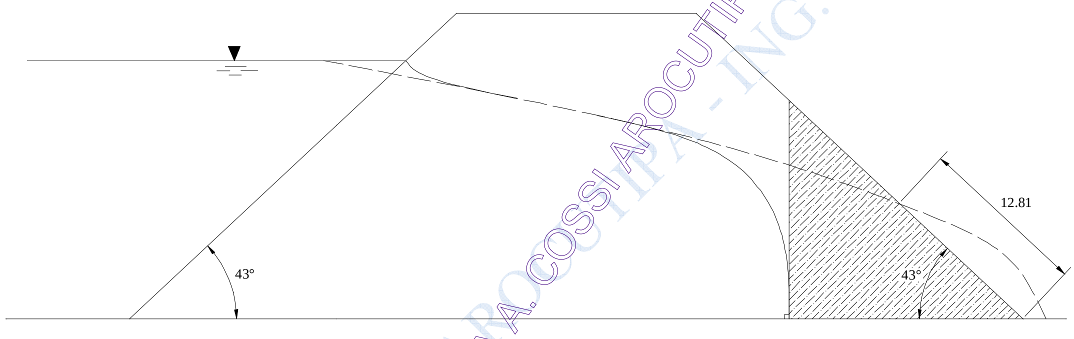


Figura 4.74. Correcciones en los bordes de entrada y salida.

Para un valor de α = 43º, del ábaco de la Figura D.13 se tiene que C = 0.26, por lo tanto:

$$0.26 = \frac{\Delta a}{a + \Delta a} \qquad [1]$$

De la Figura se sabe que:

$$a + \Delta a = 12.81 \qquad [2]$$

Reemplazando la ecuación [2] en la ecuación [1] y despejando el valor de Δa, se tendrá que:

$$\Delta a = 12.81 \cdot 0.26$$

$$\Delta a = 3.33 \text{ m}$$

De la ecuación [2] el valor de a será:

$$a = 12.81 - 3.33 = 9.47 \text{ m}$$

PASO 4

Dibujar la línea freática.

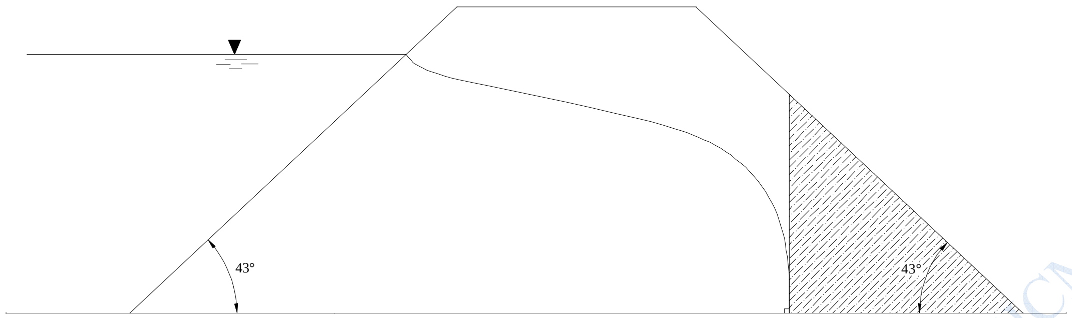


Figura 4.75. Trazo de la línea freática.

b) Determinar el caudal que circula a través de la presa de tierra.

Para un valor de: k = 1.65x10^{-7} m/s (*transformado a m/s*), de la ecuación [D.44] se tiene que:

$$q = 1.65\text{x}10^{-7}\cdot 9.47\cdot 1$$

$$q = 2.57\text{x}10^{-7}\ \text{m}^3/\text{s}$$

O también:

$$\boldsymbol{q = 0.13\ \text{m}^3/\text{día}}$$

PROBLEMA 36

La presa de tierra mostrada en la Figura 4.76 tiene un filtro de pie en el borde de entrada compuesto de un material bastante permeable. Estudios anteriores demostraron que la conductividad hidráulica de la presa de tierra es $k = 2.73 \times 10^{-5}$ cm/s.

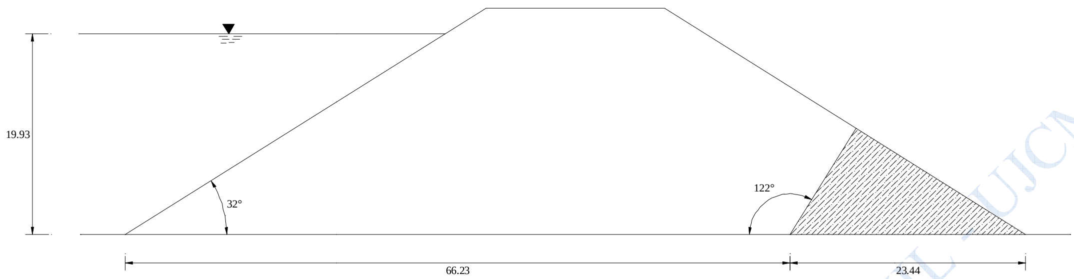


Figura 4.76. Sistema de flujo con ataguía.

PASO 1

Determinar la magnitud y_0.

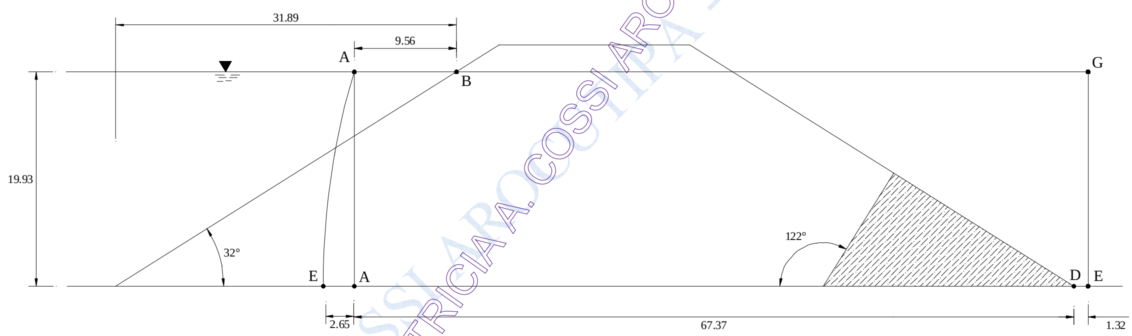


Figura 4.77. Determinación del valor de y_0.

De la Figura se tiene que:

$$y_0 = 2.65 \text{ m}$$

PASO 2

Trazar la parábola básica.

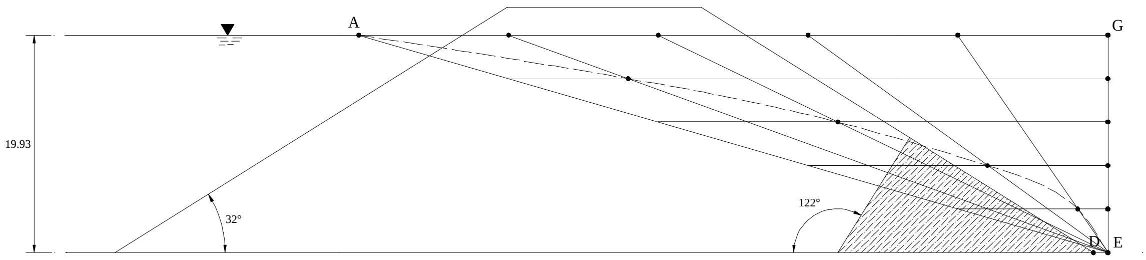


Figura 4.78. Trazo de la parábola básica.

PASO 3

Realizar las correcciones en los bordes de entrada y salida.

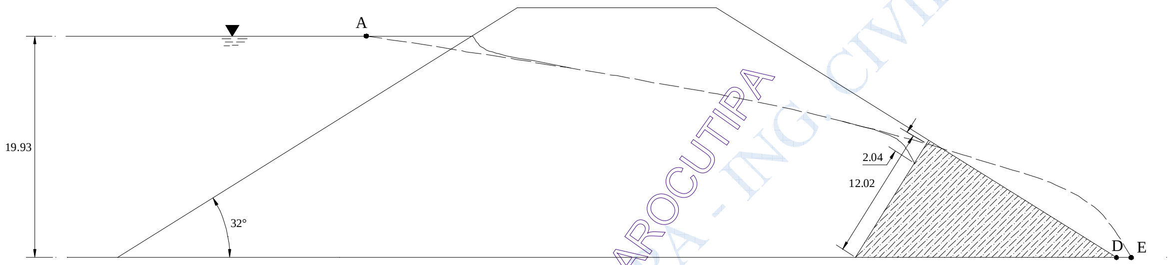


Figura 4.79. Correcciones en los bordes de entrada y salida.

Para un valor de α = 122º, del ábaco de la Figura D.13 se tiene que *C* = 0.17, por lo tanto:

$$0.17 = \frac{\Delta a}{a + \Delta a} \qquad [1]$$

De la Figura se sabe que:

$$a + \Delta a = 12.02 \qquad [2]$$

Reemplazando la ecuación [2] en la ecuación [1] y despejando el valor de Δa, se tendrá que:

$$\Delta a = 0.17 \cdot 12.02$$

$$\Delta a = 2.04 \text{ m}$$

De la ecuación [2] el valor de *a* será:

$$a = 12.02 - 2.04$$

$$a = 9.97 \text{ m}$$

PASO 4

Dibujar la línea freática.

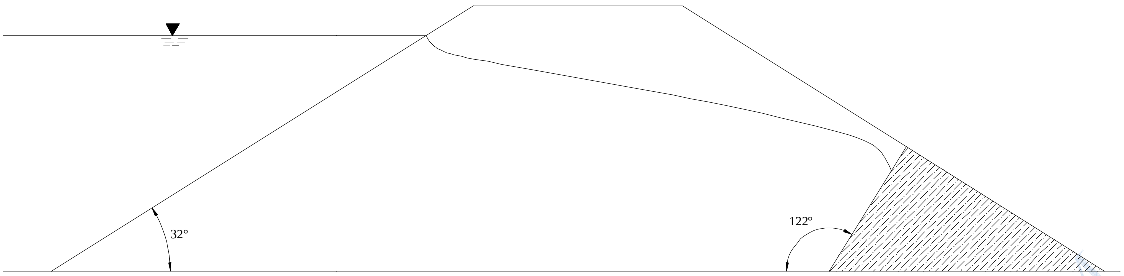


Figura 4.80. Trazo de la línea freática.

b) Determinar el caudal que circula a través de la presa de tierra.

Para un valor de: $k = 1.65\text{x}10^{-7}$ m/s (*transformado a m/s*) de la ecuación [D.44] se tiene que:

$$q = 1.65\text{x}10^{-7} \cdot 9.97 \cdot \sin^2 122$$

$$q = 4.09\text{x}10^{-7}\ \text{m}^3/\text{s}$$

O también:

$$\boldsymbol{q = 3.53\text{x}10^{-2}\ \text{m}^3/\text{día}}$$

PROBLEMA 37

La Figura 4.81 muestra a un presa de tierra construida con un suelo de una conductividad hidráulica correspondiente a $k = 2x10^{-5}$ cm/s.

Se pide determinar el caudal que circula en la presa utilizando:

a) Redes de flujo.
b) Método de los fragmentos.
c) Soluciones analíticas.

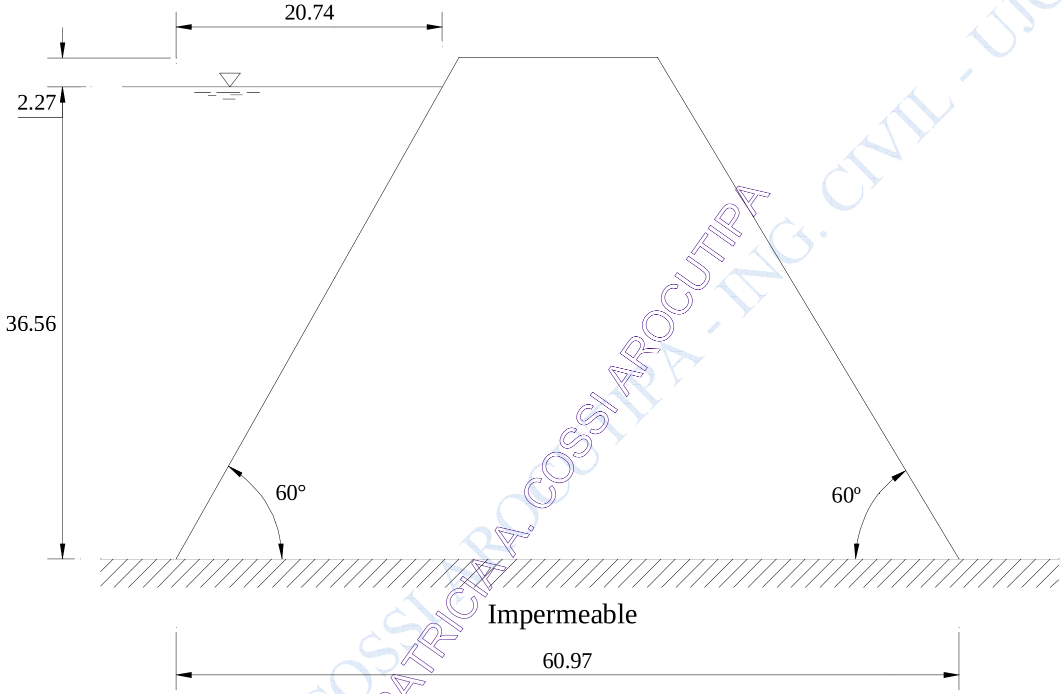


Figura 4.81. Presa de tierra

Estrategia: Para determinar el caudal utilizando la rede de flujo, debe trazarse en primer lugar la línea freática de la presa, entonces ubicar las líneas de flujo y las equipotenciales de tal forma que ambas formen cuadrados curvilíneos, finalmente con la ecuación [D.35] se determina el caudal. En el caso del método de los fragmentos la presa es dividida en tres fragmentos según la Tabla D.10 y con la ecuación [D.54] es determinado el caudal. En el caso de usar soluciones matemáticas, las ecuaciones [D.41] y [D.44] resultan ser las más apropiadas.

a) Redes de flujo.

PASO 1

Trazar la red de flujo.

La línea freática y la red de flujo es trazada de la misma forma que en los anteriores problemas.

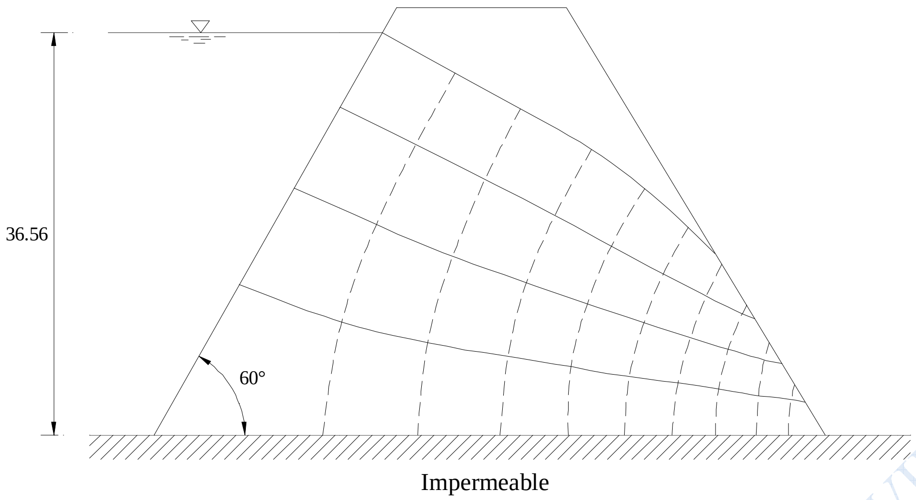


Figura 4.82. Red de flujo.

De la Figura se sabe que:

$\Delta H = h_1 - h_2 = 36.56$ m
$N_F = 4$
$N_d = 10$

Con el valor k = 2x10^{-5} m/s (*convertida a m/s*). De la ecuación [D.43] se tiene que:

$$q = 2.92\text{x}10^{-7} \cdot \frac{4}{10} \cdot 36.56$$

$$q = 2.92\text{x}10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

O también:

$$q = 0.25 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) Método de los fragmentos.

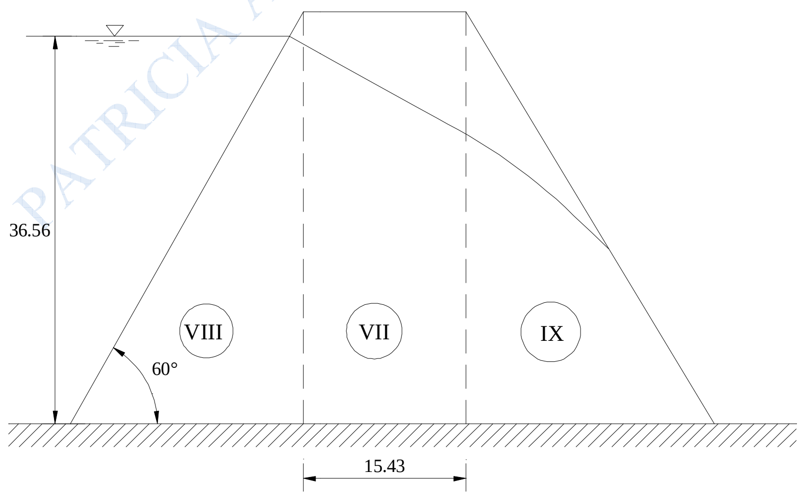


Figura 4.83. Sistema de flujo dividido en fragmentos.

PASO 1

Determinar el factor de forma.

De la Tabla D.9 se tiene que:

$$\Phi = \frac{2 \cdot 15.43}{36.56}$$

$$\Phi = 0.84$$

PASO 2

Determinar el caudal.

De la Figura se sabe que:

$$h_2 = 0$$

El caudal será:

$$q = \frac{2\text{x}10^{-7} \cdot 36.56}{0.84}$$

$$q = 8.66\text{x}10^{-6}\ \text{m}^3/\text{s}$$

O también:

$$q = 0.74\ \text{m}^3/\text{día}$$

c) Soluciones analíticas.

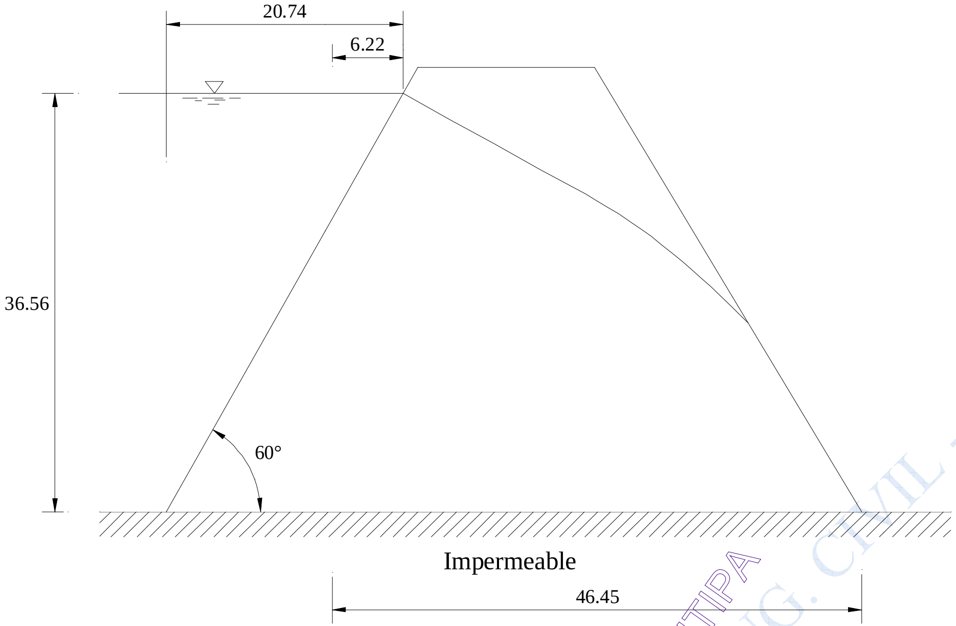


Figura 4.84. Línea freática.
De la Figura 4.84 se tiene que:

d = 46.45 m
h = 36.56 m

Para α = 60º, de la ecuación [D.39] se tiene que:

$$S_0 = \sqrt{46.45^2 + 36.56^2}$$

S_0 = 59.11 m

De la ecuación [D.38] se tiene que:

$$a = 59.11 - \sqrt{59.11^2 - \frac{36.56^2}{\sin 60^2}}$$

a = 17.73 m

El caudal se determina de la ecuación [D.41] que será:

$q = 2\text{x}10^{-7} \cdot 17.73 \cdot \sin^2 60$

q = 2.66x10-6 m/s

O también:

$\boldsymbol{q}$ **= 0.22 m^3/día**

Comentario: Para poder utilizar soluciones analíticas y efectuar las correcciones en los bordes de entrada y salida es importante tener un buen dibujo que sea claro y preciso.

PROBLEMA 38

El sistema de flujo que muestra la Figura 4.85 consta de dos ataguías colocadas paralelamente, donde ambas retienen una cantidad de agua. Ensayo preliminares en el suelo determinaron que la conductividad hidráulica de este es k = 6.78x10^{-3} cm/s y también se ha determinado que el peso unitario seco del suelo es 19 KN/m^3 y el saturado es 23.5 KN/m^3.
Se pide determinar:

a) El gradiente hidráulico de salida utilizando redes de flujo.
b) El gradiente hidráulico de salida utilizando método de los fragmentos
c) El factor de seguridad contra flotación.
d) El factor de seguridad contra tubificación.

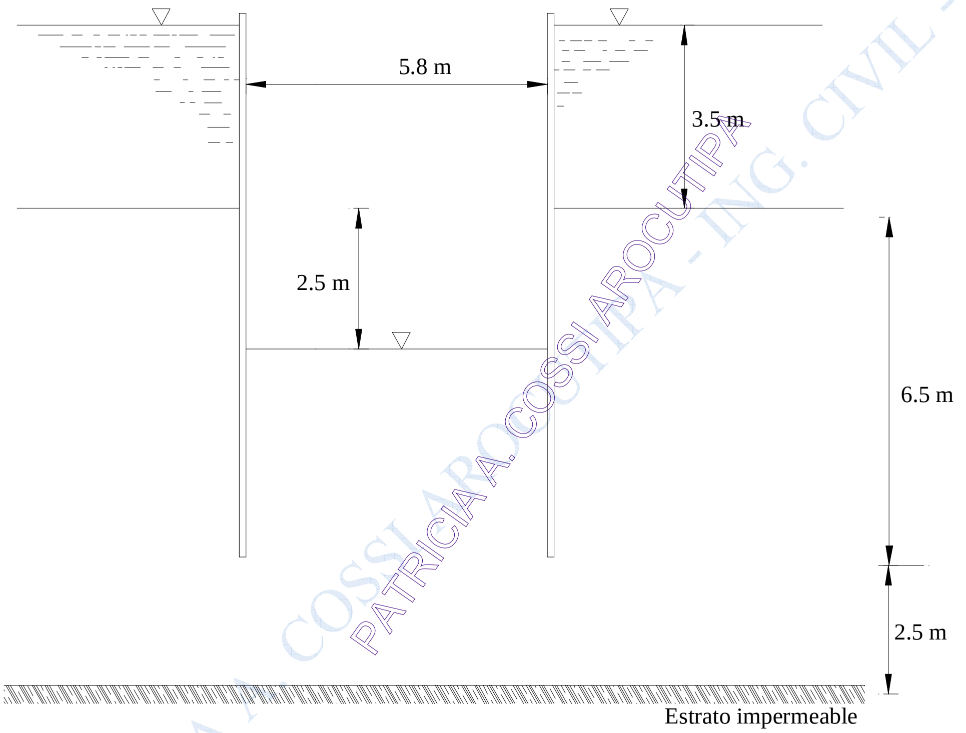


Figura 4.85. Sistema de flujo con doble ataguía.

Estrategia: El gradiente hidráulico de salida es determinado con la ecuación [D.55], en el caso de utilizar la red de flujo en primer lugar esta debe ser trazada, el valor de la pérdida de carga en la cara de la estructura es determinada con la ecuación [D.56], al ser un sistema simétrico únicamente se considerara la mitad del sistema. En el caso del método de los fragmentos se utiliza la ecuación [D.58], con el ábaco de la Figura D.22 y la ecuación [D.57] se determina los valores necesarios para esta ecuación.

a) El gradiente hidráulico de salida utilizando redes de flujo.

PASO 1

Trazar la red de flujo del sistema.

La red de flujo del sistema es trazada con el mismo procedimiento de los anteriores problemas relacionados.

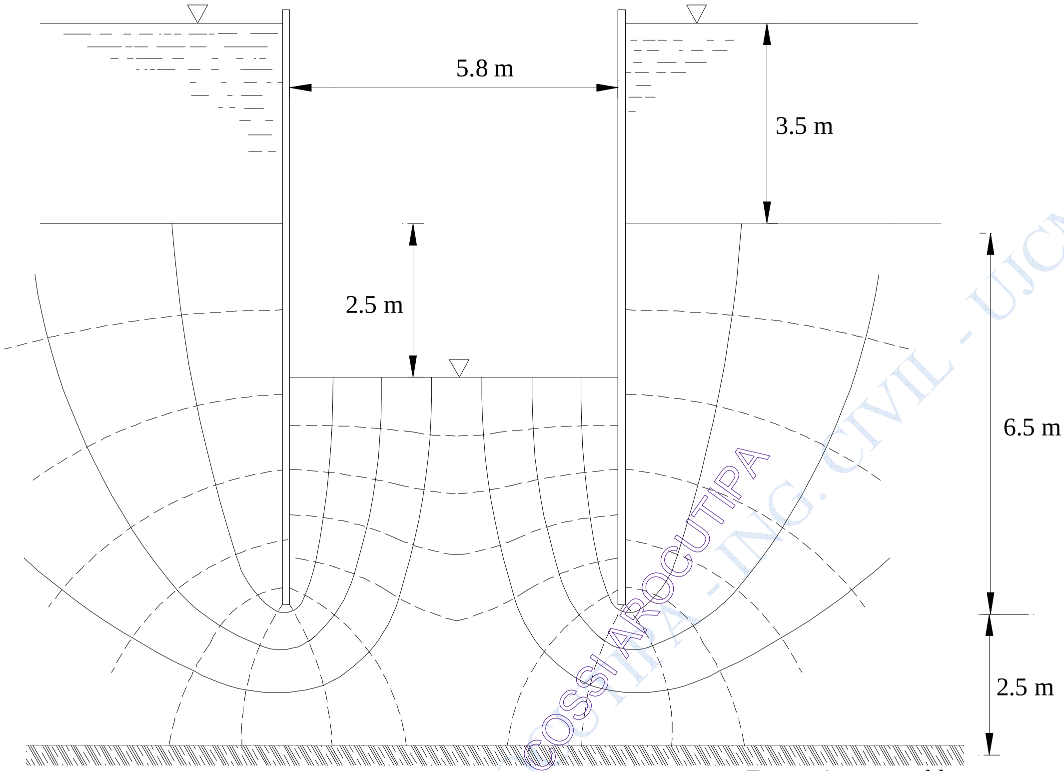


Figura 4.86. Red de flujo del sistema.

PASO 2

Determinación de la pérdida de carga.

Con los valores de:

DH = 6
N_d = 21/2 = 10.5

La pedida de carga en la cara de la ataguía será:

$$\Delta h = \frac{6}{10.5} = 0.57$$

PASO 3

Determinación del gradiente hidráulico de salida.

La longitud de la cara es:

$$\Delta L = 6.5 - 2.5 = 4 \text{ m}$$

Con los valores de:
$\Delta h = 0.57$
$\Delta L = 4$ m

$$i_e = \frac{0.57}{4}$$

$$\boldsymbol{i_e = 0.145}$$

c) El factor de seguridad contra flotación.

El peso unitario sumergido es:

$$\gamma' = 19.9.81 = 9.19 \text{ KN/m3}$$

Con los valores de:

$\gamma' = 9.19$ KN/m^3
$\gamma = 19$ KN/m^3

El gradiente hidráulico crítico será:

$$i_{cr} = \frac{9.19}{9.81} = 0.93$$

El factor de seguridad contra flotación será:

$$FS_G = \frac{0.93}{0.5}$$

$$\boldsymbol{FS_G = 1.86}$$

d) El factor de seguridad contra tubificación.

PASO 1

Determinación de la presión de poros en la cara.

Con los valores de:

$\Delta H = 6$ m
$L = 13$ m
$n_{di} = 8.5$

La perdida de carga será:

$$\Delta h_i = \frac{6}{13} \cdot 8.5 = 3.92$$

La altura piezométrica será:

h_{pi} = 12.5 – 2.5 – 3.92 = 6.07 m

El valor promedio de la presión de poros será:

u = 6.07·9.81

u = 59.61 KPa

Con los valores de:

d = 4 m
Δh_i = 3.92 m
h_{pi} = 6.07 m
u = 59.61 KPa

El factor de seguridad contra la tubificación será:

$$FS_T = \frac{(23.5 - 9.81) \cdot 4}{59.61}$$

$\boldsymbol{FS_T = 0.91}$

PROBLEMA 39

Para el sistema de la Figura se pide determinar la presión de poros en los puntos A y F utilizando el método de los fragmentos.

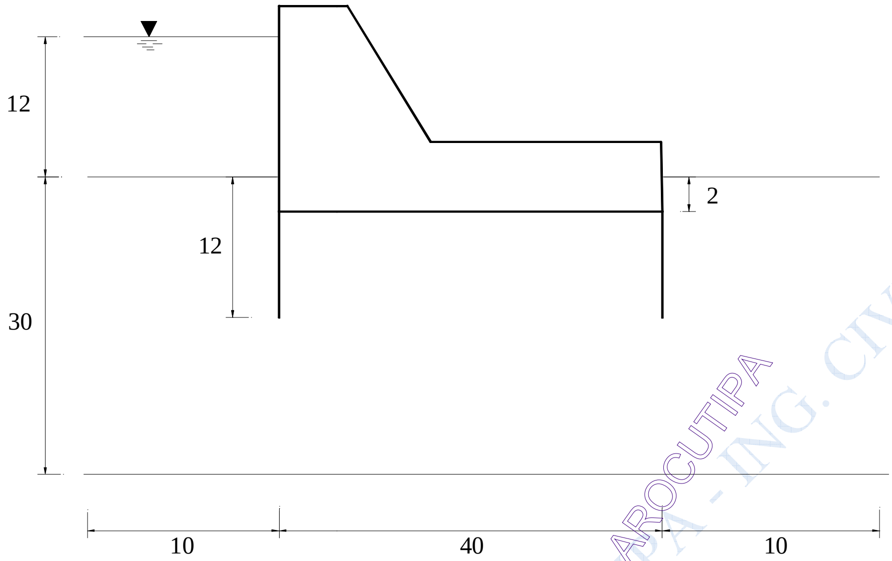


Figura 4.87. Sistema de flujo de una presa de concreto con ataguía.

PASO 1

Determinación del factor de forma.

Fragmento II (izquierda y derecha).

De la Figura se sabe que:

S = 12 m
T = 30 m

Por lo que:

$$m = \sin\left(\frac{\pi \cdot 12}{2 \cdot 30}\right) = 0.587 \qquad m^2 = 0.345$$

De la Tabla D.10 se tiene que:

$$\Phi = 0.865$$

Fragmento V.

Para este fragmento se sabe que:

L = 40 m

T = 28 m
S = 10 m
a = 18 m

Ya que $L > 2 \cdot S$, entonces se tendrá:

$$\Phi = 2 \cdot \ln\left(1 + \frac{10}{18}\right) + \frac{40 - 2 \cdot 12}{28} \qquad \Phi = 1.597$$

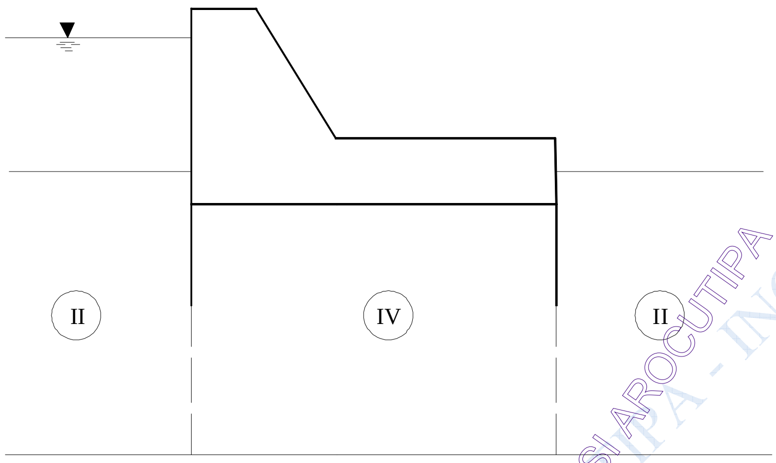


Figura 4.88. Sistema de flujo dividido en fragmentos.

PASO 2

Determinación de la pérdida de carga para cada fragmento.

$$\Sigma\Phi = 0.865 + 1.597 + 0.865$$

$$\Sigma\Phi = 3.327$$

La pérdida de carga para cada fragmento será:

$$\Delta h_{II}^{F} = \frac{12 \cdot 0.865}{3.327} = 3.12$$

$$\Delta h_{V}^{F} = \frac{12 \cdot 1.597}{3.327} = 5.76$$

PASO 3

Determinación de la pérdida de carga de cada punto respecto al fragmento IV.

$$L = 10 + 40 + 10$$

$$L = 60 \text{ m}$$

Por lo tanto la pérdida de carga para cada punto respecto al fragmento IV será:

$$\Delta h'_A = \frac{5.76}{60} \cdot 10 = 0.96$$

$$\Delta h'_B = \frac{5.76}{60} \cdot 50 = 4.8$$

PASO 4

Determinación de la pérdida de carga de los puntos respecto al sistema.

$$\Delta h_A = 3.12 + 0.96 = 4.08$$

$$\Delta h_B = 3.12 + 4.8 = 7.92$$

PASO 5

Determinación de la altura piezométrica para cada punto.

$$h_{pA} = 42 - 28 - 3.12 - 0.96 = 9.92$$

$$h_{pB} = 42 - 28 - 3.12 - 4.8 = 6.08$$

PASO 6

Determinación de la presión de poros en ambos puntos.

$u_A = 9.92 \cdot 9.81$ $u_B = 6.08 \cdot 9.81$

$\boldsymbol{u_A = 97.31}$ **KPa** $\boldsymbol{u_B = 59.64}$ **KPa**

PROBLEMA 40

La Figura 4.89 muestra una obra hidráulica construida en un suelo que tiene una conductividad hidráulica estimada de k = 113.38 m/día.

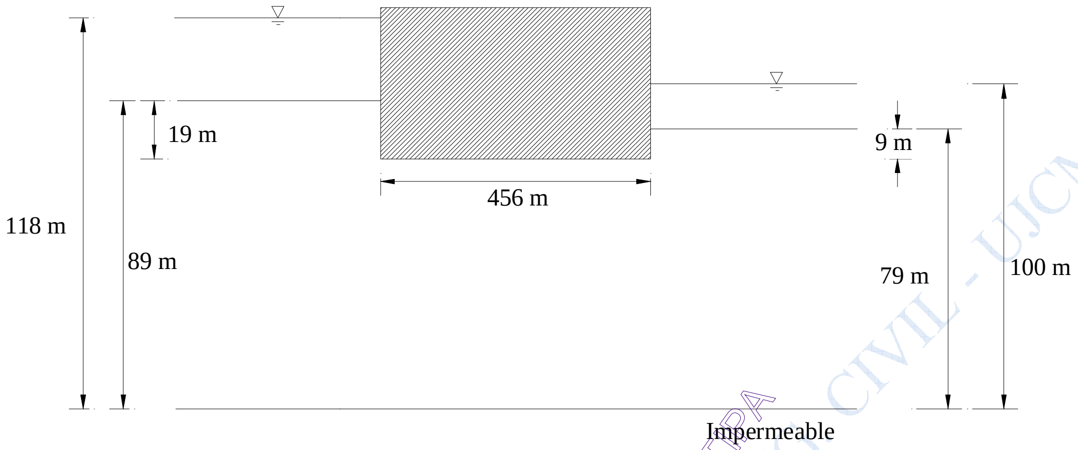


Figura 4.89. Sistema de flujo en una obra hidráulica.

Utilizando el método de los fragmentos determinar:

a) El caudal que circula por el sistema.
b) La variación de la altura total de carga a lo largo de la estructura.
c) El diagrama de presiones ascendentes en la base de la estructura.
d) El gradiente hidráulico de salida.

Estrategia: El caudal que circula en el sistema puede ser determinado con la ecuación [D.54], donde se necesita conocer el valor de la pérdida de carga y el factor de forma para cada fragmento. La variación de la altura total de carga es determinada despejando esta de la ecuación de Bernoulli, ya que esta variación es lineal basta con determinar el valor de la altura total de carga en los entremos de la base de la estructura. El diagrama de presiones ascendentes es determinado con la ecuación [D.58] y [D.59], siendo suficiente determinar la presión de poros en las dos esquinas de la base de la estructura. Mediante un valor de la relación S/T en el ábaco de la Figura [D.22] se puede determinar el gradiente hidráulico de salida.

a) El caudal que circula por el sistema.

Determinación del factor de forma para cada fragmento.

Para el fragmento II (izquierdo) se tiene que:

b = 0
T = 89 m
S = 19 m

Por lo tanto, se tiene que:

$$\frac{b}{T} = 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{S}{T} = \frac{19}{89} = 0.21$$

Del ábaco de la Figura D.11 se tiene que:

$$\frac{1}{2 \cdot \Phi} = 0.78$$

El factor de forma será:

$$\Phi = 0.641$$

Para el fragmento II (derecho) se tiene que:

$b = 0$
$T = 89 - 19 + 9 = 79$ m
$S = 9$ m

Por lo tanto, se tiene que:

$$\frac{b}{T} = 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{S}{T} = \frac{9}{79} = 0.114$$

Del ábaco de la Figura D.11 se tiene que:

$$\frac{1}{2 \cdot \Phi} = 1.01$$

El factor de forma será:

$$\Phi = 0.495$$

Para el fragmento I se tiene que:

$a = 89 - 19 = 70$ m
$L = 456$ m

El factor de forma será:

$$\Phi = \frac{456}{70} = 6.514$$

PASO 2

Determinación del caudal.

$$\Sigma\Phi = 0.641 + 0.495 + 6.514$$

$$\Sigma\Phi = 7.65$$

$$\Delta H = 118 - 100 = 18 \text{ m}$$

El caudal será:

$$q = \frac{113.38 \cdot 18}{7.65}$$

q = 266.8 m^3/día

b) La variación de la altura total de carga a lo largo de la estructura.

La pérdida de carga para cada fragmento será:

$$\Delta h^F_{II_{iz}} = \frac{18 \cdot 0.641}{7.65} = 1.51$$

$$\Delta h^F_{I} = \frac{18 \cdot 6.514}{7.65} = 15.33$$

$$\Delta h^F_{II_{de}} = \frac{18 \cdot 0.495}{7.65} = 1.16$$

La altura total de carga para la esquina izquierda será:

h = 118 – 1.51

$\boldsymbol{h_{iz}}$ **= 116.49 m**

La altura total de carga para la esquina derecha será:

h = 118 – 1.51 – 15.33

$\boldsymbol{h_{de}}$ **= 101.16 m**

c) El diagrama de presiones ascendentes en la base de la estructura.

L = 60 + 456 + 60 = 576 m

La pérdida de carga en cada esquina respecto al fragmento I será:

$$\Delta h'_{iz} = \frac{1.51}{576} \cdot 60 = 0.157$$

$$\Delta h'_{de} = \frac{1.16}{576} \cdot (60 + 456) = 1.039$$

La pérdida de carga de cada esquina respecto al sistema será:

Δh_{iz} = 1.51 + 0.157 = 1.667

Δh_{de} = 1.16 + 1.039 = 2.2

La altura potencial para ambos punto será:

$h_z = 89 - 19 = 70$ m

La altura piezométrica de cada esquina será:

$h_{piz} = 118 + 70 - 1.667 = 46.33$ m

$h_{pde} = 118 + 70 - 2.2 = 45.8$ m

La presión de poros en los bordes será:

$u_{iz} = 46.33 \cdot 9.81$ $u_{de} = 45.8 \cdot 9.81$

$\boldsymbol{u_{iz}}$ **= 454.5 KPa** $\boldsymbol{u_{de}}$ **= 449.3 KPa**

d) El gradiente hidráulico de salida.

Para un valor de:

$$\frac{S}{T} = \frac{9}{79} = 0.114$$

Del ábaco de la Figura D.22 se tiene que:

$$\frac{i_e \cdot S}{\Delta h^F_{II_{de}}} = 0.63$$

El gradiente hidráulico de salida será:

$$i_e = \frac{0.63 \cdot 1.16}{9}$$

$\boldsymbol{i_e}$ **= 0.082**

PROBLEMA 41

Para el sistema mostrado en la Figura 4.90 se pide determinar el caudal y el valor de a_2 y h.

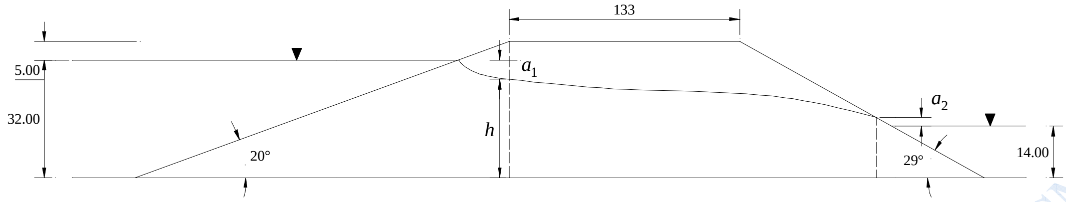


Figura 4.90. Presa de tierra con línea freática.

Si se divide el sistema en fragmentos se tendrán tres (VIII, VII, IX) como muestra la Figura 4.91.

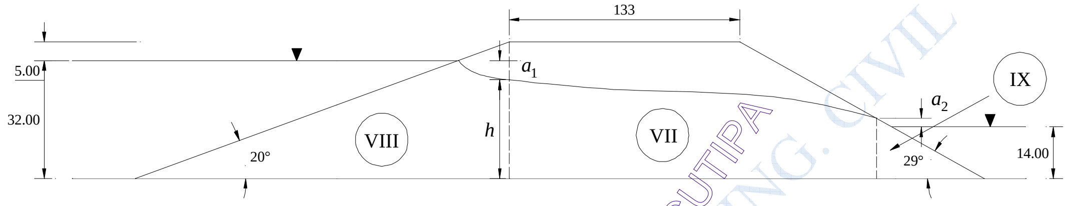


Figura 4.91. Sistema de flujo dividido en fragmentos.

El caudal en el fragmento VIII será:

$$\frac{q}{k} = \frac{32-h}{2.76} \cdot \ln\left(\frac{37}{37-h}\right) \qquad [1]$$

El caudal en el fragmento VII será:

$$\frac{q}{k} = \frac{h^2-(a_2+14)}{2 \cdot L} \qquad [2]$$

El caudal en el fragmento IX será:

$$\frac{q}{k} = \frac{a_2}{2} \cdot \left(1+\ln\frac{a_2+14}{a_2}\right) \qquad [3]$$

De la geometría de la presa se tiene que:

$$L = b + \cot\beta \cdot [h_d - (a_2 + h_2)] \qquad [4]$$

Para este caso se tiene que h_2 = 0, lo que simplifica las ecuaciones. La ecuación [1] puede ser combinada con la ecuación [2] y se sustituye el valor de L de la ecuación [4]. Por lo tanto, se tendrá que:

$$\frac{32-h}{2.76} \cdot \ln\left(\frac{37}{37-h}\right) = \frac{h^2-(a_2+14)^2}{2 \cdot \left[133+2 \cdot \left[37-(a_2+14)\right]\right]} \qquad [5]$$

La ecuación [1] puede ser combinada con la ecuación [3], por lo que se tendrá:

$$\frac{32-h}{2.76}\cdot\ln\left(\frac{37}{37-h}\right)=\frac{a_2}{2}\cdot\left(1+\ln\frac{a_2+14}{a_2}\right) \qquad [6]$$

Las ecuaciones [5] y [6] contienen únicamente los valores de h y a_2 como incógnitas, por lo tanto pueden resolverse gráficamente o por tanteo. En las dos tablas que se presentan a continuación se ha tanteado simultáneamente estos valores y se ha estimado su valor aproximado.

Para la ecuación [5]

h	a_2
28.8	-0.4
29	2.1
30	8.6
31	13.6

Para la ecuación [6]

h	a_2
29.9	0.6
27.8	1.2
25.6	1.7

Entonces se tendrá que:

h = 28.9 m **a_2 = 0.9 m**

Presión lateral del suelo.

PROBLEMA 1

Calcular la fuerza activa total que el terreno ejerce sobre el muro de hormigón en masa mostrado en la figura, utilizando:

a) Teoría de Rankine
b) Teoría de Coulomb

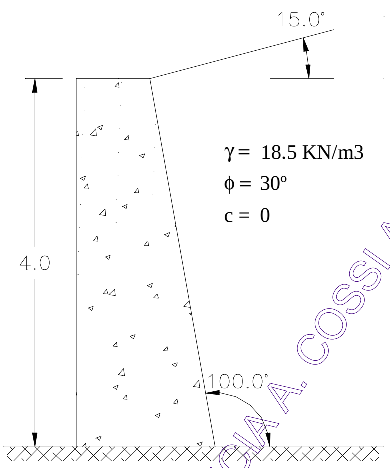


Figura 11.1. Características del muro.

Solución

a) Según la Teoría de Rankine

La fuerza total que el terreno ejerce sobre el muro está compuesta por la fuerza activa (P_a) sobre un plano vertical imaginario y por el peso del bloque triangular sobrante.
La fuerza activa por metro de longitud de muro es:

$$P_a = \frac{1}{2}(\gamma)(K_a)(H)^2$$

A partir de la ecuación G-5 del anexo G, se calcula el coeficiente de presión lateral K_a para una inclinación del terreno de 15º y ángulo de fricción interna de 30º.

$$K_a = 0,373$$

Se obtiene:

$$P_a = (1/2)(18,5)(0,373)(4,189)^2 = 60,5 \text{ KN/m}$$

El vector P_a tiene una inclinación de 15º paralelo a la superficie del terreno. En notación vectorial, utilizando los vectores unitarios **i**, para el eje horizontal, **j**, para el eje vertical, se obtiene:

$$P_a = -\,58.48\,\mathbf{i} - 15.66\,\mathbf{j}$$

A continuación el peso del bloque triangular de suelo por metro de longitud será igual a su área multiplicada por el peso unitario.

$$W = (1{,}477)(18{,}5) = 27{,}32 \text{ KN/m}$$

$$W = -\,27{,}32\,\mathbf{j}$$

La suma de los vectores P_a y W es:

$$R = -\,58{,}48\,\mathbf{i} - (15{,}66 + 27{,}32)\,\mathbf{j}$$

$$R = -58{,}48\,\mathbf{i} - 42{,}98\,\mathbf{j}$$

Finalmente la magnitud de la fuerza resultante sobre el muro y su inclinación son:

$$R = 72{,}57 \text{ kN/m}$$

$\boldsymbol{\alpha = 36{,}3^o}$ (respecto a un eje horizontal)

b) Según la Teoría de Coulomb

La fuerza activa por metro de longitud de muro es:

$$P_a = \frac{1}{2}(\gamma)(K_a)(H^{2)}$$

A partir de la ecuación G-9 del anexo G, se calcula el coeficiente de presión lateral Ka para una inclinación del terreno de 15º, ángulo de fricción interna de 30º y ángulo de fricción del muro estimado en 20º (≈0,67 φ).

$$K_a = 0{,}4804$$

Se obtiene:

$$P_a = (1/2)(18{,}5)(0{,}4804)(4)^2 = 71{,}0 \text{ KN/m}$$

Por lo tanto la magnitud de la fuerza resultante sobre el muro y su inclinación son:

$$\boldsymbol{R = 71{,}0 \text{ kN/m}}$$

$\boldsymbol{\alpha = 30{,}0^o}$ (respecto a un eje horizontal)

PROBLEMA 2

Calcular la fuerza total horizontal sobre el muro de hormigón mostrado en la figura. Utilice el método de Rankine.

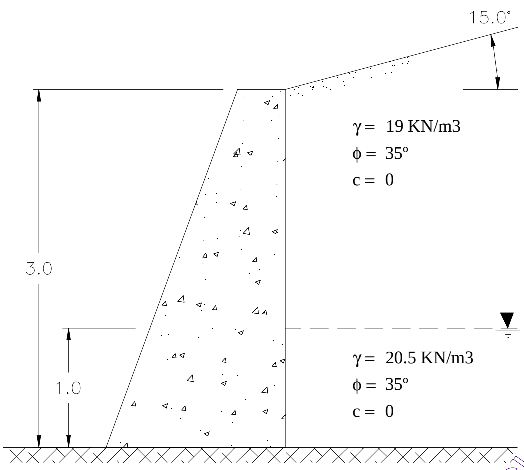


Figura 11.2. Dimesiones del muro.

Solución

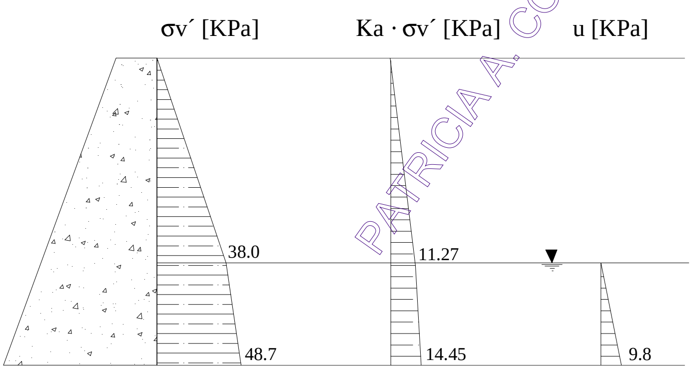


Figura 11.3. Presiones actuante sobre el muro.

La fuerza horizontal sobre el muro está compuesta por la presión del terreno y la presión hidrostática.

La presión del terreno puede ser calculada mediante el perfil de esfuerzo efectivo sobre la pared vertical del muro.

A partir de la ecuación G-5 del anexo G, se calcula el coeficiente de presión lateral del terreno como:

$$K_a = 0{,}2967$$

La resultante de la presión del terreno por unidad de longitud es igual al área del perfil de $K_a(\sigma_V')$. Esta fuerza tiene una inclinación de 15º al igual que el terreno, entonces la fuerza horizontal del terreno será:

$$P_a = (0,5)(11,27)(2) + (0,5)(11,27 + 14,45)(1)$$

$$P_a = 24,13 \text{ KN/m}$$

A continuación:

$$P_{ah} = 23,3 \text{ KN/m}$$

La presión hidrostática produce una fuerza horizontal igual a:

$$P_{H2O} = (0,5)(9,81)(1)$$

$$P_{H2O} = 4,9 \text{ KN/m}$$

Finalmente la fuerza total horizontal sobre el muro es:

$$P = P_{ah} + P_{H2O}$$

$$\boldsymbol{P = 28,2 \text{ kN/m}}$$

PROBLEMA 3

Calcular la presión activa de Coulomb mediante la solución gráfica para el muro de hormigón mostrado en la figura. El ángulo de fricción interna del relleno granular es de 35º y la fricción en el muro de 25º.

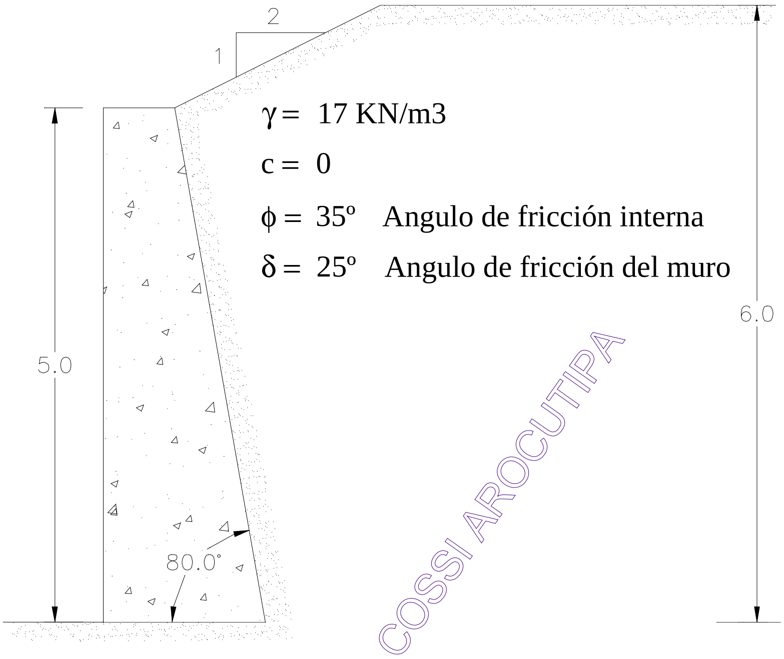


Figura 11.4. Dimisiones del muro y características del suelo.

Solución

La solución del problema fue llevada a cabo según en método de Cullmann, para lo cual se tiene que:

$\phi = 10º$; $\delta = 25º$

$\psi = 90 – 10 – 25 = 55º$

El relleno tras el muro fue dividido en bloques limitados por superficies imaginarias de falla.

El peso de los mismos, se resume a continuación.

Bloque	Área, m^2	Peso unitario KN/m^3	Peso, KN
ABC1	5,4408	17	92,5
ABC2	9,9408	17	169,0
ABC3	14,4408	17	245,5
ABC4	18,9408	17	322,0
ABC5	23,4408	17	398,5

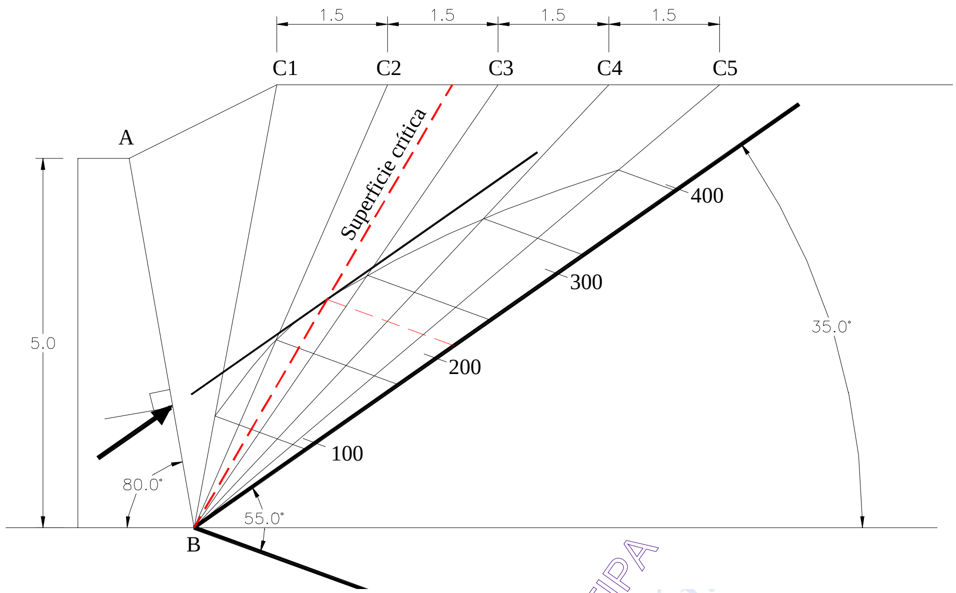


Figura 11.5. Determinación de la superficie crítica.

Finalmente se obtiene que la fuerza activa por unidad de longitud de muro que será:

$\boldsymbol{P_a = 91{,}5}$ **kN**

PROBLEMA 4

Se pide dibujar la distribución de presión lateral activa sobre el muro vertical mostrado en la Figura 11.6. La masa de suelo tras el muro está conformada por cuatro estratos y además soporta una carga distribuida por unidad de área en la superficie. El nivel de agua se encuentra a 2 m por debajo de la superficie.

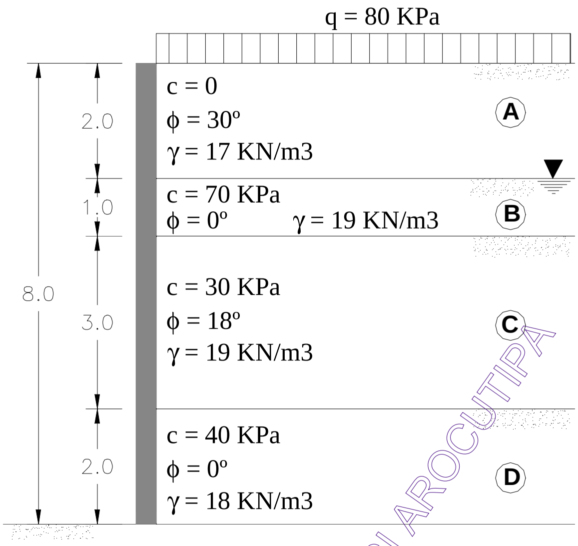


Figura 11.6. Características de los estratos de suelo y el muro.

Solución

La masa de suelo tras el muro está conformada por cuatro estratos de suelo A, B, C y D.
A continuación se calculan los coeficientes de presión lateral para cada uno de ellos.

Suelo A:

$$K_a = tg^2(45º - \phi/2) = tg^2(45 - 30/2) = 0,3333$$

Suelo B:

$$K_a = tg^2(45 - 0) = 1$$

Suelo C:

$$K_a = tg^2(45 - 18/2) = 0,5278$$

Suelo D:

$$K_a = 1$$

Se sabe además que el esfuerzo lateral varia según la siguiente ecuación:

$$\sigma_H = K_a\ \sigma_v - 2\sqrt{K_a}\ c$$

Para determinar la presión lateral, el esfuerzo efectivo vertical debe ser determinado previamente. La siguiente tabla presenta los resultados obtenidos de esfuerzo efectivo vertical, esfuerzo efectivo horizontal (presión lateral) y presión hidrostática para los límites superior e inferior de cada estrato y la figura ilustra su variación con la profundidad.

Suelo	K_a	$\sqrt{K_a}$	σ'_z [KPa]	σ'_h [KPa]	U [KPa]
A	0,3333	0,5773	80,0	26,6	0
			114,0	38,0	0
B	1,0	1,0	114,0	–26,0	0
			123,19	–16,81	9,81
C	0,5278	0,7264	123,19	21,43	9,81
			150,76	35,98	39,24
D	1,0	1,0	150,76	70,76	39,24
			167,14	87,14	58,86

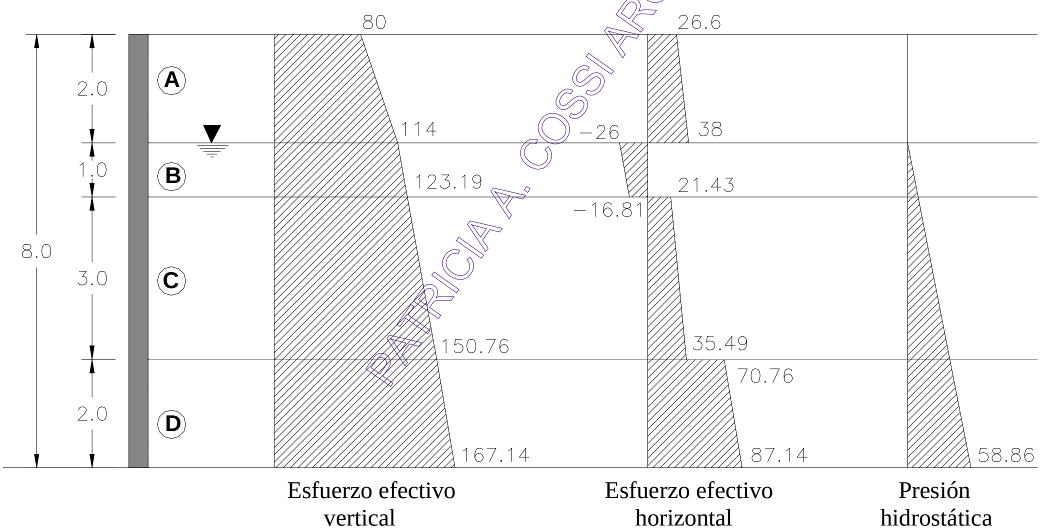


Figura 11.7. Diagrama de presiones actuantes en el muro.

PROBLEMA 5

Verificar la estabilidad del muro de contención mostrado en la figura contra el volteo, deslizamiento y capacidad portante.

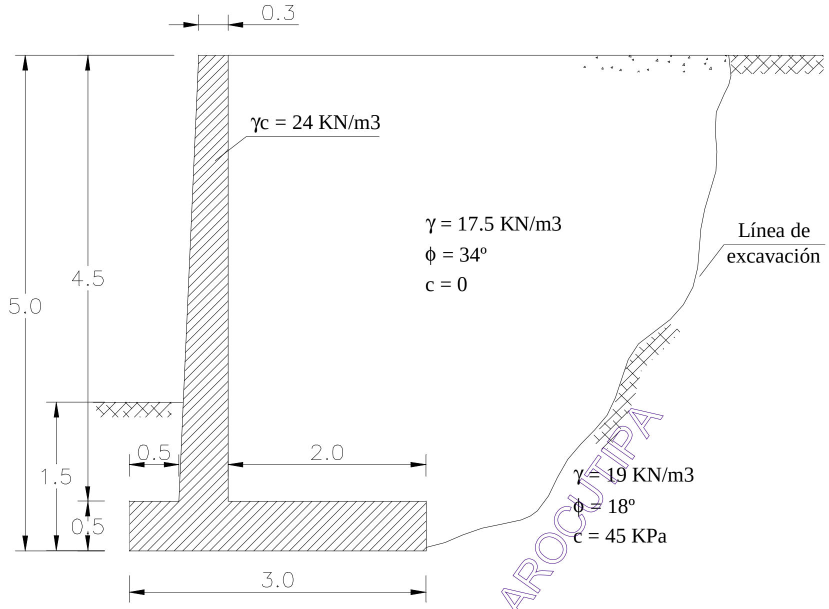


Figura 11.8. Características del muro y parámetros del suelo.

Solución

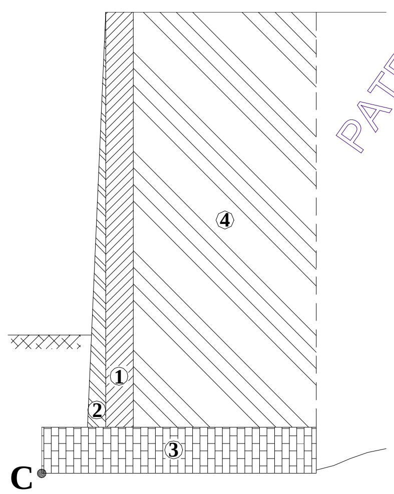


Figura 11.9. Sistema dividido en fragmentos.

Para este efecto se utilizará la teoría de Rankine. El coeficiente de presión lateral del terreno para un ángulo de fricción interna de 34º es igual a:

$K_a = 0,2827$

La fuerza activa de Rankine sobre el plano vertical mostrado en la figura es igual a:

$$P_a = (1/2)(17,5)(0,2827)(5)^2 = 61,84 \text{ KN/m}$$

Debido a que la distribución de presiones es triangular, la fuerza se encuentra aplicada a una altura de 1.66m por encima del nivel de la base de la fundación.

Factor de seguridad contra el volteo

El factor de seguridad contra el volteo se define como la relación de los momentos resistentes y los momentos actuantes que inducen el vuelco.
La siguiente tabla resume el proceso de cálculo de momentos resistentes con respecto al punto de rotación C.

Bloque	Area, m^2	Peso, KN	Brazo, m	Momento, KN·m
1	1,35	32,4	0,85	27,54
2	0,45	10,8	0,633	6,84
3	1,50	36,0	1,50	54,0
4	9,00	157,5	2,00	315,0
	ΣV	236,7	ΣM_r	403,38

El momento actuante que produciría el vuelco es:

$M_v = (61,84)(1,666) = 102,65$ KN·m

Entonces el factor de seguridad contra el volteo es:

$$FS_V = \frac{403,38}{102,65} = 3,9 > 2 \quad \textbf{Verificado!}$$

Factor de seguridad contra el deslizamiento

El factor de seguridad contra el deslizamiento se define como la relación entre las fuerzas horizontales resistentes y las fuerzas horizontales que tienden a desplazar al muro.
La fuerza resultante resistente está compuesta por la fricción entre la base de la fundación y el suelo y por la fuerza pasiva que se desarrolla en la puntera.

La fricción en la base de la fundación (Fr) es estimada asumiendo un ángulo igual a 2/3 φ y una adherencia (cohesión desarrollada entre el muro y el suelo) igual a 2/3 c en todo el ancho de la fundación.

$$Fr = (\sum V)\tan\left(\frac{2}{3}\phi\right) + (B)\left(\frac{2}{3}c\right)$$

$$Fr = (236,7)\tan(12^\circ) + (3)(30) = 140,3 \text{ KN}$$

La fuerza pasiva en la puntera es determinada a partir del coeficiente de presión lateral:

$Kp = \tan^2 (45º + 18º/2) = 1{,}89$

$$P_p = \frac{1}{2} K_p \gamma H^2 + 2c\sqrt{K_p}\, H$$

$$P_p = \frac{1}{2}(1{,}89)(19)(1{,}5)^2 + (2)(45)\left(\sqrt{1{,}89}\right)(1{,}5) = 225{,}9\ KN$$

La única fuerza que tiende a desplazar al muro es la activa:

$P_a = 61{,}84$ KN

Entonces el factor de seguridad contra el deslizamiento es:

$$FS_d = \frac{140{,}3 + 225{,}9}{61{,}84} = 5{,}9 > 1{,}5 \ \textbf{Verificado!}$$

Factor de seguridad contra la falla por capacidad portante

El factor de seguridad contra la falla por capacidad portante se define como la relación de la capacidad última de apoyo y la presión máxima de contacto desarrollada en la base de la fundación.

Inicialmente debe verificarse que la resultante de fuerzas que actúan sobre el muro pase por un punto dentro del núcleo central de la fundación, esto para asegurar que el suelo por debajo de misma esté siendo sometido a compresión.

De la ecuación D-18 del anexo D se obtiene lo siguiente:

$$e = \frac{B}{2} - \frac{\sum M_r - \sum M_v}{\sum V}$$

$$e = \frac{3}{2} - \frac{403{,}38 - 102{,}65}{236{,}7} = 0{,}229\,m \quad < \ B/6 = 0{,}5$$

Debido a que la excentricidad no es mayor a un sexto del ancho de la fundación, queda verificada la posición de la resultante dentro del núcleo central. A continuación se procede a estimar los valores de presión tanto en la puntera (máximo) como en el talón (mínimo).

$$q_{puntera,talón} = \frac{\sum V}{B}\left(1 \pm \frac{(6)(e)}{B}\right) = \frac{236{,}7}{3}\left(1 \pm \frac{(6)(0{,}229)}{3}\right)$$

$q_{puntera} = 115{,}0$ KPa

$q_{talón} = 42{,}76$ KPa

La capacidad última de apoyo puede ser calculada a partir de la ecuación general de capacidad portante (referirse al capítulo respectivo).

Para un ángulo de fricción de φ = 18º, los factores de capacidad portante son:

N_c = 13,10
N_q = 5,26
N_γ = 4,07

Considerando una longitud grande de muro en comparación a su ancho, los factores de forma son iguales a 1.

Los factores de profundidad para la condición $D_f / B < 1$ son:

$$F_{cd} = 1 + 0{,}4\frac{D_f}{B} = 1 + 0{,}4\frac{1{,}5}{3} = 1{,}2$$

$$F_{qd} = 1 + 2(\tan\phi)(1 - \sin\phi)^2\frac{D_f}{B} = 1 + 2(\tan(18^\circ))(1 - \sin(18^\circ))^2\frac{1{,}5}{3} = 1{,}155$$

$$F_{\gamma d} = 1$$

El ángulo (β) de inclinación de la fuerza resultante es igual a:

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{Pa}{\sum V}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{61{,}84}{236{,}7}\right) = 14{,}64^\circ$$

Los factores de inclinación son:

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{14{,}64}{90}\right)^2 = 0{,}702$$

$$F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{14{,}64}{18}\right)^2 = 0{,}0348$$

El ancho efectivo de la fundación es $B' = B - 2\,e$ = 3 – 2(0,249) ≈ 2,5 m

Finalmente, la capacidad última de apoyo es:

Q_u = (45)(13,10)(1,2)(0,702)+(1,5)(19)(5,26)(1,155)(0,702)+(0,5)(19)(2,5)(4,07)(1)(0,0348)

Q_u = 621,5 KPa.

Finalmente, el factor de seguridad contra falla por capacidad portante es de:

$$FS_c = \frac{621{,}5}{115} = 5{,}4 \quad > \ 3$$ **Verificado!**

PROBLEMA 6

Calcular la fuerza horizontal total actuante en el muro que se muestra en la figura. El suelo 1 tiene las siguientes propiedades: c' = 0 kPa, ϕ' = 32º, δ = 23º y γ = 18 kN/m^3; el suelo 2 presenta los siguientes parámetros: c' = 0 kPa, ϕ' =28º, δ = 18º y γ = 20 kN/m^3.
Considere que el nivel freático se encuentra entre el suelo 1 y el suelo 2. El suelo 1 tiene un espesor de 6 m. mientras que el suelo 2 presenta una altura de 4 m.. La inclinación del muro con respecto a la horizontal es 45º.

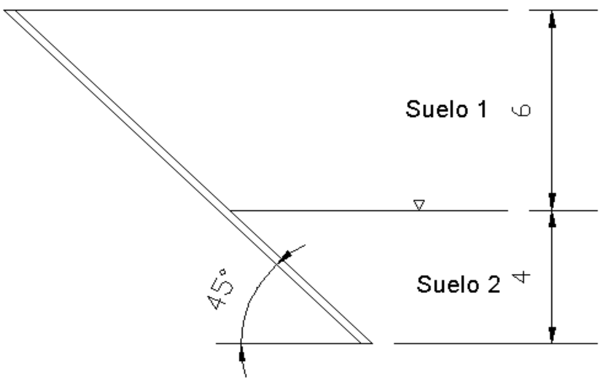


Figura 11.10. Características particulares del problema.

Solución

Primero se encuentra la fuerza total que actúa en el muro como resultado de la acción del suelo 1:

$$P_{a1} = \frac{1}{2} k_{a1}\, \gamma_1\, H_1^2$$

$$k_{a1} = \frac{\sin^2(\beta+\phi)}{\sin^2(\beta)\sin(\beta-\delta)\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin(\phi+\delta)\sin(\phi-\alpha)}{\sin(\beta-\delta)\sin(\alpha+\beta)}}\right]^2}$$

Reordenando se tiene que:

$$1+\sqrt{\frac{\sin(\phi+\delta)\sin(\phi-\alpha)}{\sin(\beta-\delta)\sin(\alpha+\beta)}} = 1+\sqrt{\frac{\sin(32+23)\sin(32)}{\sin(45-23)\sin(45)}} = 2{,}28014$$

$$k_{a1} = \frac{\sin^2(45+32)}{\sin^2 45\sin(45-23)(2.28014)^2} = 0{,}975$$

Así, se obtiene:

$$P_{a1} = (0{,}5)(0{,}975)(18)(6)^2 = 315{,}9\, kN$$

La componente horizontal es:

$$P_{a1(h)} = \cos(45+23)(315{,}9) = 118{,}3\,kN$$

La fuerza que actúa en el muro debido al suelo 2 es:

$$P_{a2} = \frac{1}{2} k_{a2}\, \gamma_{eq}\, H_2^2$$

$$k_{a2} = \frac{\sin^2(\beta+\phi)}{\sin^2(\beta)\sin(\beta-\delta)\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin(\phi+\delta)\sin(\phi-\alpha)}{\sin(\beta-\delta)\sin(\alpha+\beta)}}\right]^2}$$

$$1+\sqrt{\frac{\sin(\phi+\delta)\sin(\phi-\alpha)}{\sin(\beta-\delta)\sin(\alpha+\beta)}} = 1+\sqrt{\frac{\sin(28+18)\sin(28)}{\sin(45-18)\sin(45)}} = 2{,}02567$$

$$k_{a2} = \frac{\sin^2(45+28)}{\sin^2 45\sin(45-18)(2.02567)^2} = 0{,}982$$

Por otra parte:

$$\gamma_{eq} = \gamma_2 + \left[\frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\alpha)}\right]\left(\frac{2q}{H_2}\right)\cos\alpha$$

Se conoce que:

$$q = (6)(18) = 108\,kPa$$

Reemplazando se tiene que:

$$\gamma_{eq} = 20 + \left[\frac{\sin 45}{\sin 45}\right]\left(\frac{(2)(108)}{4}\right)\cos 0 = 74\,kN/m$$

Así, se obtiene:

$$P_{a2} = (0{,}5)(0{,}982)(74)(4)^2 = 581{,}3\,kN$$

La componente horizontal es:

$$P_{a2(h)} = \cos(45+18)(581{,}3) = 263{,}9\,kN$$

Ahora calculamos la fuerza causada por el agua:

$$\mu = \gamma_w \, h_p = (9{,}8)(4) = 39{,}2 \, kPa$$

$$P_w = \frac{1}{2}(5{,}66)\left[(4)(9{,}8)\right] = 110{,}94 \, kN$$

La componente horizontal es:

$$P_{w(h)} = (\cos 45)(110{,}94) = 78{,}45 \, kN$$

Entonces la fuerzo horizontal total que actúa sobre el muro es calculada como la sumatoria de las acciones del suelo 1, suelo 2 y el agua, obteniéndose:

$$P_h = P_{a1(h)} + P_{a2(h)} + P_{w(h)}$$

$\boldsymbol{P_h}$ **= 460,65 kN**

PROBLEMA 7

Demostrar que la ecuación de esfuerzo activo (Rankine) sobre un muro vertical sin fricción tiene la siguiente forma:

$$\sigma_a = \sigma_v\, K_a - 2\, c\sqrt{K_a}$$

Donde: σ_a es el esfuerzo total activo; σ_v vertical total; c la cohesión del suelo (parámetro de resistencia); y K_a el coeficiente de presión activa de Rankine.

Solución

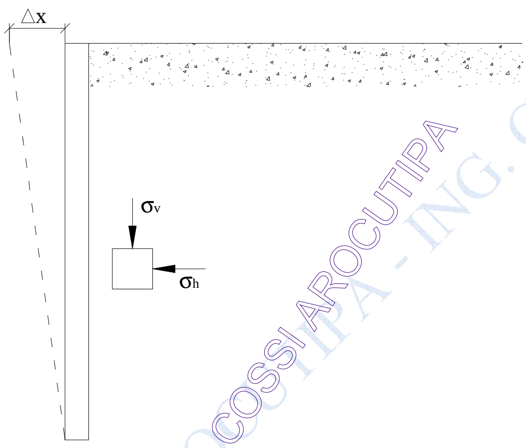


Figura 11.11. Elemento de suelo.

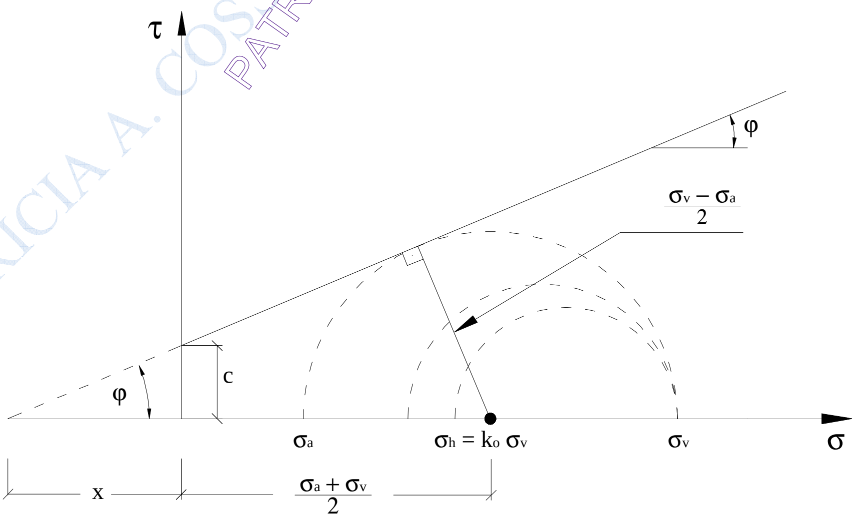


Figura 11.12. Trayectoria de esfuerzos en el espacio τ, σ.

De la definición de tangente se tiene:

$$\tan\varphi = \frac{c}{x} \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{c}{\tan\varphi}$$

Seno del ángulo φ es igual al cateto opuesto sobre la hipotenusa, entonces se obtiene:

$$\sin\varphi = \frac{\left(\dfrac{\sigma_v - \sigma_a}{2}\right)}{\left(\dfrac{\sigma_a + \sigma_v}{2} + x\right)}$$

Reemplazando; se tiene que:

$$\sin\varphi = \frac{\dfrac{\sigma_v - \sigma_a}{2}}{\dfrac{\sigma_a + \sigma_v}{2} + \dfrac{c}{\tan\varphi}}$$

Desarrollando la expresión se obtiene;

$$\frac{\sigma_a + \sigma_v}{2}\sin\varphi + \frac{c\sin\varphi}{\tan\varphi} = \frac{\sigma_v - \sigma_a}{2}$$

$$\frac{1}{2}\sigma_a \sin\varphi + \frac{1}{2}\sigma_v \sin\varphi + c\cos\varphi = \frac{1}{2}\sigma_v - \frac{1}{2}\sigma_a$$

$$\frac{1}{2}\sin\varphi\,\sigma_a + \frac{1}{2}\sigma_a = \frac{1}{2}\sigma_v - \frac{1}{2}\sigma_v\sin\varphi - c\cos\varphi$$

$$\frac{1}{2}(\sin\varphi + 1)\sigma_a = \frac{1}{2}(1 - \sin\varphi)\sigma_v - c\cos\varphi$$

Utilizando relaciones trigonométricas se tiene;

$$\sigma_a = \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}\sigma_v - 2c\frac{\cos\varphi}{1+\sin\varphi} \qquad [1]$$

Además $\sin\varphi = \cos(90 - \varphi)$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

y

$$\cos(90-\varphi)=\cos^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)-\sin^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)$$

Por lo tanto:

$$\sin\varphi=\cos^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)-\sin^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)$$

Además:

$$\sin^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)+\cos^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)=1$$

Reemplazando se tiene que:

$$\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}=\frac{1-\cos^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)+\sin^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)}{1+\cos^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)-\sin^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)}=\frac{2\sin^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)}{2\cos^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)}$$

Simplificando se obtiene la ecuación 2; que será:

$$\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}=\tan^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)=K_a \qquad [2]$$

Además se sabe que:

$$\cos\varphi=\sin(90-\varphi)=2\sin\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)$$

Por lo tanto reemplazando y desarrollando se tiene la ecuación 3; que será:

$$\frac{\cos\varphi}{1+\sin\varphi}=\frac{2\sin\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)}{1+\cos^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)-\sin^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)}=\frac{2\sin\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)}{2\cos^2\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$\frac{\cos\varphi}{1+\sin\varphi}=\tan\left(45-\frac{\varphi}{2}\right)=\sqrt{K_a} \qquad [3]$$

Reemplazando la ecuación [2] y [3] en [1] se obtiene:

$$\sigma_a=\sigma_v K_a-2c\sqrt{Ka}$$

PROBLEMA 8

Se desea verificar la estabilidad de un muro de gravedad utilizando el método de Rankine. El contratista ha pedido al laboratorio de geotecnia UMSS que se mida los ángulos de fricción entre concreto y suelo de relleno y concreto y suelo de fundación. ¿Cuál de los valores utilizaría?, ¿Dónde? y ¿Por qué?

Solución

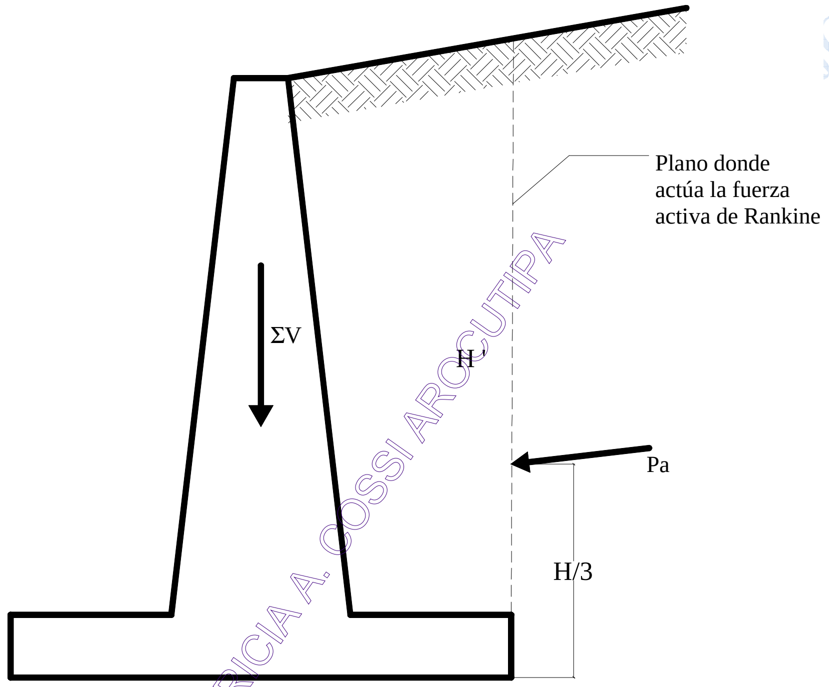


Figura 11.13. Fuerzas que actúan en el muro de gravedad.

Se supone que no existe fricción (hipótesis), por lo tanto no se requiere del ángulo de fricción entre muro y relleno.

Verificación al deslizamiento.

Se debe utilizar el ángulo de fricción suelo de fundación-concreto para calcular el F.S. contra deslizamiento tal cual se muestra en la ecuación.

$$FS = \frac{R}{Pa \cdot H} \quad ; \quad R = A \cdot F \ (en\ la\ base)$$

$$R = C_a \cdot B + \Sigma V \cdot \tan\delta = K_1 \cdot C \cdot B = K_1 \cdot C \cdot B + \Sigma V \cdot \tan K_2 \cdot \varphi$$

$$\delta = K_2 \cdot \varphi$$

PROBLEMA 9

Para la Figura 11.14 se pide determinar la fuerza activa actuante.

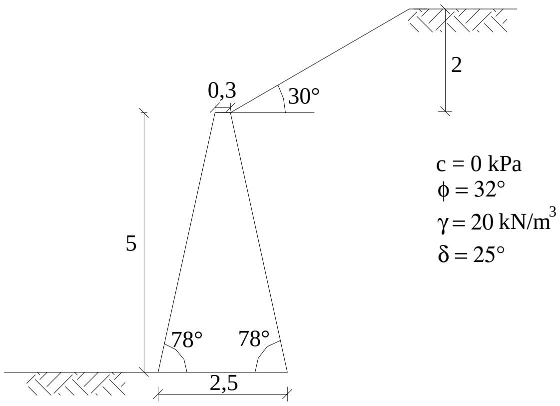


Figura 11.14. Características del muro.

Solución

Para este caso se tiene que:

$$\theta = 90 - 78 = 12°$$

$$\psi = 90 - \theta - \delta = 90 - 12 - 25$$
$$\psi = 53°$$

Cuña	Área	Peso
ABC1	4.86	97.2
ABC2	9.73	194.6
ABC3	15.63	312.6
ABC4	21.66	433.2

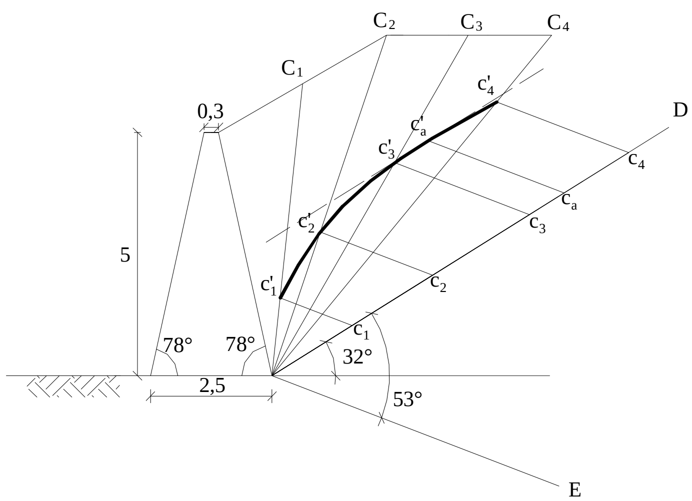


Figura 11.15. Fragmentación.
A partir de la Figura 10.15 se tiene que:

$$P_a = c_a c_a^{'} \times \text{Escala adoptada}$$

$$P_a = 150\ kN$$

PROBLEMA 10

Para la Figura 11.16 se pide determinar la fuerza horizontal actuante.

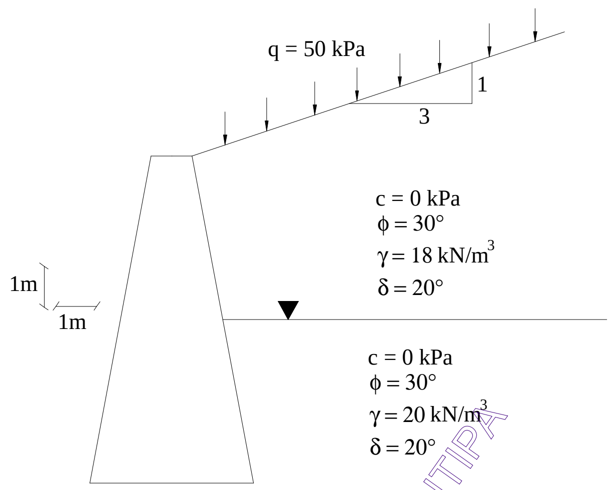


Figura 11.16. Características del muro de contención.

Solución

El problema es dividido en tres partes como muestra la Figura 11.17, donde se considera la influencia del suelo 1, 2 y el agua.

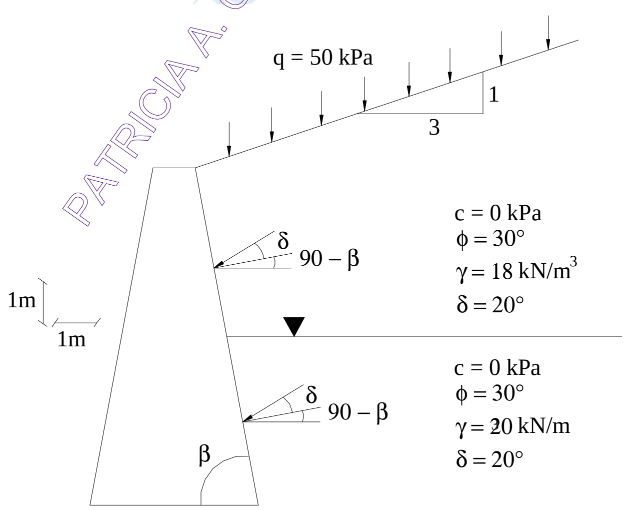


Figura 11.17. División del problema por partes.

Para el suelo 1

La fuerza activa para el suelo 1 será:

$$P_{a1} = \frac{1}{2} K_{a1} \gamma_{eq} H_1^2$$

Se determinan los valores de:

$$K_{a1} = \frac{\sin^2(\beta+\phi)}{\sin^2\beta\sin(\beta-\delta)\left[1+\sqrt{\frac{\sin(\phi+\delta)\sin(\phi-\alpha)}{\sin(\beta-\delta)\sin(\alpha+\beta)}}\right]^2} = 0.579$$

$$\gamma_{eq} = \gamma + \left[\frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\alpha)}\right]\frac{2q}{H}\cos\alpha = 18 + \left[\frac{\sin 75.964}{\sin 94.399}\right]\frac{2\times 50}{4}\cos 18.435$$

$$\gamma_{eq} = 23.08\, kN/m^3$$

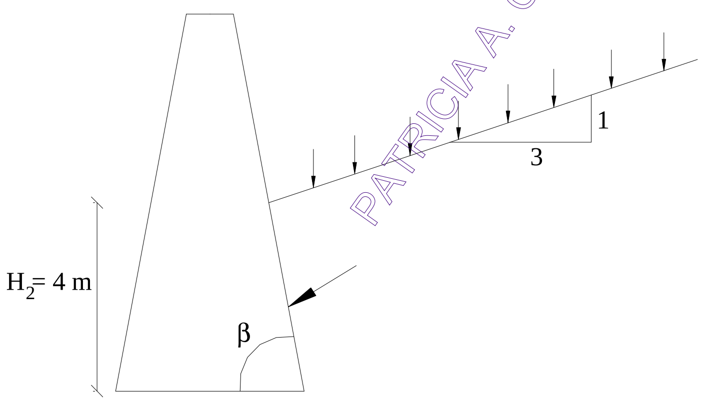
La fuerza activa para el suelo 1 será:

$$P_{a1} = \frac{1}{2}\times 0.579\times 23.08\times 4^2 = 106.9\, kN$$

La componente horizontal es:

$$P_{a1H} = P_{a1}\cos(\delta+90-\beta) = 106.9\times\cos(34.036) = 88.6\, kN = P_{a1H}$$

Para el suelo 2.



$$q_2 = q_1 + \gamma H_1$$
$$q_2 = 50 + 18\times 4$$
$$q_2 = 122\ kPa$$

Figura 11.18. Influencia del suelo 2.

La fuerza activa para el suelo 2 será:

$$P_{a2} = \frac{1}{2}K_{a2}\gamma_{eq}H_2^2$$

Se determinan los valores de:

$$K_{a1} = K_{a2} = 0.579$$

$$\gamma_{eq} = \gamma' + \left[\frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\alpha)}\right]\frac{2q}{H}\cos\alpha = (20-9.8) + \left[\frac{\sin 75.964}{\sin 94.399}\right]\frac{2\times 50}{4}\cos 18.435$$

$$\gamma_{eq2} = 66.51 kN/m^3$$

La fuerza activa para el suelo 2 será:

$$P_{a2} = \frac{1}{2}\times 0.579\times 66.51\times 4^2 = 308.1 kN$$

La componente horizontal es:

$$P_{a2H} = P_{a2}\cos(\delta + 90 - \beta) = 308.1\times\cos 34.036 = 255.3 kN$$

Para el agua.

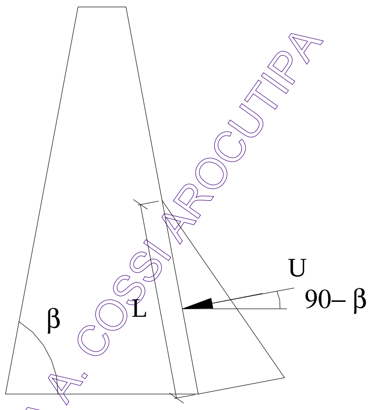


Figura 11.19. Influencia del agua.

Con los valores de:

$$L = \sqrt{1^2 + 4^2} = 4.123 m$$
$$u = 39.2 kPa$$

Se tiene que:

$$U = \frac{1}{2} L u = \frac{1}{2}\times 4.123\times 39.2$$

$$U = 80.8 kPa$$

La componente horizontal será:

$$U_h = U\times\cos(90-\beta) = 78.4 kPa$$

La fuerza horizontal es:

$$P_{aH} = P_{aH1} + P_{aH2} + U_h$$

$$P_{aH} = 422.3\,kN$$

PROBLEMA 10

Para la Figura 11.20 se pide determinar:

a) Factor de seguridad contra el volteo.
b) Factor de seguridad contra el deslizamiento.
c) Factor de seguridad contra falla por capacidad de apoyo, utilizar el método de Hansen.

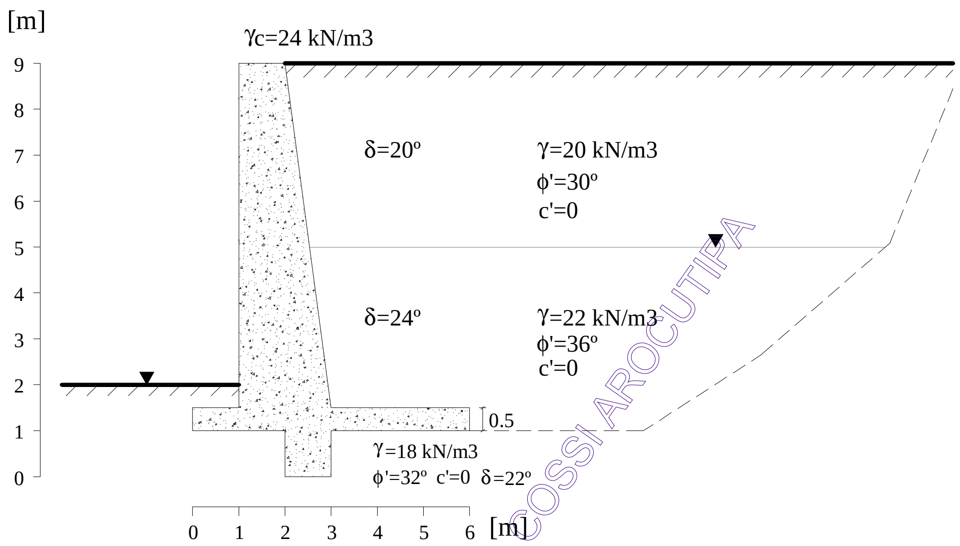


Figura 11.20. Características del muro de contención.

Solución

Cálculo del coeficiente de presión activa según Coulomb.

Suelo 1.

El coeficiente de presión activa será:

$$k_{a1} = \frac{\cos^2(\phi - \theta)}{\cos^2\theta \cdot \cos(\delta + \theta) \cdot \left[1 + \sqrt{\dfrac{sen(\delta + \phi) \cdot sen(\phi - \alpha)}{\cos(\delta + \theta) \cdot \cos(\theta - \alpha)}}\right]^2}$$

$$k_{a1} = \frac{\cos^2(30 - 7.595)}{\cos^2(7.595) \cdot \cos(20 + 7.595) \cdot \left[1 + \sqrt{\dfrac{sen(20 + 30) \cdot sen(30)}{\cos(20 + 7.595) \cdot \cos(7.595)}}\right]^2}$$

$$k_{a1} = 0.356$$

Suelo 2.

$$k_{a2} = 0.293$$

La fuerza p_a actúa de la manera como muestra la Figura 11.21.

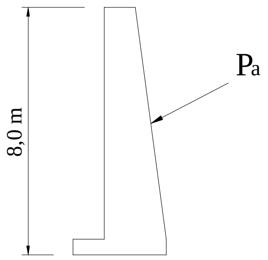


Figura 11.21. Forma en que actúa la fuerza p_a.

Despreciando el efecto del talón y tacón, la fuerza activa será:

$$P_{a1} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot k_{a1} \cdot H_1^2 = 0.5 * 20 * 0.356 * 4^2 = 56.96\ kN$$

$$\cos(\delta + \theta) = \frac{P_{a1h}}{P_{a1}} \qquad P_{a1h} = \cos(27.595) \cdot P_{a1} = 50.48\ kN$$

$$P_{a1v} = sen(27.595) \cdot P_{a1} = 26.38\ kN$$

$$P'_{a2} = \frac{1}{2} \cdot \gamma'_{eq} \cdot k_{a2} \cdot H_2^2 \qquad \gamma'_{eq} = \gamma' + \left[\frac{\sin\beta}{\beta + \alpha}\right] \cdot \frac{2q}{H_2} \cdot \cos\alpha = \gamma' + \frac{2q}{H_2}$$

$$\gamma'_{eq} = (122 - 9.8) + \frac{2 \cdot 20 \cdot 4}{4} = 52.2\ \frac{kN}{m^3}$$

Entonces:

$$U = \frac{1}{2} \cdot l \cdot u$$

Con los valores de:

$$l = \sqrt{4^2 + 0.467^2} = 4.027\ m$$

$$u = \gamma_w \cdot h_p = 9.8 * 4 = 39.2\ \frac{kN}{m^2}$$

Se tiene que:

$$U = 0.5 \cdot 4.027 \cdot 39.2 = 78.93\ kN$$

Las componentes horizontal y vertical serán:

$$U_h = \cos(31.595) \cdot U = 37.23\ kN$$

$$U_v = sen(31.595) \cdot U = 41.35\ kN$$

La ubicación de los fuerzas con respecto a O es:

$x_1 = 2.356\,m \qquad y_1 = 5.333\,m$

$x_2 = 2.889\,m \qquad y_2 = 1.333\,m$

a) Factor de seguridad contra el volteo.

El factor de seguridad será:

$$FS = \frac{\sum M_R}{\sum M_O}$$

Con los valores de:

$$\sum M_O = P_{AH1} \cdot y_1 + P'_{a2h} \cdot y_2 + U_h \cdot y_2 + F$$

Donde:

F = Presión de levante

$$\sum M_O = 50.48 \cdot 5.333 + 104.22 \cdot 1.333 + 67.23 \cdot 1.333 + \frac{9.8*1+9.8*4}{2} \cdot 6 \cdot 3$$

El valor de $\sum M_R$: es obtenido de la siguiente tabla.

#	Área	γ	W	x	M_R
1	3.75	24	90.00	2.33	209.97
2	7.50	24	180.00	2.50	450.00
3	3.00	24	72.00	3.00	216.00
4	1.00	24	24.00	2.50	60.00
		P_{a1v}	26.38	2.356	62.15
		P'_{a2v}	64.11	2.889	185.21
		U_v	41.35	2.889	119.46
			∑V=497.84		$\sum M_R$=1302.79

Por lo tanto, el factor de seguridad será:

$$FS = \frac{1302.79}{938.75} = 1.39$$

b) Factor de seguridad contra deslizamiento

Con los valores de:

$$R = \tau \cdot B = C_a \cdot B + \sigma' \cdot B \cdot \tan\delta = (\sigma - u) \cdot B \cdot \tan\delta$$

$$\sum V = 497.84\ kN \qquad ; B = 6\ m \qquad ; \delta = 22^o$$

$$u = \frac{u_1 + u_2}{2} = \frac{9.8}{2}(1+4) = 24.5\ \frac{kN}{m^2}$$

$$R = \left(\frac{\sum V}{B} - u\right) \cdot B \cdot \tan\delta = \left(\frac{497.84}{6*1} - 24.5\right) \cdot 6 \cdot \tan 22 = 141.75\ kN$$

$$P_p^{''} = \frac{1}{2} k_p\, \gamma' \cdot D_1^2 \qquad ; \qquad U = \frac{1}{2} \gamma_w \cdot D_1^2$$

$$\gamma' = 18 - 9.8 = 8.2\ \frac{kN}{m^3}$$

El coeficiente de presión pasiva será:

$$k_p = \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) = 3.255$$

Con los valores de:

$$P_p^{'} = 0.5 \cdot 3.255 \cdot 8.2 \cdot 2^2 = 53.38\ kN$$
$$U_p = 0.5 \cdot 9.8 \cdot 2^2 = 19.6\ kN$$

La sumatoria de fuerza actuantes es:

$$\sum F_0 = P_{a1h} + P_{a2h}^{'} + U_h$$

$$\sum F_0 = 50.48 + 104.22 + 67.23 = 221.93\ kN$$

El factor de seguridad será:

$$FS = \frac{\sum F_S}{\sum F_O} = \frac{R + P_P^{'} + U_P}{\sum F_O} = \frac{141.75 + 53.38 + 16.9}{221.93}$$

$$FS = 0.97$$

c) Factor de seguridad contra falla por capacidad de apoyo.

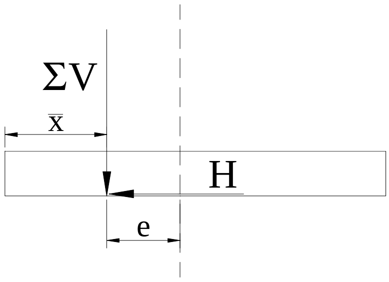


Figura 11.22. Fuerzas que causan momento.

Con los valores de:

$$M_{neto} = \sum M_R - \sum M_O = 1302.79 - 938.75 = 364.04\ kN \cdot m$$

$$\bar{x} \cdot \sum V = M_{neto} \Rightarrow \bar{x} = \frac{M_{neto}}{\sum V} = \frac{364.04}{493.84} = 0.731 m$$

$$e = \frac{B}{2} - \bar{x} = \frac{6}{2} - 0.731 = 1.269\ m$$

La capacidad de carga máxima será:

$$q_{max} = \frac{\sum V}{B} \cdot \left(1 + \frac{6e}{B}\right) = \frac{497.84}{6}\left(1 + \frac{6 \cdot 1.269}{6}\right) = 188.27\ kPa$$

El factor de seguridad se determina con la expresión:

$$FS = \frac{q_u}{q_{max}}$$

De la fundación se tiene que:

$$B' = B - 2e = 6 - 2 \cdot 1.269 = 3.462\ m$$

Método de Hansen.

B' y L': Para los factores de forma.

B y L: Para los factores de profundidad.

Para este problema se conoce que:

c'= 0
g=b=1

La capacidad última de apoyo es:

$$q_u = q^{*\prime} \cdot Nq \cdot s_q \cdot d_q \cdot i_q + 0.5\gamma' \cdot B' \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma \cdot d_\gamma \cdot i_\gamma$$

La efectiva es:

$$q^{*\prime} = (18 - 9.8) \cdot 1 = 8.2 \ \frac{kN}{m^2}$$

Para los valores de:

$$\phi' = 32^\circ$$
$$N_q = 23.2 \quad ; \quad N_\gamma = 20.8$$
$$S_q = 1 \quad ; \quad S_\gamma = 1$$
$$k = \frac{D}{B} = \frac{1}{6} = 0.167$$
$$d_q = 1 + 2\tan\phi(1 - sen\phi)^2 \cdot k$$
$$d_q = 1 + 2\tan(32)[1 - sen(\phi)]^2 \cdot 0.167 = 1.046$$
$$d_\gamma = 1$$

$$H_B = \sum F_O = 221.93 \ kN \quad ; \quad H_L = 0$$

$$i_q = \left[1 - \frac{0.5 H_B}{V + A_f \cdot c_a \cdot \cot\phi}\right]^{\alpha 2} \quad ; \quad c_a = 0 \ ; \quad i_q = \left[1 - \frac{0.5 H_B}{V}\right]^{2.5}$$

$$i_q = \left[1 - \frac{0.5 \cdot 221.93}{497.84}\right]^{2.5} = 0.532$$

$$i_q = \left[1 - \frac{0.7 H_B}{V}\right]^{3.5} = \left[1 - \frac{0.7 \cdot 221.93}{497.84}\right]^{3.5} = 0.270$$

La capacidad última de apoyo será:

$$q_u = 8.2 * 23.2 * 1 * 1.046 * 0.532 + 0.5 * (18 - 9.2) * 3.462 * 20.8 * 1 * 0.270$$

$$q_u = 191.41 \ \frac{kN}{m^2}$$

El factor de seguridad será:

$$FS = \frac{q_u}{q_{\max}} = \frac{191.41}{188.27} = 1.02$$

PROBLEMA 11

Para los datos de la Figura 10.23 se pide utilizar el método de Rankine y determinar:

a) Factor de seguridad contra volteo.
b) Factor de seguridad contra deslizamiento.

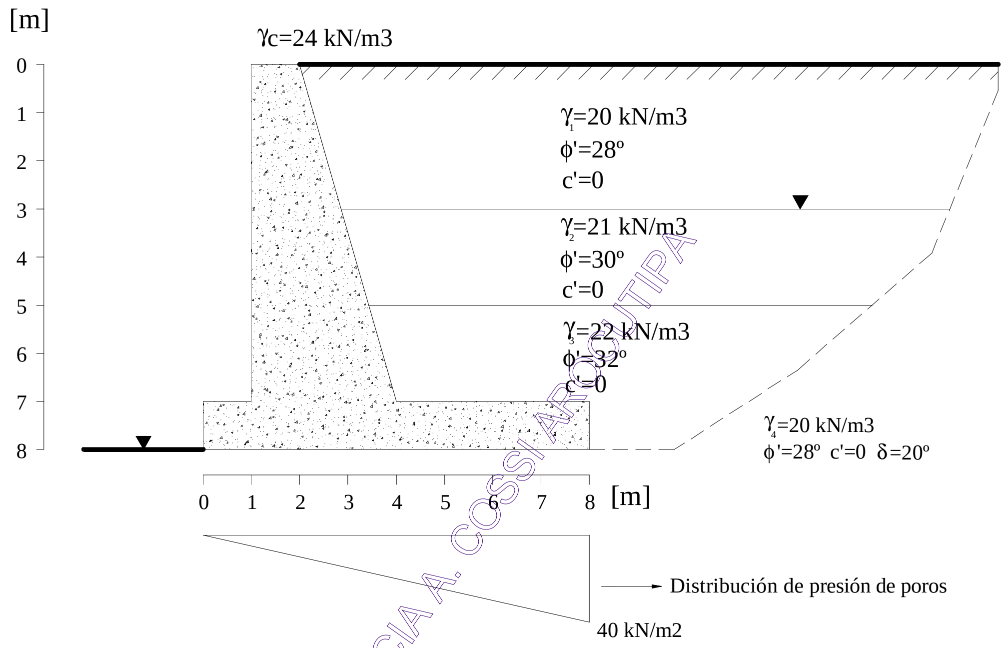


Figura 11.23. Condiciones generales del problema.

Solución

Para el cálculo del coeficiente de presión activa según Ranking, se tiene que:

Suelo 1: $$k_a = \tan^2\left(45 - \frac{\phi}{2}\right) = \tan^2\left(45 - \frac{28}{2}\right) = 0.361$$

Suelo 2: $$k_a = \tan^2\left(45 - \frac{30}{2}\right) = 0.333$$

Suelo 3: $$k_a = \tan^2\left(45 - \frac{32}{2}\right) = 0.307$$

En la Figura 11.24 se muestran los diagramas correspondientes al esfuerzo vertical total, efectivo y la presión lateral del suelo.

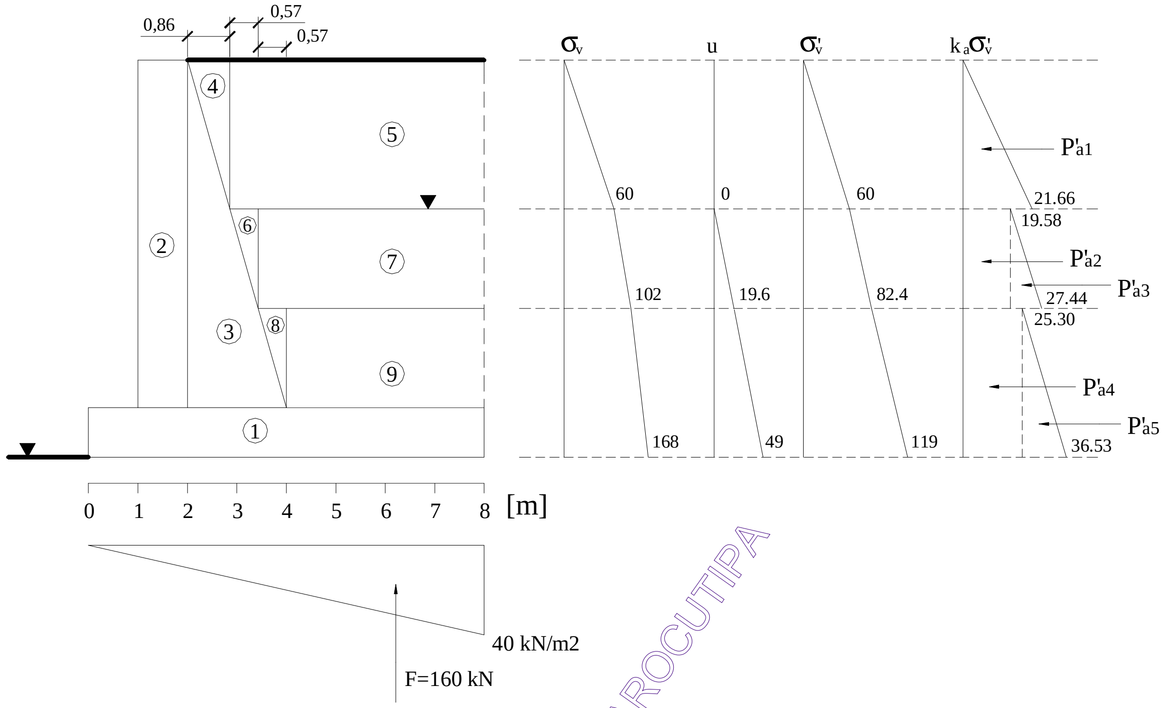


Figura 11.24. División del problema en fragmentos.

De la Figura 11.24 se tiene que la fuerza que ejerce el suelo será:

$$P'_{a1} = \frac{1}{2} * 3 * 21.66 = 32.49\ kN$$

$$P'_{a2} = 2 * 19.98 = 39.96\ kN$$

$$P'_{a3} = \frac{1}{2} * 2 * (27.44 - 19.98) = 7.46\ kN$$

$$P'_{a4} = 3 * 25.3 = 75.9\ kN$$

$$P'_{a5} = \frac{1}{2} * 3 * (36.53 - 25.30) = 16.85\ kN$$

Por lo tanto se tiene que:

$$U = \frac{1}{2} * 5 * 49 = 122.5\ kN$$

a) Factor de seguridad contra volteo.

El factor de seguridad será:

$$FS = \frac{\sum M_R}{\sum M_O}$$

Se toman en cuenta los momentos generados por las fuerzas activas calculadas en la parte superior, la fuerza hidroestática lateral detrás del muro y de levante en la base del muro.

Entonces se escribe:

$$\sum M_O = 32.49*6 + 39.96*4 + 7.46*3.66 + 75.6*1.5 + 16.85*1 + 122.5*1.67 + 160*5.33$$

$$\sum M_O = 1569.71\ kN*m$$

El momento resistente es determinado en la Tabla:

#	Área [m²]	γ [kN/m³]	W [kN]	b [m]	M_R [kN·m]
1	8.00	24	192.00	4.00	768.00
2	7.00	24	168.00	1.50	252.00
3	7.00	24	168.00	2.67	448.56
4	1.29	20	28.80	2.57	66.31
5	15.42	20	308.40	5.43	1674.61
6	0.57	21	11.97	3.24	38.78
7	9.14	21	191.94	5.72	1097.90
8	0.57	22	12.54	3.81	47.78
9	8.00	22	176.00	6.00	1056.00
			∑V=1254.65		$\sum M_R$=5449.94

Por lo tanto, el factor de seguridad será:

$$FS = \frac{5449.94}{1569.71} = 3.47$$

b) Factor de seguridad contra deslizamiento.

El factor de seguridad es determinado con la expresión:

$$FS = \frac{\sum R}{\sum F_O}$$

Para la sumatoria de fuerzas actuantes se toman en cuenta todas aquellas fuerzas que actúan de adentro hacia fuera del talud sobre el muro intentando desplazarlo.

$$\sum F_O = 32.49 + 39.96 + 7.46 + 75.9 + 16.85 + 122.5 = 295.16\ kN$$

Las fuerzas resistentes son todas aquellas que se oponen al desplazamiento del muro, en este caso solo la fricción entre el suelo y la base del muro. C_α=0

$$R = \tau \cdot B = C_a \cdot B + \sigma' \cdot B \cdot \tan\delta = (\sigma - u) \cdot B \cdot \tan\delta$$

$$u = \frac{u_1 + u_2}{2} = \frac{1}{2}(0+40) = 20 \ \frac{kN}{m^2}$$

$$R = \left(\frac{\sum V}{B*1} - u\right) \cdot B \cdot \tan\delta = \left(\frac{1254.65}{8*1} - 20\right) \cdot 8 \cdot \tan 20 = 398.42 \ kN$$

Por lo tanto, el factor de seguridad será:

$$FS = \frac{398.42}{295.16} = 1.35$$

Estabilidad de taludes

PROBLEMA 1

El diseño de un terraplén contempla la evaluación de su estabilidad contra posibles deslizamientos. El terraplén tiene 6 m de altura y sus pendientes se hallan inclinadas a 1:3 (V:H). El peso unitario del suelo es 19 kN/m^3, su resistencia al corte no-drenada es c_u = 42 kPa y los parámetros efectivos de resistencia al corte son c′ = 2,85 kPa y ϕ′ = 20º. Sondeos realizados en la zona indican que el material de la base posee propiedades similares a las del relleno. La presión de poros ha sido evaluada en r_u = 0,35.

Se requiere:
a) Determinar el factor de seguridad del terraplén, varios meses después de concluida la excavación.
b) Determinar el factor de seguridad suponiendo que, mediante un proceso rápido de construcción, la altura del terraplén es incrementada en 2 m, manteniendo la misma pendiente.

Solución

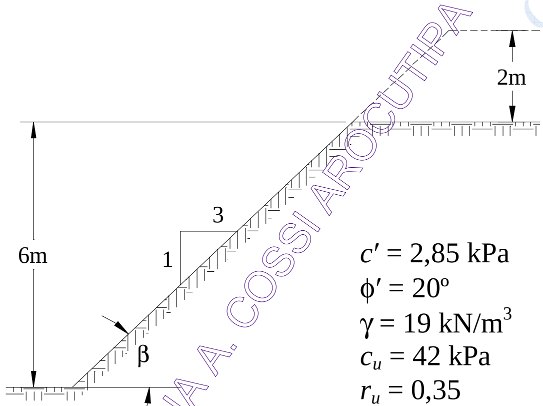


Figura 12.1. Dimensiones del Talud.

a) Factor de seguridad del terraplén

En condiciones drenadas (largo plazo), es posible emplear la solución de Bishop y Morgenstern para determinar la estabilidad de taludes con escurrimiento (flujo de agua).

$$\frac{c}{\gamma H} = \frac{2{,}85}{(19)\cdot(6)} = 0{,}025; \qquad \text{pendiente 3:1}$$

Empleando la Tabla L.1 se tiene que:

c/γH = 0,025; D = 1,00, ϕ′ = 20º:
⇒ m′= 1,542
n′ = 1,347
FS = m′– n′r_u
FS = 1,542–(1,347)(0,35)
FS = 1,07
El valor requerido del FS es el menor de todos

c/γH = 0,025; D = 1,25 ϕ′ = 20º:
⇒ m′ = 1,618
n′ = 1,478
FS = m′– n′r_u
FS = 1,618–(1,478)(0,35)
FS = 1,10

FS = 1,07

b) Factor de seguridad suponiendo que la altura del terraplén es incrementada en 2 m

El proceso de construcción es rápido, por lo que se deberá evaluar la estabilidad del terraplén a corto plazo. En condiciones no drenadas (corto plazo), es posible emplear el método de Taylor. En este caso el talúd es de 8 m de altura, la pendiente 3H:1V, c_u = 42 kPa y γ = 19 kN/m^3.

Luego:

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 18{,}43^{o}$$

Los sondeos realizados en la zona indican que el material de la base posee propiedades similares a las del relleno, y no se indica la profundidad del estrato duro, por lo que se asume que D = ∞. Ingresando con este valor a la Figura L.1, de tendrá que:

$$\beta = 18{,}43^{o} \quad D = \infty \qquad \Rightarrow \qquad m = 0{,}181$$

Por otra parte:

$$m = \frac{c_d}{\gamma H}$$

$$c_d = m\gamma H$$

$$c_d = (0{,}181)(19)(8)$$

$$c_d = 27{,}51 \text{ kPa}$$

El factor de seguridad contra deslizamiento en condiciones no drenadas será:

$$FS = \frac{resistencia \ al \ corte}{resistencia \ desarrollada} = \frac{\tau_f}{\tau_d} = \frac{c_u}{c_d}$$

$$FS = \frac{42}{27{,}51}$$

FS = 1,53

PROBLEMA 2

Un corte de 9 m de profundidad debe ser excavado en una arcilla saturada de 19 kN/m^3 de peso unitario. La resistencia no-drenada de la arcilla es 30 kPa. Al efectuar la investigación de campo se detectó la presencia de un estrato rígido a 11 m de la superficie del terreno (Figura 12.2)

Se requiere:

a) Determinar el ángulo de inclinación del corte que produciría un deslizamiento del mismo, inmediatamente después de realizada la excavación.
b) ¿Cuál sería el ángulo de inclinación del corte que asegure un factor de seguridad de 1,20 contra un posible deslizamiento a corto plazo?

Solución

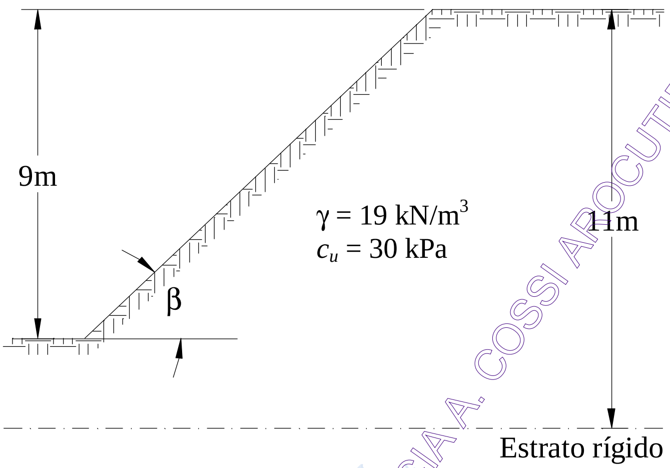


Figura 12.2. Dimensiones del talud.

a) En condiciones no drenadas (corto plazo), es posible emplear el método de Taylor.

La profundidad del estrato rígido es de 11 m respecto al nivel original del terreno, luego

$$D = \frac{Distancia\ vertical\ de\ la\ parte\ superior\ del\ talud\ al\ estrato\ firme}{Altura\ del\ talud}$$

$$D = \frac{11}{9} = 1{,}222$$

En este caso el factor de seguridad contra deslizamiento, FS = 1

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau_d} = \frac{c_u}{c_d}$$

c_d = 30 kPa

Por otra parte:

$$m = \frac{c_d}{\gamma H}$$

$$m = \frac{30}{(19)(9)} = 0{,}175$$

Con m = 0,175 se ingresa a la Figura L.1 del Anexo L, obteniéndose:

D = 1,20 ⇒ β ≈ 47º
D = 1,50 ⇒ β ≈ 41º

Interpolando para D = 1,22 se tiene que:

β ≈ 46,6º

b) En este caso el factor de seguridad contra deslizamiento, FS = 1,20

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau_d} = \frac{c_u}{c_d} = 1{,}20$$

$$c_d = \frac{c_u}{1{,}20} = \frac{30}{1{,}20}$$

c_d = 25 kPa

Por otra parte:

$$m = \frac{c_d}{\gamma H}$$

$$m = \frac{25}{(19)(9)} = 0{,}46$$

Con m = 0,146 se ingresa a la Figura L.1 del Anexo L, obteniéndose:

D = 1,20 ⇒ β ≈ 28º

D = 1,50 ⇒ β ≈ 20º

Interpolando para D = 1,22

β ≈ 27,5º

PROBLEMA 3

Como parte de un proyecto de carreteras, se efectuará un corte permanente de 15 m de altura con pendientes 1V:3H en arcilla rígida (Figura 12.3). El peso unitario de la arcilla es de 19 kN/m^3 y los parámetros de resistencia al corte, determinados en ensayos triaxiales CU, son : c′ = 11 kPa y ϕ′ = 25º. La razón de presión de poros promedio ha sido evaluada en r_u = 0,30.

Se requiere estimar el factor de seguridad del corte a largo plazo.

Solución

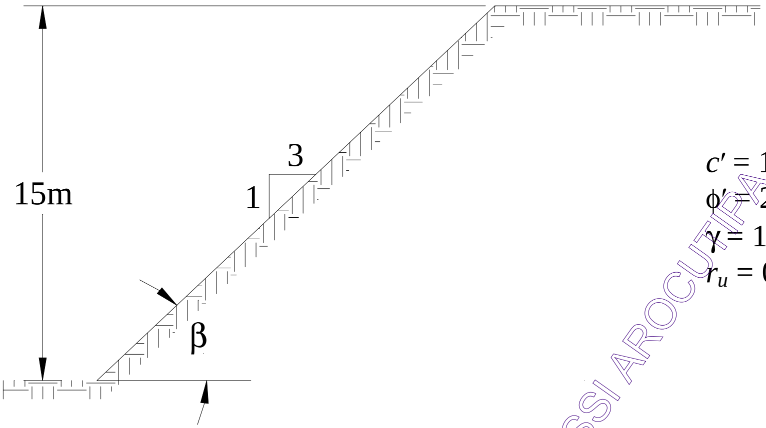


Figura 12.3. Dimensiones del Talud.

En condiciones drenadas (largo plazo), se puede emplear la solución de Bishop y Morgenstern para determinar la estabilidad del talud.

Se tiene que:

$$\frac{c}{\gamma H} = \frac{11}{(19)(15)} = 0{,}039$$

Empleando la Tabla L.1 del Anexo L:

Para c/γH = 0,025; D = 1,00 y ϕ′ = 25º:

m′ = 1,875 n′ = 1,696

$$FS = m' - n' r_u$$

FS = 1,875 – (1,696)(0,30) = 1,366

Para c/γH = 0,025; D = 1,25 y ϕ′ = 25º

m′ = 2,007 n′ = 1,891

$$FS = m' - n' r_u$$

FS = 2,007 – (1,891)(0,30) = 1,440

Entonces, para c/γH = 0,025 el valor del FS es el menor

FS = 1,366

Para c/γH = 0,050 D = 1,00 y ϕ′ = 25º:

m′ = 2,193 n′ = 1,757

$FS = m' - n' r_u$

FS = 2,193–(1,757)(0,30) =1,666

Para c/γH = 0,05 D = 1,25 y ϕ′ = 25º:

m′ = 2,222 n′ = 1,897

$FS = m' - n' r_u$

FS = 2,222 – (1,897)(0,30) = 1,653

Para c/γH = 0,05 D = 1,50 y ϕ′ = 25º:

m′ = 2,467 n′ = 2,179

$FS = m' - n' r_u$

FS = 2,467 – (2,179)(0,30) = 1,813

Entonces, para c/γH = 0,050 el valor del FS es el menor

FS = 1,653

Interpolando para c/γH = 0,039 el FS encontrado es:

FS = 1,53

PROBLEMA 4

La construcción de una represa de tierra (Figura 12.4) se realizará con un material homogéneo, cuyo peso unitario es 18,6 kN/m^3. Los parámetros de resistencia efectivos de este material son c′ = 28 kPa y ϕ′ = 30º. La razón de presión de poros, r_u = 0,5.
Durante la investigación de campo se verificó que el material de la fundación estaba compuesto por suelos aluviales con propiedades similares a las del material de la presa. La represa es de 43 m de altura y sus pendientes son 4:1 (H:V).

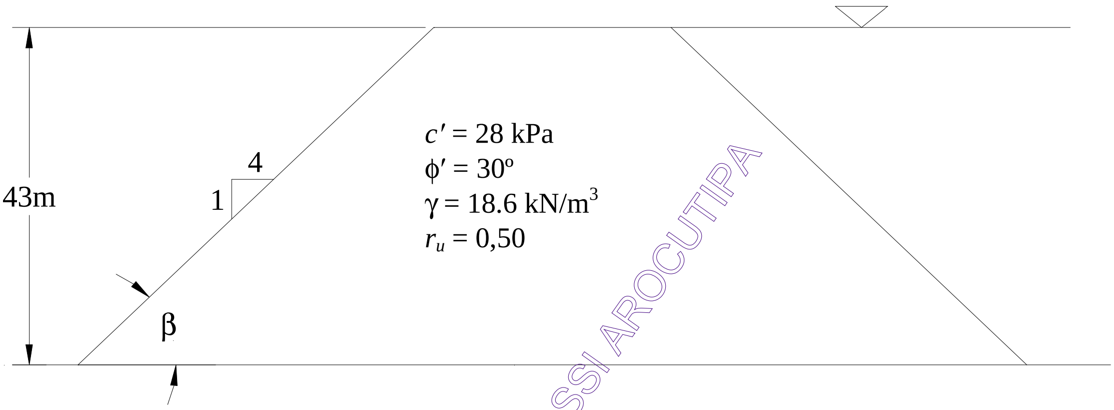


Figura 12.4. Características de la presa de tierra.

En condiciones drenadas (largo plazo), se puede emplear la solución de Bishop y Morgenstern para determinar la estabilidad del talud derecho en la presa de tierra.

Se tiene que:

$$\frac{c}{\gamma H} = \frac{28}{(18,6)(43)} = 0,035$$

Empleando la Tabla L.1 del Anexo L:

Para c/γH = 0,025 D = 1,00 y ϕ′ = 30º:

m′ = 2,873 n′ = 2,622

$$FS = m' - n'r_u$$

FS = 2,873 – (2,622)(0,50) = 1,562

Para c/γH = 0,025, D = 1,25 y ϕ′ = 30º:

m′ = 2,953 n′ = 2,806

$$FS = m' - n'r_u$$

FS = 2,953 – (2,806)(0,50) = 1,550

Entonces, para c/γH = 0,025 el valor del FS es el menor

FS = 1,550

Para c/γH = 0,050 D = 1,00 y ϕ′ = 30º:

m′ = 3,261 n′ = 2,693

$$FS = m' - n'r_u$$

FS = 3,261 – (2,693)(0,50) = 1,915

Para c/γH = 0,050 D = 1,25 y ϕ′ = 30º:

m′ = 3,221 n′ = 2,819

$$FS = m' - n'r_u$$

FS = 3,221 – (2,819)(0,50) = 1,812

Para c/γH = 0,05 D = 1,50 y ϕ′ = 30º:

m′ = 3,443 n′ = 3,120

$$FS = m' - n'r_u$$

FS = 3,443 – (3,120)(0,50) = 1,883

Entonces, para c/γH = 0,050 el valor del FS es el menor

FS = 1,812

Interpolando para c/γH = 0,035, el FS encontrado es

FS = 1,655

PROBLEMA 5

Considerar el diseño de una represa de tierra con material que tiene un peso unitario de 20 kN/m^3 y parámetros de resistencia efectivos de c′ = 30 kPa y ϕ' = 30º (Figura 12.5). La presa deberá tener 40 m de altura. Al realizar la investigación de campo se detectó la presencia de una capa de material rígido a 10 m de profundidad, tomando como referencia el nivel de apoyo de la estructura.

Si para efectos de diseño la presión de poros es expresada por r_u = 0,39 determinar cuál es la inclinación de la pendiente de la represa que permitiría mantener un factor de seguridad igual a 1,50

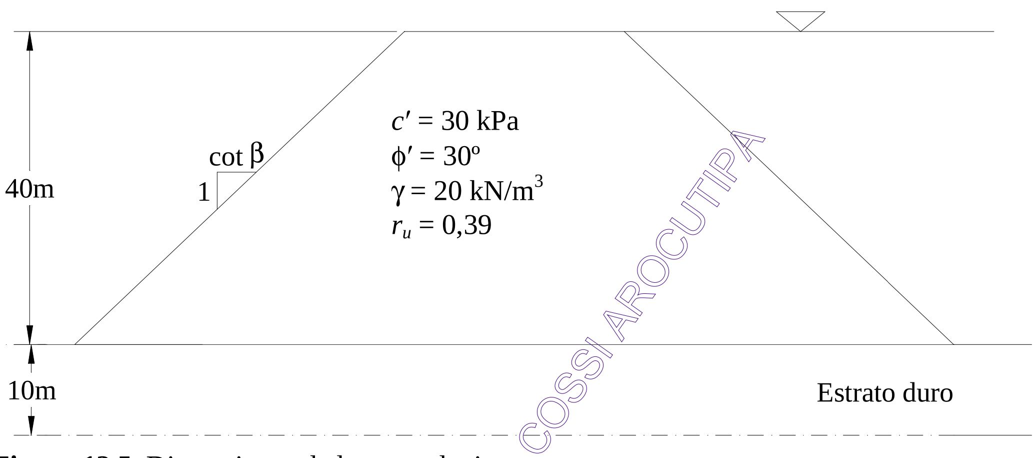


Figura 12.5. Dimensiones de la presa de tierra.

Se empleará la solución de Bishop y Morgenstern para determinar la estabilidad del talud de la presa.

Se tiene que,

$$\frac{c}{\gamma H} = \frac{30}{(20)(40)} = 0{,}0375$$

La profundidad del estrato rígido es de 50 m respecto al nivel superior de la presa, luego:

$$D = \frac{\textit{Distancia vertical de la parte superior del talud al estrato firme}}{\textit{Altura del talud}}$$

$$D = \frac{50}{40} = 1{,}25$$

Empleando la Tabla L.1 del Anexo L:

Para c/γH = 0,025, D = 1,25, ϕ' = 30º, pendiente 2H:1V

m′ = 1,956 ; n′ = 1,915

$FS = m' - n'r_u$

FS = 1,956 – (1,915)(0,39) = 1,21

Para c/γH = 0,050 D = 1,25, ϕ′ = 30º, pendiente 2H:1V

m′ = 2,161 ; n′ = 1,950

$FS = m' - n'r_u$

FS = 2,161 – (1,950)(0,39) = 1,40

Interpolando para c/γH = 0,0375

⇒ FS = 1,305

Para c/γH = 0,025, D = 1,25 ϕ′ = 30º, pendiente 3H:1V

m′ = 2,431 ; n′ = 2,342

$FS = m' - n'r_u$

FS = 2,431 – (2,342)(0,39) = 1,52

Para c/γH = 0,050 D = 1,25 ϕ′ = 30º, pendiente 3H:1V

m′ = 2,645 ; n′ = 2,342

$FS = m' - n'r_u$

FS = 2,645 – (2,342)(0,39) = 1,73

Interpolando para c/γH = 0,0375

FS = 1,625

Para c/γH = 0,0375 se tiene que:

Cot β = 2 (pendiente 2H:1V) ⇒ FS = 1,305

Cot β = 3 (pendiente 3H:1V) ⇒ FS = 1,625

Interpolando para FS = 1,50 se obtiene

Cot β = 2,61

Es decir pendiente:

2,61 H:1 V

PROBLEMA 6

La figura muestra un talud de 9,15 m. Para la cuña ABC, determine el factor de seguridad contra deslizamiento a lo largo de la superficie de la roca.

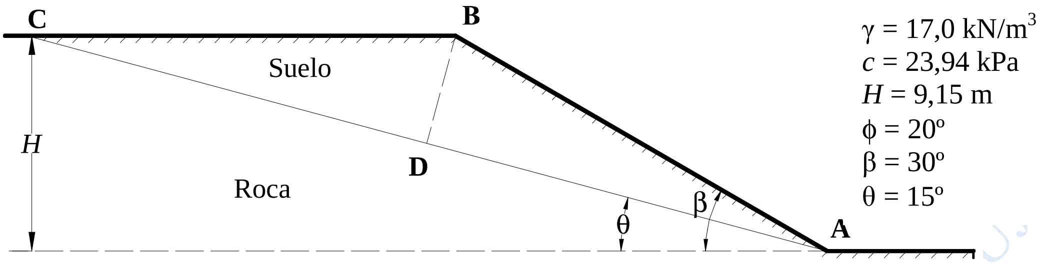


Figura 12.6. Dimensiones del talud.

Solución

Se halla el peso para la cuña ABC, que será:

$$W = \gamma V$$

$$V = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot (1)$$

$$AC = \frac{H}{\sin\,\theta} \quad ; \quad AB = \frac{H}{\sin\,\beta}$$

$$BD = AB\,\sin(\beta - \theta)$$

$$W = \frac{1}{2}\gamma H^2 \frac{\sin(\beta-\theta)}{\sin\beta\,\sin\theta} = \frac{1}{2}(17)(9{,}15)^2 \frac{\sin(30-15)}{\sin(30)\sin(15)}$$

W = 1423,3 kN

$N_r = N_a = W \cos(\theta) = (1423{,}3)(\cos(15)) = 1374{,}8$ kN

$T_a = W\,\mathrm{sen}(\theta) = (1423{,}3)(\mathrm{sen}(15)) = 368{,}4$ kN

$$T_r = c(AC) + N_r \tan\phi = (23{,}94)\left(\frac{9{,}15}{sen(15)}\right) + (1374{,}8)\tan(20)$$

$T_r = 1346{,}7$ kN

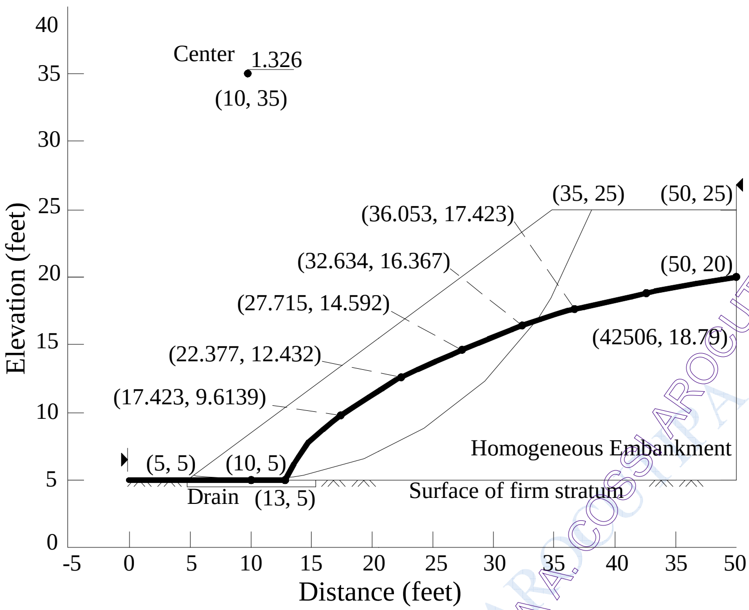
$$FS = \frac{T_r}{T_d} = \frac{1346{,}7}{368{,}4}$$

FS = 3,66

PROBLEMA 7

Para la Figura 12.7 que se muestra a continuación, se pide:

a) Calcular el coeficiente de presión de poros, r_u para la superficie presentada, suponiendo que el nivel de agua corresponde a la superficie piezométrica y no a la freática.
b) Calcular el factor de seguridad utilizando el método de Bishop-Morgestern. Suponga que el valor de r_u representativo del talud es 0.23



$$c' = 90 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^2}$$

$$\varphi' = 32^{o}$$

$$\gamma_w = 62.4 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3}$$

$$1 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3} = 0.1572 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3}$$

$$1 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^2} = 0.04788 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

$$1\text{pie} = 0.3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ lb} = 4.448\text{x}10^{-3} \text{ KN}$$

Figura 12.7. Características del problema.

Solución.

a) Calcular el coeficiente de presión de poros

Cálculo de área de superficie de falla

Fragmento	Ancho medido [cm]	Alto medido [cm]	Ancho [pie]	Alto[pie]	Área
1	1,35	1,10	4,50	3,24	7,29
2	0,80	1,40	2,67	4,12	11,00
3	0,55	1,85	1,83	5,44	9,96
4	1,50	2,35	5,00	6,91	34,55
5	1,50	2,95	5,00	8,68	43,40
6	1,50	3,00	5,00	8,82	44,10
7	1,35	2,65	4,50	7,79	35,06
8	0,35	2,35	1,17	6,91	8,08
9	1,00	2,20	3,33	6,47	10,77
				Área	204,21

ABCDEFA

Primero se dibuja a escala el talud, a continuación se divide en fragmentos para analizar cada uno de ellos.

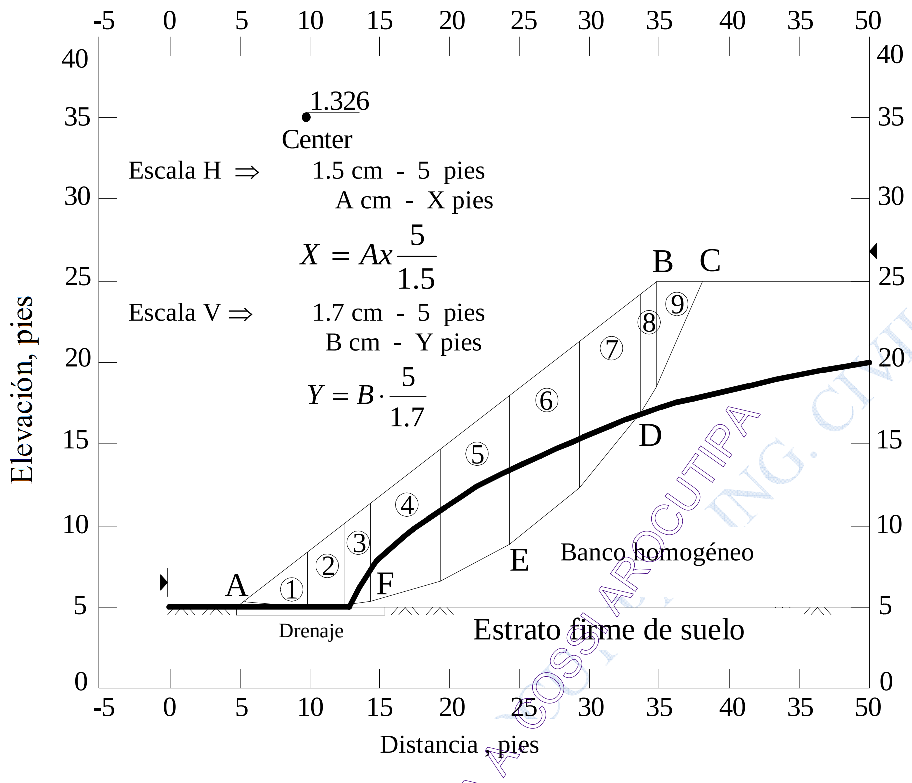


Figura 12.8. Fragmentación.

Cálculo de área por debajo la superficie piezométrica

Fragmento	Ancho medido [cm]	Alto medido [cm]	Ancho [pie]	Alto[pie]	Área
3	0,40	0,65	1,33	1,91	1,17
4	1,50	1,15	5,00	3,38	16,90
5	1,50	1,50	5,00	4,41	22,05
6	1,50	1,35	5,00	3,97	19,85
7	1,50	1,00	5,00	2,94	7,35
				Are FGDEF	67,42

Entonces:

$$r_u = \frac{67.42}{204.21}\cdot\frac{62.4}{125}$$

$$r_u = 0.16$$

Método Bishop – Morgenstein

Se utilizan las tablas del anexo L

$$FS = m' - n' r_u$$

$$r_u = 0.23$$

$$D = 1$$

Pendiente $\quad H = 35 - 5 = 30$

$V = 25 - 5 = 20$

$$\frac{c}{\lambda\, H} = \frac{90}{125x20} = 0.036 \quad \Rightarrow \quad Inpterpolar \quad 0.025 \; y \; 0.050$$

Para 2:1

$$\frac{c}{\gamma\, H} = 0.025 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 30^{o} \quad \Rightarrow m' = 1.606\,;\, n' = 1.567 \quad \Rightarrow \quad FS = 1.246$$

$$\varphi = 32.5 \quad \Rightarrow m' = 1.721\,;\, n' = 1.721 \quad \Rightarrow \quad FS = 1.343$$

$$para \quad \varphi' = 32^{o} \quad \Rightarrow \quad FS = 1.324$$

$$\frac{c}{\gamma\, H} = 0.050 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 30^{o} \quad \Rightarrow m' = 1.888\,;\, n' = 1.630 \quad \Rightarrow \quad FS = 1.513$$

$$\varphi = 32.5 \quad \Rightarrow m' = 2.029\,;\, n' = 1.789 \quad \Rightarrow \quad FS = 1.618$$

$$para \quad \varphi' = 32^{o} \quad \Rightarrow \quad FS = 1.597$$

Para $\frac{c}{\lambda\, H} = 0.036 \quad \Rightarrow \quad FS = 1.444$

Para 3:1

$$\frac{c}{\gamma\, H} = 0.023 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 30^{o} \quad \Rightarrow m' = 2.235\,;\, n' = 2.078 \quad \Rightarrow \quad FS = 1.757$$

$$\varphi = 32.5 \quad \Rightarrow m' = 2.431\,;\, n' = 2.285 \quad \Rightarrow \quad FS = 1.905$$

$$para \quad \varphi' = 32^{o} \quad \Rightarrow \quad FS = 1.875$$

$$\frac{c}{\gamma\, H} = 0.05 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 30^{o} \quad \Rightarrow m' = 2.575\,;\, n' = 2.137 \quad \Rightarrow \quad FS = 2.079$$

$$\varphi = 32.5 \quad \Rightarrow m' = 2.777\,;\, n' = 2.370 \quad \Rightarrow \quad FS = 2.232$$

$$para \quad \varphi' = 32^{o} \quad \Rightarrow \quad FS = 2.201$$

Para $\frac{c}{\lambda\, H} = 0.036 \quad \Rightarrow \quad FS = 2.018$

Extrapolando para 1.5:1 entonces;

$$FS = 1.444 - (2.018 - 1.444) \cdot 0.5$$

El factor de seguridad será:

$$\mathbf{FS = 1.157}$$

PROBLEMA 8

Se pide demostrar que el factor de seguridad en un talud infinito con flujo es:

$$FS = \frac{c'}{\gamma_{sat} H \cos^2 \beta \tan \beta} + \frac{\gamma'}{\gamma_{sat}} \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$

Donde: c' y ϕ' son los parámetros de resistencia, γ_{sat} el peso unitario saturado, γ' peso unitario sumergido y β corresponde a la inclinación del talud.

Solución.

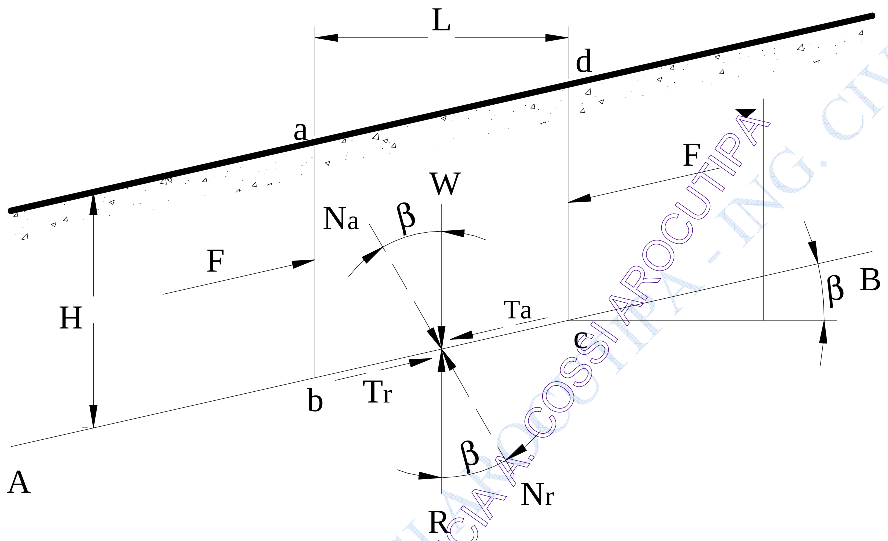


Figura 12.9. Características del problema.

$$W = \gamma \, L \, H$$

$$N_a = W \cos \beta = \gamma \, L \, H \cos \beta$$

$$T_a = W \sin \beta = \gamma \, L \, H \sin \beta$$

$$N_r = R \cos \beta = W \cos \beta = \gamma \, L \, H \cos \beta$$

$$T_r = R \sin \beta = W \sin \beta = \gamma \, L \, H \sin \beta$$

$$\sigma = \frac{N_r}{\frac{L}{\cos \beta}} = \gamma \, H \cos^2 \beta$$

$$\tau_d = \frac{T_r}{\frac{L}{\cos \beta}} = \gamma \, H \cos \beta \cdot \sin \beta \qquad [1]$$

$$\tau_d = c_d + \sigma' \tan\varphi_d = c_d + (\sigma - u)\tan\varphi_d$$

$$u = \gamma_w h_p = \gamma_w (H\cos\beta)\cos\beta = \gamma_w H\cos^2\beta$$

$$\tau_d = c_d + (\gamma\, H\cos^2\beta - \gamma_w H\cos^2\beta)\tan\varphi_d$$

$$\tau_d = c_d + \gamma' H\cos^2\beta\tan\varphi_d \qquad [2]$$

Igualando las ecuaciones [1] y [2] se tendrá que:

$$\gamma\, H\cos\beta\sin\beta = c_d + \gamma' H\cos^2\beta\tan\varphi_d$$

$$\frac{c}{F_c} = c_d \quad ; \quad \frac{\tan\varphi}{F_\varphi} = \tan\varphi_d \qquad y \qquad F_c = F_\varphi = FS$$

$$\Rightarrow \qquad FS = \frac{c + \gamma' H\cos^2\beta\tan\varphi}{\gamma\, H\cos\beta\sin\beta}$$

$$FS = \frac{c}{\gamma\, H\cos\beta\sin\beta} + \frac{\gamma'\, H\cos^2\beta\tan\varphi}{\gamma\, H\cos\beta\sin\beta}$$

Por lo tanto:

$$FS = \frac{c}{\gamma\, H\cos^2\beta\tan\beta} + \frac{\gamma'}{\gamma}\frac{\tan\varphi}{\tan\beta}$$

PROBLEMA 9

Explique detalladamente como varía el factor de seguridad contra deslizamiento, en una potencial superficie de falla circular, en función del tiempo, cuando se construye un terraplén de arcilla sobre un suelo totalmente saturado de condiciones de resistencia idénticas y se lo deja en reposo por un largo tiempo. Asimismo, especifique las razones para esta variación en función del tiempo.

Solución.

En la figura 12.10, se muestra un talud con una potencial superficie de falla circular; así como una muestra obtenida en el punto P.

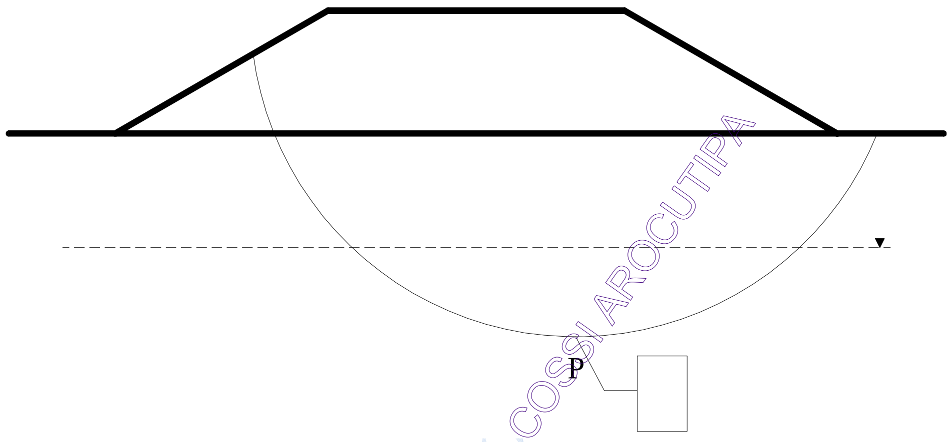


Figura 12.10. Posible superficie de falla en el talud.

En el proceso de construcción, se incrementa la altura del talud hasta el fin de la construcción, luego permanece constante en el tiempo. De la misma manera, el esfuerzo de corte actuante (movilizado) depende de la altura del talud, presentando la misma variación. (ver figura 10.11).

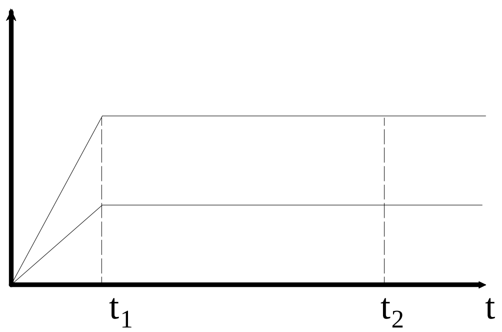


Figura 12.11. Variación de la altura del talud.

Debido a la construcción del terraplén $(\Delta\sigma)$, se presenta un exceso de presión de poros, máximo al finalizarse. Luego se da la disipación hasta el valor inicial (Figura 10.12).

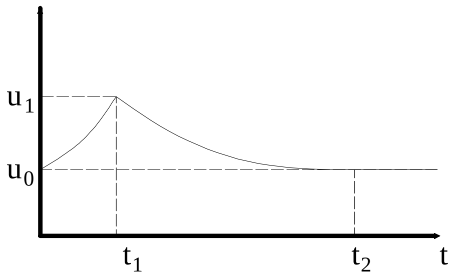


Figura 10.12. Variación de la presión de poros.

La resistencia al corte viene dada por la expresión: $\tau = c' + \sigma' \tan \varphi'$

Sin embargo, la resistencia al corte a corto plazo se expresa mediante la expresión:

$$\tau = C_u \ (hasta \ t_1) = ctte.$$

En la Figura 10.13 se muestra la variación del esfuerzo de corte.

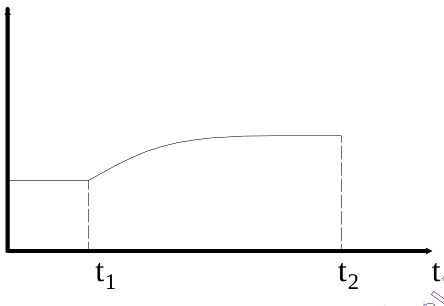


Figura 10.13 Variación del esfuerzo de corte.

Luego la presión de poros (u) se disipa incrementándose el esfuerzo efectivo (σ') así como el esfuerzo de corte (τ) (Figura 12.14).

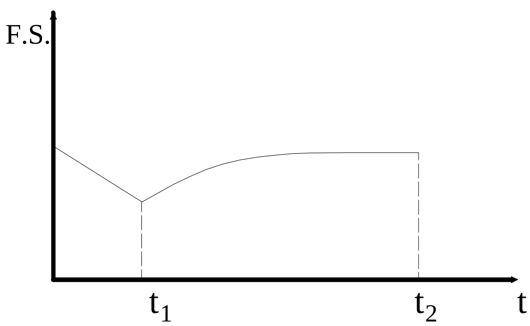


Figura 12.14. Variación del factor de seguridad.

PROBLEMA 10

Para el talud mostrado en la Figura 12.15 se pide determinar:

a) El factor de seguridad a corto plazo.
b) El factor de seguridad a largo plazo.

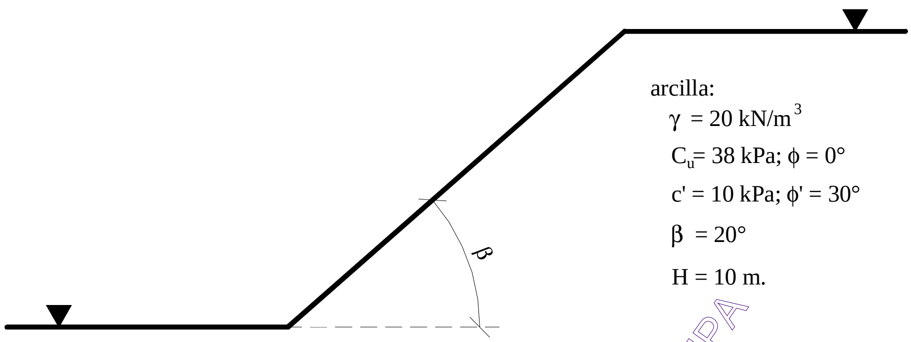


Figura 12.15. Propiedades del talud.

Solución.

a) El factor de seguridad a corto.

Se determinará el factor de seguridad (F.S.) a corto plazo, mediante el método de Taylor

$$m = \frac{C_u}{FS \cdot \gamma \cdot H} \quad \text{para un valor de} \quad D = \infty$$

El valor de *m* se determina mediante el ábaco de la Figura L.8, que será:

$$\mathrm{m} = 0{,}182$$

Entonces el factor de seguridad a corto plazo será:

$$\mathrm{FS} = \frac{\mathrm{Cu}}{\mathrm{m} \cdot \gamma \cdot \mathrm{H}} = \frac{38}{0{,}182 \cdot 20 \cdot 10} = 1{,}05$$

b) El factor de seguridad a largo plazo.

El factor de seguridad a largo plazo, se determina mediante los siguientes métodos:

- Método de Spencer
- Método de Bishop-Morgenstern

Debido a que el talud se encuentra completamente saturado se adopta un valor de $r_u = 0{,}50$, asimismo los valores a utilizar para $c \; y \; \phi$ serán de 10 kPa y 30º, respectivamente.
Se calcula el factor:

$$\frac{c}{\gamma \cdot H} = \frac{10}{20 \cdot 10} = 0{,}05$$

Método de Spencer.

$$FS = 1 \Rightarrow \frac{c}{FS \cdot \gamma \cdot H} = \frac{10}{1 \cdot 20 \cdot 10} = 0{,}05$$

$$\varphi_d = 19^{\circ}$$

$$FS = \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_d} = \frac{\tan 30}{\tan 19} = 1{,}68$$

Entonces, se encuentra el factor de seguridad mediante iteraciones hasta que el valor asumido de FS sea igual al valor calculado.

$$Sea \; FS = 1{,}20 \Rightarrow \frac{c}{FS \cdot \gamma \cdot H} = \frac{10}{1{,}20 \cdot 20 \cdot 10} = 0{,}041$$

Mediante el ábaco de la Figura L.15 se encuentra un valor de $\varphi_d = 22^{o}$, luego se calcula el valor de FS.

$$FS = \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_d} = \frac{\tan 30}{\tan 22} = 1{,}43$$

Debido a que el valor asumido para el factor de seguridad FS = 1.20 es muy diferente al valor calculado, se sigue con el procedimiento.

$$Sea \; Fs = 1{,}3 \Rightarrow \frac{c}{Fs \cdot \gamma \cdot H} = 0{,}038 \Rightarrow \varphi_d = 24^{\circ}$$

$$Fs = \frac{\tan 30}{\tan 24} = 1{,}30$$

$$Fs = 1{,}30$$

Método de Bishop – Morgenstern

El factor de seguridad se define como:

$$FS = m - n \cdot r_u$$

Donde:

m, n = factores de estabilidad.

El método consiste en calcular el factor de seguridad para la combinación de los parámetros: $\frac{c}{\gamma \cdot H}, \phi, \beta \text{ y } D$. Además éstos varían según la pendiente que se tenga.

La pendiente se define como: $\tan \beta = 1/x$.

Entonces:

$$\beta = 20^{o} \Rightarrow x = \frac{1}{\tan 20} = 2.75$$

Por lo tanto la pendiente será: 2.75:1

$$\frac{c}{\gamma \cdot H} = \frac{10}{20 \cdot 10} = 0.05$$

Se calcula ahora el valor del factor de seguridad.

$Para\ D = 1$

$Pendiente = 2:1$ $\quad m = 1{,}888 \quad n = 1{,}630 \quad FS = 1{,}073$

$Pendiente = 3:1$ $\quad m = 2{,}574 \quad n = 2{,}157 \quad FS = 1{,}50$

$Para\ D = 1{,}25$

$Pendiente = 2:1$ $\quad m = 2{,}161 \quad n = 1{,}950 \quad FS = 1{,}186$

$Pendiente = 3:1$ $\quad m = 2{,}645 \quad n = 2{,}342 \quad FS = 1{,}474$

$Para\ D = 1{,}5$

$Pendiente = 2:1$ $\quad m = 2{,}568 \quad n = 2{,}342 \quad FS = 1{,}397$

$Pendiente = 3:1$ $\quad m = 2{,}964 \quad n = 2{,}696 \quad FS = 1{,}616$

El factor de seguridad para una pendiente de 2,75:1, se calcula por medio de interpolación lineal entre los valores calculados para pendientes de 2:1 y 3:1. Para la interpolación se eligen los valores de 1,073 y 1,474 como limites, debido a que el factor de seguridad encontrado mediante el método de Spencer fue de 1,30.

$$\begin{array}{ll} 2:1\,(y_1) & Fs = 1.073\,(x_1) \\ 2.75:1 & x \\ 3:1\,(y_2) & Fs = 1.474\,(y_1) \end{array}$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \Rightarrow x = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}(x_2 - x_1) + x_1$$

$$x = \frac{2.75 - 2}{3 - 2}(1.474 - 1.073) + 1.073 = 1.37$$

El factor de seguridad será:

$$\mathrm{FS} = 1.37$$

PROBLEMA 11

Determinar el parámetro de presión de poros r_u, para el talud de la Figura 12.16.

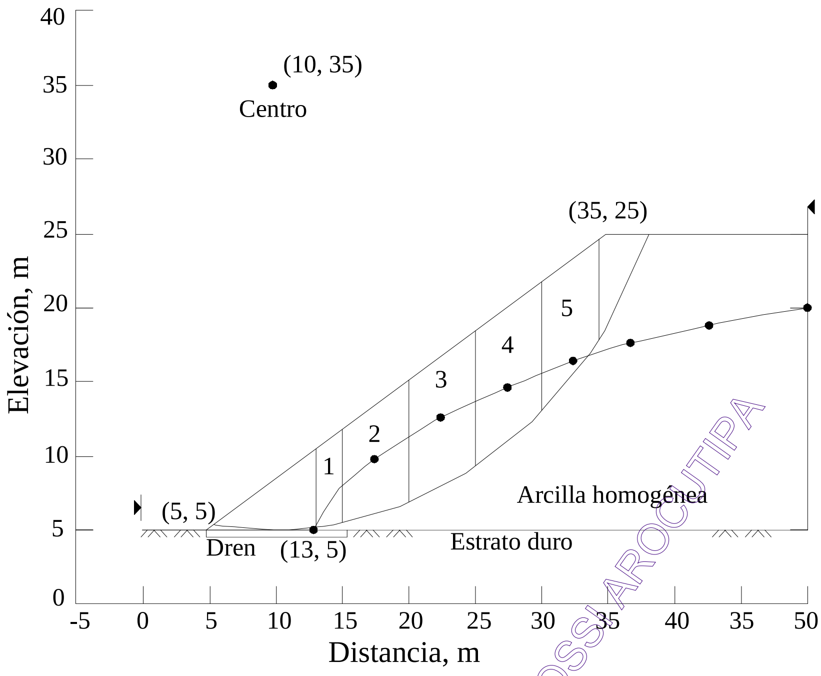


Figura 22.16. Talud dividido en fragmentos.

Fragmento	h (m)	z (m)
1	5,5	0,65
2	7,25	3,5
3	8,5	4,5
4	9,25	3,75
5	8,25	1,75

Solución.

El parámetro de presión de poros r_u, se define como:

$$r_{u(n)} = \frac{u_{(n)}}{\gamma \cdot z_{(n)}}$$

Ddonde:

$u_{(n)}$ = presión de poros agua en el fragmento

γ = peso específico del suelo

$z_{(n)}$ = altura promedio del fragmento.

Se calculará el parámetro de presión de poros r_u para cada fragmento. Luego se calculará el valor ponderado del mismo.

$Fragmento\,1:$

$$z_1 = 5{,}5\,m$$

$$r_{u(1)} = \frac{0{,}65 \cdot 9{,}81}{20 \cdot 5{,}5} = 0{,}058$$

$$b_1 = 1{,}8\,m$$

$Fragmento\,2:$

$$z_2 = 7{,}25\,m$$

$$r_{u(2)} = \frac{3{,}5 \cdot 9{,}81}{20 \cdot 7{,}25} = 0{,}237$$

$$b_2 = 5\,m$$

$Fragmento\,3$

$$z_3 = 8{,}5\,m$$

$$r_{u(3)} = \frac{4{,}5 \cdot 9{,}81}{20 \cdot 8{,}5} = 0{,}259$$

$$b_3 = 5\,m$$

$Fragmento\,4$

$$z_4 = 9{,}25\,m$$

$$r_{u(4)} = \frac{3{,}75 \cdot 9{,}81}{20 \cdot 9{,}25} = 0{,}200$$

$$b_4 = 5\,m$$

$Fragmento\,5$

$$z_5 = 8{,}25\,m$$

$$r_{u(5)} = \frac{1{,}75 \cdot 9{,}81}{20 \cdot 8{,}25} = 0{,}104$$

$$b_5 = 4{,}5\,m$$

El valor de r_u será:

$$r_u = \frac{\sum_{n=1}^{5} b_n \cdot r_{u(n)}}{\sum_{n=1}^{5} b_n} = \frac{0{,}058 \cdot 1{,}8 + 0{,}237 \cdot 5 + 0{,}259 \cdot 5 + 0{,}20 \cdot 5 + 0{,}104 \cdot 4{,}5}{1{,}8 + 5 + 5 + 5 + 21{,}3} = 0{,}19$$

$$r_u = 0{,}19$$

PROBLEMA 12

Para la Figura 12.17 se pide determinar:

a) La razón de presión de poros r_u , a partir del método de Bromhead.

b) El factor de seguridad a largo plazo en la superficie de falla mostrada, utilizando el método de Bishop simplificado.

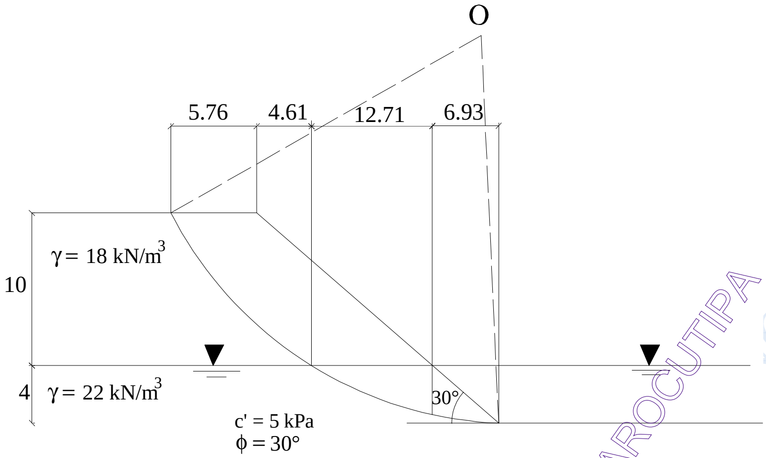


Figura 32.17. Características y fragmentación del talud.

Solución

a) La razón de presión de poros r_u , a partir del método de Bromhead.

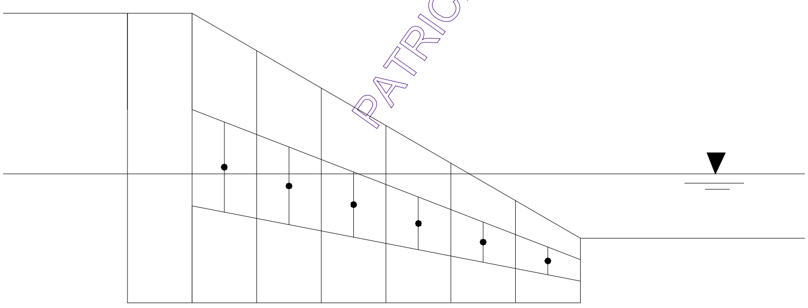


Figura 42.18. Fragmentos del talud.

Debido a que en el talud se produce una falla general, la fracción de fragmento elegida según el método de Bromhead, es el tercio medio.

Luego, el coeficiente de presión de poros es:

$$r_u = \frac{\Sigma(\Delta A r_u)}{\Sigma \Delta A} \; ; \; r_u = \frac{u}{\sigma}$$

El valor del coeficiente de presión de poros, es determinado a partir de la Tabla 10.1.

Tabla 10.1. Determinación del coeficiente de presión de poros.

N°	b [m]	h [m]	ΔA [m^2]	u [kPa]	σ [kPa]	r_u	ΔAr_u
1	4	5,71	22,84	0	136,80	0	0
2	4	4,86	19,44	7,28	134,60	0,05	1,05
3	4	4,09	16,36	19,04	118,60	0,16	2,63
4	4	3,29	13,16	32,2	104,20	0,31	4,07
5	4	2,57	10,28	43,96	90,50	0,49	4,99
6	4	1,71	6,84	54,6	87,70	0,62	4,26
		ΣΔA=	88,92			$\Sigma\Delta Ar_u$=	17,00

Entonces:

$$r_u = \frac{16.95}{88.92} = 0.19$$

b) El factor de seguridad a largo plazo utilizando el método de Bishop simplificado.

El factor de seguridad es determinado a partir de la ecuación:

$$FS = \frac{\sum_{n=1}^{n=p}\left(cb_n + (W_n - u_n b_n)\tan\phi\right)\frac{1}{m_{(\alpha)n}}}{\sum_{n=1}^{n=p} W_n \sin\alpha_n}$$

Donde:

$$m_{\alpha(n)} = \cos\alpha_n + \frac{\tan\phi \sin\alpha_n}{FS}$$

Luego a partir de la Tabla 10.4 en base a las Tablas 10.2,10.3 y a las Figuras 10.19 y 10.20, el factor de seguridad es igual a:

FS = 1.91

Tabla 10.2. Determinación de valores para el factor de seguridad.

Fragmento N°	A m^2	W kN/m	c	α [°]	sen α	cos α	Δb_n [m]	W_n senα [kN/m]
1	22,096	397,728	5	-49	-0,755	0,66	5,76	-300,17
2	34,16	614,88	5	-36	-0,588	0,81	4,61	-361,42
3	46,59	838,62	5	-20	-0,342	0,94	12,71	-286,82
4	34,64	762,08	5	-18	-0,309	0,95	12,71	-235,50
5	15,51	341,22	5	1	0,0175	1,00	6,93	5,96
6	12,78	125,244		1	0,0175	1,00	6,6	2,19
						Σ =	42,72	1175,77

Tabla 10.3. Determinación de valores para el factor de seguridad.

Fragmento N°	α [°]	ϕ [°]	h	u	sen α	cos α	tan ϕ	$m_{\alpha(n)}$ FS=1	$m_{\alpha(n)}$ FS=1,5	$m_{\alpha(n)}$ FS=2
1	-49	30	0	0	-0,755	0,66	0,58	0,22	0,37	0,44
2	-36	30	0	0	-0,588	0,81	0,58	0,47	0,58	0,64
3	-20	30	0	0	-0,342	0,94	0,58	0,74	0,81	0,84
4	-18	30	3,04	29,79	-0,309	0,95	0,58	0,77	0,83	0,86
5	1	30	4,31	42,24	0,0175	1,00	0,58	1,01	1,01	1,00
6	1		2,00	19,60	0,0175	1,00	0	1,00	1,00	1,00

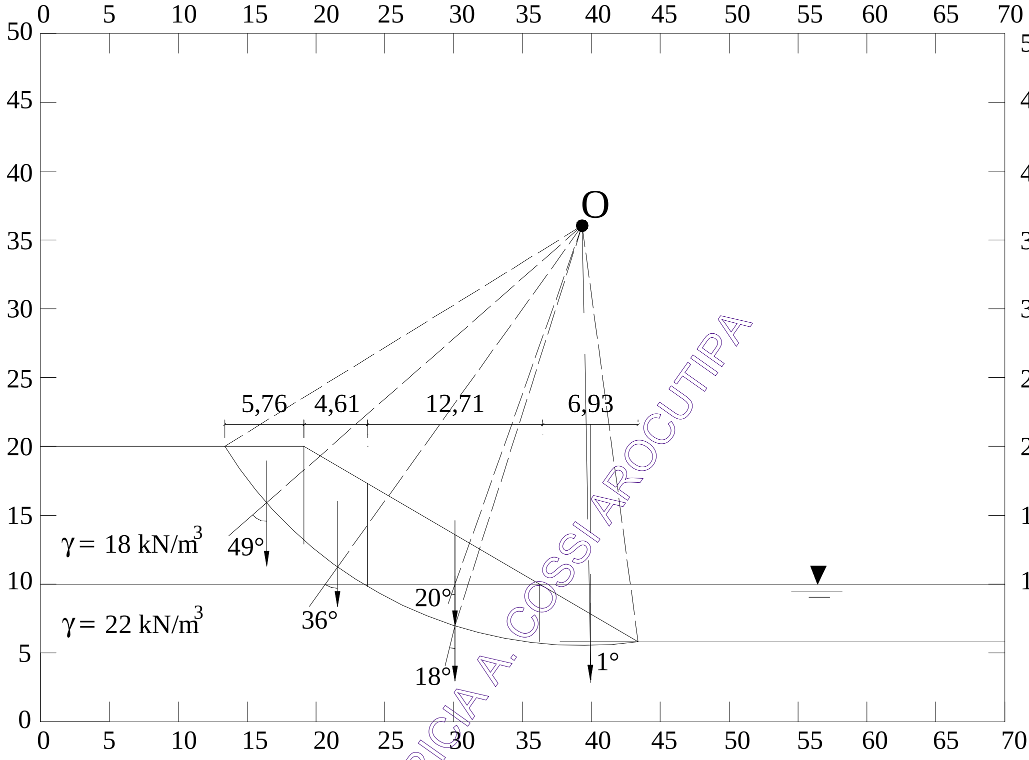


Figura 52.19. Determinación del ángulo α para cada fragmento.

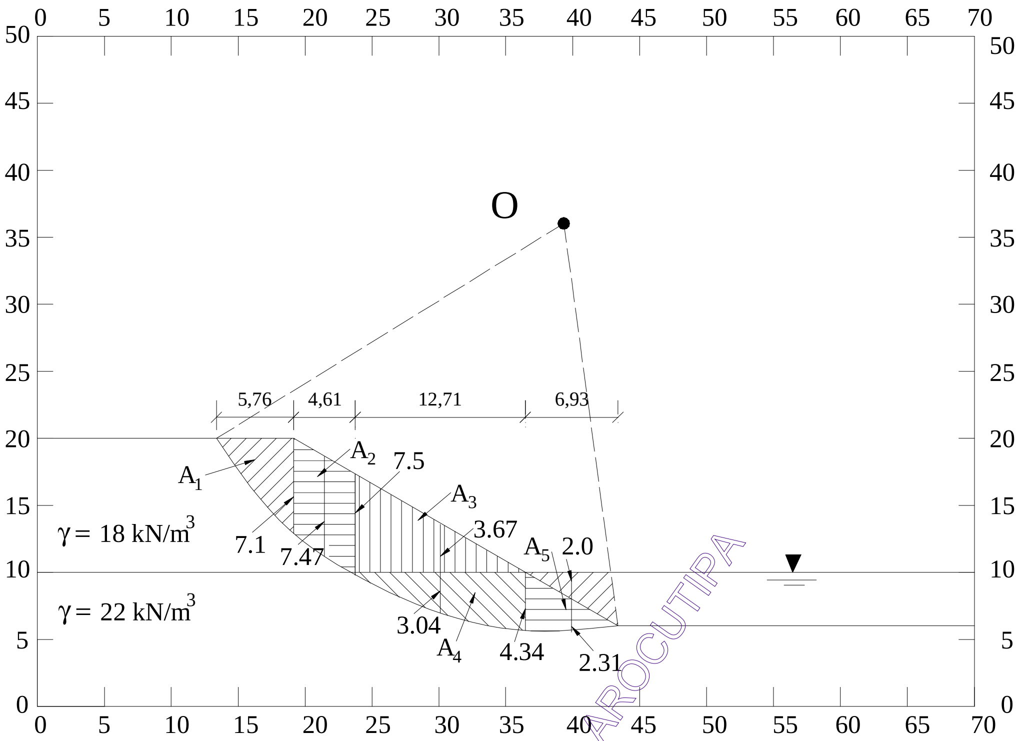


Figura 62.20. Determinación del área de cada fragmento.

Tabla 10.4. Determinación del factor de seguridad.

Fragmento N°	Δb_n [m]	c Δb_n [m]	W-uΔb_n	(W-uΔb_n)tanϕ	cΔb_n+(W-uΔb_n)tanϕ	FS=1 [c Δb_n+(W-uΔb_n)tanϕ]/$m_{\alpha(n)}$	FS = 1,5 [c Δb_n+(W-uΔb_n)tanϕ]/$m_{\alpha(n)}$	FS = 2 [c Δb_n+(W-uΔb_n)tanϕ]/$m_{\alpha(n)}$
1	5,76	28,80	397,73	229,63	258,43	1172,93	706,92	589,76
2	4,61	23,05	614,88	355,00	378,05	804,95	648,70	591,32
3	12,71	63,55	838,62	484,18	547,73	737,95	677,84	651,31
4	12,71	63,55	383,42	221,37	284,92	368,76	342,40	330,59
5	6,93	34,65	48,51	28,01	62,66	62,04	62,25	62,35
6	6,6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
					Σ=	3146,63	2438,11	2225,33

Donde se tiene que:

$$FS_{(FS_{asum=1})} = \frac{3146.63}{1175.77} = 2.68$$

$$FS_{(FS_{asum=1.5})} = \frac{2438.11}{1175.77} = 2.07$$

$$FS_{(FS_{asum=2})} = \frac{2225.33}{1175.77} = 1.89$$

Luego, el factor de seguridad es calculado como aquel valor para el que el factor de seguridad asumido es igual al factor de seguridad calculado, Figura 12.21.

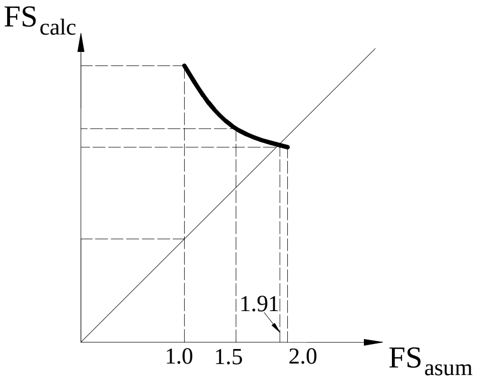


Figura 72.21. Determinación del factor de seguridad.

PROBLEMA 13

Para los datos de la Figura 12.22, se pide determinar el factor de seguridad contra deslizamiento utilizando el método de Bishop-Morgenstern.

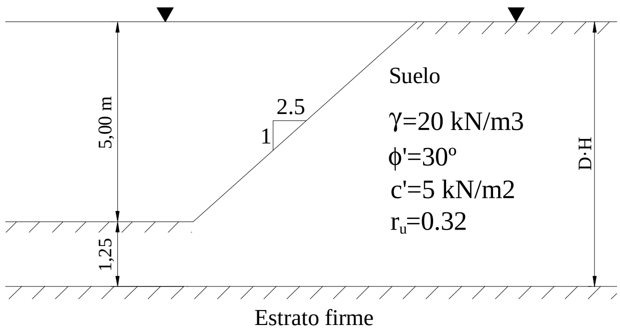


Figura 12.22. Características del talud.

Para este caso se tiene que:

$$\frac{c'}{\gamma' H} = \frac{5}{(20-9.8)\cdot 5} = 0.098 \approx 0.10$$

$$D*H = 6.25 \Rightarrow D = \frac{6.25}{5} = 1.25$$

$$\phi = 30^{o} \quad ; \quad r_u = 0.32 \quad ; \quad talud\ 2.5:1$$

Para obtener los coeficientes de estabilidad m' y n', se consideranlos valores para los taludes 2:1 y 3:1.

Talud	m'	n'	FS=m'-n'·r_u
2:1	2.540	2.000	1.900
3:1	3.112	2.415	2.339

El factor de seguridad para el talud 2.5:1, entre 2:1 y 3:1 será el promedio de ambos, Por lo tanto se tendrá que:

FS=1.12