
Recursos en Ingeniería, Arquitectura, Construcción y Afines

Libros, Plantillas en Excel, Revit, Civil 3D, Autocad y más

[Más recursos gratis Aquí](#)

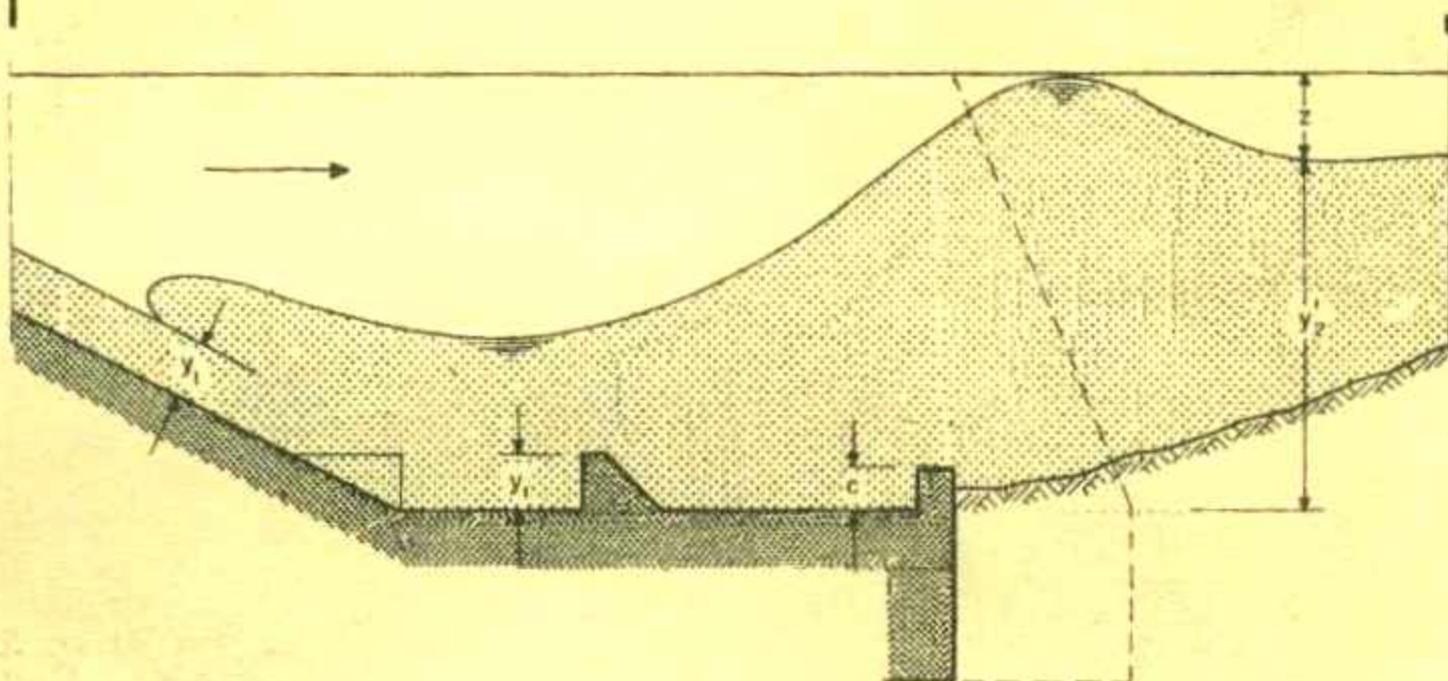
[Clic aqui para ir al sitio web](#)

[Explore nuestra Tienda](#)



[Canal de WhatsApp \(Convenio Institucional\)](#)

HIDRAULICA DE CANALES

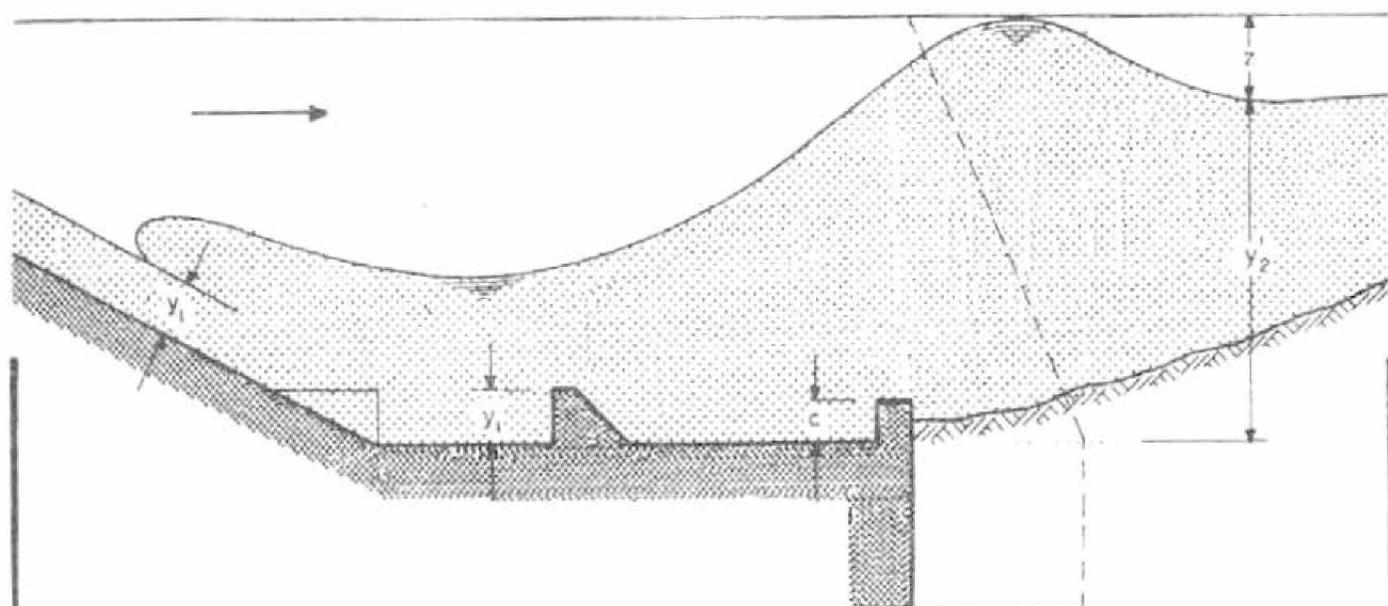


Universidad
del Valle

FACULTAD DE INGENIERIA

Ing. Norberto Urrutia C.

HIDRAULICA DE CANALES



Ing. Norberto Urrutia C.

INTRODUCCION

La presente publicación constituye la segunda edición de las conferencias de clase "Hidráulica de Canales", las cuales conforman el material de referencia para el curso de Hidráulica que se ofrece periódicamente a los Planes de Estudios de pregrado de Ingeniería Civil y Agrícola.

En relación con la primera edición presenta solamente cambios de forma; esto es: una mejor presentación, corrección de errores en ecuaciones, ortografía y redacción. Se conservan los seis capítulos de la edición anterior: conceptos generales del flujo de canales, flujo crítico, flujo uniforme, diseño de canales para flujo uniforme, flujo gradualmente variado y flujo rápidamente variado.

Para esta segunda edición, el autor expresa sus agradecimientos a la señorita María Fernanda Velásquez por su excelente desempeño en la digitación del material y al señor Reynel Guzmán por su labor como dibujante.

NORBERTO URRUTIA COBO

TABLA DE CONTENIDO

	pág.
CAPITULO 1. CONCEPTOS GENERALES DE FLUJO DE CANALES	
1.1 DEFINICION	1-1
1.2 TIPOS DE CANALES	1-2
1.3 ELEMENTOS GEOMETRICOS EN UN CANAL - RELACIONES	1-3
1.4 TIPOS DE FLUJO EN CANALES	1-6
1.4.1 Tiempo y Espacio	1-6
1.4.2 Régimen de Flujo	1-9
1.5 DISTRIBUCION DE VELOCIDADES	1-11
1.6 DISTRIBUCION DE PRESIONES EN UN CANAL	1-14
1.6.1 Efecto de la Pendiente en un Canal	1-14
1.6.2 Efecto de la Curvatura de las Líneas de Corriente	1-15
1.7 MEDICION DE CAUDALES POR VELOCIDAD	1-17
1.7.1 Velocidad Superficial	1-17
1.7.2 Aforo por Molinete	1-18
1.8 EJEMPLOS DE APLICACION	1-20
1.9 PROBLEMAS PARA RESOLVER	1-29
CAPITULO 2. FLUJO CRITICO	
2.1 CONCEPTO DE ENERGIA ESPECIFICA	2-1
2.2 ENERGIA ESPECIFICA EN SECCION RECTANGULAR	2-7
2.3 CALCULO DEL FLUJO CRITICO	2-11
2.4 CALCULO DE LA PROFUNDIDAD DE FLUJO CRITICO	2-12
2.4.1 Método de Tanteo	2-12
2.4.2 Método Gráfico	2-12
2.5 EXPONENTE HIDRAULICO PARA FLUJO CRITICO: M	2-16
2.6 APLICACIONES PRACTICAS DE LOS CONCEPTOS DE ENERGIA ESPECIFICA Y FLUJO CRITICO	2-17
2.6.1 Contracción Gradual de Fondo. Determinación del Perfil de Flujo.	2-17
2.6.2 Levantamiento Gradual de Fondo. Determinación del Perfil de Flujo.	2-26
2.6.3 Control de Flujo. Sección de Control.	2-31
2.7. PROBLEMAS PARA RESOLVER	2-39

CAPITULO 3. FLUJO PERMANENTE Y UNIFORME

3.1	DEFINICION	3-1
3.2	ECUACION DE CHEZY	3-2
3.3	DETERMINACION DEL COEFICIENTE DE CHEZY	3-4
3.4	CALCULO DEL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DE MANNING: n	3-8
3.5	CALCULO DEL FLUJO UNIFORME	3-15
3.6	CALCULO DE LA PROFUNDIDAD NORMAL DE FLUJO	3-17
3.6.1	Método de Tanteo	3-19
3.6.2	Método Gráfico	3-20
3.7	EXPONENTE HIDRAULICO PARA FLUJO UNIFORME	3-21
3.8	CARACTERISTICAS DE FLUJO EN CONDUCTOS CIRCULARES	3-22
3.9	PROBLEMAS PARA RESOLVER	3-26

CAPITULO 4. DISEÑO HIDRAULICO DE CANALES PARA FLUJO UNIFORME

4.1	DISEÑO DE CANALES NO-ERODABLES	4-1
4.1.1	Factor a tener en cuenta en el Diseño	4-1
4.1.2	Materiales de Revestimiento en Canales	4-8
4.1.3	Procedimiento de Diseño para Canales No-Erodables	4-15
4.1.4	Ejemplo de Cálculo	4-17
4.2	DISEÑO DE CANALES ERODABLES	4-22
4.2.1	Factores a tener en Cuenta	4-22
4.2.2	Velocidades Máximas Permisibles de Flujo No-Erosivas	4-27
4.2.3	Metodología de Cálculo para el Diseño de Canales. Método de la Velocidad Máxima Permisible.	4-32
4.2.4	Ejemplo de Cálculo	4-34
4.2.5	Ejemplo de Cálculo. Condición de Sección Hidráulica de Mínima Infiltración.	4-39
4.2.6	Método de Fuerza Tractiva.	4-42
4.3	PROBLEMAS PARA RESOLVER	4-56

CAPITULO 5. FLUJO GRADUALMENTE VARIADO (PERMANENTE)

5.1	DEFINICION	5-1
5.2	ECUACION GENERAL DE FLUJO GRADUALMENTE VARIADO	5-1
5.3	CLASIFICACION DE PERFILES DE FLUJO	5-5
5.3.1	Perfiles M	5-7
5.3.2	Perfiles S	5-10
5.3.3	Perfiles C	5-13
5.3.4	Perfiles H	5-15
5.3.5	Perfiles A	5-17

	Pág.	
5.4	CALCULO DEL PERFIL DE FLUJO	5-22
5.4.1	Método de Integración Gráfica	5-22
5.4.2	Método de Integración Directa	5-29
5.4.3	Método de Bresse	5-43
5.4.4	Método de Aproximaciones Sucesivas	5-46
5.5	METODO DE CALCULO PARA CANALES NO PRISMATICOS	5-50
5.6	OTRAS APLICACIONES DEL FLUJO GRADUALMENTE VARIADO	5-55
5.7	PROBLEMAS PARA RESOLVER	5-63

CAPITULO 6. FLUJO RAPIDAMENTE VARIADO (PERMANENTE)

6.1	DEFINICION	6-1
6.2	CONSIDERACIONES DE FLUJO	6-1
6.3	CONCEPTO DE FUERZA ESPECIFICA	6-2
6.4	FUERZA ESPECIFICA EN CANAL RECTANGULAR	6-5
6.5	SALTO HIDRAULICO	6-5
6.5.1	Tipos de Salto	6-6
6.5.2	Relación entre las Profundidades inicial (y_1) y seciente (y_2)	6-8
6.5.3	Longitud del Salto Hidráulico	6-10
6.5.4	Altura del Salto Hidráulico	6-11
6.5.5	Perfil del Salto Hidráulico	6-11
6.5.6	Pérdida de Energía en un Salto	6-12
6.5.7	Localización del Salto Hidráulico	6-15
6.5.8	Aplicaciones del Salto Hidráulico	6-17
6.5.9	Disipación de Energía por Salto Hidráulico	6-18
6.5.10	Control del Salto Hidráulico	6-20
6.5.11	Pozos Amortiguadores de Diseño Standard	6-24
6.6	ESTRUCTURA DE CAIDA	6-30
6.6.1	Usos	6-32
6.6.2	Recomendaciones de Diseño	6-32
6.7	VERTEDERO DE CRESTA AGUDA	6-34
6.7.1	Difinición	6-34
6.7.2	Determinación del Caudal	6-36
6.7.3	Recomendaciones de Diseño	6-36
6.8	ALIVIADEROS	6-38
6.8.1	Definición	6-38
6.8.2	Consideraciones Generales	6-39
6.8.3	Determinación del Caudal	6-42
6.8.4	Recomendaciones de Diseño	6-43

	Pág.	
6.9	FLUJO BAJO UNA COMPUERTA	6-44
6.9.1	Definición	6-44
6.9.2	Determinación del Caudal	6-46
6.10	TRANSICIONES	6-48
6.10.1	Definición	6-48
6.10.2	Consideraciones Generales	6-49
6.11	EJEMPLOS DE APLICACION	6-55

BIBLIOGRAFIA

ANEXO. VALORES DE LA FUNCION DE FLUJO GRADUALMENTE VARIADO $F(U, N)$ PARA CANALES DE PENDIENTE POSITIVA.

LISTA DE TABLAS

		Pág.
TABLA 1.1	Secciones transversales y sus relaciones entre elementos Geométricos.	1-7
TABLA 1.2	Elementos sección circular en función de y/do.	1-8
TABLA 2.1	Cálculo del perfil de flujo. Contracción gradual de fondo.	2-25
TABLA 2.2	Cálculo del perfil de flujo. Levantamiento gradual de fondo.	2-30
TABLA 3.1	Valores del factor de sección de Bazin: K.	3-5
TABLA 3.2	Valores de "n" según Pavloski.	3-6
TABLA 3.3	Valores del Coeficiente de Rugosidad "n" de Manning.	3-10
TABLA 4.1	Valores recomendados de Talud.	4-2
TABLA 4.2	Valores de borde libre recomendados U.S.Bureau Reclamation para canales revestidos.	4-3
TABLA 4.3	Secciones hidráulicas de máxima eficiencia - Relaciones.	4-7
TABLA 4.4	Relación agua-cemento en revestimiento de concreto fundido In Situ.	4-10
TABLA 4.5	Relación arena-grava en revestimiento de concreto fundido In Situ.	4-10
TABLA 4.6	Valores recomendados de espesor de revestimiento de concreto.	4-11
TABLA 4.7	Dimensiones de ranuras.	4-11
TABLA 4.8	Valores recomendados de plantilla (b) tirante (y) para canales revestidos.	4-17

- TABLA 4.9 Valores del coeficiente C_e .
- TABLA 4.10 Valores del coeficiente C_d de Davis - Wilson.
- TABLA 4.11 Valores del coeficiente C_p según permeabilidad del suelo.
- TABLA 4.12 Valores del coeficiente K de Kostiaikov.
- TABLA 4.13 Valores del coeficiente C_m .
- TABLA 4.14 Valores del coeficiente C de Kennedy.
- TABLA 4.15 Velocidades para canales en uso, fundamentalmente rectos (según Fortier y Scobey).
- TABLA 4.16a Velocidades medias de la corriente del agua que son admisibles (no erosivas) para suelos cohesivos en m/s
- TABLA 4.16b Velocidades medias de flujo (no erosivas) para suelos no cohesivos en m/s.
- TABLA 4.17 Máximas velocidades medias de flujo (m/s) para canales en concreto.
- TABLA 4.18 Factor de corrección para la máxima velocidad media de flujo permisible según la profundidad de flujo (y) para suelos cohesivos y no-cohesivos.
- TABLA 4.19 Valores de ángulo de reposo (ϕ) en grados. Suelos no cohesivos.
- TABLA 4.20 Valores de ángulo de reposo (ϕ) en grados. Suelos cohesivos.
- TABLA 5.1 Clasificación de perfiles de flujo.
- TABLA 5.2 Cálculo del perfil M_2 . Método integración gráfica.
- TABLA 5.3 Cálculo del perfil M_2 . Método integración directa.

	Pág.
TABLA 5.4	Cálculo del perfil M ₃ . 5-40
TABLA 5.5	Cálculo del perfil H ₂ . 5-41
TABLA 5.6	Cálculo del perfil M ₂ . Método de Bresse. 5-45
TABLA 5.7	Cálculo del perfil M ₂ . Método de aproximaciones sucesivas. 5-48
TABLA 5.8	Cálculo del perfil de flujo. Ejemplo 5.9 5-54
TABLA 6.1	Valores de K _b recomendados por el Institute of Technology Kindsvater. 6-38
TABLA 6.2	Valores de C _e recomendados por Georgia Institute of Technology 6-38

LISTA DE FIGURAS

		Pág.
FIGURA 1.1	Flujo de conducción. a. Forzada b. Libre	1-1
FIGURA 1.2	Elementos de la sección transversal de forma trapezoidal.	1-4
FIGURA 1.3	Elementos de un perfil longitudinal de un canal.	1-6
FIGURA 1.4	Tipos de flujo en un canal.	1-9
FIGURA 1.5	Curvas de igual velocidad en secciones transversales de diferentes formas geométricas.	1-12
FIGURA 1.6	Sección transversal en un canal.	1-13
FIGURA 1.7	Presión en un canal de pendiente de fondo pronunciada.	1-15
FIGURA 1.8	Efecto de curvatura de líneas de corriente en la distribución de presiones.	1-16
FIGURA 1.9	Aforo por molite.	1-19
FIGURA 1.10	Curvas $y - (V, V^2, V^3)$	1-24
FIGURA 2.1	Curva de $E = f(y)$	2-3
FIGURA 2.2	Curva de $Q - y, E = cte$	2-6
FIGURA 2.3	Curva adimensional $E/y_c - y/y_c$	2-9
FIGURA 2.4	Curva adimensional $q/q_{max} - y/y_c$	2-10
FIGURA 2.5	Curvas adimensionales para determinar profundidad crítica.	2-13
FIGURA 2.6	Curvas de valores de M.	2-18
FIGURA 2.7	Contracción gradual de fondo. Variación del perfil de agua.	2-19

- FIGURA 2.8 Perfil de flujo. Contracción gradual de fondo.
- FIGURA 2.9 Levantamiento gradual de fondo. Variación del perfil de agua.
- FIGURA 2.10 Perfil de flujo. Levantamiento gradual de fondo.
- FIGURA 2.11 Vertedero de cresta ancha de sección transversal rectangular.
- FIGURA 2.12 Esquema general de aforador Ballofett.
- FIGURA 3.1 Flujo uniforme en un canal.
- FIGURA 3.2 Curvas adimensionales para determinar profundidad normal.
- FIGURA 3.3 Curvas de valores de N .
- FIGURA 3.4 Características de flujo en sección circular.
- FIGURA 4.1 Esquema de una ranura.
- FIGURA 4.2 Disposición tubería de drenaje.
- FIGURA 4.3 Patrón de distribución de infiltración.
- FIGURA 4.4a Velocidades máximas permisibles para suelos no-cohesivos.
- FIGURA 4.4b Velocidades máximas permisibles para suelos cohesivos.
- FIGURA 4.5 Distribución de fuerza tractiva. Sección trapezoidal.
- FIGURA 4.6 Valores máximos de fuerza tractiva unitaria en términos de γ y S_o .
- FIGURA 4.7 Fuerzas sobre partículas situadas en el talud (p) y el fondo (p').

	Pág.	
FIGURA 4.8	Esfuerzo cortante crítico, obtenido de la información experimental de Shields, en función del diámetro del material no-cohesivo del fondo.	4-48
FIGURA 4.9	Valores recomendados de fuerza tractiva unitaria permisible para suelos no-cohesivos.	4-49
FIGURA 4.10	Esfuerzo cortante crítico en suelos cohesivos, según datos de URSS publicado en Hydrotechnical Construction, 1936 Moscú.	4-50
FIGURA 5.1	Flujo gradualmente variado.	5-1
FIGURA 5.2	Perfiles superficiales de flujo gradualmente variado.	5-18
FIGURA 5.3	Perfiles de flujo. Ejemplo 5.3	5-18
FIGURA 5.4a	Curva $dx/dy - y$	5-23
FIGURA 5.4b	Curva $x - y$	5-23
FIGURA 5.5	Esquema perfil M_2	5-25
FIGURA 5.6	Curva $y - dx/dy'$, perfil M_2	5-25
FIGURA 5.7	Perfiles M_2 . Método de integración gráfica.	5-28
FIGURA 5.8	Perfiles M_2 . Método de integración directa.	5-37
FIGURA 5.9	Perfiles H. Ejemplo 5.6	5-42
FIGURA 5.10	Perfiles M_2 . Método de Bresse.	5-47
FIGURA 5.11	Método de aproximaciones sucesivas	5-51
FIGURA 5.12	Perfiles de Flujo. Ejemplo 5.9	5-56
FIGURA 5.13	Canal que une dos reservorios. Ejemplo 5.10. Curva $Q = f(y_2)$.	5-58
FIGURA 6.1	Flujo rápidamente variado.	6-2

	Pág.	
FIGURA 6.2	Relación $F_E = f(y)$	6-4
FIGURA 6.3	Curva adimensional $F_E/byc^2 - y/yc$	6-6
FIGURA 6.4	Tipos de salto hidráulico.	6-7
FIGURA 6.5	Salto hidráulico.	6-8
FIGURA 6.6	Relación $y_2/y_1 - F_1$	6-10
FIGURA 6.7	Longitud del salto hidráulico: L_j	6-11
FIGURA 6.8	Perfil del salto hidráulico.	6-12
FIGURA 6.9	Perfil del salto hidráulico.	6-12
FIGURA 6.10	Disipación de energía en un salto hidráulico.	6-14
FIGURA 6.11	Localización del salto. Caso curva M_3	6-15
FIGURA 6.12	Localización del salto. Caso curva S_1	6-17
FIGURA 6.13	Posición del salto hidráulico.	6-19
FIGURA 6.14	Control por vertedero de cresta aguda.	6-21
FIGURA 6.15	Control por vertedero de cresta ancha.	6-22
FIGURA 6.16	Control por levantamiento abrupto.	6-22
FIGURA 6.17	Control por caída abrupta.	6-23
FIGURA 6.18	Proporciones del cuenco tipo SAF.	6-26
FIGURA 6.19	Cuenca amortiguador USBR II.	6-28
FIGURA 6.20	Cuenca USBR II con bloques de impacto.	6-29
FIGURA 6.21	Cuenca amortiguador USBR IV.	6-31
FIGURA 6.22	Estructura de caída.	6-32
FIGURA 6.23	Estructura de caída en bloques de impacto.	6-34

	Pág.	
FIGURA 6.24	Vertedero de cresta aguda.	6-35
FIGURA 6.25	Esquema de aliviadero.	6-39
FIGURA 6.26	Presión mínima sobre aliviadero.	6-40
FIGURA 6.27	Aliviaderos Standard tipo WES.	6-41
FIGURA 6.28	Valores de C_1 .	6-43
FIGURA 6.29	Valores de C_2 .	6-44
FIGURA 6.30	Efecto de sumergencia.	6-45
FIGURA 6.31	Flujo bajo compuerta de fondo.	6-45
FIGURA 6.32	Compuerta de fondo sumergida.	6-47
FIGURA 6.33	Valores de coeficiente de descarga.	6-48
FIGURA 6.34	Planta de transición rectangular - trapezoidal.	6-49
FIGURA 6.35	Valores de K en una construcción.	6-50
FIGURA 6.36	Valores de K' en una expansión.	6-50
FIGURA 6.37	Coeficiente de pérdida de carga. Transición trapezoidal rectangular (viceversa).	6-51
FIGURA 6.38	Pérdida de carga. Transición canal trapezoidal - tubería (viceversa).	6-52
FIGURA 6.39	Transición para flujo subcrítico: a. Cilindrico b. Cuña c. Conformada.	6-54

CONCEPTOS GENERALES DEL FLUJO DE CANALES

1.1 DEFINICION

Un canal es un conducto por el cual circula un fluido (generalmente agua) que presenta una superficie libre sobre la que actúa la presión atmosférica y por ello se le conoce como una conducción libre.

En una conducción forzada en cambio, el fluido se encuentra sometido a una presión diferente a la atmosférica, generalmente mayor que ésta; de tal manera que si se instala un piezómetro en un punto de la tubería en contacto con el fluido, éste ascenderá por el piezómetro hasta alcanzar una altura que corresponde a la presión a la cual se encuentra el fluido.

Los conceptos de energía aplicados a las dos conducciones ilustran las diferencias en las características del flujo en las dos conducciones.

La Fig.1.1a. ilustra el flujo a través de una tubería en la cual se han instalado piezómetros en las secciones 1 y 2. La altura H , medida con respecto al nivel de referencia NR, representa el contenido total de energía por unidad de peso de fluido y constituido por:

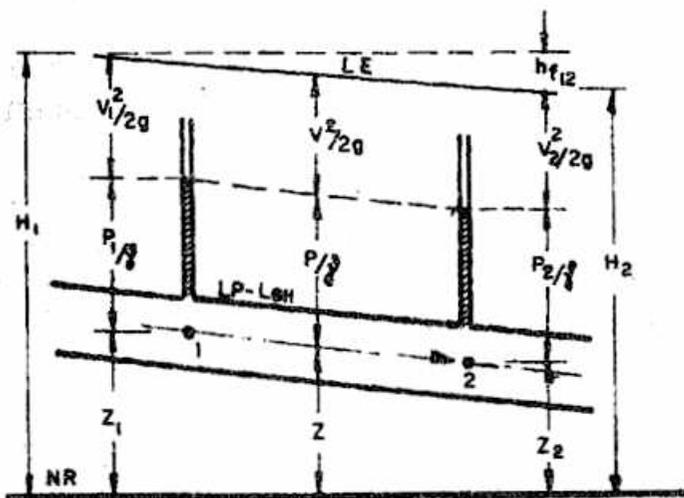


Fig. 1.1 a

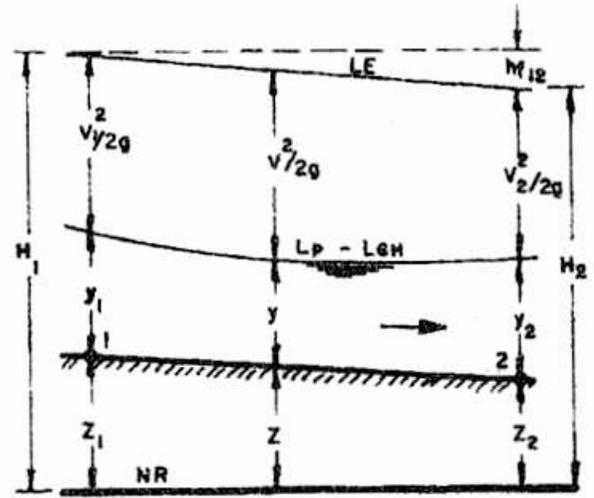


Fig. 1.1 b

FIG.1.1 FLUJO en conducción: a. Forzada b. Libre (canal)

Z_1 : energía de posición por unidad de peso de fluido.

P_1/γ : energía de presión por unidad de peso de fluido.

$V_1^2/2g$: carga de velocidad o energía cinética por unidad de peso de fluido.

La línea de energía (LE) es la línea que une puntos de altura igual a:
 $Z + P/\gamma + V^2/2g$

La línea piezométrica (LP) o línea de gradiente hidráulico (LGH) es la línea que une puntos de altura igual a: $Z + P/\gamma$

Las pérdidas totales de energía entre las secciones 1 y 2 están representadas por la altura h_{f12} .

La Fig.1.1b ilustra el flujo a lo largo de un canal o conducción libre y en ella se pueden observar las siguientes diferencias con respecto al flujo en una tubería:

- La energía de presión para cualquier punto del fondo del canal en una sección transversal dada, está representada por la profundidad de flujo en la sección.
- La línea de gradiente hidráulico o línea piezométrica está constituida por la superficie libre del fluido.

1.2 TIPOS DE CANAL

Los canales pueden considerarse como:

- Naturales y artificiales.
- Abiertos y cerrados.
- Abastecimiento y drenaje.

Un canal Natural es aquel que se ha formado a través del tiempo sin la intervención del hombre; es el caso de los arroyos, quebradas y ríos.

Un canal Artificial es aquel que ha sido construido por el hombre para un fin determinado; es el caso de los canales de las ciudades que conducen las aguas lluvias.

Un canal es Abierto cuando la superficie libre del fluido puede apreciarse a simple vista a lo largo de todo el recorrido del canal; caso contrario el canal es Cerrado, como por ejemplo los sistemas de alcantarillado de las ciudades.

Según el objetivo con que construye el canal, éste se considera como de Abastecimiento cuando conduce agua para un determinado fin; como por ejemplo, los canales que conducen agua a los campos de cultivos con fines de riego.

Un canal de Drenaje es aquel cuya función es conducir las aguas de exceso de una determinada zona. En los campos de cultivos, un nivel freático alto puede llegar a afectar el normal desarrollo de las plantas y por ende la producción normal esperada; un canal de drenaje que evacúe las aguas de exceso, mantendrá un nivel freático a una profundidad establecida evitando de esta manera los efectos nocivos del exceso de humedad.

1.3 ELEMENTOS GEOMETRICOS EN UN CANAL - RELACIONES

En un canal se reconocen los elementos propios de la sección transversal al flujo y los elementos propios del perfil longitudinal.

Los elementos de la sección transversal son:

- Forma de la Sección

Los cauces naturales tales como arroyos, quebradas y ríos, no presentan una sección transversal de forma geométrica definida sino bastante irregular; en cambio, los canales artificiales presentan secciones transversales de formas geométricas tales como rectángulo, trapecio, triángulo, parábola, círculo, etc.

Por ser la sección trapezoidal una de las formas geométricas más ampliamente utilizadas, los demás elementos de la sección serán referidos a esta forma.

- Talud: z

Define el grado de inclinación de las paredes del canal y se designa como la relación $z:1$, donde z es la distancia horizontal por unidad de longitud en sentido vertical.

- Plantilla: b

Es el ancho de la base de la sección transversal

- Profundidad de Flujo o Tirante: y

Es la distancia vertical desde la superficie libre hasta el fondo del canal.

- Profundidad de Flujo: d

Es la distancia vertical desde la superficie libre hasta el fondo del canal medida a lo largo del plano que contiene la sección transversal y que es normal a la dirección de flujo.

- Area: A

Es el área mojada de la sección transversal normal a la dirección de flujo.

- Perímetro Mojado: P

Es la longitud de la línea producto de la intersección entre el plano que constituye el área mojada y el contorno de las paredes del canal.

- Ancho Superior: T

Es el ancho de la lámina de agua en la superficie libre.

- Borde Libre: F

Es la distancia vertical entre la superficie libre y la parte superior del canal.

- Radio Hidráulico: R

Es la relación existente entre el área mojada (A) y el perímetro mojado (P).

- Profundidad Hidráulica: D

Es la relación existente entre el área mojada (A) y el ancho superior (T).

En la Fig.1.2 se ilustra la sección transversal de forma trapezoidal con sus respectivos elementos.

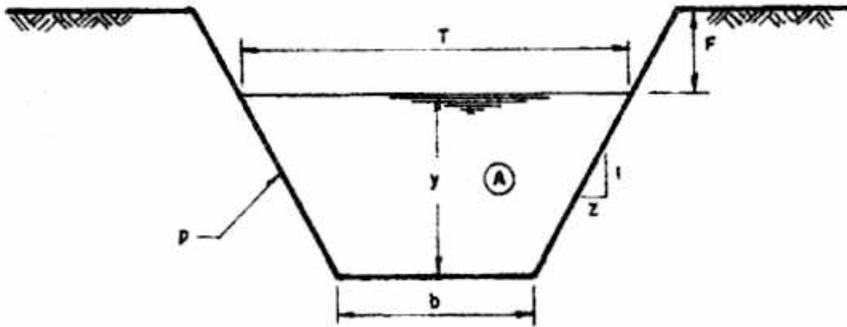


FIG. 1.2 Elementos de la sección transversal de forma trapezoidal

Las siguientes son las relaciones existentes entre los elementos geométricos de la sección transversal de un canal de forma trapezoidal.

- Perímetro Mojado: P

$$P = b + 2y \sqrt{1 + z^2} \quad (1-1)$$

Si $z = 0$ (sección rectangular) $P = b + 2y$

- Area: A

La sección trapezoidal se puede descomponer en una sección rectangular central y dos secciones triangulares laterales.

$$A = (b + zy) y \quad (1-2)$$

Si $z = 0$ (sección rectangular) $A = by$

- Radio Hidráulico: R

$$R = \frac{A}{P} = \frac{(b + zy) y}{b + 2y \sqrt{1 + z^2}} \quad (1-3)$$

- Ancho Superior: T

$$T = b + 2 zy \quad (1-4)$$

- Profundidad Hidráulica: D

$$D = \frac{A}{T} = \frac{(b + zy) y}{b + 2 zy} \quad (1-5)$$

La Tabla 1.1 presenta formas de secciones transversales y las relaciones entre sus elementos.

La Tabla 1.2 presenta las relaciones existentes entre los elementos de la sección circular en función de la relación y/do (y: es la profundidad de flujo y do: es el diámetro del conducto).

Los elementos del perfil longitudinal son:

- Fondo o Solera del Canal

Es la línea resultante de la intersección entre un plano paralelo al eje longitudinal del canal y el fondo del mismo. Presenta un ángulo (θ) de inclinación respecto a un plano horizontal y su tangente define la pendiente de fondo (S_o) del canal, la cual se expresa en porcentaje (%) generalmente.

- Perfil de la Superficie Libre

Es la línea resultante de la intersección entre un plano paralelo al eje longitudinal del canal y la superficie libre.

- Perfil del Terreno

Es la línea resultante de la intersección entre un plano paralelo al eje longitudinal del canal y la superficie del terreno

En la Fig.1.3 se ilustran los anteriores elementos

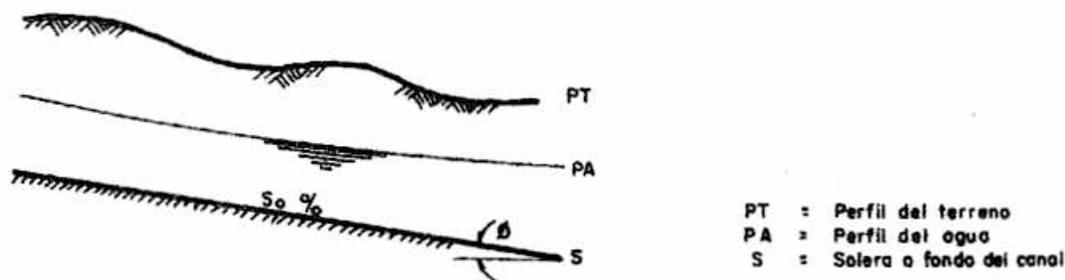


FIG.1.3 Elementos de un perfil longitudinal de un canal

1.4 TIPOS DE FLUJO EN CANALES

El flujo en un canal se clasifica según los siguientes criterios:

1.4.1 Tiempo y Espacio

Según la variación de las principales características del flujo con respecto al tiempo y al espacio; siendo las principales características el caudal (Q) de flujo, la velocidad (V) de flujo, la profundidad (y) de flujo, etc. Por simplificación se tomará la profundidad de flujo (y) como característica de referencia.

Con respecto al tiempo, el flujo se clasifica como:

- Flujo Permanente

Corresponde a aquel flujo donde la profundidad (y) no varía con el tiempo en una determinada sección transversal del canal; es decir,

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 0$$

- Flujo No-Permanente

Corresponde a aquel flujo donde la profundidad (y) de flujo varía con el tiempo en una determinada sección transversal del canal; es decir,

$$\frac{\partial y}{\partial t} \neq 0$$

La mayoría de los problemas relacionados con el flujo en canales se refieren al flujo permanente; por lo tanto, este tipo de flujo será el objeto de la presente publicación.

TABLA 1.1 Secciones transversales y sus relaciones entre elementos geométricos.

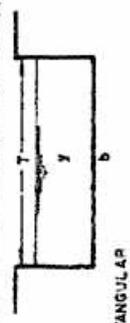
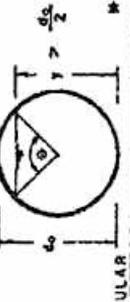
SECCION	AREA	PERIMETRO	RADIO HIDRAULICO	ANCHO SUPERIOR	OBSERVACIONES
 TRAPEZOIDAL	$by + zy^2$	$b + 2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{by + zy^2}{b + 2y\sqrt{1+z^2}}$	$b + 2zy$	
 RECTANGULAR	by	$b + 2y$	$\frac{by}{b + 2y}$	b	
 TRIANGULAR	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$	
 CIRCULAR ***	$\frac{d_0^2}{8} (2\pi - \frac{\pi\theta}{180} + \text{sen}\theta)$	$\frac{\pi d_0 (360 - \theta)}{360}$	$\frac{45 d_0}{\pi (360 - \theta)} (2\pi - \frac{\pi\theta}{180} + \text{sen}\theta)$	$2\sqrt{y(d_0 - y)}$ $y \text{ sen } \frac{\theta}{2}$	*** $\theta = 4 \cos^{-1} \sqrt{y/d_0}$ θ en grados
 CIRCULAR **	$\frac{d_0^2}{8} (\frac{\pi\theta}{180} - \text{sen}\theta)$	$\frac{\pi d_0 \theta}{360}$	$\frac{45 d_0}{\pi \theta} (\frac{\pi\theta}{180} - \text{sen}\theta)$	$2\sqrt{y(d_0 - y)}$ $y \text{ sen } \frac{\theta}{2}$	** $\theta = 4 \text{ sen}^{-1} \sqrt{y/d_0}$ θ en grados
 PARABOLA	$\frac{2}{3} y T$	$T + \frac{8y^2}{3T}$ *	$\frac{2yT^2}{3T^2 + 8y^2}$ *	$\frac{3A}{2y}$	* * RESULTADOS SATISFACTORIOS PARA $0 < y/T < 0.25$ SI $y/T > 0.25$, ENTONCES: $P = 0.5 \sqrt{16y^2 + T^2} + \frac{T^2}{2y} \text{ sen}^2 \frac{4y}{T}$

Tabla tomada de Engineering Handbook - Hydraulics - Section 5 - Soil conservation service -USA- pag. 5-4-1

TABLA 1.2 Elementos sección circular en función de Y/do

Y/do	A/do ²	P/do	R/do	Y/do	A/do ²	P/do	R/do
0.01	0.0013	0.2003	0.0066	0.51	0.4027	1.5908	0.2531
0.02	0.0037	0.2838	0.0132	0.52	0.4127	1.6108	0.2561
0.03	0.0069	0.3482	0.0197	0.53	0.4227	1.6308	0.2591
0.04	0.0105	0.4027	0.0262	0.54	0.4327	1.6509	0.2620
0.05	0.0147	0.4510	0.0328	0.55	0.4426	1.6710	0.2649
0.06	0.0192	0.4949	0.0389	0.56	0.4526	1.6911	0.2676
0.07	0.0242	0.5355	0.0451	0.57	0.4625	1.7113	0.2703
0.08	0.0294	0.5735	0.0513	0.58	0.4723	1.7315	0.2728
0.09	0.0350	0.6094	0.0574	0.59	0.4822	1.7518	0.2753
0.10	0.0409	0.6435	0.0635	0.60	0.4920	1.7722	0.2776
0.11	0.0470	0.6761	0.0695	0.61	0.5018	1.7926	0.2797
0.12	0.0534	0.7075	0.0754	0.62	0.5115	1.8132	0.2818
0.13	0.0600	0.7377	0.0813	0.63	0.5212	1.8338	0.2839
0.14	0.0668	0.7670	0.0871	0.64	0.5308	1.8546	0.2860
0.15	0.0739	0.7954	0.0929	0.65	0.5404	1.8755	0.2881
0.16	0.0811	0.8230	0.0986	0.66	0.5499	1.8965	0.2899
0.17	0.0885	0.8500	0.1042	0.67	0.5594	1.9177	0.2917
0.18	0.0961	0.8763	0.1097	0.68	0.5687	1.9391	0.2935
0.19	0.1039	0.9020	0.1152	0.69	0.5780	1.9606	0.2950
0.20	0.1118	0.9273	0.1206	0.70	0.5872	1.9823	0.2962
0.21	0.1199	0.9521	0.1259	0.71	0.5964	2.0042	0.2973
0.22	0.1281	0.9764	0.1312	0.72	0.6054	2.0264	0.2984
0.23	0.1365	1.0003	0.1364	0.73	0.6143	2.0488	0.2995
0.24	0.1449	1.0239	0.1416	0.74	0.6231	2.0714	0.3006
0.25	0.1535	1.0472	0.1466	0.75	0.6318	2.0944	0.3017
0.26	0.1623	1.0701	0.1516	0.76	0.6404	2.1176	0.3025
0.27	0.1711	1.0928	0.1566	0.77	0.6489	2.1412	0.3032
0.28	0.1800	1.1152	0.1614	0.78	0.6573	2.1652	0.3037
0.29	0.1890	1.1373	0.1662	0.79	0.6655	2.1895	0.3040
0.30	0.1982	1.1593	0.1709	0.80	0.6736	2.2143	0.3042
0.31	0.2074	1.1810	0.1755	0.81	0.6815	2.2395	0.3044
0.32	0.2167	1.2025	0.1801	0.82	0.6893	2.2653	0.3043
0.33	0.2260	1.2239	0.1848	0.83	0.6969	2.2916	0.3041
0.34	0.2355	1.2451	0.1891	0.84	0.7043	2.3186	0.3038
0.35	0.2450	1.2661	0.1935	0.85	0.7115	2.3462	0.3033
0.36	0.2546	1.2870	0.1978	0.86	0.7186	2.3746	0.3026
0.37	0.2642	1.3078	0.2020	0.87	0.7254	2.4038	0.3017
0.38	0.2739	1.3284	0.2061	0.88	0.7320	2.4341	0.3008
0.39	0.2836	1.3490	0.2102	0.89	0.7384	2.4655	0.2996
0.40	0.2934	1.3694	0.2142	0.90	0.7445	2.4981	0.2980
0.41	0.3032	1.3898	0.2181	0.91	0.7504	2.5322	0.2963
0.42	0.3130	1.4101	0.2220	0.92	0.7560	2.5681	0.2944
0.43	0.3229	1.4303	0.2252	0.93	0.7612	2.6021	0.2922
0.44	0.3328	1.4505	0.2294	0.94	0.7662	2.6467	0.2896
0.45	0.3428	1.4706	0.2331	0.95	0.7707	2.6906	0.2864
0.46	0.3527	1.4907	0.2366	0.96	0.7749	2.7389	0.2830
0.47	0.3627	1.5108	0.2400	0.97	0.7785	2.7934	0.2787
0.48	0.3727	1.5308	0.2434	0.98	0.7816	2.8578	0.2735
0.49	0.3827	1.5508	0.2467	0.99	0.7841	2.9412	0.2665
0.50	0.3927	1.5708	0.2500	1.00	0.7854	3.1416	0.2500

Y: Profundidad de flujo
do: Diámetro del conducto
A: Área mojada sección transversal
P: Perímetro mojado
R: Radio hidráulico

Con relación al espacio, el flujo se clasifica como:

- Flujo Uniforme

Corresponde a aquel flujo donde la profundidad (y) permanece constante a lo largo de un tramo L de canal en consideración; es decir

$$\frac{\partial y}{\partial L} = 0$$

- Flujo No-Uniforme o Variado

Corresponde a aquel flujo donde la profundidad (y) varía a lo largo de un tramo L de canal bajo consideración; es decir,

$$\frac{\partial y}{\partial L} \neq 0$$

Cuando el tramo L en consideración es suficientemente grande lo cual hace que la variación en la profundidad de flujo (y) sea imperceptible, el flujo se denomina Gradualmente Variado; y cuando el cambio en la profundidad de flujo (y) toma lugar en un tramo L relativamente corto, el flujo se denomina Rápidamente Variado.

La Fig.1.4 ilustra algunos ejemplos de tipos de flujo en canales.

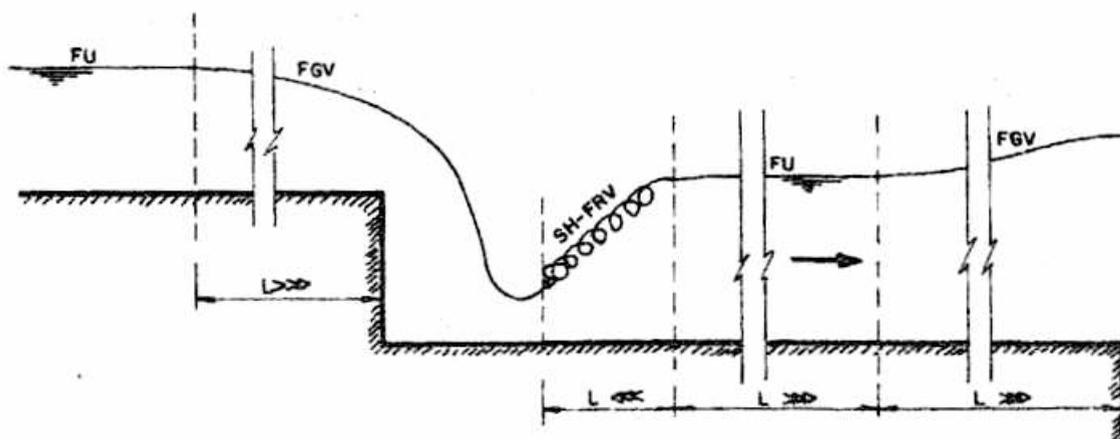


FIG.1.4 Tipos de flujo en un canal: FU = flujo uniforme, FGV = Flujo gradualmente variado, FRV = Flujo rápidamente variado, SH = Salto hidráulico, L = Longitud de tramo.

1.4.2 Regimen de Flujo

Está determinado fundamentalmente por la relación de las fuerzas de viscosidad y gravitacional con respecto a las fuerzas de inercia.

El efecto de viscosidad se mide a través del parámetro adimensional conocido como Número de Reynold's (R_R), el cual relaciona las fuerzas de inercia y de viscosidad y se expresa como

$$R_R = \frac{VR}{\nu} \quad (1-6)$$

en donde:

V: velocidad media de flujo (m/s)

R: radio hidráulico (m)

ν : viscosidad cinemática (m^2/s)

Dependiendo del valor del R_R , el flujo en canales se clasifica como:

- Flujo Laminar

Corresponde al flujo con valores de $R_R < 500$ y presenta la característica de que las partículas de fluido se desplazan de una forma ordenada, describiendo trayectorias definidas y constituyendo como láminas que se desplazan unas sobre otras.

El efecto de viscosidad mantiene el ordenamiento entre las partículas y contrarresta cualquier efecto que pueda crear turbulencia en el flujo.

- Flujo Turbulento

Corresponde al flujo con valores de $R_R > 2000$ y presenta la característica de que las partículas del fluido se desplazan de una forma desordenada e irregular; en este tipo de flujo las fuerzas de inercia predominan sobre las fuerzas viscosas.

- Flujo de Transición

Corresponde al flujo con valores de R_R comprendidas entre 500 y 2000 ($500 \leq R_R \leq 2000$) y presenta características intermedias de flujo laminar y turbulento.

En la práctica, el flujo en un canal se presenta en condiciones de flujo turbulento.

El efecto de la gravedad se mide a través del parámetro adimensional conocido como Número de Froude (F_R), el cual relaciona las fuerzas de inercia y la gravitacional; y se expresa como:

$$F_R = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad (1-7)$$

en donde:

V: velocidad media de flujo (m/s)
 g: aceleración de la gravedad (m/s²)
 D: profundidad hidráulica (m)

Dependiendo del valor del F_R con respecto a la unidad, el flujo en canales se clasifica como:

- Flujo Crítico

Corresponde al flujo con un valor de F_R igual a la unidad ($F_R = 1$)

- Flujo Subcrítico

Corresponde al flujo con un valor de F_R menor que la unidad ($F_R < 1$). Tiene las características de ser un flujo tranquilo; su profundidad de flujo es mayor que la del flujo crítico y su velocidad de flujo menor que la del flujo crítico.

- Flujo Supercrítico

Corresponde al flujo con un valor de F_R mayor que la unidad ($F_R > 1$). Tiene las características de ser un flujo rápido; su profundidad de flujo es menor que la del flujo crítico y su velocidad de flujo mayor que la del flujo crítico.

El efecto combinado de las fuerzas de viscosidad y gravitacional, determinan el régimen de flujo.

1.5 DISTRIBUCION DE VELOCIDADES EN UN CANAL

Debido a la presencia de una superficie libre (por acción de la presión atmosférica) y a la resistencia al flujo que ofrece el contorno de las paredes del canal, la distribución de velocidades a lo largo de una vertical en la sección transversal de un canal no es uniforme.

El patrón de distribución de velocidades es función de la forma geométrica de la sección transversal, la naturaleza de las paredes que constituyen el contorno del canal y del alineamiento del mismo.

En general, se encuentra que la máxima velocidad de flujo en la vertical de una sección transversal, se presenta a una profundidad comprendida entre 5% y el 25% de la profundidad de flujo y la velocidad media se presenta al 60% de la misma. La Fig.1.5 ilustra algunos patrones de distribución de velocidades para varias formas de secciones transversales.

Algunos cálculos que involucran el parámetro velocidad de flujo son afectados por la existencia de un patrón de distribución no-uniforme de velocidades; tal es el caso del cálculo de la energía que corresponde a la carga de velocidad ($V^2/2g$), el cual generalmente se calcula con la velocidad media de flujo resultando un valor menor que el real; siendo necesario utilizar un coeficiente α llamado Coeficiente de Energía ó de

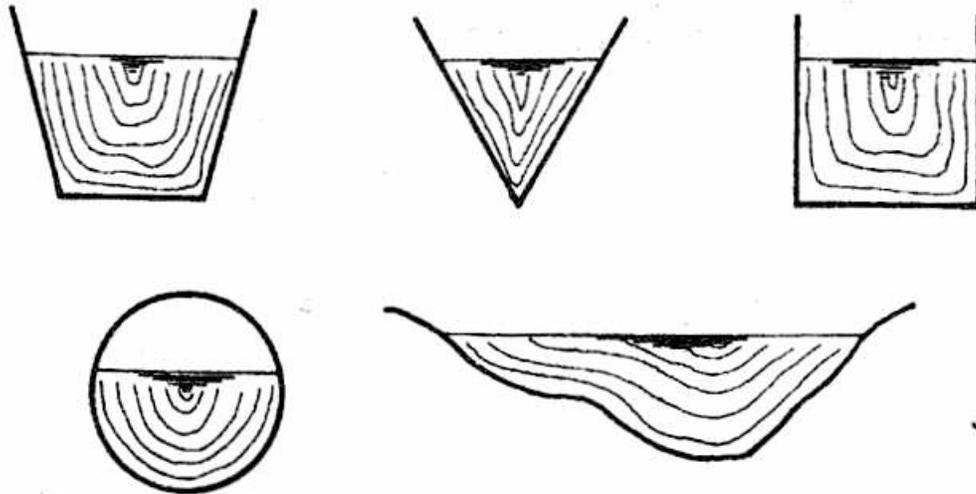


FIG.1.5 Curvas de igual velocidad en secciones transversales de diferentes formas geométricas.

Coriolis. En general, el valor del coeficiente de energía o de Coriolis varía en un rango entre 1.03 y 1.36 para canales de alineamiento recto y sección transversal y pendiente de fondo constantes; correspondiendo los valores bajos (próximos a la unidad) a canales de considerable tamaño y valores altos a canales relativamente pequeños.

De igual forma, el cálculo del momentum de la masa de fluido que pasa por la sección transversal de un canal es afectado por la distribución no-uniforme de velocidades; siendo necesario utilizar un coeficiente β llamado Coeficiente de Momentum o Coeficiente de Boussinesq. En general, el valor de este coeficiente oscila en un rango entre 1.01 y 1.12 para canales de alineamiento recto y de sección transversal y pendiente de fondo constantes.

Para propósitos prácticos, para canales de alineamiento recto y sección transversal definida, el efecto de la distribución no-uniforme de velocidades en el cálculo de la carga de velocidad y el momentum, puede despreciarse y asumirse valores de los coeficiente α y β iguales a la unidad.

Sin embargo, para secciones transversales complejas o en inmediaciones de estructuras como vertederos, obstrucciones o alineamiento irregular, se hace necesario calcular los valores de los coeficientes α y β .

Los coeficientes α y β pueden calcularse mediante el procedimiento que a continuación se ilustra

La Fig.1.6 ilustra la sección transversal de un canal y en ella se reconocen los siguientes elementos:

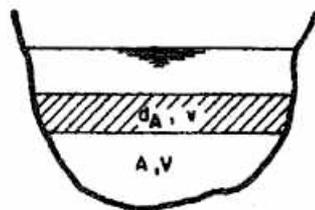


FIG.1.6 Sección transversal de un canal

dA : diferencial de área

A : Área de la sección transversal de flujo

v : Velocidad de flujo en la diferencial de área dA

V : Velocidad media de flujo

Peso del agua por unidad de tiempo que pasa por el diferencial de área dA con una velocidad de flujo v :

$$\gamma v dA$$

Masa de fluido que pasa por el diferencial de área dA en la unidad de tiempo:

$$\frac{\gamma}{g} v dA$$

Energía cinética correspondiente a esta masa de fluido:

$$\frac{\gamma v dA}{g} \frac{v^2}{2} = \frac{v^3 dA \gamma}{2g}$$

La integral de los diferenciales de energía cinética será igual a la energía cinética calculada en términos de la velocidad media de flujo V afectada por el coeficiente α ; es decir:

$$\frac{\alpha \gamma V^3 A}{2g} = \int \frac{\gamma v^3}{2g} dA$$

Despejando α :

$$\alpha = \frac{\int v^3 dA}{V^3 A}$$

(1-8)

El momentum de la masa de fluido que pasa en la unidad de tiempo por el diferencial de área dA es:

$$\frac{\gamma}{g} v dA v = \frac{\gamma v^2 dA}{g}$$

La integral de los diferenciales de momentum será igual al momentum de la masa total de fluido calculado en términos de la velocidad media de flujo V afectada por el coeficiente β ; es decir:

$$\beta \frac{\gamma}{g} V^2 A = \int \frac{\gamma v^2 dA}{g}$$

Despejando β :

$$\beta = \frac{\int v^2 dA}{A V^2} \quad (1-9)$$

O'BRIEN y JOHNSON sugirieron una solución gráfica a las ecuaciones 1-8 y 1-9; la cual consiste en:

- Construir para una sección transversal dada, curvas que unan puntos de igual velocidad de flujo; es decir, curvas isotacas.

- Determinar el área ΔA encerrada por cada curva isotaca.

- Construir los gráficos $v-\Delta A$, $v^2-\Delta A$ y $v^3-\Delta A$ y determinar las correspondientes áreas bajo las curvas.

- Así, el área bajo la curva $v^2-\Delta A$ será el valor de la integral:

$\int v^2 dA$; el área bajo la curva $v^3-\Delta A$ será el valor de la integral:

$\int v^3 dA$ y el área bajo la curva $v-\Delta A$ dividida por el área total A de la sección transversal dará la velocidad media de flujo V ; obteniéndose de esta manera la solución a las ecuaciones para α y β

1.6 DISTRIBUCION DE PRESIONES EN UN CANAL

El patrón de distribución de presiones en la sección transversal de un canal es afectado por la pendiente de fondo del canal (S_o) y la curvatura de las líneas de corriente.

1.6.1 Efecto de la Pendiente de Fondo (S_o)

Con referencia a la Fig.1.7, se tiene:

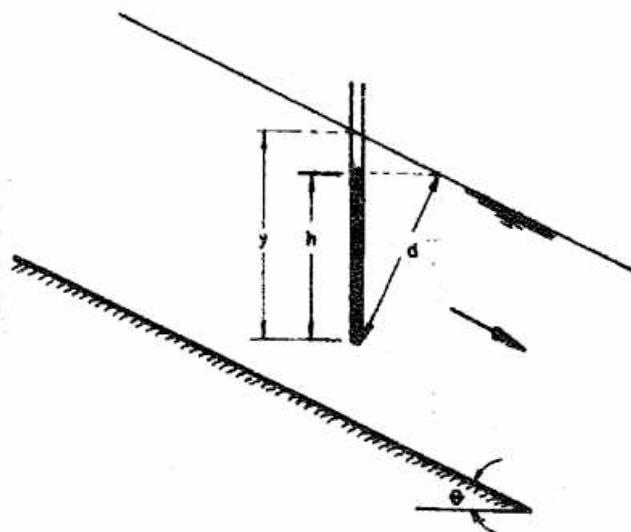


FIG.1.7 Presión en un canal de pendiente de fondo pronunciada

- A: Punto a considerarse para efectos de presión
 y: Profundidad del punto A medida en forma vertical desde la superficie libre.
 d: Profundidad del punto A medida a lo largo del plano que contiene la sección transversal normal a la dirección de flujo.
 θ : Ángulo de inclinación del fondo del canal y que determina la pendiente (S_0) de fondo del canal.

La altura h que alcanza el agua en el tubo piezométrico instalado en el punto A, representa la altura de presión del mencionado punto y es igual a:

$$h = d \cos \theta = y \cos^2 \theta \quad (1-10)$$

Es decir, la presión en un punto localizado a una profundidad (y) en una sección transversal de un canal es igual a la profundidad (y) multiplicada por un factor de corrección ($\cos^2 \theta$) por efecto de la inclinación del fondo del canal.

Para canales con ángulos pequeños ($\theta < 6^\circ$) de inclinación de fondo, el factor de corrección puede asumirse igual a la unidad ($\cos^2 \theta = 1$) y por lo tanto, la altura de presión se asume igual a la profundidad (y) del punto en consideración.

1.6.2 Efecto de la Curvatura de las Líneas de Corriente

Según la dirección de las líneas de corriente el flujo en un canal puede ser paralelo o curvilíneo; siendo este último cóncavo o convexo.

Con referencia a la Fig.1.8, se tiene:

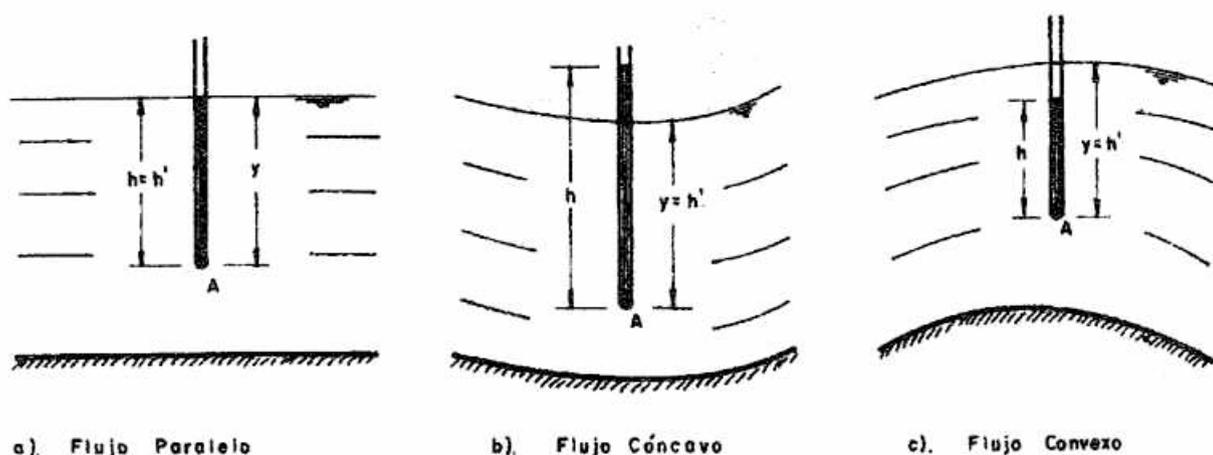


FIG.1.8 Efecto de la curvatura de líneas de corriente en la distribución de presiones.

A: Punto bajo consideración.

y: Profundidad del punto A medida como la distancia vertical desde la superficie libre.

h: Altura piezométrica, definida como la altura que alcanza el agua en el piezómetro instalado.

En un flujo paralelo (Fig.1.8a), la altura que alcanza el agua en el piezómetro es igual a la profundidad (y) del punto en consideración; quiere esto decir que la presión en el punto A es directamente proporcional a la profundidad (y) existiendo una relación lineal entre la profundidad y la presión; siendo la presión en A igual a la presión hidrostática; por lo tanto, en un flujo paralelo la distribución de la presión es Hidrostática.

En el flujo paralelo se presenta este tipo de distribución de presión porque los filamentos o líneas de corriente no presentan divergencia y curvaturas pronunciadas.

El flujo uniforme presenta este comportamiento en sus líneas de corriente y por lo tanto se le considera como un flujo paralelo y su distribución de presión es de tipo Hidrostático.

El flujo gradualmente variado puede considerarse como un flujo paralelo y dado que el cambio en la profundidad de flujo se lleva a cabo de una manera imperceptible, los efectos de divergencia y curvatura de las líneas de corriente pueden despreciarse.

En conclusión, los flujos uniforme y gradualmente variado se consideran como flujos paralelos y por lo tanto la distribución de presiones en una sección transversal es Hidrostática.

En un flujo curvilíneo la presión en un punto A, representada por la altura piezométrica, difiere de la altura correspondiente a la presión hidrostática debido al efecto pronunciado de la curvatura y divergencia de las líneas de corriente.

En el flujo curvilíneo cóncavo (Fig.1.8b) la presión en el punto A representada por la altura piezométrica h , es mayor que la correspondiente presión hidrostática representada por la altura h' , debido a que la fuerza centrífuga a que se encuentra sometida la masa de fluido refuerza el efecto de la fuerza gravitacional. Caso contrario ocurre en el flujo curvilíneo convexo (Fig.1.8c).

En general, se dice que la altura de presión (h) para un punto A localizado a una profundidad (y), se expresa mediante $h = \alpha' y$; donde α' constituye el factor de corrección de presión por efecto de curvatura de las líneas de corriente. Este factor de corrección (α') es igual a la unidad para flujo paralelo (flujo uniforme y flujo gradualmente variado), menor que la unidad para flujo convexo y mayor que la unidad para flujo cóncavo.

1.7 MEDICION DE CAUDALES POR VELOCIDAD

Cuando se establece un flujo en un canal es necesario instalar medidores de caudal (aforadores) con el fin de tener un control y manejo eficiente del flujo. Variadas son las estructuras y mecanismos diseñados para tal fin; desde las estructuras fijas (vertederos, canaletas, etc) hasta los trazadores que utilizan colorantes.

Existen mecanismos que tienen en cuenta la distribución no uniforme de velocidades de que se trató en el punto 1.5; ejemplo de ellos son los métodos de velocidad superficial (V_s) y aforo por molinete.

1.7.1 Velocidad Superficial

Es un método poco aproximado para la determinación del caudal y solo se utiliza cuando no se dispone de mecanismos e instrumentos precisos para determinar con alto grado de exactitud la magnitud del caudal.

Consiste en seleccionar un tramo de longitud L (10-15 m), alineamiento recto y de sección transversal de forma mas o menos constante y de fácil determinación.

Posteriormente se toma el tiempo (t) en que se demora un flotador (corcho) en recorrer la longitud L ; la relación entre la longitud y el tiempo (L/t) da como resultado la velocidad superficial (V_s) de la corriente.

Con la geometría de la sección transversal de flujo se determina el área (A) de la sección transversal. La velocidad media de flujo (V) se obtiene como el 75 - 80% de la velocidad superficial, teniendo en cuenta así la distribución no uniforme de velocidades.

Por lo tanto, el caudal Q es:

$$Q = A V$$

en donde:

$$V = (0.75 - 0.80) V_s$$

1.7.2 Aforo por Molinete

El molinete es un dispositivo compuesto por una parte estática (contrapeso) y una parte dinámica constituida por una serie de aspas o hélices montadas sobre un eje horizontal, las cuales se colocan paralelamente a las líneas de corriente y en dirección contraria al flujo.

Cuando el molinete se coloca en un punto de la sección transversal de flujo, el impacto de las líneas de corriente sobre la superficie de las aspas hace que éstas adquieran un movimiento de rotación y mediante un contador de revoluciones y un cronómetro se podrá determinar el número de revoluciones en un período de tiempo.

La velocidad de flujo en el punto de instalación del molinete es función del número de revoluciones por unidad de tiempo del molinete y de una constante propia del dispositivo; así, se puede determinar la velocidad puntual del flujo.

Este método es utilizado en ríos y canales y el procedimiento puede resumirse en los siguientes pasos:

- a. En un tramo de la conducción de alineamiento recto escoger una sección transversal de flujo (sección de medición) de contorno estable.
- b. El ancho de la sección transversal de flujo, escogida como sección de medición, se divide en tramos iguales de longitud C , y en cada tramo se mide la distancia vertical desde la superficie al fondo de la conducción (canal, río).
- c. Con el fin de tener en cuenta la distribución no uniforme de velocidades, se coloca el molinete en cada vertical al 20% y al 80% de la profundidad en la vertical y se registra en cada punto un número de revoluciones en un período de tiempo.
- d. Con la ecuación del molinete se determina en cada vertical, la velocidad de flujo al 20% de la profundidad ($V_{0.2}$) y al 80% de la profundidad ($V_{0.8}$).

Cuando no es posible colocar el molinete en los dos puntos mencionados anteriormente, se coloca al 60% de la profundidad en la vertical donde se asume que también se puede obtener la velocidad media.

e. Se calcula la velocidad promedio en cada vertical, como la semi-suma de las velocidades $V_{0.2}$ y $V_{0.8}$

f. Para el área ΔA comprendida entre dos verticales consecutivas, se

calcula la velocidad media como la semi-suma de las velocidades promedias de cada vertical.

El caudal ΔQ que circula por la franja de área ΔA se obtiene como

$$Q = \Delta A \times v_m$$

g. El procedimiento descrito en el punto f. se lleva a cabo en las demás franjas.

h. La sumatoria de los caudales ΔQ de las franjas dará como resultado el caudal total que circula por la sección transversal de flujo.

En la Fig.1.9 se esquematiza el procedimiento.

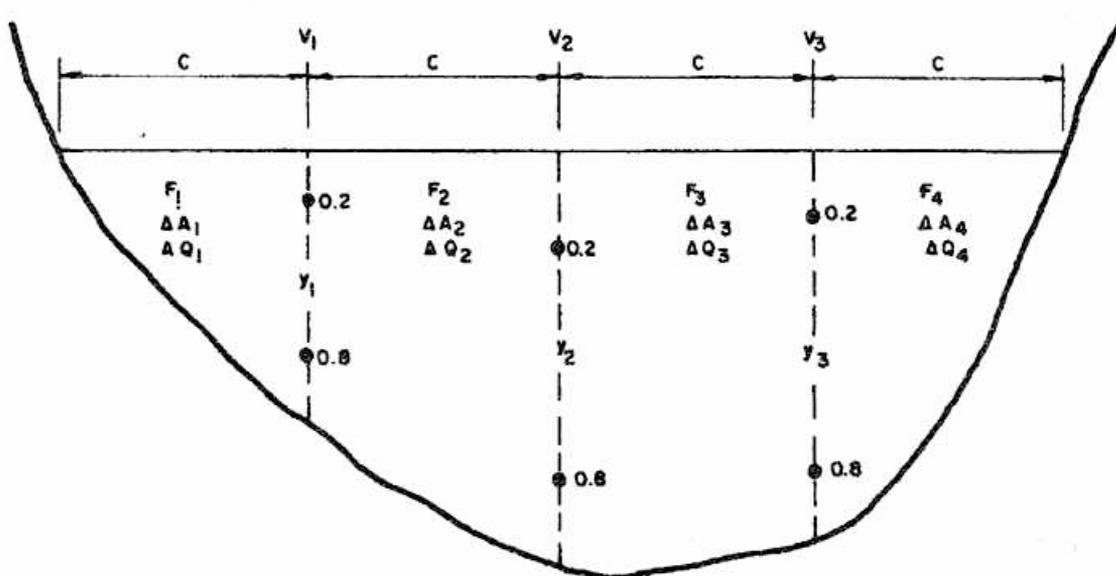


FIG.1.9 Aforo por molinete

Los términos involucrados en la Fig.1.9 son:

- c: Ancho de franja.
- y_1 : Profundidad de la vertical i.
- V_1 : Velocidad media de flujo en la vertical i.
- $V_1(0.2)$: Velocidad puntual en la vertical i al 20% de la profundidad.
- $V_1(0.8)$: Velocidad puntual en la vertical i al 80% de la profundidad.
- F_1 : Franja i
- V_{F_1} : Velocidad media en la franja i.
- ΔA_1 : Area de la franja i.
- ΔQ_1 : Caudal que circula por la franja i.
- Q: Caudal total que circula por la sección transversal del canal o río.
- V: Velocidad media de flujo en la sección transversal de medición.
- A: Area total de la sección transversal de medición.

Relaciones:

$$V_1 = \frac{V_{1(0.2)} + V_{1(0.8)}}{2}$$

$$V_2 = \frac{V_{2(0.2)} + V_{2(0.8)}}{2}$$

$$V_{F2} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$\Delta A_2 = \left[\frac{y_1 + y_2}{2} \right] c$$

$$\Delta Q_2 = \Delta A_2 \times V_{F2}$$

$$A = \sum_{i=1}^{i=n} (\Delta A_1), \quad n = \text{número de franjas}$$

$$Q = \sum_{i=1}^{i=n} (\Delta Q_1 \times \Delta A_1), \quad n = \text{número de franjas}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\Delta Q_1 \times \Delta A_1)}{\sum_{i=1}^{i=n} (\Delta A_1)}$$

1.8 EJEMPLOS DE APLICACION

Ejemplo 1-1

Un canal de sección trapezoidal ($z = 1$), plantilla $b = 2$ m, transporta un caudal $Q = 4$ m³/s con una profundidad de flujo $y = 1.5$ m. Calcular los elementos geométricos e hidráulicos del flujo en la sección transversal.

Solución

- Area de flujo: $A = by + z y^2$

$$A = (2) (1.5) + (1) (1.5)^2$$

$$A = 5.25 \text{ m}^2$$

- Perímetro Mojado: $P = b + 2y \sqrt{(1 + z^2)}$

$$P = 2 + 2(1.5) \sqrt{(1 + 1^2)}$$

$$P = 6.24 \text{ m}$$

- Radio Hidráulico: $R = \frac{A}{P}$

$$R = \frac{5.25 \text{ m}^2}{6.24 \text{ m}}$$

$$R = 0.84 \text{ m}$$

- Ancho Superior: $T = b + 2 zy$

$$T = 2 + 2 (1) (1.5)$$

$$T = 5 \text{ m}$$

- Profundidad Hidráulica: $D = \frac{A}{T}$

$$D = \frac{5.25 \text{ m}^2}{5 \text{ m}}$$

$$D = 1.05 \text{ m}$$

- Velocidad de flujo: $V = \frac{Q}{A}$

$$V = \frac{4 \text{ m}^3/\text{s}}{5.25 \text{ m}^2}$$

$$V = 0.762 \text{ m/s}$$

$$\text{Número de Froude: } Fr = \frac{V}{\sqrt{g D}}$$

$$Fr = \frac{0.762 \text{ m/s}}{\sqrt{g \times 1.05 \text{ m}}}$$

$$Fr = 0.24 \text{ (flujo subcrítico)}$$

Ejemplo 1-2

Un canal de sección rectangular ($z = 0$), plantilla b , transporta un caudal Q con una profundidad de flujo $y = 0.12 \text{ m}$. Sobre la vertical central de la sección transversal de flujo se han llevado a cabo mediciones de velocidad desde el fondo del canal hasta la superficie libre; obteniéndose los siguientes datos:

$X \text{ (m)}$	0	0.003	0.010	0.015	0.020	0.040	0.060	0.080	0.10	0.12
$v \text{ (m/s)}$	0	1.25	1.75	2.05	2.20	2.55	2.75	2.85	2.90	3.00

Determinar los valores de los factores de corrección para la velocidad α y β .

Solución

Según la ecuación 1-8 la expresión para α es:

$$\alpha = \frac{\int v^3 dA}{V^3 A}$$

Para el caso específico de la sección transversal de flujo de forma rectangular, se tiene:

$$dA = b dy$$

$$A = b y$$

Por lo tanto, la ecuación para α es:

$$\alpha = \frac{\int v^3 b dy}{V^3 b y} = \frac{\int v^3 dy}{V^3 y}$$

Según la ecuación 1-9 la expresión para β es:

$$\beta = \frac{\int v^2 dA}{V^2 A}$$

Para la sección transversal de forma rectangular la ecuación para β es:

$$\beta = \frac{\int v^2 b dy}{V^2 b y} = \frac{\int v^2 dy}{V^2 y}$$

Por otro lado, la expresión para el caudal Q que circula por la sección transversal de forma rectangular es:

$$Q = VA = \int dQ = \int v dA = \int v b dy$$

$$Q = V b y = \int v b dy$$

$$q = V y = \int v dy$$

La evaluación de las integrales $\int v dy$, $\int v^2 dy$, $\int v^3 dy$ se lleva a cabo mediante el cálculo del área bajo la curva de las gráficas de $y-v$, $y-v^2$, $y-v^3$, respectivamente (Fig.1.10).

Las correspondientes áreas son:

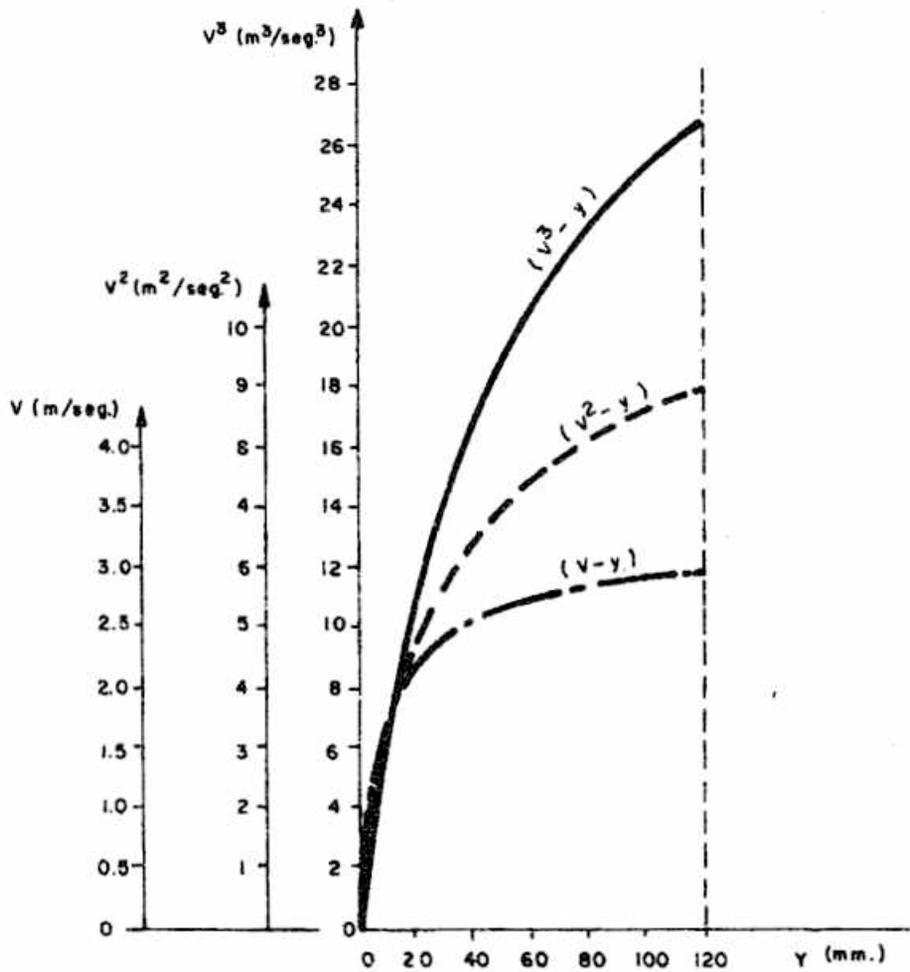
$$\int v dy = 0.3032 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\int v^2 dy = 0.811 \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$\int v^3 dy = 2.20 \text{ m}^4/\text{s}^3$$

Por lo tanto, la velocidad media de flujo V , es:

$$V = \frac{\int v dy}{y} = \frac{0.3032 \text{ m}^2/\text{s}}{0.12 \text{ m}} = 2.53 \text{ m/s}$$

FIG.1.10 Curvas y - (v, v^2, v^3)

El valor de β es:

$$\beta = \frac{\int v^2 dy}{V y} = \frac{0.811 \text{ m}^3/\text{s}^2}{(2.53 \text{ m/s})^2 \times 0.12 \text{ m}} = 1.06$$

El valor de α es:

$$\alpha = \frac{\int v^3 dy}{V^3 y} = \frac{2.20 \text{ m}^4/\text{s}^3}{(2.53 \text{ m/s})^3 \times 0.12 \text{ m}} = 1.132$$

Ejemplo 1-3

En un canal de sección rectangular ($z = 0$) la velocidad de flujo en un punto de una vertical esta dada por la expresión:

$$v = 0.5 + 0.8 \frac{y}{y'}$$

en donde:

v : Velocidad en un punto de una vertical.

y : Distancia desde el fondo del canal al punto en consideración de velocidad v .

y' : Profundidad de flujo total en la sección en consideración.

Calcular el valor de los factores de corrección de velocidad α , β para una profundidad de flujo total $y' = 1.2$ m.

Solución

Para la profundidad de flujo $y' = 1.2$ m la expresión para la velocidad en cualquier punto de una vertical es:

$$v = 0.5 + 0.8 \frac{y}{1.2}$$

$$v = 0.5 + 0.67 y$$

En el ejemplo anterior se mostró que:

$$q = V y' = \int v dy$$

Por lo tanto, la velocidad media de flujo es:

$$V = \frac{1}{y'} \int v dy = \frac{1}{1.2} \int_0^{1.2} (0.5 + 0.67 y) dy$$

Evalutando la integral se tiene que:

$$V = 0.898 \text{ m/s}$$

Para la sección rectangular la expresión para α es:

$$\alpha = \frac{\int v^3 dy}{V^3 y'} = \frac{\int_0^{1.2} (0.5 + 0.67y)^3 dy}{(0.898 \text{ m/s})^3 \times 1.2 \text{ m}}$$

Evalutando la integral se tiene que:

$$\alpha = 1.213$$

Para la sección rectangular la expresión para β es:

$$\beta = \frac{\int v^2 dy}{V^2 y} = \frac{\int_0^{1.2} (0.5 + 0.67y)^2 dy}{(0.898 \text{ m/s})^2 \times 1.2 \text{ m}}$$

Evalutando la integral se tiene que:

$$\beta = 1.074$$

Ejemplo 1-4

Un canal de sección rectangular ($z = 0$), transporta un caudal Q con una profundidad de flujo $y = 0.21 \text{ m}$ y una pendiente de fondo del 20%. Calcular la altura de presión sobre el fondo del canal.

Solución

La tangente del ángulo (θ) de inclinación del fondo del canal es:

$$\text{tg } \theta = S_0 = 20\% = 0.2$$

de donde:

$\theta = 11.31^\circ > 6^\circ$; por lo tanto, hay efecto de pendiente en la distribución de presiones.

La altura de presión sobre el fondo del canal es:

$$\frac{P}{\gamma} = y \cos^2 \theta = 0.21 \text{ m} (\cos. 11.31^\circ)^2 = 0.202 \text{ m}$$

Ejemplo 1-5

En un canal de sección rectangular ($z = 0$), plantilla $b = 1.2 \text{ m}$ y profundidad de flujo $y = 1.5 \text{ m}$, se ha efectuado un aforo por velocidad superficial con los siguientes resultados:

- Longitud del tramo $L = 15 \text{ m}$
- Tiempo de recorrido del flotador $t = 20 \text{ s}$

Calcular el caudal de flujo

Solución

$$\text{Velocidad superficial } V_s = \frac{L}{t} = \frac{15 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 0.75 \text{ m/s}$$

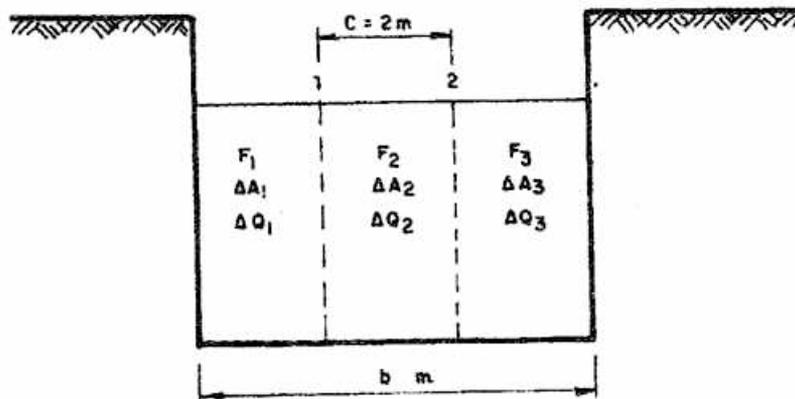
$$\text{Velocidad media de flujo } V = 0.80 \times 0.75 \text{ m/s} = 0.6 \text{ m/s}$$

$$\text{Area de flujo } A = by = 1.2 \text{ m} \times 1.5 \text{ m} = 1.8 \text{ m}^2$$

$$\text{Caudal } Q = V A = 0.6 \text{ m/s} \times 1.8 \text{ m}^2 = 1.08 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ejemplo 1-6

En un canal de sección rectangular ($z = 0$), plantilla $b = 6 \text{ m}$ y profundidad de flujo $y = 2 \text{ m}$, se ha efectuado un aforo por molinete con los siguientes resultados:



Vertical	Profundidad	Revoluciones	Tiempo
1	20%	40	30
	80%	60	40
2	20%	45	40
	80%	70	60

Determinar el caudal de flujo si la ecuación del molinete es:

$$V = 0.13 + 0.2 n$$

en donde:

V: Velocidad en m/s.

n: Número de revoluciones por minuto.

Solución

Los resultados se presentan en la tabla siguiente:

Vertical	Profundidad	n	V (m/s)
1	20%	1.33	0.40
	80%	1.5	0.43
2	20%	1.125	0.36
	80%	1.17	0.363

Franja 1: F_1

$$A_1 = 2 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 4 \text{ m}^2$$

$$V_1 = \frac{V_{1(0.2)} + V_{1(0.8)}}{2} = \frac{0.40 + 0.43}{2} = 0.415 \text{ m/s}$$

$$VF_1 = \frac{V_0 + V_1}{2} = \frac{0 + 0.415}{2} = 0.208 \text{ m/s}$$

$$Q_1 = VF_1 \times A_1 = 0.208 \text{ m/s} \times 4 \text{ m}^2 = 0.832 \text{ m}^3/\text{s}$$

Franja 2: F_2

$$A_2 = 2 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 4 \text{ m}^2$$

$$V_2 = \frac{V_{2(0.2)} + V_{2(0.8)}}{2} = \frac{0.36 + 0.363}{2} = 0.3615 \text{ m/s}$$

$$VF_2 = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{0.415 + 0.3615}{2} = 0.39 \text{ m/s}$$

$$Q_2 = VF_2 \times A_2 = 0.39 \text{ m/s} \times 4 \text{ m}^2 = 0.606 \text{ m}^3/\text{s}$$

Franja 3: F_3

$$A_3 = 2 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 4 \text{ m}^2$$

$$VF_3 = \frac{V_2 + 0}{2} = \frac{0.3615 + 0}{2} = 0.181 \text{ m/s}$$

$$Q_3 = V F_3 \times A_3 = 0.181 \text{ m/s} \times 4 \text{ m}^2 = 0.724 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0.832 + 0.606 + 0.724 = 2.162 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 3 \times 4 \text{ m}^2 = 12 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{2.162 \text{ m}^3/\text{s}}{12 \text{ m}^2} = 0.18 \text{ m/s}$$

1.9 PROBLEMAS PARA RESOLVER

- Un canal de sección trapezoidal ($z = 1.5$), plantilla $b = 1.2 \text{ m}$, pendiente de fondo $S_o = 0.10\%$, transporta un caudal $Q = 2.5 \text{ m}^3/\text{s}$. Durante un período considerable de tiempo, las profundidades de flujo (y_1, y_2) entre dos secciones transversales distanciadas 100 m son $1.5 \text{ y } 2 \text{ m}$ respectivamente.
 - En cada una de las secciones transversales determinar los elementos geométricos e hidráulicos del flujo.
 - Asumiendo una temperatura del fluido a 20°C , clasificar el flujo en el canal en cuanto a si es: permanente - no permanente, uniforme variado, laminar - turbulento, subsuper-crítico. Explique la respuesta.
- Un conducto de sección circular y de un diámetro de 1.8 m transporta un caudal $Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}$ con una profundidad de flujo de 1.2 m . Determinar los elementos geométricos e hidráulicos de la sección transversal de flujo.
- En un canal de sección rectangular y de profundidad $y = 3 \text{ m}$, la distribución de velocidades está dada por la expresión $v = 1 + 2(y/y)^*$; en donde "y" es la profundidad de flujo y "x" es la distancia vertical desde el fondo del canal. Calcular los factores de corrección α y β .
- En un canal de sección trapezoidal ($z = 1$), plantilla $b = 1.2 \text{ m}$ y profundidad de flujo $y = 1.5 \text{ m}$ se ha llevado una prueba de aforo por velocidad superficial. Si el tramo escogido para el aforo es de 20 m y el tiempo de recorrido del flotador fue de 10.2 s . Calcular el caudal Q que circula por el canal.
- En un canal de sección trapezoidal ($z = 1$), plantilla $b = 3 \text{ m}$ y profundidad de flujo $y = 1.5 \text{ m}$ se ha llevado a cabo un aforo por molinete. Las franjas en que se ha dividido la sección transversal de flujo tienen un ancho $c = 1.5 \text{ m}$; obteniendo por lo tanto, dos franjas extremas de forma triangular y dos centrales de forma cuadrada.

Los datos obtenidos en el aforo son:

Vertical	Profundidad	Revoluciones	Tiempo
1	20%	60	40.5
	80%	90	75.2
2	20%	100	50.2
	80%	110	90.2
3	20%	30	20
	80%	45	38.5

Calcular el caudal que circula por el canal si la ecuación del molinete es de forma:

$$V = 0.26 + 0.08 n$$

V: Velocidad de flujo en m/s

n: Revoluciones por segundo

FLUJO CRITICO

2.1 CONCEPTO ENERGIA ESPECIFICA

Se define la energía específica E como la energía de la sección transversal de un canal calculada tomando como plano de referencia el fondo o solera del canal.

Para una sección transversal en consideración, la energía específica (E) se calcula mediante la expresión:

$$E = \alpha' \cos^2 \theta Y + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (2-1)$$

en donde:

E : Energía específica por unidad de peso (m)

Y : Energía de presión por unidad de peso (m), representada por la profundidad de flujo del punto en consideración.

$\frac{v^2}{2g}$: Energía cinética por unidad de peso (m)

α' : Factor de corrección de presión por efecto de curvatura de las líneas de corriente.

$\cos^2 \theta$: Factor de corrección de presión por efecto de inclinación del fondo del canal.

α : Coeficiente de energía o de coriolis.

Si se considera un flujo paralelo (uniforme o gradualmente variado) y un tramo L de canal con un ángulo de inclinación de fondo pequeño ($\theta < 6^\circ$), sección transversal y pendiente de fondo constantes; los factores de corrección (α' , $\cos^2 \theta$, α) pueden asumirse iguales a la unidad; para estas condiciones la ecuación (2-1) se convierte en:

$$E = Y + \frac{v^2}{2g} \quad (2-2)$$

Reemplazando la velocidad media de flujo V en términos del caudal Q , la ecuación (2-2) se expresa como:

$$E = Y + \frac{Q^2}{2g A^2} \quad (2-3)$$

Para un canal de sección transversal dada, la ecuación (2-3) puede analizarse desde dos puntos de vista, así:

2.1.1 Considerando un caudal Q constante, la energía específica E es función únicamente de la profundidad de flujo (Y); es decir, $E = f(Y)$.

Para diferentes valores de profundidades de flujo (Y) se obtiene mediante la ecuación (2-3) los respectivos valores de energía específica (E), obteniéndose la curva ACA' de la Fig.2.1, para la cual en el eje horizontal se encuentran los valores de energía específica (E) y en el vertical los valores de profundidad de flujo (Y).

La curva de la Fig.2.1 presenta las siguientes características:

- La rama superior AC es asintótica a una línea recta que pasa por el origen (O) y que forma un ángulo de 45° con el eje horizontal.

- La rama inferior CA' es asintótica al eje horizontal.

- Para un mismo contenido de energía específica, por ejemplo E_1 ; la curva ACA' es interceptada en dos puntos: 1-2, para los cuales sus respectivas profundidades de flujo son Y_1, Y_2 ; profundidades estas que reciben el nombre de profundidades ALTERNAS.

- La curva ACA' presenta un punto C en el cual el caudal Q circula por el canal con un contenido mínimo de energía específica (E_{min}) y con una única profundidad de flujo, denominada profundidad CRITICA (Y_c); el flujo en esta condición se denomina FLUJO CRITICO.

- Para un caudal Q_1 constante mayor que Q , la curva $BC'B'$ representa la relación $E - Y$.

Para un caudal Q_2 constante menor que Q , la curva correspondiente a la relación $E - Y$, se localiza entre la línea recta que pasa por el origen y la curva ACA' ($DC''D'$)

- Considerando que los puntos 1 - 2 presentan el mismo contenido de energía específica E_1 , las formas de energía (presión y cinética) para estos puntos difieren ampliamente según se concluye del siguiente análisis.

En la Fig.2.1, sea L la longitud del eje horizontal que representa el contenido total de energía específica E_1 para los puntos 1 - 2.

Para el punto 1, la longitud L resulta de la suma de las longitudes L_1 y L_2 .

La longitud L_1 representa la energía de presión (Y_1) del punto 1 y es numéricamente igual a la profundidad de flujo Y_1 , pues se ha considerado que la distribución de presiones es Hidrostática dado de que el flujo es paralelo y que la inclinación del fondo del canal es muy pequeña; ésta es la razón por la cual la línea que pasa por el origen (O) en la Fig.2.1 forma un ángulo de 45° con la horizontal.

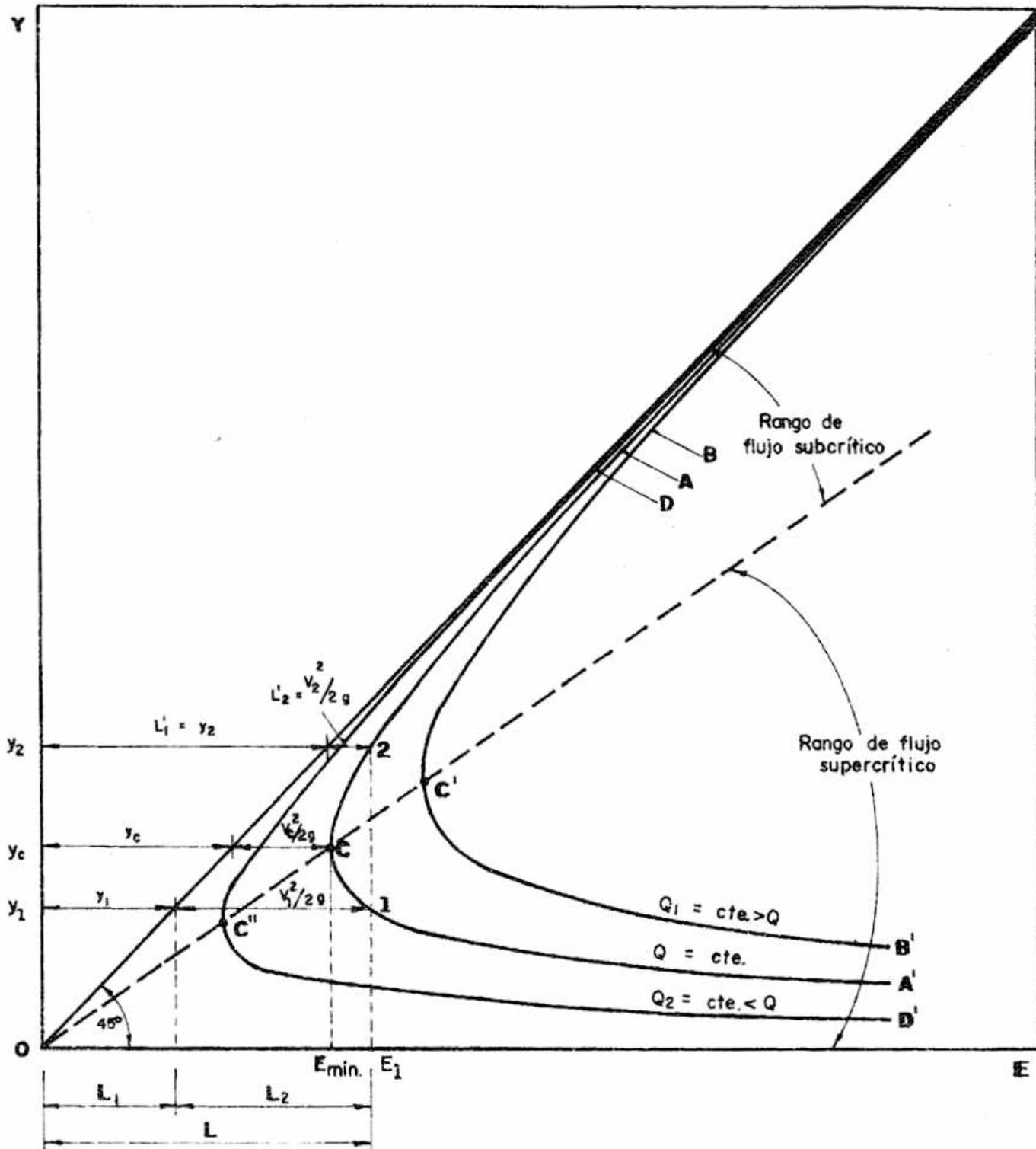


FIG.2.1 Curva de $E = f(y)$

La longitud L_2 representa la energía cinética ($V_1^2/2g$) que corresponde al punto 1.

Igual significado tienen las longitudes L'_1 y L'_2 correspondientes al punto 2.

Comparando las dos formas de energía específica correspondientes a los puntos 1 - 2, se observa que la energía de presión del punto 1 es menor que la correspondiente al punto 2 ($L_1 = Y_1 < L'_1 = Y_2$); y que la energía cinética del punto 1 es mayor que la correspondiente al punto 2 ($L_2 = V^2_1/2g > L'_2 = V^2_2/2g$).

Similarmente, los puntos contenidos en la rama CA' de la curva ACA' presenta un comportamiento de sus formas de energía semejante al del punto 1; es decir, son puntos en donde los flujos tienen lugar con una profundidad relativamente pequeña (menor que la profundidad crítica) y una velocidad relativamente alta (mayor que la velocidad crítica). Este tipo de flujo recibe el nombre de FLUJO SUPERCRITICO o FLUJO RAPIDO.

Por otro lado, los puntos contenidos en la rama CA de la curva ACA' presentan un comportamiento de sus formas de energía semejante al del punto 2; es decir, son puntos en donde los flujos tienen lugar con una profundidad relativamente grande (mayor que la profundidad crítica) y una velocidad relativamente baja (menor que la velocidad crítica). Este tipo de flujo recibe el nombre de FLUJO SUBCRITICO o FLUJO LENTO.

- El flujo crítico constituye el límite entre los flujos subcrítico - supercrítico y las respectivas velocidades y profundidades de flujo se relacionan de la siguiente manera:

$$Y \text{ (subcrítica)} > Y_c \text{ (crítica)} > Y \text{ (supercrítica)}$$

$$V \text{ (subcrítica)} < V_c \text{ (crítica)} < V \text{ (supercrítica)}$$

La condición de flujo crítico que debe satisfacer la sección transversal donde ocurre este tipo de flujo, se obtiene a partir de la condición que caracteriza este tipo de flujo; es decir, un caudal Q circula por un canal en condiciones de flujo crítico bajo un contenido mínimo de energía específica (E_{min}). Derivando con respecto a la profundidad de flujo la expresión para la energía específica, se tiene:

$$\frac{dE}{dY} = \frac{d}{dY} \left(Y + \frac{Q^2}{2g A^3} \right)$$

$$\frac{dE}{dY} = 1 - \frac{Q^2}{g A^3} \frac{dA}{dY} \quad (2-4)$$

Un incremento dY en la profundidad de flujo ocasiona un incremento dA igual a TdY, donde T es el ancho superior de la lámina de agua; por lo tanto la ecuación (2-4) se convierte en:

$$\frac{dE}{dY} = 1 - \frac{Q^2 T}{g A^3} \quad (2-5)$$

Igualando a cero la ecuación (2-5), simplificando y agrupando convenientemente los términos se tiene:

$$\frac{D}{2} = \frac{V^2}{2g} \quad (2-6)$$

La ecuación (2-6) define la condición que debe satisfacer una sección transversal en la cual ocurre un flujo crítico y los elementos de la sección involucrados en la ecuación se designan con el sub-índice C para indicar condiciones de flujo crítico.

La ecuación (2-6) puede expresarse convenientemente de la forma:

$$1 = \frac{V}{\sqrt{g D}} \quad (2-7)$$

El miembro de la derecha de la ecuación (2-7) define el parámetro adimensional NUMERO DE FROUDE (F_r); el cual relaciona las fuerzas de inercia y gravitacional; por lo tanto, se concluye que en el flujo crítico el $F_r = 1$. Fácilmente se deduce que para el flujo subcrítico el $F_r < 1$ y para el flujo supercrítico el $F_r > 1$.

2.1.2 Considerando un contenido de energía específica (E) constante, el caudal Q es función de la profundidad de flujo (Y); es decir, $Q = f(Y)$.

De la ecuación (2-3) la expresión para el caudal Q es:

$$Q = \sqrt{2g A^3 (E - Y)} \quad (2-8)$$

Para diferentes valores de profundidad de flujo (Y) se obtiene de la ecuación (2-8) los respectivos valores de caudal Q , obteniéndose la curva ACA' de la Fig.2.2; para la cual en el eje horizontal se encuentran los valores de caudal Q y en el vertical los valores de profundidad de flujo.

La curva de la Fig.2.2 presenta las siguientes características:

- Para un caudal Q_1 , la curva ACA' es interceptada en dos puntos: 1 - 2, para los cuales sus respectivas profundidades de flujo son Y_1 , Y_2 ; profundidades éstas denominadas en el párrafo anterior como profundidades alternas. La rama AC constituye el flujo bajo las condiciones subcríticas y la rama $A'C$ bajo condiciones de flujo supercrítico; flujos éstos comentados ampliamente en la sección 2.1.1

- La curva ACA' presenta para el punto C una condición de flujo para la cual el caudal es máximo (Q_{max}) y la profundidad de flujo es única; esta profundidad es la profundidad crítica (Y_c) y el punto C define el flujo crítico, el cual se mencionó anteriormente.

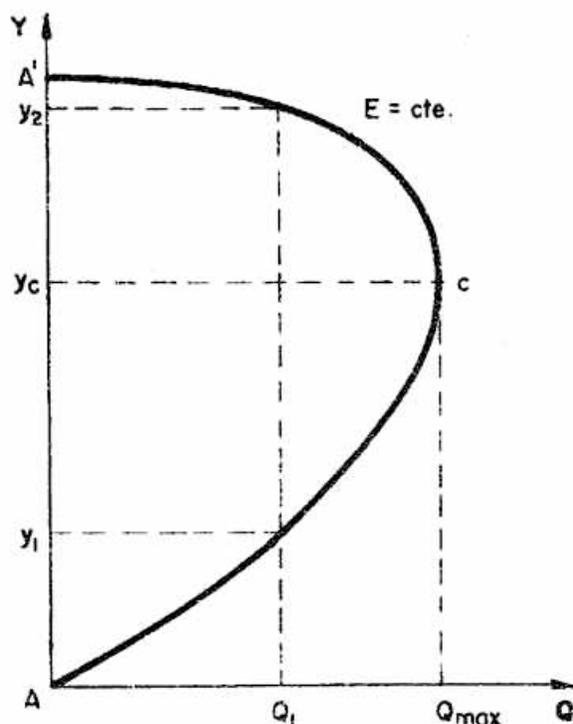


FIG.2.2 Curva de Q-Y, E = cte

La condición para la cual se presenta un Q_{\max} para una energía específica dada, se obtiene al derivar con respecto a la profundidad de flujo e igualar a cero la ecuación (2-8), así:

$$\frac{dQ}{dY} = \frac{(E-Y) 4g AT - 2g A^2}{\sqrt{2(E-Y) 2g A^2}} = 0$$

Simplificando y agrupando términos convenientemente, se tiene:

$$(E - Y) = \frac{D}{2} \quad (2-9)$$

Reemplazando la expresión (E-Y) de la ecuación (2-9) en la ecuación (2-8):

$$Q^2_{\max} = \frac{D}{2} 2g A^2 \quad (2-10)$$

Simplificando y agrupando términos convenientemente en la ecuación (2-10), se tiene:

$$\frac{D}{2} = \frac{V^2}{2g} \quad (2-11)$$

Quiere lo anterior decir, que para una energía específica dada el caudal es máximo cuando el flujo se encuentra en condiciones críticas.

2.2 ENERGIA ESPECIFICA EN UNA SECCION RECTANGULAR

Para un canal de sección rectangular dada plantilla b y profundidad de flujo Y , la ecuación de energía específica adquiere la forma:

$$E = Y + \frac{q^2}{2g Y^2} \quad (2-12)$$

en donde, q es el caudal por unidad de ancho ($q = \frac{Q}{b}$, $\frac{m^3/s}{m}$) que pasa por la sección transversal.

Haciendo la condición de flujo crítico (ecuación 2-6) específica a un canal de sección rectangular, se tiene:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{D}{2} = \frac{A}{2T} = \frac{b Y_c}{2b} = \frac{Y_c}{2}$$

es decir

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{Y_c}{2} \quad (2-13)$$

Reemplazando la ecuación (2-13) en la ecuación (2-2), para condición de flujo crítico:

$$E_{min} = Y_c + \frac{Y_c}{2}$$

es decir

$$E_{min} = \frac{3}{2} Y_c \quad (2-14)$$

O sea, que la energía específica mínima (E_{min}) para un caudal Q constante en un canal de sección rectangular es igual a 1.5 veces la profundidad crítica de flujo (Y_c).

En la ecuación (2-13), reemplazando la velocidad en términos del caudal y el área de flujo correspondiente a la condición crítica:

$$\frac{Q^2}{2g A^2} = \frac{Q^2}{2g b^2 Y_c^2} = \frac{q^2}{2g Y_c^2} = \frac{Y_c}{2}$$

Simplificando y despejando la profundidad crítica Y_c :

$$Y_c = \sqrt[3]{q^2/g} \quad (2-15)$$

La ecuación (2-12) puede expresarse en forma adimensional dividiendo la expresión por la profundidad crítica Y_c :

$$\frac{E}{Y_c} = \frac{Y}{Y_c} + \frac{q^2}{2g Y^2 Y_c}$$

Reemplazando q^2 en términos de la profundidad crítica, según la ecuación (2-15) y simplificando, se obtiene la expresión de energía específica adimensional, así:

$$\frac{E}{Y_c} = \frac{Y}{Y_c} + \frac{1}{2} \left[\frac{Y_c}{Y} \right]^2 \quad (2-16)$$

La ecuación (2-16) puede representarse mediante la curva de la Fig.2.3, curva ésta que es útil en el diseño de algunas estructuras hidráulicas.

De igual forma, la ecuación (2-8) específica a una sección rectangular, toma la forma:

$$Q^2 = 2g A^2 (E-Y) = 2g b^2 y^2 (E-Y)$$

dividiendo por b^2 :

$$q^2 = 2g Y^2 (E-Y) \quad (2-17)$$

La ecuación (2-17) puede expresarse en forma adimensional, dividiendo la expresión por q_{\max}^2 :

$$\left[\frac{q}{q_{\max}} \right]^2 = \frac{2g Y^2 (E-Y)}{q_{\max}^2}$$

Reemplazando E y q_{\max}^2 según las ecuaciones (2-14) y (2-15) respectivamente y simplificando:

$$(q/q_{\max})^2 = 2 (Y/Y_c)^2 \left(\frac{3}{2} - \frac{Y}{Y_c} \right) \quad (2-18)$$

La ecuación (2-18) puede representarse mediante la curva de la Fig.2.4; curva ésta que es de gran utilidad en el diseño de estructuras hidráulicas.

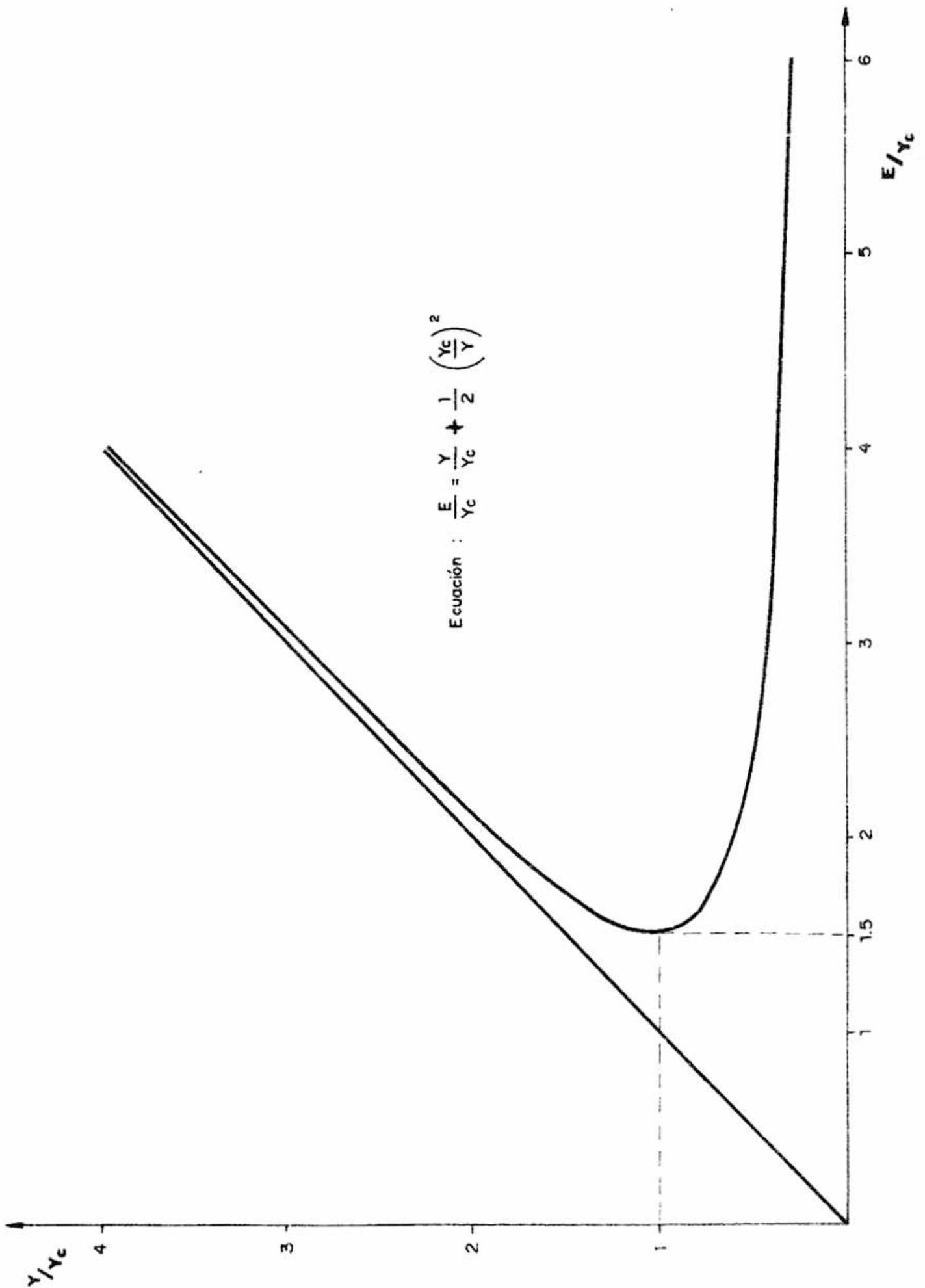


FIG.2.3 Curva adimensional E/yc - y/yc

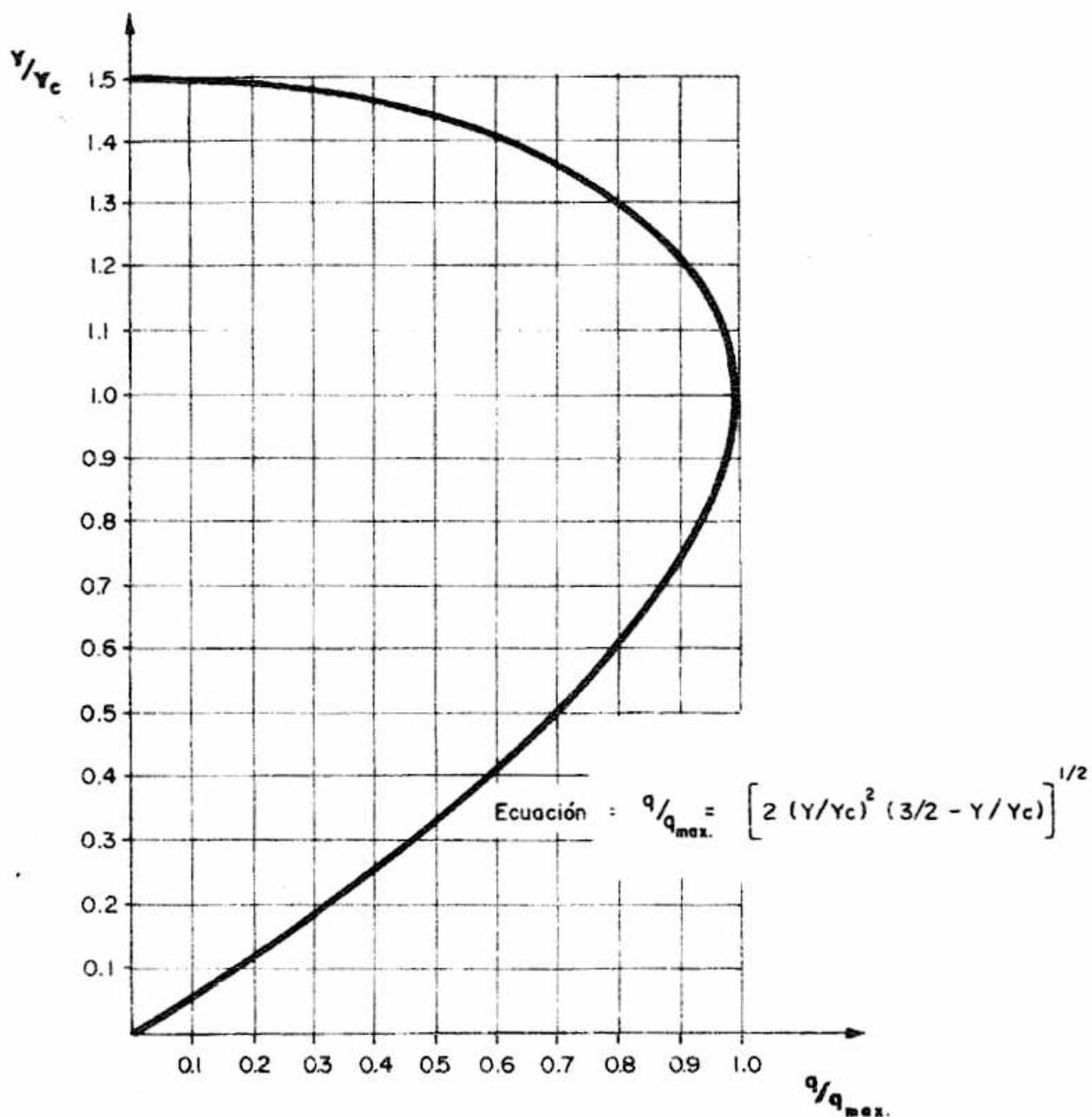


FIG.2.4 Curva adimensional $q/q_{\max} - y/y_c$

Ejemplos de aplicación de estas curvas adimensionales se presentarán más adelante.

2.3 CALCULO DEL FLUJO CRITICO

Con el cálculo del flujo crítico se pretende dar a conocer los mecanismos que permiten encontrar la profundidad de flujo crítico (Y_c) y demás elementos hidráulicos y geométricos que corresponden a la sección transversal; y la condición hidráulica característica del flujo crítico ($D_c/2 = V_c^2/2g$) es el punto de partida para tal efecto.

Reemplazando en la ecuación (2-6) la velocidad crítica (V_c) en función del caudal Q , simplificando y agrupando convenientemente los términos involucrados, se obtiene la expresión del factor de sección para flujo crítico: Z_c

$$Z_c = \frac{Q}{\sqrt{g}} = A_c \sqrt{D_c} \quad (2-19)$$

El subíndice "c" es para indicar que los términos involucrados en la ecuación (2-19) corresponden a la condición de flujo crítico.

En general para una sección transversal dada, el factor de sección para el cálculo del flujo crítico (Z) es función únicamente de la profundidad de flujo ($Z = f(y)$); y que para un caudal (Q) dado, el valor numérico del factor de sección (Z) se conoce mediante la expresión Q/\sqrt{g} .

Si en la ecuación $Z = A \sqrt{D}$, se reemplaza en área mojada (A) y la profundidad hidráulica (D) por las expresiones generales para una sección transversal de flujo de forma trapezoidal, se tiene:

$$Z = A \sqrt{D} = \frac{[(b + zy) y] \sqrt{(b + zy) y}}{\sqrt{b + 2zy}} \quad (2-20)$$

Simplificando:

$$Z = \frac{[(b + zy) y]^{1.5}}{\sqrt{b + 2zy}} \quad (2-21)$$

Dividiendo la ecuación (2-21) por $1/b^{2.5}$, simplificando y agrupando convenientemente:

$$Z = \frac{[(1 + z y/b) y/b]^{1.5}}{\frac{1}{b^{2.5}} \sqrt{1 + 2z y/b}} \quad (2-22)$$

La ecuación (2-22) se hace adimensional dividiendo ambos lados de la ecuación por $1/b^{2.5}$; así:

$$\frac{Z}{b^{2.5}} = \frac{[1 + z y/b] y/b]^{1.5}}{\sqrt{1 + 2z y/b}} \quad (2-23)$$

La ecuación (2-23) expresa que el factor de sección adimensional ($Z/b^{2.5}$) es función del talud (z) y de la relación y/b ; en donde b es la plantilla del canal.

Para la sección circular y para los diferentes valores de taludes ($z = 0, 0.5, 1, 1.5, \dots$) se puede graficar la relación entre el factor de sección adimensional y la relación y/b ; gráfico éste de gran utilidad en el cálculo del flujo crítico (Fig.2.5).

2.4 CALCULO DE LA PROFUNDIDAD DE FLUJO CRITICO: y_c

Básicamente se presentan aquí dos métodos por medio de los cuales se calcula la profundidad crítica (y_c) cuando se conoce la geometría de la sección transversal de flujo y el caudal Q que circula por el canal.

2.4.1 Método de Tanteo

El procedimiento se resume así:

a. Calcular el valor numérico del factor de sección (Z_c) mediante la expresión

$$\frac{Q}{\sqrt{g}}$$

b. Suponer valores de profundidad crítica (y_c) y calcular los correspondientes valores de factor de sección (Z_c) mediante la expresión

$$\frac{A_c}{\sqrt{D_c}}$$

Aquella profundidad crítica de flujo (y_c) supuesta en el paso b. que conduzca a un valor de factor de sección (Z_c) numéricamente igual al calculado en el paso a. será la solución al problema.

2.4.2 Método Gráfico

Consiste en utilizar las curvas adimensionales de la Fig. 2.5. El procedimiento se resume así:

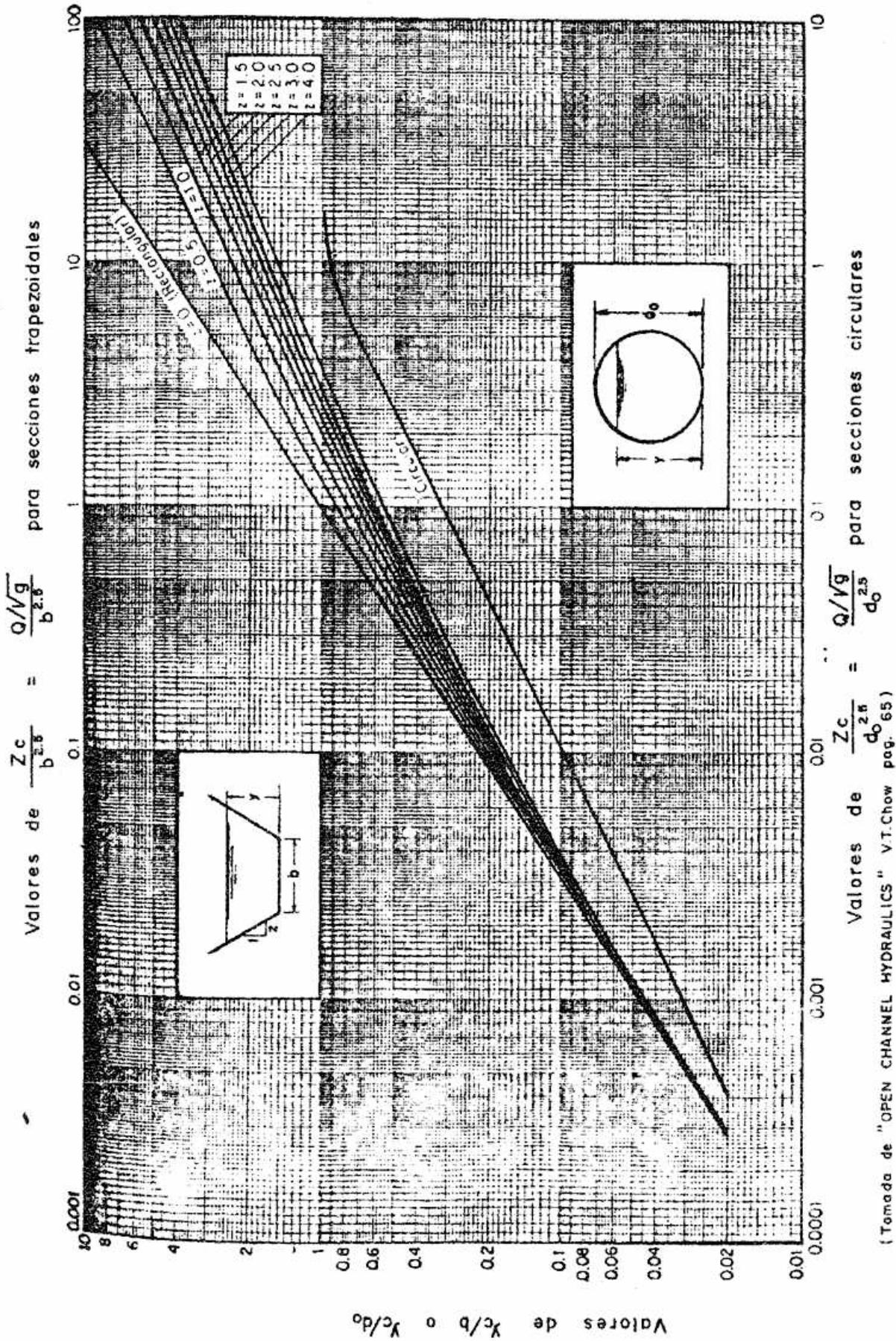


FIG.2.5 Curvas adimensionales para determinar profundidad critica

- a. Calcular el valor numérico del factor de sección adimensional ($Z_c/b^{2.5}$) mediante la expresión

$$\frac{Q}{b^{2.5} \sqrt{g}}$$

- b. Localizar el valor del factor de sección adimensional en la abscisa correspondiente de la Fig.2-5; a partir de este punto cortar la curva correspondiente al talud (z) dado y encontrar en el eje de las ordenadas el valor numérico de la relación Y_c/b .

- c. Conocidos los valores de plantilla (b) y de la relación Y_c/b , se despeja el valor de la profundidad crítica (y_c).

Ejemplo 2-1

Un canal de sección rectangular ($z = 0$) y plantilla $b = 1.5$ m., transporta un caudal $Q = 3.5$ m³/s con una profundidad de flujo normal de $y = 2$ m. Calcular las características geométricas e hidráulicas de la sección transversal de flujo bajo condiciones críticas.

Solución

Método de Tanteo

- a. Valor numérico del factor de sección: Z_c

$$Z_c = \frac{Q}{b^{2.5} \sqrt{g}} = \frac{3.5}{1.5^{2.5} \sqrt{9.81}} = 1.12$$

- b. La Tabla siguiente ilustra el procedimiento de cálculo

Y_c (m)	A_c (m ²)	D_c (m)	$Z_c = A_c \sqrt{D_c}$
0.5	0.75	0.5	0.53
0.6	0.90	0.6	0.70
0.7	1.05	0.7	0.88
0.8	1.20	0.8	1.07
0.9	1.35	0.9	1.28
* 0.82	1.23	0.82	1.114 \approx 1.12

* Solución

Método Gráfico

a. Valor numérico del factor de sección adimensional $Z_c/b^{2.5}$

$$\frac{Z_c}{B^{2.5}} = \frac{Q}{b^{2.5} \sqrt{g}} = \frac{3.5}{1.5^{2.5} \sqrt{g}} = 0.41$$

b. Con el valor del factor de sección adimensional y el talud $z = 0$, se obtiene de las curvas adimensionales de la Fig.2.5 el valor de la relación Y_c/b igual aproximadamente a 0.55.

c. Por lo tanto la profundidad crítica es:

$$Y_c/b = 0.55 \Rightarrow Y_c = 0.55b = 0.55 * 1.5 = 0.825$$

El resultado obtenido por el método gráfico es aproximadamente igual al obtenido por el método de tanteo.

Es de anotar, que la profundidad crítica para esta sección transversal de forma rectangular, puede obtenerse también aplicando la ecuación (2-15) así:

$$Y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(Q/q)^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(3.5/1.5)^2}{g}} = 0.822 \text{ m}$$

Otra forma gráfica de obtener la profundidad crítica es construyendo la curva de energía específica contra profundidad de flujo ($E = f(y)$) para el caudal constante dado ($Q = 3.5 \text{ m}^3/\text{s}$); el punto de la curva que corresponde al contenido mínimo de energía específica será el punto correspondiente a la profundidad de flujo crítico.

En la Tabla siguiente se resumen y comparan las características hidráulicas y geométricas de las secciones transversales de flujo del canal correspondientes a condiciones de flujo crítico y normal.

Característica	Flujo Crítico	Flujo Normal
Profundidad	$Y_c = 0.82 \text{ m}$	$y_n = 2 \text{ m}$
Area de flujo	$A_c = 1.23 \text{ m}^2$	$A_n = 3 \text{ m}^2$
Ancho superior	$T_c = 1.5 \text{ m}$	$T_n = 1.5 \text{ m}$
Perímetro mojado	$P_c = 3.14 \text{ m}$	$P_n = 5.5 \text{ m}$
Radio hidráulico	$R_c = 0.39 \text{ m}$	$R_n = 0.55 \text{ m}$
Profundidad hidráulica	$D_c = 0.82 \text{ m}$	$D_n = 2 \text{ m}$
Velocidad de flujo	$V_c = 2.85 \text{ m/s}$	$V_n = 1.17 \text{ m/s}$
Número de Froude	$Fr = 1$ (Flujo Crítico)	$Fr = 0.26$ (Flujo Subcrítico)
Energía específica	$E = 1.234 \text{ m}$ (min)	$E = 2.07 \text{ m}$

El lector observará la consistencia existente en los resultados al comparar las características del flujo subcrítico y el flujo crítico; por ejemplo:

$$y_c (0.82 \text{ m}) < y_n (2 \text{ m}): \text{ flujo subcrítico}$$

$$V_c (2.85 \text{ m/s}) > V_n (1.17 \text{ m/s}): \text{ flujo subcrítico}$$

2.5 EXPONENTE HIDRAULICO PARA FLUJO CRITICO: M

EL factor de sección (Z) puede expresarse como una función de la profundidad de flujo para un canal dado.

Para el cálculo del flujo gradualmente variado es muy conveniente expresar el factor de sección (Z) de la forma:

$$Z^2 = C Y^M \quad (2-24)$$

en donde C es un coeficiente, Y es la profundidad de flujo y M es el exponente hidráulico para flujo crítico.

Tomando logaritmo natural a ambos lados de la ecuación (2-24)

$$2 \ln Z = \ln C + M \ln Y$$

Despejando $\ln Z$:

$$\ln Z = \frac{\ln C}{2} + \frac{M}{2} \ln Y \quad (2-25)$$

Derivando la ecuación (2-25) con respecto a la profundidad:

$$\frac{d}{dy} (\ln Z) = \frac{M}{2y} \quad (2-26)$$

De otro lado:

$$Z = A \sqrt{D} = \frac{A^{3/2}}{T^{1/2}} \quad (2-27)$$

Tomando logaritmo natural a ambos miembros de la ecuación (2-27):

$$\ln Z = \frac{3}{2} \ln A - \frac{1}{2} \ln T$$

Derivando la ecuación (2-8), con respecto a la profundidad de flujo:

$$\frac{d}{dy} (\ln Z) = \frac{3}{2A} \frac{dA}{dy} - \frac{1}{2T} \frac{dT}{dy} \quad (2-28)$$

Reemplazando y simplificando convenientemente términos de la ecuación (2-28), se tiene:

$$\frac{d}{dy} (\ln Z) = \frac{3T}{2A} - \frac{2z}{2T} \quad (2-29)$$

Igualando las ecuaciones (2-26) y (2-29):

$$\frac{M}{2y} = \frac{3T}{2A} - \frac{2z}{2T} \quad (2-30)$$

Despejando de la ecuación (2-30), el exponente hidráulico para flujo crítico:

$$M = 2y \left[\frac{3T}{2A} - \frac{z}{T} \right] \quad (2-31)$$

Introduciendo en la ecuación (2-31), las expresiones generales de T y A dadas para canales trapezoidales, simplificando y agrupando términos convenientemente, se obtiene la expresión para el exponente hidráulico para flujo crítico (M) como función del talud (z) y de la relación y/b, así:

$$M = 3 \frac{(1 + 2z y/b)}{(1 + z y/b)} - \frac{2z y/b}{(1 + 2z y/b)} \quad (2-32)$$

En la Fig.2.6, se grafica la relación de M como función de la relación y/b para diferentes valores de talud (z).

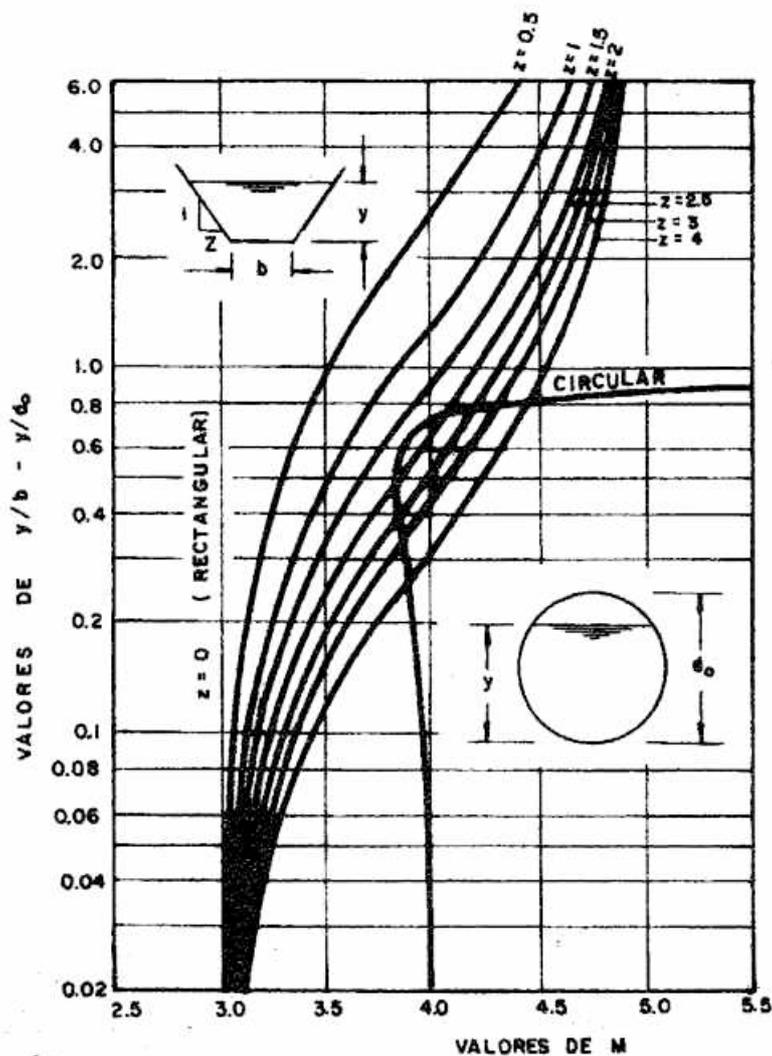
2.6 APLICACIONES PRACTICAS DE LOS CONCEPTOS DE ENERGIA ESPECIFICA Y FLUJO CRITICO

2.6.1 Contracción Gradual de Fondo. Determinación del Perfil de Flujo

Ejemplo 2-2

Un canal de sección rectangular ($z = 0$), plantilla $b = 2$ m, transporta un caudal $Q = 4$ m³/s con una profundidad de flujo $y = 1.5$ m. En un tramo $L = 10$ m, de fondo plano $S_0 = 0$, el canal sufre una contracción gradual de fondo de $b = 2$ m a $b = 1.30$ m.

Calcular y dibujar el perfil de flujo que se presenta a lo largo de la contracción gradual, calcular y dibujar el perfil de profundidades alternas.



(Tomado de "OPEN CHANNEL HYDRAULICS" V.T. Chow pag. 67)

FIG.2.6 Curvas de valores de M

Solución

2.6.1.1 Tipo de Flujo

Es necesario identificar el tipo de flujo que se aproxima a la contracción gradual de fondo. Dependiendo de si el flujo es sub o supercrítico, se podrá predecir como es la variación de la profundidad de flujo en la contracción.

Si el flujo es subcrítico a la entrada de la contracción y se localiza en el punto A (curva q - y) por ejemplo; al disminuirse la plantilla se incrementará el caudal por unidad de ancho (q_b) y en la curva (q - y) para $B = cte$, se observa que para tal situación la profundidad de flujo disminuye a lo largo de la contracción, tal como puede observarse en la rama superior de la Fig.2.7.

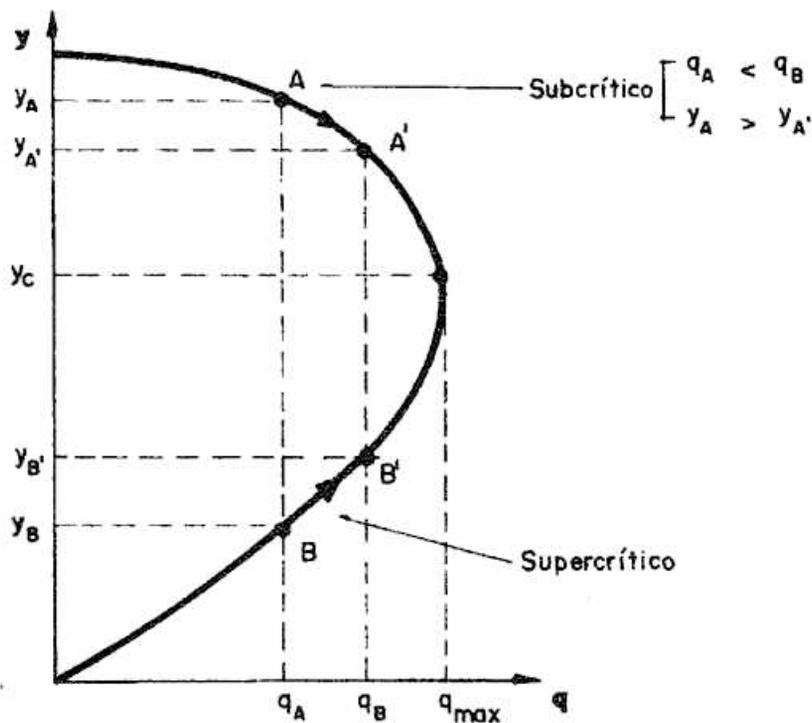


FIG.2.7 Contracción gradual de fondo. Variación del perfil de agua

Un análisis semejante para el caso de flujo supercrítico de aproximación a la contracción, dará como resultado que la profundidad de flujo se incrementa a lo largo de la contracción gradual de fondo, tal como se observa en la rama inferior de la Fig.2.7

En este caso, el tipo de flujo se puede determinar calculando el número de Froude (F_r) en el canal:

$$\text{Velocidad de Flujo: } V = \frac{Q}{A} = \frac{4 \text{ m}^3/\text{s}}{2 \text{ m} * 1.5 \text{ m}} = 1.33 \text{ m/s}$$

$$\text{Número de Froude: } F_r = \frac{V}{\sqrt{g D}} = \frac{1.33 \text{ m/s}}{\sqrt{(g * 1.5 \text{ m})}} = 0.348$$

$$F_r = 0.348 < 1 \implies \text{Flujo subcrítico}$$

Lo cual indica que la profundidad de flujo disminuye a lo largo de la contracción gradual de fondo.

Por otro lado, es necesario conocer si a lo largo del tramo en que se da la contracción gradual de fondo se presenta condición de flujo crítico; con tal fin calculamos la plantilla (b_c) que correspondería a esta condición; anotando que para tal caso, la energía específica es mínima (E_{min}) e igual a:

$$E_{min} = \frac{3}{2} y_c = \frac{3}{2} \sqrt[3]{(q^2/q)}$$

donde q es el caudal unitario máximo ($q_{\max} = 3.423 \text{ m}^3/\text{s} / \text{m}$) que puede circular con la energía E dada.

Despejando q , se tiene:

$$q = \sqrt{g (2/3 * E)^3} = \frac{Q}{b_c}$$

de donde b_c es el ancho que corresponde a la condición de flujo crítico.

$$b_c = \frac{Q}{\sqrt{g (2/3 * E)^3}}$$

en nuestro caso, b_c es:

$$b_c = \frac{4 \text{ m}^3/\text{s}}{\sqrt{9.81 (2/3 * 1.591 \text{ m})^3}} = 1.17 \text{ m}$$

Observese que el mismo valor se obtiene al despejar b_c de:

$$q_{\max} = 3.243 = \frac{Q}{b_c} = \frac{4}{b_c}$$

de donde b_c es:

$$b_c = \frac{4}{3.423} = 1.1686 \text{ m} = 1.17 \text{ m}$$

El resultado anterior indica que en el tramo en consideración en que se da la contracción gradual de fondo (de 2 m a 1.30 m) no se presentará condición de flujo crítico; pues para tal caso se necesitará una plantilla de $b_c = 1.17 \text{ m}$.

2.6.1.2 Cálculos

Como el tramo en consideración es relativamente corto, puede asumirse que las pérdidas de energía por fricción son despreciables; por lo tanto, a lo largo de la contracción la energía específica E permanece constante y su valor es:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2g A^2}$$

$$E = 1.5 + \frac{1}{2g} \left[\frac{4}{2 * 1.5} \right]^2 = 1.591 \text{ m}$$

Considérese los cálculos para los siguientes valores de plantillas:

$b_e = 2 \text{ m}$ (sección de entrada de la contracción)

$b_1 = 1.90 \text{ m}$

$b_2 = 1.80 \text{ m}$

$b_3 = 1.70 \text{ m}$

$b_4 = 1.60 \text{ m}$

$b_5 = 1.50 \text{ m}$

$b_6 = 1.40 \text{ m}$

$b_s = 1.30 \text{ m}$ (sección de salida de la contracción)

Para cada plantilla los cálculos se presentan por los siguientes métodos:

a. Aplicación de la ecuación general de energía específica, $E = f(y)$

b. Utilización de la curva adimensional $\frac{E}{y_c} = f(y/y_c)$

c. Utilización de la curva adimensional $\frac{q}{q_{max}} = f(y/y_c)$

Plantilla $b = 2 \text{ m}$

a. Ecuación general de energía específica, $E = f(y)$

$$\text{Caudal por unidad de ancho: } q = \frac{Q}{b} = \frac{4 \text{ m}^3/\text{s}}{2\text{m}} = 2 \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{m}}$$

$$\text{Ecuación de } E = y + \frac{q^2}{2g y^2} = y + \frac{2^2}{2g y^2} \implies E = y + \frac{0.204}{2g y^2}$$

La ecuación de energía específica tiene dos raíces:

y_2 : es la profundidad correspondiente al flujo subcrítico; y en este caso tiene un valor de 1.5 m.

y_1 : es la profundidad alterna correspondiente al flujo supercrítico; por tanteo, se obtiene un valor de 0.42 m. aproximadamente.

b. Utilización curva adimensional $\frac{E}{y_c} = f(y/y_c)$

Para la sección en consideración la profundidad crítica (y_c) es:

$$y_c = \sqrt[3]{q^2/g} = \sqrt[3]{4/g} = 0.742 \text{ m}$$

$$\frac{E}{y_c} = \frac{1.591}{0.742} = 2.144$$

De la curva adimensional de la Fig.2.3, para el valor de la relación $E/y_c = 2.144$, se obtienen los siguientes valores:

$$\frac{y_2}{y_c} = 2.02 \text{ (flujo subcrítico)} \Rightarrow y_2 = 2.02 * 0.742 = 1.498 \text{ m}$$

$$\frac{y_1}{y_c} = 0.56 \text{ (flujo supercrítico)} \Rightarrow y_1 = 0.56 * 0.742 = 0.416 \text{ m}$$

c. Utilización curva adimensional $\frac{q}{q_{max}} = f(y/y_c)$

Para la energía específica E dada, la profundidad crítica para el caudal máximo unitario es:

$$y_c = \frac{2}{3} E = \frac{2}{3} * 1.591 \text{ m} = 1.061 \text{ m}$$

Caudal máximo unitario: q_{max}

$$q_{max} = \sqrt{g * y_c^3} = \sqrt{g * 1.061^3} = 3.423 \text{ m}^3/\text{m}$$

$$\frac{q}{q_{max}} = \frac{2}{3.423} = 0.584$$

De la curva adimensional de la Fig.2.4, para el valor de la relación $q/q_{max} = 0.584$, se obtienen los siguientes valores:

$$\frac{y_2}{y_c} = 1.42 \text{ (flujo subcrítico)} \Rightarrow y_2 = 1.42 * 1.061 = 1.507 = 1.5 \text{ m}$$

$$\frac{y_1}{y_c} = 0.40 \text{ (flujo supercrítico)} \Rightarrow y_1 = 0.40 * 1.061 = 0.424 \text{ m}$$

Plantilla $b = 1.90 \text{ m}$

a. Ecuación general de energía específica, $E = f(y)$

$$\text{Caudal por unidad de ancho: } q = \frac{Q}{b} = \frac{4 \text{ m}^3/\text{s}}{1.9 \text{ m}} = 2.11 \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{m}}$$

$$\text{Ecuación de } E = y + \frac{q^2}{2g y^2} = y + \frac{2.11^2}{2g y^2} \Rightarrow E = y + \frac{0.226}{y^2}$$

Por tanteo las raíces de esta ecuación son:

$y_2: 1.49 \text{ m}$ (flujo subcrítico)

$y_1: 0.444 \text{ m}$ (flujo supercrítico)

b. Utilización curva adimensional $\frac{E}{y_c} = f(y/y_c)$

$$y_c = \sqrt[3]{q^2/g} = \sqrt[3]{4.43/g} = 0.77 \text{ m}$$

$$\frac{E}{y_c} = \frac{1.591}{0.77} = 2.07$$

De la curva adimensional de la Fig.2.3, se obtienen:

$$\frac{y_2}{y_c} = 1.94 \text{ (flujo subcrítico)} \Rightarrow y_2 = 1.94 * 1.494 = 1.49 \text{ m}$$

$$\frac{y_1}{y_c} = 0.58 \text{ (flujo supercrítico)} \Rightarrow y_1 = 0.58 * 0.77 = 0.447 = 0.444$$

c. Utilización curva adimensional $\frac{q}{q_{\max}} = f(y/y_c)$

$$\frac{q}{q_{\max}} = \frac{2.11}{3.423} = 0.616$$

De la curva adimensional de la Fig.2.4, se obtienen:

$$\frac{y_2}{y_c} = 1.4 \text{ (flujo subcrítico)} \Rightarrow y_2 = 1.4 * 1.061 = 1.485 = 1.49 \text{ m}$$

$$\frac{y_1}{y_c} = 0.42 \text{ (flujo supercrítico)} \Rightarrow y_1 = 0.42 * 1.061 = 0.446 = 0.444 \text{ m}$$

En la Tabla 2.1, se resumen los cálculos para las plantillas $b = 1.80, 1.70, 1.60, 1.50, 1.40$ y 1.30 m.

El lector podrá darse cuenta de la ventaja de utilizar las curvas adimensionales $E/y_c - e/y_c, q/q_{\max} - y/y_c$ en comparación a la solución por tanteo de la ecuación general de energía específica: $E = f(y)$.

En la Fig.2.8, se muestra el perfil de flujo al igual que el perfil alterno.

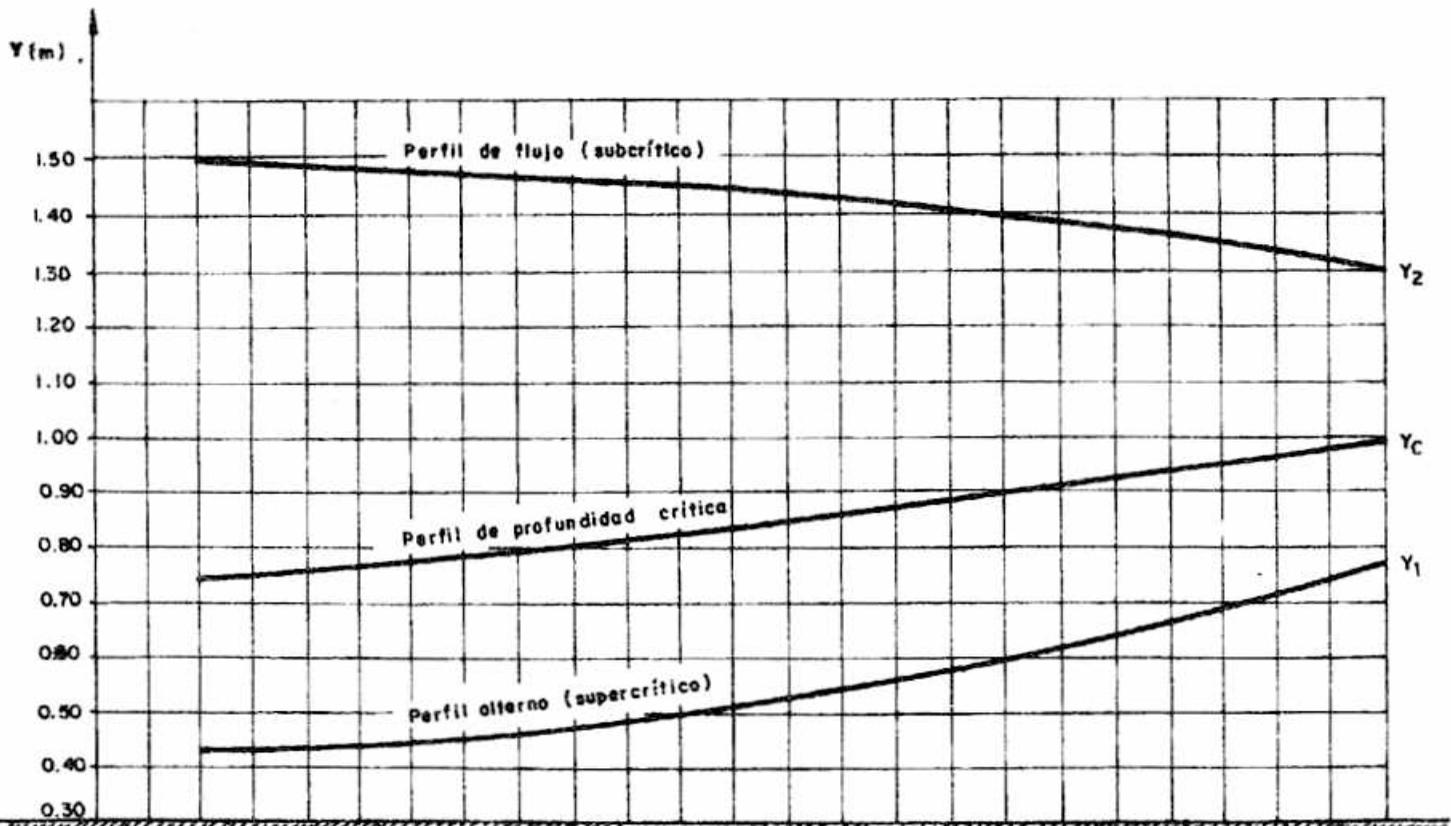


FIG.2.8 Perfil de flujo. Contracción gradual de fondo.

TABLA 2.1 Cálculo perfil de flujo. Contracción de Fondo

Plantilla (m)	S O L U C I O N		
	Ecuación General $E_0 = y + (q^2/2g y^3)$	$E/y_0 - y/y_0$	$q/q_{max} - y/y_0$
2	$q = 2$ $y_2 = 1.5$ $y_1 = 0.42$	$q = 2$ $y_0 = 0.742$ $E/y_0 = 2.144$ $y_2/y_0 = 2.02$ $y_1/y_0 = 0.56$ $y_2 = 1.498 = 1.5$ $y_1 = 0.416$	$q = 2$ $q_{max} = 3.423$ $q/q_{max} = 0.584$ $y_2/y_0 = 1.42$ $y_1/y_0 = 0.40$ $y_2 = 1.5$ $y_1 = 0.242 = 0.42$
1.90	$q = 2.11$ $y_2 = 1.49$ $y_1 = 0.444$	$q = 2.11$ $y_0 = 0.77$ $E/y_0 = 2.07$ $y_2/y_0 = 1.94$ $y_1/y_0 = 0.58$ $y_2 = 1.494$ $y_1 = 0.447$	$q = 2.11$ $q_{max} = 3.423$ $q/q_{max} = 0.616$ $y_2/y_0 = 1.4$ $y_1/y_0 = 0.42$ $y_2 = 1.485$ $y_1 = 0.446$
1.80	$q = 2.22$ $y_2 = 1.475$ $y_1 = 0.475$	$q = 2.22$ $y_0 = 0.796$ $E/y_0 = 2$ $y_2/y_0 = 1.85$ $y_1/y_0 = 0.6$ $y_2 = 1.473$ $y_1 = 0.478$	$q = 2.22$ $q_{max} = 3.423$ $q/q_{max} = 0.649$ $y_2/y_0 = 1.39$ $y_1/y_0 = 0.45$ $y_2 = 1.475$ $y_1 = 0.478$
1.70	$q = 2.35$ $y_2 = 1.45$ $y_1 = 0.511$	$q = 2.35$ $y_0 = 0.827$ $E/y_0 = 1.924$ $y_2/y_0 = 1.77$ $y_1/y_0 = 0.62$ $y_2 = 1.464$ $y_1 = 0.513$	$q = 2.35$ $q_{max} = 3.423$ $q/q_{max} = 0.687$ $y_2/y_0 = 1.38$ $y_1/y_0 = 0.48$ $y_2 = 1.454$ $y_1 = 0.509$
1.60	$q = 2.5$ $y_2 = 1.44$ $y_1 = 0.554$	$q = 2.5$ $y_0 = 0.86$ $E/y_0 = 1.85$ $y_2/y_0 = 1.67$ $y_1/y_0 = 0.64$ $y_2 = 1.436$ $y_1 = 0.55$	$q = 2.5$ $q_{max} = 3.423$ $q/q_{max} = 0.73$ $y_2/y_0 = 1.36$ $y_1/y_0 = 0.52$ $y_2 = 1.443$ $y_1 = 0.552$
1.50	$q = 2.67$ $y_2 = 1.41$ $y_1 = 0.607$	$q = 2.67$ $y_0 = 0.896$ $E/y_0 = 1.77$ $y_2/y_0 = 1.57$ $y_1/y_0 = 0.68$ $y_2 = 1.409$ $y_1 = 0.61$	$q = 2.67$ $q_{max} = 3.423$ $q/q_{max} = 0.78$ $y_2/y_0 = 1.33$ $y_1/y_0 = 0.57$ $y_2 = 1.411$ $y_1 = 0.605$
1.40	$q = 2.85$ $y_2 = 1.37$ $y_1 = 0.674$	$q = 2.86$ $y_0 = 0.94$ $E/y_0 = 1.692$ $y_2/y_0 = 1.45$ $y_1/y_0 = 0.72$ $y_2 = 1.373$ $y_1 = 0.677$	$q = 2.86$ $q_{max} = 3.423$ $q/q_{max} = 0.836$ $y_2/y_0 = 1.29$ $y_1/y_0 = 0.64$ $y_2 = 1.368$ $y_1 = 0.679$
1.30	$q = 3.08$ $y_2 = 1.31$ $y_1 = 0.765$	$q = 3.08$ $y_0 = 0.99$ $E/y_0 = 1.607$ $y_2/y_0 = 1.32$ $y_1/y_0 = 0.77$ $y_2 = 1.307$ $y_1 = 0.7623$	$q = 3.08$ $q_{max} = 3.423$ $q/q_{max} = 0.9$ $y_2/y_0 = 1.24$ $y_1/y_0 = 0.72$ $y_2 = 1.32$ $y_1 = 0.763$

q, q_{max} : m³/seg/m

y_0, y_2, y_1 : m

2.6.2 Levantamiento Gradual de Fondo. Determinación del Perfil de Flujo

Ejemplo 2-3

Un canal de sección rectangular ($z = 0$), plantilla $b = 2$ m, transporta un caudal $Q = 4$ m³/s con una profundidad de flujo $y = 1.5$ m. En un tramo $L = 10$ m, el canal sufre un levantamiento gradual y continuo de fondo que va desde 0.00 m al comienzo del tramo hasta 0.25 m al final del tramo.

Calcular y dibujar el perfil de flujo que se presenta a lo largo del levantamiento gradual de fondo. Calcular y dibujar el perfil de profundidades alternas.

2.6.2.1 Tipo de Flujo

Al igual que en el ejemplo anterior, es necesario identificar el tipo de flujo que se aproxima a la sección de entrada del levantamiento gradual de fondo, con el fin de predecir como va a ser la variación del perfil de flujo al igual que el perfil alterno.

Si el flujo de aproximación es subcrítico a la entrada del levantamiento gradual y se localiza en el punto A (curva E-y) por ejemplo, con un contenido de energía específica E_A ; al levantarse gradualmente el fondo del canal se disminuye el contenido de energía específica a un valor $E_{A'}$ y en la curva (E-y), se observa que para tal caso la profundidad de flujo disminuye a lo largo del levantamiento gradual de fondo; situación ésta que puede observarse en la rama superior de la Fig.2.9

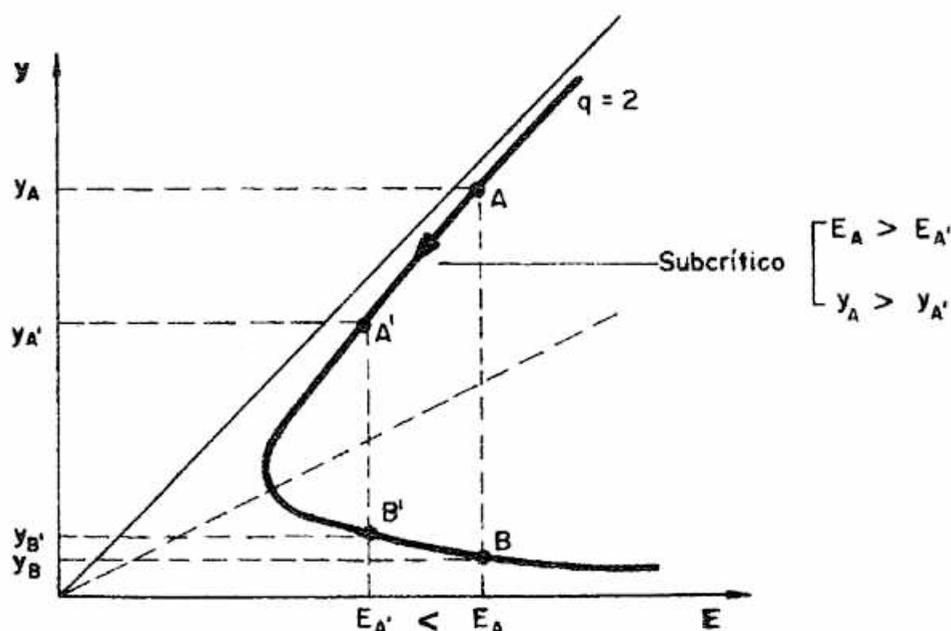


FIG.2.9 Levantamiento gradual de fondo. Variación del perfil de agua

Un análisis semejante para el caso de flujo supercrítico de aproximación al levantamiento gradual, dará como resultado que la profundidad de flujo se incrementa a lo largo del levantamiento gradual de fondo; tal como se observa en la rama inferior de la Fig.2.9.

En el ejemplo anterior (punto 2.6.1.1) se había identificado el flujo de aproximación como flujo subcrítico; esta identificación es válida para este ejemplo dado que son los mismos datos.

También es necesario conocer si a lo largo del levantamiento gradual de fondo se presenta condición de flujo crítico; con tal fin calculamos la altura (ΔZ_c) del levantamiento que corresponde a esta condición.

La altura del levantamiento que da lugar a la formación de flujo crítico (ΔZ_c), se obtiene al saber que en la sección en consideración la energía específica es mínima (E_{min}). El valor del levantamiento para este caso es:

$$E_1 = E_{min} + \Delta Z_c$$

$$\Delta Z_c = E_1 - E_{min}$$

$$\Delta Z_c = 1.591 - \frac{3}{2} y_o$$

$$\Delta Z_c = 1.591 - \frac{3}{2} \sqrt[3]{q^2/g}$$

$$\Delta Z_c = 1.591 - \frac{3}{2} \sqrt[3]{4/g}$$

$$\Delta Z_c = 0.48 \text{ m}$$

Lo anterior significa que no se presentará condición de flujo crítico; pues para tal caso, es necesario un levantamiento de fondo con una altura mínima igual a 0.48 m.

2.6.2.2 Cálculos

Como el tramo en consideración es relativamente corto, las pérdidas por fricción se asumirán despreciables.

Se considerarán los cálculos para los siguientes valores de levantamientos graduales:

$$\Delta Z_e = 0 \text{ (sección de entrada)}$$

$$\Delta Z_1 = 0.05 \text{ m}$$

$$\Delta Z_2 = 0.10 \text{ m}$$

$$\Delta Z_3 = 0.15 \text{ m}$$

$$\Delta Z_4 = 0.20 \text{ m}$$

Para cada levantamiento los cálculos se presentan por los siguientes métodos:

a. Aplicación de la ecuación general de energía específica, $E = f(y)$

b. Utilización de la curva adimensional $\frac{q}{Q_{max}} = f(y/y_c)$

- Levantamiento $\Delta Z_e = 0$

Para la sección de entrada el valor de la energía específica es 1.591 m; la profundidad de flujo correspondiente al flujo subcrítico es 1.5 m y la alterna es 0.42 m; es decir, son los mismos resultados de la sección de entrada del ejemplo anterior.

- Levantamiento $Z_1 = 0.05$ m

a. Ecuación general de energía específica, $E = f(y)$

La energía específica (E_1) en esta sección es:

$$E_e = E_1 + \Delta Z_1$$

$$E_1 = E_e - \Delta Z_1$$

$$E_1 = 1.591 - 0.05$$

$$E_1 = 1.541$$

Caudal por unidad de ancho; $q = Q/b = 4/2 = 2$ m³/s/m. Este valor es constante para todos los cálculos.

$$E_1 = y + \frac{q^2}{2g y^2} = y + \frac{2^2}{2g y^2}$$

$$E_1 = 1.541 = y + \frac{0.204}{y^2}$$

La ecuación de energía específica E_1 , tiene dos (2) raíces:

y_2 : Es la profundidad correspondiente al flujo subcrítico; por tanteo, se obtiene un valor de $y_2 = 1.439$ m.

y_1 : Es la profundidad correspondiente al flujo supercrítico; por tanteo, se obtiene un valor de $y_1 = 0.44$ m.

b. Utilización curva adimensional $\frac{E}{y_c} = f(y/y_c)$

La profundidad crítica es:

$$y_c = \sqrt[3]{q^2/g} = \sqrt[3]{2^2/g} = 0.742 \text{ m}$$

Este valor es constante para todos los cálculos.

$$\frac{E}{y_c} = \frac{1.541}{0.742} = 2.08$$

De la curva adimensional de la Fig.2.3; para el valor de la relación $E/y_c = 2.08$, se obtienen los siguientes valores:

$$\frac{y_2}{y_c} = 1.94 \text{ (flujo subcrítico)} \Rightarrow y_2 = 1.94 * 0.742 = 1.44 \text{ m}$$

$$\frac{y_1}{y_c} = 0.58 \text{ (flujo supercrítico)} \Rightarrow y_1 = 0.58 * 0.742 = 0.43 \text{ m}$$

c. Utilización de la curva $\frac{q}{q_{max}} = f(y/y_c)$

Para $E_1 = 1.541 \text{ m}$ la profundidad crítica es:

$$y_c = \frac{2}{3} E = \frac{2}{3} * 1.541 = 1.03 \text{ m}$$

El caudal unitario máximo correspondiente es:

$$q_{max} = \sqrt{g y_c^3} = \sqrt{g * 1.03^3} = 3.26 \text{ m}^3/\text{m}$$

$$\frac{q}{q_{max}} = \frac{2}{3.26} = 0.613$$

De la curva adimensional de la Fig.2.4, para el valor de la relación $q/q_{max} = 0.613$, se obtienen los siguientes valores:

$$\frac{y_2}{y_c} = 1.4 \text{ (flujo subcrítico)} \Rightarrow y_2 = 1.4 * 1.03 = 1.442 \text{ m}$$

$$\frac{y_1}{y_c} = 0.42 \text{ (flujo supercrítico)} \Rightarrow y_1 = 0.42 * 1.03 = 0.433 \text{ m}$$

De igual forma se llevan a cabo los cálculos para las demás secciones a considerar. Los cálculos se resumen en la Tabla 2.2

TABLA 2.2 Cálculo perfil de flujo. Contracción Gradual de Fondo

Z	S O L U C I O N		
	Ecuación General $E = y + (q^2/2g y^2)$	$E/y_c - y/y_c$	$q/q_{\max} - y/y_c$
0.05	$E = 1.541$ $y_2 = 1.439$ $y_1 = 0.43$	$E/y_c = 2.08$ $y_2/y_c = 1.94$ $y_1/y_c = 0.58$ $y_2 = 1.44$ $y_1 = 0.43$	$y_c = 1.03$ $q_{\max} = 3.26$ $q/q_{\max} = 0.613$ $y_2/y_c = 1.4$ $y_1/y_c = 0.42$ $y_2 = 1.442$ $y_1 = 0.433$
0.10	$E = 1.491$ $y_2 = 1.386$ $y_1 = 0.44$	$E/y_c = 2.01$ $y_2/y_c = 1.87$ $y_1/y_c = 0.59$ $y_2 = 1.39$ $y_1 = 0.44$	$y_c = 0.994$ $q_{\max} = 3.10$ $q/q_{\max} = 0.64$ $y_2/y_c = 1.4$ $y_1/y_c = 0.44$ $y_2 = 1.392$ $y_1 = 0.437$
0.15	$E = 1.441$ $y_2 = 1.326$ $y_1 = 0.455$	$E/y_c = 1.94$ $y_2/y_c = 1.79$ $y_1/y_c = 0.61$ $y_2 = 1.33$ $y_1 = 0.45$	$y_c = 0.96$ $q_{\max} = 2.95$ $q/q_{\max} = 0.68$ $y_2/y_c = 1.39$ $y_1/y_c = 0.47$ $y_2 = 1.334$ $y_1 = 0.451$
0.20	$E = 1.391$ $y_2 = 1.2$ $y_1 = 0.49$	$E/y_c = 1.81$ $y_2/y_c = 1.62$ $y_1/y_c = 0.65$ $y_2 = 1.2$ $y_1 = 0.49$	$y_c = 0.894$ $q_{\max} = 2.65$ $q/q_{\max} = 0.755$ $y_2/y_c = 1.34$ $y_1/y_c = 0.55$ $y_2 = 1.19$ $y_1 = 0.492$

q, q_{\max} : m³/seg/m

z, y_c, y_2, y_1 : m

Nuevamente, el lector podrá notar la utilidad práctica de las curvas adimensionales en comparación con la solución de la ecuación general de energía específica. En la Fig.2.10 se representa el perfil de flujo al igual que el perfil alterno.

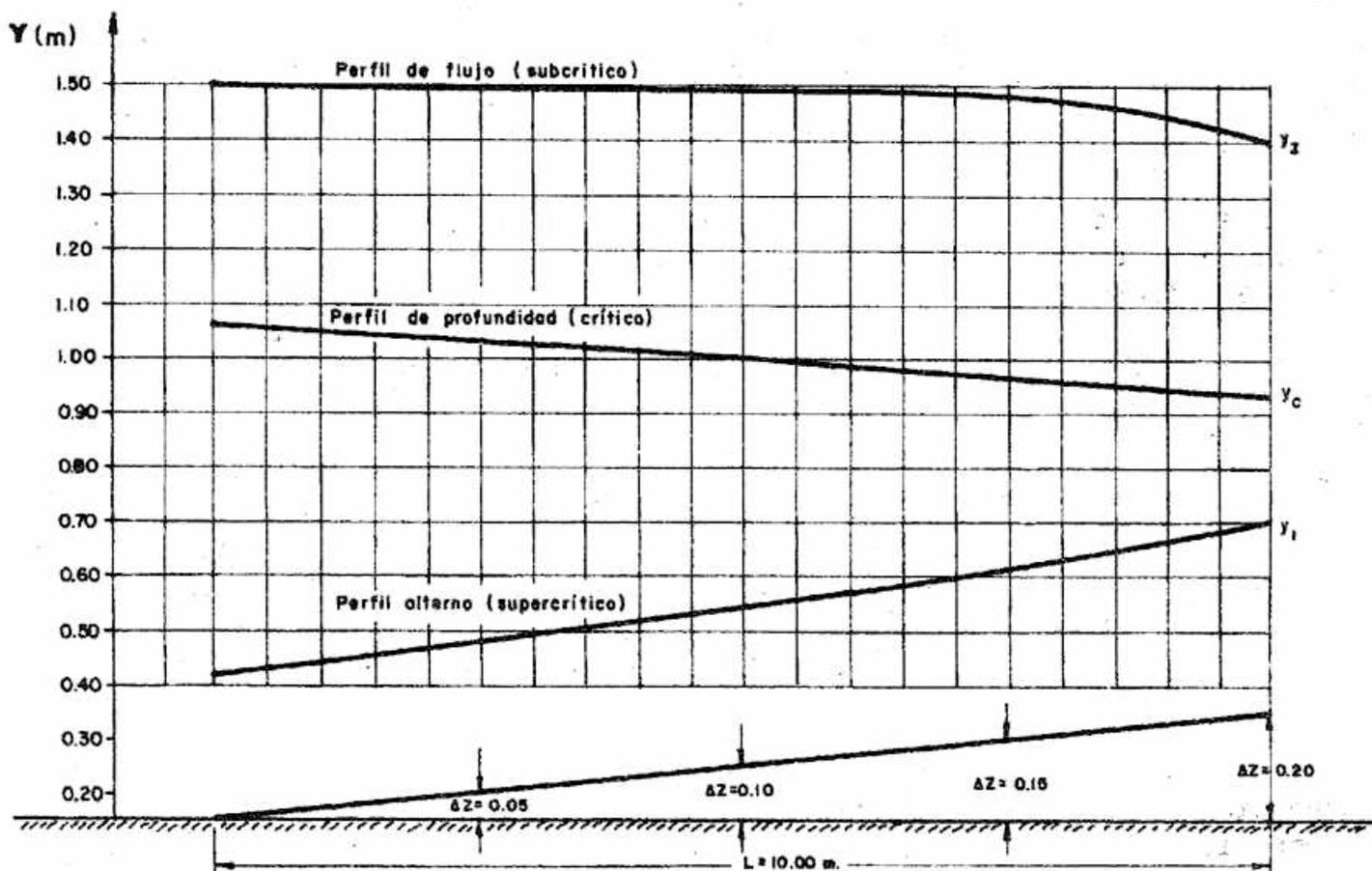


FIG.2.10 Perfil de flujo. Levantamiento gradual de fondo

2.6.3 Control de Flujo. Sección de Control

Experimentalmente se ha encontrado que una pequeña perturbación que se provoca en la superficie libre de un canal con agua tranquila, se desplaza con una velocidad de propagación igual a la velocidad del flujo crítico

$$V_c = \sqrt{g D_c}$$

Anteriormente se había definido el Número de Froude como una relación de fuerzas (inercia/gravitacional); ahora se puede definir como la relación entre la velocidad de flujo y la velocidad de propagación de una pequeña perturbación; esto es,

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g D}}$$

Ahora es claro; que para el caso de flujo subcrítico, la velocidad de flujo es menor que la velocidad de flujo crítico (velocidad de propagación de una onda); por lo tanto, el número de Froude es menor que la unidad ($Fr < 1$). Para flujo supercrítico, la velocidad de flujo es mayor que la velocidad de flujo crítico (velocidad de propagación de una onda); por lo tanto, el número de froude es mayor que la unidad ($Fr > 1$). En el caso de flujo crítico, las dos velocidades son iguales y el número de Froude es igual a la unidad ($Fr = 1$).

Lo anterior implica que una perturbación puede viajar en dirección aguas arriba en un flujo subcrítico y puede viajar en dirección aguas abajo en el flujo supercrítico.

Para el caso de flujo crítico, la perturbación se manifiestará como una onda estacionaria.

Como conclusión se puede manifestar que el flujo subcrítico es afectado por condiciones de aguas abajo; en otras palabras, controles (vertederos, compuertas, etc) localizadas aguas abajo determinan el comportamiento de los niveles de agua en dirección aguas arriba. Este hecho tiene importancia en el caso del cálculo del flujo gradualmente variado; el cálculo para el caso de flujo subcrítico debe iniciarse de aguas abajo hacia aguas arriba.

Caso contrario sucede con el flujo supercrítico, el cual es controlado por condiciones de aguas arriba. Y para el caso del cálculo de flujo supercrítico, éste debe iniciarse de aguas arriba en dirección aguas abajo.

Los puntos o secciones a partir de las cuales se controlan los flujos, ya sea en dirección aguas arriba o aguas abajo, se denominan "Secciones de Control".

Una característica de la sección de control es la existencia de una relación única entre la profundidad de flujo (y) y la descarga (Q); característica ésta que es típica de una sección en la cual ocurre flujo crítico; allí la descarga es independiente de factores tales como la pendiente y rugosidad de paredes y solo en función de la profundidad de flujo. Como puede observarse en la expresión de la ecuación (2-15).

Una sección de control de esta característica (flujo crítico), es aprovechada para la instalación de medidores de flujo, dispositivos éstos necesarios en el manejo y control de aguas en conducciones libres.

Estas secciones de control son provocados por compuertas, vertederos, contracciones de fondo, levantamientos de fondo, etc. Varios son los medidores de flujo (aforadores) diseñados con base en provocar la formación de flujo crítico; entre ellos, los más conocidos son el aforador Parshall,

el aforador Ballofett, vertederos y en general los llamados medidores Venturi.

Los medidores que tienen este principio de funcionamiento solo se utilizan para el caso de que el flujo de aproximación a la estructura sea subcrítico. Ejemplo de ellos:

2.6.3.1 Vertedero de Cresta Ancha

El vertedero de cresta ancha es una estructura que consiste de un levantamiento del fondo del canal de altura P y de una longitud L suficiente que permita el establecimiento de un flujo crítico sobre el vertedero. En la Fig.2.11, se presenta un esquema de la estructura en un canal de sección rectangular.

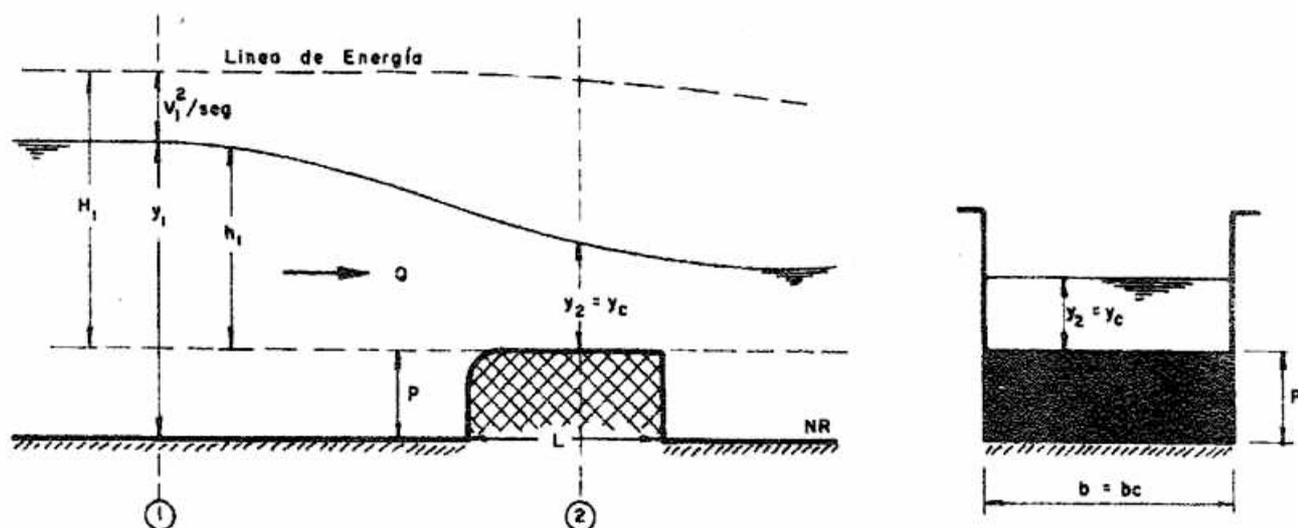


FIG.2.11 Vertedero de cresta ancha de sección transversal rectangular

Los términos involucrados en la Fig.2.11 son:

1 - 2 = Secciones 1 y 2 respectivamente

y_1, y_2 = Profundidades de flujo en las secciones 1 y 2 respectivamente.

y_c = Profundidad crítica en la sección 2.

h_1 = Altura de agua sobre la cresta del vertedero medida en la sección 1.

H_1 = Carga sobre la cresta del vertedero medida en la sección 1.

V_1^2

— = Cabeza de velocidad en la sección 1.

$2g$

P = Altura de la cresta del vertedero

L = Longitud de la cresta del vertedero medida en la dirección de flujo.

b = Ancho de la cresta del vertedero.

Q = Caudal que circula por el canal.

E_1, E_2 = Energías específicas en las secciones 1 y 2 respectivamente

Consideraciones Generales

- Recomendación: $0.08 \leq H_1/L \leq 0.50$

$\frac{H_1}{L} \geq 0.08$ Relación recomendada con el fin de despreciar las pérdidas por fricción que tienen lugar en la estructura

$\frac{H_1}{L} \leq 0.50$ Relación recomendada con el fin de despreciar el efecto de la curvatura de las líneas de corriente sobre la cresta del vertedero y así asumir una distribución de presiones de tipo hidrostático; es decir, se asume que las líneas de corriente son rectas y paralelas sobre la cresta.

- Se desprecian los efectos de viscosidad y de turbulencia.

Planteando la ecuación de energía entre 1 y 2:

$$E_1 = E_2 + P$$

En la sección 2 sobre la cresta del vertedero, se produce flujo crítico; por lo tanto, la energía específica es un mínimo e igual a $3/2 y_c$ por ser la sección transversal de forma rectangular. Por lo tanto:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{3}{2} y_c + P$$

Además, $y_1 = h_1 + P$; reemplazando y simplificando:

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{3}{2} y_c$$

Denominando "Carga de energía sobre el vertedero" a la expresión $\frac{V_1^2}{2g}$, y reemplazando la expresión para la profundidad crítica (y_c)

$$H_1 = \frac{3}{2} y_c = \frac{3}{2} \sqrt[3]{q^2/g}$$

Despejando para el caudal unitario q :

$$q = \frac{Q}{b} = \sqrt{g} \left[\frac{2}{3} H_1 \right]^{1.5} \quad H_1^{1.6}$$

Despejando para el caudal Q

$$Q = \sqrt{g} \left[\frac{2}{3} \right]^{1.5} b H_1^{1.5}$$

Como la velocidad del flujo de aproximación a la estructura es muy baja, la carga de velocidad puede despreciarse ($V^2/2g \approx 0$); por lo tanto, la carga de energía sobre el vertedero es aproximadamente igual a la altura de agua (h_1) sobre la cresta del vertedero medida en la sección de medición 1; esto es, $H_1 \approx h_1$; por lo tanto, la expresión del caudal es:

$$Q = \sqrt{g} \left[\frac{2}{3} \right]^{1.5} b h_1^{1.5}$$

$$Q = 1.705 b h_1^{1.5} \quad (\text{sistema métrico}) \quad (2-33)$$

La expresión de la ecuación (2-33) da un caudal teórico, pues para su deducción se ha asumido una distribución hidrostática de presiones sobre la cresta del vertedero, no se han tenido en cuenta los efectos de viscosidad y turbulencia y se ha asumido distribución de velocidades de tipo uniforme. Estos factores pueden tenerse en cuenta introduciendo un coeficiente de descarga C_d , cuyo valor depende de la forma y del tipo de estructura de medición. También es necesario la introducción de un coeficiente de corrección (C_v) por haber despreciado la carga de velocidad del flujo de aproximación. Por lo tanto, la expresión del caudal real (Q_r) es:

$$Q_r = 1.705 C b h_1^{1.5} \quad (2-34)$$

en donde:

$$C = C_v C_d$$

Los valores de C_v y C_d deben obtenerse mediante pruebas de campo y laboratorio.

La expresión de la ecuación (2-34), indica que para un vertedero de cresta ancha dado, el caudal Q es función del nivel de agua (h_1) sobre la cresta del vertedero medido en la sección 1 aguas arriba del vertedero; por lo tanto, se puede obtener una curva de calibración $Q = f(h_1)$ de una gran utilidad práctica.

La ecuación (2-34) tiene la forma $Q = K h_1^n$, que es la ecuación general de vertederos.

2.6.3.2 Aforador Ballofett

El aforador Ballofett es una estructura que sufre una contracción de fondo (garganta) cuyo ancho garantiza la formación de un flujo crítico.

En la Fig.2.12 se presenta un esquema general de la estructura.

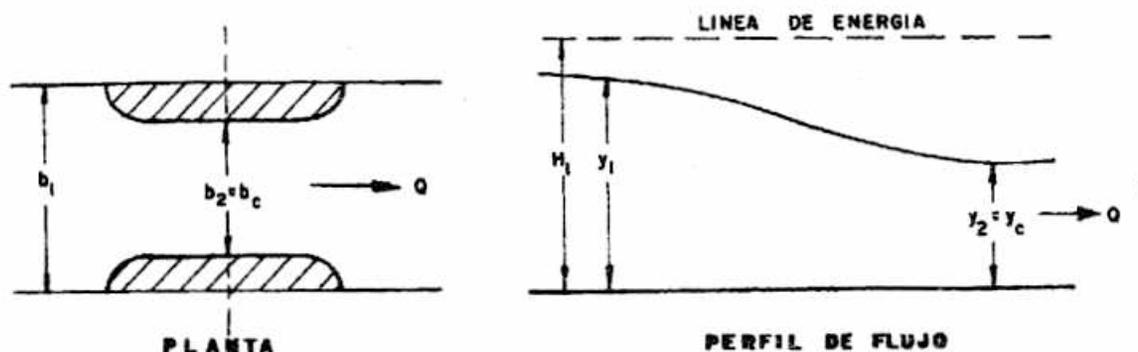


FIG.2.12 Esquema general de aforador Ballofett

El análisis para esta estructura es semejante al caso del vertedero de cresta ancha.

Despreciando las pérdidas, las energías específicas en las secciones 1 y 2 son iguales siendo la energía en la sección 2 (sección de flujo crítico) mínima e igual a $2/3 y_c$, para el caso de una sección transversal de forma rectangular.

$$E_1 = E_2$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{2}{3} y_c$$

Denominando "carga de energía" a $H_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$ y reemplazando la expresión de $y_c = \sqrt[3]{q^2/g}$, se tiene:

$$H_1 = \frac{3}{2} \sqrt[3]{q^2/g}$$

Despejando la expresión para el caudal unitario q :

$$q = \frac{Q}{b_c} = \left[\frac{2}{3} \right]^{1.5} \sqrt{g} H_1^{1.5}$$

Despejando para el caudal Q :

$$Q = \left[\frac{2}{3} \right]^{1.5} \sqrt{g} b_c H_1^{1.5}$$

Teniendo en cuenta que la velocidad del flujo de aproximación es pequeña, la cabeza de velocidad puede despreciarse ($V^2_1/2g \approx 0$) y por lo tanto, la carga de energía es aproximadamente igual a la profundidad de flujo en la sección 1; ésto es, $H_1 \approx y_1$. La expresión del caudal Q es:

$$Q = \left[\frac{2}{3} \right]^{1.5} \sqrt{g} b_c y_1^{1.5}$$

$$Q = 1.705 b_c y_1^{1.5} \quad (\text{sistema métrico})$$

Nuevamente, esta expresión de caudal es teórica, pues se ha asumido distribución uniforme de velocidades, distribución de tipo hidrostático de presiones, se han despreciado pérdidas de energía, se ha despreciado la cabeza de velocidad del flujo de aproximación, etc. Por lo tanto, es necesario introducir un coeficiente C que tenga en cuenta los factores antes mencionados.

Una vez más, la ecuación de caudal Q tiene la forma $Q = C y_1^n$ mencionada en el caso anterior.

Ejemplo 2-4

En un canal de sección rectangular ($z = 0$) plantilla $b = 2$ m, que transporta un caudal $Q = 2$ m³/s se ha instalado un vertedero de cresta ancha con una altura $P = 0.15$ m. Calcular la profundidad de flujo (y_1) en la estación de medición localizada aguas arriba del vertedero, considerando

- Sin despreciar la carga de velocidad del flujo de aproximación.
- Despreciando la carga de velocidad del flujo de aproximación.

Solución

- Sin despreciar la carga de velocidad del flujo de aproximación ($V^2_1/2g \neq 0$)

La expresión del caudal Q en el vertedero para este caso es:

$$Q = \sqrt{g} \left[\frac{2}{3} \right]^{1.5} b H_1^{1.5}$$

En donde:

$$H_1 = y_1 + \frac{V^2_1}{2g}$$

Efectuando operaciones y conociendo que $b = 2$ m, la expresión del caudal Q es:

$$Q = 3.41 H_1^{1.5}$$

Según la Fig.2.11, $H_1 = E_1 - P$; en donde E_1 , es la energía específica en la sección de medición 1.

Por lo tanto, la ecuación de caudal Q se puede escribir como:

$$Q = 3.41 (E_1 - P)^{1.5} \quad (2-35)$$

Planteando la ecuación de energías específicas en las secciones 1 y 2 y sabiendo que en la sección 2 la energía es un mínimo:

$$E_1 = E_2 + P$$

$$E_1 = \frac{3}{2} \frac{P}{y_c}$$

$$y_c = \sqrt[3]{q^2/g} = \sqrt[3]{(2/2)^2/g} = 0.4671$$

Por lo tanto:

$$\frac{E_1}{y_c} = 1.5 + \frac{0.15}{0.4671}$$

$$\frac{E_1}{y_c} = 1.8211 \times y_c = 1.8211 \times 0.4671$$

$$E_1 = 0.85065 \text{ m}$$

Chequeando el caudal Q con la ecuación (2-35):

$$Q (E_1 = 0.85065) = 3.41 (0.85065 - 0.15)^{1.5} = 1.9998 \approx 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

Con el valor de la relación $E_1/y_c = 1.8211$, de la Fig.2.3, se obtiene un valor de y/y_c , correspondiente a la rama de flujo subcrítico, igual a 1.634.

Por lo tanto, el valor de la profundidad de flujo (y_1) en la sección de medición es:

$$\frac{y_1}{y_c} = 1.634 \implies y_1 = 1.634 * y_c$$

$$y_1 = 1.634 * 0.4671$$

$$y_1 = 0.76324 \text{ m (solución)}$$

El área de flujo es: $A_1 = b * y_1$

$$A_1 = 2 * 0.76324 = 1.5265 \text{ m}^2$$

La velocidad de flujo es $V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{2 \text{ m}^3/\text{s}}{1.5265 \text{ m}^2} = 1.31 \text{ m/s}$

La carga de velocidad es: $\frac{V_1^2}{2g} = 0.0875 \text{ m}$

La energía específica es: $E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 0.76324 + 0.0875$

$$E_1 = 0.85074 \text{ (valor antes calculado)}$$

b. Despreciando la carga de velocidad de flujo de aproximación

Despejando h_1 de la Ecuación 2-33:

$$h_1 = \left[\frac{Q}{1.705 b} \right]^{2/3} = 0.701 \text{ m}$$

La profundidad de flujo y_1 es:

$$y_1 = h_1 + P$$

$$y_1 = 0.71 \text{ m} + 0.15 = 0.851 \text{ m}$$

2.7 PROBLEMAS PARA RESOLVER

1. Un canal de sección rectangular ($z = 0$) tiene una plantilla $b = 1.5 \text{ m}$

a. Dibujar las respectivas curvas de energía específica contra profundidad de flujo (E - y) para los siguientes caudales:

$$Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = 4 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_3 = 6 \text{ m}^3/\text{s}$$

Presente una tabla de datos.

- b. En cada caso, determinar del gráfico la correspondiente profundidad crítica y la energía específica mínima correspondiente.
- c. Comparar los resultados del punto b. con los obtenidos mediante las ecuaciones de profundidad crítica: $y_c = (q^2/g)^{1/3}$, y energía específica mínima: $E_{min} = 3/2 y_c$.

2. Para el canal del enunciado anterior ($z = 0$, $b = 1.5$ m):

- a. Dibujar las respectivas curvas de caudal unitario contra profundidad de flujo (q - y) para los siguientes valores de energía específica:

$$E_1 = 1.5 \text{ m}, \quad E_2 = 2 \text{ m}, \quad E_3 = 3 \text{ m}$$

Presente una tabla de datos.

- b. En cada caso, determinar del gráfico la correspondiente profundidad crítica y el caudal máximo unitario.
- c. Comparar los resultados del punto b con los obtenidos mediante las ecuaciones de profundidad crítica: $y_c = 2/3 E$, y caudal unitario máximo: $q_{max} = (g y_c^3)^{1/2}$

3. Un canal de sección trapezoidal ($z = 1$), plantilla $b = 1.5$ m, transporta un caudal $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$. Determinar los elementos geométricos e hidráulicos de la sección transversal correspondiente al flujo crítico mediante el cálculo de la profundidad crítica por los métodos de tanteo y utilización de las curvas adimensionales

$$\frac{Q}{g^{1/2} b^{2.5}} = \frac{y_c}{b}$$

4. Demostrar que en un canal de sección transversal de forma rectangular, las profundidades alternas presentan la relación:

$$y_c^3 = (2y_1^2 y_2^2)/(y_1 + y_2)$$

en donde $y_2 - y_1$, son las profundidades correspondientes a las condiciones subcríticas y supercríticas respectivamente.

5. Un canal de sección trapezoidal ($z = 1.5$), coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0.013$, pendiente de fondo $S_o = 0.10\%$, plantilla $b = 1.2$ m, transporta un caudal $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$, en condiciones de flujo uniforme.

- a. Clasificar el flujo en cuanto a si es sub o supercrítico.
- b. Construir la curva de E - y y localizar el flujo en la curva.
- c. Determinar analítica y gráficamente la profundidad alterna.

- d. Determinar analítica y gráficamente la profundidad crítica y todos los demás elementos hidráulicos y geométricos: A_0 , P_0 , T_0 , R_0 , D_0 , V_0 , S_0 , etc.
- e. Comparar y verificar la consistencia de los resultados del punto d. con los datos del flujo en condiciones de flujo uniforme.
6. a. Cuales son las correspondientes profundidades alternas (y_2 , y_1) a los que puede fluir un caudal $Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$ con un canal de sección rectangular ($z = 0$), plantilla $b = 2 \text{ m}$ y una energía específica disponible de 0.5 m ?
- b. Para cada caso, cuáles serían los valores de las respectivas pendientes de fondo para mantener un flujo uniforme en el canal?
- 7.Cuál es el máximo caudal que puede circular por un canal de sección rectangular, plantilla $b = 1.5 \text{ m}$ con una energía específica disponible de 2.8 m ?
8. Un canal de sección rectangular ($z = 0$), plantilla $b_1 = 2 \text{ m}$, transporta un caudal $Q = 4 \text{ m}^3/\text{s}$ con una profundidad de flujo $y_1 = 1.5 \text{ m}$. En un tramo relativamente corto de fondo horizontal, el canal sufre una contracción de fondo (garganta) con un ancho de plantilla $b_2 = 1.30 \text{ m}$.

Determinar las profundidades alternas que se presentan en la garganta.

Resolver el problemas analíticamente y empleando las curvas adimensionales:

$$\frac{E}{y_c} - \frac{y}{y_c}, \quad \frac{q}{q_{\max}} - \frac{y}{y_c}$$

9. En el problema anterior calcular cuál debe ser el ancho mínimo (b_3) de la garganta para que tenga lugar en ella un flujo crítico sin que se presente alteración en el nivel aguas arriba.
10. a. Demostrar que para un valor menor (b_3) del ancho de la garganta al encontrado en el punto anterior, se produce un cambio en el contenido de la energía específica en la sección de medición de aguas arriba de la garganta.
- b. Asumir un valor numérico de $b_3 < b_0$ y calcular el nuevo valor de energía específica (E_1) y las nuevas profundidades alternas de flujo (y_2 , y_1) en la sección aguas arriba de la garganta.

Resolver el problema analíticamente y utilizar la curva adimensional apropiada.

- c. Demostrar que la nueva energía específica (E_1) del punto b. se puede obtener de la relación:

$$\frac{E_1}{y_{c1}} = 1.5 \left[\frac{b_1}{b_3} \right]^{2/3}$$

11. En el canal del enunciado del problema 8, sufre esta vez un levantamiento de fondo de una altura $\Delta Z = 0.25$ m.

Determinar las profundidades alternas que se presentan en el levantamiento de fondo. Resolver el problema en forma analítica y utilizando las curvas adimensionales de la Fig.2-3 y 2.4

12. En el problema anterior, calcular la altura del levantamiento de fondo (ΔZ_c) que ocasiona flujo crítico sin que se presente alteración en el nivel aguas arriba.
13. a. Demostrar que para un valor (ΔZ_3) mayor del levantamiento de fondo que Z_c , se produce un cambio en el contenido de la energía específica en la sección de medición aguas arriba del levantamiento.
- b. Asumir un valor numérico de $\Delta Z_3 > \Delta Z_c$ y calcular el nuevo valor de energía específica (E_1) y las nuevas profundidades alternas de flujo (y_2, y_1) en la sección aguas arriba del levantamiento.

Resolver el problema analíticamente y utilizar la curva adimensional apropiada.

14. En el problema del Ejemplo 2-2, calcular y dibujar el perfil de flujo y el perfil alterno, si a lo largo del tramo de fondo plano y longitud $L = 10$ m. se provoca, en los primeros 5 m del tramo, una contracción gradual de fondo al final de la cual se produce flujo crítico. A partir de este punto y en los restantes 5 m se produce un ensanchamiento gradual de fondo hasta alcanzar nuevamente el ancho del canal ($b = 2$ m).
15. Encontrar el valor de la descarga teórica en un aforador tipo Ballofett que tiene una garganta de ancho $b_2 = 0.80$ m y una profundidad de flujo, aguas arriba de la garganta de 1.80 m.

FLUJO PERMANENTE Y UNIFORME

3.1 DEFINICION

Se denomina flujo permanente y uniforme aquel cuyas características hidráulicas no varían con respecto al tiempo y el espacio; es decir:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial y}{\partial L} = 0$$

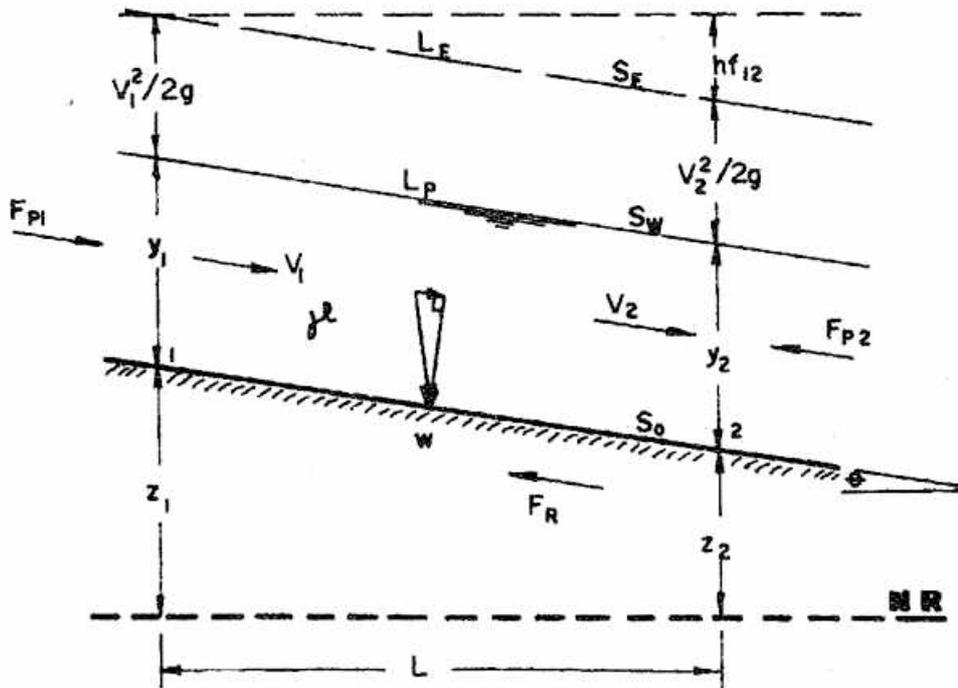


FIG.3.1 Flujo uniforme en un canal

Los términos involucrados en la Fig.3.1 tienen el siguiente significado:

- γ : Peso específico del fluido.
- L: Longitud del tramo comprendido entre las secciones 1 y 2.
- NR: Nivel de referencia.
- Z_1, Z_2 : Energía de posición de las secciones 1 y 2 respectivamente.
- Y_1, Y_2 : Profundidades de flujo en las secciones 1 y 2 respectivamente.
- V_1, V_2 : Velocidades medias de flujo en las secciones 1 y 2 respectivamente.
- $V_1^2 / 2g, V_2^2 / 2g$: cabeza de velocidad en las secciones 1 y 2 respectivamente.
- S_o : Pendiente de fondo del canal.
- L_P : Línea piezométrica.
- S_W : Pendiente de la línea piezométrica.
- L_E : Línea de energía
- S_e : Pendiente de la línea de energía.

hf_{12} : Pérdidas de energía entre las secciones 1 y 2.

θ : Angulo de inclinación del fondo del canal.

W : Peso de la masa de fluido.

F_R : Fuerza de resistencia al flujo.

F_{P1} , F_{P2} : Fuerzas de presión en las secciones 1 y 2 respectivamente.

A_1 , A_2 : Areas de flujo de las secciones transversales 1 y 2 respectivamente

Considerando un tramo de canal L de alineamiento recto y sección transversal constante; el coeficiente de energía o de Coriolis (α) se asume igual a la unidad.

Además, considerando que el flujo uniforme es paralelo y toma lugar en un canal de pequeña pendiente de fondo ($\theta < 6^\circ$), los factores de corrección para la presión ($\cos^2\theta$ y α') se asumen iguales a la unidad.

Teniendo en cuenta la definición de flujo permanente y uniforme se hacen las siguientes observaciones:

- Las profundidades Y_1 , Y_2 y todas las demás profundidades comprendidas entre estas dos secciones son iguales.

- Las velocidades medias de flujo V_1 , V_2 y todas las demás velocidades medias de las secciones del tramo L son iguales a la velocidad media V .

Por lo anterior se concluye que las líneas de energía (L_E), línea piezométricas (L_P) y la solera o fondo del canal son paralelas y por lo tanto sus respectivas pendientes son iguales; es decir, $S_e = S_w = S_o$.

3.2 ECUACION DE CHEZY

La ecuación que nos describe el comportamiento del flujo uniforme se obtiene al aplicar las ecuaciones de la estática a la masa de fluido comprendida entre las secciones 1 y 2 de la Fig.3.1.

$$\sum F = 0$$

$$F_{P1} - F_{P2} - F_R + W \text{ Sen } \theta = 0 \quad (3-1)$$

Por ser las profundidades de flujo Y_1 , Y_2 y las áreas de flujo A_1 y A_2 iguales en el tramo L en consideración; se concluye que la magnitud de las fuerzas de presión (F_{P1} y F_{P2}) son iguales y de sentido contrario; por lo tanto la ecuación anterior se reduce a:

$$W \text{ Sen } \theta = F_R \quad (3-2)$$

Lo anterior significa que la componente horizontal del peso en el sentido del flujo es la responsable de vencer la fuerza de resistencia (F_R) que se origina entre la masa de fluido y el contorno del canal.

De otro lado, los canales diseñados para flujo uniforme tienen un ángulo θ de inclinación muy pequeño ($\theta < 6^\circ$) y para estos ángulos, el seno de θ es

aproximadamente igual a la tangente de θ ; siendo ésta la pendiente de la línea de energía.

Tomando en cuenta la consideración anterior y reemplazando el peso W de la masa de fluido en función de su peso específico () y su volumen; y la fuerza de resistencia F_R en términos del esfuerzo tractivo Γ_o que ocasiona; la ecuación (3-2) se reduce a:

$$\gamma AL S_e = \Gamma_o PL$$

donde P es el perímetro mojado del contorno del canal. Simplificando y despejando Γ_o :

$$\Gamma_o = \gamma R S_e \quad (3-3)$$

donde R es el radio hidráulico.

Experimentalmente se ha encontrado que el esfuerzo tractivo Γ_o a que da lugar la fuerza de resistencia F_R , es proporcional al cuadrado de la velocidad media del flujo V ; por lo tanto:

$$\Gamma_o = K V^2 \quad (3-4)$$

Igualando las ecuaciones (3-3) y (3-4) y solucionando para V , se tiene:

$$V = \sqrt{\frac{\gamma R S_e}{K}} = \sqrt{\frac{\gamma}{K}} \sqrt{R S_e} = C \sqrt{R S_e} \quad (3-5)$$

Para el caso del flujo uniforme $S_e = S_w = S_o$; por lo tanto la expresión para la velocidad media de flujo V es:

$$V = C \sqrt{R S_o} \quad (3-6)$$

La ecuación (3-6) es la expresión de velocidad para el flujo permanente y uniforme y se denomina ecuación de CHEZY; y los términos involucrados en ella son:

- V: Velocidad media de flujo (m/s)
- C: Coeficiente de Chezy
- R: Radio hidráulico (m)
- S_o : Pendiente de fondo del canal en forma decimal

El coeficiente C de Chezy mide la resistencia al flujo; la cual depende fundamentalmente de la naturaleza del material que constituye el contorno del canal, la velocidad de flujo y la viscosidad del fluido entre otros.

Esta relación se puede notar al aplicar la ecuación de Darcy-Wisbach a la sección en la cual ocurre el flujo uniforme en una conducción cerrada. La expresión de la ecuación de Darcy-Wisbach es:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (3-7)$$

donde:

h_f : Es la pérdida de energía que tiene lugar en el tramo L,

D: Es el diámetro de la conducción.

V: Es la velocidad media de flujo.

g: Es la aceleración de la gravedad.

Para una conducción cerrada, el diámetro D es cuatro veces el radio hidráulico y la relación h_f/L representa la pérdida por unidad de longitud o lo que es lo mismo la pendiente de la línea de energía S_o , que para el caso del flujo uniforme es igual a la pendiente de fondo S_o del canal.

Reemplazando las anteriores relaciones en la ecuación (3-7) y despejando para V, se tiene:

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f} R S_o} = \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{R S_o} \quad (3-8)$$

Igualando la ecuación (3-8) a la expresión de Chezy y simplificando:

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

donde f es el coeficiente de fricción de Darcy-Wisbach el cual depende fundamentalmente de la naturaleza del material del conducto, la velocidad de flujo, la viscosidad y la densidad del fluido, entre otros factores.

3.3 DETERMINACION DEL COEFICIENTE DE CHEZY

Son varias las experiencias llevadas a cabo con el objetivo de determinar el coeficiente C de Chezy y como resultado de ellas se tienen las siguientes expresiones:

- Expresión de Bazin (sistema métrico)

$$C = \frac{87}{1 + (K/R^{1/2})} \quad (3-9)$$

donde:

K: factor de fricción de Bazin o rugosidad de las paredes del canal.

R: Radio hidráulico.

En la Tabla 3.1 se presentan algunos valores de K

TABLA 3.1 Valores del factor de sección de Bazin: K

Superficie	Naturaleza de las Paredes			
	Perfectas	Buenas	Medianamente Buenas	Malas
- Tubos de albañal, vitrificados	0.06	0.22	0.33	0.50
- Tubos de barro, comunes	0.11	0.17	0.28	0.50
- Mampostería con mortero de cemento	0.14	0.22	0.33	0.50
- Superficies de cemento pulido	0.00	0.06	0.14	0.22
- Aplanados de cemento	0.06	0.11	0.22	0.33
- Tubería de concreto	0.14	0.22	0.33	0.41
- Acueductos de duela o tabloncillos cepillados	0.00	0.14	0.22	0.28
- Acueductos de tabloncillos sin cepillar	0.06	0.22	0.28	0.33
- Acueductos de tabloncillos con astillas y palos	0.14	0.33	0.41	0.55
- Canales revestidos con concreto	0.14	0.28	0.41	0.55
- Mampostería de piedras irregulares o sin labrar	0.50	0.69	1.05	1.38
- Mampostería seca, zampeados	1.90	1.38	1.60	1.74
- Piedra labrada, sillería, paredes de ladrillo	0.22	0.28	0.36	0.50
- Acueductos de lámina, lisos	0.06	0.14	0.22	0.33
- Acueductos de lámina corrugada	0.68	1.05	1.21	1.38
- Canales de tierra en buenas condiciones	0.50	0.69	0.88	1.05
- Canales de tierra con malezas, piedras y sinuosos	1.05	1.38	1.74	2.10
- Canales de excavados en roca	1.38	1.74	2.04	2.32
- Corrientes naturales en buenas condiciones	1.05	1.38	1.74	2.10
- Corrientes naturales con malezas, cantos rodados, rocas, etc.	1.74	2.43	3.48	4.86

Tabla tomada del Handbook of Hydraulics - King, H.W. - Página 269

- Expresión de Pavlovski (sistema métrico)

$$C = \frac{R^y}{n}$$

(3-10)

donde:

R: Radio hidráulico

n: Coeficiente de rugosidad según Pavlovski

$$y = 2.5 \sqrt{n} - 0.13 - 0.75 \sqrt{R} (\sqrt{n} - 0.1);$$

$$0.1 < R < 3 \text{ y } 0.011 < n < 0.04$$

Por simplificación:

$$y = 1.5 \sqrt{n}, \quad R < 1 \text{ m}$$

$$y = 1.3 \sqrt{n}, \quad R > 1 \text{ m}$$

En la Tabla 3.2 se dan algunos valores de n según Pavlovski.

TABLA 3.2 Valores de "n" según Pavlovski

Material del Canal	Valor de "n"		
	Mínimo	Medio	Máximo
- Roca muerta	0.	0.040	0.045
- Roca igualadas las asperezas	0.020	0.033	0.035
- Canales grandes en buen estado	0.020	0.0225	0.025
- Canales grandes en estado regular	0.023	0.025	0.027
- Canales grandes en mal estado	0.025	0.0275	0.030
- Canales malos semi derrumbados	0.028	0.030	0.033
- Canal irregular con vegetación	0.033	0.035	0.040
- Madera cepillada	0.010	0.013	0.014
- Madera sin cepillar	0.012	0.015	0.018
- Hormigón sin alisado con buen encofrado	0.013	0.014	0.015
- Hormigón con huellas de tablas	0.015	0.016	0.018
- Hormigón alisado	0.011	0.012	0.013
- Mampostería, piedra	0.017	0.0225	0.030
- Gabiones	0.025	0.027	0.032
- Ladrillo enlucido	0.012	0.015	0.017

Tabla tomada del texto Diseño Hidráulico - SVIATOSIAV KROCHIN, página 335

Expresión de Kutter y Ganguillet (sistema métrico)

$$C = \frac{23 + \frac{0.00155}{S_o} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0.00155}{S_o}\right) \frac{n}{\sqrt{R}}} \quad (3-11)$$

donde:

S_o: Pendiente de fondo del canal en forma decimal
n: Coeficiente de rugosidad
R: Radio hidráulico

- Expresión de Forchheimer (sistema métrico)

$$C = \frac{R^{1/5}}{n} \quad (3-12)$$

donde:

R: Radio hidráulico
n: Coeficiente de rugosidad

- Expresión de Agroskin (sistema métrico)

$$C = \frac{1}{n} + 17.72 \text{ Log } R \quad (3-13)$$

donde:

n: Coeficiente de rugosidad
R: Radio hidráulico

- Expresión de Thijse y Segzda (sistema métrico)

$$C = 18 \log \frac{6 R}{a + d/7} \quad (3-14)$$

$$a = 128 n^6$$

$$n = 0.0395 (2a)^{1/6}$$

donde:

a: Magnitud de la rugosidad absoluta
d: Espesor de la capa laminar

- Expresión de Manning (sistema métrico)

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \quad (3-15)$$

donde:

R: Radio hidráulico
n: Coeficiente de rugosidad de Manning

La expresión para C dada por Manning, es la más ampliamente utilizada por la facilidad en su manejo porque los resultados obtenidos al aplicarla se ajustan en grado sumo a la realidad del cálculo en flujo uniforme.

Introduciendo la expresión para C de Manning en la fórmula de Chezy y simplificando se obtiene la expresión de Manning para la velocidad de flujo uniforme.

$$V = \frac{R^{2/3} \sqrt{S_0}}{n} \quad (3-16)$$

y la expresión para el caudal es:

$$Q = VA = \frac{A R^{2/3} \sqrt{S_0}}{n} \quad (3-17)$$

donde:

- Q: Caudal (m^3/s)
- A: Area de la sección transversal (m^2)
- R: Radio hidráulico (m)
- So: Pendiente de fondo del canal en forma decimal
- n: Coeficiente de rugosidad

3.4 CALCULO DEL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD: n

El coeficiente de rugosidad mide la resistencia al flujo y dada la variedad de factores que afectan su cálculo hacen que este sea complejo por la imprecisión que se tiene en cuantificar el grado de incidencia de los diferentes factores.

Entre los factores que afectan el cálculo de n se tienen los siguientes:

- Las características del material que constituye la superficie del contorno del canal; siendo las principales el tamaño, forma y distribución de las partículas del material. En términos generales, se espera una menor resistencia al flujo en superficies conformadas por granos o partículas finas y redondeadas (arcillas, limos, arenas) que en superficies de partículas gruesas y de forma irregular (gravas, cascajo).

- Irregularidad de la superficie del contorno del canal. El término "irregularidad" se refiere al acabado final de las superficies de contorno que se consigue con el material con que se ha construido el canal.

- Variación de forma y tamaño en la sección transversal. Dependiendo del grado de variación en forma y tamaño de la sección transversal, se tendrá una mayor o menor turbulencia en el flujo; y por consiguiente un efecto directo en la resistencia al flujo.

Cambios de tamaño en la sección transversal, si ellos son graduales y uniformes, no causarán turbulencia significativa; caso contrario se presenta cuando dichos cambios son abruptos.

- Presencia de obstrucciones. La presencia de obstrucciones tales como raíces, escombros, piedras, troncos, incrementan el valor del coeficiente de rugosidad y su efecto depende de su naturaleza, tamaño, forma, número y distribución.

- Presencia de vegetación. El efecto de resistencia al flujo creado por la vegetación se debe inicialmente a la turbulencia que se crea cuando el agua fluye entre las hojas, tallos y follaje; y a la pérdida de capacidad de conducción del canal por la reducción en su sección transversal.

El efecto de resistencia depende de las características de la vegetación, tales como altura, densidad, distribución y tipo de vegetación.

- Alineamiento del canal. La presencia de meandros incrementa el valor del coeficiente de rugosidad; el cambio en la dirección de flujo debe realizarse mediante curvas suaves con radios de curvatura largos, los cuales conducen a un aumento del coeficiente de rugosidad mucho menor que si dichos cambios se realizaran mediante curvas cerradas.

En 1956 COWAN propuso una expresión para estimar el coeficiente de rugosidad n de Manning y en la cual se tienen en cuenta los factores antes mencionados. La expresión en mención es:

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4) m_5 \quad (3-18)$$

donde:

n : Coeficiente de rugosidad de Manning

n_0 : Valor básico de n para un canal recto de sección transversal uniforme y construido con el material de que se dispone.

Algunas recomendaciones generales de n_0 son las siguientes:

Material	Valor de n_0
Tierra	0.020
Roca	0.025
Grava fina	0.024
Grava gruesa	0.028

La Tabla 3.3 da valores básicos de n para diferentes materiales.

TABLA 3.3 Valores del coeficiente de rugosidad "n" de Manning

Tipo y Descripción del Canal	Valor de "n"		
	Mínimo	Normal	Máximo
CONDUCTOS CERRADOS DESCARGANDO PARCIALMENTE LLENOS			
1. Metales			
a. Latón liso	0.009	0.010	0.013
b. Acero			
- Soldado	0.010	0.012	0.014
- Remachado	0.013	0.016	0.017
c. Hierro fundido			
- Pintado	0.010	0.013	0.014
- Normal	0.011	0.014	0.016
d. Hierro forjado			
- Negro	0.012	0.014	0.015
- Galvanizado	0.013	0.016	0.017
e. Metal corrugado			
- Drenaje	0.017	0.019	0.021
- Drenaje pluvial	0.021	0.024	0.030
2. No Metales			
a. Lucita	0.008	0.009	0.010
b. Vidrio	0.009	0.010	0.013
c. Cemento			
- Lisa	0.010	0.011	0.013
- Mortero	0.011	0.013	0.015
d. Concreto			
- Alcantarillado recto y libre de escombros	0.010	0.011	0.013
- Alcantarillado con curvas, conexiones y algunos escombros	0.011	0.013	0.014
- Acabado	0.011	0.012	0.014
- Drenajes rectos con ventanas de inspección, entradas, etc.	0.013	0.015	0.017
- No acabados, en cimbra de acero	0.012	0.013	0.014
- No acabados, en cimbra de madera lisa	0.012	0.014	0.016
- No acabados, en cimbra de madera bruta	0.015	0.017	0.020
e. Madera			
- Duela	0.010	0.012	0.014
- Laminada y tratada	0.015	0.017	0.020
f. Arcilla			
- Tubos de barro cocido común	0.011	0.013	0.017
- Tubos de albañal vitrificado	0.011	0.014	0.017
- Tubos de albañal vitrificado con ventanas de inspección	0.013	0.015	0.017

TABLA 3.3 Continuación

Tipo y Descripción del Canal	Valor de "n"		
	Mínimo	Normal	Máximo
- Tubo vitrificado para drenes con juntas abiertos	0.014	0.016	0.018
g. Mampostería			
- De vitricota	0.011	0.013	0.015
- Acabados con mortero de cemento	0.012	0.015	0.017
h. Drenajes sanitarios cubiertos de lana con curvas y conexiones	0.012	0.013	0.016
i. Drenaje con fondo liso	0.016	0.019	0.020
j. Acabados de cemento rugoso	0.018	0.025	0.030
CANALES RECUBIERTOS O EN RELLENO			
1. Metales			
a. Superficies de acero lisas			
- No pintadas	0.011	0.012	0.014
- Pintadas	0.012	0.013	0.017
b. Corrugadas	0.021	0.025	0.030
2. No Metales			
a. Cemento			
- Superficie lisa	0.010	0.011	0.013
- En mortero	0.010	0.013	0.015
b. Madera			
- Plana, no tratada	0.010	0.012	0.014
- Plana, creosotada	0.011	0.012	0.015
- Rústica	0.012	0.015	0.018
- Tablones y tejamil	0.012	0.015	0.018
- Cubierta con tela	0.010	0.014	0.017
c. Concreto			
- Acabado con llana metálica	0.011	0.010	0.015
- Acabado con llana de madera	0.013	0.015	0.016
- Acabado con grava en el fondo	0.015	0.017	0.020
- Sin acabar	0.014	0.017	0.020
- Gunitado, buena sección	0.016	0.019	0.023
- Gunitado, sección ondulada	0.018	0.022	0.025
- Sobre roca bien excavada	0.017	0.020	
- Sobre roca, excavado irregular	0.022	0.027	
d. Plantilla de concreto acabado con llana y taludes de:			
- Mampostería cuidada sobre mortero	0.015	0.017	0.020
- Mampostería burda sobre mortero	0.017	0.020	0.024
- Mampostería junteada y aplanada con mortero de cemento	0.016	0.020	0.024

TABLA 3.3 Continuación

Tipo y Descripción del Canal	Valor de "n"		
	Mínimo	Normal	Máximo
- Mampostería junteada con mortero de cemento	0.020	0.025	0.030
e. Fondo de grava con lados de:			
- Concreto cimbrado	0.017	0.020	0.025
- Mampostería sobre mortero	0.020	0.023	0.026
f. Ladrillo			
- Vitricota	0.011	0.013	0.015
- Con mortero de cemento	0.012	0.015	0.018
g. Mampostería			
- Junteada con mortero	0.017	0.025	0.030
- Seca	0.023	0.032	0.036
h. Piedra labrada	0.013	0.015	0.017
i. Asfalto			
- Liso	0.013	0.013	
- Rugoso	0.016	0.016	
j. Cubierta vegetal	0.030		0.500
CANALES EXCAVADOS O DRAGADOS EN			
1. Tierra Recto y Uniforme			
a. Limpio recientemente terminado	0.016	0.018	0.020
b. Limpio, después de interperizado	0.018	0.022	0.025
c. Grava, sección uniforme y limpia	0.022	0.025	0.030
d. Con poco pasto y poca hierba	0.022	0.027	0.033
2. Tierra, con Curvas y en Régimen Lento			
a. Sin vegetación	0.023	0.025	0.030
b. Pasto y algo de hierba	0.025	0.030	0.033
c. Hierba densa o plantas acuáticas en canales profundos	0.030	0.035	0.040
d. Plantilla de tierra y mampostería en los lados	0.028	0.030	0.035
e. Plantilla rocosa e hierva en los bordes	0.025	0.035	0.040
f. Plantilla empedrada y bordes limpios	0.030	0.040	0.050
3. Excavado o Dragado en Línea Recta			
a. Sin vegetación	0.025	0.028	0.033
b. Pocos arbustos en los bordes	0.035	0.060	0.060
4. Cortes en Rocas			
a. Lisos y uniformes	0.025	0.035	0.040
b. Astillado e irregular	0.035	0.040	0.050

TABLA 3.3 Continuación

Tipo y Descripción del Canal	Valor de "n"		
	Mínimo	Normal	Máximo
5. Canales Abandonados, Hierbas y Arbustos sin Limpiar			
a. Hierba densa, tan alta como el tirante	0.050	0.080	0.120
b. Fondo limpio, arbustos en los taludes	0.040	0.050	0.080
c. Igual al anterior con máximo escurrimiento	0.045	0.70	0.110
d. Denso de arbustos, altos niveles de escurrimiento	0.080	0.100	0.140
CAUCES NATURALES			
1. Arroyos (ancho de la superficie libre del agua en avenidas 30 m.)	0.025	0.030	0.033
a. Corrientes en planicie			
- Limpio, rectos sin deslaves ni remansos profundos	0.025	0.030	0.033
- Igual al anterior pero más rocosos y con hierba	0.030	0.035	0.040
- Limpio, curvo, algunas irregularidades del fondo	0.033	0.040	0.045
- Igual al anterior, algo de hierba y roca	0.035	0.045	0.050
- Igual al anterior pero menor profundidad y secciones poco eficientes	0.040	0.048	0.055
- Igual que el 4 pero más rocas	0.045	0.050	0.060
- Tramos irregulares con hierba y estanques profundos	0.050	0.070	0.080
- Tramos con mucha hierba, estanques profundos, o cauces de avenidas con raíces y plantas subacuáticas	0.075	0.100	0.150
b. Corrientes de montañas, sin vegetación en el cauce; taludes muy pendientes, árboles y arbustos a lo largo de las márgenes que quedan sumergidas en las avenidas			
- Fondo de: grava, boleó y algunos cantos rodados	0.030	0.040	0.050
- Fondo de: boleó y grandes rocas	0.040	0.050	0.070
2. Planicies de Avenida			
a. Pastura sin arbustos			
- Pasto bajo	0.025	0.030	0.035
- Pasto alto	0.030	0.035	0.050

TABLA 3.3 Continuación

Tipo y Descripción del Canal	Valor de "n"		
	Mínimo	Normal	Máximo
b. Areas cultivadas			
- Sin cosecha	0.020	0.030	0.040
- Cosecha en tierra labrada y pradera	0.025	0.035	0.045
- Cosecha de campo	0.030	0.040	0.050
c. Arbustos			
- Arbustos diseminados y mucha hierba	0.035	0.050	0.070
- Pocos arbustos y árboles, en invierno	0.035	0.050	0.060
- Pocos arbustos y árboles, en verano	0.040	0.060	0.080
- Mediana o densa población de arbustos, en invierno	0.045	0.070	0.110
- Mediana a densa población de arbustos, en verano	0.070	0.100	0.160
d. Arboles			
- Población densa de sauces, en verano, rectos	0.110	0.150	0.200
- Terrenos talados con troncos muertos	0.030	0.040	0.050
- Igual al anterior pero con troncos retoñables			
- Arboles de sombra y avenidas debajo de las ramas	0.080	0.100	0.120
- Igual al anterior, pero las avenidas alcanzan a las ramas	0.100	0.120	0.160
3. Ríos (ancho de la superficie libre en avenidas 30 m) la "n" es menor que los arroyos de igual descripción por que los bordes ofrecen menor resistencia			
a. Secciones regulares sin centes rodador ni arbustos	0.025		0.60
b. Secciones rugosas e irregulares	0.035		0.0100

Tomada del texto "Open Channel Hydraulics" Ven Te Chow, pág.110 al 113.

n₁: Valor que corresponde al efecto de irregularidad en la superficie del controno del canal. Valores recomendados:

Grado de Irregularidad	Valor de n ₀
Lisa	0.000
Poco	0.005
Moderado	0.010
Severo	0.020

n₂: Valor que corresponde a las variaciones en forma y tamaño de la sección transversal

Característica de la Variación	Valor de n ₂
Gradual	0.000
Ocasional	0.005
Frecuente	0.010 - 0.015

n₃: Valor que corresponde a la presencia de obstrucciones.

Efecto Relativo de Obstrucciones	Valor de n ₃
Pequeño	0.000
Apreciable	0.010 - 0.015
Severo	0.040 - 0.060

n₄: Valor que corresponde a la presencia de vegetación.

Grado de Efecto	Valor de n ₄
Poco	0.005 - 0.010
Mediano	0.010 - 0.025
Severo	0.025 - 0.050
Muy severo	0.050 - 0.100

m₅: Factor de corrección por sinuosidad. Este factor se estima según el grado de tortuosidad; definiéndose ésta como la relación entre la longitud del canal siguiendo el cauce y la longitud en línea recta

Tortuosidad	Grado de Sinuosidad	Valor de m ₅
1.0 - 1.2	Menor	1.00
1.2 - 1.5	Apreciable	1.15
Mayor de 1.5	Severo	1.30
Grava gruesa		0.028

3.5 CALCULO DEL FLUJO UNIFORME

Con el cálculo del flujo uniforme se pretende dar a conocer los mecanismos que permitan encontrar la profundidad de flujo (y), la velocidad (v), y demás elementos característicos de la sección transversal una vez que se conoce el caudal (Q) que debe transportar el canal, la pendiente de fondo

del canal (S_o) y las características del material que constituye el contorno del canal; para tal efecto la expresión de Manning (ecuación 3-17) es la más ampliamente utilizada.

Despejando de ella el término $Q/S_o^{2/3}$, se tiene:

$$\frac{Q}{\sqrt{S_o}} = \frac{A R^{2/3}}{n} = K \quad (3-19)$$

El término K se denomina Conductancia y es un parámetro que mide la capacidad de transporte o conducción de la sección transversal del canal, pues se observa que es directamente proporcional al caudal Q .

El término $AR^{2/3}$ se denomina Factor de Sección (Z_o) para flujo uniforme y constituye un parámetro de gran utilidad en el cálculo de este tipo de flujo.

Despejando el factor de sección (Z_o) de la ecuación de Manning, se tiene:

$$A R^{2/3} = \frac{Q n}{\sqrt{S_o}} = Z_o \quad (3-20)$$

y relacionándolo con la conductancia K en la ecuación (3-19);

$$A R^{2/3} = n K \quad (3-21)$$

De la ecuación (3-21), se deduce que el factor de sección (Z_o) solo depende de la geometría de la sección transversal y para una condición dada de caudal (Q), pendiente de fondo (S_o) y coeficiente de rugosidad de Manning (n), el valor numérico de Z_o es conocido. La profundidad de flujo (y) que da lugar a valores de área mojada (A) y radio hidráulico (R) que al ser reemplazadas en la ecuación (3-21), satisfacen dicha ecuación, se denomina profundidad normal (y_n) y todas las demás características de la sección transversal que corresponden a esta condición de flujo se designan con el sub-índice "n" (A_n , P_n , R_n , V_n , Q_n , etc.).

El factor de sección Z_o se puede relacionar con la profundidad de flujo, relación esta que es útil en el cálculo de la profundidad normal (y_n) y por ende de los demás elementos geométricos de la sección transversal.

Si en la expresión del factor de sección Z_o se reemplaza el área mojada (A) y el radio hidráulico (R) por las expresiones generales para una sección transversal de forma trapezoidal, se tiene:

$$Z_o = A R^{2/3} = (b + zy) y \left[\frac{(b + zy) y}{b + 2y \sqrt{1+z^2}} \right]^{2/3} \quad (3-22)$$

Simplificando y dividiendo el numerador y el denominador de la ecuación (3-22) por $a/b^{10/3}$:

$$Z_o = A R^{2/3} = \frac{(1 + z y/b)^{5/3} (y/b)^{5/3} b^{8/3}}{(1 + 2 y/b \sqrt{1 + z^2})^{2/3}} \quad (3-23)$$

Dividiendo los miembros de la ecuación (3-23) por $b^{8/3}$ para hacer la expresión adimensional:

$$\frac{Z_o}{b^{8/3}} = \frac{A R^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{(1 + z (y/b))^{5/3} (y/b)^{5/3}}{(1 + 2 y/b \sqrt{1 + z^2})^{2/3}} \quad (3-24)$$

En la ecuación (3-24) el factor de sección adimensional se expresa en función del talud (z) y de la relación y/b ; en donde y es la profundidad de flujo y b es la plantilla de la sección transversal.

Para la sección circular y para diferentes valores de taludes (0, 0.5, 1, 1.5, etc.) se puede graficar la relación entre el factor de sección adimensional y la relación y/b ; gráfico éste útil en el cálculo del flujo uniforme (Fig.3.2)

3.6 CALCULO DE LA PROFUNDIDAD NORMAL DE FLUJO (y_n)

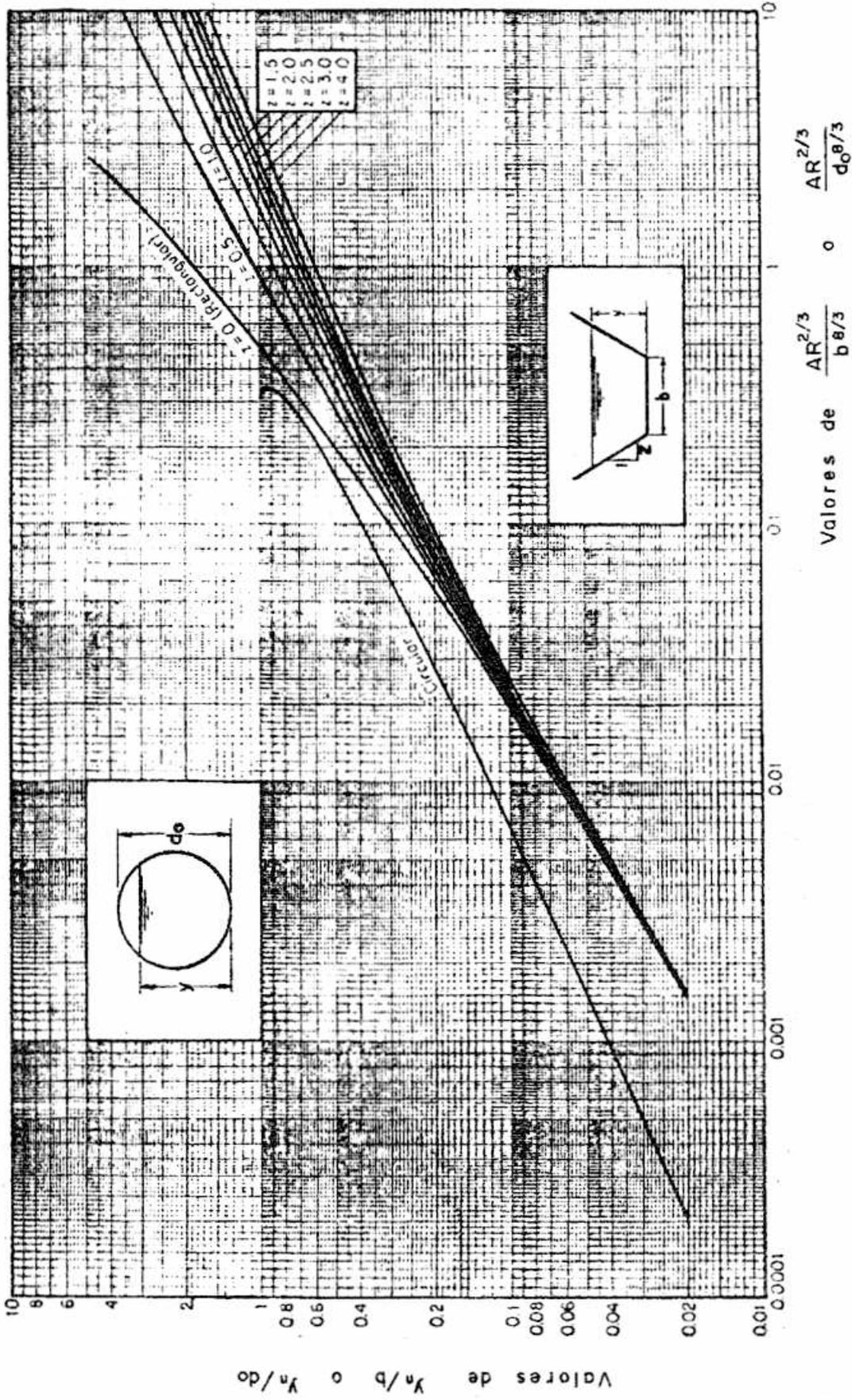
Basicamente existen dos métodos por los cuales se puede calcular la profundidad normal de flujo (y_n) cuando son conocidos el caudal (Q) que circula por la sección, la plantilla (b) de la sección, la pendiente de fondo (S_o) del canal, el talud (z) y el coeficiente de rugosidad de Manning (n).

- Método de Tanteo.

El procedimiento se resume en los siguientes pasos:

a. Calcular el valor numérico del factor de sección z_o mediante la expresión: $Q_n/S_o^{3/5}$

b. Suponer valores de profundidad normal (y_n) y calcular el correspondiente valor del factor de sección (z_o) mediante la expresión: $A R^{2/3}$.



(Tomado de "OPEN CHANNEL HYDRAULICS" V. T. Chow Pag. 130)

FIG.3.2 Curvas dimensionales para determinar profundidad normal

Aquella profundidad supuesta en b. que conduzca a un valor de factor de sección numéricamente igual al calculado en el punto a. será la solución al problema.

- Método Gráfico

Consiste en utilizar las curvas adimensionales $z_0/b^{8/3}$ vs. y_n/b .

El procedimiento se resume en los siguientes pasos:

- Calcular el valor numérico del factor de sección z_0 adimensional mediante la expresión $Q_n/S_0^{3/2} b^{8/3}$.
- En la Fig.3.2 localizar en el eje de las abscisas el valor calculado en a. luego en dirección paralela al eje de las ordenadas cortar la curva correspondiente al talud (z) dado y a partir del punto de corte y en forma paralela al eje de las abscisas cortar el eje de las ordenadas y encontrar el valor de la relación y_n/b .
- Conocidos los valores de la plantilla (b) y de la relación y_n/b se despeja el valor correspondiente a la profundidad normal (y_n).

El siguiente ejemplo ilustra el empleo de los dos métodos antes mencionados.

Ejemplo 3-1

Un canal de sección trapezoidal ($z = 1$) transporta un caudal (Q) de $10 \text{ m}^3/\text{s}$ con una pendiente de fondo (S_0) del 0.16% y una plantilla (b) de 3.5 m. Calcular las características de la sección transversal.

3.6.1 Método de Tanteo

- Cálculo del factor de sección z_0

$$z_0 = A R^{2/3} = \frac{Q_n}{\sqrt{S_0}} = \frac{(10 \text{ m}^3/\text{s}) 0.016}{\sqrt{0.0016}} = 4$$

- La siguiente Tabla ilustra el procedimiento de cálculo

y_n (supuesto m)	A	P	$R^{2/3}$	$A R^{2/3}$
0.80	3.44	5.76	0.71	2.44
1.00	4.50	6.33	0.80	3.60
1.20	5.64	6.90	0.87	4.91
1.10	5.06	6.61	0.84	4.23
1.09	5.00	6.58	0.83	4.16
1.07	4.89	6.53	0.82	4.03 \approx 4.0

De lo anterior se concluye que la profundidad de flujo (y_n) igual a 1.07 m, es la profundidad que da lugar a un valor de z_0 numéricamente igual al calculado en el punto a. por lo tanto es la solución al problema y las demás características de la sección transversal son:

$$\text{Area de Flujo } A = by + zy^2 = 3.5(1.07) + 1 * (1.07)^2 = 4.89 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro Mojado } P = b + 2y \sqrt{1+z^2} = 3.5 + 2(1.07) \sqrt{1+1^2} = 6.53 \text{ m}$$

$$\text{Radio Hidráulico } R = \frac{A}{P} = \frac{4.89 \text{ m}^2}{6.53 \text{ m}} = 0.75 \text{ m}$$

$$\text{Ancho Superior } T = b + 2zy = 3.5 + 2 * 1 * 1.07 = 5.64 \text{ m}$$

$$\text{Profundidad Hidráulica } D = \frac{A}{T} = \frac{4.89 \text{ m}^2}{5.64 \text{ m}} = 0.87 \text{ m}$$

$$\text{Velocidad de Flujo } V = \frac{Q}{A} = \frac{10 \text{ m}^3/\text{s}}{4.89 \text{ m}^2} = 2.04 \text{ m/s}$$

3.6.2 Método Gráfico

a. Cálculo del factor de sección adimensional

$$\frac{z_0}{b^{8/3}} = \frac{A R^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{Q n}{\sqrt{S_0} * b^{8/3}} = \frac{(10 \text{ m}^3/\text{s}) (0.016)}{\sqrt{0.0016} (3.5)^{8/3}} = 0.142$$

b. En la Fig.3.2 con el valor de 0.142 y la curva correspondiente al talud (z) igual a 1, se obtiene el valor de la relación y_n/b igual a 0.304, por lo tanto:

$$\frac{y_n}{b} = 0.304 \quad y_n = 0.304 b = 0.304 * 3.5 = 1.064 \text{ m}$$

Las demás características de la sección son:

$$\text{Area Mojada } A = by + zy^2 = 3.5(1.064) + 1 (1.064)^2 = 4.85 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro Mojado } P = b + 2y \sqrt{1+z^2} = 3.5 + 2(1.064) \sqrt{1+1^2} = 6.51 \text{ m}$$

$$\text{Radio Hidráulico } R = \frac{A}{P} = \frac{4.85 \text{ m}^2}{6.51 \text{ m}} = 0.75 \text{ m}$$

Ancho Superior T = b + 2zy = 3.5 + 2 * 1 * 1.064 = 5.628 m

Profundidad Hidráulica D = A / T = 4.85 m² / 5.6284 m = 0.862 m

Velocidad de Flujo V = Q / A = 10 m³/s / 4.85 m² = 2.06 m/s

Observese que los resultados obtenidos mediante los dos métodos son semejantes. El método de tanteo es bastante exacto pero requiere de varios ensayos para llegar a la solución final; la exactitud del método gráfico depende de la precisión con que se maneje las curvas adimensionales pero tiene la ventaja de que es un método rápido.

3.7 EXPONENTE HIDRAULICO PARA FLUJO UNIFORME

En la sección 3-5 se definió la conductancia de una sección transversal de flujo como la capacidad de conducción de la sección y se expresó la ecuación K = A R²/³/n. Considerando que el coeficiente de rugosidad de Manning (n) no varía, es posible expresar la conductancia K como función de la profundidad de flujo (y); K = f(y), para una sección transversal dada, mediante la siguiente expresión general:

K² = C₁ Y^N , en donde: (3-25)

- K: Es la conductancia.
C₁: Es un coeficiente.
N: Es el exponente hidráulico para flujo uniforme.
Y: Es la profundidad de flujo.

Tomando logaritmo natural a ambos miembros de la ecuación (3-25) y despejando para ln K, se tiene:

ln K = (ln C₁ / 2) + (N / 2) ln Y (3-26)

Derivando la ecuación (3-26) respecto a la profundidad de flujo:

d(ln K) / dy = N / 2y (3-27)

De otro lado, de la ecuación (3-19)

K = A R²/³ / n

Tomando logaritmo natural a ambos lados de la ecuación (3-19) y derivando con respecto a la profundidad de flujo, se tiene:

$$\frac{d}{dy} (\ln K) = \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} + \frac{2}{3R} \frac{dR}{dy} \quad (3-28)$$

En la ecuación (3-28), reemplazando términos, simplificando y agrupando convenientemente:

$$\frac{d}{dY} (\ln K) = \frac{1}{3A} (5T - 2T \frac{dp}{dY}) \quad (3-29)$$

Igualando la ecuación (3-27) y la (3-29) y despejando para N, se obtiene la expresión general para el exponente hidráulico para flujo uniforme:

$$N = \frac{2Y}{3A} (5T - 2R \frac{dp}{dY}) \quad (3-30)$$

Introduciendo en la ecuación (3-30) las expresiones generales de A, T, R y dp/dY para canales trapezoidales, simplificando y agrupando convenientemente, se obtiene una expresión para el exponente hidráulico para flujo uniforme (N) como función de la relación y/b y el talud (z); así:

$$N = \frac{10}{3} \frac{(1 + 2z y/b)}{(1 + z y/b)} - \frac{8}{3} \frac{y/b \sqrt{1 + z^2}}{1 + 2 y/b \sqrt{1 - z^2}} \quad (3-31)$$

En la Fig.3-3 se grafica la relación de N como función de la relación y/b para diferentes valores de talud (z).

3.8 CARACTERÍSTICAS DE FLUJO EN CONDUCTOS CIRCULARES

Si se considera que el coeficiente de rugosidad de Manning (n) no varía con el cambio en la profundidad de flujo, es de esperarse que para una sección transversal dada el factor de sección para flujo uniforme ($AR^{2/3}$) es función de la profundidad de flujo solamente; dando como resultado que el factor de sección aumente con la profundidad. En estas condiciones, igual comportamiento se espera de la conductancia ($K = AR^{2/3}/n$) dado que se ha considerado constante el coeficiente de rugosidad de Manning (n). Como la conductancia mide la capacidad de conducción de la sección transversal de flujo, se espera que en la medida en que se incremente la profundidad de flujo se incrementará la conductancia y por ende la descarga a través de la sección transversal.

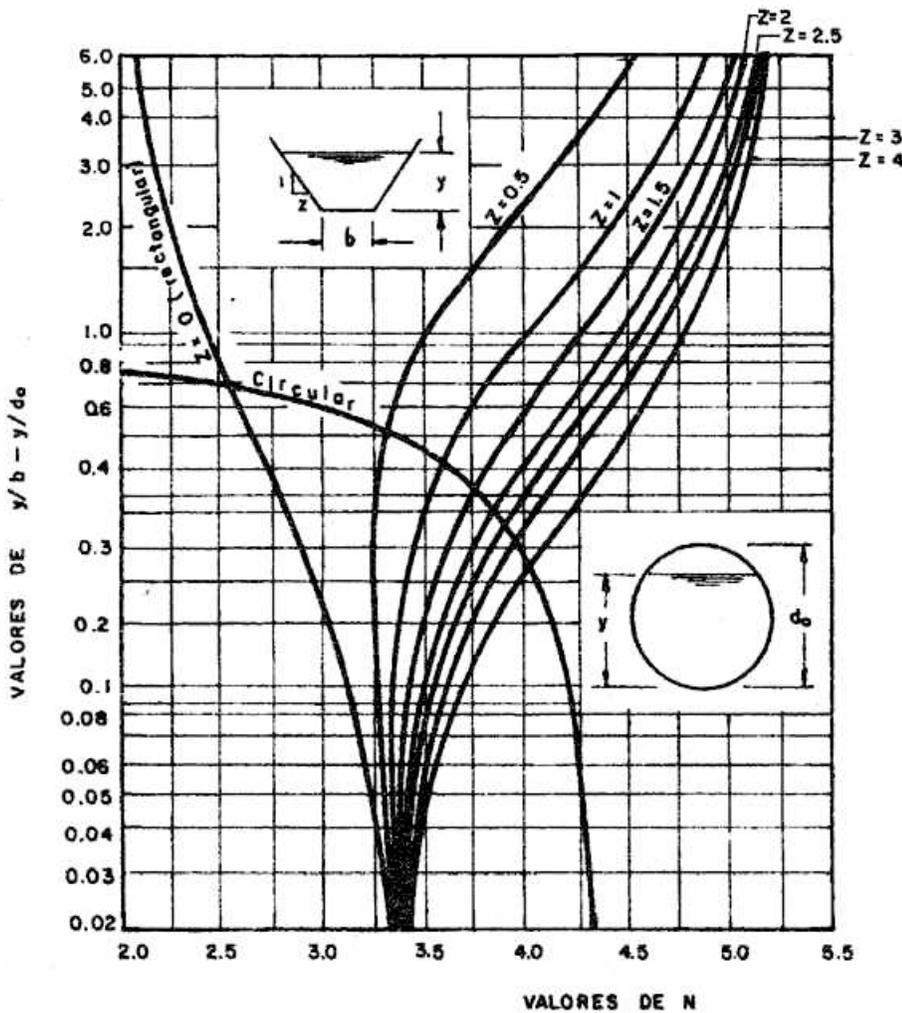


FIG.3.3 Curvas de Valores de n
(Figura tomada de "OPEN CHANNEL HYDRAULICS" V.T.Chow pag.132)

En la curva adimensional de la Fig.3.2 se aprecia que la sección transversal de flujo de forma circular no obedece al comportamiento descrito en el párrafo anterior, pues los valores de la relación $y/d_o > 0.8$ se presentan dos posibles profundidades de flujo para cualquier valor de $Z/d_o^{8/3}$

Relacionando las expresiones de caudal para una sección transversal dada de forma circular parcialmente llena (Q) y completamente llena (Q_r), mediante la ecuación de Manning se tiene:

$$\frac{Q}{Q_r} = \frac{AR^{2/3} S_o^{1/2/n}}{A_r R_r^{2/3} S_o^{1/2/n}} = \frac{AR^{2/3}}{A_r R_r^{2/3}} ; n, S_o = \text{Cte} \quad (3-32)$$

De igual forma, la relación de velocidades para las condiciones antes anotadas es:

$$\frac{V}{V_f} = \frac{R^{2/3} S_o^{1/2/n}}{R_f^{2/3} S_o^{1/2/n}} = \frac{R^{2/3}}{R_f^{2/3}}, \quad n, S_o = \text{Cte} \quad (3-33)$$

Las relaciones de las ecuaciones (3-32) y (3-33) pueden expresarse en términos de la relación Y/d_o ; en donde Y : es la profundidad de flujo y d_o : es el diámetro de la sección circular. La Fig.3.4 ilustra estas relaciones y de ella se deduce:

- La máxima relación de caudales tiene un valor aproximado de 1.09 ($Q/Q_f = 1.09$) y corresponde a un valor de la relación Y/d_o igual a 0.94 ($Y/d_o = 0.94$).
- La máxima relación de velocidades tiene un valor aproximado de 1.15 ($V/V_f = 1.15$) y corresponde a un valor de la relación Y/d_o igual a 0.81 ($Y/d_o = 0.81$).
- Para valores mayores de la relación $Y/d_o > 0.80$ aproximadamente, se presentan dos posibles profundidades de flujo para cualquier descarga a excepción del punto correspondiente a $Y/d_o = 0.94$.
- Para valores mayores de la relación $Y/d_o > 0.5$, se presentan dos posibles profundidades de flujo para cada velocidad a excepción del punto correspondiente a $Y/d_o = 0.81$ aproximadamente.

Finalmente se recomienda diseñar los conductos circulares solamente para el 80% de su capacidad total, pues para porcentajes mayores se presentará multiplicidad en la profundidad de flujo.

Ejemplo 3-2

Un conducto circular de diámetro $d_o = 0.8$ m, coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0.010$ y pendiente de fondo $S_o = 0.12\%$ transporta un caudal $Q = 300$ litros por segundo (LPS). Calcular la velocidad normal (V_n) y la profundidad normal (y_n) de flujo.

Solución

$$\text{Area de flujo lleno: } A_f = \frac{\pi d_o^2}{4} = 0.503 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro mojado a flujo lleno: } P_f = \pi d_o = 2.51 \text{ m}$$

$$\text{Radio hidráulico a flujo lleno: } Q_f = \frac{A_f R_f^{2/3} S_o^{1/2}}{n} = 0.6 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Relación } \frac{Q}{Q_f} = \frac{0.3}{0.6} = 0.5$$

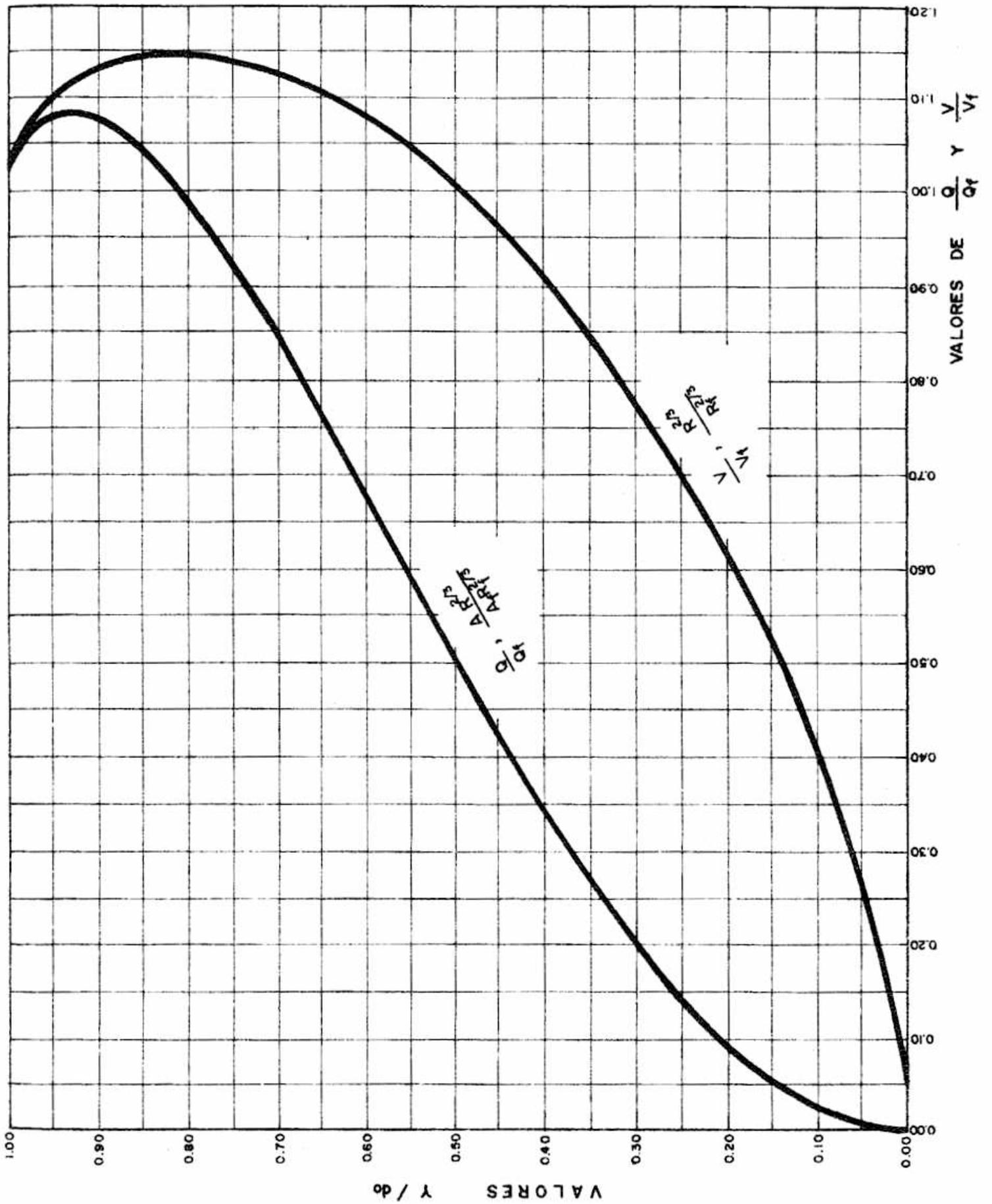


FIG.3.4 Características de flujo en sección circular

De la Fig.3.4 se tiene que para un valor de $Q/Q_r = 0.5$, la relación $Y/d_o = 0.5$; por lo tanto el valor de profundidad normal de flujo es:

$$y_n = 0.5 d_o = 0.5 * 0.8 = 0.4 \text{ m}$$

De la Fig.3.4 se tiene que para el valor de la relación $Y/d_o = 0.5$, la relación $V/V_r = 1$; por lo tanto el valor de la velocidad normal de flujo es:

$$V_n = V_r = Q_r/A_r = \frac{0.6}{0.503} = 1.2 \text{ m/s}$$

3.9 PROBLEMAS PARA RESOLVER

- El agua fluye en un canal de sección trapezoidal de plantilla $b = 20 \text{ m}$, talud $z = 1$, coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0.020$ y pendiente de fondo $S_o = 0.01\%$. Si el caudal es de $60 \text{ m}^3/\text{s}$, calcular la profundidad normal de flujo y todos los elementos hidráulicos y geométricos de la sección transversal de flujo.
- Calcular el caudal Q en cada una de las siguientes secciones transversales de flujo para $y = 2 \text{ m}$, $n = 0.013$ y $S_o = 0.3\%$.
 - Sección rectangular ($z = 0$), plantilla $b = 2 \text{ m}$.
 - Sección triangular ($z = 1$)
 - Sección circular de diámetro $d_o = 4.5 \text{ m}$
 - Sección trapezoidal ($z = 1$), plantilla $b = 5 \text{ m}$.
- Cuál debe ser la plantilla b de un canal de sección trapezoidal ($z = 2$) pendiente de fondo $S_o = 0.1\%$, coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0.013$, para que transporte un caudal $Q = 40 \text{ m}^3/\text{s}$ con una profundidad de flujo $y = 2 \text{ m}$?
- Encontrar la profundidad normal de flujo en un canal de sección transversal de forma triangular (ángulo de inclinación de paredes laterales 60°), $n = 0.010$, $S_o = 0.2\%$, para que transporte un canal $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$.
- Encontrar la profundidad normal de flujo en un canal de sección transversal de forma circular de diámetro $d_o = 4.5 \text{ m}$, caudal $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$ $n = 0.010$ y $S_o = 0.3\%$
- Un canal de sección transversal de forma trapezoidal ($z = 2$), plantilla $b = 3 \text{ m}$, $n = 0.018$, transporta un caudal $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$ con una velocidad media de flujo de 0.6 m/s . Encontrar la pendiente de fondo necesaria.
- Un canal de sección rectangular ($z = 0$), $n = 0.014$, $S_o = 0.10\%$, transporta un caudal $Q = 15 \text{ m}^3/\text{s}$. Calcular el área de la sección transversal de flujo requerida para cada uno de los valores de la relación plantilla-tirante (b/y): 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5

8. Un canal de sección transversal de forma circular, pendiente $S_o = 0.04\%$, $n = 0.015$, transporta un caudal $Q = 1.5 \text{ m}^3/\text{s}$.Cuál debe ser el diámetro (d_o) de la sección transversal para que la profundidad de flujo sea igual a $d_o/2$.

9. Calcular el caudal Q en un canal de sección trapezoidal ($z = 1$), plantilla $b = 10 \text{ m}$, pendiente $S_o = 0.01\%$, $n = 0.02$ y profundidad de flujo uniforme igual a 2 m . Calcular el coeficiente de Chezy para esta condición.

10. Un canal de sección rectangular transporta un caudal Q con una conductancia de $100 \text{ m}^3/\text{s}$, $n = 0.010$ y $S_o = 0.16\%$. Determinar el caudal de flujo y la geometría de la sección transversal para una relación $b/y = 2$. Calcular el coeficiente de Chezy.

DISÑO HIDRAULICO DE CANALES PARA FLUJO UNIFORME

En el diseño hidráulico de conducciones libres debe distinguirse entre dos tipos de conducciones: los canales no-erodables y los canales erodables.

4.1 DISÑO DE CANALES NO ERODABLES

Se denominan así aquellos canales que presentan un contorno o perímetro mojado que no está expuesto al problema de erosión. Al establecerse un flujo en este tipo de canales, las partículas del material que constituyen el contorno del canal no sufrirán el efecto de las fuerzas de arrastre que se desarrollan cuando el agua fluye sobre ellas, dado las altas fuerzas de cohesión y de adhesión que las mantienen unidas.

Se consideran canales no-erodables aquellos que se excavan en formaciones duras tales como la roca; así como también, aquellos canales a los cuales se les ha aumentado su resistencia a la erosión mediante el revestimiento con un material de alta resistencia, como en el caso de los canales revestidos en concreto, tierra-cemento, etc.

Dado de que este tipo de canales por su naturaleza no presentan problemas de inestabilidad de sus paredes, el criterio de diseño que predomina en ellos es netamente hidráulico, y la formula de Manning se aplica directamente para obtener una sección transversal de flujo.

4.1.1 Factores a tener en cuenta en el Diseño de Canales No-Erodables

4.1.1.1 Material de Revestimiento

Determina el valor del coeficiente de rugosidad de Manning. El material puede ser concreto, piedra, hierro, madera, vidrio, plástico, etc. La selección depende de la disponibilidad y costo del material, métodos de construcción y el propósito de construcción del canal.

4.1.1.2 Mínima Velocidad Permisible

Es la mínima velocidad de flujo que no permitirá la sedimentación de las partículas en suspensión y el crecimiento de vegetación. Estas dos situaciones tienen como efecto el aumentar el valor del coeficiente de rugosidad de Manning, incrementando de esta manera la resistencia al flujo y disminuyendo así la capacidad de conducción del canal.

Por tal razón se recomienda un valor de 0.7 m/s como velocidad mínima de

flujo para la cual no se presentará sedimentación de partículas y crecimiento de vegetación en las paredes y fondo del canal.

4.1.1.3 Inclinação de las Paredes Laterales del Canal: Talud (z)

La Tabla 4.1 recomienda valores de talud (z:1) en función del tipo de suelo y del grado de profundidad del canal.

TABLA 4.1 Valores recomendados de talud

Tipo de Suelo	Talud z : 1	
	Canal poco Profundo	Canal Profundo
Roca	Vertical	0.25 : 1
Arcilla compacta o conglomerado	0.5 : 1	1 : 1
Limos arcillosos	1 : 1	1.5 : 1
Limos arenosos	1.5 : 1	2 : 1
Arenas sueltas	2 : 1	3 : 1

Se considera un canal profundo cuando la relación tirante-plantilla es mayor que uno ($y/b > 1$); caso contrario el canal se considera poco profundo ($y/b < 1$).

4.1.1.4 Pendiente Longitudinal del Canal: So

En el trazado de un canal la pendiente longitudinal está determinada por las características topográficas de la ruta seleccionada para la conducción.

En lo posible, es deseable que la pendiente longitudinal del canal sea lo más aproximada a la pendiente promedio del perfil de la ruta seleccionada; con ello se consigue un proyecto lo más económico posible.

Otro factor importante a tener en cuenta en la asignación del valor de la pendiente es el objetivo para el cual se construye el canal. Un ejemplo, es el caso de los canales que conducen agua de riego para cultivos y especialmente cuando el riego se efectúa por gravedad o riego corrido. Lo deseable en estos casos que el agua en los canales de cabecera de los lotes dispongan de una gran energía; lo cual se consigue minimizando el desnivel entre el punto de captación de agua y la cabecera de riego; es decir, suministrando a los canales una pendiente longitudinal lo más pequeña posible.

4.1.1.5 Borde Libre: F

La Tabla 4.2 recomienda valores de borde libre en función del caudal que circula por el canal.

TABLA 4.2 Valores de borde libre recomendados por U.S. Bureau of Reclamation para canales revestidos.

Q (m ³ /s)	a (m)	b (m)
0.28	0.15	0.40
0.57	0.15	0.45
0.85	0.15	0.50
1.40	0.20	0.55
2.80	0.20	0.60
5.70	0.20	0.75
8.50	0.30	0.80
14.20	0.40	0.90
28.30	0.50	1.00
56.70	0.60	1.05



4.1.1.6 Sección Hidráulica de Máxima Eficiencia: SIMK

Se define la sección hidráulica de máxima eficiencia como aquella para la cual un área de flujo A dada presenta la máxima conductancia K; es decir, aquella que presenta la máxima capacidad de conducción.

Expresando la conductancia en términos del perímetro mojado se tiene:

$$K = \frac{A R^{2/3}}{n} = \frac{A A^{2/3}}{n P^{2/3}} = \frac{A^{5/3}}{n P^{2/3}} \quad (4-1)$$

La ecuación 4-1 indica que para un área A dada la máxima conductancia se tiene cuando el perímetro mojado (P) es un mínimo; o lo que es lo mismo, un radio hidráulico (R) máximo.

Expresando la ecuación de Manning en términos de la conductancia:

$$Q = K S_0^{1/2} = \frac{A^{5/3} S_0^{1/2}}{n P^{2/3}} \quad (4-2)$$

Despejando el área de la ecuación 4-2

$$A = \left[\frac{Q n}{S_o^{1/2}} \right]^{3/5} P^{2/5} \quad (4-3)$$

Si se considera un canal que transporta un caudal Q , por un terreno de características muy definidas en cuanto a su topografía y naturaleza de las paredes del canal; el término $(Q n/S_o^{1/2})^{3/5}$ de la ecuación (4-3), se constituye en una constante para las condiciones establecidas; lo cual implica que el área de flujo es función únicamente del perímetro mojado ($A = f(P)$). Es decir, que a un menor perímetro mojado se tendrá una menor área de flujo y teóricamente, un menor valor de volumen de excavación por unidad de longitud; lo cual se constituye en una ventaja desde el punto de vista económico. Justamente, ésta es la ventaja práctica de la sección transversal de flujo correspondiente a la sección hidráulica de máxima eficiencia (SHME).

Haciendo en la ecuación 4-3 $(Q n/S_o^{1/2})^{3/5} = C$:

$$A = C P^{2/5} \quad (4-4)$$

De otro lado,

$$A = by + zy^2$$

$$P = b + 2y \sqrt{1 + z^2} \implies b = P - 2y \sqrt{1 + z^2} ; \text{ por lo tanto:}$$

$$A = (P - 2y \sqrt{1 + z^2}) y + zy^2 = Py - 2y^2 \sqrt{1 + z^2} + zy^2 \quad (4-5)$$

Igualando las ecuaciones (4-4) y (4-5)

$$C P^{2/5} = Py - 2y^2 \sqrt{1 + z^2} + zy^2 \quad (4-6)$$

* La condición de SHME se tiene cuando para un área de flujo dada, se presenta el menor perímetro mojado (P_{min}) o lo que es lo mismo, el radio hidráulico máximo (R_{max}). Derivando de la ecuación (4-6) el perímetro mojado (P) con respecto a la profundidad de flujo (y):

$$\frac{2}{5} C P^{-3/5} \frac{dp}{dy} = P + y \frac{dp}{dy} - 4y \sqrt{1 + z^2} + 2zy$$

Haciendo $dp/dy = 0$ y despejando para la condición de perímetro mojado mínimo (P_{min}), se tiene:

$$0 = P - 4y \sqrt{1 + z^2} + 2zy$$

$$P_{\min} = 2y (2 \sqrt{1 + z^2} - z) \quad (4-7)$$

Reemplazando la ecuación 4-7 en la ecuación 4-5, la expresión para el área correspondiente es:

$$A = 2y^2 \sqrt{1 + z^2} - zy^2 \quad (4-8)$$

La condición de Radio Hidráulico Máximo (R_{\max}) es:

$$R_{\max} = \frac{A}{P_{\min}} = \frac{2y^2 \sqrt{1 + z^2} - zy^2}{2y (2 \sqrt{1 + z^2} - z)} \quad (4-9)$$

Simplificando la ecuación (4-9), se obtiene la expresión para la condición de sección hidráulica de máxima eficiencia (SHME):

$$R_{\max} = \frac{Y}{2} \quad (4-10)$$

A partir de la condición de SHME ($R = y/2$), se obtiene la relación entre la plantilla y el tirante (b/y), que debe cumplir una sección transversal bajo esta condición; así:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{Y}{2} = \frac{(b + zy) y}{b + 2y \sqrt{1 + z^2}}$$

$$b + 2y \sqrt{1 + z^2} = 2b + 2zy$$

Simplificando y despejando para b/y , se tiene:

$$b/y = 2 (\sqrt{1 + z^2} - z) \quad (4-11)$$

Utilizando la relación de la ecuación (4-11), se puede obtener una expresión general para la plantilla a partir de la expresión del factor de sección; así:

$$Z_0 = (by + zy^2) (y/2)^{2/3}$$

Reemplazando b en función de y , según la relación b/y :

$$Z_0 = \left[2y^2 (\sqrt{1 + z^2} - z) + zy^2 \right] (y/2)^{2/3}$$

Simplificando y agrupando términos convenientemente:

$$Z_0 = \frac{(2 \sqrt{1 + z^2} - z)}{2^{2/3}} y^{8/3}$$

Despejando para la profundidad de flujo (y):

$$y = \left[\frac{2^{2/3} Z_0}{2 \sqrt{1 + z^2} - z} \right]$$

Simplificando:

$$y = 1.19 \left[\frac{Z_0}{2 \sqrt{1 + z^2} - z} \right]^{3/8} \quad (4-12)$$

Es de anotar que el factor de sección Z_0 es:

$$Z_0 = \frac{Q n}{S_0^{1/2}} = A R^{2/3}$$

La Tabla 4.3 dá valores de la relación b/y en función del talud (z) y demás elementos geométricos en función de la profundidad de flujo para la condición de SHME, además, relaciones en otras formas geométricas de secciones transversales.

A continuación se ilustra mediante un ejemplo, como se obtienen las expresiones para el caso de una sección trapezoidal de talud $z = 0.5$, bajo condición de sección hidráulica de máxima eficiencia.

$$z = 0.5$$

$$b/y = 2 (\sqrt{1 + (0.5)^2} - 0.5) = 1.24$$

$$A = by + zy^2 = 1.24 y^2 + 0.5 y^2 = 1.74 y^2$$

$$P = b + 2y \sqrt{1 + z^2} = 1.24y + 2y \sqrt{1 + (0.5)^2} = 3.47y$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{1.74 y^2}{3.47 y} = 0.5 y = y/2$$

TABLA 4.3 Secciones hidráulicas de máxima eficiencia - relaciones

Sección		b/y	A	P	R	T	D
Trapezoidal	$z = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$2 \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3} y^2$	$2 \sqrt{3} y$	y/2	$4 \frac{\sqrt{3}}{3} y$	0.75 y
	z = 0	2	$2 y^2$	4 y	y/2	2 y	y
	z = 0.5	1.24	$1.74 y^2$	3.47 y	y/2	2.24 y	0.78 y
	z = 1.0	0.83	$1.83 y^2$	3.66 y	y/2	2.83 y	0.65 y
	z = 1.5	0.61	$2.11 y^2$	4.22 y	y/2	3.61 y	0.59 y
	z = 2.0	0.47	$2.47 y^2$	4.95 y	y/2	4.47 y	0.55 y
Triangular 1/2 cuadrado	z = 1.0		$\sqrt{2} y^2$	$2 \sqrt{2} y$	y/2	$2 \sqrt{2} y$	0.5 y
Semi-círculo y = do/2 (*)			$\frac{\pi}{2} y^2$	πy	y/2	2 y	$\frac{\pi}{4} y$

(*) do: diámetro de la sección circular

$$T = b + 2 zy = 1.24 y + 2 (0.5) y = 2.24 y$$

$$D = \frac{A}{T} = \frac{1.74 y^2}{2.24 y} = 0.78 y$$

La sección hidráulica más eficiente entre las trapezoidales, se puede obtener derivando la expresión del perímetro mojado mínimo (P_{min}) con respecto al talud (z), así:

$$P = 4 y \sqrt{1 + z^2} - 2 zy$$

Derivando:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{d}{dz} (4y \sqrt{1 + z^2} - 2 zy) = \frac{4 yz}{\sqrt{1 + z^2}} - 2y$$

Igualando a cero la expresión anterior:

$$\frac{4yz}{\sqrt{1+z^2}} = 2y$$

Simplificando y despejando para z:

$$z = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Es decir, la sección hidráulica más eficiente entre las trapezoidales es aquella que corresponde a un talud de $z = \sqrt{3}/3$; es decir, aquella cuya pared lateral forma un ángulo de 60° con respecto a la horizontal.

4.1.2 Materiales de Revestimiento en Canales

Entre los objetivos que se persiguen con el revestimiento de canales se pueden mencionar: aumentar la resistencia a la erosión del contorno de la sección transversal del canal, minimizar la resistencia al flujo y minimizar las pérdidas por infiltración.

Cuando se busca aumentar la resistencia de la paredes del canal a la erosión, el revestimiento permitirá el transporte de agua a una mayor velocidad y como consecuencia de ello se tendrá una reducción en la magnitud de la sección transversal de flujo lo cual trae como consecuencia, un menor volumen de excavación y por ende una reducción de costos.

El revestimiento disminuye la resistencia al flujo; ésto es minimizar el valor del coeficiente de rugosidad de Manning permitiendo así una mayor velocidad de flujo con los beneficios arriba anotados. Además, el revestimiento no facilitará el crecimiento de vegetación que es otra causa que incrementa la resistencia la flujo.

Con el revestimiento se logra aumentar la eficiencia de conducción de canales porque se minimiza la pérdida de agua por infiltración, lo cual es importante en proyectos tales como los de irrigación de grandes extensiones de tierra, donde el recurso agua llega a representar un costo altamente considerable y por lo tanto, debe aprovecharse lo más eficientemente posible evitando al máximo las pérdidas por infiltración que en un momento, pueden llegar a ser altamente representativas. Otro efecto de la infiltración que se minimiza es el de la subpresión en estructuras adyacentes y el de recarga de los niveles freáticos de areas adyacentes que en un momento dado pueden ocasionar problemas de drenaje sub-superficial.

Otras ventajas que se pueden mencionar del revestimiento de canales son: disminución del costo de mantenimiento, facilidad en el aforo y manejo del agua, facilidad en la construcción de obras de distribución, etc.

Entre los diferentes tipos de revestimiento se pueden mencionar:

4.1.2.1 Revestimiento de Superficie Dura

Son de este tipo los revestimientos de concreto, mortero neumático, concreto asfáltico, piedra, ladrillo, suelo, cemento y concreto precolado.

El criterio de diseño, cuando se utiliza revestimiento de superficie dura, es en lo posible, el de obtener una sección transversal de flujo con un perímetro mojado mínimo; obteniéndose así una economía en el costo del material de revestimiento.

En general, debe proporcionarse un adecuado drenaje a las aguas freáticas que en un momento dado pueden ocasionar subpresiones sobre el fondo y las paredes del canal, ocasionando posterior levantamiento de la superficie de revestimiento.

Debe tenerse cuidado de no colocar el revestimiento sobre suelos constituidos por arcillas expansivas; en estos casos debe excavarse y reemplazar este material por una capa mínima de 60 cms de suelo no-expansivo.

4.1.2.1.1 Revestimiento de Concreto

Este revestimiento es altamente resistente a la erosión (admite velocidades de flujo hasta de 12 m/s); impermeable al agua, característica ésta que depende de la cantidad de cemento y de la relación agua-cemento; resistente a la acción de las raíces de arboles; fácil de manejar y económico.

Son tres (3) las formas de manejo de este revestimiento: fundido In Situ, rociado sobre la superficie del canal bajo presión neumática y revestimiento con losas pre-fundidas.

Cuando su funde In Situ, se sugieren las siguientes recomendaciones de tipo general:

- Relación agua-cemento

En la Tabla 4.4, se presentan recomendaciones de la relación agua-cemento.

- Cemento

Se recomienda un contenido de cemento de 250 - 300 Kg por m³ de concreto; el cual corresponde a una relación de cemento: agregados de 1:7 a 1:6, en peso.

- Grava

El tamaño de grava debe ser menor a la mitad del espesor del revestimiento y generalmente no mayor de 1.5 pulgadas.

TABLA 4.4 Relación agua-cemento en revestimiento de concreto Fundido In Situ.

Calidad del agua en el canal	Relación en peso agua-cemento	Litros de agua por saco de cemento de 50 Kg
Agua dulce	0.53 a 0.62	26 - 27 a 30 - 32
Agua de mar	0.48 a 0.58	24 - 25 a 29 - 30

- Arena

En general la arena debe ser bien gradada.

En la Tabla 4.5, se recomiendan valores de la relación arena-grava.

TABLA 4.5 Relación arena-grava en revestimiento de concreto fundido In Situ.

Máximo tamaño de gravas (pulgadas)	Arenas en los agregados (%)	Relación Arena - Grava
1.5	38 - 42	1.8/3.0 - 2.2/3.0
0.75	43 - 49	2.3/3.0 - 2.9/3.0

- Espesor de revestimiento

En la Tabla 4.6, se presentan los valores recomendados por U.S. Bureau Reclamation, para el espesor del revestimiento en función de la magnitud del caudal que circula por el canal.

- Refuerzo del concreto

Con el fin de evitar el agrietamiento e impedir el movimiento del revestimiento por el asentamiento y empuje de tierra, se refuerza el hormigón con varillas de hierro o en su defecto con malla metálica, incrementando de esta manera el costo de la estructura. Esta práctica puede reemplazarse mediante la instalación de juntas de expansión y dilatación.

Las juntas de expansión se ubican en los lugares de contacto o próximos a estructuras hidráulicas, las cuales no se funden junto con el revestimiento. La junta es de un ancho aproximado de 3-5 cm y

TABLA 4.6 Valores recomendados de espesor de revestimiento de concreto.

Concreto	Caudal: Q (m ³ /s)	Espesor (cm)
Sin refuerzo	0 - 6	5.6
	6 - 15	6.1
	15 - 43	7.9
	43 - 90	8.9
	90 - 110	10.4
Con refuerzo	0 - 15	8.9
	15 - 57	10.4
	57 - 110	11.1

posteriormente debe ser llenada con un material elástico una vez que el concreto ha fraguado.

La junta de contracción previene el quiebre del concreto durante el fraguado. Cuando el vaciado del concreto se efectúa sin interrupción, se hacen ranuras transversales y longitudinales de una profundidad igual a 1/4 el espesor del revestimiento y posteriormente se llenan con un material elástico (mezcla de asfalto y arena); estas ranuras se practican con una separación de 20 a 100 veces el espesor del revestimiento.

En la Figura 4.1 y en la Tabla 4.7, se dan recomendaciones respecto a estas ranuras.

TABLA 4.7 Dimensiones de ranuras

d (mm)	b (mm)	c (mm)	Espaciamientos de ranuras (m)
50	6-10	15-20	3.0
60	6-10	20-22	3.0
75	10-12	25-28	3.5 - 4.5
90	10-12	28-30	3.5 - 4.5
100	10-12	30-35	3.5 - 4.5

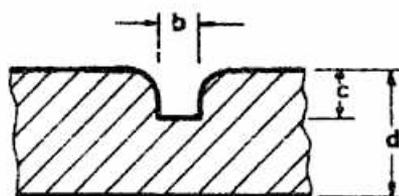


FIG.4.1 Esquema de una ranura

- Drenaje

Cuando el canal puede estar sometido a subpresiones por efecto de niveles freáticos altos, para proteger el revestimiento deben practicarse orificios de drenaje a lo largo del revestimiento que permitan aliviar la presión de las aguas freáticas.

Si el suelo sobre el cual se asienta el revestimiento del fondo del canal, está constituido por arena o grava y cascajo (materiales éstos que permiten un fácil movimiento del agua) se perforan huecos de drenaje en el fondo del canal de un diámetro de 4-5 cm y con una separación de 1 a 1.2 m. Además, para evitar el lavado de las partículas finas del suelo a través de estas perforaciones y que penetren al canal, deben construirse filtros con material debidamente gradado.

Quando el material que constituye el suelo del fondo del canal es fino, tal como el limo o arcilla, el movimiento del agua en este tipo de materiales es dificultoso y por lo tanto se acentúan los problemas de la subpresión.

En este caso existe la posibilidad de colocar el revestimiento de concreto sobre un lecho permeable permitiendo al agua moverse sin dificultad hacia los huecos de drenaje. Otra posible solución es la de instalar tubería de drenaje (10-15 cm de diámetro), a junta perdida, con empaquetadura de grava, la cual recogerá las aguas freáticas y la conducirá hasta un punto apropiado sin ocasionar daños al revestimiento.

Esta tubería se dispone tal como se ilustra en la Figura 4.2



FIG.4.2 Disposición tubería de drenaje

- Instalación

La colocación del revestimiento de concreto en canales de pequeña sección y tramos cortos, puede hacerse en forma manual o en su defecto utilizando maquinaria apropiada.

Antes de ser colocado el revestimiento la tierra de los taludes debe ser debidamente apisonada y humedecida hasta una capa de 15 cm aproximadamente.

4.1.2.1.2 Mortero

Es una mezcla de cemento-arena, siendo las relaciones más utilizadas las de 1:3 y 1:4. Para taludes suficientemente estables el revestimiento máximo es de 5 cm.

Al canal revestido en mortero debe proporcionarse un drenaje adecuado pues este revestimiento presenta la desventaja de romperse por la presión del agua freática.

4.1.2.1.3 Suelo - Cemento

Es una mezcla de suelo-cemento en una proporción de 8:1 (volumen); otras proporciones utilizadas son 1:12, 1:15, mientras que la relación agua-cemento recomendada es 1:4. La mezcla puede ser standard o plástica; standard cuando la mezcla se apisona con una pequeña cantidad de agua; plástica cuando mezcla junto con el agua conforman una masa semifluida muy semejante a la del hormigón, facilitando así su manejo; pero de menor resistencia y permeabilidad que la del tipo standar.

El suelo utilizado en la mezcla debe tener un contenido mínimo del 72% en arena; el contenido de arcilla no debe exceder del 30% debido a su incompatibilidad con el cemento, porcentajes mayores ocasionan agrietamientos en el revestimiento.

El suelo debe ser previamente compactado para evitar posteriores asentamientos. El espesor de la capa de revestimiento oscila entre 4 y 7 cm, una vez colocado el revestimiento se procede a enlucido o esmaltado del mismo con el fin de tapar poros y formar una superficie lo suficientemente lisa que ocasione la menor resistencia al flujo; el enlucido se consigue mediante la aplicación de cemento puro al cual se le rocía agua y finalmente se pule con platacho.

Posteriormente el revestimiento (1 días después) el canal se llena con agua durante tres (3) semanas (fraguado), lo que finalmente le proporciona al canal una mayor durabilidad.

4.1.2.1.4 Mampostería

Es uno de los métodos más antiguos en el revestimiento de canales; mejora la resistencia del canal a la erosión permitiendo velocidades de flujo hasta de 3 m/s. Se utilizan preferiblemente basalto, granito, roca dura y que no presenten fracturas.

El revestimiento se hace uniendo las piedras con o sin mortero de cemento o mediante un colchón de tela metálica que contiene piedras y se tiende sobre la superficie a revestir. El revestimiento de mampostería sin mortero de cemento presenta la desventaja de que permite la infiltración del agua del canal a través del revestimiento; aspecto éste que se minimiza cuando se utiliza el mortero de cemento. Cuando se presenta flujo del agua freática hacia el canal a través del revestimiento, es necesario colocar un filtro de material granular que solo permita el paso del agua y no ocasione socavación del suelo sobre el cual descansa el revestimiento y por lo tanto su deterioro; las características de diseño del filtro dependen de si el suelo de apoyo del revestimiento es cohesivo o no-cohesivo.

Se considera también como revestimiento de mampostería el ladrillo y el bloque de concreto prefabricado. El ladrillo es de bajo costo y fácil manejo, pero presenta la desventaja de que es bastante permeable, recomendándose por lo tanto que se coloquen de a dos hileras con mortero (1:3) entre ellos.

4.1.2.2 Revestimiento con Tierra

Este tipo de revestimiento presenta las desventajas de un alto costo de mantenimiento, permite el crecimiento de vegetación, y resiste velocidades relativamente bajas (menores de 0.6 m/s).

El espesor del revestimiento es función del tipo de suelo en donde se excava el canal, además de otras características como textura, estructura, permeabilidad y tipo de suelo utilizado como revestimiento.

La selección del material de revestimiento es determinada por la impermeabilidad del material y su resistencia a ser erosionado por el agua.

Entre los materiales usualmente utilizados como revestimiento se pueden mencionar:

- Arena con arcilla como material aglutinante: 50-70% de arena, 30-40% de arcilla y 0-10% de limo.
- Grava con arcilla como material aglutinante: 30-40% de arcilla.
- Arena con alto contenido de arcilla: 30-40% de arena y 70-60% de arcilla.
- Arcilla pobre: 30-50% de arcilla, 60-40% de limo y 10% de arena aproximadamente.

Antes de la colocación del suelo de revestimiento es necesario que el fondo y los lados del canal sean sometidos a una limpieza total de vegetación, raíces, piedra y demás escombros; y si es necesario deben nivelarse. En el caso de suelos arenosos, debe procederse a un mejoramiento y estabilización del mismo mediante la adición de arcilla que permite el sellado de los espacios porosos.

Entre los tipos de revestimiento con tierra se tienen:

4.1.2.2.1 Revestimiento con una Capa Fina Compactada

Consiste en compactar una capa de suelo arcilloso de 15 a 30 cm de espesor y posteriormente cubrirla con una capa de 15 a 30 cm de espesor de arena gruesa o grava que cumple una función protectora contra el agrietamiento y la erosión.

4.1.2.2.2 Revestimiento con una Capa Gruesa Compactada

En este caso la capa de revestimiento es de un espesor mínimo de 90 a 100 cm y no necesita capa protectora como en el caso anterior.

4.1.2.2.3 Revestimiento con Suelo no Compactado

Consiste de una capa de suelo de un espesor de 30 a 35 cm y se recomienda

su uso en suelos altamente permeables, en donde cumple la función de llenar los espacios porosos con las partículas finas que contiene, disminuyendo así la filtración.

4.1.2.2.4 Bentonita

La bentonita es una arcilla con un alto contenido de montmorillonita que se caracteriza por su gran aumento de volumen cuando está húmeda.

La bentonita se mezcla con suelo arenoso en una proporción 5-25% en peso y posteriormente se conforma una capa de 5 a 8 cm, la cual se cubre con una capa protectora de 10 a 20 cm de grava o arena gruesa.

4.1.3 Procedimiento de Diseño para Canales No-Erodables

Como se mencionó anteriormente, en el diseño de canales no-erodables predomina el criterio hidráulico y por ello, la ecuación de Manning se aplica directamente para el diseño.

A continuación se presenta una guía para el diseño de canales no-erodables, al final de la cual se obtendrá una sección transversal de flujo la cual se modificará según criterios prácticos.

4.1.3.1 Recolección de Información Básica

- Caudal (Q) de diseño. Se obtiene según las necesidades y objetivos del proyecto; esto es, si el canal va a transportar agua con fines de abastecimiento de agua potable a una población, agua para cultivos, aguas producto de la escorrentía superficial sobre una determinada área, etc. Sea cual fuese el objetivo, para determinar el caudal (Q) de diseño se seguirá un procedimiento lógico y racional para determinar este parámetro en cada caso.

- Pendiente longitudinal (S_0). Para tal fin se adelantará un levantamiento topográfico a curvas de nivel del trazado escogido para la ruta del canal. Posteriormente se dibujará el perfil de la ruta y se calculará la pendiente longitudinal promedio del terreno, dato este con el cual se iniciará el cálculo del canal.

- Coeficiente de Rugosidad de Manning (n). Se adelantará un estudio de suelos para determinar las características físicas del material en donde será excavado el canal. El material de revestimiento define en alto grado, el valor del coeficiente de rugosidad de Manning; este valor será modificado en razón de los demás parámetros que afectan el cálculo del coeficiente de rugosidad; para tal fin, se recomienda ajustarse a la expresión de Cowan estudiada anteriormente.

- Talud (z) de las paredes del canal. En el caso de canales revestidos los taludes (z) más utilizados son 1 y 1.5.

4.1.3.2 Cálculo del Valor Numérico del Factor de Sección (Z_o).

El valor de sección $Z_o = AR^{2/3}$, se calcula mediante la expresión $AR^{2/3} = Q_n/S_o^{1/2}$

4.1.3.3 Plantear la Ecuación General para Z_o

Para el caso de canales de sección transversal de forma rectangular y trapezoidal, la expresión general para el factor de sección es:

$$Z_o = AR^{2/3} = (b + zy)y \frac{(b + zy)y}{b + 2y \sqrt{1 + z^2}}$$

Simplificando:

$$Z_o = AR^{2/3} = \frac{(b + zy) y^{5/3}}{\left[b + 2y \sqrt{1 + z^2} \right]^{2/3}}$$

4.1.3.4 Solución de la Ecuación General de Z_o para y (profundidad de flujo) y b (plantilla).

La ecuación general de Z_o contiene dos incógnitas (b, y); por lo tanto, existe un número infinito de soluciones cada vez que se fije el valor de una de ellas, y se despeje la otra.

En este punto se presentan las siguientes recomendaciones:

- Suponer valores de plantilla (b)
- Asignar valores de plantilla (b) y tirante (y) según recomendaciones.

Ven Te Chow en su texto "Open Channel Hydraulics" da valores de plantilla (b) y profundidad de flujo (y) en función del caudal (Q) que circula por el canal; estos valores son recomendados por U.S. Bureau of Reclamation para canales revestidos.

En la Tabla 4.8 se presentan estas recomendaciones.

Al tomar un valor recomendado, ya sea de plantilla (b) o de tirante (y), la ecuación planteada para el factor de sección (Z_o) tendrá solución.

TABLA 4.8 Valores recomendados de plantilla (b) y tirante (y) para canales.

Q (m ³ /s)	Plantilla (b:m)	Tirante (y:m)
0.28	0.60	0.52
0.60	0.85	0.61
0.85	1.00	0.61
1.15	1.20	0.67
1.70	1.30	0.85
2.80	1.55	1.13
5.70	1.90	1.65
8.50	2.15	1.95
11.35	2.30	2.13
17.00	2.60	2.44
28.30	3.20	2.74
56.70	4.60	3.35
113.40	9.45	4.45

(Tabla extraída del gráfico de la Fig.7-2 pag. 163 del texto Open Channel Hydraulics - Ven Te Chow).

4.1.3.5 Considerar el Diseño para la Sección Hidráulica de Máxima Eficiencia: SHME

En el punto 4.1.1.6 se expuso acerca de el concepto de SHME y las ventajas que presenta este criterio de diseño; por lo tanto, es recomendable considerar el diseño de canales revestidos bajo esta condición.

4.1.3.6 Selección Final de la Sección Transversal de Flujo

Por último se seleccionará la sección transversal de flujo que mejor presente condiciones hidráulicas y económicas. En este caso, se tendrán en cuenta los aspectos relacionados con los conceptos de velocidad mínima permisible de flujo, evaluación de las condiciones de flujo crítico, volumen de excavación por unidad de longitud, etc.

De la sección finalmente escogida se entregará toda la información relacionada con los aspectos hidráulicos, geométricos y económicos.

4.1.4 Ejemplo de Cálculo Canales No Erodables

4.1.4.1 Información

Caudal (Q) = 3 m³/s

Pendiente longitudinal (So) = 0.10%

Coefficiente de rugosidad de Manning (n) = 0.015

Talud (z) = 1.5

4.1.4.2 Valor numérico del Factor de Sección (Z_o)

$$Z_o = \frac{Q_n}{\sqrt{S_o}} = \frac{3 * 0.015}{\sqrt{0.0010}} = 1.423$$

4.1.4.3 Ecuación General para Z_o

$$Z_o = 1.423 = \frac{(b + 1.5 y) y^{5/3}}{(b + 3.61 y)^{2/3}}$$

4.1.4.4 Solución a la Ecuación

4.1.4.4.1 Suponiendo un valor de plantilla $b = 1.5$ m, se tiene:

$$1.423 = \frac{(1.5 + 1.5y) y^{5/3}}{(1.5 + 3.61y)^{2/3}}$$

Esta ecuación se puede solucionar rápidamente utilizando el gráfico adimensional ($Z_o/b^{5/3} - y/b$) de la Fig.3.2

$$\frac{Z_o}{b^{5/3}} = \frac{1.423}{1.5^{5/3}} = 0.483$$

Entrando a la Fig.3.2 con el valor de $Z_o/b^{5/3} = 0.483$, e interceptando la curva correspondiente al talud $z = 1.5$, se obtiene un valor aproximado de $y/b = 0.546$; de la cual se deduce un valor de:

$$y = 0.54 b = 0.546 * 1.5 = 0.82 \text{ m}$$

Calculados los valores de plantilla ($b = 1.5$ m) y tirante ($y = 0.82$ m), quedan definidos los demás elementos geométricos e hidráulicos de la sección transversal de flujo.

Esto es:

- Talud, $z = 1.5$
- Plantilla, $b = 1.5$ m
- Tirante, $y = 0.82$ m
- Área de flujo, $A = 2.24$ m²
- Perímetro mojado, $P = 4.46$ m
- Radio hidráulico, $R = 0.502$ m
- Ancho superior, $T = 3.96$ m
- Profundidad hidráulica, $D = 0.566$ m
- Velocidad de flujo, $V = 1.34$ m/s = $(R^{2/3} S_o^{1/2})/n = 1.33$ m/s
- Número de Froude, $Fr = 0.569$; flujo subcrítico

- Borde libre, $F = 0.20$ m (Tabla 4.2)
- Profundidad total, $y' = y + F = 0.82 + 0.20 = 1.02$ m
- Ancho superior total, $T' = 4.56$ m
- Volumen por unidad de longitud, $\text{Vol/m} = 3.09$ m³
- Otras secciones transversales pueden obtenerse al suponerse otros valores de plantilla.

4.1.4.4.2 Valores Recomendados según Tabla 4.8

- Según la Tabla 4.8, para el caudal $Q = 3$ m³/s, se recomienda un valor de plantilla $b = 1.52$ m. Siguiendo el procedimiento ilustrado en el punto 4.3.4.1, se obtiene un valor de profundidad de flujo $y = 0.824$ m; obteniéndose una sección transversal de flujo muy semejante a la anterior.

- Cuando de la Tabla 4.8, se obtienen los valores recomendados tanto de plantilla ($b = 1.52$ m) como de profundidad de flujo ($y = 1.16$ m) es necesario chequear si con la sección obtenida, la pendiente disponible (0.10%), el coeficiente de rugosidad de Manning ($n = 0.015$) y el talud ($z = 1.5$), se transporta el caudal ($Q = 3$ m³/s) de diseño.

En este caso particular se obtienen los siguientes resultados:

$$A = (1.52 + 1.5 * 1.16) 1.16 = 3.78 \text{ m}^2$$

$$P = 1.52 + 3.61 * 1.16 = 5.71 \text{ m}$$

$$R = A/P = 3.78/5.71 = 0.662$$

$$Q = \frac{AR^{2/3} \sqrt{S_0}}{n} = \frac{(3.78)(0.662)^{2/3} \sqrt{0.0010}}{n} = \frac{6.053 \text{ m}^3/\text{s}}{n} \neq Q \text{ diseño} = 3 \text{ m}^3/\text{s}$$

Lo anterior indica que hay que hacer modificaciones en la pendiente (S_0) para que la sección transporte el caudal de diseño deseado.

4.1.4.5 Diseño para Condición de SHME

Para la condición de sección hidráulica de máxima eficiencia, el valor de la relación b/y , en este caso, es:

$$b/y = 2 (\sqrt{(1 + z^2)} - z) = 0.61$$

Las expresiones para el área de flujo (A) y el radio hidráulico (R), en función de la profundidad de flujo (y), son:

$$A = by + zy^2 = 2.11 y^2$$

$$R = y/2$$

Luego la expresión del factor de sección (Z_0) es:

$$Z_o = AR^{2/3} = 1.423 = (2.11 y^2) (y/2)^{2/3}$$

Simplificando:

$$1.423 = 1.33 y^{8/3}$$

Despejando para la profundidad de flujo (y):

$$y = 1.03 \text{ m}$$

El valor de la plantilla (b) será:

$$b = 0.61 y = 0.61 * 1.03 = 0.63 \text{ m}$$

Observese, que el valor de la profundidad de flujo (y) se hubiese podido obtener aplicando la Ecuación 4-12, así:

$$y = 1.19 \left[\frac{Z_o}{2 \sqrt{1 + z^2} - z} \right]^{3/8} = 1.19 \left[\frac{1.423}{2 \sqrt{1 + (1.5)^2} - 1.5} \right]^{3/8} = 1.03 \text{ m}$$

Los elementos geométricos e hidráulicos de la sección obtenida son:

- Talud, $z = 1.5$
- Plantilla, $b = 0.63 \text{ m}$
- Tirante, $y = 1.03 \text{ m}$
- Área de flujo, $A = 2.24 \text{ m}^2$
- Perímetro mojado, $P = 4.35 \text{ m}$
- Radio hidráulico, $R = 0.515 \text{ m}$
- Ancho superior, $T = 3.72 \text{ m}$
- Profundidad hidráulica, $D = 0.61 \text{ m}$
- Velocidad de flujo, $V = 1.34 \text{ m/s}$
- Número de Froude, $Fr = 0.55$; flujo subcrítico
- Borde libre, $F = 0.20 \text{ m}$ (Tabla 4.2)
- Profundidad total, $y' = y + F = 1.23 \text{ m}$
- Ancho superior total, $T' = 4.32 \text{ m}$
- Volumen por unidad de longitud, $\text{Vol/m} = 3.04 \text{ m}^3/\text{m}$

Idéntico procedimiento se sigue para secciones trapezoidales con diferente talud (z).

4.1.4.6 Consideraciones Respecto a la Condición de Flujo Crítico

Dada la inestabilidad que presenta un flujo uniforme en condiciones de flujo crítico, es conveniente que el diseño obtenido esté lo suficientemente alejado de la condición de flujo crítico. Para ello se recomienda que la profundidad de flujo obtenida en el diseño del flujo uniforme, difiera en un 15 a 20% de la profundidad de flujo crítico correspondiente.

Para las secciones anteriormente obtenidas, se tiene:

4.1.4.6.1 Cálculo de la profundidad crítica para la sección obtenida en el punto 4.1.4.5.1

Factor de sección para flujo crítico (Z_c):

$$Z_c = \frac{Q}{\sqrt{g}} = \frac{0.96}{\sqrt{9.81}} = 0.96$$

$$\frac{Z_c}{b^{2.5}} = \frac{0.96}{1.5^{2.5}} = 0.35$$

Con los valores de $Z_c/b^{2.5} = 0.35$ y $z = 1.5$; gráfico Fig.2.5, se obtiene el valor de $y_c/b = 0.4$

Por lo tanto, el valor de la profundidad crítica (y_c) es:

$$y_c = 0.4 b = 0.4 * 1.5 = 0.6 \text{ m}$$

La relación $(y_n)/(y_c) = (0.82)/(0.60) = 1.37$, indica que las profundidades difieren en más de un 20%, lo cual significa que el diseño obtenido no está cercano a condiciones de flujo crítico.

4.1.4.6.2 Cálculo profundidad crítica para la sección obtenida en el punto 4.1.4.5

$$Z_c = \frac{Q}{\sqrt{g}} = 0.96$$

$$\frac{Z_c}{b^{2.5}} = \frac{0.96}{0.63^{2.5}} = 3.05$$

Con los valores de $Z_c/b^{2.5} = 3.05$ y $z = 1.5$; del gráfico 2.5, se obtiene el valor de $y_c/b = 1.23$. El valor de la profundidad crítica (y_c), es:

$$y_c = 1.23b = 1.23 * 0.63 = 0.77 \text{ m}$$

La relación $(y_n)/(y_c) = (1.03)/0.77 = 1.34$, indica que las profundidades difieren en más de un 20%; lo cual significa que el diseño obtenido no está cercano a condiciones de flujo crítico.

Finalmente, entre el número de secciones transversales obtenidas se seleccionará aquella que por practicidad y economía presente mejores condiciones.

4.2 DISEÑO DE CANALES ERODABLES

Se denominan así aquellos canales que por su naturaleza no permiten el flujo a una velocidad relativamente alta en comparación con los canales revestidos o no-erodables. Las fuerzas de cohesión que mantienen unidas las partículas que constituyen el contorno del canal son tan relativamente bajas, que no serán suficientes para soportar las fuerzas de arrastre ocasionadas cuando se establece un flujo a una velocidad considerable.

Contrariamente a lo que sucede en canales revestidos o no-erodables, el criterio de diseño que predomina en canales erodables es el de garantizar una sección transversal de flujo suficientemente estable y posteriormente si las condiciones lo permiten, modificar la sección obtenida con el fin de mejorar su eficiencia hidráulica.

4.2.1 Factor a Tener en Cuenta en el Diseño

En términos generales deben ser considerados los mismos factores enunciados para el caso de canales no-erodables; esto es: coeficiente de rugosidad de Manning (n); talud (z) de las paredes laterales del canal, que en este caso corresponde necesariamente a la forma trapezoidal; pendiente longitudinal (So); velocidad mínima de flujo permisible (0.7 m/s); borde libre (F); y sección hidráulica de mínima infiltración (SHMI).

4.2.1.1 Para el caso de canales erodables, se recomienda el cálculo del borde libre mediante la expresión:

$$F = 0.552 \sqrt{cy} \quad (4.13)$$

en donde:

F: Borde libre en metros

y: Profundidad de flujo en metros

c: Coeficiente que varía desde 1.5 para un caudal de 567 lps hasta 2.5 para un caudal igual o mayor a 85000 lps.

También es práctica común calcular el borde libre como el (15 - 20%) de la profundidad de flujo.

4.2.1.2 Sección Hidráulica de Mínima Infiltración: SHMI

Cuando el canal ha sido excavado en un suelo de alta permeabilidad se tendrá una eficiencia de conducción relativamente baja debido a las altas pérdidas por infiltración; este hecho ocasionará efectos secundarios tales como la recarga del nivel freático y subpresión en estructuras aledañas.

Cuando el costo en pérdidas por infiltración es considerable, una alternativa es revestir el canal con una capa impermeable que disminuya al máximo la infiltración; pero cuando esto no es económicamente viable, queda como última alternativa el diseñar el canal con una sección transversal de flujo que permita una infiltración mínima posible; tal sección, se conoce

como sección hidráulica de mínima infiltración, SHMI.

El patrón de distribución de infiltración es una sección transversal de flujo de forma trapezoidal, se ilustra en la Fig.4.3. En ella, b es la plantilla del canal, y es la profundidad de flujo y h es la profundidad de cualquier punto del contorno del canal.

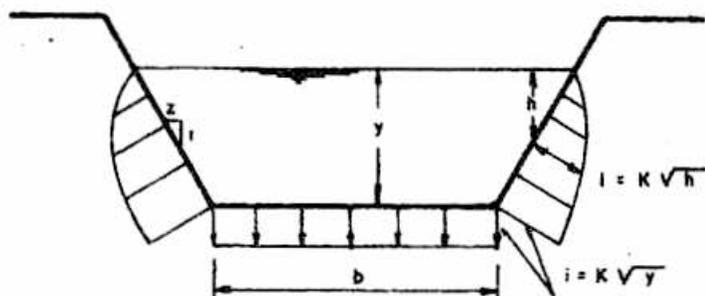


FIG.4.3 Patrón de distribución de infiltración

La infiltración depende fundamentalmente de la permeabilidad del suelo (k) y de la profundidad de flujo (y); además de otros factores tales como la temperatura del agua, la edad del canal y la magnitud del caudal que circula por el canal.

La intensidad de infiltración (i) en un punto localizado a una profundidad (h) es:

$$i = K \sqrt{h} \quad (4-14)$$

La intensidad de infiltración (i) se define como el caudal de infiltración (Q_i) por unidad de área de infiltración (A_i). Considerando un tramo de canal de longitud unitaria y teniendo en cuenta el patrón de distribución de la infiltración en la Fig.4.3; el caudal de infiltración en el fondo del canal (Q_{if}) es:

$$Q_{if} = i_f A_f = K \sqrt{y} \quad b = K b \sqrt{y} \quad (4-15)$$

Es decir, el caudal de infiltración en el fondo del canal corresponde al área del diagrama de infiltración.

De igual forma, el caudal de infiltración por una de las paredes laterales del canal (Q_{if}) corresponde al área del diagrama de infiltración en la pared lateral, el cual tiene forma parabólica; por lo tanto, el caudal de infiltración

$$Q_{if} = \frac{2}{3} K \sqrt{y} \quad y \sqrt{1+z^2} = \frac{2}{3} K \sqrt{y^3} \sqrt{1+z^2} \quad (4-16)$$

El caudal total de infiltración (Q_t) a través de las dos (2) paredes laterales y el fondo del canal es:

$$Q_t = K \left[\frac{4}{3} \sqrt{y^3} \sqrt{1+z^2} + \sqrt{by} \right] \quad (4-17)$$

La plantilla b del canal en términos del área de flujo (A) dada es:

$$b = \frac{A - zy^2}{y} \quad (4-18)$$

Reemplazando esta última expresión en la ecuación 4-17 y simplificando:

$$Q_t = K \left(A y^{-1/2} - zy^{3/2} + \frac{4}{3} y^{3/2} \sqrt{1+z^2} \right) \quad (4-19)$$

La sección hidráulica de mínima infiltración es aquella que presenta un valor de caudal total de infiltración (Q_t) mínimo para el área (A) de flujo dada.

Derivando la ecuación 4-19 con respecto a la profundidad de flujo (y), simplificando e igualando a cero, se tiene:

$$\frac{dQ}{dy} = K \left(-\frac{1}{2} A y^{-3/2} - \frac{3}{2} zy^{1/2} + 2 y^{1/2} \sqrt{1+z^2} \right) = 0 \quad (4-20)$$

En la ecuación 4-20 el factor entre parentesis tiene que ser necesariamente igual a cero, en el caso que se estudio, es decir:

$$2y^{1/2} \sqrt{1+z^2} - \frac{3}{2} zy^{1/2} = \frac{1}{2} A y^{-3/2} \quad (4-21)$$

En la ecuación 4-21, reemplazando el área de flujo (A) por su expresión general, simplificando y agrupando convenientemente y despejando la relación plantilla-tirante (b/y), se encuentra la condición para la sección hidráulica de mínima infiltración (SHMI); ésto es:

$$\frac{b}{y} = 4 \left(\sqrt{1+z^2} - z \right) \quad (4-22)$$

Sviatoslav Krochin en su texto Diseño Hidráulico, enuncia las siguientes fórmulas para calcular las pérdidas por infiltración en canales; expresiones éstas que con un buen criterio pueden utilizarse para la evaluación de pérdidas por percolación.

- Expresión de T. Ingham

$$P = 0.0025 y^{1/2} (b + 2zy) \quad (4-23)$$

P: Pérdidas en m³/s-km.
 y: Profundidad de flujo en m.
 b: Plantilla en m.
 z: Talud

- Expresión de Etcheverry

$$P = 0.0064 C_e y^{1/2} (b + 1.33 y \sqrt{1 + z^2}) \quad (4-24)$$

C_e: Coeficiente de permeabilidad según Etcheverry

La Tabla 4.9 da valores del coeficiente C_e de Etcheverry según el tipo de suelo.

TABLA 4.9 Valores del Coeficiente C_e

Tipo de Suelo	Coeficiente C _e
Arcilloso	0.25 - 0.50
Franco - Arcilloso	0.50 - 0.75
Limoso y Franco	0.75 - 1.00
Franco - Arenoso	1.00 - 1.50
Arenas Finas	1.50 - 1.75
Arenas Gruesas	2.00 - 2.50
Grava	2.50 - 6.00

- Expresión de Pavloski

$$P = 1000 K [b + 2y (1 + z)] \quad (4-25)$$

K: Coeficiente de permeabilidad en m/s

- Expresión de Davis - Wilson

$$P = \frac{C_d y^{1/3} (b + 2y \sqrt{1 + z^2})}{8.861 + 8 V^{1/2}} \quad (4-26)$$

C_d: Coeficiente de permeabilidad
 V: Velocidad media de flujo en m/s

En la Tabla 4.10 se dan valores de C_d en función del tipo de material que constituye el contorno del canal.

TABLA 4.10 Valores del coeficiente Cd de Davis-Wilson

Material	Coeficiente Cd
Hormigón de 10 cm de espesor	1
Arcilla de 15 cm de espesor	4
Enlucido de cemento de 2.5 cm	6
Suelo arcilloso	12
Suelo franco - arcilloso	15
Suelo franco - arenoso	25
Arcilla limosa	30
Arena	40 - 70

- Expresión de Punjab

$$P = C_p Q^{0.563} \quad (4-27)$$

Cp: Coeficiente según el tipo de suelo

Q: Caudal que circula en m³/s

TABLA 4.11 Valor del coeficiente Cp según permeabilidad de suelo

Suelos muy permeables	0.03
Suelos comunes	0.02
Suelos impermeables	0.01

- Expresión de Kostiakov

$$P = 1.000 K (b + 2.4y \sqrt{1 + z^2}) \quad (4-28)$$

K: Coeficiente de permeabilidad

La Tabla 4.2 dá los valores del coeficiente K en función del tipo de suelo.

TABLA 4.12 Valores del coeficiente K de Kostiakov

Tipo de Suelo	K (cm)
Grava	10 ² - 10 ⁻¹
Arena gruesa	10 ⁻¹ - 10 ⁻³
Arena fina	10 ² - 10 ⁴
Tierra arenosa	10 ⁻³ - 10 ⁻⁵
Tierra franco - arcillosa	10 ⁻⁵ - 10 ⁻⁹
Tierra franca	10 ⁻⁴ - 10 ⁻⁷
Limo	10 ⁻⁴ - 10 ⁻⁶
Arcilla	10 ⁻⁶ - 10 ⁻⁸
Arcilla compacta	10 ⁻⁷ - 10 ⁻¹⁰

- Expresión de E.A. Moritz

$$P = 0.0375 C_m \sqrt{A} \quad (4-29)$$

A: Superficie de infiltración en m²

C_m: Coeficiente que depende del tipo de suelo.

TABLA 4.13 Valores del coeficiente C_m

Tipo de Suelo	C _m
Franco - arcilloso	0.08 - 0.30
Franco - arenoso	0.30 - 0.45
Arenas sucias	0.45 - 0.55
Arenas y gravas	0.55 - 0.75

4.2.2 Velocidades Máximas Permisibles de Flujo No-Erosivas

Se denomina como velocidad máxima permisible aquella velocidad media de flujo máximo que no ocasionará el arrastre de las partículas que constituyen el contorno del canal y por consiguiente no se presentará erosión de las paredes laterales y del fondo del canal.

La determinación de la velocidad máxima permisible depende fundamentalmente del tipo de suelo en el cual se ha excavado el canal; además de otros factores tales como la profundidad de flujo, la presencia de sedimentos en suspensión y la edad del canal.

Muchas son las experiencias que a través del tiempo se han llevado a cabo para tratar de determinar los valores críticos de velocidades máximas permisibles en diferentes tipos de suelo. Algunas de las recomendaciones de máximas velocidades de flujo son:

4.2.2.1 Una de las primeras experiencias se atribuye a Kennedy quien determinó empíricamente algunas expresiones para la máxima velocidad media de flujo bajo las siguientes condiciones del agua:

- Agua con sedimentos en suspensión

$$V = 0.652 C y^{0.64} \quad (4-30)$$

V: Máxima velocidad media de flujo.

C: Coeficiente que depende del tipo de suelo donde se excava el canal.

y: Profundidad de flujo (y).

La Tabla 4.14 da valores del coeficiente C de la expresión de Kennedy en función del tipo de suelo.

TABLA 4.14 Valores del Coeficiente C de Kennedy

Tipo de Suelo	C
Limo arenoso, fino, liviano	0.84
Limo arenoso, grueso, liviano	0.92
Sedimento limo - arenoso	1.01
Sedimento grueso detritus del suelo duro.	1.09

- Agua libre de sedimentos en suspensión

$$V = 0.552 C y^{0.5} \quad (4-31)$$

V: Máxima velocidad media de flujo (m/s)

C: Coeficiente de Kennedy

y: Profundidad de flujo (m)

4.2.2.2 Fortier y Scobey publicaron en 1925 una tabla de máximas velocidades medias de flujo, como resultados de las investigaciones llevadas a cabo en canales en tierra de alineamiento recto, pequeña pendiente de fondo y profundidades de flujo menores de 0.90 m.

En la Tabla 4.15 se ilustran las recomendaciones de máximas velocidades medias de flujo permisibles.

4.2.2.3 En las Figuras 4-4a y 4-4b se presentan recomendaciones de máximas velocidades medias de flujo dependiendo de si el suelo es no-cohesivo o cohesivo.

La Figura 4-4a presenta las recomendaciones para suelos no-cohesivos en función de la textura y del tamaño medio de partículas.

La Figura 4-4b presenta las recomendaciones para suelos cohesivos en función del contenido de arcilla y de la relación de vacíos.

4.2.2.4 Julian Aguirre, en su texto Hidráulica de Canales, presenta recomendaciones de Máximas Velocidades Medias de Flujo, para suelos cohesivos y no-cohesivos.

La Tabla 4.16a presenta recomendaciones para suelos cohesivos en función del tipo de suelo y de la profundidad media de flujo.

La Tabla 4.16b presenta recomendaciones para suelos no-cohesivos en función del tamaño medio de partículas y la profundidad media de flujo.

4.2.2.5 Aunque los canales revestidos en concreto se consideran no-erodables, Krochin, en su texto "Diseño Hidráulico", da valores de máximas velocidades medias de flujo no-erosivas, en función de la resistencia del concreto y la profundidad media de flujo. La Tabla 4.17 presenta esta recomendación.

TABLA 4.15 Velocidades medias de flujo para canales en uso, fundamentalmente recto (según Fortier y Scobey).

Material	Valor de Manning para "n"	Velocidad (m/s)	
		Agua Limpia	Agua con limos Coloidales en suspensión
Arena fina coloidal	0.020	0.4	0.8
Suelos franco-arenosos, no coloidales.	0.020	0.5	0.8
Suelos franco-limosos, no coloidales.	0.020	0.6	0.9
Limos aluviales, no coloidales	0.020	0.6	1.1
Suelos francos, firmes ordinarios.	0.020	0.8	1.1
Cenizas volcánicas	0.020	0.8	1.1
Arcillas compactas, muy coloidales	0.025	1.1	1.5
Limos aluviales, coloidales	0.025	1.1	1.5
Arcillas esquitosas y subsuelo duro de difícil laboreo (Harpam)	0.025	1.8	1.8
Grava fina	0.020	1.8	1.5
Suelos francos con materiales cada vez mas gruesos hasta guijarros (no coloidales)	0.030	1.1	1.5
Limos con materiales cada vez mas gruesos hasta guijarros (coloidales).	0.030	1.2	1.7
Grava grosera (no coloidal)	0.025	1.2	1.8
Guijarros y cascajos	0.035	1.5	1.7

Tabla tomada del texto Open-Channel Hydraulics - Ven Te Chow - pág.165).

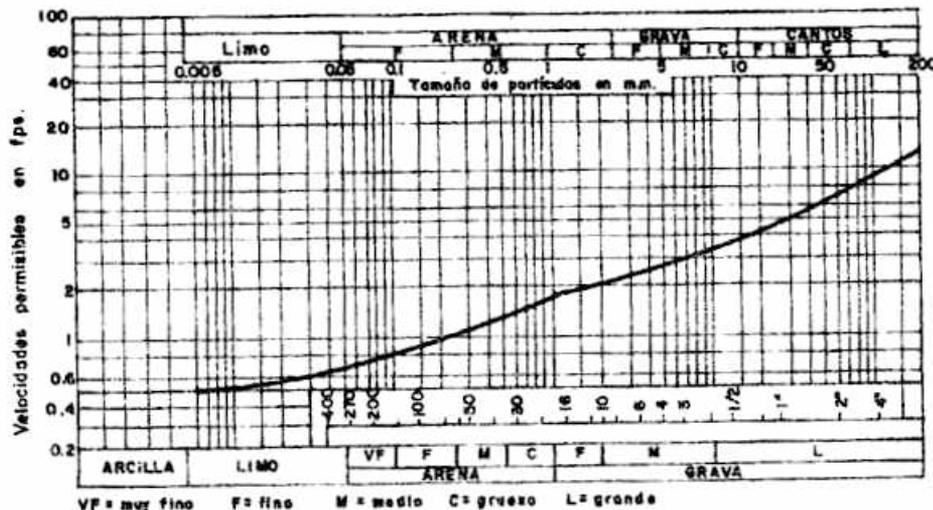
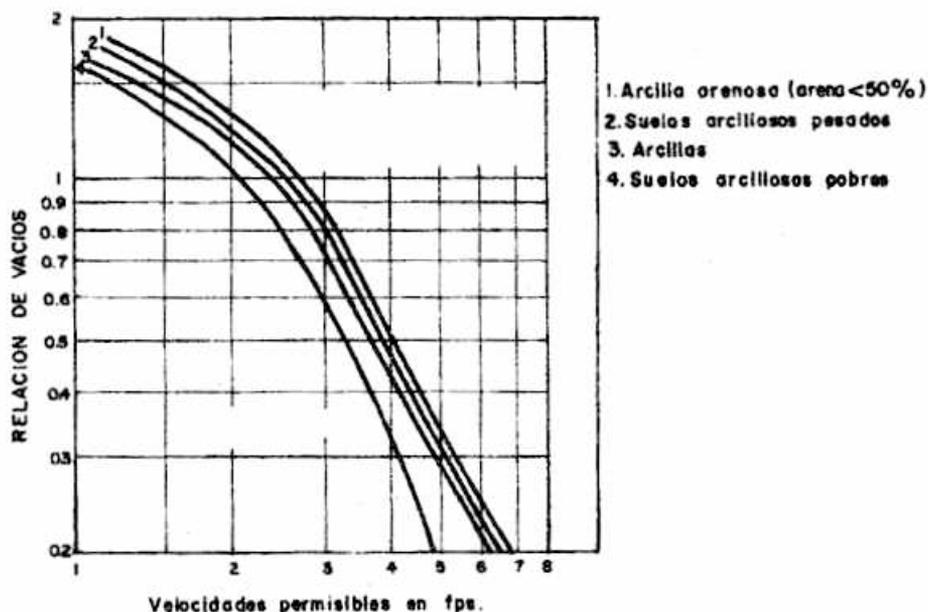


FIG. 4-4a. Velocidades máximas permisibles para suelos no-cohesivos



(Fig.s. tomadas de "OPEN CHANNEL HYDRAULICS". V.T. Chow.)

FIG.4-4b Velocidades máximas permisibles

TABLA 4.16a Velocidades medias de flujo (no erosivas) para suelos no cohesivos en m.

Denominación de los Suelos	Porcentaje del Contenido de Partículas		Suelos poco compactos, peso volumétrico del material seco hasta 1.66 t/m ³				Suelos medianamente compactados, peso volumétrico del material seco 1.20 - 1.66 t/m ³				Suelos compactos, peso volumétrico del material seco de 1.66-2.04 t/m ³				Suelos muy compactos, el peso volumétrico del material seco 2.04 - 2.14 t/m ³			
	< 0.005	0.005-0.05	0.4	1.0	2.0	3.0	0.4	1.0	2.0	3.0	0.4	1.0	2.0	3.0	0.4	1.0	2.0	3.0
Arcillas, tierras fuertemente arcillosas	30 - 50	70 - 50	0.35	0.4	0.45	0.5	0.7	0.85	0.95	1.1	1.0	1.2	1.4	1.5	1.4	1.7	1.9	2.1
Tierras ligeramente arcillosas	10 - 20	90 - 80	0.35	0.4	0.45	0.5	0.65	0.8	0.9	1.0	0.95	1.2	1.4	1.5	1.4	1.7	1.9	2.1
Suelos de aluvión Arcillas margosas							0.6	0.7	0.8	0.85	0.8	1.0	1.2	1.3	1.1	1.3	1.5	1.7
Tierras arenosas	5 - 10	20 - 40	Segun la Tabla 3.2 en relación con el tamaño de las fracciones arenosas															

TABLA 4.16b. Velocidades medias de flujo (no erosivas) para suelos no cohesivos

Material	Diámetro medio de las partículas en (mm)	Profundidad media de flujo en m					
		0.40	1.00	2.00	3.00	5.00	Más de 10
Polvo y lino	0.005 - 0.05	0.15 - 0.2	0.2 - 0.30	0.25 - 0.40	0.30 - 0.45	0.40 - 0.55	0.45 - 0.65
Arena fina	0.05 - 0.25	0.20 - 0.35	0.3 - 0.45	0.40 - 0.55	0.45 - 0.60	0.55 - 0.70	0.65 - 0.80
Arena media	0.25 - 1.0	0.35 - 0.50	0.45 - 0.60	0.55 - 0.70	0.60 - 0.75	0.70 - 0.85	0.80 - 0.45
Arena gruesa	1.0 - 2.5	0.50 - 0.65	0.60 - 0.75	0.70 - 0.80	0.75 - 0.90	0.80 - 1.00	0.95 - 1.20
Gravilla fina	2.5 - 5.0	0.65 - 0.80	0.75 - 0.85	0.80 - 1.00	0.90 - 1.10	2.00 - 1.20	1.20 - 1.50
Gravilla media	5.0 - 10.0	0.80 - 0.90	0.85 - 1.05	1.00 - 1.15	1.10 - 1.30	1.20 - 1.45	1.50 - 1.75
Gravilla gruesa	10.0 - 15.0	0.90 - 1.10	1.05 - 1.20	1.15 - 1.35	1.30 - 1.50	1.45 - 1.65	1.75 - 2.00
Grava fina	15.0 - 25.0	1.10 - 1.25	1.20 - 1.45	1.35 - 1.65	1.50 - 1.85	1.65 - 2.00	2.00 - 2.30
Grava media	25.0 - 40.0	1.25 - 1.50	1.45 - 1.85	1.65 - 2.10	1.85 - 2.30	2.00 - 2.45	2.30 - 2.70
Grava gruesa	40.0 - 75.0	1.50 - 2.00	1.85 - 2.40	2.10 - 2.75	2.30 - 3.10	2.45 - 3.30	2.70 - 3.60
Guijarro fino	75.0 - 100.0	2.00 - 2.45	2.40 - 2.80	2.75 - 3.20	3.10 - 3.50	3.30 - 3.80	3.60 - 4.20
Guijarro medio	100.0 - 150.0	2.45 - 3.00	2.80 - 3.35	3.20 - 3.75	3.50 - 4.10	3.80 - 4.40	4.20 - 4.50
Guijarro grueso	150.0 - 200.0	3.00 - 3.50	3.35 - 3.80	3.75 - 4.30	4.10 - 4.65	4.40 - 5.00	4.50 - 5.40
Canto rodado fino	200.0 - 300.0	3.50 - 3.85	3.80 - 4.35	4.30 - 4.70	4.65 - 4.90	5.00 - 5.50	5.40 - 5.90
Canto rodado medio	300.0 - 400.0		4.35 - 4.75	4.70 - 4.95	4.90 - 5.30	5.50 - 5.60	5.90 - 6.00
Canto rodado grueso	500.0 - 500.0			4.95 - 5.35	5.30 - 5.50	5.60 - 6.00	6.00 - 6.20
	o más						

TABLA 4.17 Máximas velocidades medias de flujo (m/s) para canales en concreto.

Resistencia (kg/cm ²)	Profundidad de flujo (m)				
	0.5	1	3	5	10
50	9.6	10.6	12.3	13.0	14.1
75	11.2	12.4	14.3	15.2	16.4
100	12.7	13.8	16.0	17.0	18.3
150	14.0	15.6	18.0	19.1	20.6
200	15.6	17.3	20.0	21.2	22.9

Según Ven Te Chow, los valores de máximas velocidades medias de flujo deben modificarse según la presencia de sinuosidades en el alineamiento del canal y la profundidad de flujo, así:

- Por Sinuosidad

Los valores recomendados deben disminuirse en un 5%, 13% y 22%, según que el canal sea ligeramente sinuoso, moderadamente sinuoso o muy sinuoso, respectivamente.

- Por Profundidad de Flujo

Los valores recomendados deben afectarse por un factor de corrección según la profundidad de flujo existente en el canal.

Los valores del factor de corrección por profundidad de flujo se ilustran en la Tabla 4.18

TABLA 4.18 Factor de corrección para la máxima velocidad media de flujo permisible según la profundidad de flujo (y), para suelos cohesivos y no-cohesivos.

y (m)	Factor	y (m)	Factor
0.30	0.80	0.45	0.86
0.60	0.91	0.75	0.96
0.90	0.98	1.10	1.03
1.20	1.05	1.50	1.10
1.85	1.14	2.15	1.18
2.45	1.20	2.75	1.24
3.05	1.27		

4.2.3 Metodología de Cálculo para el Diseño de Canales. Método de la Velocidad Máxima Permisible

A continuación se presenta una guía general para el diseño de canales erodables por el método de la máxima velocidad permisible, al final de la cual se obtendrá una sección transversal de flujo la cual se modificará según criterios de tipo práctico.

- Información Básica

La información básica se refiere a obtener los datos concernientes a caudal (Q), pendiente longitudinal (So), Coeficiente de rugosidad de Manning (n), tipo de suelo, talud (z) y velocidad media de flujo máxima permisible (V_{max}).

En este punto referente a la recolección de la información básica, se hace un llamado al lector para que se remita al punto 4.1.3.1

- Cálculo del Area de Flujo (A)

El área de flujo (A) se obtiene mediante la expresión:

$$A = \frac{Q}{V_{max}} \quad (4-32)$$

- Cálculo del Radio Hidráulico (R)

Se calcula a partir de la expresión de Manning para la velocidad

$$R = \left[\frac{V_{\max} n}{S_o^{1/2}} \right]^{1.5} \quad (4-33)$$

- Cálculo del Perímetro Mojado (P)

Se calcula mediante la expresión:

$$P = \frac{A}{R} \quad (4-34)$$

- Plantear ecuaciones generales para A y P

$$A = by + zy^2$$

$$P = b + 2y \sqrt{1 + z^2}$$

Despejando la plantilla (b) de la ecuación del perímetro mojado (P), reemplazándola en la expresión del área (A) simplificando y agrupando convenientemente se obtiene la siguiente ecuación de segundo grado:

$$a y^2 - Py + A = 0 \quad (4-35)$$

En donde:

$$a = 2 \sqrt{1 + z^2} - z$$

- Solucionar la ecuación (4-35) para la profundidad de flujo (y)

$$y = \frac{P \pm \sqrt{P^2 - 4aA}}{2a} \quad (4-36)$$

La ecuación (4-36) tiene dos raíces (y_1 , y_2) y para cada una de ellas se calculan las correspondientes plantillas (b_1 , b_2) mediante la expresión:

$$b = P - 2y \sqrt{1 + z^2} \quad (4-37)$$

Debe chequearse que la sección transversal de flujo obtenida presente una condición de flujo que difiera ampliamente de las condiciones de flujo crítico.

De la sección transversal de flujo calculada debe entregarse toda la información correspondiente a las características geométricas e hidráulicas de la sección.

4.2.4 Ejemplo de Cálculo

- Información Básica

Caudal $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$

Coefficiente de rugosidad de Manning: $n = 0.020$

Pendiente longitudinal: $S_o = 0.12\%$

Talud: $z = 1.5$

Velocidad máxima permisible: $V_{\max} = 1 \text{ m/s}$

- Cálculo del Area Mojada (A)

$$A = \frac{Q}{V_{\max}} = \frac{3 \text{ m}^3/\text{s}}{1 \text{ m/s}} = 3 \text{ m}^2$$

- Cálculo del Radio Hidráulico (R)

$$R = \left[\frac{V_{\max} n}{S_o^{1/2}} \right]^{1.5} = \left[\frac{1 * 0.020}{(0.0012)^{1/2}} \right]^{1.5} = 0.44 \text{ m}$$

- Cálculo del Perímetro Mojado (P)

$$P = \frac{A}{R} = \frac{3 \text{ m}^2}{0.44 \text{ m}} = 6.82 \text{ m}$$

- Solución de la ecuación para la profundidad de flujo (y)

$$y = \frac{P \pm \sqrt{P^2 - 4aA}}{2a}$$

$$a = 2 \sqrt{1 + z^2} - z = 2 \sqrt{1 + (1.5)^2} - 1.5 = 2.11$$

$$y = \frac{6.82 \pm \sqrt{(6.82)^2 - 4 * 2.11 * 3}}{2 * 2.11}$$

Las dos raices son:

La positiva: $y_1 (+) = 2.71 \text{ m}$

La negativa: $y_2 (-) = 0.53 \text{ m}$

Las correspondientes plantillas son:

$$b_1 = P - 2 y_1 \sqrt{1 + z^2} = -2.96 \text{ m (se descarta)}$$

$$b_2 = P - 2 y_2 \sqrt{1 + z^2} = 4.90 \text{ m}$$

La sección obtenida es:

Plantilla $b = 4.90 \text{ m}$

Tirante $y = 0.53 \text{ m}$

Talud $z = 1.5$

Ancho superior $T = 6.49 \text{ m}$

Perímetro mojado $P = 6.82 \text{ m}$

Radio hidráulico $R = 0.44 \text{ m}$

Area mojada $A = 3 \text{ m}^2$

Borde libre $F = 0.11 \text{ m}$

Profundidad total $y' = 0.64 \text{ m}$

Ancho superior total $T' = 6.82 \text{ m}$

- Chequeo de la Eficiencia Hidráulica de la Sección Obtenida

El valor teórico que corresponde a la relación plantilla tirante $(b/y)_t$ para la condición de sección hidráulica de máxima eficiencia SHME es:

$$(b/y)_t = 2 (\sqrt{1 + z^2} - z) = 0.61$$

El valor real de la relación para la sección obtenida es:

$$(b/y)_T = \frac{4.90}{0.53} = 9.24$$

Por lo tanto la eficiencia hidráulica de la sección obtenida difiere ampliamente de la sección que corresponde a la de máxima eficiencia SHME.

Si se quiere mejorar la eficiencia hidráulica de la sección obtenida debe buscarse una sección transversal de flujo con un perímetro mojado (P) mínimo para el área de flujo dada.

$$A = 3 \text{ m}^2$$

De la ecuación (4-36), se observa que el perímetro mojado mínimo corresponde a aquel que hace el radical igual a cero; esto es:

$$P' = \sqrt{4aA} = \sqrt{4 * 2.11 * 3} = 5.03 \text{ m}$$

El nuevo radio hidráulico (R') es:

$$R' = \frac{A}{P'} = \frac{3 \text{ m}^2}{5.03 \text{ m}} = 0.6 \text{ m}$$

La nueva pendiente de fondo (So') que corresponde a ésta situación es:

$$So' = \left[\frac{V_{\max} n}{R'^{2/3}} \right]^2 = \left[\frac{1 * 0.020}{0.63^{2/3}} \right]^2 = 0.00079042$$

Es práctica comun redondear la nueva pendiente al quinto (5°) decimal y por exceso:

$$So'' = 0.0008 = 0.08\%$$

El nuevo radio hidráulico (R'') es:

$$R'' = \left[\frac{V_{\max} n}{So''^{1/2}} \right]^{1.5} = \left[\frac{1 * 0.020}{(0.0008)^{1/2}} \right]^{1.5} = 0.595 \text{ m}$$

El nuevo perímetro mojado (P'') correspondiente es:

$$P'' = \frac{A}{R''} = \frac{3 \text{ m}^2}{0.595 \text{ m}} = 5.05 \text{ m}$$

Solucionando la ecuación (4-36) para la profundidad de flujo:

$$y = \frac{5.05 \pm \sqrt{(0.05)^{-2} - 4 * 2.11 * 3}}{2 * 2.11} = \frac{5.05 \pm 0.42}{4.22}$$

Las dos raíces son:

$$y_1 (+) = 1.30 \text{ m}$$

$$y_2 (-) = 1.10 \text{ m}$$

Las correspondientes plantillas (b_1 , b_2) calculadas mediante la ecuación (4-37); para este caso, son:

$$b_1 (+) = 0.36 \text{ m}$$

$$b_2 (-) = 1.08 \text{ m}$$

En este punto, se recomienda escoger la sección transversal de mayor plantilla, pues da lugar a un menor volumen de excavación por unidad de longitud al adicionarse el borde libre; como puede verse en el siguiente cuadro comparativo:

	Sección 1	Sección 2
Plantilla b =	0.36 m	1.08 m
Tirante y =	1.30 m	1.10 m
Talud z =	1.5	1.5
Ancho superior T =	4.26 m	4.38 m
Perímetro mojado P =	5.05 m	5.05 m
Radio hidráulico R =	0.60 m	0.60 m
Area mojada A =	3.00 m ²	3.00 m ²
Profundidad hidráulica D =	0.70 m	0.68 m
Borde libre F =	0.26 (20% y) m	0.22 (20% y) m
Profundidad total y' =	1.56 m	1.32 m
Ancho superior total T' =	5.04 m	5.04 m
Volumen de excavación por unidad de longitud vol/lon =	4.21 m ³	4.04 m ³
Pendiente So =	0.08%	0.08%
Velocidad de flujo V =	1 m/s	1 m/s
Número de Froude Fr =	0.38 (subcrítico)	0.39(subcrítico)

A los resultados obtenidos en el punto anterior se pueden llegar cuando se decide hacer el diseño para la condición de SHME directamente. En este caso, se dice que el diseño se hace para la condición de SHME "sin restricción de pendiente"; es decir, que se permite una variación relativamente amplia con respecto a la información inicial de la pendiente, en este caso 0.12%.

Para la condición de SHME, la relación plantilla-tirante (b/y) en este caso es:

$$b/y = 0.61$$

El área de la sección transversal de flujo (A) es:

$$A = 3 \text{ m}^2 = by + z y^2 = 0.61 y^2 + 1.5 y^2 = 2.11 y^2$$

De donde el valor de la profundidad de flujo (y) es:

$$y = \sqrt{3/2.11} = 1.2 \text{ m}$$

La plantilla correspondiente es:

$$b/y = 0.61 \Rightarrow b = 0.61 y = 0.61 (1.2 \text{ m}) = 0.73 \text{ m}$$

El perímetro (P) correspondiente es:

$$P = b + 2y \sqrt{1 + z^2} = 0.61 y + 3.61 y = 4.22 y = 5.06 \text{ m}$$

El radio hidráulico (R) es:

$$R = A/P = \frac{3 \text{ m}^2}{5.06 \text{ m}} = 0.6 \text{ m}$$

La pendiente de fondo (S_o) es:

$$S_o = \left[\frac{V_{\max} n}{R^{2/3}} \right]^2 = \left[\frac{1 * 0.020}{(0.6)^{2/3}} \right]^2 = 0.00079042$$

Redondeando la pendiente al quinto (5°) decimal por exceso:

$$S_o' = 0.0008 = 0.8\%$$

De aquí en adelante, el procedimiento de cálculo y los resultados obtenidos serán los mismos que los del punto anterior.

Se puede intentar el diseño de la sección transversal de flujo bajo la condición de Sección Hidráulica de Máxima Eficiencia conservando la pendiente dada como información básica (0.12%), es decir "con restricción de pendiente", una vez obtenida la sección transversal se chequea si la velocidad de flujo es menor que la máxima velocidad de flujo permisible.

El proceso es el siguiente:

$$b/y = 0.61$$

$$AR^{2/3} = \frac{Q n}{S_o^{1/2}} = \frac{3 * 0.020}{0.0012^{1/2}} = 1.73$$

$$1.73 = AR^{2/3} = (by + zy^2) (y/2)^{2/3}$$

$$1.73 = (0.61 y^2 + 1.5 y^2) (y/2)^{2/3}$$

Solucionando para la profundidad de flujo:

$$y = 1.10 \text{ m}$$

$$b = 0.67 \text{ m}$$

El área de flujo correspondiente es:

$$A = by + zy^2 = (0.67 * 1.10) + (1.5 * 1.10^2) = 2.55 \text{ m}^2$$

Velocidad de flujo:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{3 \text{ m}^3/\text{s}}{2.55 \text{ m}^2} = 1.18 \text{ m/s}$$

Esta velocidad (1.18 m/s) es mayor que la velocidad máxima de flujo permisible (1.0 m/s); por lo tanto este diseño no es conveniente.

4.2.5 Ejemplo de Cálculo - Condición de Sección Hidráulica de Mínima Infiltración

Diseñar la sección transversal de flujo, bajo la condición de Sección Hidráulica de Mínima Infiltración -SHMI-, de un canal del cual se dispone de la siguiente información:

Caudal: $Q = 4 \text{ m}^3/\text{s}$

Coefficiente de rugosidad de Manning: $n = 0.020$

Pendiente longitudinal: $S_o = 0.15\%$

Talud: $z = 1.5$

Velocidad máxima permisible: $V_{\text{MAX}} = 1.5 \text{ m/s}$

- Solución Sin Restricción de Pendiente ($S_o = 0.15\%$)

Para la condición de SHMI, la relación plantilla-tirante (b/y) en este caso es:

$$b/y = 4 (\sqrt{1 + z^2} - z) = 1.21$$

$$\text{Area de flujo } A = \frac{Q}{V_{\text{MAX}}} = \frac{4 \text{ m}^3/\text{s}}{1.5 \text{ m/s}} = 2.67 \text{ m}^2$$

$$A = 2.67 \text{ m}^2 = by + zy^2 = 1.21 y^2 + 1.5 y^2 = 2.711 y^2$$

El valor del tirante es:

$$y = \sqrt{\frac{2.67}{2.711}} = 1.0 \text{ m}$$

$$\text{Plantilla } b = 1.21 y = 1.21 * 1 = 1.21 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro mojado } P = by + 2y \sqrt{1 + z^2} = 1.21 y + 3.61 y = 4.82 y$$

$$\text{Radio hidráulico } R = \frac{A}{P} = \frac{2.67 \text{ m}^2}{4.82 \text{ m}} = 0.55 \text{ m}$$

La pendiente correspondiente (S_o), será:

$$S_o = \left[\frac{V_{\max} n}{R^{2/3}} \right]^2 = \left[\frac{1.5 * 0.020}{0.55^{2/3}} \right]^2 = 0.0019972$$

Redondeando la pendiente al quinto (5°) decimal por exceso:

$$S_o' = 0.002 = 0.2\%$$

El nuevo radio hidráulico (R'):

$$R' = \left[\frac{V_{\max} n}{S_o'^{1/2}} \right]^{1.5} = \left[\frac{1.5 * 0.02}{0.002^{1/2}} \right]^{1.5} = 0.55 \text{ m}$$

El nuevo perímetro mojado (P'), será:

$$P' = \frac{A}{R'} = \frac{2.67 \text{ m}^2}{0.55 \text{ m}} = 4.87$$

Solucionando la ecuación para la profundidad de flujo (y)

$$y = \frac{P \pm \sqrt{P^2 - 4aC}}{2a} = \frac{4.85 \pm \sqrt{(4.85)^2 - (4 * 2.11 * 2.67)}}{2 * 2.11} = \frac{4.85 \pm 1}{4.22}$$

Las dos raíces son:

$$y_1 (+) = 1.39 \text{ m}$$

$$y_2 (-) = 0.91$$

Las correspondientes plantillas son:

$$b_1 (+) = -0.17 \text{ (se descarta)}$$

$$b_2 (-) = 1.56 \text{ m}$$

La sección transversal de flujo es:

$$\text{Plantilla } b = 1.56 \text{ m}$$

$$\text{Tirante } y = 0.91 \text{ m}$$

$$\text{Talud } z = 1.5$$

$$\text{Area de flujo } A = 2.67 \text{ m}^2$$

$$\text{Ancho superior } T = 4.29 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro mojado } P = 4.85 \text{ m}$$

$$\text{Radio hidráulico } R = 0.55 \text{ m}$$

Profundidad hidráulica $D = 0.62$ m
 Borde libre $F = 0.18$ m (20% y)
 Profundidad total $y' = 1.09$ m
 Ancho superior total $T' = 4.83$ m
 Volumen de excavación por unidad de longitud vol/long = 3.48 m³/m
 Pendiente $S_o = 0.2\%$
 Velocidad de flujo = 1.5 m/s
 Número de Froude $Fr = 0.61$ (flujo subcrítico)

Finalmente, debe chequearse que la condición final de flujo difiera ampliamente de las condiciones de flujo crítico.

- Con Restricción de Pendiente

$$b/y = 1.21$$

$$AR^{2/3} = \frac{A n}{S_o^{1/2}} = \frac{4 * 0.020}{(0.0015)^{1/2}} = 2.066$$

$$2.066 = AR^{2/3} = \frac{(by + zy^2)^{5/3}}{(b + 2y \sqrt{1 + z^2})^{2/3}} = \frac{(2.71 y^2)^{5/3}}{(4.82 y)^{2/3}} = 1.85 y^{8/3}$$

Solucionando para la profundidad de flujo:

$$y = 1.04$$
 m

$$b = 1.26$$
 m

El área de flujo correspondiente es:

$$A = by + zy^2$$

$$A = (1.26 * 1.04) + (1.5 * 1.04^2) = 2.93$$
 m²

Velocidad de Flujo:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{4 \text{ m}^3/\text{s}}{2.93 \text{ m}^2} = 1.37$$
 m/s

La velocidad de flujo obtenida (1.37 m/s) es menor que la velocidad máxima permisible (1.5 m/s); por lo tanto, el diseño puede ser considerado.

Una vez más, debe chequearse que las condiciones hidráulicas del flujo difieran de las condiciones de flujo crítico.

Los elementos geométricos e hidráulicos de la sección obtenida son:

Plantilla $b = 1.26$ m

Tirante $y = 1.06$ m

Talud $z = 1.5$

Area de flujo $A = 2.93$ m²

Ancho superior $T = 4.44$ m

Perímetro mojado $P = 5.08$ m

Radio Hidráulico $R = 0.58$ m

Profundidad hidráulica $D = 0.66$ m

Borde libre $F = 0.21$ m (20% y)

Profundidad total $y' = 1.27$ m

Ancho superior total $T' = 5.07$

Volumen de excavación por unidad de longitud $Vol/long = 4.02$ m³/m

Pendiente $S_o = 0.15\%$

Velocidad de flujo $V = 1.37$ m/s

Número de Froude $Fr = 0.54$ (flujo subcrítico)

4.2.6 Método de la Fuerza Tractiva

Cuando se establece un flujo en un canal, las partículas del contorno son sometidas a una fuerza de corte en la dirección de flujo cuya tendencia es producir el arrastre de las partículas; esta fuerza se conoce como fuerza tractiva (F_T) y corresponde a la componente horizontal del peso de la masa de fluido que circula por el canal.

Consideremos un tramo de canal con las siguientes características:

Longitud de tramo: L , ángulo de inclinación del fondo del canal: θ ($\theta < 6^\circ$)
 área mojada de la sección transversal de flujo: A , perímetro mojado de la sección transversal de flujo: P , peso específico del fluido que circula por el canal: γ , peso de la masa de fluido considera a lo largo del tramo L : W

Según la definición dada anteriormente, la fuerza tractiva es:

$$F_T = W \text{ Sen } \theta = \gamma AL \text{ Sen } \theta$$

El esfuerzo tractivo promedio es la relación entre la fuerza tractiva (F_T) y el área lateral (A_L) sobre la cual actúa; este esfuerzo tractivo se denomina como fuerza tractiva unitaria (τ_o):

$$\tau_o = \frac{F_T}{A_L} = \frac{\gamma AL \text{ Sen } \theta}{PL}$$

Simplificando:

$$\tau_o = \gamma R \text{ Sen } \theta$$

Como el ángulo de inclinación del fondo del canal es relativamente pequeño ($\theta < 6^\circ$); el $\text{Sen } \theta$ es aproximadamente igual a la tangente de θ , la que a su vez es igual a la pendiente de fondo del canal ($\text{Sen } \theta \cong \text{tg } \theta = S_o$)

Por lo tanto:

$$\tau_0 = \gamma R S_0 \quad (4-38)$$

Para canales suficientemente anchos ($b \gg y$), el radio hidráulico tiende a la profundidad de flujo: $R \cong y$, por lo tanto:

$$\tau_0 = \gamma y S_0 \quad (4.39)$$

4.2.6.1 Distribución de Esfuerzo Tractivo

En la Figura 4.5, se muestra la distribución de la fuerza tractiva unitaria para un canal ancho de forma trapezoidal; los estudios para tal fin fueron adelantados por la U.S. Bureau Reclamation y de ellos se deduce que en términos generales, el patrón de distribución es función de la forma de la sección transversal y en muy poco grado del tamaño de la sección.

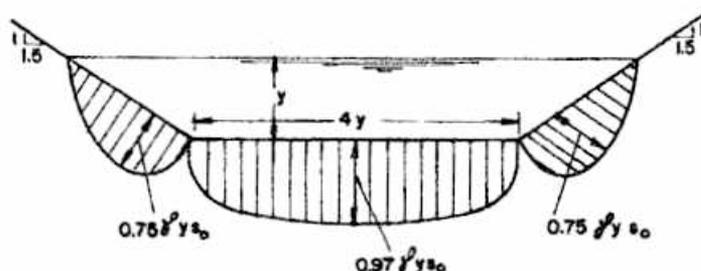


FIG.4.5 Distribución de fuerza tractiva. Sección trapezoidal

Para la sección transversal de forma trapezoidal pueden asumirse como valores máximos de la fuerza tractiva unitaria los de $\gamma y S_0$ para el fondo del canal y $0.75 \gamma y S_0$ para los taludes.

En la Figura 4.6, se dan valores de fuerza tractiva unitaria máxima en función de la relación b/y y el talud (z).

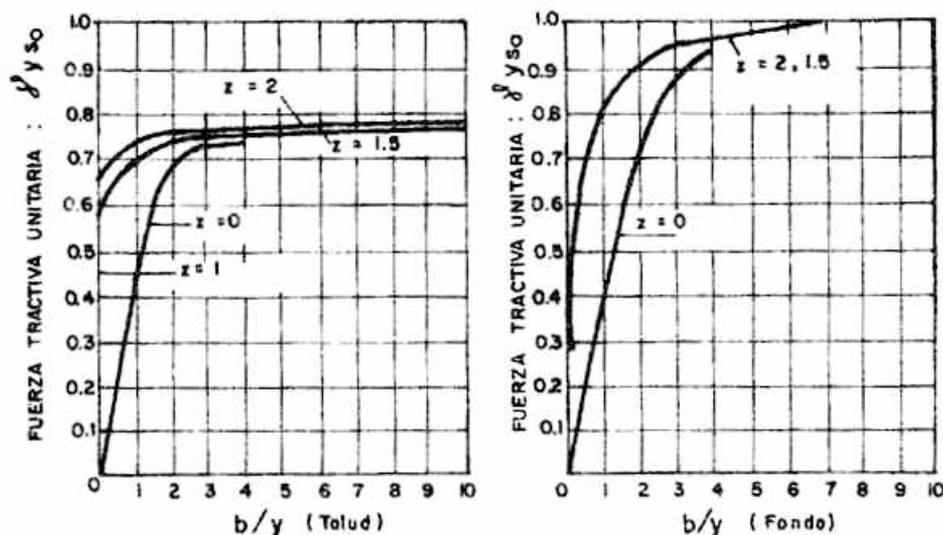


FIG.4.6 Valores máximos de fuerza tractiva unitaria en términos de $\gamma y S_0$
(FGS. Tomadas de "OPEN CHANNEL HYDRAULICS" V.T.Chow. Pág. 169)

4.2.6.2 Relación de Esfuerzos Tractivos

Con referencia a la Figura 4.7, consideremos una partícula (P) que reposa sobre la pared inclinada (talud z) del canal.

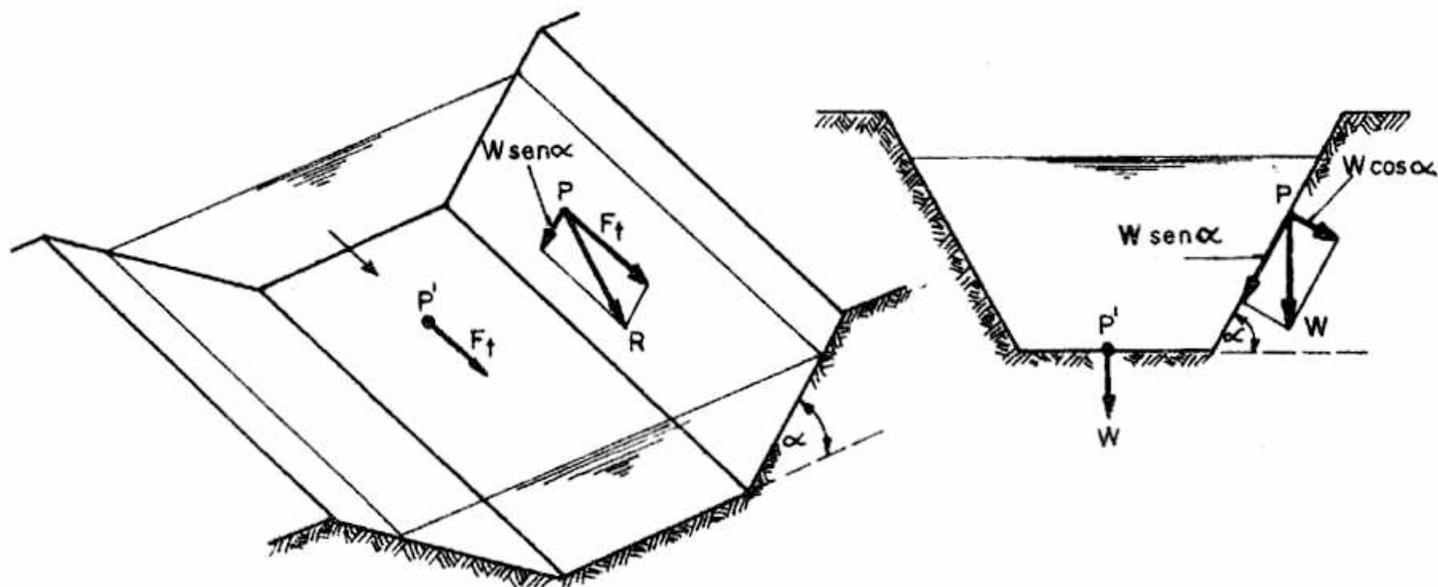


FIG.4.7 Fuerzas sobre partículas situadas en el talud (P) y el fondo (P')

Sea; a : área efectiva de la partícula, W : peso sumergido de la partícula, τ_s : esfuerzo tractivo en la pared, α : ángulo de inclinación del talud con la horizontal, ϕ : ángulo de reposo del material que constituye el talud.

Cuando se establece el flujo en el canal la partícula es sometida a una fuerza tractiva de magnitud:

$$F_t = a \tau_s$$

Esta fuerza tractiva se combina con la componente del peso de la partícula a lo largo del talud ($W \text{ Sen } \alpha$) y dan como resultado una fuerza resultante (R) sobre la partícula de magnitud:

$$R = \sqrt{(a \tau_s)^2 + (W \text{ Sen } \alpha)^2}$$

La fuerza de resistencia (F_R) a la fuerza resultante (R) tiene una magnitud igual a:

$$F_R = W \text{ Cos } \alpha \text{ tg } \phi$$

En donde $W \text{ Cos } \alpha$ es la componente del peso de la partícula normal al plano del talud y $\text{tg } \phi$ es el coeficiente de fricción del material.

Quando la fuerza resultante (R) es mayor que la fuerza de resistencia (F_R), la partícula se moverá sobre el talud; por lo tanto en el punto de equilibrio:

$$F_R = R$$

$$W \cos \alpha \operatorname{tg} \phi = \sqrt{(a \tau_s)^2 + (W \operatorname{Sen} \alpha)^2} \quad (4-40)$$

De la ecuación 4-40, despejando τ_s , reemplazando, simplificando y agrupando términos convenientemente, se tiene:

$$\tau_s = \frac{W}{a} \cos \alpha \operatorname{tg} \phi \sqrt{1 - (\operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \phi)^2} \quad (4-41)$$

Para una partícula (P) que reposa sobre el fondo del canal, se tendrá:

Fuerza tractiva = $F_T = a \tau_L$; donde τ_L es el esfuerzo tractivo en el fondo.

Fuerza de resistencia = $F_R = W \operatorname{tg} \phi$

En el punto de equilibrio:

$$a \tau_L = W \operatorname{tg} \phi$$

Despejando:

$$\tau_L = \frac{W}{a} \operatorname{tg} \phi$$

R = RELACION DE ESFUERZOS CRITICOS (TALUD/FONDO)

Se define como relación de esfuerzos (R) la relación entre el esfuerzo tractivo en la pared (τ_s) y el esfuerzo tractivo en el fondo del canal (τ_L); ésto es:

$$R = \frac{\tau_s}{\tau_L} = \frac{\frac{W}{a} \cos \alpha \operatorname{tg} \phi \sqrt{1 - (\operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \phi)^2}}{\frac{W}{a} \operatorname{tg} \phi} \quad (4-42)$$

Simplificando la ecuación 4-42, se obtienen las siguientes expresiones para la relación de esfuerzos (R):

$$R = \frac{\tau_s}{\tau_L} = \cos \alpha \sqrt{1 - (\operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \phi)^2} \quad (4-43)$$

$$R = \frac{\tau_s}{\tau_L} = \sqrt{1 - (\operatorname{Sen} \alpha / \operatorname{Sen} \phi)^2} \quad (4-44)$$

La ecuación 4-44, muestra que el valor de la relación de esfuerzos es función del ángulo de reposo (ϕ) del material que constituye el contorno del canal y del ángulo de inclinación del talud.

En la Tabla 4.19, se dan los valores del ángulo de reposo (ϕ) para suelo no-cohesivos. En la Tabla 4.20, se dan valores del ángulo de reposo para suelos cohesivos.

TABLA 4.19 Valores de ángulo de reposo (ϕ) en grados. Suelos No-Cohesivos

Tamaño de partícula (mm) D_{25}	Características del Material					
	Muy angular	Moderadamente Angular	Ligeramente angular	Ligeramente redondeado	Moderadamente redondeado	Muy redondeado
5	32.0	29.5	26.5	24.0	21.5	18.5
10	35.0	33.0	30.5	28.5	26.5	24.0
15	36.5	35.0	33.0	31.0	29.5	27.5
20	37.5	35.5	34.0	32.0	30.5	29.0
25	38.5	37.5	35.5	34.0	32.5	31.0
51	40.5	39.5	39.0	38.0	37.0	36.5
76	41.0	40.0	39.5	39.0	38.5	38.0
102	41.0	40.5	40.0	39.5	39.0	38.5

NOTA. El tamaño de partícula corresponde al diámetro de partícula del 25% en peso del material más grande.

TABLA 4.20 Valores de ángulo de reposo (ϕ) en grados. Suelos cohesivos

Textura	Angulo (ϕ)
Arena limosa	33° 15' - 34° 35'
Arena arcillosa	27° 55' - 35° 50'
Arena limo-Arcillosa	30° 30' - 36° 10'
Limos inorgánicos, arenas muy finas (ligera plasticidad)	30° 10' - 33° 25'
Arcillas inorgánicas	26° 35' - 30° 10'
Limos inorgánicos - arcillas inorgánicas	29° 15' - 34° 15'
Limos inorgánicos, arenas finas (plásticos)	22° 50' - 27° 30'
Arcillas inorgánicas de alta plasticidad	14° 35' - 23° 45'

4.2.6.3 Fuerza Tractiva Permisible

Se denomina fuerza tractiva permisible a la máxima fuerza tractiva unitaria para la cual no se presentará erosión del fondo y las paredes del canal; también recibe el nombre de fuerza tractiva crítica (τ_c).

Muchas experiencias de campo y laboratorio han sido llevadas a cabo con el fin de determinar los valores de fuerza tractiva crítica (τ_c).

Julian Aguirre en su texto "Hidráulica de Canales", menciona la experiencia adelantada por Shields en suelos no-cohesivos, encontrando la siguiente relación:

$$\frac{\tau_c}{(\gamma_s - \gamma) d} = f \sqrt{d/\nu, \tau_c/}$$

En donde:

τ_c : Esfuerzo tractivo crítico para la iniciación del movimiento.

γ_s : Peso específico del material de fondo.

γ : Peso específico del fluido que circula.

d: Diámetro de partículas de fondo de tamaño uniforme

ν : Viscosidad cinemática del fluido

En la Figura 4.8, se presentan los resultados de las experiencias de Shields para un suelo de peso específico (γ_s) igual a 2.650 kg/m³ y una emperatura del fluido de 24°C.

Para valores diferentes de pesos específicos y temperaturas, Julian Aguirre presenta la siguiente ecuación:

$$\tau_c = 0.056 (\gamma_s - \gamma) d_{75} \quad (4-45)$$

En donde:

τ_c : Esfuerzo tractivo crítico (Kg/m²)

γ_s : Peso específico del material de fondo (Kg/m³)

d_{75} : Diámetro del 75% del material en peso cuando este se va acumulando de los diámetro menores a los mayores. El fondo del canal quedaría constituido por partículas de un diámetro mayor e igual al d_{75} (m).

Según Williamson - Strickler, el coeficiente de rugosidad de Manning, para este caso (suelos no-cohesivos), se obtiene mediante la expresión:

$$n = 0.0385 d_{75}^{1/6} \quad (4-46)$$

Ven Te Chow en su texto Open-Channel Hydraulics, presenta recomendaciones generales de esfuerzo tractivo crítico para suelos no-cohesivos, tales como:

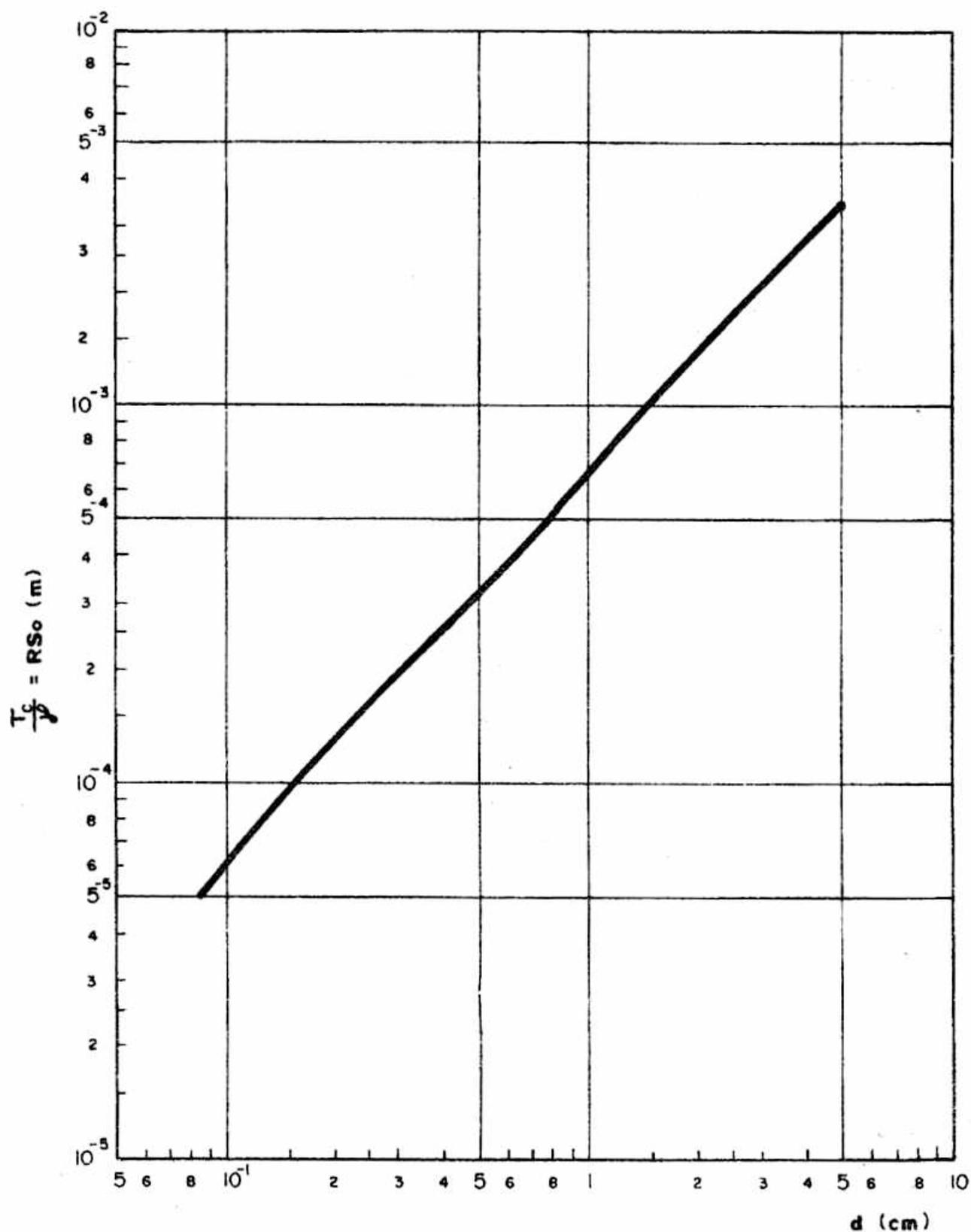


FIG. 4.8: Esfuerzo cortante crítico, obtenido de la información experimental de Shields, en función del diámetro del material no cohesivo del fondo.

- Material grueso no-cohesivo

$$\tau_c = 0.4 d^{75}$$

(4-47)

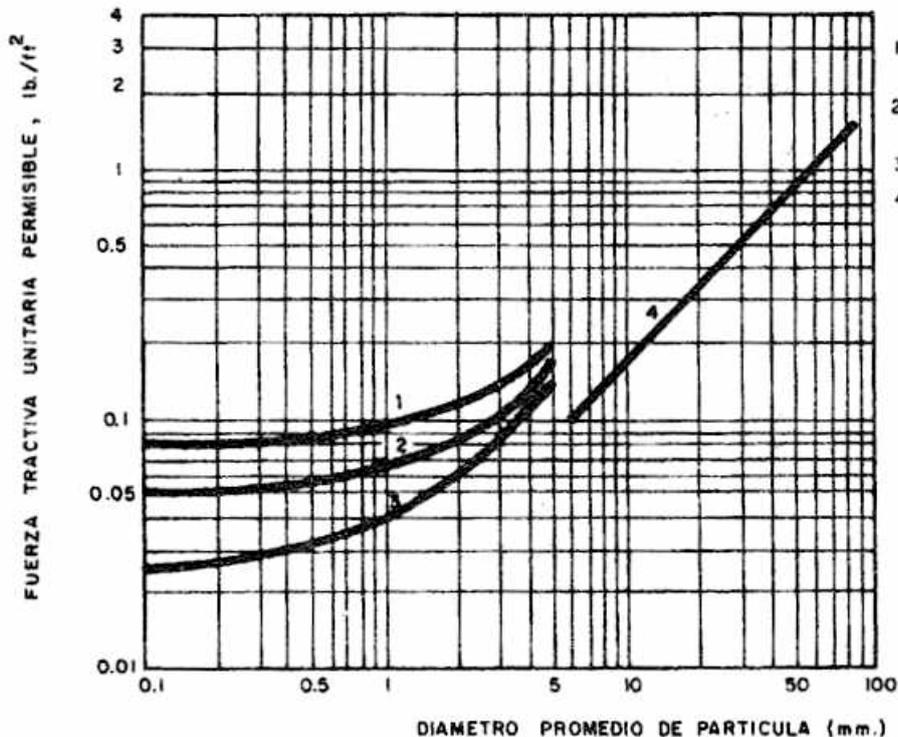
En donde:

τ_c : Esfuerzo tractivo crítico (lbs/ft²)
 d_{75} : Diámetro de partículas (pulg)

- Material fino no-cohesivo

El esfuerzo tractivo crítico τ_c (lbs/ft²) es igual al tamaño medio (en pulgadas) del 50% en peso del material más pequeño.

En la Figura 4.9, se presentan las recomendaciones dadas por Ven Te Chow para suelos no-cohesivos.



VEN TE CHOW
 (NO COHESIVOS)

FIG.4.9 Valores recomendados de fuerza tractiva unitaria permisible para suelos no-cohesivos

Para suelos cohesivos, los valores de esfuerzo tractivo crítico son recomendados por Ven Te Chow según la relación de vacíos y el contenido de arcilla.

Las recomendaciones se presentan en la Figura 4.10

Las recomendaciones de esfuerzos tractivos críticos deben reducirse en un porcentaje (%) de acuerdo a la sinuosidad que presente el canal. Los porcentajes de reducción recomendados son:

- 10% para canales ligeramente sinuosos
- 25% para canales moderadamente sinuosos
- 40% para canales muy sinuosos

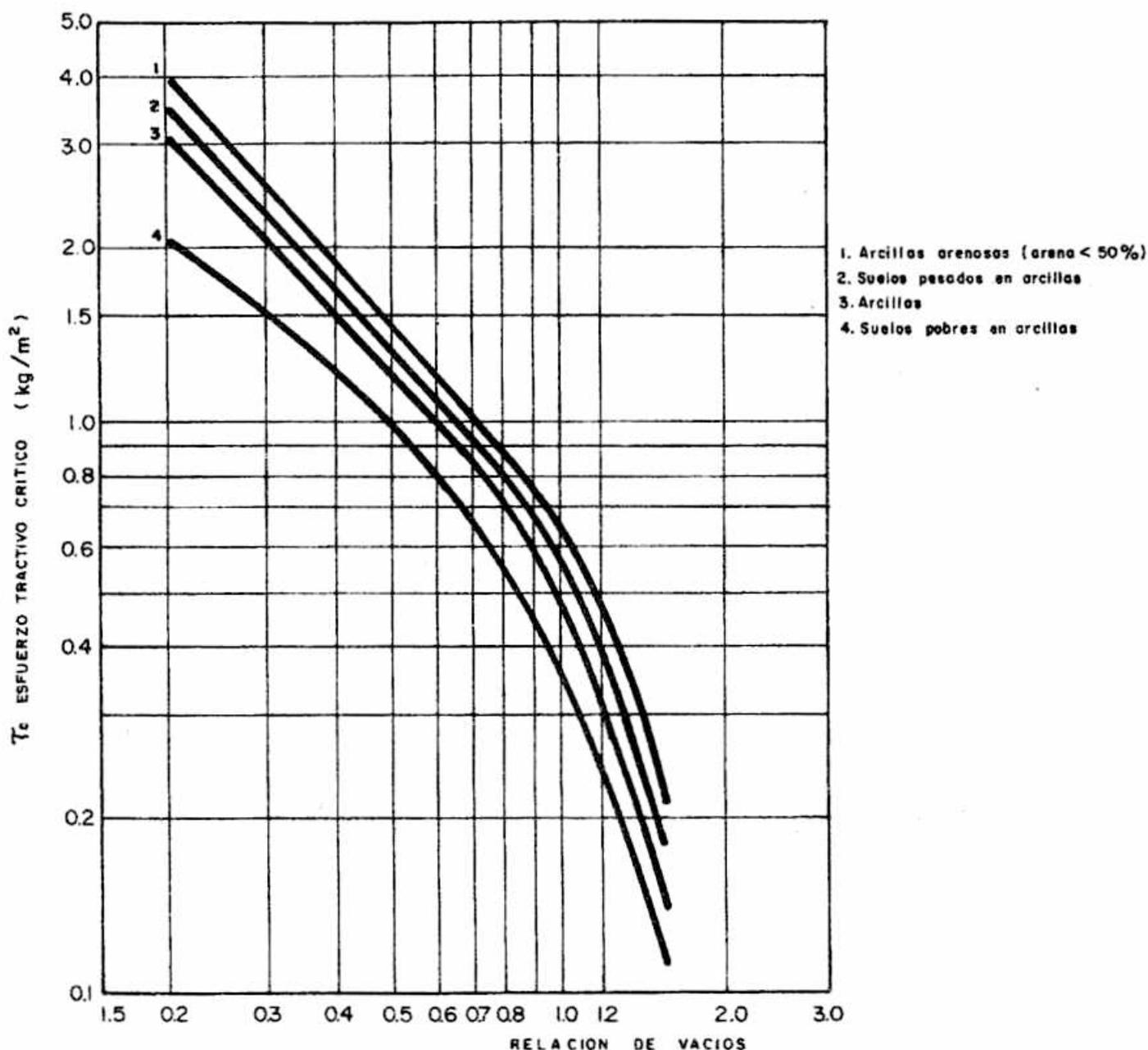


FIG.4.10 Esfuerzo cortante crítico en suelos cohesivos. Según datos de URSS publicado en Hydrotechnica Construction, 1936 Moscú.

4.2.6.4 Metodología de Cálculo. Método de Fuerza Tractiva

Para el diseño de la sección transversal de flujo por el método de fuerza tractiva máxima permisible, se sugiere el siguiente procedimiento:

- Información Básica

Consiste en obtener la información concerniente a caudal (Q), pendiente longitudinal (S_0), coeficiente de rugosidad de Manning (n), características físicas del suelo, tales como textura, estructura, tamaño de partículas, ángulo de reposo.

- Determinación de Talud Estable (z)

La estabilidad de las partículas que constituyen los taludes del canal se garantiza siempre y cuando se cumpla la condición: $\alpha < \phi$; donde α es el ángulo que forma el talud con un plano horizontal y ϕ es el ángulo de reposo del material.

- Cálculo de Relación de Esfuerzos

$$R_{\tau} = \frac{\tau_s}{\tau_L} = \cos \alpha \sqrt{1 - (\operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \phi)^2} = \sqrt{1 - (\operatorname{Sen} \alpha / \operatorname{Sen} \phi)^2}$$

Para diseño se tomará un valor ligeramente menor al calculado.

- Cálculo de esfuerzo tractivo crítico

Este valor se determina teniendo en cuenta básicamente de si el suelo en cuestión es cohesivo o no-cohesivo.

- Cálculo del factor R So

Se obtiene a partir de la expresión del máxima esfuerzo en el talud (τ_0):

$$\tau_0 = 0.75 \gamma R S_0$$

de donde:

$$R S_0 = \frac{\tau_0}{0.75 \gamma} = K$$

$$\tau_s = R_{\tau} \times \tau_L$$

$$0.75 \gamma R S_0 = R_{\tau} \times \tau_L$$

$$R S_0 = \frac{R_{\tau} \times \tau_L}{0.75 \gamma}$$

- Cálculo del Radio Hidráulico

Conocido el valor numérico de R So se obtiene el valor del radio hidráulico (R)

- Cálculo del Area Mojada

A partir de la ecuación de Manning ($Q = \frac{A R^{2/3} S_0^{1/2}}{n}$) se obtiene el valor numérico del área mojada (A):

$$A = \frac{Q n}{R^{2/3} S_0^{1/2}}$$

- Cálculo del Perímetro Mojado

Se calcula mediante la expresión:

$$P = \frac{A}{R}$$

- Plantear Ecuaciones Generales

Se plantean las ecuaciones generales para el área (A) y el perímetro (P) y se solucionan para la plantilla (b) y la profundidad de flujo (y).

- Chequeo de Eficiencia

Para la sección obtenida se estudia la posibilidad de mejorar su eficiencia hidráulica.

- Chequeo Final

Para la sección obtenida se chequea si los esfuerzos tractivos máximos en el talud y el fondo son menores que el esfuerzo tractivo crítico. Además se chequea el diseño obtenido con las condiciones de flujo crítico.

Ejemplo de Cálculo

- Información Básica

Caudal: $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$

Pendiente longitudinal: $S_o = 0.16\%$

Material: limo-arcilloso

Relación de vacíos: $e = 0.3$

Coefficiente de rugosidad: $n = 0.0275$

Angulo de reposo: $\phi = 32^\circ$

- Determinación Talud Estable (z)

$$\text{Ctg } \alpha = z \implies \alpha = \text{arctg } z$$

$$z = 1.5 \implies \alpha = \text{arctg } 1.5 = 33.69^\circ > \phi = 32^\circ \text{ (no sirve)}$$

$$z = 2 \implies \alpha = \text{arctg } 2 = 26.56^\circ < \phi = 32^\circ \text{ (sirve)}$$

Usar $z = 2$

- Cálculo de Relación de Esfuerzos (R):

$$R = \frac{\tau_o}{\tau_c} = \text{Cos } \alpha \sqrt{1 - (\text{tg } \alpha / \text{tg } \phi)^2} = 0.53$$

Usar $R = 0.50$

- Determinación de Esfuerzo Tractivo Crítico (τ_c):

De la curva correspondiente a suelos cohesivos y con la relación de vacíos $e = 0.3$, se obtiene un valor de esfuerzo tractivo crítico de:

$$\tau_c = 2.5 \text{ Kg/m}^2$$

- Cálculo de R So

$$\tau_o = 0.75 \gamma R So$$

$$R So = \frac{o}{0.75 \gamma}$$

De la relación de esfuerzos: $\tau_o = \tau_c R_r$

Luego:

$$R So = \frac{\tau_c R_r}{0.75 \gamma} = \frac{(2.5 \text{ kg/m}^2) 0.50}{0.75 \gamma} = 0.00167 \text{ m} = K$$

Este valor es constante en el diseño

- Cálculo del Radio Hidráulico

$$R = \frac{0.00167}{So} = \frac{0.00167}{0.0016} = 1.04 \text{ m}$$

- Cálculo del Area Mojada

$$A = \frac{Q n}{R^{2/3} So^{1/2}} = \frac{20 * 0.0275}{(1.04)^{2/3} * (0.0016)^{1/2}} = 13.4 \text{ m}^2$$

- Cálculo del Perímetro Mojado

$$P = \frac{A}{R} = \frac{13.4 \text{ m}^2}{1.04 \text{ m}} = 12.88 \text{ m}$$

- Ecuación General A y P y solución para b-y

$$y = \frac{P \pm \sqrt{P^2 - 4aA}}{2a}$$

$$a = 2 \sqrt{1 + z^2} - z = 2.47$$

$$y = \frac{12.88 \pm \sqrt{(12.88)^2 - 4 (2.47) (13.4)}}{2 (2.47)}$$

$$y_1 = 3.78$$

$$y_2 = 1.44$$

$$b_1 = -4.02 \text{ (se descarta)}$$

$$b_2 = 6.44$$

- Verificación de Eficiencia Hidráulica

$$\text{Relación teórica: } (b/y) = 2 \left(\sqrt{1 + z^2} - z \right) = 0.472$$

$$\text{Relación de diseño: } (b/y) = \frac{6.44}{1.44} = 4.47$$

La eficiencia hidráulica se mejora haciendo:

$$\sqrt{P^2 - 4aA} = 0$$

$$P^2 = 4 a A, \quad A \neq \text{cte}$$

De otro lado:

$$R = \frac{A^2}{P^2} = \frac{A^2}{4aA} = \frac{A}{4a}$$

De donde:

$$A = 4 a R^2$$

Pero $R = K/S_o$

Reemplazando:

$$A = 4a \left[\frac{K}{S_o} \right]^2 \tag{4-48}$$

De la fórmula de Manning, se tiene:

$$A = \frac{Q n}{R^{2/3} S_o^{1/2}} = \frac{Q n}{(K/S_o)^{2/3} S_o^{1/2}} \tag{4-49}$$

Igualando las ecuaciones 4-48 y 4-49, simplificando y despejando para S_o , se tiene:

$$S_o = \left[\frac{4a K^{8/3}}{Q n} \right]^{6/13} \tag{4-50}$$

La ecuación 4-50, da el valor de la pendiente para la sección hidráulica más eficiente.

$$S_o = \left[\frac{4 * 2.47 * 0.00167^{8/3}}{20 * 0.0275} \right]^{6/13} = 0.0014477$$

Redondeando la pendiente:

$$S_o' = 0.00145$$

El nuevo radio hidráulico (R') es:

$$R' = \frac{0.00167}{S_o'} = 1.1517 \text{ m}$$

La nueva área mojada (A'):

$$A' = \frac{Q n}{R'^{2/3} S_o'^{1/2}} = \frac{20 * 0.0275}{(1.1517)^{2/3} (0.00145)^{1/2}} = 13.146 \text{ m}^2$$

El nuevo perímetro (P'):

$$P' = \frac{13.146 \text{ m}^2}{1.1517 \text{ m}} = 11.414 \text{ m}$$

Solucionando nuevamente la ecuación general para A' , P' , se tienen los siguientes resultados:

$$\begin{array}{ll} y_1 = 2.438 \text{ m} & b_1 = 0.52 \text{ m} \\ y_2 = 2.183 \text{ m} & b_2 = 1.66 \text{ m} \end{array}$$

Atendiendo la recomendación anterior se escoge la sección que tiene la mayor plantilla; es decir:

$$\begin{array}{l} y = 2.18 \text{ m} \\ b = 1.66 \text{ m} \end{array}$$

Con estos resultados se obtienen todos los demás elementos geométricos e hidráulicos de la sección transversal de flujo.

- Chequeo de Esfuerzos

El máximo esfuerzo tractivo en el talud es:

$$\tau_s = 0.75 \gamma R S_o = 0.75 * 1000 \text{ kg/m}^3 * 1.1517 \text{ m} * 0.00145 = 1.25 \text{ kg/m}^2$$

El máximo esfuerzo tractivo en el fondo es:

$$\tau_L = \gamma R S_o = 1.000 \text{ kg/m}^3 * 1.1517 \text{ m} * 0.00145 = 1.67 \text{ kg/m}^2$$

Los dos resultados anteriores muestran que los esfuerzos máximos en el talud y el fondo del canal son menores que el esfuerzo tractivo máximo permisible ($\tau_c = 2.5 \text{ kg/m}^2$); por lo tanto el diseño es recomendable.

Finalmente, debe chequearse que la sección obtenida presenta unas condiciones de flujo suficientemente diferentes a las condiciones de flujo crítico correspondientes; de esta manera se obtiene un flujo bastante estable hidráulicamente.

4.3 PROBLEMAS PARA RESOLVER

1. Demostrar que la condición para la sección hidráulica de máxima eficiencia (SHME) es:

$$b/y = 2 \operatorname{tg} \alpha/2$$

α : ángulo de inclinación que forman las paredes laterales del canal con un plano horizontal.

2. Diseñar un canal revestido en concreto ($n = 0.013$) para transportar un caudal $Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}$ con una pendiente $So = 0.10\%$

- Diseñar el canal atendiendo las recomendaciones de la Tabla 4.8

- Diseñar el canal para la condición de sección hidráulica de máxima eficiencia para los taludes $z = 0.1, 1.5, 2$.

3. Demostrar que la condición para la sección hidráulica de mínima infiltración (SHMI) es:

$$b/y = 4 \operatorname{tg} \alpha/2$$

4. Diseñar un canal erodable por el método de la velocidad máxima permisible, para las siguientes condiciones:

$Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$, $n = 0.020$, $So = 0.15\%$, Velocidad máxima permisible $V = 1.2 \text{ m/s}$

5. Diseñar el canal del problema 4 para la condición de sección hidráulica de máxima eficiencia (SHME) con y sin restricción de pendiente.

6. Diseñar el canal del problema 4 para la condición de sección hidráulica de mínima infiltración (SHMI) con y sin restricción de pendiente.

7. Demostrar que la expresión de relación de esfuerzos $R = \tau_s / \tau_L$ de la ecuación 4-43 es igual a la expresión de la ecuación 4.44

8. Diseñar un canal erodable por el método de fuerza tractiva máxima permisible, para las siguientes condiciones:

$Q = 4 \text{ m}^3/\text{s}$, $So = 0.12\%$, suelo: arena limo-arcillosa, $n = 0.025$

FLUJO GRADUALMENTE VARIADO (PERMANENTE)

5.1 DEFINICION

Se denomina flujo permanentemente-gradualmente variado, a aquel flujo en donde sus principales características no varían con respecto al tiempo en una determinada sección transversal ($\partial y / \partial t = 0$) pero varían con respecto a la longitud (L) del tramo en consideración ($\partial y / \partial t \neq 0$); siendo la longitud del tramo tan suficientemente grande, que los cambios en la profundidad de flujo llegan a ser imperceptibles a simple vista.

El flujo gradualmente variado se presenta cuando hay cambios en la forma o tamaño de la sección transversal de flujo, variación en la pendiente de fondo del canal, variación en la rugosidad de las paredes laterales, según condiciones de puntos de toma o entrega de canales, etc.

El problema central a solucionar es el de encontrar un mecanismo que permita describir el comportamiento del perfil de flujo a lo largo del tramo en consideración; encontrando este mecanismo, se podrá predecir por ejemplo, cuál deberá ser la altura mínima de un dique marginal a un río o canal para que no presenten desbordamientos cuando el canal esté afectado por niveles altos en el punto de entrega a otro canal o río.

5.2 ECUACION GENERAL DE FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

Con referencia a la Figura 5.1:

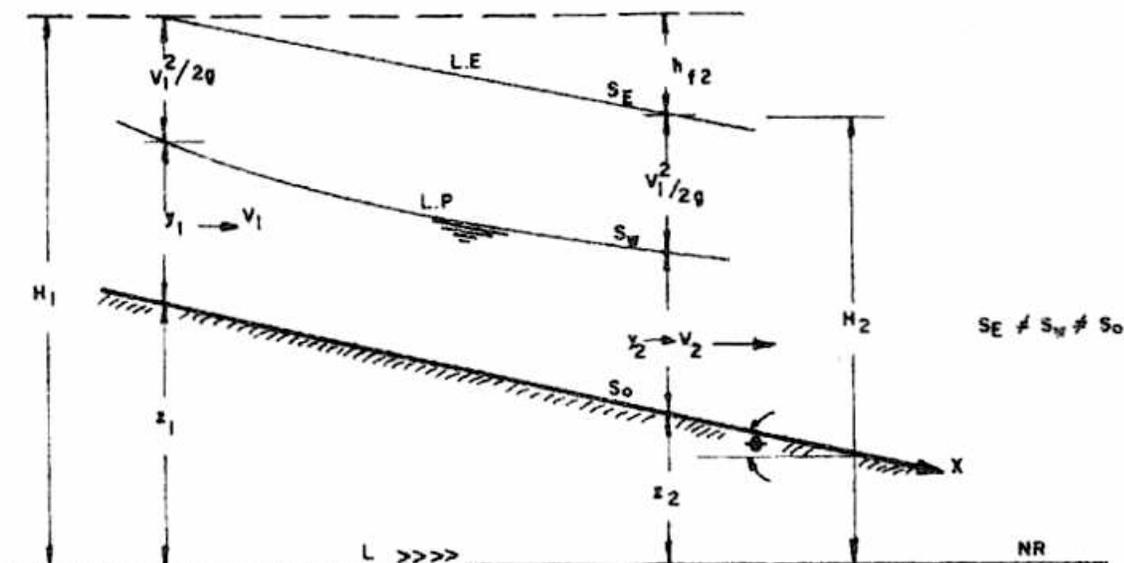


FIG.5.1 Flujo gradualmente variado en un canal

- N_r : Nivel de referencia
 z_1, z_2 : Energías de posición en las secciones 1 y 2 respectivamente.
 y_1, y_2 : Profundidades de flujo en las secciones 1 y 2 respectivamente.
 V_1^2, V_2^2 : Cargas de velocidad en las secciones 1 y 2 respectivamente.
 $\frac{2g}{2g}$
 V_1, V_2 : Velocidades medias de flujo en las secciones 1 y 2 respectivamente
 L_e : Línea de energía
 L_p : Línea piezométrica
 S_e : Pendiente de la línea de energía
 S_w : Pendiente de la línea piezométrica
 S_o : Pendiente de fondo del canal
 H_1, H_2 : Contenidos totales de energía en las secciones 1 y 2 respectivamente.
 L : Longitud del tramo en consideración suficientemente grande.

Considerando el flujo gradualmente variado como un flujo aproximadamente paralelo (no hay curvatura pronunciada de líneas de corriente), con una distribución de presiones de tipo hidrostático y no afectada por pendiente de fondo ($\theta < 6^\circ$), con una distribución de velocidades uniforme; la ecuación de Manning puede aplicarse en la forma:

$$Q = \frac{A R^{2/3} S_e^{1/2}}{n} \quad (5-1)$$

En donde, S_e es la pendiente de la línea de energía.

Para un tramo de canal de alineamiento recto, el contenido de energía para cualquier sección transversal de flujo del tramo en consideración, es:

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g} \quad (5-2)$$

La variación del contenido total de energía en la dirección de flujo (x) es:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right)$$

Reemplazando la carga de velocidad en términos del caudal y el área de flujo:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{2g A^3} \right)$$

Derivando:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} + \cancel{\left(\frac{Q^2 T}{g A^3} \frac{dy}{dx}\right)}$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} \left(1 - \frac{Q^2 T}{g A^3}\right)$$

Despejando: dy/dx

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dH}{dx} - \frac{dz}{dx}}{1 - \frac{Q^2 T}{g A^3}}$$

Haciendo $\frac{dH}{dx} = -S_e$ y $\frac{dz}{dx} = -S_o$ y reemplazando en la ecuación anterior:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_e}{1 - \frac{Q^2 T}{g A^3}} = \frac{S_o \left(1 - \frac{S_e}{S_o}\right)}{1 - \frac{Q^2 T}{g A^3}} \quad (5-3)$$

Dado que:

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = \frac{V^2}{g D} = Fr^2 \quad (\text{Número de Froude})$$

La ecuación 5-3, puede escribirse:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o \left(1 - \frac{S_e}{S_o}\right)}{1 - Fr^2} \quad (5-4)$$

De otro lado se tiene que para flujo uniforme:

$$Q = \frac{A R^{2/3} S_o^{1/2}}{n} = Kn S_o^{1/2}$$

$$S_o = \left(\frac{Q}{K_n} \right)^2 \quad (5-5)$$

Y para flujo gradualmente variado:

$$Q = \frac{A R^{2/3} S_o^{1/2}}{n} = K S_o^{1/2}$$

$$S_o = \left(\frac{Q}{K} \right)^2 \quad (5-6)$$

En donde K_n , K : son las conductancias para flujo uniforme y gradualmente variado respectivamente.

Además:

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = \frac{Q^2/g}{A^3/T} = \frac{Z_c^2}{Z^2} = F_r^2 \quad (5-7)$$

En donde Z_c , Z : son los valores de sección para flujo crítico y flujo gradualmente variado respectivamente.

Reemplazando las ecuaciones 5-5, 5-6 y 5-7 en la ecuación 5-3, y simplificando, se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o \left(1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2 \right)}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2} \quad (5-8)$$

La ecuación 5-8 se denomina "Ecuación General de Flujo Gradualmente Variado"

Para canales rectangulares suficientemente anchos ($b \gg y \Rightarrow R \cong y$) la forma específica de la ecuación de flujo gradualmente variado puede obtenerse de la siguiente manera:

Para Flujo Uniforme:

$$Q = \frac{A R^{2/3} S_o^{1/2}}{n} = \frac{b y_n y_n^{2/3} S_o^{1/2}}{n} = \frac{b y_n^{5/3} S_o^{1/2}}{n}$$

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{y_n^{5/3} S_o^{1/2}}{n}$$

$$S_o = \frac{q^2 n^2}{y_n^{10/3}} \quad (5-9)$$

Para el Flujo Gradualmente Variado:

$$Q = \frac{A R^{2/3} S_e^{1/2}}{n} = \frac{b y^{2/3} S_e^{1/2}}{n} = \frac{b y^{5/3} S_e^{1/2}}{n}$$

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{y^{5/3} S_e^{1/2}}{n}$$

$$S_o = \frac{q^2 n^2}{y^{10/3}} \quad (5-10)$$

También:

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = \frac{Q^2 b}{g b^3 y^3} = \frac{Q^2}{g b^2 y^3}$$

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = \frac{q^2}{g y^3} = \left(\frac{y_c}{y} \right)^3 \quad (5-11)$$

Reemplazando las ecuaciones 5-9, 5-10 y 5-11 en la ecuación 5-3 y simplificando, se obtiene la expresión de flujo gradualmente variado para canales rectangulares anchos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o (1 - y_n/y)^{10/3}}{1 - (y_c/y)^3} \quad (5-12)$$

5.3 CLASIFICACION DE PERFILES DE FLUJO

La clasificación de los perfiles de flujo está basada en los valores que puede adquirir el término dy/dx de la ecuación 5-8. Esto es:

$$-\frac{dy}{dx} \text{ es positivo } \left(\frac{dy}{dx} > 0 \right) \text{ cuando:}$$

So $(1 - (kn/k)^2)$ y $(1 - (Zc/Z)^2)$ son positivos

ó

So $(1 - (kn/k)^2)$ y $(1 - (Zc/Z)^2)$ son negativos

$-\frac{dy}{dx}$ es negativo ($\frac{dy}{dx} < 0$) cuando:

So $(1 - (kn/k)^2) > 0$ y $(1 - (Zc/Z)^2) < 0$

ó

So $(1 - (kn/k)^2) < 0$ y $(1 - (Zc/Z)^2) > 0$

$-\frac{dy}{dx} = 0$ En este caso no se presentará flujo gradualmente variado sino flujo uniforme

Sea:

So > 0 ; pendiente positiva. Fondo de canal cae en la dirección de flujo.

So $= 0$; Pendiente nula. Fondo de canal horizontal.

So < 0 ; Pendiente adversa. Fondo de canal asciende en la dirección de flujo

Además, Sc: es la pendiente correspondiente al flujo crítico. En la Tabla 5.1 se presenta la clasificación de perfiles de flujo.

El análisis de la ecuación de flujo gradualmente variado ecuación 5-8, permitirá conocer cómo es la forma de cada uno de los perfiles de flujo y cómo es su comportamiento en los extremos de los mismos.

Para un canal de sección transversal dada, la ecuación 5-8 expresa que la variación del perfil de flujo (dy/dx) es función de la profundidad crítica (y_c), profundidad normal (y_n) y la profundidad de flujo del perfil (y).

Para la localización de los perfiles de flujo se distinguen tres (3) zonas determinadas por la posición de las líneas de agua de profundidad normal (y_n), profundidad crítica (y_c) y el fondo del canal; así:

Zona 1: corresponde a la zona comprendida por encima de la línea de agua superior (y_n : en el caso de flujo subcrítico; y_c : en el caso de flujo supercrítico).

Zona 2: corresponde a la zona comprendida entre las líneas de agua de profundidad normal y profundidad crítica.

Zona 3: corresponde a la zona comprendida entre el fondo del canal y la línea de agua inferior (y_c : en el caso de flujo subcrítico; y_n : en el caso de flujo supercrítico).

TABLA 5.1 Clasificación de perfiles de flujo

Pendiente		Flujo	Perfil		Relación
So > 0	So < Sc	Subcrítico	Curvas M	M ₁	y > y _n > y _c
				M ₂	y _n > y > y _c
				M ₃	y _n > y _c > y
	So > Sc	Supercrítico	Curvas S	S ₁	y > y _c > y _n
				S ₂	y _c > y > y _n
				S ₃	y _c > y _n > y
So = Sc	Crítico	Curvas C	C ₁	y > y _c = y _n	
			C ₃	y _c = y _n > y	
Horizontal	So = 0		Curvas H	H ₂	y > y _c
				H ₃	y < y _c
Adversa	So < 0		Curvas A	A ₂	y > y _c
				A ₃	y < y _c

5.3.1 Perfiles M

Son los perfiles correspondientes a las pendientes positivas ($S_o > 0$) pero menores que la pendiente crítica ($S_o < S_c$); es decir, corresponden a flujos subcríticos.

En este caso, la zona 1 está localizada por encima de la línea de profundidad normal (y_n); la zona 2 se localiza entre las líneas de profundidad normal (y_n) y la profundidad crítica (y_c); y la zona 3 se localiza entre la línea de profundidad crítica (y_c) y el fondo del canal.

Los perfiles correspondientes y sus características son:

5.3.1.1 Perfil M₁

- Localización: Zona 1

Relación de profundidades: $y > y_n > y_c$ (un punto de la curva M₁, tiene una profundidad (y) mayor que la profundidad normal (y_n) que a su vez es mayor que la profundidad crítica (y_c)).

- Análisis de dy/dx (ecuación 5-8)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{+}{+} = +$$

Significa que la curva M_1 aumenta su profundidad en la dirección de flujo.

- Análisis de la curva en sus extremos

Límite de aguas arriba: profundidad normal (y_n)

$$y \rightarrow y_n \rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow 0$$

Es decir, que en la proximidad de la profundidad normal, la curva M_1 es paralela a ella.

Límite agua abajo:

$$y \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow S_0$$

Significa que la curva se hace horizontal cuando se incrementa considerablemente su profundidad.

Ejemplos de curva M_1

- Canal con flujo subcrítico que entrega a otro canal, río, reservorio, en donde la cota del nivel de agua está por encima de la cota que corresponde a la profundidad normal del canal en el punto de entrega.
- Canal con flujo subcrítico y pendiente de fondo S_{01} , que sufre un cambio de pendiente de fondo a S_{02} , tal que $S_{02} < S_{01}$.

5.3.1.2 Perfil M_2

- Localización: Zona 2
- Relación de profundidades: $y_n > y > y_c$ (un punto de la curva M_2 tiene una profundidad (y) comprendida entre la profundidad normal (y_n) y la profundidad crítica (y_c)).
- Análisis de dy/dx (ecuación 5-8)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{+} = -$$

Significa que la curva M_2 disminuye su profundidad en la dirección de flujo.

- Análisis de la curva en sus extremos:

Límite aguas arriba: profundidad normal (y_n)

$$y \rightarrow y_n \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow 0$$

Es decir, la curva M_2 es paralela a la profundidad normal en su proximidad.

Límite aguas abajo: profundidad crítica (y_c)

$$y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$$

Es decir, en la proximidad a la profundidad crítica (y_c), la curva M_2 es perpendicular a ella; el paso a través de la profundidad crítica se lleva a cabo mediante un "caída hidráulica".

Ejemplos de curva M_2

- Canal con flujo subcrítico que entrega a otro canal, río, reservorio, en donde la cota del nivel de agua está por debajo de la cota que corresponde a la profundidad normal del canal en el punto de entrega.
- Canal con flujo subcrítico y pendiente S_{o1} , que sufre un cambio de pendiente de fondo a S_{o2} , tal que $S_{o1} < S_{o2}$.

5.3.1.3 Perfil M_3

- Localización: Zona 3
- Relación de profundidades: $y_n > y_c > y$ (un punto de la curva M_3 tiene una profundidad de flujo comprendida entre el fondo del canal y la profundidad crítica (y_c)).
- Análisis de dy/dx (ecuación 5-8)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$$

Significa que la curva M_3 aumenta su profundidad en la dirección de flujo.

- Análisis de la curva en sus extremos:

Límite aguas arriba: $y \rightarrow 0$

$$y \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$$

Curva perpendicular al fondo del canal.

Límite aguas abajo: profundidad crítica (y_c)

$$y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$$

Curva perpendicular a la línea de profundidad crítica.

Esta última situación da lugar a un impedimento a flujo, por lo tanto el perfil real de la curva M_3 no debe alcanzar la profundidad crítica y el paso de ésta se lleva a cabo mediante la formación de "Salto Hidráulico".

Ejemplos de curva M_3

- Flujo bajo una compuerta instalada en un canal de pendiente subcrítica con el extremo inferior de la compuerta por debajo de la línea de profundidad crítica.

- Canal con flujo supercrítico y pendiente S_{o1} , que sufre un cambio de pendiente de fondo a S_{o2} tal que, $S_{o1} > S_c > S_{o2}$. Cuando el perfil de flujo tiene lugar en el tramo de pendiente subcrítico, se presenta curva M_3 .

5.3.2 Perfiles S (Steep)

Son los perfiles correspondientes a las pendientes positivas ($S_o > 0$) pero mayores que la pendiente crítica ($S_o > S_c$); es decir, corresponden a flujos supercríticos.

En este caso, la zona 1 está localizada por encima de la línea de profundidad crítica (y_c); la zona 2 se localiza entre las líneas de profundidad crítica (y_c) y la normal (y_n); y la zona 3 se localiza entre la línea de profundidad normal (y_n) y el fondo del canal.

Los perfiles correspondientes y sus características son:

5.3.2.1 Perfil S_1

- Localización: Zona 1
- Relación de profundidades: $y > y_c > y_n$

- Análisis de dy/dx (ecuación 5-8)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{+}{+} = +$$

La curva S_1 aumenta su profundidad en la dirección de flujo.

- Análisis de la curva en sus extremos:

Límite aguas arriba: profundidad crítica (y_c)

$$y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow 0$$

La curva S_1 es perpendicular a la línea de profundidad crítica.

Límite aguas abajo:

$$y \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow S_0$$

La curva S_1 comienza con un "salto hidráulico" mediante el cual se obvia el paso del perfil a través de la profundidad crítica, la cual ocasiona un impedimento al flujo.

Ejemplos de curva S_1

- Flujo en un canal con pendiente supercrítica que entrega a otro canal, río o reservorio, en donde la cota de nivel de agua está por encima de la cota que corresponde a la profundidad normal del canal en el punto de entrega.
- Flujo en un canal con pendiente supercrítica S_{01} , que sufre un cambio de pendiente de fondo a S_{02} , tal que $S_{01} > S_{02} < S_c$, y el cambio tiene lugar en el tramo supercrítico.

5.3.2.2 Perfil S_2

- Localización: Zona 2
- Relación de profundidades: $y_c > y > y_n$
- Análisis de dy/dx (ecuación 5-8)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{+}{-} = -$$

- Análisis de la curva en sus extremos

Límite aguas arriba: profundidad crítica (y_c)

$$y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$$

La curva S_2 es perpendicular a la línea de profundidad crítica.

Límite aguas abajo: profundidad normal (y_n)

$$y \rightarrow y_n \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow 0$$

La curva S_2 es paralela a la línea de profundidad normal

Ejemplos de curva S_2

- Flujo en un canal de pendiente superficial S_{o1} , que sufre un cambio de pendiente de fondo S_{o2} , tal que $S_{o1} < S_{o2}$.
- Flujo en un canal de pendiente subcrítica S_{o1} , que sufre un cambio de pendiente de fondo S_{o2} , tal que $S_{o1} < S_{o2} > S_c$.
- En este caso se presenta una doble curva: una antes del punto de quiebre (curva M_2) y otra inmediatamente después del punto de quiebre (S_2).

5.3.2.3 Perfil S_3

- Localización: Zona 3
- Relación de profundidades: $y_c > y_n > y$
- Análisis de dy/dx (ecuación 5-8)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$$

La curva S_3 es perpendicular al fondo del canal.

- Análisis de la curva en sus extremos:

Límite aguas arriba: profundidad normal (y_n)

$$y \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$$

La curva S_3 es perpendicular al fondo del canal.

Límite aguas abajo: profundidad normal (y_n)

$$y \rightarrow y_n \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow 0$$

La curva S_3 es paralela a la línea de profundidad normal (y_n)

Ejemplos de curva S_3

- Flujo en canal de pendiente supercrítica, que sufre un cambio de pendiente de fondo a S_{02} , tal que $S_{01} > S_{02} > S_c$.

5.3.3 Perfiles C (critica)

Son los perfiles correspondientes a las pendientes positivas ($S_0 > 0$) e iguales a la pendiente crítica ($S_0 = S_c$); es decir, corresponden a flujos críticos.

En este caso la profundidad crítica (y_c) es igual a la profundidad normal (y_n); por lo tanto no se presenta zona 2.

Los perfiles correspondientes y sus características son:

5.3.3.1 Perfil C_1

- Localización: Zona 1
- Relación de profundidades: $y > y_c > y_n$
- Análisis de dy/dx (ecuación 5-8)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{+}{+} = +$$

La curva C_1 aumenta su profundidad en la dirección de flujo.

- Análisis de la curva en sus extremos:

Límite aguas arriba: profundidad crítica (y_c)

$$y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$$

La curva C_1 es perpendicular a la línea de profundidad crítica.

Límite aguas abajo:

$$y \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow S_0$$

La curva C_1 es horizontal

Ejemplos de curva C_1

- Flujo en canal de pendiente crítica que entrega a un embalse en donde la cota del nivel del agua es mayor que la cota de profundidad crítica del canal en el punto de entrega.
- Flujo en canal de pendiente crítica S_c , que sufre un cambio de pendiente S_0 , tal que $S_c > S_0$.

5.3.3.2 Perfil C_3

- Localización: Zona 3
- Relación de profundidades: $y > y_c = y_n$
- Análisis de dy/dx (ecuación 5-8)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$$

La curva C_3 aumenta su profundidad en la dirección de flujo.

- Análisis de la curva en sus extremos:

Límite aguas arriba:

$$y \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$$

La curva C_3 es perpendicular al fondo del canal.

Límite aguas abajo: profundidad crítica (y_c)

$$y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$$

La curva C_3 es perpendicular a la línea de profundidad crítica

Ejemplos de curva C₃

- Flujo en canal de pendiente S_0 , que sufre un cambio de pendiente a S_c , tal que $S_0 > S_c$.
- Flujo bajo una compuerta instalada en un canal de pendiente crítica S_c , con el extremo de la compuerta por debajo de la línea de profundidad crítica.

5.3.4 Perfiles H (Horizontal)

Son los perfiles que tienen lugar en canales de fondo horizontal; es decir $S_0 = 0$

En este caso, la expresión de conductancia para flujo uniforme $K_n = Q/S_0^{1/2}$ tiene un valor igual a $K_n = \infty$; por lo tanto el valor de la profundidad normal es $y_n = \infty$. Por esta razón solo existen perfiles H en las zonas 2 y 3.

Para el análisis de estos perfiles es razonable dar a la ecuación 5-8 una forma más conveniente.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 (1 - (K_n/K)^2)}{1 - (Z_c/Z)^2}$$

Pero:

$Q = K_n S_0^{1/2}$; reemplazando esta expresión en la ecuación anterior y simplificando se obtiene una forma mas conveniente de la ecuación 5-8

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(Q/K)^2}{1 - (Z_c/Z)^2} \quad (5-13)$$

5.3.4.1 Perfil H₂

- Localización: Zona 2
- Relación de profundidades: $y > y_c$
- Análisis de dy/dx (Ecuación 5-13)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{+} = -$$

La curva H₂ disminuye su profundidad en la dirección de flujo.

- Análisis de la curva en su extremo aguas abajo: profundidad crítica (y_c)

$$y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \rightarrow 0$$

La curva H_2 es perpendicular a la línea de profundidad crítica:

Ejemplo del perfil H_2

- Flujo en canal de fondo horizontal con una caída libre en el extremo aguas abajo.

5.3.4.2 Perfil H_3

- Localización: Zona 3
- Relación de profundidades: $y < y_c$
- Análisis de dy/dx (Ecuación 5-13)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$$

La curva H_3 incrementa su profundidad en la dirección de flujo.

- Análisis de la curva en sus extremos

Límite aguas arriba:

$$y \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \rightarrow \infty$$

La curva H_3 es perpendicular al fondo del canal.

Límite aguas abajo: profundidad crítica (y_c)

$$y \rightarrow y_c \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \rightarrow \infty$$

La curva H_3 es perpendicular a la línea de profundidad crítica.

Ejemplo de la Curva H_3

- Flujo bajo una compuerta instalada en un canal de fondo horizontal y con el extremo inferior de la compuerta por debajo de la línea de profundidad crítica.

5.3.5 Perfiles A (Adverse)

Son perfiles que tienen lugar en canales cuyo fondo asciende en la dirección de flujo ($S_o < 0$)

Para el análisis de estas curvas es conveniente utilizar la ecuación 5-8 en la forma:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-S_o - (Q/K)^2}{1 - (Z_c/Z)^2} \quad (5-14)$$

Queda como ejercicio al lector el caracterizar los dos perfiles que tienen lugar en este caso: $A_2 - A_3$

En la Figura 5.2 se esquematizan los perfiles antes estudiados.

Ejemplo 5.1

Un canal de sección rectangular ($z = 0$), plantilla $b = 1.2$ m. coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0.010$, transporta un caudal $Q = 5$ m³/s

Mediante una compuerta el canal capta el caudal desde un reservorio en donde el nivel del agua tiene una cota de 1004.00 msnm. La cota de fondo del canal en el punto de captación es de 1000.00 msnm y el extremo inferior de la compuerta tiene una cota de 1000.50 msnm. El canal sufre cambios en su pendiente así:

Tramo	Longitud (m)	Pendiente (%)
1	250	0.6
2	300	0.2
3	460	0.55
4	500	0.45

Finalmente el canal entrega sus aguas a un embalse en donde el nivel del agua es de 996.00 msnm.

Identificar los posibles perfiles de flujo que se presentan en el canal.

En la Figura 5.3 se presenta un esquema del perfil longitudinal del canal.

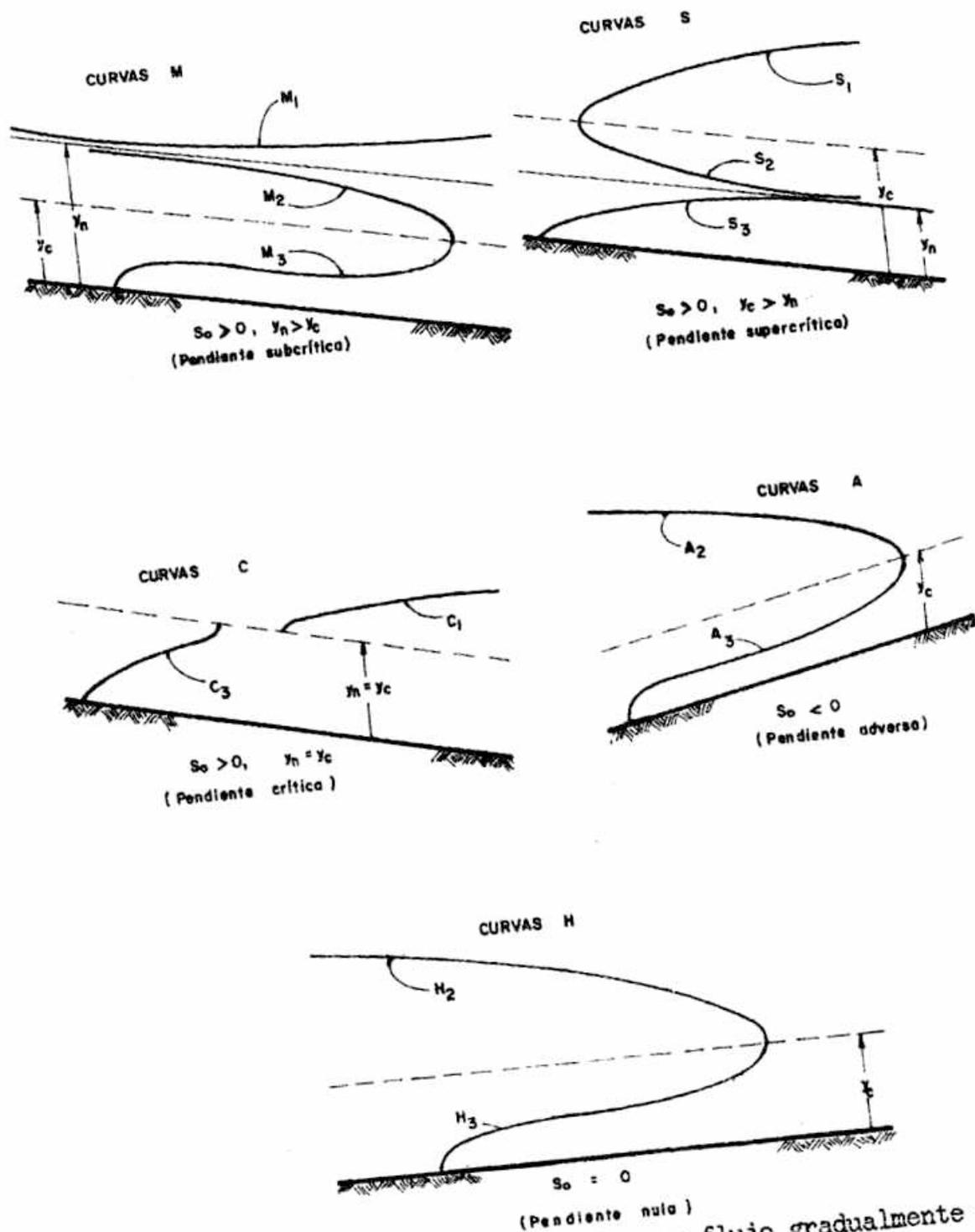


FIG. 5.2 Perfiles superficiales en flujo gradualmente variado

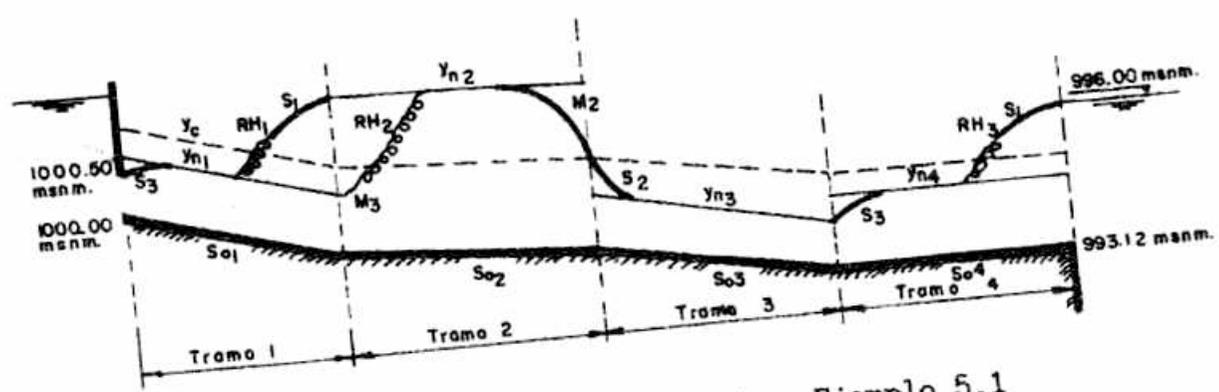


FIG. 5.3 Perfiles de flujo. Ejemplo 5.1

Solución

1. Tipo de flujo en cada tramo

El tipo de flujo puede identificarse calculando y comparando las profundidades normal y crítica para cada tramo. Como la plantilla del canal ($b = 1.2$ m) no cambia a lo largo del canal, la profundidad crítica (y_c) es la misma en cada tramo y su valor es:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(5/1.2)^2}{g}} = 1.21 \text{ m}$$

$$A_c = b y_c = 1.2 * 1.21 = 1.452 \text{ m}^2$$

$$P_c = b + 2 y_c = 1.2 + 2 (1.21) = 3.62 \text{ m}$$

$$R_c = \frac{A_c}{P_c} = \frac{1.452}{3.62} = 0.401 \text{ m}$$

$$V_c = \frac{Q}{A_c} = \frac{5}{3.62} = 3.44 \text{ m/s}$$

$$S_c = \left[\frac{V_c n}{R_c^{2/3}} \right]^2 = \left[\frac{3.44 * 0.010}{0.401^{2/3}} \right]^2 = 0.4\%$$

Las profundidades normales en cada tramo son:

- Tramo 1:

$$\frac{Q n}{S_o^{1/2} b^{8/3}} = \frac{5 * 0.010}{(0.006)^{1/2} * (1.2)^{8/3}} = 0.4$$

De las curvas de profundidades normales se obtiene un valor de $y/b = 0.86$

La profundidad normal es:

$$y_{n1} = 0.86b = 0.86 * 1.2 = 1.03 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$y_{n1} (1.03 \text{ m}) < y_c (1.21 \text{ m}) \implies$ flujo supercrítico

- Tramo 2:

$$\frac{Q_n}{S_{o2}^{1/2} b^{8/3}} = \frac{5 * 0.010}{(0.002)^{1/2} * (1.2)^{8/3}} = 0.687$$

De las curvas de profundidades normales se obtiene un valor de $y/b = 1.35$

La profundidad normal es:

$$y_{n2} = 1.35 b = 1.35 * 1.2 = 1.62 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$y_{n2} (1.62 \text{ m}) > y_c (1.21 \text{ m}) \Rightarrow \text{flujo subcrítico}$$

- Tramo 3:

$$\frac{Q_n}{S_{o3}^{1/2} b^{8/3}} = \frac{5 * 0.010}{(0.0055)^{1/2} * (1.2)^{8/3}} = 0.414$$

De las curvas de profundidades normales se obtiene un valor de $y/b = 0.88$

La profundidad normal es:

$$y_{n3} = 0.88 b = 0.88 * 1.2 = 1.06 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$y_{n3} (1.06 \text{ m}) < y_c (1.21 \text{ m}) \Rightarrow \text{flujo supercrítico}$$

- Tramo 4:

$$\frac{Q_n}{S_{o4}^{1/2} b^{8/3}} = \frac{5 * 0.010}{(0.0045)^{1/2} * (1.2)^{8/3}} = 0.46$$

De las curvas de profundidades normales se obtiene un valor de $y/b = 0.96$

La profundidad normal es:

$$y_{n4} = 0.96 b = 0.96 * 1.2 = 1.15 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$y_{n4} (1.15 \text{ m}) < y_c (1.21 \text{ m}) \Rightarrow \text{flujo supercrítico}$$

2. Identificación de Perfiles

- Tramo 1

Este tramo es de pendiente supercrítica ($S_{o1} > S_c$), por lo tanto los perfiles que se presentan en él son de tipo S.

Al comienzo del tramo, el flujo se establece bajo la compuerta con una profundidad de flujo igual a $1000.50 - 1000.00 = 0.50$ m; constituyéndose esta sección como una sección de control. La tendencia del flujo es la de adquirir la profundidad normal de flujo, siempre y cuando la longitud del tramo lo permita. De esta manera, se establece un perfil de flujo que se inicia con una profundidad aguas arriba de 0.50 m y termina con una profundidad de 1.03 metros (profundidad normal); el perfil que corresponde a esta situación es el S_3 .

En el punto de quiebre A, existen dos posibilidades para el empalme de las profundidades y_{n1} y y_{n2} , siendo estas posibilidades excluyentes entre sí.

Cuando el perfil de empalme tiene lugar al final del tramo de pendiente supercrítica (S_{o1}), éste debe comenzar con un resalto hidráulico (RH_1), el cual permite al flujo ir desde la profundidad normal y_{n1} , cruzar la línea de profundidad crítica y mediante un perfil S_1 empalmar con la profundidad normal y_{n2} en el punto de quiebre; constituyéndose esta sección en una sección de control.

- Tramo 2

Cuando el perfil de empalme tiene lugar al comienzo del tramo de pendiente subcrítico, la sección de control en el punto de quiebre A tiene una profundidad $y_{n1} = 1.03$ metros y mediante una curva M_3 terminada en un resalto hidráulico (RH_2) empalmará con la profundidad normal y_{n2} .

Como se dijo anteriormente, las curvas $S_1 - M_3$, son excluyentes entre sí y la formación de una de ella dependerá de la relación entre la profundidad y_{n2} y las características del resalto hidráulico.

En el punto de quiebre B, la sección de control tiene una profundidad de flujo igual a $y_c = 1.21$ metros y ella determina el perfil tanto aguas arriba como aguas abajo del punto de quiebre B.

Al final del tramo 2 se forma un perfil M_2 , el cual permite el flujo desde una profundidad y_{n2} hasta la profundidad crítica y_c .

- Tramo 3

Inmediatamente aguas abajo del punto de quiebre B se tiene un tramo de pendiente supercrítica y mediante una curva S_2 , el flujo va desde la profundidad crítica hasta alcanzar la profundidad normal y_{n3} .

- Tramo 4

En el punto de quiebre C la sección de control tiene una profundidad igual a $y_{n3} = 1.06$ m, y desde este punto se controla el flujo aguas abajo formándose una curva S_3 que inicia con una profundidad $y_{n3} = 1.06$ metros, y desde este punto se controla el flujo aguas abajo formándose una curva S_3 que inicia con una profundidad $y_{n3} = 1.06$ y empalmado con la profundidad normal $y_{n4} = 1.15$ metros.

Conociéndose las pendientes y las longitudes de cada uno de los tramos, fácilmente se puede deducir que la cota de fondo del canal en el punto de entrega es de 993.12 msnm. Comparando las cotas de los niveles de agua en el embalse y en el canal, se deduce que al final del tramo 4 se presenta una curva S_1 .

5.4 CALCULO DEL PERFIL DE FLUJO

Con el cálculo del perfil de flujo, se pretende encontrar el mecanismo que permita calcular la distancia a lo largo del canal en el cual el perfil de flujo gradualmente variado, cambia de una profundidad y_1 a una profundidad y_2 .

Entre los mecanismos o métodos más ampliamente conocidos se tienen:

- Método de Integración Gráfica.
- Método de Integración Directa.
- Método de Bresse.
- Método de Aproximaciones Sucesivas.

Todos los métodos se basan en la ecuación (5-8) de flujo gradualmente variado, la cual se busca solucionar para alcanzar el objetivo propuesto.

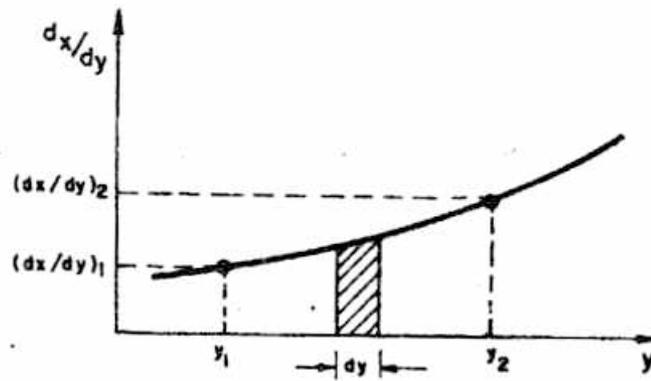
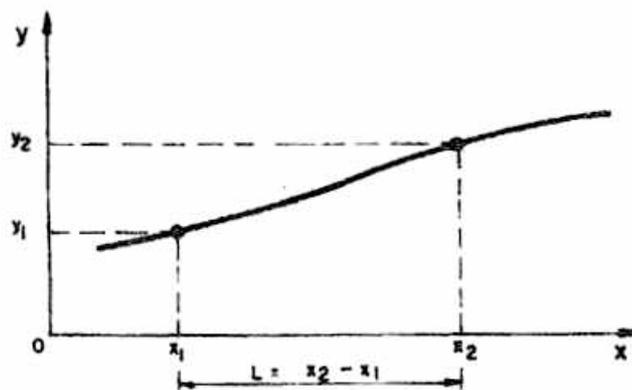
5.4.1 Método de Integración Gráfica

El inverso de la ecuación (5-8) de flujo gradualmente variado es:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{(1 - (Z_c/Z)^2)}{S_o (1 - (K_n/K)^2)} \quad (5-15)$$

Para un canal por el cual circula un caudal Q en condiciones de flujo gradualmente variado, de sección transversal y pendiente de fondo dadas, la ecuación (5-15) expresa que dx/dy es función únicamente de la profundidad de flujo ($dx/dy = f(y)$); por lo tanto, es posible construir una curva de $y - (dx/dy)$; tal como se muestra en la Figura 5-4a.

En la Figura 5-4b la profundidad y_1 se presenta a una distancia x_1 de un origen (0) establecido, la profundidad y_2 a una distancia x_2 ; el perfil de flujo cambia de profundidad y_1 a y_2 , en una distancia $L = x_2 - x_1$

FIG.5-4a Curva $(dx/dy) - y$ FIG.5-4b Curva $x - y$

El diferencial de área dA de la Figura 5-4a es:

$$dA = \frac{dx}{dy} dy$$

y el áreaa bajo la curva es:

$$A = \int_{y_1}^{y_2} (dx/dy) dy = \int_{x_1}^{x_2} dx = L = x_2 - x_1$$

Es decir que el área bajo la curva $(y - (dx/dy))$ representa la distancia ($L = x_2 - x_1$) en la cual el perfil varía de profundidad y_1 a y_2 .

Ejemplo 5-2

Un canal de sección rectangular ($z = 0$), pendiente de fondo $S_0 = 0.10\%$, coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0.012$ y plantilla $b = 2$ m, transporta un caudal $Q = 3$ m³/s.

El canal entrega a un río en donde la cota del nivel del agua es de 100.55 msnm. La cota del fondo del canal en el punto de entrega es de 100.00 msnm.

Calcular el perfil de flujo por el método de Integración Gráfica.

Solución

1. Identificación del perfil

- Cálculo de la profundidad normal de flujo: y_n

$$\frac{Q n}{b^{5/3} S_0^{1/2}} = \frac{3 * 0.012}{2^{5/3} * 0.0010^{1/2}} = 0.18$$

De las curvas de profundidades normales (Figura 3.2) se obtiene un valor de $y/b = 0.46$. Por lo tanto la profundidad normal es:

$$y_n = 0.46 b = 0.46 * 2 = 0.92 \text{ m}$$

- Cálculo de la profundidad crítica: y_c

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(3/2)^2}{g}} = 0.61 \text{ m}$$

- Tipo de flujo

$$y_n (0.92) > y_c (0.61) \Rightarrow \text{flujo subcrítico}$$

Perfil

Comparando en el punto de entrega las cotas correspondientes a las profundidades normal, crítica y de nivel de agua en el río, se deduce que el perfil es del tipo M₂.

En la Figura 5.5 se presenta un esquema del perfil

- Límites del perfil

El límite aguas arriba del perfil lo constituye la profundidad normal de flujo ($y_n = 0.92$ m). En este punto el valor de $dy/dx = 0$; por lo tanto $dx/dy = \infty$; por esta razón, debe tomarse como profundidad límite aguas arriba una profundidad ligeramente menor a la profundidad normal; generalmente el 99% de ella, es decir 0.90 metros.

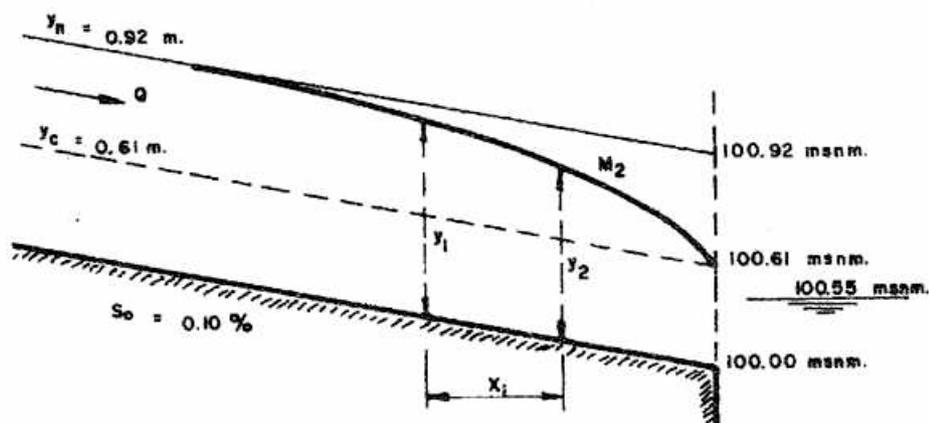


FIG.5.5 Esquema perfil M2

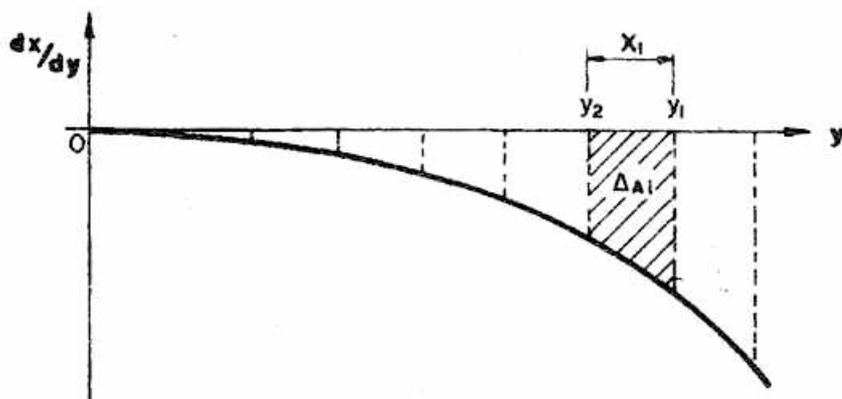
El límite aguas abajo lo constituye la profundidad crítica de flujo ($y_c = 0.61$ m). En este punto $dy/dx = \infty$, pero $dx/dy = 0$ no presentándose así inconveniente para el cálculo.

Para el perfil M2 la sección de control lo constituye la sección donde se da la profundidad crítica y el cálculo del perfil se realiza partiendo de la profundidad crítica en dirección aguas arriba.

2. Aplicación del método de integración gráfica.

La forma de la curva ($y - (dx/dy)$) para el perfil M2 se muestra en la Figura 5.6

En ella, A_i es el área bajo la curva correspondiente a una franja comprendida entre y_2 (profundidad aguas abajo del tramo) e y_1 (profundidad aguas arriba del tramo); x_i es la distancia en la cual el perfil varía su profundidad de y_1 a y_2 .

FIG.5.6 Curva $y - (dx/dy)$, perfil M2

$$x_i = A_i = \left[\frac{(dx/dy)_2 + (dx/dy)_1}{2} \right] (y_2 - y_1)$$

El subíndice 2 se refiere a la sección aguas abajo en consideración.

El subíndice 1 se refiere a la sección aguas arriba en consideración.

- Cálculo de constantes:

$$Z_c = \frac{Q}{g^{1/2}} \frac{3}{g^{1/2}} = 0.96$$

$$Kn = \frac{Q}{S_o^{1/2}} = \frac{3}{0.0010^{1/2}} = 94.87$$

En la Tabla 5-2 se presentan los cálculos para el perfil M₂ por el método de integración gráfica. En ella se presentan los cálculos a partir de la profundidad crítica ($y_c = 0.61$ m; sección de control) y en dirección aguas arriba. Como ejemplo de explicación, consideremos el tramo comprendido entre $y_2 = 0.61$ m y $y_1 = 0.62$ m

Profundidad aguas abajo:

$$y_2 = 0.61 \text{ m}$$

$$A = 0.61 * 2 = 1.22 \text{ m}^2$$

$$P = 2 + 2 (0.61) = 3.22 \text{ m}$$

$$R^{2/3} = (A/P)^{2/3} = 0.52$$

TABLA 5.2 Cálculo de perfil m². Método de integración gráfica

y	A	P	R ^{2/3}	K	T	D	Z	(Z _c /Z) ²	(Kn/L) ²	dx/dy	A = x	L
0.61	1.22	3.22	0.52	52.87	2	0.61	0.95	1.00	3.22	-0	0	0
0.62	1.24	3.24	0.53	54.77	2	0.62	0.98	0.96	3.00	-20	0.10	0.10
0.66	1.32	3.32	0.54	59.40	2	0.66	1.07	0.80	2.55	-129	2.98	3.08
0.70	1.40	3.40	0.55	64.17	2	0.70	1.17	0.67	2.19	-277.3	8.13	11.21
0.74	1.48	3.48	0.57	70.30	2	0.74	1.27	0.57	1.82	-524.4	16.03	27.24
0.78	1.56	3.56	0.58	75.40	2	0.78	1.38	0.48	1.58	-896.6	28.42	55.66
0.82	1.64	3.64	0.59	80.63	2	0.82	1.49	0.42	1.38	-1526.3	48.46	104.12
0.86	1.72	3.72	0.60	86.00	2	0.86	1.60	0.36	1.22	-2909.1	88.71	192.83
0.90	1.80	3.80	0.61	91.5	2	0.90	1.71	0.32	1.08	-8500	228.2	421.03

Longitud del perfil: 421.03 metros

$$K = \frac{A R^{2/3}}{n} = \frac{1.22 * 0.52}{0.012} = 52.87$$

$$T = b = 2 \text{ m.}$$

$$D = \frac{A}{T} = 0.61 \text{ m}$$

$$Z = A D^{1/2} = 1.22 * 0.61^{1/2} = 0.95$$

$$(Z_c/Z)^2 = (0.96/0.95)^2 = 1.0$$

$$(K_n/K)^2 = (94.87/52.87)^2 = 3.22$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{(1 - 1)}{0.0010 (1 - 3.22)} = 0$$

Profundidad aguas arriba:

$$y_1 = 0.62 \text{ m}$$

$$A = 0.62 * 2 = 1.24 \text{ m}^2$$

$$P = 2 + 2 (0.62) = 3.22 \text{ m}$$

$$R^{2/3} = (A/P)^{2/3} = 0.53$$

$$K = \frac{A R^{2/3}}{n} = \frac{1.24 * 0.53}{0.012} = 54.77$$

$$T = b = 2 \text{ m.}$$

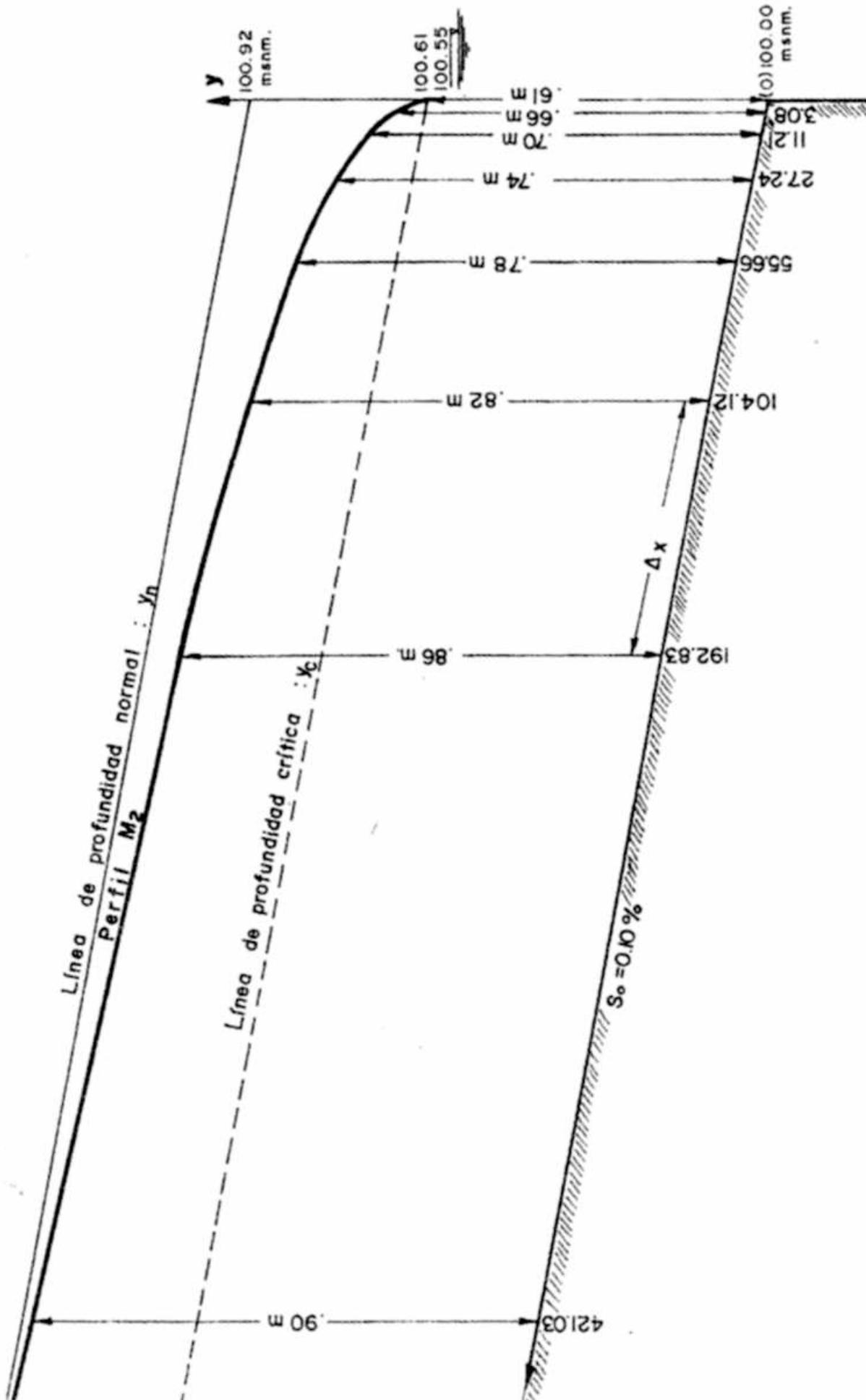
$$D = \frac{A}{T} = 0.62 \text{ m}$$

$$Z = A D^{1/2} = 1.24 * 0.62^{1/2} = 0.98$$

$$(Z_c/Z)^2 = (0.96/0.98)^2 = 0.96$$

$$(K_n/K)^2 = (94.87/54.77)^2 = 3.0$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{(1 - 1)}{0.0010 (1 - 3)} = -20$$

FIG.5.7 Perfil M_2 - Método de integración gráfica

$x = A =$ longitud del tramo en el cual se presenta el cambio de $y_2 = 0.61$ metros a $y_1 = 0.62$ metros.

$$x = A = \frac{(dx/dy)_2 + (dx/dy)_1}{2} (y_2 - y_1)$$

$$x = A = \frac{0 + (-20)}{2} (0.61 - 0.62) = 0.20 \text{ m}$$

El siguiente tramo está comprendido entre la profundidad $y_2 = 0.62$ m (profundidad aguas abajo) y $y_1 = 0.66$ m (profundidad aguas arriba); los cálculos se realizan en forma semejante al realizado en el tramo anterior.

En la Figura 5.7 se presenta un esquema del perfil de flujo M_2 .

5.4.2 Método de Integración Directa

El método consiste en encontrar mecanismos que permitan integrar la ecuación (5-8) de flujo gradualmente variado. El procedimiento para tal fin se debe a los estudios realizados por hidráulicos tales como Bakhmetff, Mononobe, Lee y Von Seggern.

Teniendo en cuenta que:

$$Kn^2 = C_1 y^n, \quad K^2 = C_1 y^N, \quad Zc^2 = C_2 y^M$$

en donde:

- Kn : Conductancia para flujo uniforme.
- K : Conductancia para una sección cualquiera.
- C_1 : Coeficiente.
- y_n : Profundidad normal.
- y : Profundidad en una sección cualquiera.
- N : Exponente hidráulico para flujo uniforme.
- Zc : Factor de sección para flujo crítico.
- C_2 : Coeficiente.
- y_c : Profundidad crítica.
- Z : Factor de sección para cualquier sección.
- M : Exponente hidráulico para flujo crítico.

$$\left[\frac{Kn}{K} \right]^2 = \frac{C_1 y_n^N}{C_1 y^N} = \left[\frac{y_n}{y} \right]^N$$

$$\left[\frac{Z_c}{Z} \right]^2 = \frac{C_2 y c^M}{C_2 y^M} = \left[\frac{y c}{y} \right]^M$$

Introduciendo estas relaciones en la ecuación (5-8) y multiplicando el numerador y denominador del lado derecho de la ecuación por -1 y simplificando:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\text{So } ((y_n/y)^N - 1)}{((y c/y)^M - 1)}$$

Despejando dx :

$$dx = \frac{((y c/y)^M - 1) dy}{\text{So } ((y_n/y)^N - 1)}$$

Haciendo $u = y/y_n$; $du = dy/y_n$

Reemplazando en la ecuación anterior:

$$dx = \frac{((y c/u y_n)^M - 1) y_n du}{\text{So } ((1/u)^N - 1)}$$

Simplificando:

$$dx = \frac{((y c/y_n)^M u^{-M} - 1) y_n du}{\text{So } (1 - u^N/u^N)} \cdot \frac{u^N ((y c/y_n)^M u^{-M} - 1) y_n du}{\text{So } (1 - u^N)}$$

Haciendo $y_n/\text{So} = A = \text{Cte}$ y simplificando:

$$dx = \frac{A ((y c/y_n)^M u^{N-M} - u^N) du}{(1 - u^N)} = A \frac{((y c/y_n)^M u^{N-M} - u^N)}{(1 - u^N)} du$$

Dentro del paréntesis sumando 1 y restando 1 en la forma

$$\frac{1 - u^N}{1 - u^N} :$$

$$dx = A \left(1 - \frac{1 - u^N}{1 - u^N} + \frac{(yc/yn)^M u^{N-M} - u^N}{(1 - u^N)} \right) du$$

$$dx = A \left(1 - \frac{1 - u^N}{1 - u^N} + \frac{(yc/yn)^M u^{N-M}}{1 - u^N} - \frac{u^N}{1 - u^N} \right) du$$

Agrupando y simplificando convenientemente:

$$dx = A \left(1 - \frac{1}{1 - u^N} + \frac{(yc/yn)^M u^{N-M}}{1 - u^N} \right) du$$

Integrando:

$$x = A \left(\int_0^u du - \int_0^u \frac{du}{1 - u^N} + \int_0^u \frac{(yc/yn)^M u^{N-M}}{1 - u^N} du \right) + cte$$

$$\int_0^u \frac{d}{1 - u^N} : \text{función de flujo gradualmente variado } F(u, N)$$

$$x = A(u - F(u, N) + \int_0^u \frac{(yc/yn)^M u^{N-M}}{1 - u^N} du) + cte$$

Ahora:

$$\frac{(yc/yn)^M u^{N-M} du}{1 - u^N} :$$

$$\text{Haciendo } u^N = v^J$$

$$u = v^{J/N}$$

$$du = \frac{J}{N} v^{J/N - 1} dv$$

$$\text{Haciendo } J = \frac{N}{N - M + 1}$$

$$N - M = \frac{N - J}{J}$$

Reemplazando estas expresiones en:

$$\frac{(yc/yn)^M u^{N-M} du}{1 - u^N} = \frac{(yc/yn)^M (v^{J/N})^{N-J/J} J/N v^{J/N - 1} dv}{1 - v^J}$$

Simplificando:

$$\frac{(yc/yn)^M u^{N-M} du}{1 - u^N} = \frac{(yc/yn)^M J/N dv}{1 - v^J} = \frac{B dv}{1 - v^J}$$

en donde:

$$B = \left[\frac{yc}{yn} \right]^M \frac{J}{N} = \text{cte}$$

Por lo tanto:

$$x = A (u - F(u, N) + B \int_0^v \frac{dv}{1 - v^J}) + \text{cte}$$

$$\int_0^v \frac{dv}{1 - v^J} : \text{función de flujo gradualmente variado } F(v, J)$$

$$x = A (u - F(u, N) + B F(v, J)) + \text{cte} \quad (5-16)$$

en donde:

- x: Distancia a partir de un origen (0) aguas arriba para la cual se presenta la profundidad de flujo (y)
- A: Valor constante e igual a $A = yn/So$
- u: Valor de la relación y/yn
- $F(u, N)$: Función de flujo gradualmente variado $F(u, N)$. Sus valores se encuentran en el Anexo
- N: Valor del exponente hidráulico para flujo uniforme.
- B: Valor constante e igual a $B = (yc/yn)^M J/N$; en donde:
 - yc: Profundidad crítica
 - yn: Profundidad normal
 - M: Exponente hidráulico para flujo crítico
 - J: Valor constante e igual a $J = N/(N-M+1)$
- $F(v, J)$: Función de flujo gradualmente variado $F(v, J)$. Sus valores se encuentran en el Anexo. En este se reemplaza los valores de $u - N$, por los valores de $v - J$, respectivamente.

La longitud (L) del tramo en el cual el perfil de flujo varía de una profundidad y_1 (profundidad aguas arriba) a y_2 (profundidad aguas abajo) es:

$$L = x_2 - x_1 = A((u_2 - u_1) - F(u_2, N) - F(u_1, N)) + B(F(v_2, J) - F(v_1, J)) \quad (5-17)$$

Ejemplo 5.3

Calcular el perfil M_2 del ejemplo 5.2 por el método de integración directa.

Solución

1. Cálculo de valores constantes

$$- \quad A = \frac{y_n}{S_o} = \frac{0.92}{0.0010} = 920$$

- Cálculo del exponente hidráulico para flujo uniforme N

Como el perfil M_2 varía de una profundidad aguas abajo $y_c = 0.61$ m a una profundidad aguas arriba $y_n = 0.92$ m; se toma una profundidad promedio y_p con el fin de calcular el exponente hidráulico para flujo uniforme N , mediante la expresión de la ecuación (3-31) o la curva correspondiente de la Figura 3.3.

Quando la variación de profundidad en el perfil es considerable, se hace necesario dividir la longitud del perfil en sub-tramos y en cada uno de ellos calcular una profundidad promedio para obtener el respectivo valor de N .

$$y_p = \frac{0.61 + 0.92}{2} = 0.765 \text{ m}$$

$$\frac{y_p}{b} = \frac{0.765}{2} = 0.3825$$

Aplicando la ecuación (3-31):

$$N = \frac{10}{3} \frac{(1 + 2z y/b)}{(1 + z y/b)} - \frac{8}{3} \frac{y/b \sqrt{(1 + z^2)}}{1 + 2 y/b \sqrt{(1 + z^2)}}$$

$$N = \frac{10}{3} - \frac{8}{3} \frac{0.3825}{1 + 2(0.3825)} = 2.76$$

- Cálculo del exponente hidráulico para flujo crítico M

Para el cálculo de M se tienen las mismas consideraciones que para el cálculo de N .

El cálculo de M se hace mediante la ecuación (2-33) o mediante la curva correspondiente a la Figura 2.6.

El valor de M para el caso de la sección transversal de forma rectangular es independiente de la relación y/b , y su valor es:

$$M = 3$$

- Cálculo de J

$$J = \frac{N}{N - M + 1} = \frac{2.76}{2.76 - 3 + 1} = 3.63$$

- Cálculo de B

$$B = \left[\frac{yc}{yn} \right]^M \frac{J}{M} = \left[\frac{0.61}{0.92} \right]^3 \frac{3.63}{2.76} = 0.38$$

- Cálculo de N/J

$$\frac{N}{J} = \frac{2.76}{3.63} = 0.76$$

2. Aplicación del método de integración directa

En la Tabla 5.3 se presentan los cálculos para el perfil M_2 por el método de integración directa. Nuevamente, los cálculos se realizan a partir de la sección de control ($yc = 0.61$ m) en dirección aguas arriba, dado de que el flujo es subcrítico.

TABLA 5.3 Cálculo de perfil M_2 . Método de integración directa.

y	u = (y/yn)	F(U, N)	v = U ^{0.76}	F(v, J)	x - cte	L (0')*
0.61	0.66	0.73	0.73	0.79	211.80	0
0.62	0.67	0.744	0.74	0.80	211.60	0.20
0.66	0.72	0.823	0.78	0.87	209.40	2.40
0.70	0.76	0.894	0.81	0.92	198.40	13.40
0.74	0.80	0.975	0.84	0.98	181.60	30.20
0.78	0.85	1.10	0.88	1.078	146.90	64.90
0.82	0.89	1.224	0.92	1.207	114.70	97.10
0.86	0.93	1.40	0.95	1.348	38.90	172.90
0.90	0.98	1.87	0.98	1.60	-255.9	467.7

Longitud total del perfil: 467.7 m

* L (0'): es la longitud acumulada desde el origen en 0' localizado en el punto de entrega del canal.

Como ejemplo de explicación de la Tabla 5.3, consideremos el tramo comprendido entre $y_2 = 0.61$ m y $y_1 = 0.62$ m

y_2 : Profundidad aguas abajo
 y_1 : Profundidad aguas arriba

Para $y_2 = 0.61$ m

$$u_2 = \frac{y_2}{y_n} = \frac{0.61}{0.92} = 0.66$$

$$F(u_2, N) = F(0.66, 2.76) = 0.73 \text{ (valor obtenido del Anexo)}$$

$$v_2 = u_2^{N/J} = 0.66^{0.76} = 0.73$$

$$F(v_2, J) = F(0.73, 3.63) = 0.793 \text{ (valor obtenido del Anexo).}$$

$$x_2 = A(u_2 - F(u_2, N)) + B F(v_2, J) + \text{cte}$$

$$x_2 = 920 (0.66 - 0.73 + 0.38 (0.793)) + \text{cte}$$

$$x_2 = 212.83 + \text{cte m}$$

Para $y_1 = 0.62$ m

$$u_1 = \frac{y_1}{y_n} = \frac{0.62}{0.92} = 0.67$$

$$F(u_1, N) = F(0.67, 2.76) = 0.744$$

$$v_1 = u_1^{N/J} = 0.67^{0.76} = 0.74$$

$$F(v_1, J) = F(0.74, 3.63) = 0.80$$

$$x_1 = 920 (0.67 - 0.744 + 0.38 (0.80)) + \text{cte}$$

$$x_1 = 211.6 + \text{cte m}$$

Distancia L en la cual el perfil M_2 cambia de $y_2 = 0.61$ m a $y_1 = 0.62$ m

$$L = x_2 - x_1 = A((u_2 - u_1) - F(u_2, N) + F(u_1, N)) + B(F(v_2, J) - F(v_1, J))$$

$$L = x_2 - x_1 = 920((0.66 - 0.67) - (0.73 - 0.744) + 0.38(0.793 - 0.80))$$

$$L = x_2 - x_1 = 920(-0.01 + 0.014 - 0.00266)$$

$$L = x_2 - x_1 = 1.2328 \text{ m}$$

Observese que es el mismo resultado al restar:

$$L = x_2 - x_1$$

$$L = (212.83 + \text{cte}) - (211.6 + \text{cte}) = 1.23 \text{ m}$$

De igual forma se calcula el perfil para los demás tramos.

En la Figura 5.8 se muestra el perfil calculado por el método de integración directa.

Ejemplo 5.4

Integrar la ecuación de flujo gradualmente variado para un canal horizontal ($S_o = 0$)

Solución

Con base en la ecuación (5-3) la expresión de (dy/dx) para el caso de un canal de fondo horizontal es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-S_e}{1 - (Z_o/Z)^2} \quad (5-18)$$

Teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} (Kc)^2 &= C_1 y c^N \\ K^2 &= C_1 y^N \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad (Kc)^2 / K = (yc/y)^N$$

$$\begin{aligned} (Zc)^2 &= C_2 y c^M \\ Z^2 &= C_2 y^M \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad (Zc/Z)^2 = (yc/y)^M$$

$$Q = \frac{A R^{2/3} S_e^{1/2}}{n} = K S_e^{1/2} \quad \Rightarrow \quad S_e = (Q/K)^2$$

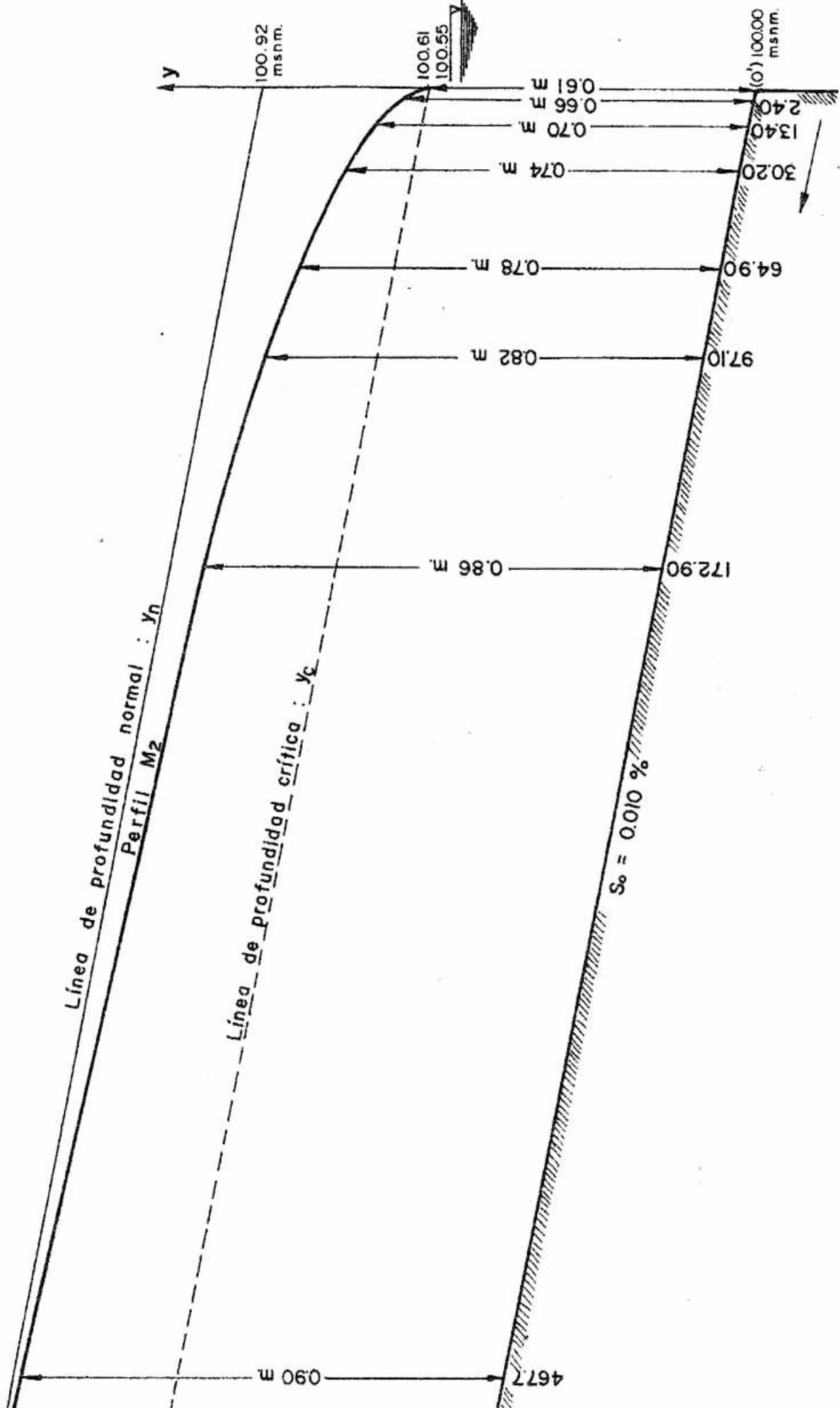
$$Q = \frac{A_c R_c^{2/3} S_c^{1/2}}{n} = K_c (S_c)^{1/2} \quad \Rightarrow \quad Q^2 = (K_c)^2 S_c \quad (\text{flujo uniforme crítico})$$

Reemplazando las anteriores relaciones en la ecuación (5-18):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-S_c (yc/y)^N}{1 - (yc/y)^M}$$

Despejando para dx :

$$dx = \frac{((yc/y)^M - 1) dy}{S_c (yc/y)^N}$$



Integrando:

$$x = \frac{1}{S_c} \left(\int (y_c/y)^{M-N} dy - \int (y_c/y)^{-N} dy \right) + cte$$

Resolviendo las integrales y simplificando:

$$x = \frac{1}{S_c} (y_c^{M-N} (y^{N-M+1}/N-M+1) - y_c^{-N} (y^{N+1}/N+1)) + cte$$

Agrupando convenientemente:

$$x = \frac{y_c}{S_c} \left((y/y_c)^{N-M+1}/N-M+1 - ((y/y_c)^{N+1}/N+1) \right) + cte \quad (5-19)$$

en donde:

x: Distancia a partir de un origen en la cual se presenta la profundidad y

y_c: Profundidad crítica.

y: Profundidad de flujo considerada.

S_c: Pendiente crítica.

N: Exponente hidráulico para flujo uniforme.

M: Exponente hidráulico para flujo crítico.

Ejemplo 5-5

Integrar la ecuación de flujo gradualmente variado para un canal de fondo horizontal, ancho y de sección transversal de forma rectangular.

Solución

La ecuación (5-3) especifica a canales rectangulares anchos y de fondo horizontal, tiene la forma:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-S_e}{1 - \frac{Q^2 T}{g A^3}} \quad (5-20)$$

Para canales rectangulares $(Q^2 T/g A^3) = (q^2/g y^3)$; reemplazando esta expresión al igual que la ecuación (5-10) en la ecuación (5-20):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{- (n^2 q^2)/(y^{10/3})}{1 - \frac{q^2}{g y^3}}$$

Despejando dx:

$$dx = \frac{(1 - (q^2/g y^3)) dy}{- (n^2 q^2)/(y^{10/3})} = \frac{((q^2/g y^3) - 1) dy}{(n^2 q^2)/y^{10/3}}$$

Simplificando: $y^{1/3}$

$$dx = \int \left(\frac{y^{10/3}}{g n^2} - \frac{y^{10/3}}{n^2 q^2} \right) dy$$

Integrando:

$$x = \left(- \frac{3}{4} \frac{y^{4/3}}{g n^2} - \frac{3}{13} \frac{y^{13/3}}{n^2 q^2} \right) + cte \quad (5-21)$$

Ejemplo 5-6

Un canal de sección rectangular, ancho, fondo horizontal ($S_o = 0$) y longitud igual a 650 m, transporta un caudal por unidad de ancho igual a $q = 5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$. El canal tiene un coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0.010$ y el flujo se establece en la cabecera del canal bajo una compuerta con una profundidad igual a $y = 0.5 \text{ m}$. Al final de los 650 m de canal, este se interrumpe bruscamente.

Identificar y calcular los posibles perfiles de flujo.

Solución

1. Identificación de perfil

- Cálculo de la profundidad crítica: y_c

$$y_c = (q^2/g)^{1/3} = (5^2/g)^{1/3} = 1.37 \text{ m.}$$

Comparando la profundidad de flujo bajo la compuerta y la profundidad crítica, se deduce que el perfil es del tipo H_3 ; el cual tiene como límite aguas arriba $y = 0.5 \text{ m}$ y límite aguas abajo $y = 1.37 \text{ m}$. Este último límite es teórico, pues el perfil no puede llegar en forma continua hasta la profundidad crítica. En este caso, el perfil H_3 termina en un resalto hidráulico.

2. Cálculo del perfil

Aplicando la ecuación (5-21):

$$X = \left(-\frac{3}{4} \frac{y^{4/3}}{g n^2} - \frac{3}{13} \frac{y^{13/3}}{n^2 q^2} \right) + \text{cte}$$

$$x = (764.526 y^{4/3} - 92.31 y^{13/3}) + \text{cte} \quad (5-22)$$

En la Tabla 5.4 se presentan los cálculos para el perfil H₃

TABLA 5.4 Cálculo del Perfil H₃

y (m)	x (m)	x (m)	L (0) (m)
0.5	298.82	0	0
0.7	455.5	156.68	156.68
0.9	605.86	150.36	307.04
1.1	728.62	122.76	429.80
1.3	796.98	68.36	498.16
1.37	802.13	5.15	503.31

y: Profundidad de flujo

x: Distancia

x: Longitud en la cual el perfil cambia de una profundidad a otra.

L(0): Longitud acumulada del perfil tomando como origen (0) el punto en donde se localiza la compuerta. Se acumula en la dirección aguas abajo.

A manera de explicación se presentan los cálculos para las profundidades $y_1 = 0.5$ (profundidad aguas arriba) y $y_2 = 0.7$ (profundidad aguas abajo).

$$y_1 = 0.5$$

$$x_1 = 764.562 y_1^{4/3} - 92.31 y_1^{13/3}$$

$$x_1 = 764.562 (0.5)^{4/3} - 92.31 (0.5)^{13/3}$$

$$x_1 = 298.82 + \text{cte} \quad \text{m}$$

$$y_2 = 0.7$$

$$x_2 = 764.562 (0.7)^{4/3} - 92.31 (0.7)^{13/3}$$

$$x_2 = 455.5 + \text{cte} \quad \text{m}$$

Longitud L en la cual el perfil cambia de y_1 a y_2 :

$$L = x_2 - x_1 = (298.82 + \text{cte}) - (455.5 + \text{cte})$$

$$L = x_2 - x_1 = 156.68 \text{ m}$$

3. Perfil H₂

Como la longitud del perfil H₃ es de 503.31 m y la longitud del canal es de 650 m debe presentarse una curva H₂, con una sección de control en el extremo aguas abajo con una profundidad igual a la profundidad crítica ($y_c = 1.37 \text{ m}$).

Con la ecuación (5-22) se efectúa el cálculo del perfil H₂ y los resultados se presentan en la Tabla 5.5

TABLA 5.5 Cálculo Perfil H₂

y (m)	x (m)	x (m)	L(0') (m)
1.37	802.13	0	0
1.40	800.66	1.47	1.47
1.46	790.46	10.20	11.67
1.51	773.86	16.6	28.27
1.58	763.89	9.97	38.24
1.63	699.72	64.17	102.41
1.68	652.72	47.00	149.41
1.73	595.15	57.57	206.98
1.79	510.95	84.20	291.18
1.83	445.00	65.95	357.13

y: Profundidad considerada.

x: Distancia

x: Longitud en la cual el perfil cambia de una profundidad a otra.

L(0'): Longitud acumulada del perfil tomando como origen (0') el extremo aguas abajo del canal. Se acumula en la dirección aguas arriba.

En la Figura 5.9 se presenta un esquema de los perfiles H₂-H₃.

Para un canal de pendiente adversa ($S_0 < 0$), la expresión de la distancia x para la cual se presenta la profundidad de flujo (y) es:

$$x = -A \left(u - \int_0^u \frac{du}{1 + u^N} - (y_c/y_n)^M \int_0^u \frac{u^{N-M}}{1 + u^N} du \right) + \text{cte}$$

En donde:

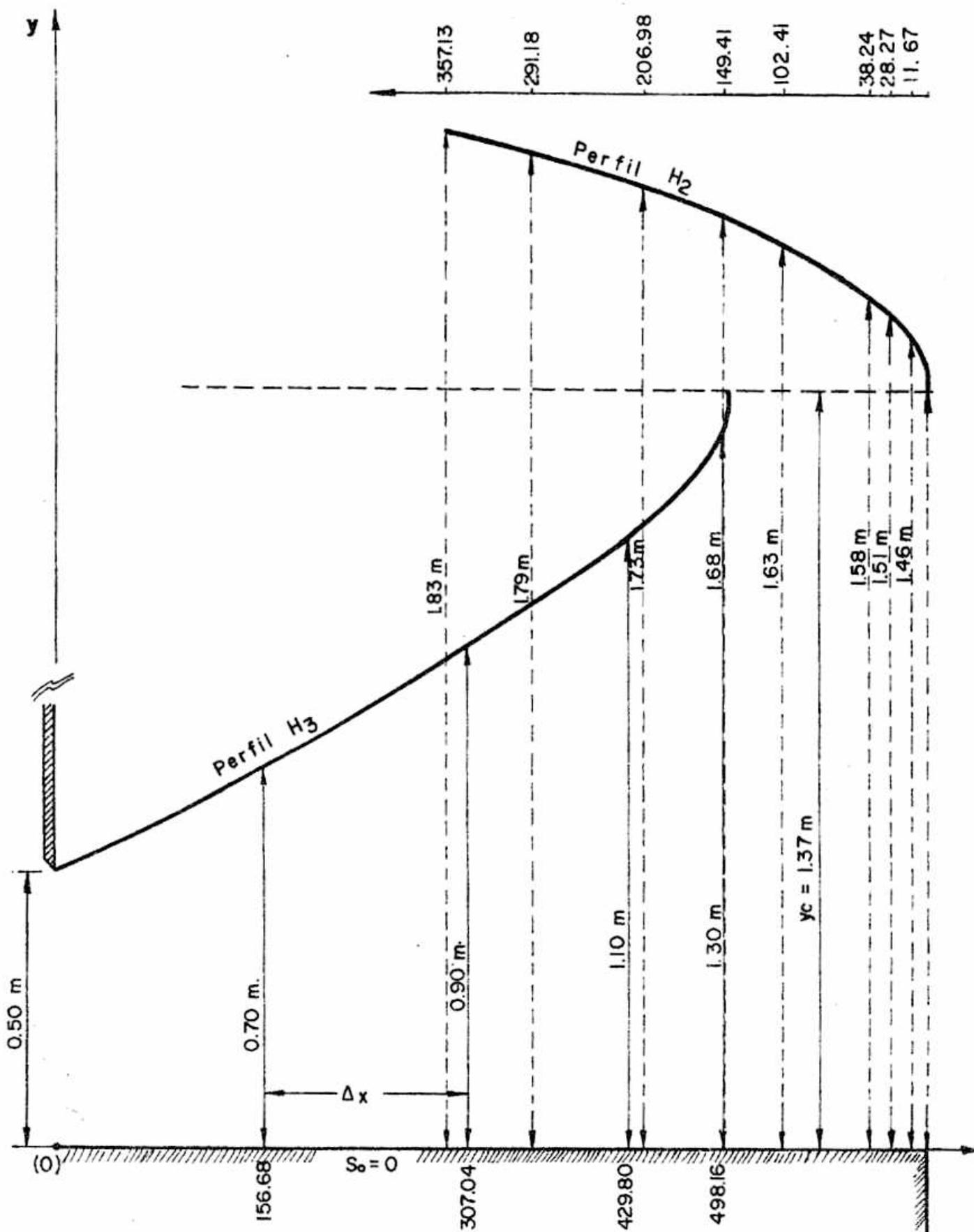


FIG.5.9 Perfiles H (ejemplo 5.6)

$$\int_0^u \frac{du}{1+u^N} = F(u, N)_{-s_0}: \text{Función de flujo variado (u, N) para pendiente adversa.}$$

$$\int_0^u \frac{u^{N-M}}{1+u^N} du = \frac{J}{N} \int_0^v \frac{dv}{1+v^J} = F(v, J)_{-s_0}: \text{Función de flujo variado (v, J) para pendiente adversa}$$

Por lo tanto, la expresión para x es:

$$x = -A (u - F(u, N)_{-s_0} - B F(v, J)_{-s_0}) + \text{cte}$$

en donde:

$$B = \left[\frac{yc}{yn} \right]^M \frac{J}{N}$$

Los valores de las funciones $F(u, N)_{-s_0}$ y $F(v, J)_{-s_0}$, se encuentran en el Apéndice D, Tabla D-2, páginas 650 a 655 del texto "Open Channel Hydraulics" de Ven Te Chow.

5.4.3 Método de Bresse

El método de Bresse es una variante del método de Integración Directa pero específico a canales suficientemente anchos y de sección transversal de forma rectangular. Sin embargo, el método puede aplicarse a otras formas de canales obteniéndose resultados aproximados. Al emplear la ecuación de Chezy, la expresión del exponente hidráulico para flujo uniforme en canales de sección transversal rectangular, tiene la forma:

$$N = \frac{y}{A} \left(3T - R \frac{dp}{dy} \right)$$

Conociendo que en un canal de sección rectangular, $dp/dy = 2$; reemplazando $A = by$, $T = b$, $R = A/P$, y simplificando en la ecuación anterior:

$$N = 3 - \frac{2y/b}{1 + 2y/b}$$

Para canales rectangulares anchos ($b \gg y$), se tiene:

$$N \approx 3$$

También se conoce que el exponente hidráulico para flujo crítico (M), para canales rectangulares tiene un valor de $M = 3$. Por lo tanto:

$$J = \frac{N}{N - M + 1} = \frac{3}{3 - 3 + 1} = 3$$

y también:

$$u^N = v^J$$

$$u^3 = v^3 \implies u = v$$

Por lo tanto, la forma de Bresse para la expresión de la ecuación (5-16), es:

$$x = A(u - F(u, 3) + B F(u, 3)) + cte$$

$$x = A(u - F(u, 3) (1 - B)) + cte$$

La expresión para B es:

$$B = \left[\frac{yc}{yn} \right]^M \frac{J}{N} = \left[\frac{yc}{yn} \right]^3$$

Luego:

$$x = A(u - F(u, 3) (1 - (yc/yn)^3)) + cte$$

Haciendo:

$$B^* = 1 - (yc/yn)^3$$

Entonces:

$$x = A(u - B^* F(u, 3)) + cte \quad (5-23)$$

en donde:

x: Distancia a la cual se presenta la profundidad de flujo en consideración.

A: Valor constante e igual a $A = yn/So$

u: Valor de la relación $u = y/yn$

B*: Valor constante e igual a $B^* = 1 - (yc/yn)^3$

F(u, 3): Función de Bresse $F(u, 3)$

La función de Bresse de flujo está dada por la expresión:

$$F(u, 3) = \frac{1}{6} \ln \frac{u^2 + u + 1}{(u - 1)^2} - \frac{1}{(3)^{1/2}} \tan^{-1} \frac{(3)^{1/2}}{2u + 1} \quad (5-24)$$

Ejemplo 5.7

Calcular el perfil M_2 del ejemplo 5.2 por el método de Bresse.

Solución

1. Cálculo de Valores Constantes

$$-A = \frac{y_n}{S_0} = \frac{0.92}{0.0010} = 920$$

$$-B^* = 1 - (y_c/y_n)^3 = 1 - (0.61/0.92)^3 = 0.709$$

2. Aplicación del Método de Bresse

En la Tabla 5.6 se presentan los cálculos del perfil M_2 por el método de Bresse.

TABLA 5.6 Cálculo del Perfil M_2 . Método de Bresse.

y	u = (y/y _n)	F(u, 3)	x ± cte	L (0')
0.61	0.663	0.7212	139.54	0.00
0.62	0.674	0.7370	139.35	0.19
0.66	0.717	0.8020	136.51	3.03
0.70	0.761	0.8760	128.72	10.82
0.74	0.804	0.9580	114.80	24.74
0.78	0.848	1.060	88.74	50.80
0.82	0.890	1.183	47.15	92.39
0.86	0.935	1.376	-37.34	176.88
0.90	0.980	1.783	-261.42	400.96

Longitud del perfil: 400.90 m

L(0'): longitud acumulada del perfil a partir del origen (0') localizado en el extremo aguas abajo. Se acumula en dirección aguas arriba

A manera de explicación se presentan los cálculos para las profundidades $y_2 = 0.61$ m (profundidad aguas abajo, sección de control), $y_1 = 0.62$ m (profundidad aguas arriba).

$y_2 = 0.61$ m

$$U_2 = \frac{y_2}{y_n} = \frac{0.61}{0.92} = 0.663$$

$$F(u_2, 3) = F(0.663, 3) = 0.7212$$

$$x_2 = A (u_2 - B^* F(u_2, 3)) = 0.7212$$

$$x_2 = 920 (0.663 - 0.709 * 0.7212) + cte$$

$$x_2 = 139.54 + cte$$

$$y_1 = 0.62 \text{ m}$$

$$U_1 = \frac{y_1}{y_n} = \frac{0.62}{0.92} = 0.674$$

$$F(u_1, 3) = F(0.674, 3) = 0.737$$

$$x_1 = A (u_1 - B * F(u_1, 3)) + cte$$

$$x_1 = 920 (0.674 - 0.709 * 0.737) + cte$$

$$x_1 = 139.35 + cte$$

En la Figura 5.10 se presenta un esquema del perfil M_2 calculado por el método de Bresse.

5.4.4 Método de Aproximaciones Sucesivas (MÉTODO DEL PASO DIRECTO)

Con referencia a la Figura 5.1, la ecuación de la energía entre las secciones 1-2 es:

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + hf_{12}$$

La altura de posición z_1 se puede expresar en términos de z_2 así:

$$z_1 = z_2 + S_o \Delta X$$

En donde ΔX es la distancia en la cual el perfil de flujo varía la profundidad de y_1 a y_2 .

De igual manera, la pérdida de energía entre las secciones 1-2 es:

$$hf_{12} = S_e \Delta X$$

Reemplazando en la ecuación de energía:

$$z_2 + S_o \Delta X + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + S_e \Delta X$$

Simplificando y haciendo $E = y + (V^2/2g)$:

$$S_o \Delta X + E_1 = E_2 + S_e \Delta X$$

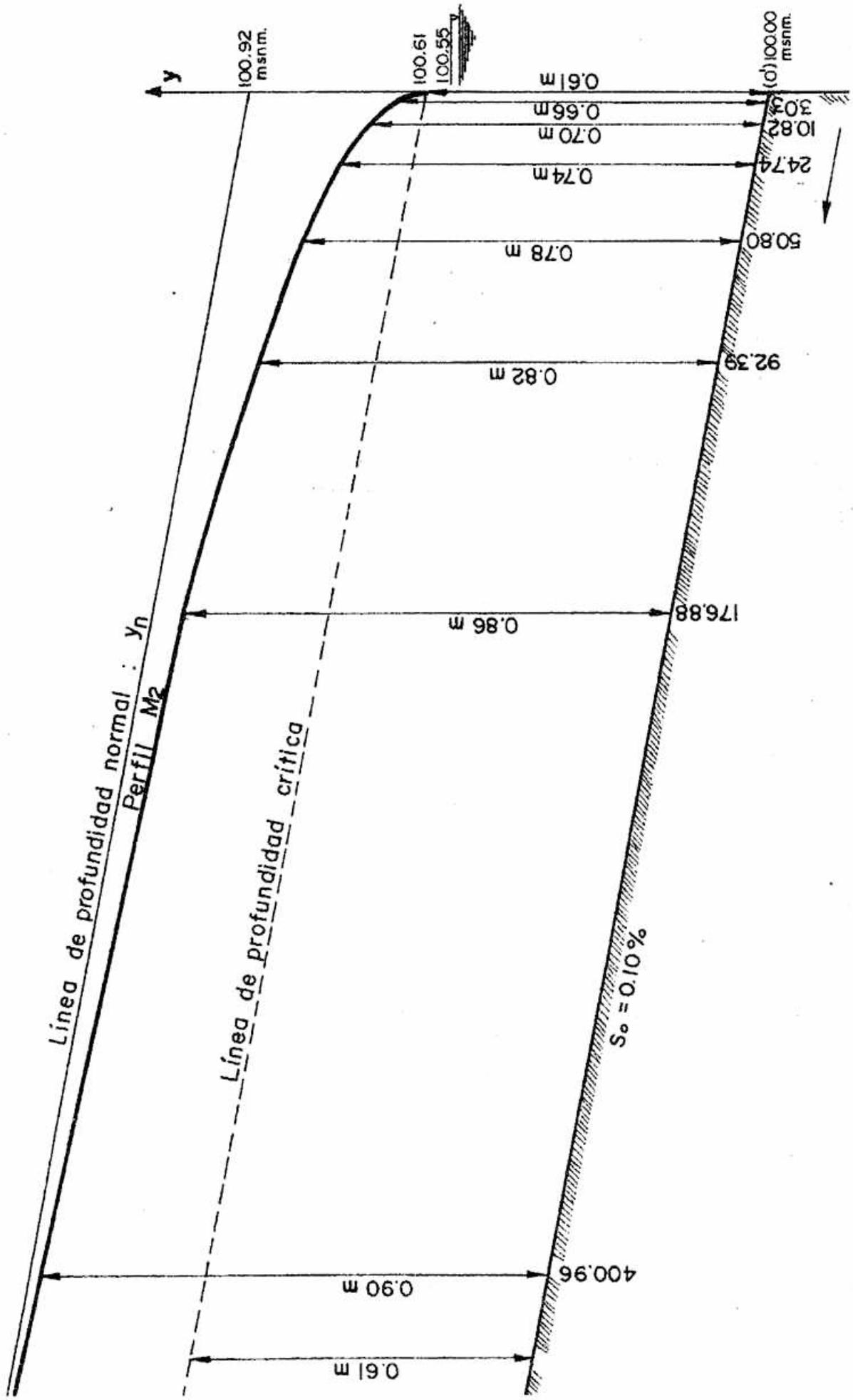


FIG.5.10 Perfil M_2 Método de Bresse

Agrupando convenientemente y despejando para ΔX :

$$\Delta X (S_o - S_e) = E_2 - E_1$$

$$\Delta X = \frac{E_2 - E_1}{S_o - S_e}$$

Como la pendiente de la línea de energía (S_e) varía en el tramo de longitud ΔX , se toma un valor promedio e igual a S_e ; por lo tanto:

$$\Delta X = \frac{E_2 - E_1}{S_o - S_e} \quad (5-25)$$

El valor de la pendiente de la línea de energía en una sección transversal en consideración se obtiene mediante la expresión de Manning para la velocidad:

$$V = \frac{R^{2/3} S_e^{1/2}}{n}$$

de donde:

$$S_e = \frac{V^2 n^2}{R^{4/3}} \quad (5-26)$$

Ejemplo 5.8

Calcular el perfil M_2 del ejemplo 5.2 por el método de aproximaciones sucesivas.

Solución

En la Tabla 5.7 se resumen los cálculos para el perfil M_2

TABLA 5.7 Cálculo del perfil M_2 . Método de aproximaciones sucesivas.

y	$R^{4/3}$	$V^2/2g$	E	$E * 10^{-3}$	$S_e * 10^{-3}$	$\bar{S}_e * 10^{-3}$	$(S_o - \bar{S}_e) * 10^{-3}$	X	L (0')
0.61	0.27	0.308	0.918		3.22			0	0
0.62	0.281	0.298	0.92	- 2	2.99	3.11	- 2.11	0.95	0.95
0.66	0.292	0.263	0.923	- 3	2.54	2.77	- 1.77	1.70	2.65
0.70	0.303	0.23	0.93	- 7	2.14	2.34	- 1.34	5.22	7.87
0.74	0.325	0.21	0.95	-20	1.83	1.99	- 0.99	20.20	28.07
0.78	0.34	0.10	0.97	-20	1.58	1.71	- 0.71	28.20	56.27
0.82	0.35	0.17	0.99	-20	1.37	1.48	- 0.48	41.70	97.97
0.86	0.36	0.16	1.02	-30	1.26	1.32	- 0.32	93.80	191.77
0.90	0.37	0.14	1.04	-20	1.07	1.17	- 0.17	117.6	309.37

Longitud total del perfil: 309.37 m

A manera de explicación se presentan los cálculos para el tramo de longitud x en el que se presentan las profundidades $y_2 = 0.61$ m (profundidad aguas abajo; sección de control), $y_1 = 0.62$ m (profundidad aguas arriba).

$$- \quad y_2 = 0.61 \text{ m}$$

$$A_2 = b y_2 = 2 * 0.61 = 1.22 \text{ m}^2$$

$$P_2 = b + 2 y_2 = 2 + 2 (0.61) = 3.22 \text{ m}$$

$$R_2^{4/3} = (1.22/3.22)^{4/3} = 0.27$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{(3/1.22)^2}{2g} = 0.308 \text{ m}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 0.61 + 0.308 = 0.918 \text{ m}$$

$$S_{e2} = \frac{V_2^2 n^2}{R_2^{4/3}} = \frac{6.04 * (0.012)^2}{0.27} = 3.22 * 10^{-3}$$

$$- \quad y_1 = 0.62 \text{ m}$$

$$A_1 = b y_1 = 2 * 0.62 = 1.24 \text{ m}^2$$

$$P_1 = b + 2 y_1 = 2 + 2 (0.62) = 3.24 \text{ m}$$

$$R_1^{4/3} = (1.24/3.24)^{4/3} = 0.281$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{(3/1.24)^2}{2g} = 0.298 \text{ m}$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 0.62 + 0.298 = 0.92 \text{ m}$$

$$S_{e1} = \frac{V_1^2 n^2}{R_1^{4/3}} = \frac{5.85 * (0.012)^2}{0.281} = 2.99 * 10^{-3}$$

$$- \quad \text{Pendiente promedio en el tramo: } S_e = \frac{S_e + S_{e1}}{2}$$

$$\frac{(3.22 + 2.99) * 10^{-3}}{2} \Rightarrow S_e = 3.110 * 10^{-3}$$

- Diferencia $S_o - S_e = (1 - 3.11) * 10^{-3} = -2.11 * 10^{-3}$
- Longitud del tramo x en el cual el perfil pasa de y_1 a y_2 :

$$\Delta X = \frac{E_2 - E_1}{S_o - S_e} = \frac{0.918 - 0.92}{(1 - 3.11) * 10^{-3}} = 0.95 \text{ m}$$

En la Figura 5.11 se presenta un esquema del perfil M_2 calculado por el método de aproximaciones sucesivas.

Ranga Raju K.G. en "Flow Through Open Channels", manifiesta que Reedy Wolf sugiere que para el cálculo de perfiles M_1 y S_2 por el método de aproximaciones sucesivas, es preferible calcular la pendiente promedio (S_f) de la línea de energía mediante la expresión:

$$S_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \quad (5-27)$$

En donde:

S_f : Pendiente promedio de la línea de energía en el tramo en consideración
 S_{f1} : Valor de la pendiente de energía en la sección aguas arriba del tramo.
 S_{f2} : Valor de la pendiente de energía en la sección aguas abajo del tramo.

Para el caso del cálculo de perfiles M_2 , M_3 , S_1 y S_3 ; Reed y Wolf sugieren el cálculo de la pendiente (S_f) de la línea de energía en el tramo, mediante la expresión:

$$S_f = \frac{V^2 n^2}{R^{4/3}} \quad (5-28)$$

En donde:

R : Radio hidráulico promedio en la sección media del tramo en consideración de profundidad $(y_1 + y_2)/2$
 V : Velocidad media de flujo en la sección media del tramo en consideración

5.5 MÉTODO DE CÁLCULO PARA CANALES NO PRISMÁTICOS (MÉTODOS DEL PASO ESTÁNDAR)

Los métodos anteriormente estudiados (integración gráfica, integración directa, Bresse y aproximaciones sucesivas) se aplican a canales en donde la forma y dimensiones de la sección transversal de flujo no varía con la distancia, al igual que la pendiente de fondo (S_o) del canal; este tipo de canales se denominan "Canales Prismáticos", siendo éste el caso de los canales naturales tales como los ríos.

¡Ojo! corregir

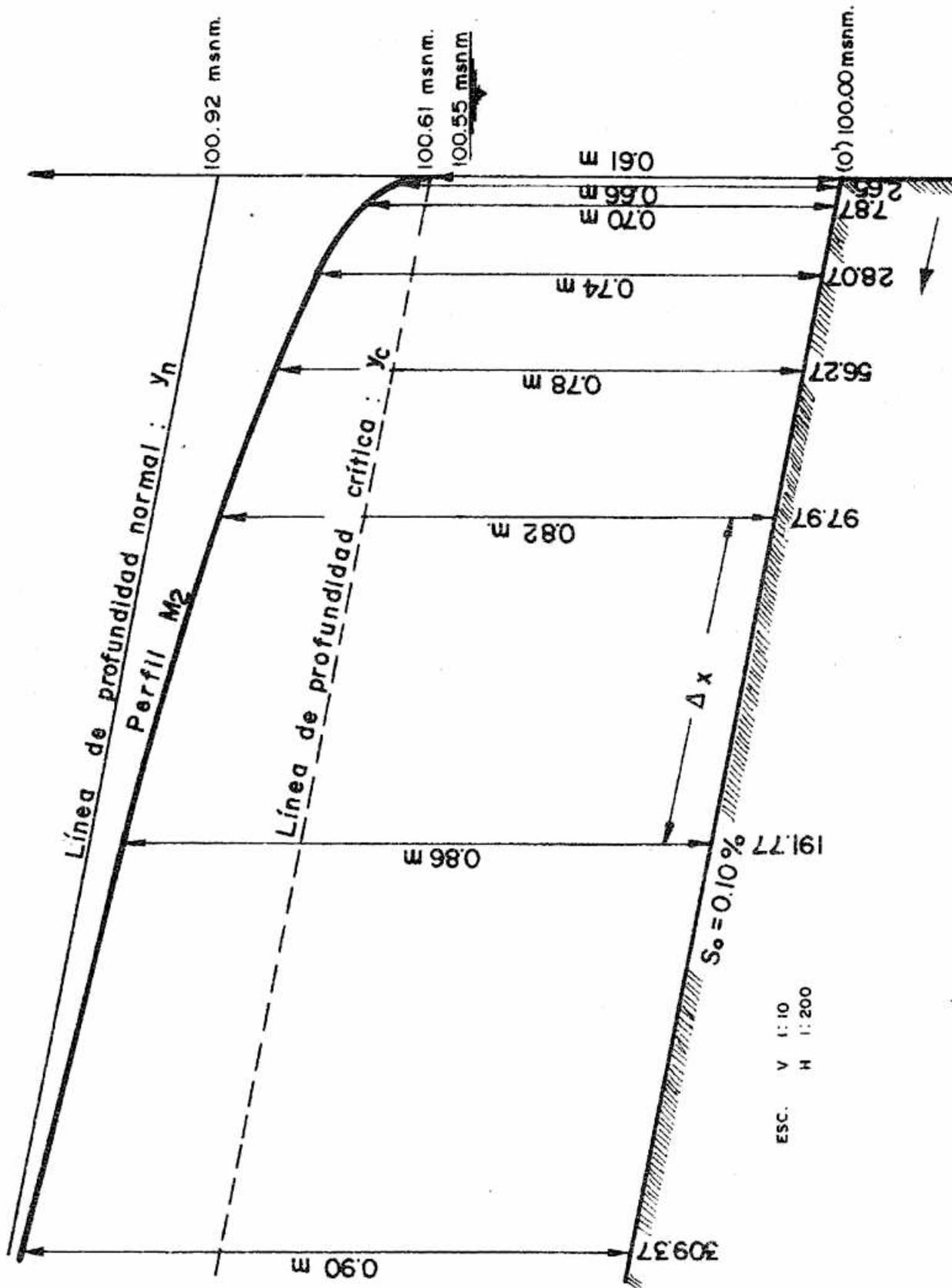


FIG.5.11 Método de aproximaciones sucesivas

En este tipo de canales deben tenerse en cuenta no solo las pérdidas por fricción (h_f) sino también las pérdidas de forma (h_e) causadas por los cambios en la forma y tamaño de la sección transversal.

Las pérdidas de forma se expresan en términos de los cambios en la cabeza de velocidad, mediante la expresión:

$$h_e = K / \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} / \quad (5-29)$$

en donde K es un coeficiente cuyo valor oscila entre 0.1-0.3 para flujos en contracciones y 0.2-0.5 para flujos en expansiones. Según el criterio del diseñador se decidirá si las pérdidas de forma son tenidas en cuenta en cada caso particular.

El siguiente ejemplo ilustra la metodología para el caso de un canal no-prismático.

Ejemplo 5.9

Un canal de sección rectangular ($z = 0$) revestido en concreto ($n = 0.014$) conduce las aguas de exceso ($Q = 56.68 \text{ m}^3/\text{s}$) desde un embalse hasta la cresta de un vertedero. El canal varía uniformemente su plantilla desde 9.15 m a la entrada del canal hasta 6.10 m en la cresta del vertedero. El canal presenta una pendiente adversa ($S_0 < 0$) igual a -10%, la cota de fondo del canal en la cresta del vertedero es de 338.17 msnm y a la entrada del canal es de 335.12 msnm. El canal existente aguas abajo de la cresta del vertedero garantiza que en la cresta se presenta la profundidad crítica.

Calcular el perfil de la superficie del agua desde la cresta del vertedero hasta la entrada del canal.

Solución

1. Cálculo de la profundidad crítica (y_c) en la cresta

$$y_c = \left[\frac{q^2}{g} \right]^{1/3} = \left[\frac{(56.68/6.10)^2}{g} \right]^{1/3} = 2.06 \text{ m}$$

2. Cálculo del perfil desde la cresta del vertedero hasta la entrada del canal.

La ecuación de la energía para un tramo comprendido entre una sección aguas arriba (1) y una sección aguas abajo (2), pasando por esta última un plano horizontal de referencia es:

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 + S_o L = \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + S_f L \quad (5-30)$$

El procedimiento puede resumirse así:

- Determinar una sección de control. En este caso es la sección que corresponde a la cresta del vertedero en donde la profundidad es la crítica: $y_c = 2.06$ m. Esta sección constituye la sección aguas abajo (2) del tramo a considerar.
- Suponer una profundidad de flujo en una sección aguas arriba (1) y verificar si la ecuación (5-30) se cumple; si es así, la profundidad de flujo asumida es correcta y se procederá con el siguiente tramo.

En la Tabla 5.8 se resumen los cálculos definitivos para el presente problema.

A manera de explicación consideremos el tramo comprendido entre la cresta del vertedero (abs: 30.49 m) y las abs: 27.44 m.

Sección aguas abajo (2): estación abs: 30.49 m
 Sección aguas arriba (1): estación abs: 27.44 m
 Longitud del tramo: $L = 30.49 - 27.44 = 3.05$ m

Para la sección aguas abajo (2):

- Plantilla $b_2 = 6.10$ m
- Cota de fondo $CF_2 = 338.17$ msnm
- Profundidad de flujo $y_2 = y_c = 2.06$
- Cota nivel de agua $CNA_2 = 338.17 + 2.06 = 340$ msnm
- Área de flujo $A_2 = 6.10 * 2.06 = 12.57$ m²
- Velocidad de flujo $V_2 = Q/A_2 = 56.68/12.57 = 4.51$ m/s
- Cabeza de velocidad $V_2^2/2g = 1.037$ m
- Energía específica $E_2 = y_2 + (V_2^2/2g) = 3.097$ m
- Radio hidráulico $R_2 = A_2/P_2 = 1.23$ m

Para la sección aguas arriba (1):

- Plantilla $b_1 = 6.40$ m
- Cota de fondo $CF_1 = 338.17 + S_o L = 338.17 - 0.10 * 3.05 = 337.87$ msnm
- Profundidad de flujo $y_1 = 2.95$ m(* se asume)
- Cota nivel de agua $CNA_1 = 337.87 + 2.95 = 340.82$ msnm
- Área de flujo $A_1 = 6.40 * 2.95 = 18.88$ m²
- Velocidad de flujo $V_1 = Q/A_1 = 56.68/18.88 = 3$ m/s
- Cabeza de velocidad $V_1^2/2g = 0.46$ m
- Energía específica $E_1 = y_1 + (V_1^2/2g) = 3.41$ m
- Radio hidráulico $R_1 = A_1/P_1 = 1.535$ m
- Velocidad media en el tramo $V_m = (V_2 + V_1)/2 = 3.76$ m/s
- Radio hidráulico medio en el tramo $R_m = (R_2 + R_1)/2 = 1.383$ m
- Pendiente de la línea de energía $S_f = ((n V_m) \sqrt{R_m^2/3})^2 = 1.798 * 10^{-3}$
- Pérdida de energía $S_f L = 1.798 * 10^{-3} * 3.05 = 5.48 * 10^{-6}$ m

R_m

TABLA 5.8 Cálculo del perfil de flujo - Ejemplo 5.9

Estación	L	b	CF	y	CMA	A	v	V ² /2g	E	R	V _m	R _m	Sf	Sf L	So L	Balance de Energía $E_1 + So L = E_2 + Sf L$ $E_1 + (V_1^2/2g) + So L - y_2 + (V_2^2/2g) + Sf L$
30.49	3.05	6.10	338.17	2.06	340.23	12.57	4.51	1.037	3.097	1.23	3.76	1.383	$1.798 * 10^{-3}$	$5.48 * 10^{-5}$	-0.305	$3.105 = 3.097$ OK
27.44		6.40	337.87	*2.95	340.62	18.88	3.00	0.46	3.41	1.535						
27.44	3.05	6.40	337.87	2.95	340.62	18.88	3.00	0.46	3.41	1.535	2.74	1.613	$7.78 * 10^{-4}$	$2.375 * 10^{-3}$	-0.305	$3.4100 = 3.4124$ OK
24.39		6.71	337.57	*3.40	340.97	22.814	2.48	0.315	3.715	1.69						
24.39	6.09	6.71	337.57	3.40	340.97	22.814	2.48	0.315	3.715	1.69	2.175	1.818	$4.179 * 10^{-4}$	$2.545 * 10^{-3}$	-0.609	$3.721 = 3.7175$ OK
18.30		7.32	336.961	*4.15	341.111	30.38	1.87	0.177	4.33	1.945						
18.30	18.30	7.32	336.961	4.15	341.111	30.38	1.87	0.177	4.33	1.945	1.442	2.283	$1.366 * 10^{-4}$	$2.48 * 10^{-3}$	-1.83	$4.332 = 4.3325$ OK
00.00		9.15	335.131	*6.11	341.24	55.91	1.014	0.0524	6.162	2.62						

L: Longitud de tramo en consideración (m)

CF: Cota del fondo del canal (asum)

CMA: Cota nivel de agua (asum)

V: Velocidad de flujo (m/s)

E: Energía específica (m)

V_m: Velocidad media de flujo en el tramo (m/s)S_r: Pendiente línea de energía en el tramo

So L: Diferencia de nivel de fondo entre los extremos del tramo (m)

b: Plantilla del canal en el tramo (m)

y: Profundidad de flujo (m)

A: Área sección transversal de flujo (m²)V²/2g: Cabeza de velocidad (m)

R: Radio hidráulico (m)

R_m: Radio hidráulico medio en el tramo (m)S_f L: Pérdida de energía en el tramo (m)

*: Valores de profundidad supuestos

- Diferencia de fondo entre los extremos del tramo $S_o L = 0.10 * 3.05 =$
 $- 0.305 \text{ m}$

Aplicación de la ecuación (5-29) para el tramo:

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 + S_o L = \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + S_f L$$

$$E_1 + S_o L = E_2 + S_f L$$

$$3.41 + (-0.10) * 3.05 = 3.097 + 5.48 * 10^{-5}$$

$$3.105 \approx 3.097 \quad \text{OK}$$

La ecuación (5-30) se cumple en el tramo de consideración, por lo tanto la profundidad asumida ($y_1 = 2.95 \text{ m}$) es correcta. De idéntica forma se continua con los demás tramos.

En la Figura 5.12 se presenta un esquema del perfil.

El nivel del embalse a la entrada del canal se puede calcular como la suma de la cota del nivel de agua a la entrada del canal más la pérdida por entrada, la cual se considera igual a la cabeza de velocidad en la entrada; esto es:

$$\begin{aligned} \text{Cota del embalse} &= \text{CNA (est. 00.00)} + (V_e^2/2g) \\ &= 341.24 + 0.0524 \\ &= 341.29 \text{ msnm} \end{aligned}$$

5.6 OTRAS APLICACIONES DEL FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

En los apartes anteriores se ha trazado el caso del cálculo de perfiles de flujo que se presentan en una conducción abierta, bien sea por las condiciones de entrada o salida en la conducción o por la presencia de una serie de estructuras.

Sin embargo, se dan otras aplicaciones prácticas del flujo gradualmente variado que revisten gran importancia; tal es el caso del estudio de la bifurcación de un río y posterior confluencia aguas abajo, el efecto que sobre el flujo ocasiona la presencia de los pilares de un puente el comportamiento de flujo en un canal que une dos embalses o reservorios.

Mediante el ejemplo 5.10 se ilustrará el comportamiento del flujo en este último caso.

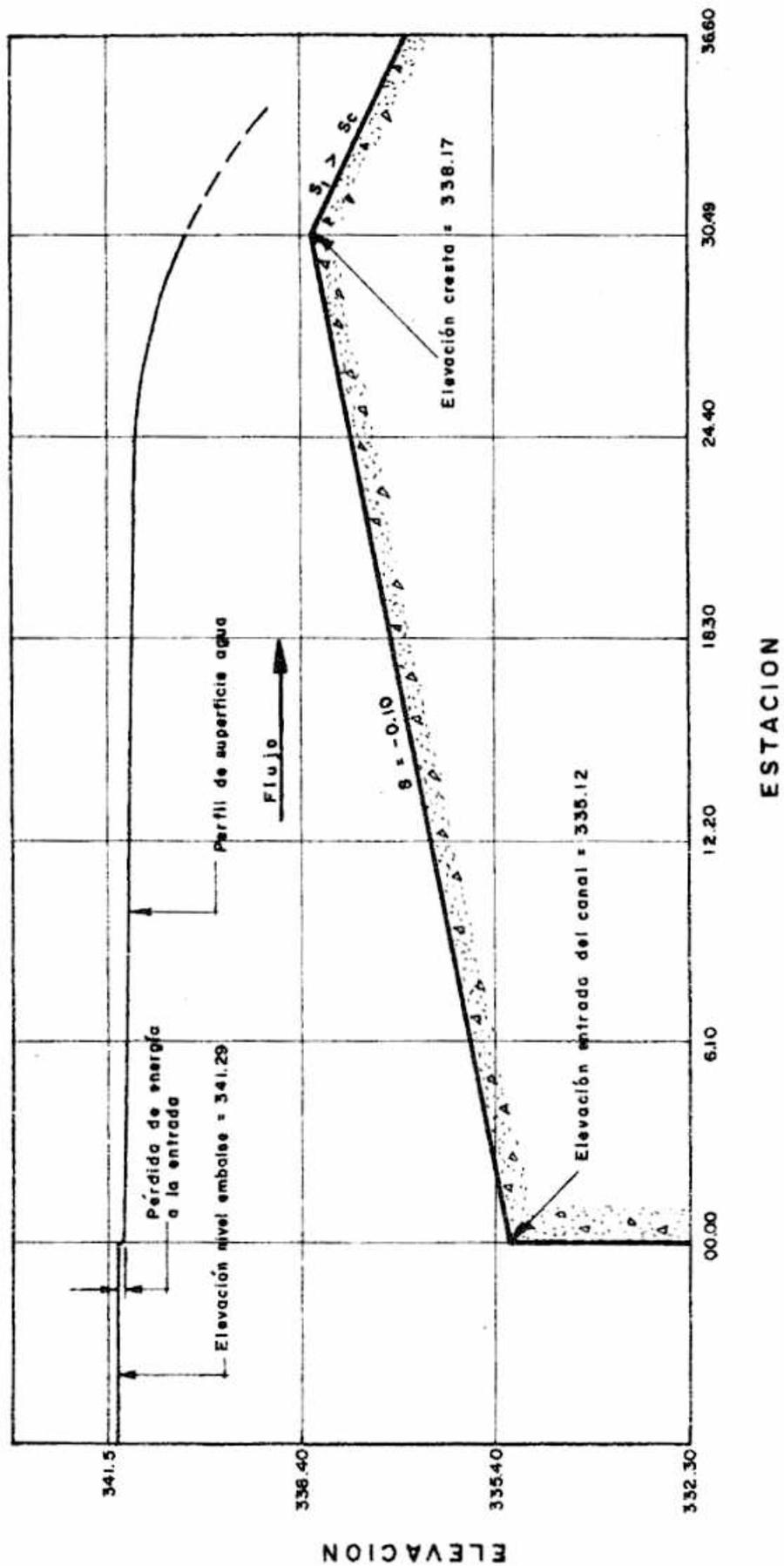


FIG.5.12 Perfil de flujo (ejemplo 5.9)

Ejemplo 5.10

Se tiene un canal de sección transversal de forma rectangular ($z = 0$) revestido en concreto ($n = 0.015$), ancho de plantilla $b = 15$ m, longitud $L = 10$ km y pendiente de fondo $S_o = 0.01\%$.

El canal une dos (2) reservorios en los cuales las profundidades de los extremos aguas arriba y aguas abajo del canal con respecto a las superficies libres en los reservorios son: $y_1 = 1.5$ m, $y_2 = 2.0$ m respectivamente. Calcular el caudal Q que circula por el canal.

Solución

1. Consideremos el caso de que se establece un flujo subcrítico en el canal.

En un problema de este tipo se presentan los siguientes casos:

- $y_2 > y_1 + S_o L$ El flujo se establece desde el reservorio B hacia el A.
- $y_2 = y_1 + S_o L$ El flujo en el canal es nulo dado que no existe desnivel entre los dos reservorios.
- $y_n < y_2 < y_1 + S_o L$ El flujo en el canal se establece hacia B mediante una curva M_1 .
- $y_2 = y_n = y_1$ El flujo en el canal es uniforme y el caudal Q es el que corresponde a la condición normal.
- $y_c < y_2 < y_n$ El flujo en el canal se establece mediante una curva M_2 .
- $y_2 = y_c$ En la sección extrema del canal se presenta flujo crítico; se presenta curva M_2 .
- $y_2 < y_c$ El flujo en el canal se establece mediante una curva M_2 presentándose en el extremo aguas abajo una caída libre; en esta condición la profundidad y_2 no altera el perfil de flujo.

En la Figura 5.13 se ilustran los casos anteriores.

2. En el caso particular del Ejemplo 5.10, se presenta la situación correspondiente a $y_n < y_2 < y_1 + S_o L$; siendo $y_1 + S_o L$:

$$y_1 + S_o L = 1.5 + (0.0001 * 10000) = 2.5 \text{ m}$$

3. La solución al problema de determinar el caudal Q que circula por el canal consiste en suponer caudales, y verificar si la longitud del perfil que se obtiene corresponde a las condiciones establecidas; para tal fin una curva de gastos ($Q = f(y_2)$) puede ser útil para la selección de caudales.

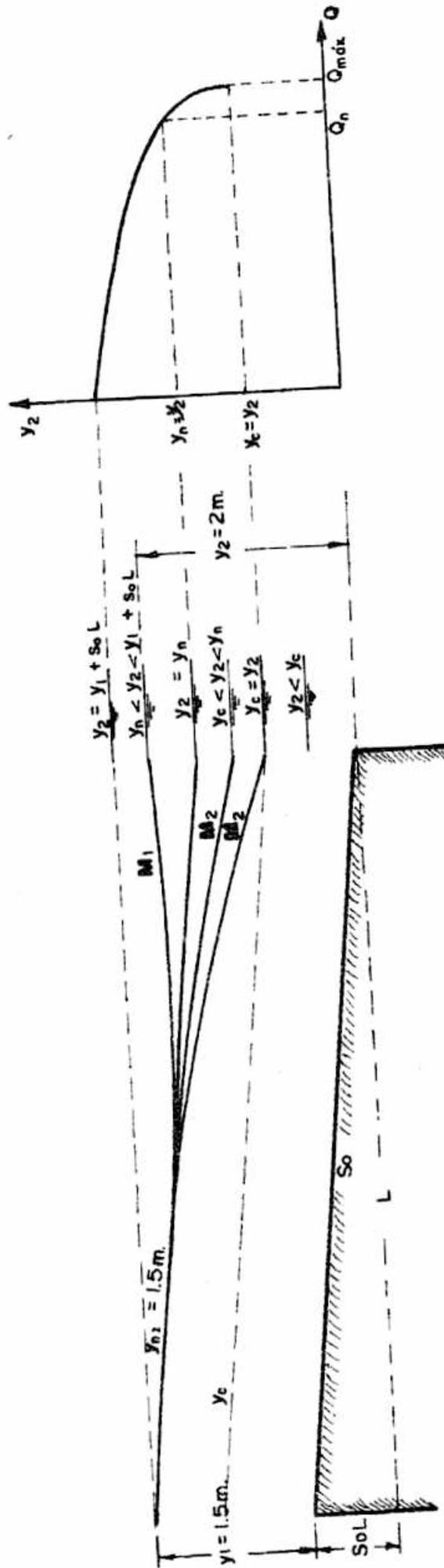


FIG.5.13 Canal que une dos reservorios (Ejemplo 5.10 - Curva $Q = f(y_2)$)

CONSIDERANDO PÉRDIDAS $U = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$

$$1.5 = h_f = y_n + \frac{v^2}{2g}$$

$$h_f = f\left(\frac{v^2}{2g}\right) = k \frac{v^2}{2g}$$

a. Para la situación planteada en el ejemplo 5.10, consideremos el caso del establecimiento de un flujo uniforme con una profundidad normal $y_n = y_1 = 1.5$ m, en una primera parte de la longitud L del canal.

- Por Manning:

$$Q = A R^{2/3} \frac{S_0^{1/2}}{n} = (15 * 1.5) \left[\frac{15 * 1.5}{15 + 2(1.5)} \right]^{2/3} \left[\frac{0.0001}{0.015} \right]^{1/2} = 17.41 \text{ m/s}$$

- La profundidad crítica correspondiente:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(17.41/15)^2}{g}} = 0.516 \text{ m}$$

$y_n = 1.5$ m $y_c = 0.516$ m: flujo subcrítico

- Calculemos la longitud total del perfil M₁ por el método de Integración Directa, aplicando la ecuación (5-17)

- Profundidad de flujo aguas abajo: $y_2 = 2$ m
- Profundidad de flujo aguas arriba: $y_1 = 1.01$ $y_n = 1.01 * 1.5 = 1.515$ m
- Exponente hidráulico para flujo crítico M = 3
- Profundidad promedio del perfil: $y_p = (y_2 + y_1)/2 = 1.758$
- Relación $y_p/b = 1.758/15 = 0.1172$
- Exponente hidráulico para flujo uniforme N: 3.08
- Valor de J = $N/(N-M+1) = 3.08/(3.08 - 3 + 1) = 2.85$
- Valor de N/J = $3.08/2.85 = 1.08$
- Valor de A = $y_n/S_0 = 1.5/0.0001 = 15000$
- Valor de B = $(y_c/y_n)^M * J/N = (0.516/1.5)^3 * (2.85/3.08) = 0.0377$

¡Ojo!
 y_n no puede ser 1.5 m
 Q debe calcularse de la ecuación de Manning
 $E = y_n + \frac{v^2}{2g}$
 $1.5 = E = y_n + \frac{v^2}{2g}$
 (despreciado $\frac{v^2}{2g}$ por a la entrada al canal)

ESTO NO ES POSIBLE

y	u	v = u ^{1.08}	F(u, N)	F(v, J)
2.0	1.33	1.36	0.328	0.377
1.515	1.01	1.012	1.369	1.463
diferencia	0.32		1.041	-1.086

Longitud del perfil: L_p (Ecuación 5-17)

$$L_p = 15000 (0.32 - (-1.041)) + 0.0377 (-1.086) = 19800.87 \text{ m} = 19.8 \text{ Km}$$

$$L_p = 19.8 \text{ Km} > L = 10 \text{ Km};$$

por lo tanto, en el canal no alcanza a establecerse un flujo uniforme con una profundidad normal $y_n = y_1 = 1.5$ m, en un primer tramo del canal.

Por lo tanto, según se observa en la curva de gasto debe repetirse el procedimiento con un caudal $Q < Q_n$.

b. $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$

- Cálculo de la profundidad normal: y_n

$$\frac{Q_n}{b^{5/3} S_o^{1/2}} = \frac{10 * 0.015}{15^{5/3} * 0.0001^{1/2}} = 0.011$$

36/0.001

$y_n = 1.05 \text{ m}$

De la Figura 3.2 $y/b = 0.03$; por lo tanto:

$$y_n = 0.07 * 15 = 1.05 \text{ m}$$

- La profundidad crítica correspondientes:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(10/15)^2}{g}} = 0.36$$

$y_n = 1.05$ $y_c = 0.36$; flujo subcrítico

- Cálculo de la longitud del perfil (L_p) M_1 por el método de Integración Directa

Profundidad aguas abajo: $y_2 = 1.0$

Profundidad aguas arriba: $y_1 = 1.5$

Valor de $A = y_n/S_o = 1.05/0.0001 = 10500$

Valor de $N = 3.08$

Valor de $M = 3$

Valor de $J = 2.85$

Valor de $N/J = 1.08$

Valor de $B = (y_c/y_n)^M J/N = (0.36/105)^3 * (2.85/3.08) = 0.0373$

y	u	v = u ^{1.08}	F(u, N)	F(v, J)
2.0	1.905	2.01	0.147	0.1505
1.5	1.43	1.472	0.287	0.2965
diferencia	0.475		-0.14	-0.146

$$L_p = 10500 (0.475 - (-0.14)) + 0.0373 (-0.146) = 6400.32 \text{ m} = 6.4 \text{ Km}$$

$$L_p = 6.4 \text{ Km} < L = 10 \text{ Km};$$

por lo tanto hay que suponer un caudal $Q > 10 \text{ m}^3/\text{s}$

c. $Q = 12.5 \text{ m}^3/\text{s}$

- Cálculo de la profundidad normal: y_n

$$\frac{Q_n}{b^{5/3} S_o^{1/2}} = \frac{12.5 * 0.015}{15^{5/3} * \frac{0.001^{1/2}}{0.0001}} = 0.0137$$

De la Figura 3.2 $y/b = 0.08$; por lo tanto:

$$y_n = 0.08 * 15 = 1.2 \text{ m}$$

RESOLVIDO DIRECTAMENTE

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S_o^{1/2}$$

$$\rightarrow y_n = 1.21 \text{ mts}$$

- La profundidad crítica correspondiente:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(12.5/15)^2}{g}} = 0.414 \text{ m}$$

$$y_n = 1.2 \text{ m. } y_c = 0.414; \text{ flujo subcrítico}$$

- Cálculo de la longitud del perfil (L_p) M_1 por el método de Integración Directa

Profundidad aguas abajo: $y_2 = 2.0 \text{ m}$

Profundidad aguas arriba: $y_1 = 1.5 \text{ m}$

Valor de $A = y_n/S_o = 1.2/0.0001 = 112000$

Valor de $N = 3.08$

Valor de $M = 3$

Valor de $J = 2.85$

Valor de $N/J = 1.08$

Valor de $B = (y_c/y_n)^M J/N = (0.414/1.2)^3 * (2.85/3.08) = 0.038$

y	u	v = u ^{1.08}	F(u, N)	F(v, J)
2.0	1.667	1.736	0.184	0.214
1.5	1.25	1.272	0.396	0.454
diferencia	0.417		-0.212	-0.24

$$L_p = 12000 (0.417 - (-0.212)) + 0.038 (-0.24) = 7438.56 \text{ m} = 7.44 \text{ Km}$$

$$L_p = 7.44 \text{ Km} < L = 10 \text{ Km};$$

d) SI CAUDAL PUEDE SER MAYOR DE 12.5 m³/s. ASUMIENDO Q=15

- Cálculo de la profundidad normal: y_n

$$\frac{Q_n}{b^{5/3} S_o^{1/2}} = \frac{15}{10^{5/3} * 0.015} = 0.0164$$

$$y_n = 1.36 \text{ mts}$$

De la Figura 3.2 $y/b = 0.09$; por lo tanto:

$$y_n = 0.09 * 15 = 1.35 \text{ m}$$

- La profundidad crítica correspondiente:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(15/15)^2}{g}} = 0.467 \text{ m}$$

$$y_n = 1.35 \text{ m} \quad y_c = 0.467; \text{ flujo subcrítico}$$

- Cálculo de la longitud del perfil (L_p) M_1 por el método de Integración Directa

Profundidad aguas abajo: $y_2 = 2.0 \text{ m}$

Profundidad aguas arriba: $y_1 = 1.5 \text{ m}$

Valor de $A = y_n/S_0 = 1.35/0.0001 = 13500$

Valor de $B = (y_c/y_n)^M J/N = (0.467/1.35)^3 * (2.85/3.08) = 0.0383$

y	u	v = u ^{1.08}	F(u, N)	F(v, J)
2.0	1.48	1.527	0.245	0.283
1.5	<u>1.11</u>	1.12	<u>0.620</u>	<u>0.695</u>
diferencia	0.37		-0.375	-0.412

$$L_p = 13500 (0.37 - (-0.375)) + 0.0383 (-0.412) = 9844.48 \text{ m} = 9.85 \text{ Km}$$

$$L_p = 9844.48 \text{ m} = 9.85 \text{ km}$$

Finalmente, con los resultados anteriores un gráfico de $Q - L_p$ puede construirse y por interpolación se obtiene el caudal Q que corresponde a la longitud $L = 10 \text{ km}$; el caudal Q así obtenido será el que circula por el canal en consideración.

5.7 PROBLEMAS PARA RESOLVER

1. Con base a la ecuación (5-14) caracterizar los perfiles de flujo $A_2 - A_3$
2. Presente ejemplos concretos de:
 - Perfiles M
 - Perfiles S
 - Perfiles C

- Perfiles H
- Perfiles A

3. Un canal de sección trapezoidal presenta las siguientes características: plantilla $b = 1.85$ m, talud $z = 2$, profundidad normal de flujo: 2.06 m, borde libre $F = 0.69$ m, pendiente $S_o = 0.081\%$, coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0.030$, caudal $Q = 12.5$ m³/s. El canal entrega sus aguas a un río cuyas frecuencias de nivel son:

Tiempo de retorno: 2 años	nivel: 951.15 msnm
Tiempo de retorno: 50 años	nivel: 956.90 msnm

Calcular los perfiles de flujo para cada uno de los niveles del río, por los métodos de:

- Integración gráfica
- Integración directa
- Bresse
- Aproximaciones sucesivas

4. Un canal de sección trapezoidal ($z = 1$), coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0.013$, plantilla $b = 1.2$ m, transporta un caudal $Q = 8$ m³/s. El canal capta aguas desde un reservorio en donde el flujo se establece por debajo de una compuerta cuyo extremo inferior tiene una cota de 100.15 msnm, siendo en este punto, la cota de fondo del canal de 100 msnm. El canal en su trazado presenta tramos de diferente pendiente de fondo así:

$L_1: 800$ m	$S_{o1}: 3\%$
$L_2: 600$ m	$S_{o2}: 0.10\%$
$L_3: 1200$ m	$S_{o3}: 2\%$

Al final del tramo 3, el canal entrega sus aguas a un río en donde el nivel es de 53.00 msnm.

Identificar los posibles perfiles de flujo que pueden presentarse en el canal.

5. Para el problema 4 calcular cada uno de los perfiles de flujo por los métodos de Integración Gráfica, Integración Directa, Bresse y Aproximaciones Sucesivas. Comparar los resultados obtenidos.
6. Dibujar a escala los resultados obtenidos en el problema 5.
7. Un canal rectangular de 6 m de ancho, $n = 0.014$, $S_o = 0.10\%$, termina en una caída libre; 300 m aguas arriba de la caída libre se tiene una compuerta la cual produce una profundidad de 0.50 m inmediatamente aguas abajo.

Calcular y dibujar el perfil de flujo entre la compuerta y la caída libre para una descarga de 10 m³/s

8. Un canal de sección rectangular de 3.5 m de ancho, $n = 0.014$, $S_o = 0.10\%$, sale desde un lago cuyo nivel de agua está 3.5 m por encima del fondo del canal a la salida del lago. Calcular la descarga en el canal.
9. Un canal trapezoidal en concreto ($n = 0.014$), $z = 1.5$, $b = 5$ m, transporta un caudal $Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$. Un quiebre de pendiente está localizado en la estación $100 \text{ m} + 50 \text{ m}$ de elevación 100 msnm. La pendiente aguas arriba de la estación de punto de quiebre es 0.10% y a la pendiente aguas abajo del punto de quiebre es 0.4% . Calcular y dibujar el perfil de flujo.
10. Un aliviadero en tierra de forma trapezoidal ($z = 3$) tiene un ancho de 25 m y una longitud de 65 m con fondo horizontal en el tramo comprendido entre la sección de control y el embalse. El coeficiente de rugosidad de Manning se estima en 0.035 y la capacidad del aliviadero es de $50 \text{ m}^3/\text{s}$.

Calcular el perfil de la superficie de flujo entre el embalse y la sección de control del aliviadero.

FLUJO RÁPIDAMENTE VARIADO (PERMANENTE)

6.1 DEFINICION

Se denomina flujo permanente ~~estable~~ rápidamente variado aquel flujo en el cual las características hidráulicas no varían con respecto al tiempo en una sección transversal dada (condición de permanencia: $\partial y / \partial t = 0$), pero varían con el espacio L (condición de variación: $\partial y / \partial L \neq 0$), en donde L es una longitud relativamente corta.

6.2 CONSIDERACIONES DE FLUJO

- Dado que la variación de profundidad de flujo se presenta en una longitud de tramo relativamente corta, la curvatura de las líneas de corriente es bastante pronunciada teniendo como resultado un flujo no-paralelo; y por lo tanto, la distribución de presiones no es del tipo hidrostático, tal como sucede en el caso del flujo uniforme y gradualmente variado.

- Como el flujo toma lugar en una longitud relativamente corta, las pérdidas de energía por efecto del rozamiento de la masa de fluido con el contorno de la estructura, llegan a ser muy pequeñas hasta el punto de que pueden ser despreciadas.

- Por la rápida variación de la profundidad de flujo se originan cambios bruscos en el área mojada dando lugar a una distribución no-uniforme de velocidades; por lo tanto, los coeficientes de energía (α) y de momentum (β) son mayores que la unidad.

- La presencia de vórtices y remolinos en algunos casos de flujo rápidamente variado, tiende a complicar y hacer compleja la descripción del comportamiento del flujo.

Las características de flujo anteriormente mencionadas hacen difícil generalizar acerca del comportamiento del flujo; por lo que se hace necesario estudiar específicamente los diferentes casos de flujo rápidamente variado utilizando convenientemente las diferentes ecuaciones básicas; energía, cantidad de movimiento, continuidad, etc.

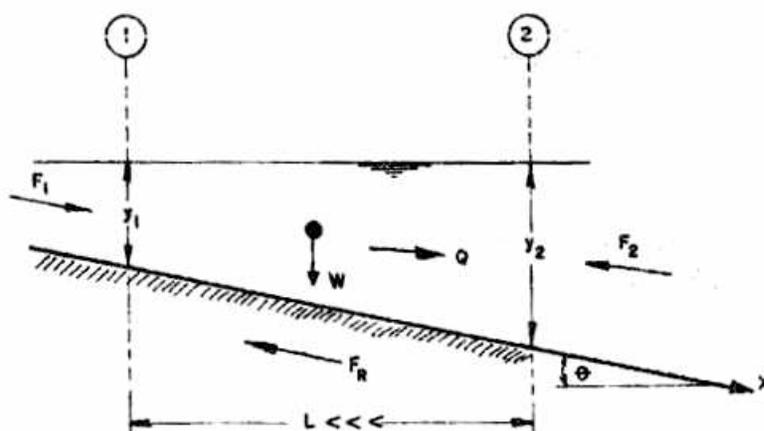
6.3 CONCEPTO DE FUERZA ESPECIFICA: F_e 

FIG.6.1 Flujo rápidamente variado

Con referencia a la Figura 6.1:

- 1 - 2: Secciones extremos del tramo a considerar.
- L: Longitud del tramo relativamente pequeña.
- F_1, F_2 : Fuerzas de presión en las secciones 1 y 2 respectivamente.
- y_1, y_2 : Profundidades de flujo en las secciones 1 y 2 respectivamente.
- F_R : Fuerza de resistencia al flujo.
- W: Peso de la masa de fluido.
- Q: Caudal que circula.
- θ : Ángulo de inclinación del fondo del canal.

Por la ecuación de impulso o cantidad de movimiento se tiene que la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre la masa de fluido considerada entre las secciones 1 y 2, es igual al cambio en la cantidad de movimiento (CM); esto es:

$$F = \Delta CM \quad (6-1)$$

Reemplazando cada uno de los términos que constituyen los miembros de la ecuación 6-1, se tiene:

$$F_1 - F_2 - F_R + W \text{ Sen } \theta = \rho Q (V_2 - V_1) \quad (6-2)$$

en donde:

- ρ : Densidad de la masa de fluido
- V_1, V_2 : Velocidades medias de flujo en las secciones 1 y 2 respectivamente.

Siendo estrictos, las velocidades medias de flujo V_1, V_2 , deberían afectarse por el coeficiente β (coeficiente de momentum) dada la distribución no uniforme de velocidades en el flujo rápidamente variado.

Considerando un canal de fondo plano ($\theta = 0, S_o = 0$), longitud L del tramo pequeño ($F_R \neq 0$) y $\rho = (\rho/g)$:

$$F_1 - F_2 = \gamma/g Q (V_2 - V_1).$$

Reemplazando las fuerzas de presión por sus expresiones generales, las velocidades medias de flujo en función del caudal Q y dividiendo ambos miembros de la ecuación por:

$$\frac{\gamma}{g} y_1 A_1 - \frac{\gamma}{g} y_2 A_2 = (Q/g) (Q/A_2 - Q/A_1)$$

$$\frac{\gamma}{g} Q V = \frac{\gamma}{g} \frac{Q^2}{A}$$

en donde:

y : Profundidad del centro de gravedad en la sección en consideración.

A : Área de la sección transversal de flujo.

Agrupando convenientemente los términos que corresponden a cada una de las secciones:

$$\frac{\gamma}{g} y_1 A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} = \frac{\gamma}{g} y_2 A_2 + \frac{Q^2}{g A_2} \quad (6-3)$$

En la ecuación 6-3 el término $\frac{\gamma}{g} y A$ corresponde a la fuerza de presión por unidad de peso volumétrico (γ) y el término $\frac{Q^2}{g A}$ corresponde a la fuerza de cantidad de movimiento por unidad de peso volumétrico (γ).

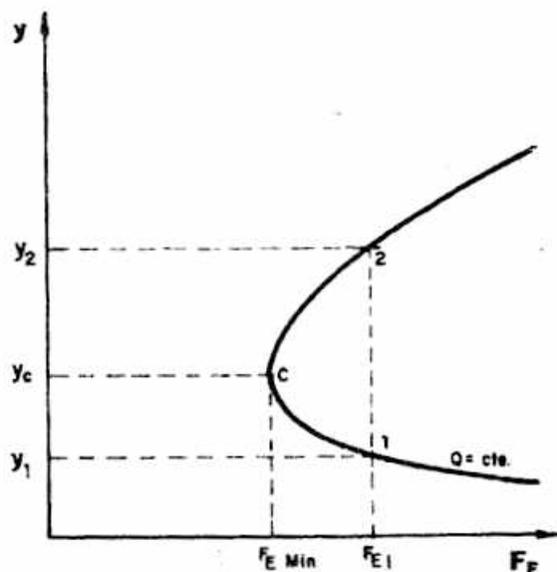
La suma de los dos términos antes mencionados se denomina fuerza específica (F_e), esto es:

$$F_e = \frac{\gamma}{g} y A + \frac{Q^2}{g A} \quad (6-4)$$

La ecuación 6-3 indica que para la masa de fluido comprendida entre las secciones 1 y 2, la fuerza específica (F_e) permanece constante bajo condiciones de flujo rápidamente variado. Para un canal de sección transversal dada y por el cual circula un caudal $Q = cte$; la fuerza específica (F_e) es función de la profundidad de flujo: $F_e = f(y)$; ésta relación se muestra en la gráfica de la Figura 6.2.

La Figura 6.2 presenta las siguientes características:

- Para un mismo contenido de fuerza específica (F_{e1}), la curva es interceptada en dos puntos: 1 y 2, a los cuales les corresponde las profundidades de flujo y_1 , y_2 respectivamente; profundidades éstas que toman el nombre de profundidades secuentes. Puede demostrarse que la profundidad y_1 corresponde a la condición de flujo supercrítico y la y_2 a la condición de flujo subcrítico.

FIG.6.2 Relación $F_E = f(y)$

- La curva muestra un punto C para el cual se presenta el contenido mínimo de fuerza específica ($F_{E \min}$) y se tiene una única profundidad de flujo: y_c . El siguiente análisis muestra que esta situación corresponde a la condición de flujo crítico y que profundidad en cuestión es la crítica.

Derivando la ecuación 6-4 con respecto a la profundidad de flujo se tiene:

$$\frac{d}{dy} F_E = \frac{d}{dy} \left(\frac{Q^2}{g} A^{-1} + y A \right) = - \frac{Q^2}{g A^2} \frac{dA}{dy} + \frac{d}{dy} (y A)$$

Considerando que $dA/dy = T$ y $d/dy (y A) = A$, se tiene:

$$\frac{d F_E}{dy} = \frac{Q^2 T}{g A^2} + A \quad \frac{d F_E}{dy} = - \frac{Q^2 T}{g A^2} + A$$

Igualando a cero la derivada:

$$A = \frac{Q^2 T}{g A^2}$$

$$\rightarrow \frac{v^2}{g} = \frac{A}{T} = D$$

$$\rightarrow \frac{v^2}{gD} = 1 \rightarrow \frac{v}{\sqrt{gD}} = 1$$

Agrupando convenientemente, simplificando y dividiendo ambos miembros de la ecuación por $1/2$:

$$\frac{D}{2} = \frac{v^2}{2g} : \text{condición de flujo crítico}$$

Es decir, bajo condición de flujo crítico se tiene el contenido mínimo de fuerza específica ($F_{e_{min}}$) para un caudal Q dado.

6.4 FUERZA ESPECIFICA EN CANAL RECTANGULAR

Para un canal de sección rectangular ($z = 0$), plantilla b , profundidad de flujo y , la expresión de la fuerza específica es:

$$F_e = \frac{b y^2}{2} + \frac{Q^2}{g b y}$$

Dividiendo la expresión anterior por b , la fuerza específica F_e por unidad de ancho es:

$$\frac{F_e}{b} = \frac{y^2}{2} + \frac{q^2}{g y}$$

La expresión anterior se hace adimensional al dividir ambos miembros de la ecuación por yc^2 , así:

$$\frac{F_e}{b yc^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{y}{yc} \right]^2 + \frac{q^2}{g y yc^2}$$

Reemplazando q^2 según la expresión $yc^3 = q^2/g$ y simplificando:

$$\frac{F_e}{b yc^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{y}{yc} \right]^2 + \frac{yc}{y} \tag{6-5}$$

La fuerza específica (F_e) adimensional por unidad de ancho como función de la relación y/yc , puede representarse mediante la curva de la Figura 6.3, la cual es de utilidad práctica para la solución de problemas específicos.

6.5 SALTO HIDRAULICO: RH

El salto hidráulico es un caso específico de flujo rápidamente variado por medio del cual un flujo supercrítico pasa a un estado subcrítico. El fenómeno se caracteriza por un incremento brusco en la profundidad de flujo acompañado de una gran turbulencia la cual da lugar a un cambio de energía, siendo mayor la energía ~~antes que después~~ del salto.

↳ antes

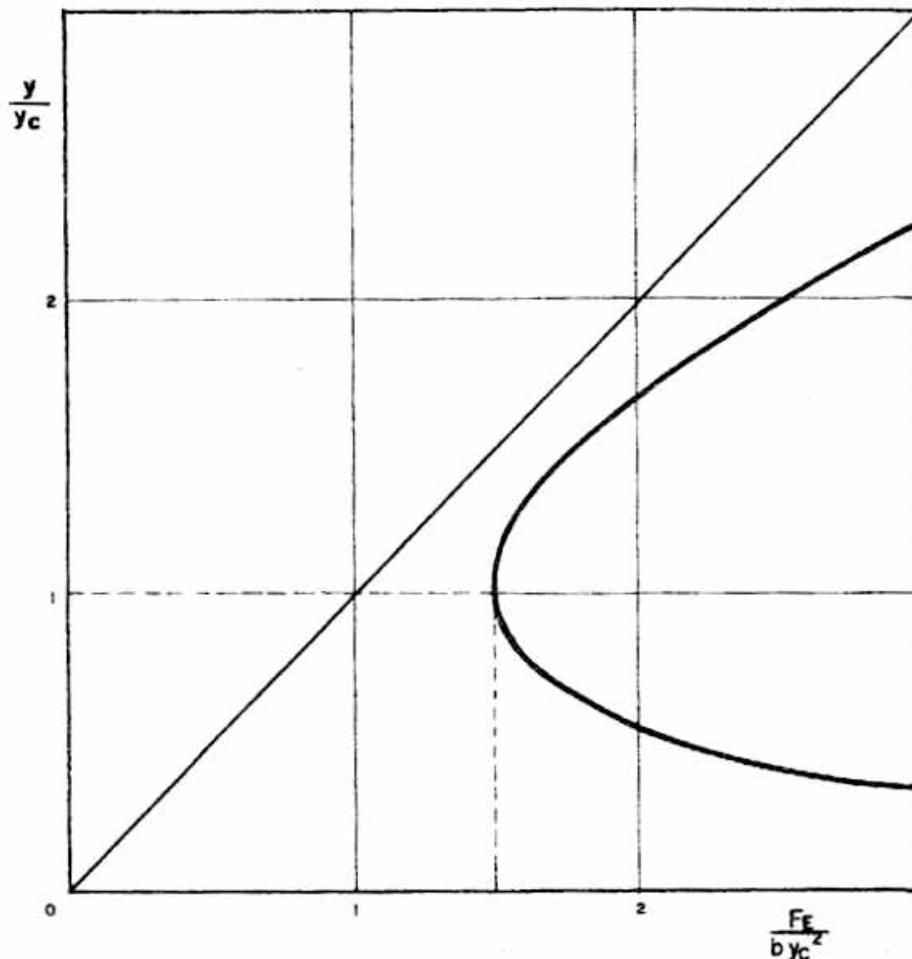


FIG.6.3 Curva adimensional $(F_E/b(y_c)^2) - (y/y_c)$

Entre las situaciones ^{mas} comunes que pueden dar lugar a la formación de salto hidráulico son:

- Flujo en un canal de pendiente supercrítica que sufre un cambio a pendiente subcrítica.
- Flujo bajo una compuerta instalada en un canal de pendiente subcrítica.
- Flujo al pie del rebosadero de una presa.

La profundidad de flujo antes del salto (profundidad inicial) es menor que la profundidad crítica correspondiente, la cual a su vez es menor que la profundidad final del salto llamada profundidad secuente.

6.5.1 Tipos de Salto

La U.S. BUREAU RECLAMATION da una clasificación del salto hidráulico según el número de Froude (F_1) del flujo supercrítico que origina el salto.

6.5.1.1 Salto Ondular. Se presenta cuando el flujo de aproximación tiene valores del F_1 de 1 a 1.7. En este caso el cambio de estado supercrítico no es tan abrupto y la superficie del agua presenta ligeras ondulaciones.

6.5.1.2 Salto Débil. Se presenta cuando el F_1 varía de 1.7 a 2.5. Se caracteriza porque en la superficie del agua se desarrollan pequeños vórtices y la superficie libre aguas abajo permanece inalterada; la disipación de energía de éste tipo de salto es pequeña.

6.5.1.3 Salto Oscilante. Se presenta cuando el F_1 varía de 2.5 a 4.5. Se caracteriza por la presencia de una pulsación oscilante y aperiódica desde el fondo del canal hasta la superficie libre del salto. La pulsación ocasiona una onda que viaja en dirección aguas abajo, la cual es nociva pues puede causar problemas de erosión en las paredes del canal.

6.5.1.4 Salto Estable. Se presenta cuando el F_1 varía de 4.5 a 9. Se caracteriza por ser un salto estable y su posición es casi inafectada por cambios de nivel aguas abajo. La capacidad de disipación de energía es del orden de 45 al 70% en relación a la energía de la sección de entrada del salto.

6.5.1.5 Salto Fuerte. Se presenta cuando el F_1 es mayor de 9. Se caracteriza por la formación de ondas que hacen que la superficie aguas abajo se altere considerablemente. La capacidad de disipación de energía es del orden del 85%.

En la Figura 6.4 se ilustran los diferentes tipos de salto hidráulico.

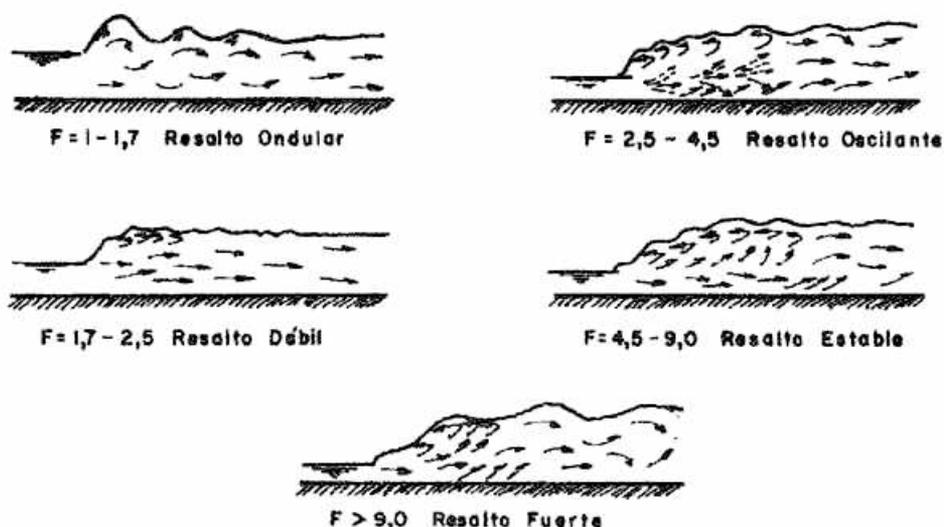


FIG.6.4 Tipos de salto hidráulico

6.5.2 Relación entre las Profundidades Inicial (y_1) y secuente (y_2)
 → EN UN CANAL RECTANGULAR

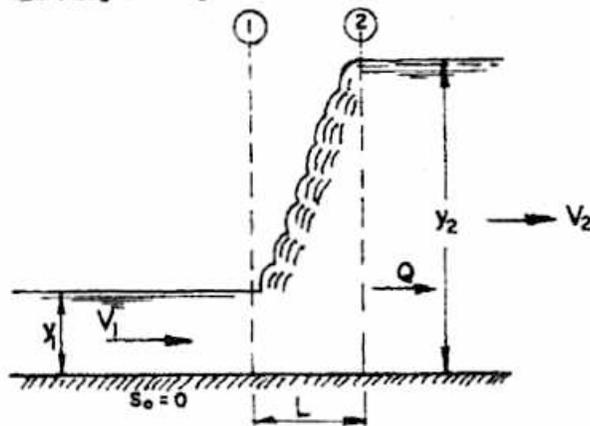


FIG.6.5 Salto Hidráulico

Con referencia a la Figura 6.5

- 1 - 2: Secciones 1 y 2 entre las que se dá el salto hidráulico.
 y_1, y_2 : Profundidades inicial y secuente del salto hidráulico.
 v_1, v_2 : Velocidades medias de flujo en las secciones 1 y 2 respectivamente.
 Q : Caudal que circula por el canal.
 L : Longitud en la cual toma lugar el salto hidráulico.

Considerando un canal de sección transversal de forma rectangular y fondo plano ($S_o = 0$) y teniendo en cuenta que la fuerza específica es constante a lo largo de la longitud L en la que tiene lugar el salto hidráulico se tiene:

$$\frac{Q^2}{g A_1} + y_1 A_1 = \frac{Q^2}{g A_2} + y_2 A_2$$

En la ecuación anterior introduciendo las expresiones:

$$Q = VA$$

$$A = by$$

$$y = y/2$$

Se tiene:

$$\frac{V_1^2 b^2 y_1^2}{g b y_1} + \frac{1}{2} b y_1^2 = \frac{V_1^2 b^2 y_1^2}{g b y_2} + \frac{1}{2} b y_2^2$$

Introduciendo en la ecuación anterior la expresión del número de Froude ($Fr = V/(gy)^{1/2}$) dividiendo ambos miembros de la ecuación por $b y_1^2$ y simplificando, se tiene:

$$F_1^2 + \frac{1}{2} = F_1^2 \frac{y_1}{y_2} + \frac{1}{2} \left[\frac{y_2}{y_1} \right]^2$$

Multiplicando los dos miembros de la ecuación por $2 y_2/y_1$:

$$2 (F_1)^2 \frac{y_2}{y_1} + \frac{y_2}{y_1} = 2 (F_1)^2 + \left[\frac{y_2}{y_1} \right]^3$$

$$\left[\frac{y_2}{y_1} \right]^3 + 2 (F_1)^2 - 2 (F_1)^2 \frac{y_2}{y_1} - \frac{y_2}{y_1} = 0$$

La ecuación anterior se puede expresar como:

$$\left[\left[\frac{y_2}{y_1} \right]^2 + \frac{y_2}{y_1} - 2 F_1^2 \right] \left[\frac{y_2}{y_1} - 1 \right] = 0$$

Si $y_2/y_1 - 1 = 0$, entonces $y_2 = y_1$, por lo tanto no se tendría salto hidráulico.

La expresión $(y_2/y_1)^2 + (y_2/y_1) - 2 F_1^2 = 0$, se tiene la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Por lo tanto, la relación entre la profundidad seciente (y_2) y la profundidad inicial (y_1) del salto hidráulico es:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8 F_1^2}}{2}$$

de la cual solo interesa cuando el radical toma el signo positivo, es decir:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{\sqrt{1 + 8 F_1^2} - 1}{2} \quad (6-6)$$

La ecuación 6-6 establece la condición que deben satisfacer las profundidades y_2 , y_1 para que se forme un salto hidráulico. La relación de éstas profundidades es función únicamente de las condiciones iniciales del flujo que se aproxima al salto hidráulico; condiciones representadas por el parámetro adimensional el número de froude: $F_1 = V_1/(g y_1)^{1/2}$

En la Figura 6.6 se representa la relación de la ecuación 6-6

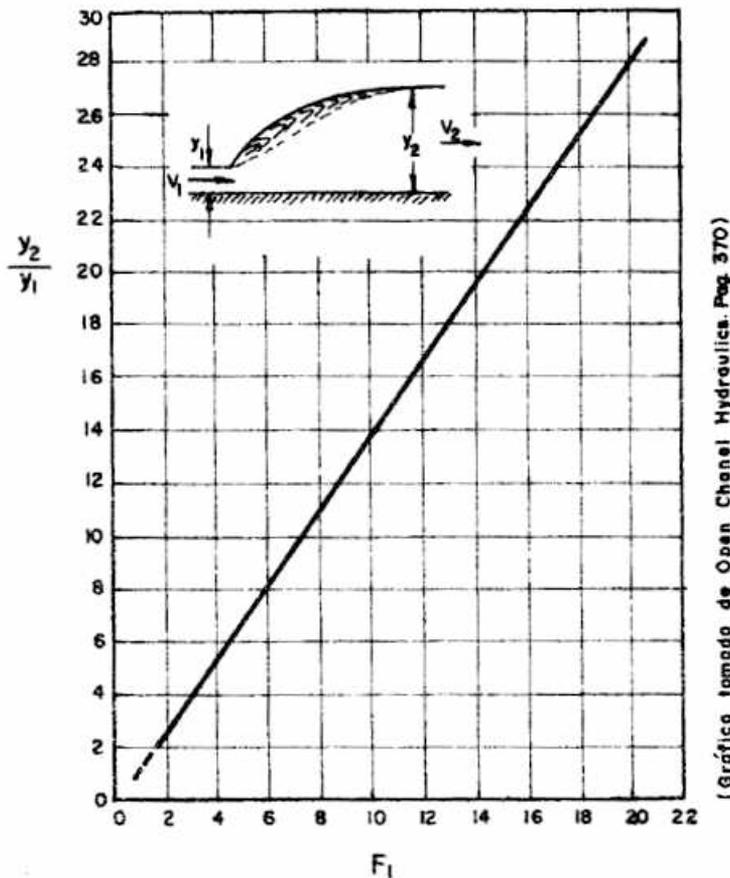


FIG.6.6 Relación $y_2/y_1 - F_1$

6.5.3 Longitud del Salto Hidráulico

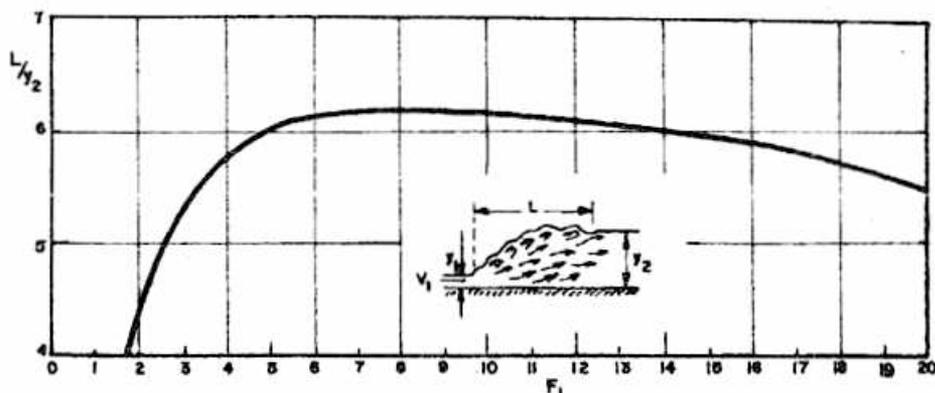
La longitud L_J del salto hidráulico se define como la distancia horizontal desde la sección aguas arriba donde comienza el salto hidráulico hasta la sección aguas abajo de flujo subcrítico donde termina el salto y la superficie del agua se hace generalmente horizontal.

Las expresiones adelantadas por U.S. BUREAU RECLAMATION con el fin de obtener la longitud del salto hidráulico muestran que la longitud es función del número de froude (F_1) del flujo que se aproxima al salto y de la profundidad seciente (y_2).

Los resultados de las expresiones se muestran en la Figura 6.7

Por otro lado, algunos investigadores recomiendan tomar la longitud del salto hidráulico como cinco a seis punto nueve veces (5 a 6.9) la diferencia entre la profundidad seciente y la profundidad inicial del salto; ésto es:

$$L_J = (5 - 6.9) (y_2 - y_1) \quad (6-7)$$



(Gráfico tomado de Open Channel Hydraulics. Pag. 374)

FIG.6.7 Longitud del salto hidráulico: L_j

6.5.4. Altura del Salto Hidráulico: h_j

Se define la altura del salto como la diferencia entre las profundidades secunte (y_2) e inicial (y_1) del salto; ésto es:

$$h_j = (y_2 - y_1) \quad (6-8)$$

6.5.5 Perfil del Salto Hidráulico

Al igual que la longitud y la altura del salto, se hace necesario determinar el perfil de la superficie libre con el fin de dimensionar y proporcionar un borde libre a la estructura que va a contener el salto hidráulico.

El conocimiento del perfil del salto es importante para el cálculo estructural de la base de la estructura que lo va a contener. Este hecho cobra importancia cuando la estructura se localiza sobre fundaciones permeables en las cuales se presenta efecto de subpresión. La supresión es parcialmente contrarrestada por el peso de la masa de fluido involucrada en el salto y de ésta manera el peso del concreto requerido para la base de la estructura resulta de la diferencia entre las cargas de agua y de subpresión.

Investigadores como Bakhmeteff y Matzke adelantaron experiencias con el fin de determinar el perfil del salto; los resultados se resumen en la gráfica de la Figura 6.8

De otro lado, investigadores como Rajaratnam y Subramanya adelantaron experiencias con igual fin encontrando una relación única entre $y/0.75 (y_2 - y_1)$ y x/\bar{x} es la distancia horizontal desde el origen 0 hasta la sección donde la altura del salto en ese punto es $0.75 (y_2 - y_1)$.

Experimentalmente se encontró que $(x/y_1) = 5.08 F_1 - 7.82$

Los resultados de estas experiencias se resumen en la gráfica de la Figura 6.9

$\bar{x}/y_1 ?$

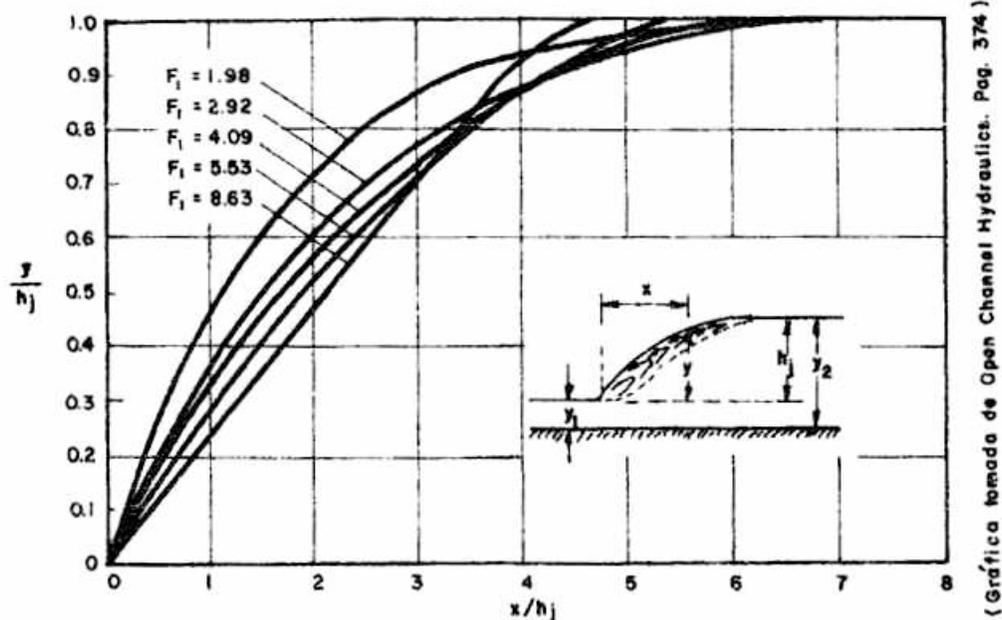


FIG.6.8 Perfil del salto hidráulico.

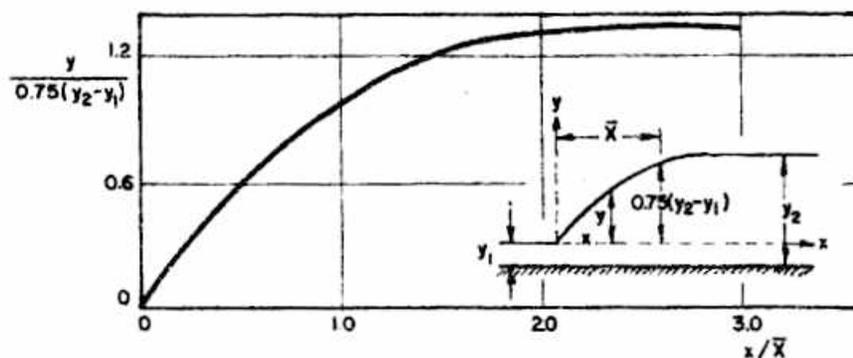


FIG.6.9 Perfil del salto hidráulico

6.5.6 Pérdida de Energía en un Salto: E

Como se mencionó anteriormente la formación de un salto hidráulico conlleva una pérdida de energía en el flujo, la cual es igual a la diferencia entre la energía específica al comienzo y al final del salto.

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \left(y_1 + \frac{(V_1)^2}{2g} \right) - \left(y_2 + \frac{(V_2)^2}{2g} \right)$$

Para un canal de sección rectangular, la expresión anterior se transforma:

$$\Delta E = (y_1 - y_2) + \frac{q^2}{2g} \left(\frac{1}{(y_1)^2} - \frac{1}{(y_2)^2} \right)$$

Conociendo que:

$$F_1 = \frac{V_1}{(g y_1)^{1/2}} = \frac{Q}{b y_1 (g y_1)^{1/2}} \implies F_1^2 = \frac{q^2}{g y^3}$$

Reemplazando en la última expresión de ΔE :

$$\Delta E = (y_1 - y_2) + \frac{(y_1)^3 (F_1)^2}{2} * \frac{(y_2)^2 - (y_1)^2}{(y_1)^2 (y_2)^2}$$

Simplificando y agrupando convenientemente:

$$\Delta E = (y_1 - y_2) \left(1 + \frac{y_1 F_1^2}{2} * \frac{y_2 + y_1}{y_2^2} \right) \quad (6-9)$$

De otro lado, la ecuación 6-3 para el caso de un canal de sección rectangular toma la forma:

$$\frac{y_1^2}{2} + \frac{q^2}{g y_1} = \frac{y_2^2}{2} + \frac{q^2}{g y_2}$$

Introduciendo la expresión F_1 :

$$\frac{y_1^2}{2} + y_1^2 F_1^2 = \frac{y_2^2}{2} + \frac{y_1^3}{y_2} F_1^2$$

Despejando para F_1^2 :

$$F_1^2 = \frac{1}{2} \frac{y_2}{y_1^2} (y_2 + y_1) \quad (6-10)$$

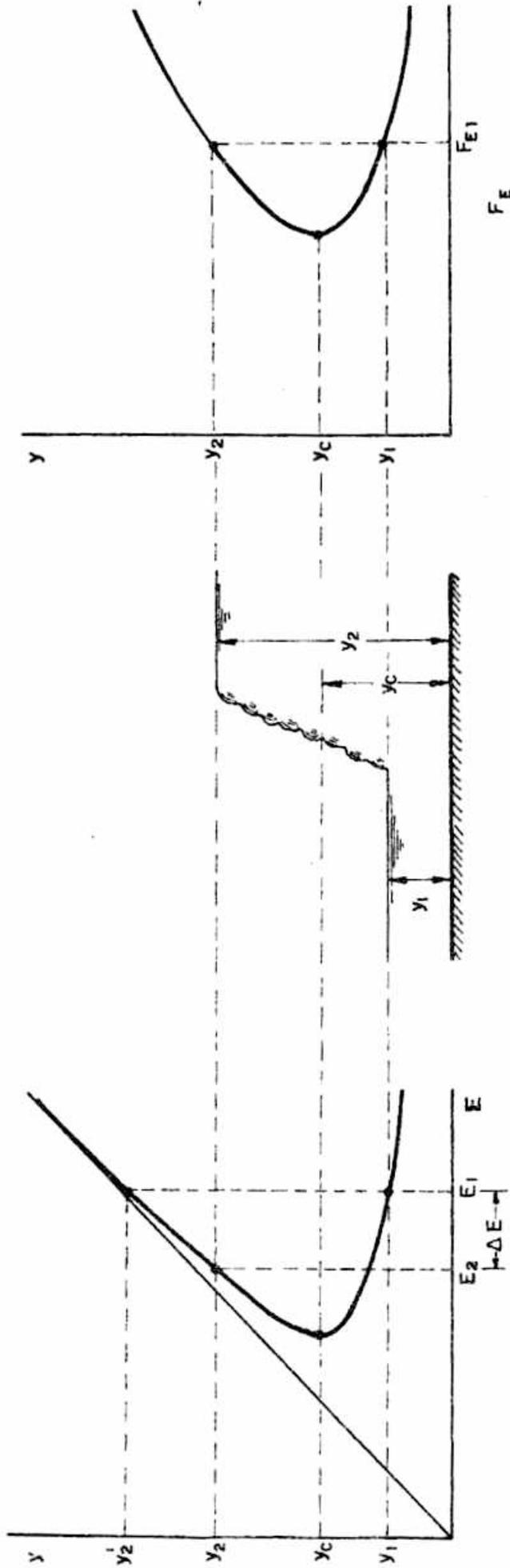
Reemplazando la ecuación 6-10 en la ecuación 6-9; agrupando y simplificando términos convenientemente:

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2} \quad (6-11)$$

En la gráfica de la Figura 6.10 se aprecia el efecto de disipación de energía del salto hidráulico.

La relación entre la energía específica del salto (E_2) y la energía específica antes del salto (E_1), se denomina eficiencia del salto hidráulico (e) y su expresión es:

$$e = \frac{E_2}{E_1} = \frac{(8 F_1^2 + 1)^{3/2} - 4 F_1^2 + 1}{8 F_1^2 (2 + F_1^2)} \quad (6-12)$$



y_1, y_2 : Profundidades inicial y secante del salto

y_1', y_2' : Profundidades secantes

ΔE : Energía disipada en el salto

FIG.6.10 Disipación de energía en un salto hidráulico

6.5.7 Localización del Salto Hidráulico

En la sección 6.5.2 se encontró la relación que deben cumplir las profundidades inicial y seciente de un salto hidráulico para que este tenga lugar; ésta relación se utiliza para la localización más o menos aproximada del salto.

El mecanismo de localización se ilustra mediante el siguiente caso:

Supóngase un canal de sección transversal de forma rectangular que tiene una pendiente de fondo S_{01} mayor que la pendiente crítica (S_c); esto es $S_{01} > S_c$.

El canal en un punto P sufre un cambio de pendiente a S_{02} , tal que $S_{02} < S_c$

Es claro que en el tramo de pendiente S_{01} se tiene un flujo supercrítico y en el tramo de pendiente S_{02} se tiene un flujo subcrítico.

Por el análisis que se presentó en el capítulo 5 (Flujo permanente y gradualmente variado) existen dos posibles perfiles de flujo (excluyentes) que pueden darse en el punto de quiebre del canal.

Si la profundidad de flujo en el punto de quiebre de pendiente del canal es mayor que la profundidad seciente que corresponde a la profundidad normal del flujo supercrítico que se aproxima, el salto se formará en un sitio aguas arriba del punto de quiebre de pendiente acompañado de una curva del tipo S_1 la cual tendrá lugar después del salto.

Caso contrario (profundidad en el punto de quiebre menor que la profundidad seciente que corresponde a la profundidad normal del flujo supercrítico que se aproxima), el salto se formará en un sitio aguas abajo del punto de quiebre acompañado de una curva del tipo M_3 la cual tendrá lugar antes del salto.

6.5.7.1 Caso de Curva M_3

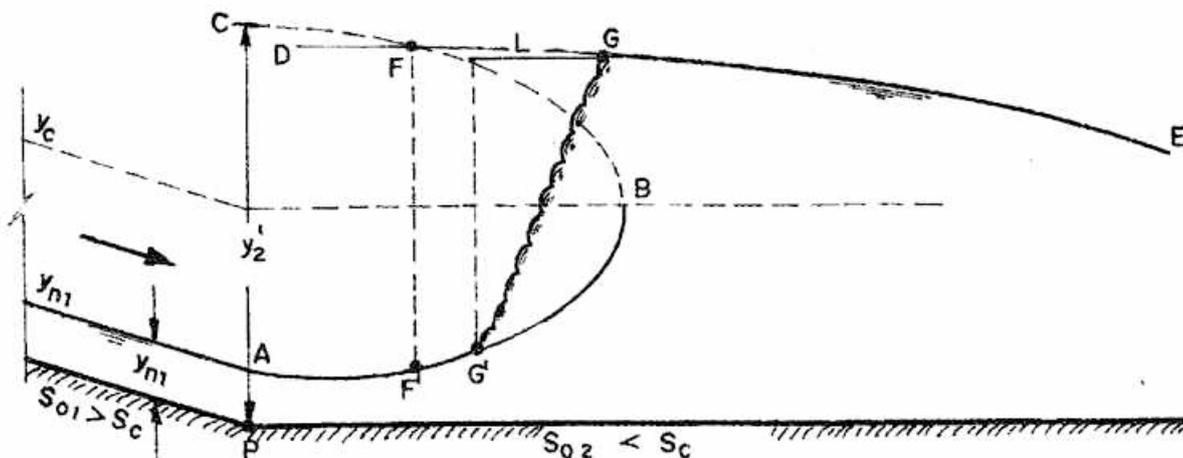


FIG.6.11 Localización del salto. Caso curva M_3

Con referencia a la Figura 6.11:

- P: Punto de quiebre de pendiente.
 S_{o1} : Pendiente del tramo supercrítico.
 S_{o2} : Pendiente del tramo subcrítico.
 $---y_c$: Línea de profundidad crítica.
 $---y_{n1}$: Línea de profundidad normal del flujo de aproximación.
 y_2' : Profundidad en el punto de quiebre.

El procedimiento de localización puede resumirse así:

- a. Cálculo y localización del perfil del flujo M_3 (Curva AB) por cualquiera de los métodos estudiados en el capítulo de flujo gradualmente variado. Es bueno recordar que el perfil M_3 no puede llegar al punto de la profundidad crítica, pues se tendría un impedimento al flujo; por tal razón antes de la profundidad crítica se forma un salto hidráulico.
- b. Cálculo y localización de la curva de profundidades secuentes al perfil M_3 (curva CB).
- c. Cálculo y localización del perfil de flujo aguas abajo del punto de quiebre (curva DE). Este perfil puede ser el que corresponde a un flujo uniforme (con este caso se tendría una profundidad normal de flujo) o a un flujo gradualmente variado; la formación de este perfil está determinada por las condiciones aguas abajo del canal. Para este caso asumiremos un perfil M_2 .
- d. Localización del punto (F) de intercepción entre la curva DE y la curva de profundidades secuentes. Descendiendo verticalmente a partir del punto F, localizar el punto F' sobre la curva M_3 .

Es claro que los puntos F' y F satisfacen la ecuación 6-6 y por lo tanto ellos constituyen las profundidades inicial y secuente del salto hidráulico respectivamente. Sin embargo, la localización del salto entre los puntos F' y F implicaría que el salto no tuviese longitud, lo cual contradice la situación que se tiene en la realidad.

Las profundidades F' y F constituyen el punto de partida para la localización aproximada del salto hidráulico.

- e. Con las profundidades F' y F se obtiene de la Figura 6.7 la longitud del salto correspondiente; esto es L.

- f. La longitud L encontrada se lleva como un intercepto horizontal entre las curvas CB y DE y se obtienen las nuevas profundidades G y G' .

- g. Si las profundidades G y G' dan lugar a una longitud de salto L' igual a la calculada en el punto E (L); el salto se localiza entre las profundidades G y G' ; o lo que es lo mismo, las profundidades G y G' satisfacen la relación de la ecuación 6-6. Caso contrario, se repite el procedimiento a partir del punto E.

El salto aquí descrito, es el mismo que tiene lugar cuando una compuerta con su extremo inferior por debajo de la línea de profundidad crítica se instala en un canal de pendiente subcrítica.

6.5.7.2 Caso de Curva S_1

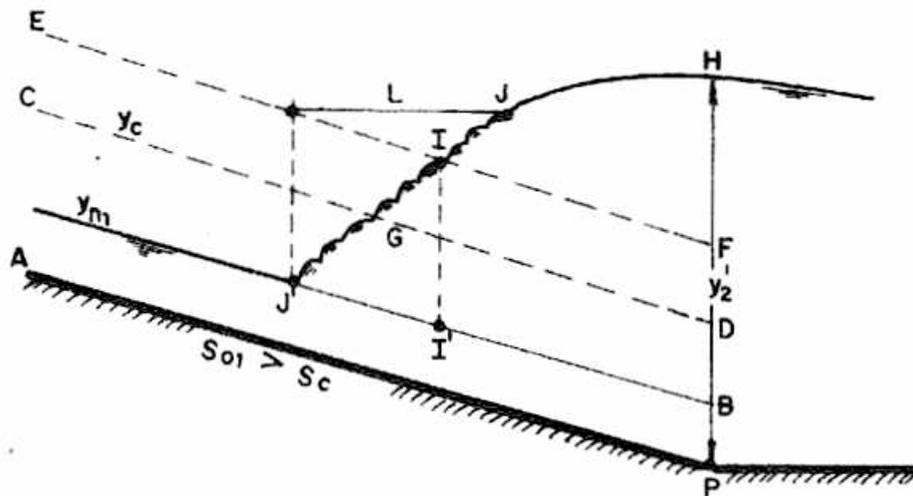


FIG.6.12 Localización del salto. Caso curva S_1

Con referencia a la Figura 6.12:

AB: Perfil de profundidad normal y_{n1} .

CD: Perfil de profundidad crítica.

EF: Perfil de profundidad seciente al perfil AB.

GH: Perfil teórico de curva S_1 (GH).

I: Punto de intersección entre la curva S_1 (GH) y la curva de profundidad seciente (EF).

L: Longitud L del intercepto horizontal.

El procedimiento de localización para este caso es semejante al descrito en el punto 6.5.7.1

6.5.8 Aplicación del Salto Hidráulico

Son variadas las aplicaciones prácticas del salto hidráulico y entre ellas se pueden mencionar:

a. En procesos de pretratamiento de aguas se provoca la formación de un salto con el fin de mezclar químicos aprovechando la turbulencia que tiene lugar en la formación del salto. Igualmente se aprovecha la turbulencia para efectos de aireación y remoción de bolsas de aire en condiciones de abastecimiento.

b. Contrarrestar la subpresión sobre la losa de fondo de una estructura al aumentarse el nivel de aguas después de la formación de un salto hidráulico

c. Recobrar nivel de agua después de que el flujo ha pasado por una estructura de aforo, tal como una canaleta Parshall o un vertedero.

d. Aprovechando la disipación de energía que tiene lugar en la formación de un salto hidráulico; este se utiliza como medio para prevenir la erosión aguas abajo de estructuras como sucede al pie del rebosadero de un embalse o después de un vertedero instalado en un canal.

La aplicación más ampliamente utilizada del salto hidráulico es la que se refiere al salto como disipador de energía.

6.5.9 Disipación de Energía por Salto Hidráulico

Toda fuente de flujo supercrítico conlleva el plantear una solución al problema de erosión que se origina por la alta velocidad de flujo. La formación de un salto hidráulico inmediatamente después de la fuente de flujo supercrítico ayudará a prevenir y a proteger la estructura aledaña del peligro de la erosión.

La estructura que contiene el salto hidráulico se denomina pozo, cuenco, lecho o colchón amortiguador y las paredes y fondo de ella deben ser revestidos de un material de alta resistencia a la erosión. Esta estructura además, debe ser diseñada de tal forma que garantice que el salto hidráulico va a permanecer dentro de ella bajo cualquier condición de flujo y nunca se desplazará en dirección aguas abajo de la estructura provocando seria erosión en el tramo de conducción no protegido contra ella.

Es por ello que el pozo amortiguador está provisto de accesorios tales como umbrales continuos o dentados, bloques o dientes, etc. que garanticen la estabilidad del salto y aumentan su eficiencia de disipación de energía.

Cuando se decide utilizar el salto como disipador de energía es necesario tener en cuenta los siguientes factores:

6.5.9.1 Posición del Salto

La posición del salto está determinada por la relación entre las profundidades:

- y_1 : Profundidad inicial del salto.
- y_2 : Profundidad secuenta del salto.
- y_2' : Profundidad aguas abajo en el canal.

En la Figura 6.13 se ilustran estas profundidades en un salto hidráulico originado por el flujo bajo una compuerta instalada en un canal de pendiente subcrítica.

Se presentan los siguientes casos:

a. $y_2 = y_2'$

Significa que el salto se formará inmediatamente después de que la profundidad inicial (y_1) tenga lugar en el flujo bajo la compuerta.

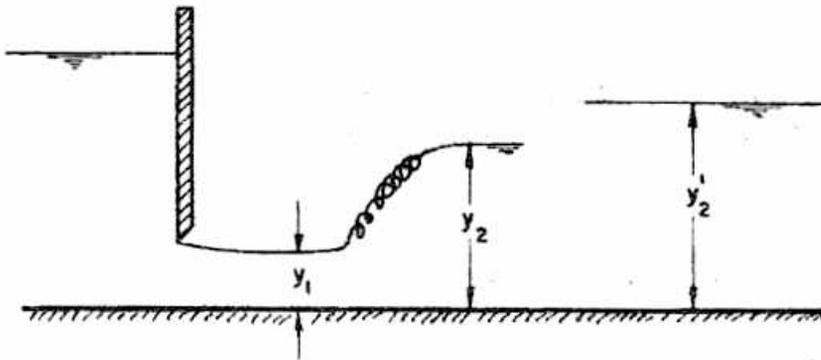


FIG.6.13 Posición del salto hidráulico

b. $y_2' < y_1$

Significa que el salto se desplazará aguas abajo de la compuerta hasta una profundidad inicial (y_1) tal que su profundidad seciente (y_2) sea igual a y_2' y la relación de la ecuación 6-6 se cumpla.

En este caso, para que el salto se forme inmediatamente después de la compuerta es necesario colocar accesorios cuyo efecto sea el de incrementar la profundidad y_2' ; tales accesorios pueden ser compuertas, levantamientos de fondo, vertederos, etc.

c. $y_2' > y_1^2$

En este caso el salto se desplazará en dirección aguas arriba y se tendrá el caso del salto ahogado o sumergido. No se presentan problemas de erosión pero el efecto de disipación de energía será bajo.

En este caso los accesorios que controlan la posición del salto tendrán por efecto disminuir la profundidad y_2' ; tales accesorios pueden ser caídas de fondo y leve inclinación del fondo en la zona del salto.

6.5.9.2 Fluctuación del Nivel Aguas Abajo: y_2'

Cuando en una estructura como un rebosadero o una compuerta circulan diferentes caudales, el nivel aguas abajo (y_2') fluctúa según el caudal Q que circule en un momento dado.

Por esta razón es necesario conocer para las diferentes descargas como es la posición relativa entre la profundidad seciente del resalto (y_2) y la profundidad aguas abajo del canal (y_2').

Para las diferentes descargas se presentan los siguientes casos:

a. $y_2 = y_2'$

Significa que para cualquier caudal que circula, el salto se formará inmediatamente después de la estructura.

b. $y_2 > y_2'$

Para cualquier caudal de salto se desplazará una longitud L en dirección aguas abajo de la fuente de flujo supercrítico.

c. $y_2 < y_2'$

Es el caso de salto sumergido o ahogado.

d. Se dá el caso de que para caudales bajos el salto se desplaza aguas abajo y para caudales altos el salto es ahogado o sumergido.

e. Se dá el caso de que para caudales bajos el salto es ahogado o sumergido y para caudales altos el salto se desplaza aguas abajo.

Los cinco casos anteriormente mencionados deben tenerse en cuenta para el diseño óptimo de un cuenco amortiguador y la colocación de los accesorios necesarios para la estabilidad de la posición del salto hidráulico. En este caso es recomendable la construcción de las curvas de $y_2 - y_2'$ Vs Q .

6.5.10 Control del Salto Hidráulico

Se mencionó en el punto anterior la necesidad de colocar en la estructura que contiene el salto hidráulico, accesorios que garanticen la formación y controlen la posición del salto.

Muchos investigadores han estudiado el efecto de control de accesorios sobre el salto utilizando para ello la teoría del análisis dimensional y la experimentación sobre modelos físicos.

6.5.10.1 Vertedero de Cresta Aguda

Se denomina de cresta aguda porque el contacto entre la lámina de agua y el vertedero es mínimo; el vertedero está constituido por una lámina que se coloca frontal al flujo.

Foster y Skride llevaron a cabo estudios acerca del control del salto hidráulico por vertedero de cresta aguda. Los resultados de sus estudios se resumen en la gráfica de la Figura 6.14

Con referencia a la Figura 6.14:

h : altura del vertedero.

H : Carga sobre el vertedero.

y_3 : Profundidad de flujo aguas abajo del vertedero.

y_1 : Profundidad inicial del salto.

y_2 : Profundidad seciente del salto.

x : Longitud del salto.

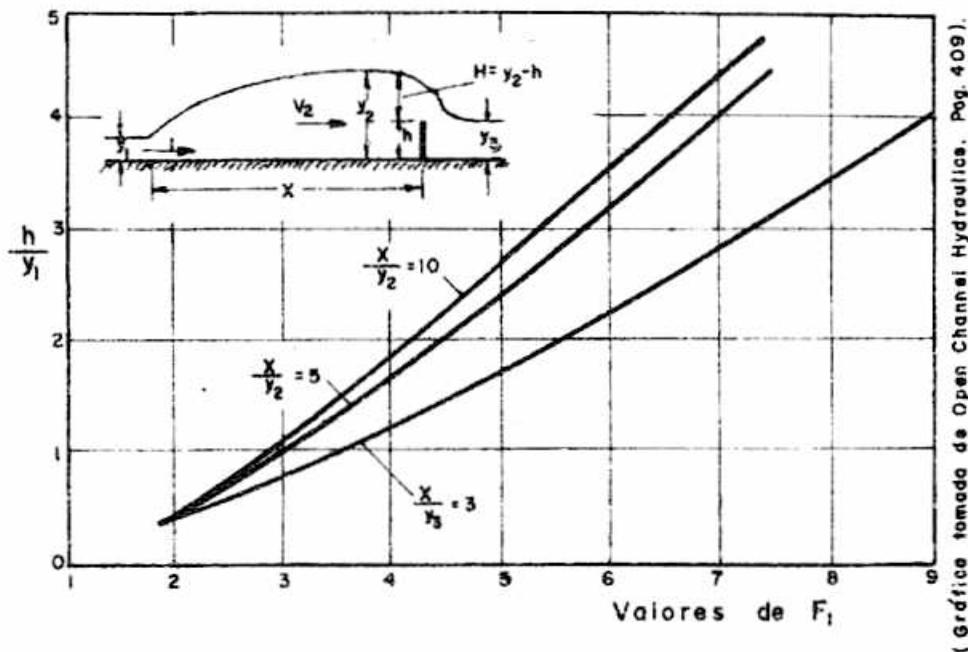


FIG.6.14 Control por vertedero de cresta aguda.

En la Figura 6.14 se muestra la relación entre el número de froude (F_1) del flujo supercrítico de aproximación y el valor de h/y_1 para valores de x/y_2 . El esquema de definición es válido para $y_3 < y_2 - 0.75 h$; situación ésta que no afectará la descarga sobre el vertedero. Para propósitos prácticos se recomienda usar la curva $x/y_2 = 5$.

El salto será controlado por el vertedero en el rango de $x/y_2 = 10$ a $x/y_2 = 3$; valores por encima de $x/y_2 = 10$ ocasionarán ahogamiento del salto y valores por debajo de $x/y_2 = 3$ darán lugar a que el salto se desplace aguas abajo.

6.5.10.2 Vertedero de Cresta Ancha

Se denomina de cresta ancha porque existe una superficie de contacto suficientemente amplia entre la lámina de agua y el vertedero.

Los resultados de los estudios experimentales de Foster y Skrinde se resumen en la Figura 6.15

Con referencia a la Figura 6.15:

- y_1, y_2 : Profundidades inicial y secunte del salto respectivamente.
- h : Altura del vertedero
- y_3 : Profundidad aguas abajo del vertedero.
- x : Longitud del salto.

En la figura 6.15 se muestra la relación entre los valores del número de Froude (F_1) del flujo de aproximación y los valores de la relación h/y_1 . La descarga sobre el vertedero no es afectada si se cumple la condición $y_3 < (2y_2 + h)/3$. En este caso $x = 5 (h + y_3)$

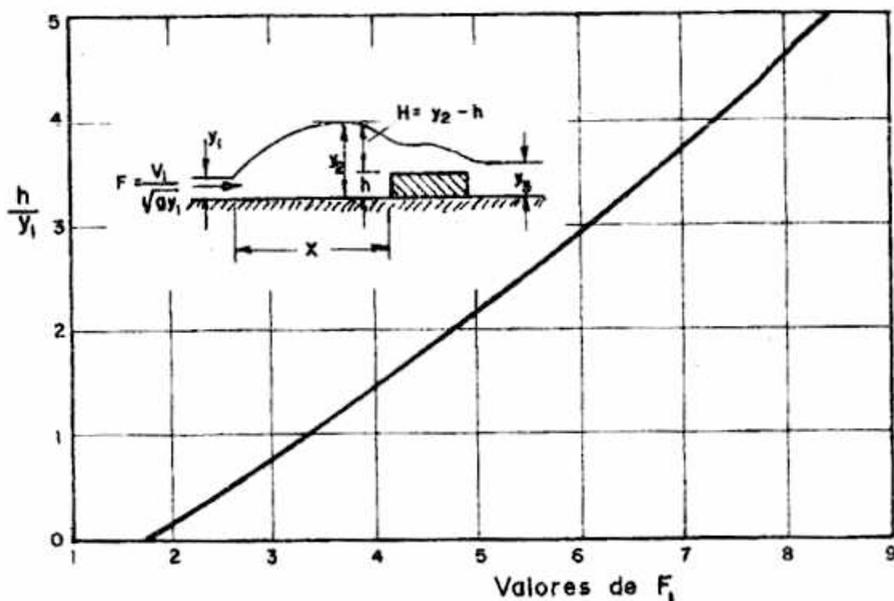


FIG.6.15 Control del Vertedero de cresta ancha
(Grafica tomada de Open Channel Hydraulics. Pag.411)

6.5.10.3 Levantamiento Abrupto de Fondo

Los resultados experimentales de Foster y Skrinde se resumen en la gráfica de la Figura 6.16

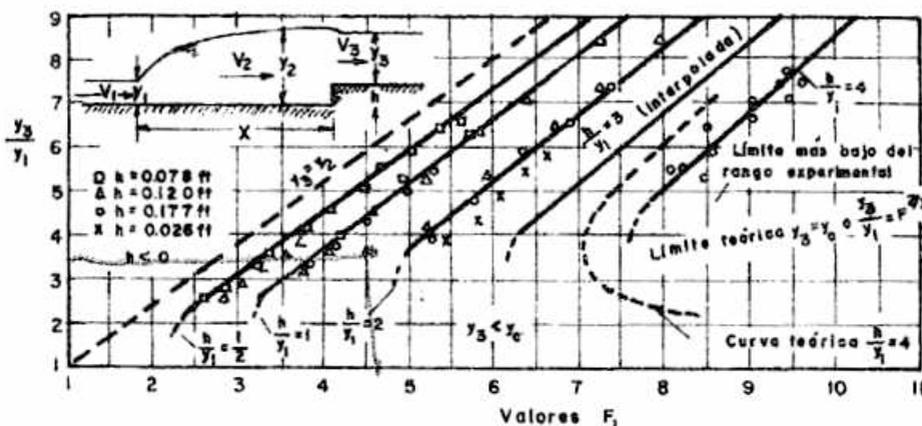


FIG.6.16 Control por levantamiento abrupto
(Gráfica tomada de Open Channel Hydraulics. Pag. 412)

Con referencia a la Figura 6.16:

- y_1, y_2 : Profundidades inicial y secunte del salto respectivamente.
- h : Altura del levantamiento de fondo.
- y_3 : Profundidad aguas abajo del levantamiento.
- x : longitud del salto; $x = 5(h + y_3)$

En la Figura 6.16 se muestra la relación entre los valores del número de Froude (F_1) del flujo supercrítico de aproximación y los valores de la relación y_3/y_1 .

El salto es controlado en el rango comprendido entre $y_3 = y_2$ y $y_3 = y_c$; por encima de $y_3 = y_2$, el salto será ahogado y por debajo de $y_3 = y_c$, el salto se desplazará aguas abajo.

El control del salto hidráulico por vertederos y levantamiento abrupto de fondo es útil cuando la profundidad seciente del salto (y_2) es mayor que la profundidad aguas abajo del canal; entonces el salto tiene la tendencia a desplazarse aguas abajo.

6.5.10.4 Caída de Fondo Abrupta

Cuando la profundidad seciente del salto (y_2) es menor que la profundidad (y_2') aguas abajo del canal el salto es ahogado o sumergido; una caída de fondo abrupta facilitará el control del salto en este caso.

Estudios y experiencias realizados por Hsu muestran que la profundidad de flujo aguas abajo de una caída puede localizarse en cualquiera de las cinco regiones que se muestran en la Figura 6-17a.

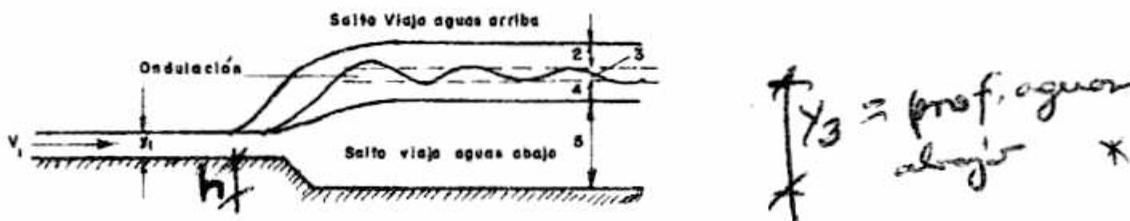


FIG.6-17a. Control por caída abrupta

En la región 1 el salto tiene la tendencia a desplazarse en dirección aguas arriba y por lo tanto será ahogado; en la región 5 el salto tiene la tendencia a desplazarse aguas abajo; en estas dos regiones el salto no es controlado por la caída abrupta de fondo y por lo tanto ~~de~~ **NO SE** recomienda para diseño. *

En la región 3 el salto será del tipo ondular y tampoco es deseable para diseño; solamente en las regiones 2 y 4 la caída controla el salto y éste será estable en estas regiones.

Los resultados de los estudios de Hsu se resumen en la gráfica de la Figura 6.17b.

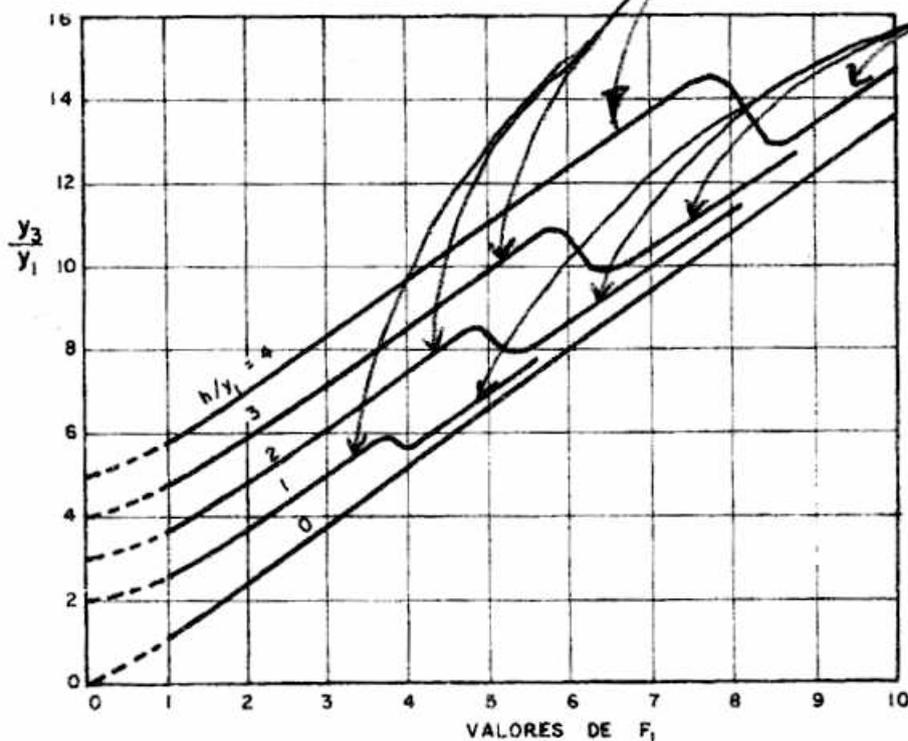


FIG.6.17b. Control por caída abrupta
 (Gráfica tomada de Open Channel Hydraulics. Pag. 413)

Esta gráfica presenta la relación entre los valores del número de Froude (F_1) del flujo de aproximación y los valores de la relación y_3/y_1 para cada valor de relación h/y_1 . Cada curva de h/y_1 presenta dos ramas bien diferenciadas: la rama de la izquierda corresponde a la posición del salto en la región 2 y la rama de la derecha a la posición del salto en la región 4.

6.5.11 Pozos Amortiguadores de Diseño Standar

Se denominan así a las estructuras de diseño generalizado que tienen por objeto la disipación de energía mediante la formación de un salto hidráulico. Estas estructuras utilizan accesorios cuyo fin es mejorar la eficiencia de disipación de energía y garantizar la estabilidad del salto.

Los accesorios en cuestión son:

a. Bloques de caída. Tiene por objeto canalizar y dividir el chorro de agua que lleva a la estructura y levantarlo un poco del fondo de la misma, obteniéndose con ello una reducción en la longitud del salto y estabilidad del mismo.

b. Umbral de salida. Este umbral puede ser continuo o dentado y su efecto es incidir aún más en la reducción de la longitud del salto.

c. Bloques de piso. Se colocan en la zona intermedia de la estructura y tienen por objeto disipar energía por impacto.

Entre las estructuras tipo más conocidas se tienen:

6.5.11.1 Cuenco Amortiguador Tipo SAF

En la Figura 6.18 se presenta un esquema de la estructura y las especificaciones de diseño.

Como características y recomendaciones de diseño de la estructura se tienen:

- Se utiliza en estructuras de drenaje de carga hidráulica baja.
- Con la utilización de accesorios se consigue una reducción del 80% en la longitud de la estructura.
- Parámetros de diseño:

F_1	L_B/y_2	y_2'/y_2
1.7 - 5.5	$4.5/(F_1)^{0.76}$	$1.1 - (F_1)^2/120$
5.5 - 11	$4.5/(F_1)^{0.76}$	0.85
11 - 17	$4.5/(F_1)^{0.76}$	$1 - (F_1)^2/800$

F_1 : Número de froude del flujo de aproximación.

L_B : Longitud de la estructura.

y_2 : Profundidad secunente del salto hidráulico.

y_2' : Profundidad aguas abajo de descarga.

- Los bloques de piso deben ocupar entre el 40 - 55% del ancho del cuenco, por lo que se anchura y espaciamento deben aumentarse en relación con la divergencia.

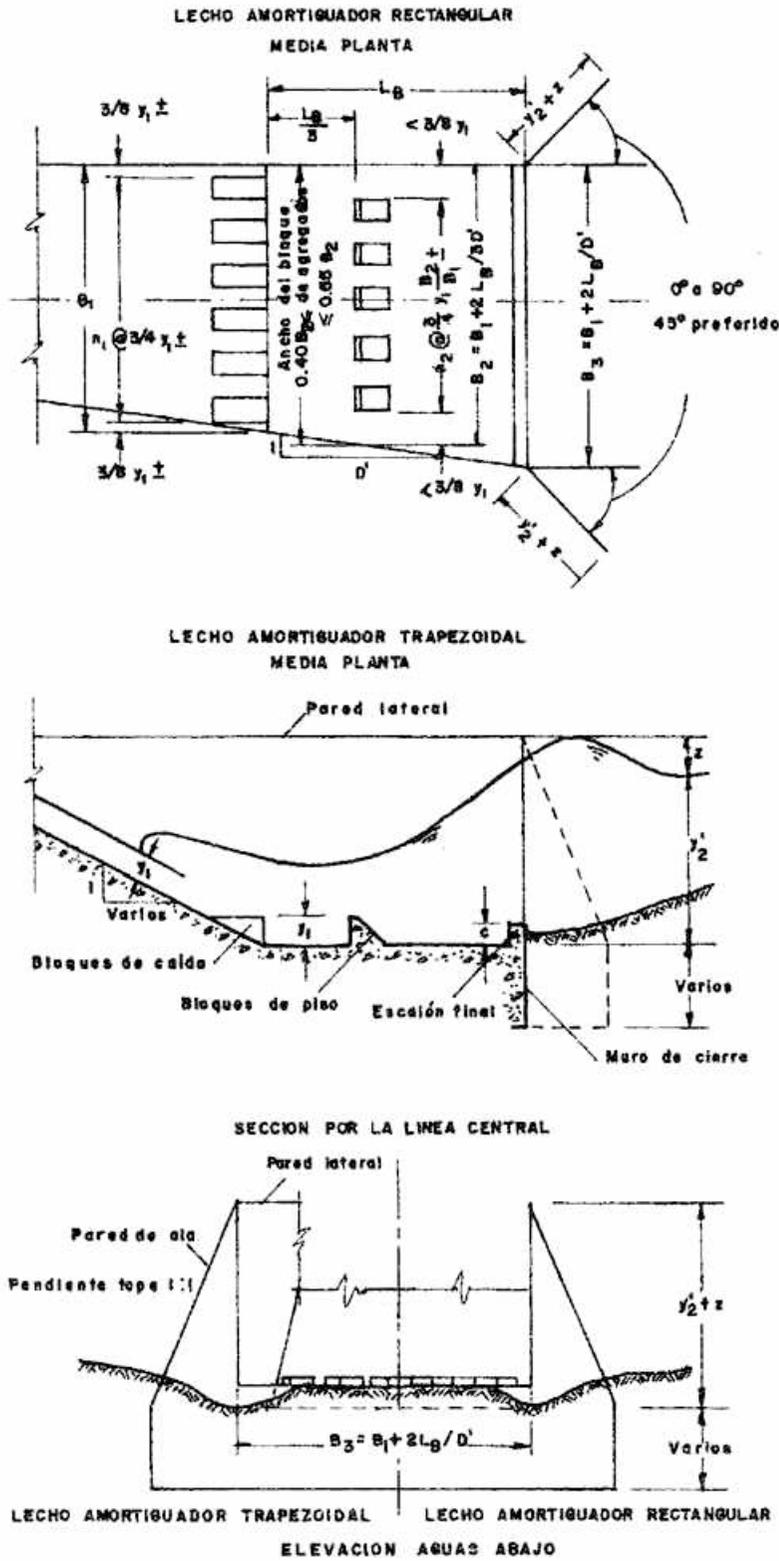
- La altura del umbral de salida es $c = 0.07 y_2$

- La altura de la pared lateral sobre la máxima profundidad de descarga aguas abajo esperada durante la vida útil de la estructura es $z = y_2/3$.

- Los muros tipo aleta deben ser de igual altura que las paredes laterales del cuenco y localizarse formando un ángulo de 45° con el eje central.

6.5.11.2 Cuenco Amortiguador Tipo USBR II

Estructura de disipación desarrollada por la BUREAU RECLAMATION de los Estados Unidos.



(Gráfica tomada de Open Channel Hydraulics. Pag. 416)

FIG.6.18 Proporciones del cuenco tipo SAF

En la Figura 6.19 se presenta un esquema de la estructura y las especificaciones de diseño.

Figura 6.19a. Presenta una vista general de la estructura y especificaciones de diseño.

Figura 6.19b. Presenta la relación entre los valores del número de froude de aproximación (F_1) y los valores y_2'/y_1 para valores de y_2'/y_2 . Esta gráfica determina el valor de la profundidad mínima de flujo aguas abajo.

Figura 6.19c. Permite calcular la longitud del salto hidráulico. Presenta la relación entre el número de froude del flujo de aproximación (F_1) y la relación L/y_2 ; y_2 ; profundidad secuente del salto.

Figura 6.19d. Presenta la relación entre el número de froude del flujo de aproximación (F_1) y el ángulo (θ) de inclinación del flujo de aproximación.

Otras características y recomendaciones de diseño de la estructura:

- Se utiliza en estructuras relativamente grandes en donde el flujo tiene un número de froude $F_1 > 4.5$
- Los bloques de entrada y el umbral de salida permiten una reducción de la longitud del salto en un 33%.
- Se recomienda utilizar en flujos con velocidades de aproximación mayores de 15 m/s.
- La profundidad de flujo aguas abajo (y_2') debe ser mayor en un 5% a la profundidad secuente del salto (y_2); ésto con el fin de garantizar la estabilidad del salto dentro del cuenco.

6.5.11.3 Cuenco USBR II con Bloques de Impacto

Cuando el flujo de aproximación tiene una velocidad menor de 15 m/s, el USBR II utiliza bloques de impacto, los cuales ayudan a la disipación de energía por el impacto del chorro contra ellos. Para velocidades mayores de 15 m/s, no se recomienda la utilización de éstos bloques dado que se encontrarían expuestos a su destrucción por efecto de cavitación.

En la Figura 6.20 se presenta un esquema de la estructura y sus especificaciones de diseño.

Figura 6.20a. Vista general de la estructura y especificaciones de diseño.

Figura 6.20b. Relación entre los valores del número de froude (F_1) del flujo de aproximación y los valores de y_2'/y_1 . Esta gráfica determina los valores mínimos de la profundidad de flujo (y_2') aguas abajo.

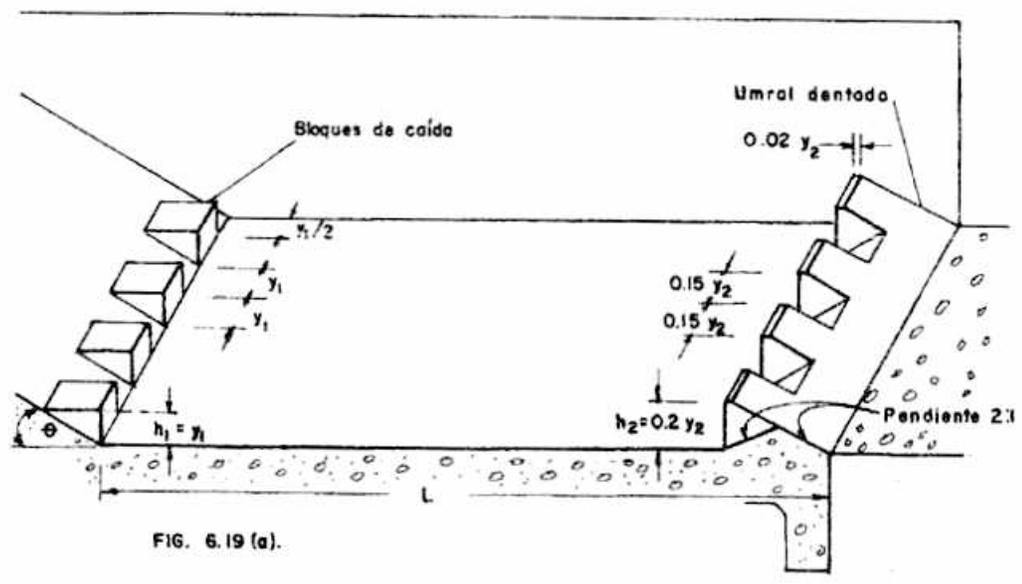


FIG. 6.19 (a).

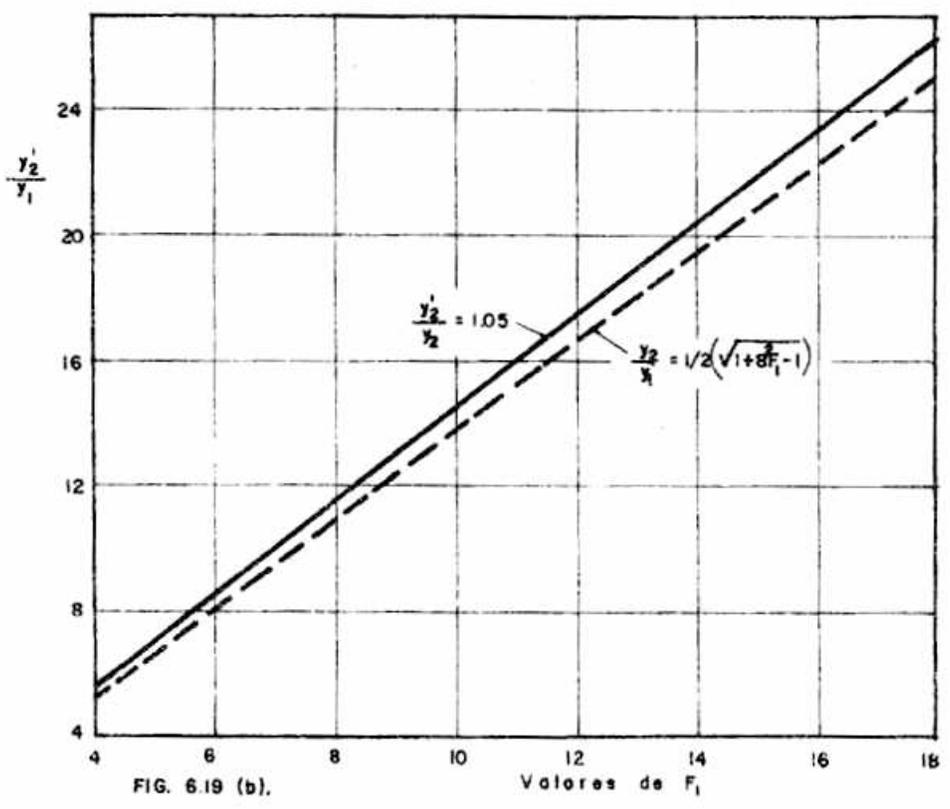


FIG. 6.19 (b).

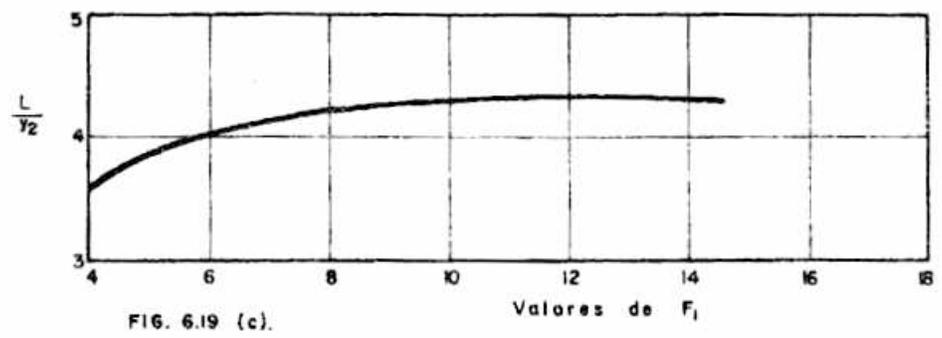


FIG. 6.19 (c).

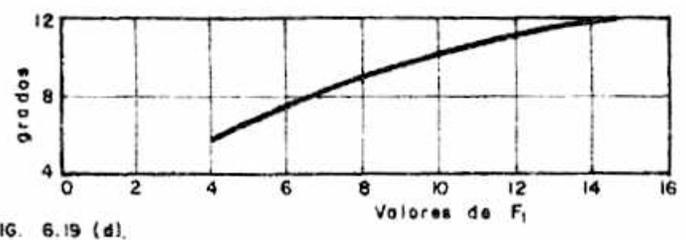


FIG. 6.19 (d).

(Gráfica tomada de "Proyecto Pequeños Presas" pag. 297)

FIG.6.19 Cuenco amortiguador USBR II

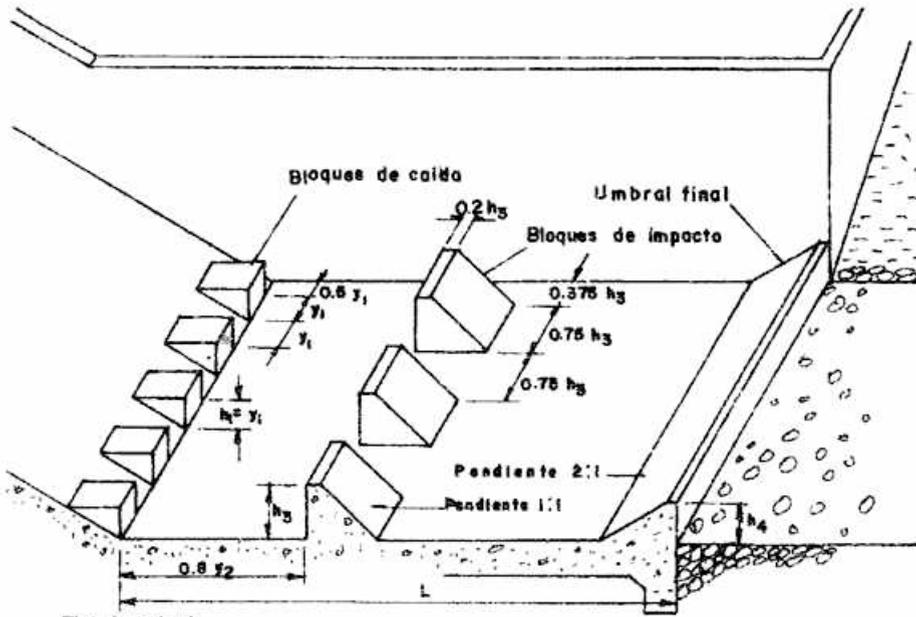


FIG. 6.20 (a)

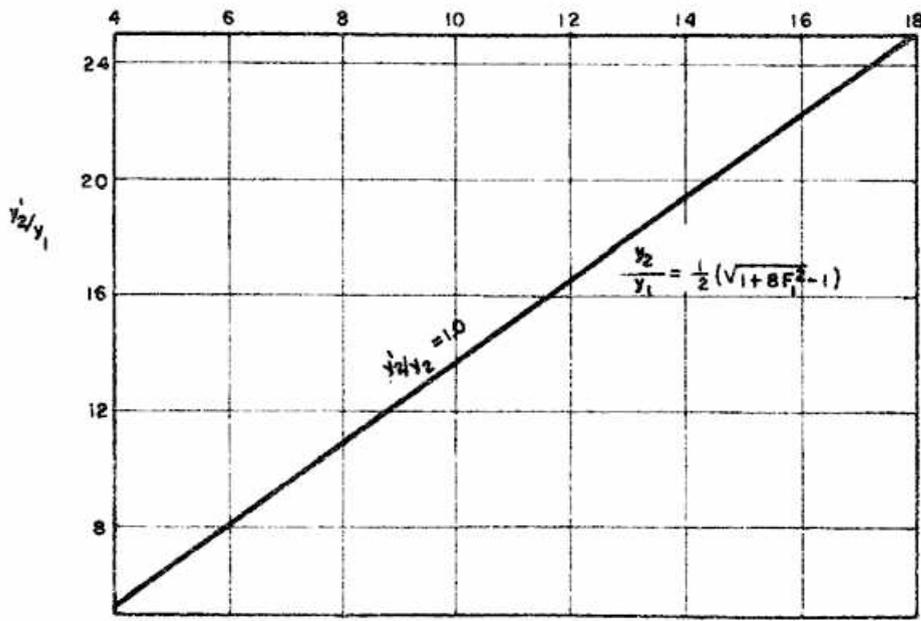


FIG. 6.20 (b) Valores de F_1

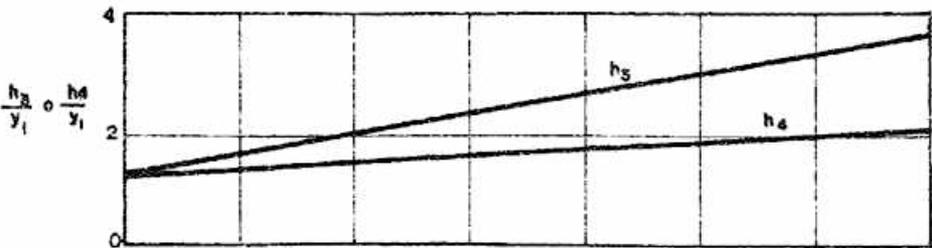


FIG. 6.20 (c) Valores de F_1

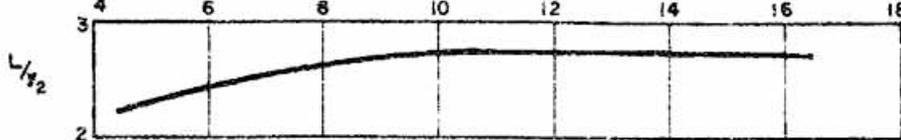


FIG. 6.20 (d) Valores de F_1

(Tomado de "Proyecto Pequeñas Presas" pag 225)

FIG.6.20 Cuenco USBR II en bloques de impacto

Figura 6.20c. Relación entre los valores del número de froude (F_1) del flujo de aproximación y los valores de $h_3/y_1 - h_4/y_1$. Esta gráfica determina los valores de la altura (h_3) de los bloques de impacto y la altura (h_4) del umbral de salida.

Figura 6.20d. Relación entre los valores del número de froude (F_1) del flujo de aproximación y los valores de L/y_2 . Determina la longitud del salto hidráulico: L

6.5.11.4 Cuenco USBR IV

Estructura también desarrollada por la BUREAU RECLAMATION de los Estados Unidos.

En la Figura 6.21 se presenta un esquema de la estructura y las especificaciones de diseño.

Figura 6.21a. Vista general de la estructura y especificaciones de diseño.

Figura 6.21b. Relación entre los valores del número de froude (F_1) del flujo de aproximación y los valores de y_2/y_1 . Determina el valor mínimo de la profundidad aguas abajo (y_2').

Figura 6.21c. Relación entre los valores del número de froude (F_1) del flujo de aproximación y los valores de L/y_2 . Determina la longitud (L) del salto hidráulico.

Otras características y recomendaciones de diseño:

- Estructura recomendada para flujo con $2.5 < F_1 < 4.5$; reduce el efecto de onda que ocasiona los saltos hidráulicos oscilantes.
- Se recomienda un ancho de bloque de entrada igual a $0.75 y_1$ preferiblemente.
- Para garantizar la formación del salto dentro de la estructura se recomienda que la profundidad de flujo aguas abajo (y_2') sea mayor en un 5-10% que la profundidad seciente (y_2) del salto.

6.6 ESTRUCTURA DE CAIDA

En la Figura 6.22 se presenta un esquema de la estructura de caída.

Con referencia a la Figura 6.22 se tiene:

- h_1 : Profundidad de flujo aguas arriba del umbral de entrada de la caída.
- q : Caudal por unidad de ancho.
- y_c : Profundidad crítica.
- y_o : Profundidad de flujo a la entrada de la estructura de caída.
- h : Altura de la caída.

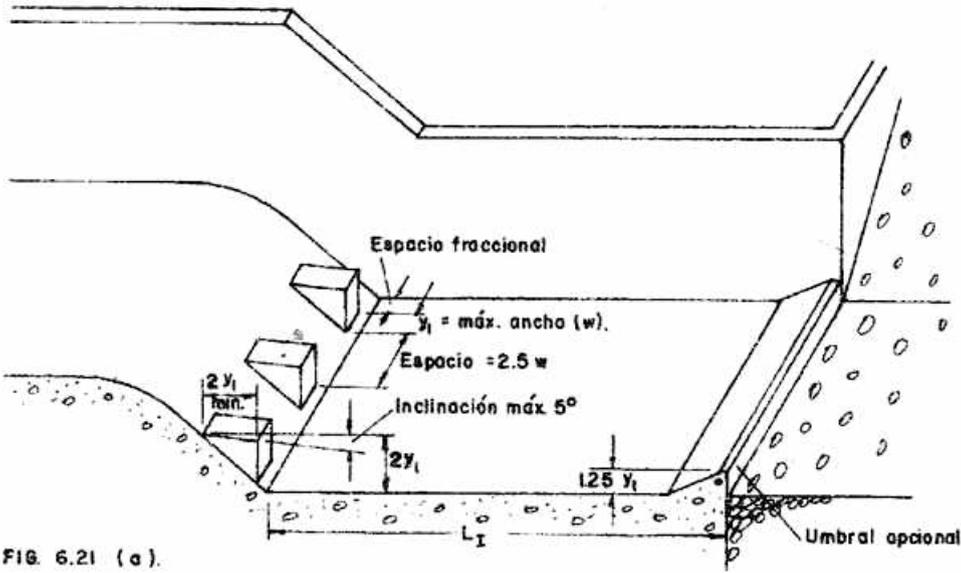


FIG. 6.21 (a).

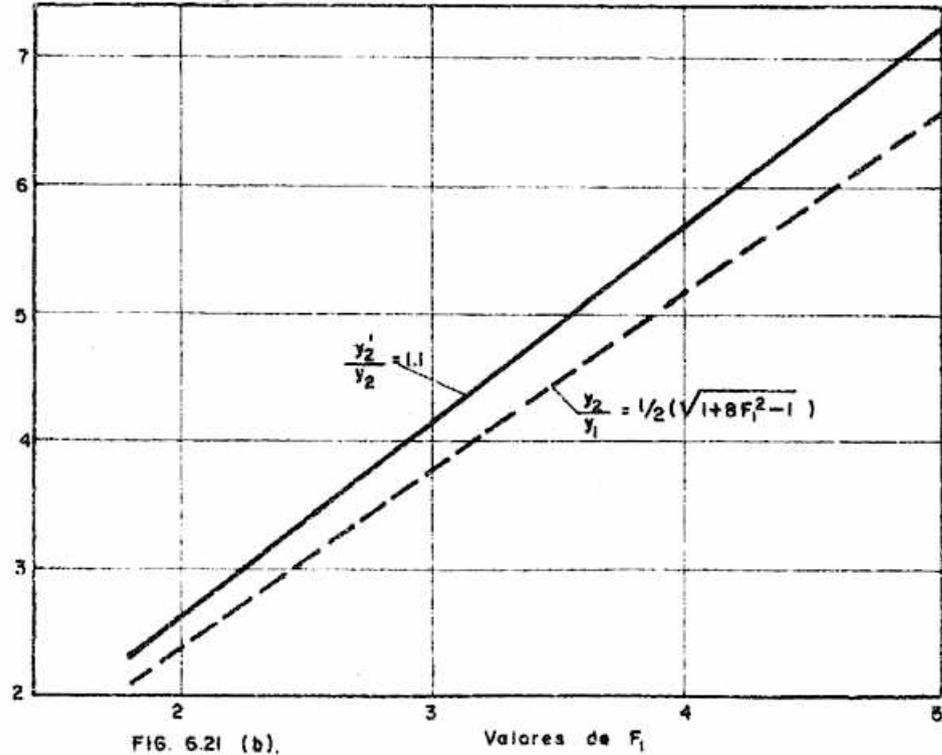


FIG. 6.21 (b).

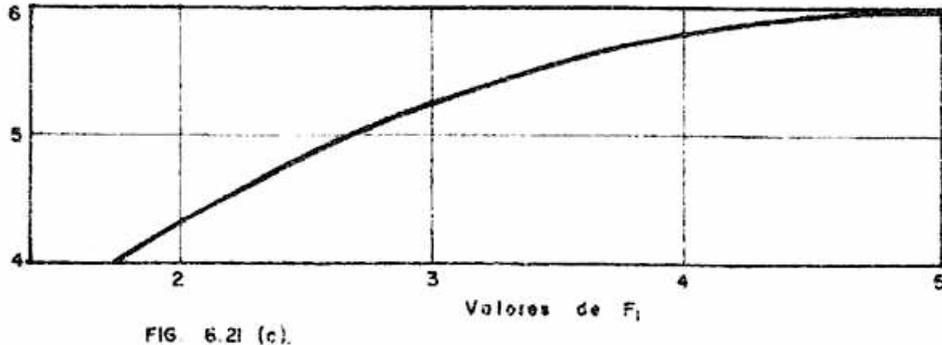


FIG. 6.21 (c).

[Tomada de "Proyecto Pequeñas Presas" Pag.294]

FIG.6.21 Cuenco amortiguador USBR IV

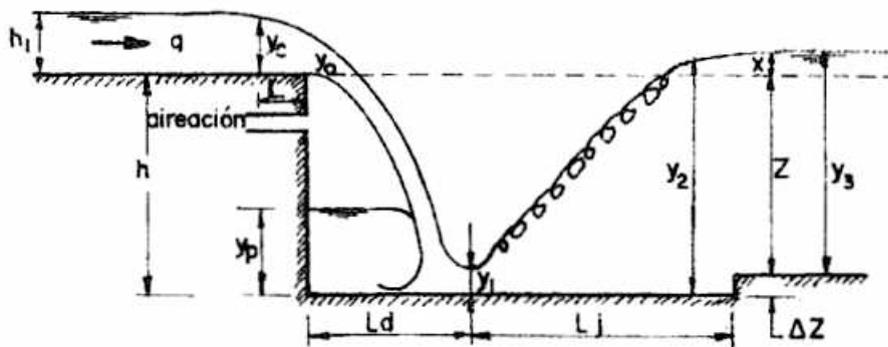


FIG.6.22 Estructura de caída

L_d : Longitud de la caída.

L_j : Longitud del salto.

y_1, y_2 : Profundidades inicial y secuente del salto.

Z : Diferencia de fondo en el canal antes y después de la estructura de caída.

y_3 : Profundidad de flujo aguas abajo.

y_p : Profundidad del pozo del flujo muerto.

6.6.1 Usos

La estructura de caída se utiliza cuando en el alineamiento de un canal se presentan desniveles de fondo a causa de accidentes topográficos. Se recomienda la estructura para diferencias de fondo mayor de 1 m; el esquema de la Figura 6.22 se recomienda para flujos de aproximación con números de froude (F_1) menores de 2.5. Para F_1 mayores a 2.5 se recomienda la estructura de caída con pozo de amortiguación de diseño standard.

6.6.2 Recomendaciones de Diseño

a. Los parámetros de diseño de la estructura de caída se expresan en función del parámetro adimensional denominado "Número de Caída: D ".

$$D = \frac{q^2}{g h^3} \quad (6-13)$$

Las expresiones para los demás parámetros de diseño son:

$$\frac{L_d}{h} = 4.30 D^{0.27} \quad (6-14)$$

$$\frac{y_p}{h} = D^{0.22} \quad (6-15)$$

$$\frac{y_1}{h} = 0.54 D^{0.425} \quad (6-16)$$

$$\frac{y_2}{h} = 1.66 D^{0.27} \quad (6-17)$$

$$L_J = 6.9 (y_2 - y_1) \quad (6-18)$$

b. Para garantizar la permanencia del salto hidráulico dentro del cuenco de la estructura de caída es necesario construir un umbral de salida de altura ΔZ :

$$\Delta Z = \frac{1}{6} y_2 \quad (6-19)$$

c. Para que el salto hidráulico no se desplace en dirección aguas arriba y ahogue la estructura de caída se recomienda que $X \leq 0.6 y_c$

d. La distancia L , en dirección aguas arriba, a partir del umbral de entrada de la caída a la cual se presenta la profundidad crítica es:

$$L = (3-4) y_c$$

e. La relación entre la profundidad crítica (y_c) y la profundidad (y_o) en el umbral de entrada de la unidad es:

$$\frac{y_o}{y_c} = 0.75$$

f. La lámina de agua que cae desde el umbral de entrada hasta el fondo del cuenco, debe ser aireada con el fin de que no se produzcan vibraciones de la lámina vertiente. Si la aireación no se garantiza deben instalarse orificios de ventilación cuya capacidad de suministro de aire es:

$$q_{\text{aire}} = \frac{0.1 q}{(y_p/h_1)^{1.5}} \quad (6-20)$$

La BUREAU RECLAMATION de los Estados Unidos ha desarrollado una variante para la estructura de caída, introduciendo bloques intermedios para disipación de energía por impacto.

En la Figura 6.23 se presenta un esquema de esta estructura.

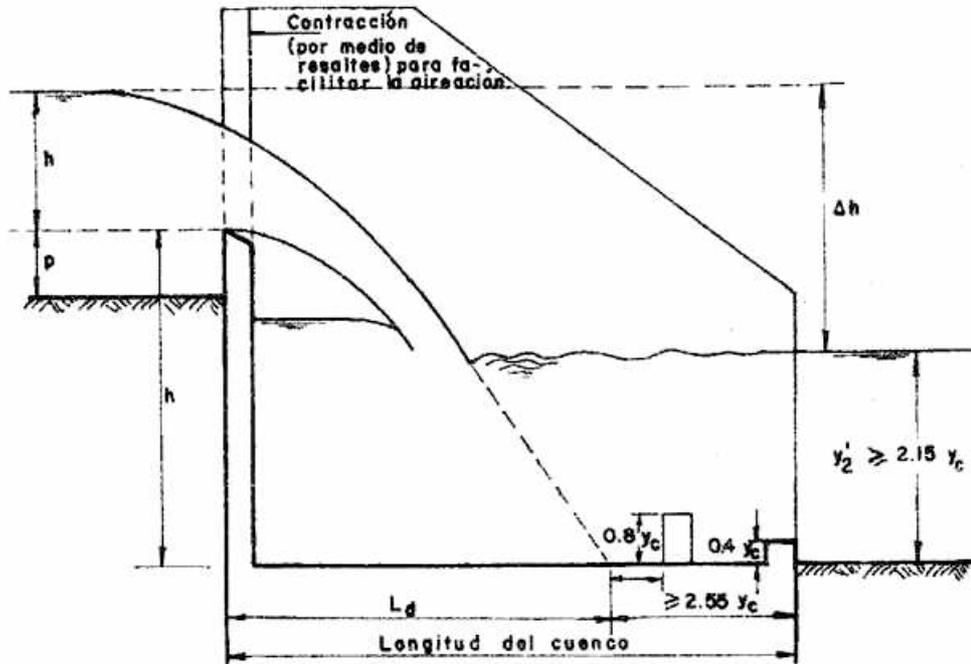


FIG.6.23 Estructura de caída en bloques de impacto.

(Gráfico tomada de "Principios y Aplicaciones del Drenaje.
Vol. IV, pag. 211).

Las recomendaciones de diseño de la estructura son:

- Longitud mínima del cuenco: $L_B = L_d + 2.55 y_c$
- Longitud del cuenco aguas arriba de los bloques = $l_d + 0.8 y_c$
- Profundidad mínima aguas abajo: $y_2' > 2.15 y_c$
- Altura óptima de los bloques: $0.8 y_c$
- Ancho y espaciamiento de bloques = $0.4 y_c$
- Altura óptima del umbral de salida = $0.4 y_c$

6.7 VERTEDERO DE CRESTA AGUDA

6.7.1 Definición

El vertedero de cresta aguda consiste de una placa vertical delgada que se instala en una posición perpendicular a la dirección de flujo. Este dispositivo se utiliza para medir caudales en corrientes de agua con un alto grado de precisión.

Cuando el ancho L de la cresta del vertedero es igual al ancho b del canal de aproximación, se dice que el vertedero no tiene contracciones laterales; caso contrario, el vertedero puede ser de una (1) o dos (2) contracciones laterales. La escotadura del vertedero puede ser de forma rectangular, triangular, parabólica, circular, etc.

En la Figuras 6.24a y 6.24b se ilustra un esquema de definición de un vertedero de cresta aguda de forma rectangular y contracciones laterales.

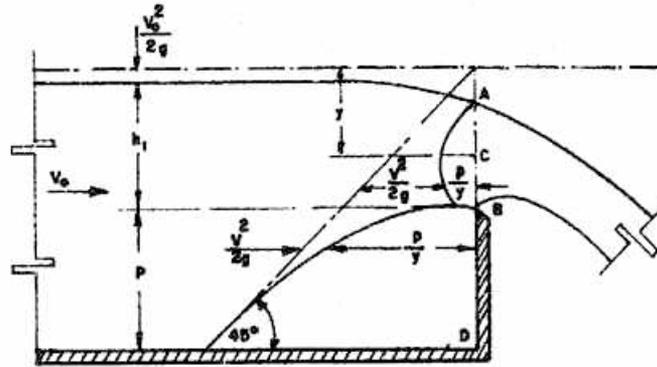


FIG.6.24a

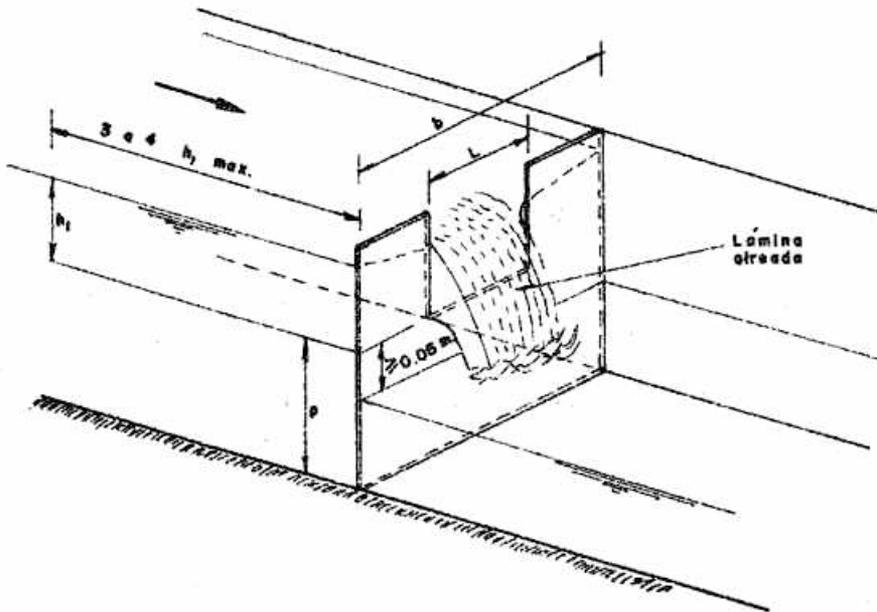


FIG.6.24b Vertedero de cresta aguda

Con referencia a la Figura 6.24a:

- P: Altura del vertedero con respecto al fondo del canal.
 h_1 : Carga sobre la cresta del vertedero.
 V_0 : Velocidad de aproximación de flujo.
 $(V_0)^2$: Cabeza de velocidad de aproximación.
 $\frac{\quad}{2g}$

AB: Perfil de distribución de presiones.

Con referencia a la Figura 6.24b:

b: Ancho o plantilla del canal de aproximación.

L: Longitud de la cresta del vertedero.

6.7.2 Determinación del Caudal

De una forma similar a como se obtuvo la ecuación 2-34 para la descarga Q sobre un vertedero de cresta ancha se obtiene la expresión para la descarga sobre un vertedero de cresta aguda de forma rectangular y sin contracciones laterales; esto es:

$$Q = \frac{2}{3} (2g)^{0.5} L (h_1)^{1.5} \quad (6-21)$$

La anterior ecuación es la expresión del caudal teórico que circula por el vertedero pues no considera las pérdidas de energía por rozamiento, la contracción de la lámina de agua sobre el vertedero y no se ha tenido en cuenta la cabeza de velocidad del flujo de aproximación.

El caudal real se obtiene al afectar la ecuación 6-21 por un coeficiente de descarga C , esto es:

$$Q_R = C \frac{2}{3} (2g)^{0.5} L (h_1)^{1.5} \quad (6-22)$$

6.7.3 Recomendaciones de Diseño

- Una vez que el agua fluye sobre el vertedero se forma una cavidad aireada entre la lámina de agua vertiente y la cara del lado aguas abajo del vertedero; cavidad ésta donde el aire es continuamente removido por la lámina vertiente siendo necesario mantenerla completamente aireada, porque de lo contrario, se tendrá un chorro vibrante ocasionando un flujo inestable.

Se garantiza una aireación suficiente si el nivel del agua, aguas abajo del vertedero, está 0.05 m por debajo del nivel de la cresta del vertedero como mínimo.

- El espesor del vertedero de cresta aguda (longitud horizontal del vertedero en la dirección de flujo) debe ser de 0.01 a 0.02 m. La cara aguas arriba del vertedero debe ser lisa y completamente vertical terminando en la parte superior en un borde agudo.

La superficie biselada de la cara aguas abajo del vertedero debe tener un ángulo de inclinación no menor de 45 grados.

- En general, el canal de aproximación al vertedero es de forma

rectangular. Pero cuando el canal de aproximación es suficientemente largo, esto es:

$$b (h_1 + p) \geq 10 L h_1$$

Lo cual permite desprestigiar la cabeza de velocidad del flujo de aproximación y el vertedero presenta contracciones laterales, la forma de la sección transversal de flujo del canal de aproximación no tiene importancia.

- Para un vertedero de cresta aguda de forma rectangular y con contracciones laterales, se tienen las siguientes recomendaciones entre sus elementos de diseño:

$$b - L \geq 4 h$$

$$h_1/p \leq 0.5$$

$$h_1/L \leq 0.5$$

$$0.07 \text{ m} \leq h_1 < 0.60 \text{ m}$$

$$L \geq 0.30 \text{ m}$$

$$p \geq 0.30 \text{ m}$$

- La estación de medición de la altura de agua (h_1) sobre la cresta del vertedero debe instalarse a una distancia aguas arriba del vertedero igual a 3 a 4 veces h_1 máximo.

- El valor mínimo recomendado de h_1 es 0.03 m

- Si $h_1/p > 5$ se tendrá flujo crítico en el canal de aproximación del vertedero y de esta manera el vertedero no se constituye en una sección de control. Se recomienda un valor máximo de $h_1/p = 2$ y un valor mínimo de p igual 0.10 m.

- Kindvater - Carter, han propuesto una expresión general para el canal Q sobre el vertedero que tiene en cuenta el número de contracciones laterales:

$$Q = C_E \frac{2}{3} (2g)^{0.5} (L_E)^{1.5}$$

en donde:

$$L_E = L + K_b$$

L_E : Longitud efectiva de la cresta del vertedero.

K_b : Es función de la relación L/b

$$h_E = h_1 + K_h$$

h_E : Carga efectiva sobre el vertedero.

K_h : 0.001 m para todos los valores de L/b y h_1/p

C_E : Coeficiente efectivo de descarga sobre el vertedero.

En las Tablas 6-1 y 6-2 se presentan los valores de K_b y C_E respectivamente.

TABLA 6.1 Valores de K_b recomendados por el Institute of Technology by Kindsvater and Carter 1957

Relación L/b	$K_b : m$
0	0.0024
0.1	0.0024
0.2	0.0024
0.3	0.0025
0.4	0.0027
0.5	0.0030
0.6	0.0037
0.7	0.0041
0.8	0.0043
0.9	0.0037
1.0	0.0009

TABLA 6.2 Valores de C_E recomendados por Georgia Institute of Technology

Relación L/b	C_E
1.0	0.602 + 0.075 (h_1/p)
0.9	0.599 + 0.064 (h_1/p)
0.8	0.597 + 0.045 (h_1/p)
0.7	0.595 + 0.030 (h_1/p)
0.6	0.593 + 0.018 (h_1/p)
0.5	0.592 + 0.011 (h_1/p)
0.4	0.591 + 0.0058 (h_1/p)
0.3	0.590 + 0.0020 (h_1/p)
0.2	0.589 - 0.0018 (h_1/p)
0.1	0.588 - 0.0021 (h_1/p)
0.0	0.587 - 0.0023 (h_1/p)

6.8 ALIVIADEROS

6.8.1 Definición

El aliviadero es una estructura hidráulica cuyo perfil en la dirección de flujo corresponde a la superficie libre inferior de la lámina vertiente de un vertedero de cresta aguda. El perfil de la estructura debe ser tal, que

permita conducir la lámina vertiente sin ocasionar desprendimiento de la misma y sin que tenga lugar la formación de regiones con presiones reducidas que puedan ocasionar el fenómeno de cavitación.

En la Figura 6.25 se presenta un esquema de definición de un aliviadero.

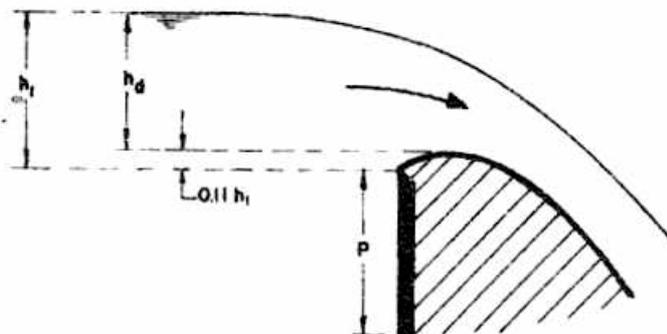


FIG.6.25 Esquema de aliviadero

Con referencia a la Figura 6.25:

h_d : Carga de diseño sobre la cresta del aliviadero.

h_1 : Carga sobre la cresta del vertedero de cresta aguda.

p : Altura del vertedero de cresta aguda en relación con el fondo del canal.

6.8.2 Consideraciones Generales

Cuando la cresta del aliviadero opera con una cabeza (h_0) menor que la de diseño (h_d), la lámina vertiente presentará una trayectoria más indicada dando lugar a presiones positivas en la zona de la cresta del aliviadero, lo cual conlleva a una reducción en el coeficiente de descarga de la estructura.

Cuando opera con una cabeza (h_1) más grande que la de diseño, se tendrán zonas de presiones negativas sobre la cresta del aliviadero, lo cual conlleva a un aumento del coeficiente de descarga.

H.Rouse, L.Reid y O.Dillman adelantaron experiencias tendientes a cuantificar la presión mínima sobre la cresta del aliviadero como una función de la relación entre la cabeza de operación (h_1) y la cabeza de diseño (h_d): h_1/h_d ; los resultados de las experiencias se resumen en el gráfico de la Figura 6.26

La U.S.BUREAU RECLAMATION Y U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS adelantaron experiencias con el fin de determinar los perfiles de aliviaderos de funcionamiento hidráulico eficiente; estos perfiles se conocen como aliviaderos standard tipo WES. Las experiencias adelantadas permitieron obtener la ecuación general del perfil del aliviadero correspondiente a la superficie inferior de la lámina vertiente.

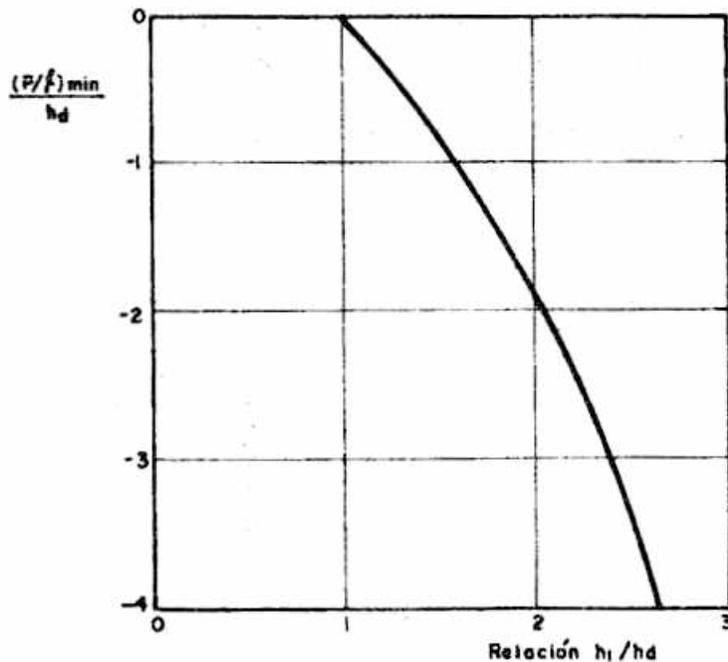


FIG.6.26 Presi3n m3nima sobre aliviadero

La ecuaci3n general del perfil tiene la forma:

$$\left(\frac{x}{h_d}\right)^n = K \frac{y}{h_d} \quad (6-23)$$

en donde:

x, y : Son los ejes coordenados con origen en la cresta del aliviadero.

h_d : Cabeza de dise1o.

K, n : Son coeficientes cuyos valores dependen de la velocidad del flujo de aproximaci3n al vertedero y de la inclinaci3n de la cara aguas arriba del aliviadero. Para velocidades de aproximaci3n relativamente bajas, los valores de K, n son:

Inclinaci3n cara aguas arriba	K	n
0	2	1.85
(v) 3 : 1 (H)	1.936	1.836
(v) 3 : 2 (H)	1.939	1.810
(v) 1 : 1 (H)	1.873	1.776

v: vertical; H: horizontal

En la Figura 6.27 se presenta un esquema de los aliviaderos standar tipos WES. Con referencia a esta figura:

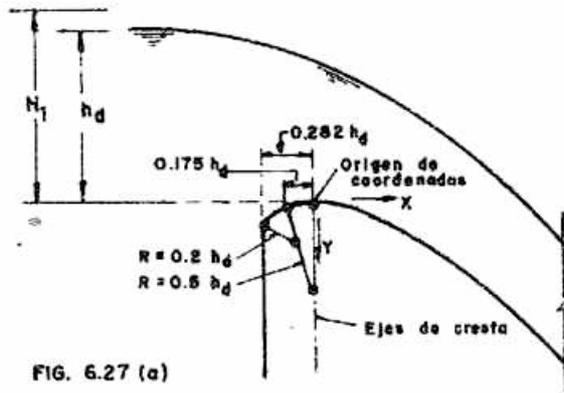


FIG. 6.27 (a)

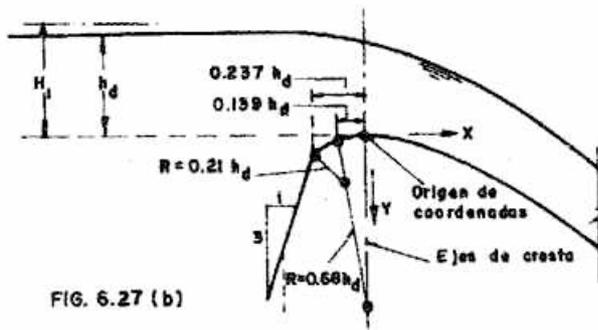


FIG. 6.27 (b)

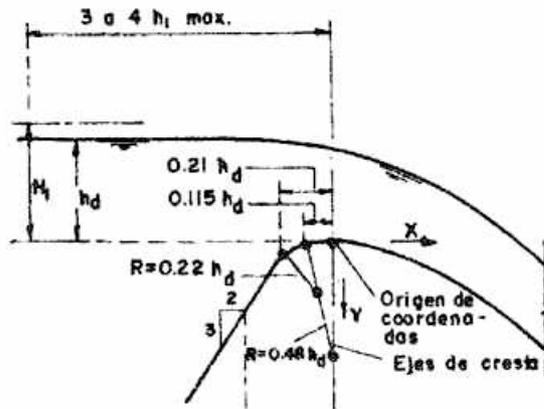


FIG. 6.27 (c)

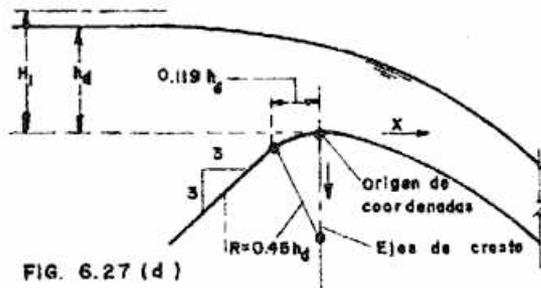


FIG. 6.27 (d)

FIG.6.27 Aliviaderos Standard tipo WES

Figura 6.27a. Aliviadero de pared (aguas arriba) vertical. Ecuación de la superficie inferior de la lámina vertiente (ecuación del perfil del aliviadero):

$$\left(\frac{x}{hd} \right)^{1.85} = 2 \frac{y}{hd}$$

Figura 6.27b. Aliviadero de pared (aguas arriba) inclinada:

$$v = 3; H = 1$$

Ecuación del perfil del aliviadero:

$$\left(\frac{x}{hd} \right)^{1.836} = 1.936 \frac{y}{hd}$$

Figura 6.27c. Aliviadero de pared (aguas arriba) inclinada:

$$v = 3; H = 2$$

Ecuación del perfil del aliviadero:

$$\left(\frac{x}{hd} \right)^{1.81} = 1.936 \frac{y}{hd}$$

Figura 6.27d. Aliviadero de pared (aguas arriba) inclinada:

$$v = 3; H = 3$$

Ecuación del perfil del aliviadero:

$$\left(\frac{x}{hd} \right)^{1.776} = 1.873 \frac{y}{hd}$$

6.8.3 Determinación del Caudal

La expresión general para un aliviadero es:

$$Q = 1.7 C_d b (H_1)^{1.5} \tag{6-24}$$

en donde:

Q: Caudal que circula por el aliviadero.

b: Ancho efectivo del aliviadero.

H₁: Cabeza de energía sobre la cresta del aliviadero, ésto es:

$$H = h_d + \frac{v^2}{2g}$$

Cd: Coeficiente de desarga; $C_d = C_o, C_1, C_2$

Cuando $P/h_d \geq 1.33$ el efecto de la velocidad de aproximación es despreciable y además si $H_1 \approx h_d$, el valor de $C_o = 1.30$. El valor de C_1 es función de la relación P/h_d y H_1/h_d . Los valores de C_1 se presentan en la Figura 6.28 para aliviaderos con pared vertical en la dirección aguas arriba.

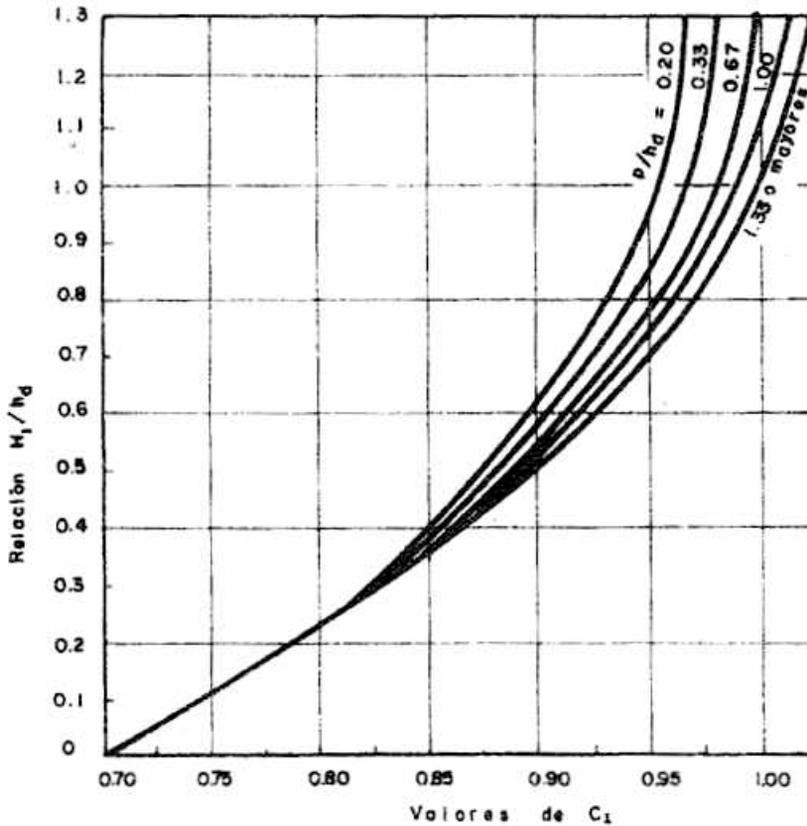


FIG.6.28 Valores de C_1

El valor de C_2 es función de la relación P/h_1 y del grado de inclinación de la pared aguas arriba; sus valores pueden obtenerse de la Figura 6.29

6.8.4 Recomendaciones de Diseño

- Para evitar presiones negativas sobre la cresta del aliviadero, que puedan causar problemas de cavitación y vibración de la estructura, se recomienda un valor mínimo de la presión igual a -0.4 kg/cm^2 .

- La cabeza h_1 , aguas arriba de la cresta del vertedero, debe medirse a una distancia de 2 a 3 veces h_1 máximo en dirección aguas arriba de la cara del vertedero.

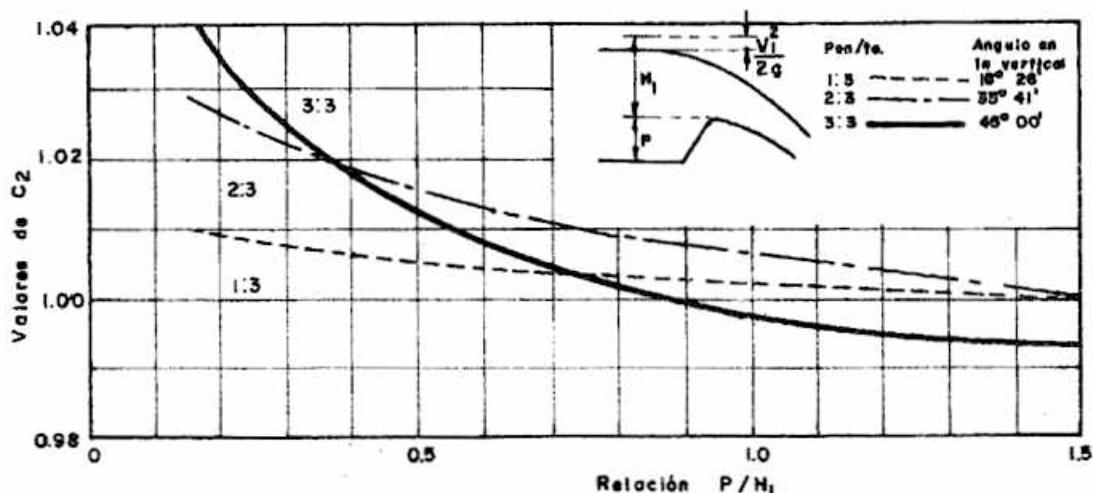


FIG.6.29 Valores de C2

- Para garantizar estabilidad en la superficie libre del agua en el canal de aproximación se recomienda $P/h_1 \geq 0.20$.
- Para minimizar la influencia del contorno de las paredes laterales del vertedero se recomienda $b/H_1 \geq 2.0$.
- Para obtener un valor alto del coeficiente de descarga se recomienda $P_2/H_1 \geq 0.75$; donde P_2 es la altura de la cresta del aliviadero con respecto al fondo del canal aguas abajo de la estructura.

En la Figura 6.30 se ilustra el efecto de P_2 sobre la descarga del aliviadero.

6.9 FLUJO BAJO UNA COMPUERTA

6.9.1 Definición

Las compuertas son dispositivos que se utilizan para la regulación del flujo en una conducción abierta.

Se pueden clasificar según la forma geométrica de la compuerta; esto es, rectangular, radial, cilíndricas y de tambor.

En la Figura 6.31 se ilustra un esquema de definición de una compuerta de fondo de forma rectangular con descarga libre.

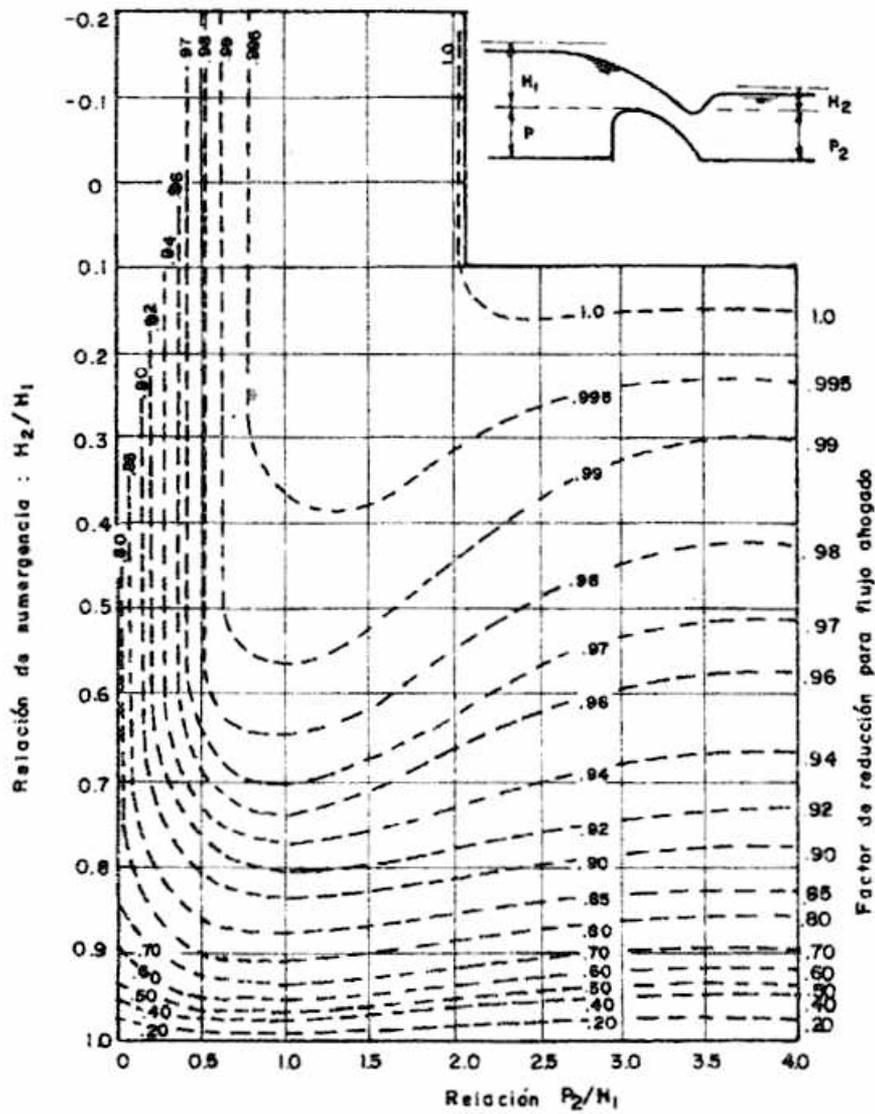


FIG.6.30 Efecto de sumergencia

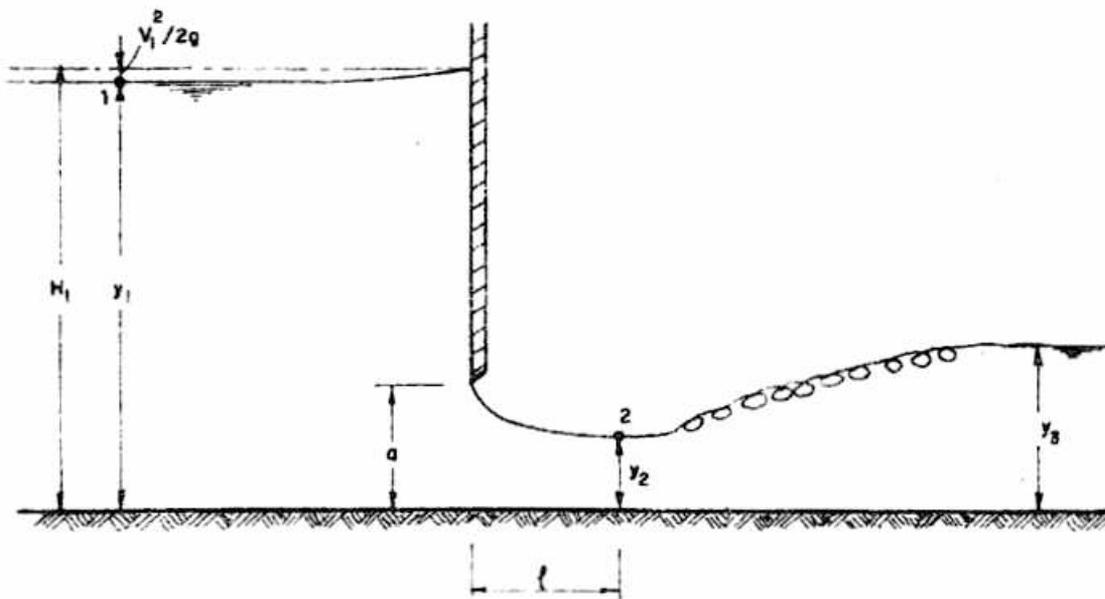


FIG.6.31 Flujo bajo compuerta de fondo

Con referencia a la Figura 6.31:

y_1 : Profundidad de flujo aguas arriba de la compuerta.

$(V_1)^2$

—: Cabeza de velocidad del flujo de aproximación.

$2g$

H_1 : Cabeza de energía aguas arriba de la compuerta.

a : Abertura de la compuerta.

y_2 : Profundidad de flujo en la vena contracta.

y_3 : Profundidad de flujo aguas abajo de la vena contracta.

b : Ancho del canal.

L : Longitud de canal aguas abajo de la compuerta donde se presenta la vena contracta.

6.9.2 Determinación del Caudal

Aplicando la ecuación de la energía entre los puntos 1-2 de la Figura 6.31:

$$y_1 + \frac{(V_1)^2}{2g} = y_2 + \frac{(V_2)^2}{2g}$$

Para un ancho unitario de la compuerta:

$$V_1 y_1 = V_2 y_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 y_1}{y_2}$$

Haciendo $y_1 = C_c a$, en donde C_c : coeficiente de contracción y reemplazando en la ecuación de la energía:

$$y_1 + \frac{(V_1)^2}{2g} = C_c a + \frac{(V_1)^2 (y_1)^2}{(C_c)^2 a^2 2g}$$

$$y_1 - C_c a = \frac{(V_1)^2}{2g} \left(\frac{(y_1)^2}{(C_c)^2 a^2} - 1 \right) = \frac{(V_1)^2}{2g} \frac{(y_1)^2 - (C_c)^2 a^2}{(C_c)^2 a^2}$$

$$\frac{(V_1)^2}{2g} = \frac{(y_1 - C_c a) (C_c)^2 a^2}{(y_1)^2 - (C_c)^2 a^2}$$

Simplificando y despejando la velocidad V_1 :

$$V_1 = C_c a \sqrt{\frac{2g}{y_1 + C_c a}}$$

La expresión para el caudal Q es:

$$Q = V_1 A_1 = b y_1 C_c a \sqrt{\frac{2g}{y_1 + C_c a}}$$

$$Q = C_c a b \sqrt{\frac{2g y_1}{1 + C_c (a/y_1)}}$$

$$Q = \frac{C_c}{\sqrt{H C_c (a/y_1)}} ab \sqrt{2g y_1}$$

Haciendo $C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 + C_c (a/y_1)}}$ = coeficiente de descarga

$$Q = C_d ab \sqrt{2g y_1} \quad (6-25)$$

El coeficiente de descarga C_d asume los efectos viscosos y de vena contracta entre otros. El valor del coeficiente de descarga es función de la relación y_1/a básicamente.

Un esquema como el de la Figura 6.32, representa la situación del flujo bajo una compuerta sumergida.

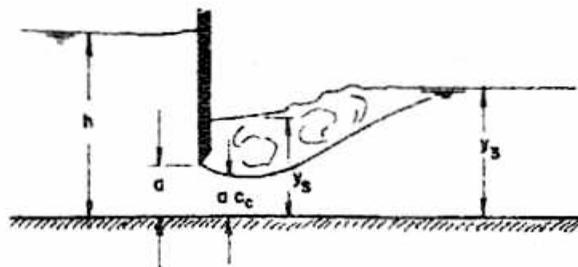


FIG.6.32 Compuerta de fondo sumergido

Los valores libre y sumergido se obtienen del gráfico de la Figura 6.33

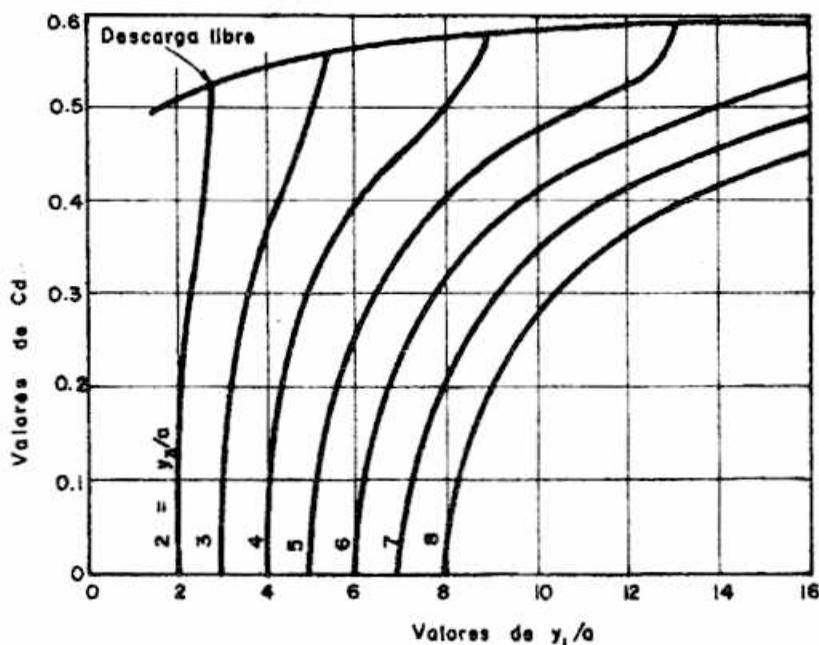


FIG.6.33 Valores de coeficiente de descarga

6.10 TRANSICIONES

6.10.1 Definición

La transición es una estructura que permite empalmar tramos de canales que han sufrido cambios de tamaño o forma en su sección transversal de flujo. Estos cambios pueden producirse por variación de la pendiente de fondo del canal o por el paso del canal por estructuras tales como puentes de carreteras.

En la Figura 6.34 se presenta una planta general de una transición entre una sección trapezoidal a rectangular

Con referencia a la Figura 6.34 se identifican los elementos de una transición:

b_E : Plantilla de la sección de entrada.

T_E : Ancho superior de la lámina de agua en la sección de entrada.

b_S : Plantilla de la sección de salida.

T_S : Ancho superior de la lámina de agua en la sección de salida.

L : Longitud de la transición

α : Angulo de deflexión de la lámina de agua.

ΔZ : Diferencia de fondos entre las secciones extremas de la transición.

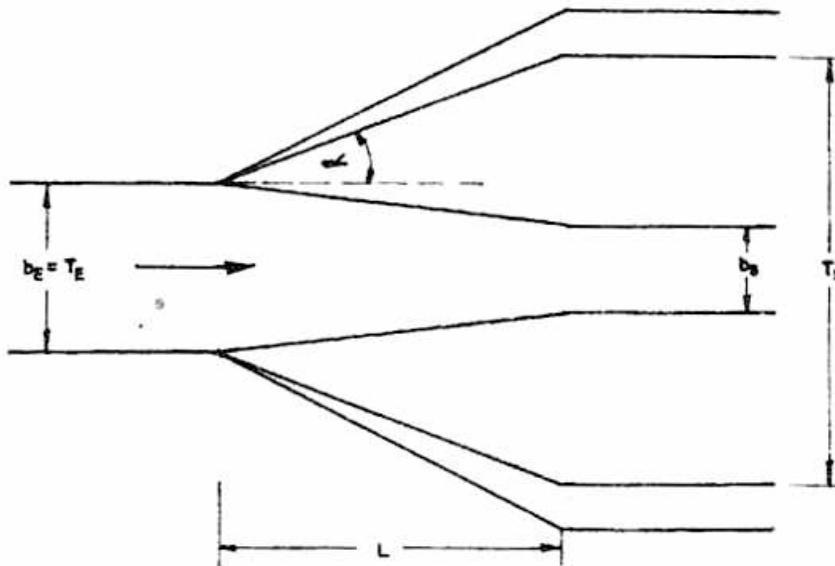


FIG.6.34 Planta transición rectangular - trapezoidal

6.10.2 Consideraciones Generales

Como consecuencia de los cambios de sección transversal a lo largo de la transición se presentan conversiones de energía potencial en velocidades y viceversa.

Estas conversiones de energía, al igual que la fricción y la turbulencia, constituyen las pérdidas de energía en la transición.

Para flujos de aproximación a la transición con números de Froude menores a 0.5 ($Fr < 0.5$) las pérdidas de energía (h_f) pueden expresarse, en el caso de contracciones, en la forma:

$$h_f = K \frac{V^2}{2g} \quad (6-26)$$

donde V , es la velocidad media de flujo en la sección de menor plantilla.

Para el caso de expansiones, la pérdida de carga (h_f) viene dada por la expresión:

$$h_f = K' \left(\frac{V^2 - (V_2)^2}{2g} \right)$$

Donde V_2 , es la velocidad media de flujo en la sección aguas abajo.

El investigador G. Formica adelantó experiencias con el fin de encontrar los valores de K y K' ; sus resultados se muestran en los gráficos de las Figuras 6.35 y 6.36

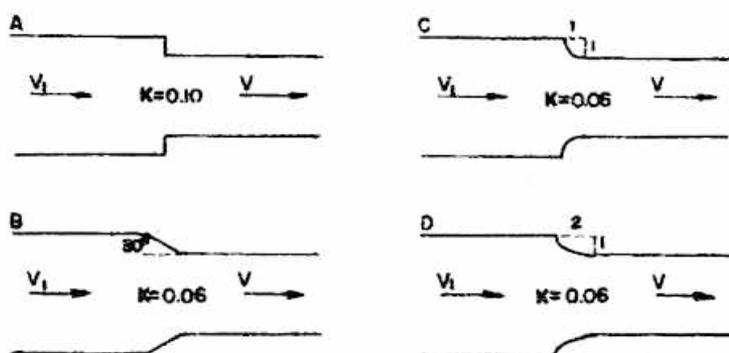
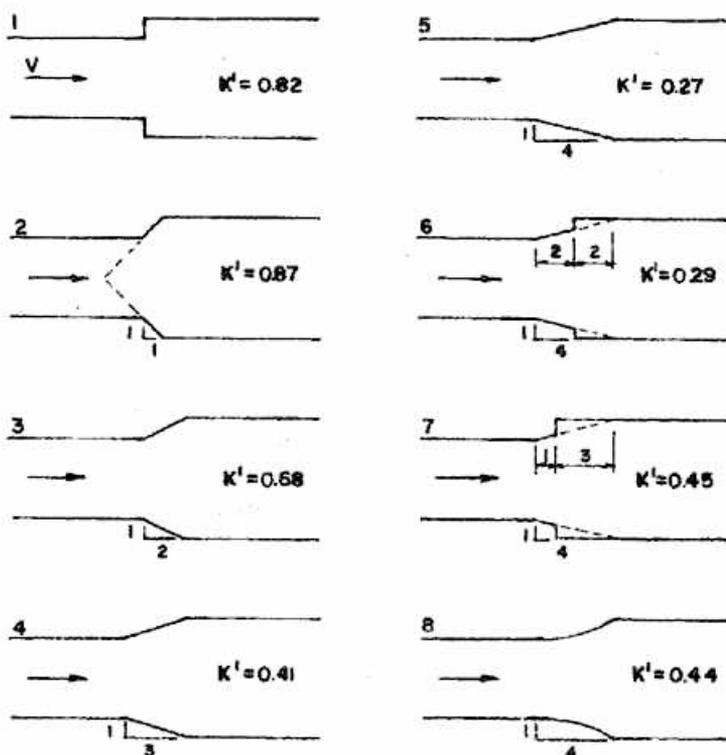


FIG.6.35 Valores de K en una contracción

FIG.6.36 Valores de K' en una expansión

En la Figura 6.37 se presentan los coeficientes de pérdida de carga para diferentes formas de transiciones de sección trapezoidal a rectangular y viceversa.

En la Figura 6.38 se presentan las expresiones para la pérdida de carga en la transición entre un canal de sección trapezoidal y una tubería y viceversa, recomendados por W. P. Simmons.

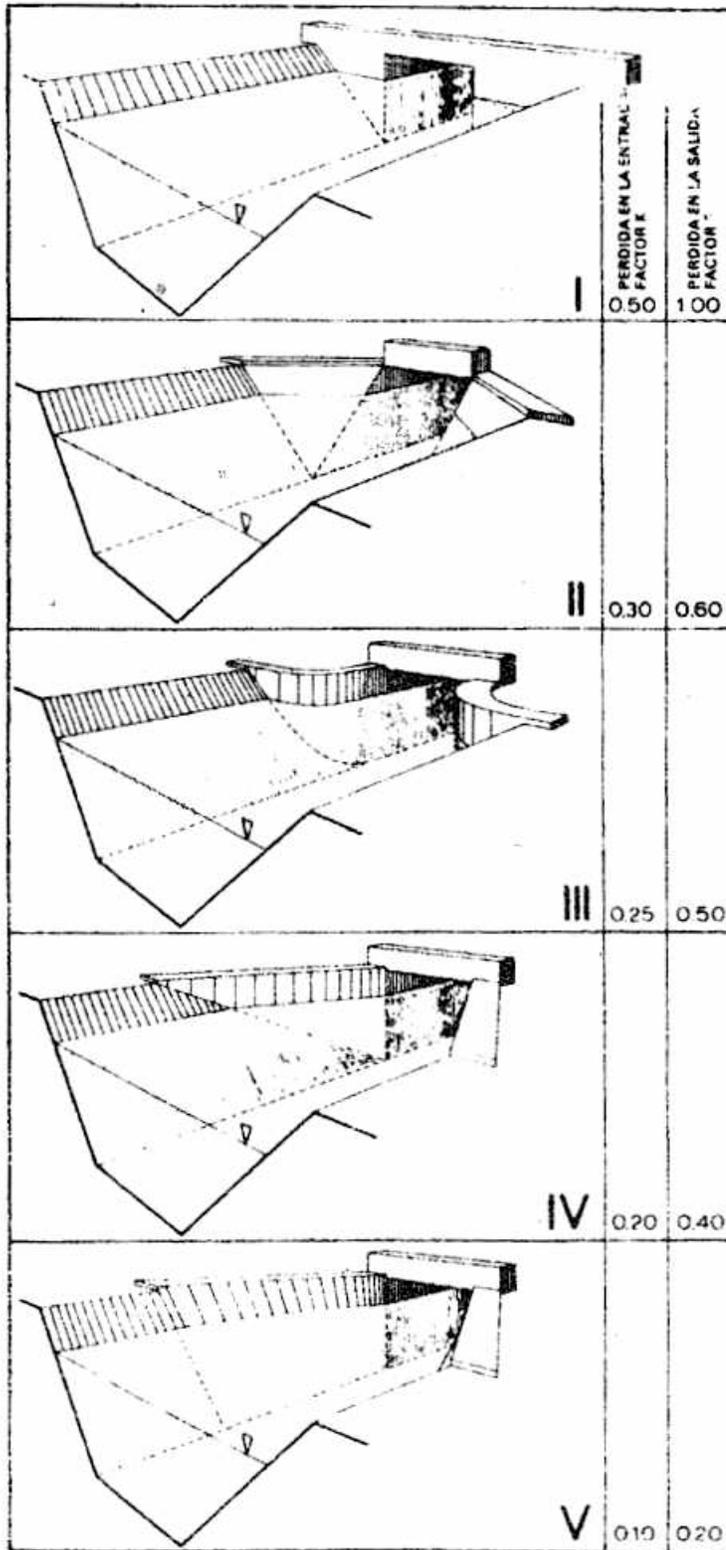


FIG.6.37 Coeficiente de pérdida de carga. Transición trapecoidal - rectangular (viceversa).

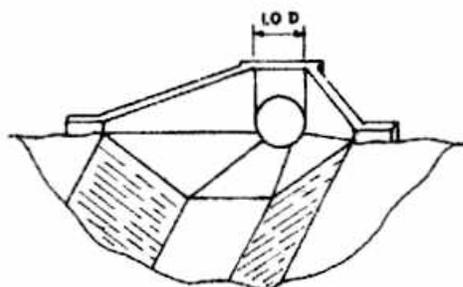


FIG. 6.38 (a)

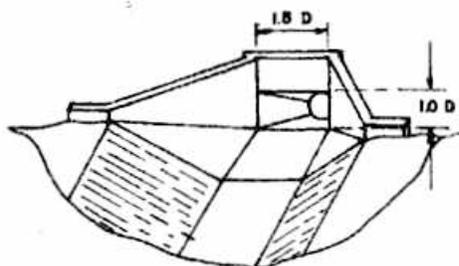


FIG. 6.38 (b)

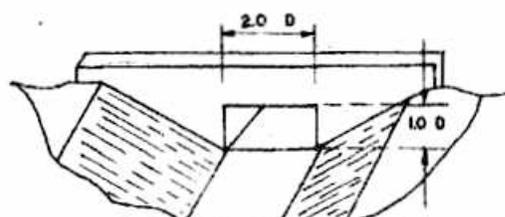


FIG. 6.38 (c)

FIG.6.38 Pérdidas de carga. Transición canal Trapezoidal - Tubería (viceversa)

Con referencia a la Figura 6.38:

Figura 6.38a. Transición convencional en forma de sifón quebrantado. Cuerpo de la tubería unido a la transición

Pérdida como boca de entrada = $0.50 \Delta h$

Pérdida como boca de salida = $0.65 \Delta h$

Figura 6.38b. Transición redonda a rectangular modificada en forma de sifón quebrantado entre estructura y tubería. El cuerpo de tubería conecta a la transición por medio de una transición redonda a rectangular.

Pérdida como boca de entrada = $0.40 \Delta h$

Pérdida como boca de salida = $0.40 \Delta h$

Figura 6.38c. Transición redonda a rectangular que termina en un muro de

cabecera. Transición de longitud de tubo GD que conecta el tubo al muro de cabecera a través del canal.

Pérdida como boca de entrada = $0.40 \quad h$

Pérdida como boca de salida = $0.10 \quad h$

D: Diámetro de la tubería.

$\Delta h: V_p^2/2g - V_c^2/2g$

V_p : Velocidad en la tubería.

V_c : Velocidad en el canal.

K: Pérdida/ h

Para el caso específico del flujo subcrítico, Julian Aguirre en su texto "Hidráulica", presenta las transiciones más utilizadas: cilíndrica, cuña y conformada, las cuales se muestran en la Figura 6.39.

Para este caso, se recomienda como máximo ángulo (α) de deflexión de la lámina en agua un valor de 12.5° , con el cual se garantiza que no se presenta separación de la masa de fluido del contorno de la transición. La pérdida de carga se estima mediante la expresión

$$h_f = K \frac{V^2}{2g} \quad \text{en donde } K = 0.10 \quad (6.27)$$

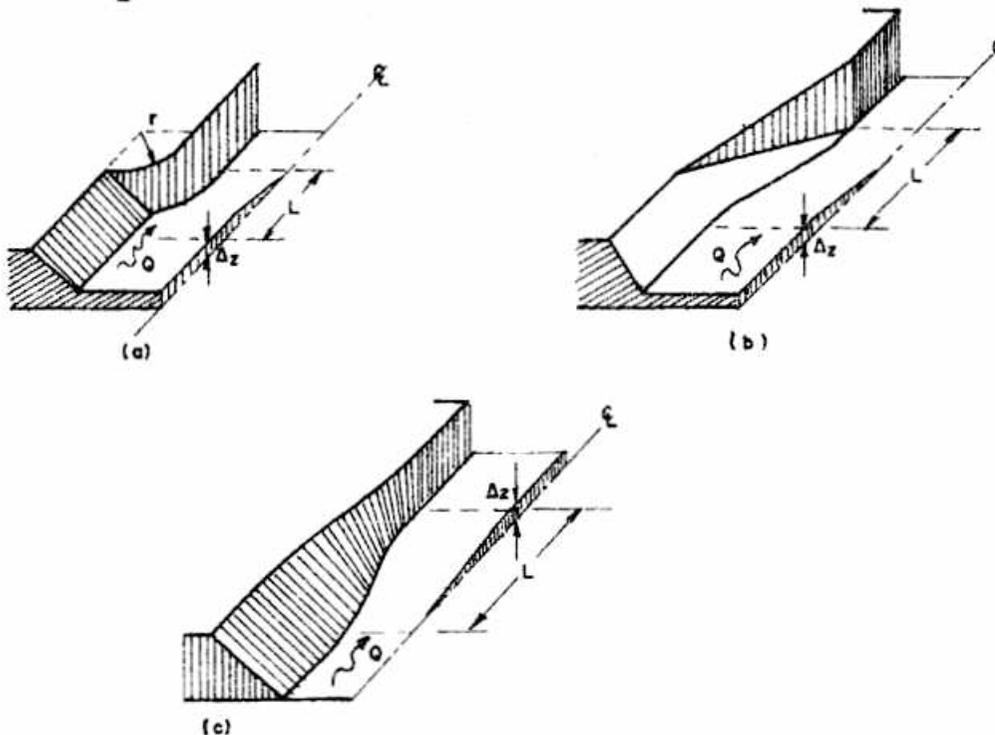


FIG.6.39 Transiciones para flujo subcrítico: a. Cilíndrica
b. Cuña, c. Conformada.

La longitud (L) de la transición se calcula de la siguiente forma:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|T_s - T_E|}{L}$$

2L

en donde

$$L \geq \frac{|T_s - T_E|}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad (6-28)$$

Entre la entrada y la salida de la transición se presentará una diferencia de fondo (ΔZ), la cual puede calcularse planteando la ecuación de la energía entre las secciones extremas de la transición, ésto es:

$$E_e \pm \Delta Z = E_s + h_f \quad (6-29)$$

en donde:

E_e, E_s : Energías específicas entre las secciones de entrada y salida de la transición respectivamente.

h_f : Pérdidas de carga.

ΔZ : Diferencia de fondos.

Para el caso de flujo supercrítico, se presenta la formación de ondas cruzadas cuyo efecto debe minimizarse asignando un ángulo (α) de desviación de la lámina de agua, el cual está en función del ángulo (β) que forma la onda cruzada.

El ángulo (β) se relaciona con el número de Froude del flujo de aproximación (F_1) mediante la expresión:

$$F_1 = \frac{1}{\operatorname{Sen} \beta} \quad (6-30)$$

y la tangente del ángulo α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \beta (\sqrt{1 + 8 (F_1)^2 \operatorname{Sen}^2 \beta} - 3)}{2 \operatorname{tg}^2 \beta + \sqrt{1 + 8 (F_1)^2 \operatorname{Sen}^2 \beta} - 1} \quad (6-31)$$

6.11 EJEMPLOS DE APLICACION

Ejemplo 6.1

Sobre un canal de sección rectangular y fondo plano, se establece un flujo a una velocidad de 8 m/s y una profundidad $y = 1.0$ m. Calcular la profundidad secuente y la pérdida de energía que tiene lugar en el salto hidráulico.

Solución

- Número de Froude del flujo de aproximación: F_1

$$F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}} = \frac{8}{\sqrt{9.81 * 1}} = 2.6 \text{ (flujo supercrítico)}$$

- Profundidad secyente: y_2

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{\sqrt{1 + 8 (F_1)^2} - 1}{2} = \frac{\sqrt{1 + 8 * (2.6)^2} - 1}{2} = 3.15$$

$$y_2 = 3.15 \text{ m}$$

- Pérdida de energía: ΔE

$$\Delta E = \frac{(3.15 - 1.0)^3}{4 * 1 * 3.15} = 0.79 \text{ m}$$

Ejemplo 6.2

Un salto de agua se establece sobre un canal de sección transversal de forma rectangular, 12 m de ancho y un caudal de 150 m³/s. AL final del salto, sobre un fondo horizontal, la profundidad de flujo aguas abajo es de 3 m; la cual da lugar a la formación de un salto hidráulico.

Calcular: La profundidad inicial (y_1) del salto, la pérdida de energía (ΔE) ocasionada por el salto y la energía específica (E_2) en la sección aguas abajo del salto.

Solución:

- Profundidad inicial (y_1) del salto:

$$\text{Caudal unitario} = q = \frac{a}{b} = \frac{150}{12} = 12.5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

- Relación de profundidades secyentes:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 8 (F_1)^2} - 1$$

$$F_1 = \frac{V_1}{(g y_1)^{1/2}} = \frac{Q/b}{y_1 (g y_1)^{1/2}} = \frac{q}{g^{1/2} y_1^{3/2}}$$

$$(F_1)^2 = \frac{q^2}{g y_1^3}$$

Reemplazando la expresión de $(F_1)^2$ en la expresión de relación de profundidades secuentes:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8 q^2}{g y_1^3}} - 1 \right)$$

$$\frac{y_2}{y_1} = 0.5 \left(\sqrt{1 + \frac{127.42}{y_1^3}} - 1 \right)$$

de donde la profundidad inicial y_1 :

$$y_1 = 2.10 \text{ m}$$

- Pérdida de energía: ΔE

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2} = \frac{(3 - 2.10)^3}{4 * 2.10 * 3} = 0.029 \text{ m}$$

- Energía específica aguas abajo

$$E_2 = y_2 + \frac{q^2}{2 g (y_2)^2} = \frac{(12.5)^2}{2 g * 3^2} = 3.88 \text{ m}$$

Ejemplo 6.3

Por la cresta de un aliviadero circula un caudal unitario de $4.2 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$. Al pie del aliviadero se tiene un canal en concreto ($n = 0.013$) de fondo plano en donde la velocidad de flujo es de 12.5 m/s y la profundidad aguas abajo (sección 2) es de 3 m . Analizar las condiciones del salto hidráulico

- Condiciones al pie del aliviadero

$$y_1' = \frac{q}{V_1'} = \frac{4.2}{12.5} = 0.336 \text{ m}$$

$$F_1' = \frac{q}{g^{1/2} (y_1')^{3/2}} = \frac{4.2}{g^{1/2} * (0.336)^{3/2}} = 6.89 \text{ (flujo supercrítico)}$$

- Condiciones aguas abajo

$$V_2 = \frac{q}{y_2} = \frac{4.2}{3.0} = 1.40 \text{ m}$$

$$F_2 = \frac{q}{g^{1/2} (y_2)^{3/2}} = \frac{4.2}{g^{1/2} 3^{3/2}} = 0.258 \text{ (flujo subcrítico)}$$

Es decir, que entre el pie del vertedero y la sección 2 tiene lugar el salto hidráulico.

- Profundidad inicial (y_1) del salto hidráulico

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8 F_2^2} - 1) = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8 * 0.258^2} - 1) = 0.119$$

de donde:

$$y_1 = 0.119 * y_2 = 0.119 * 3 = 0.357 \text{ m}$$

Lo anterior significa que el salto hidráulico no se forma inmediatamente al pie del aliviadero, sino que tiene lugar un tramo L aguas abajo; por lo tanto, entre el pie del aliviadero y la profundidad inicial (y_1) del salto hidráulico se establece una curva H_3 , cuya longitud L se calcula mediante la ecuación 5-19, así:

$$L = \frac{y_c}{S_c} \left(\frac{(y_1/y_c)^{N-M+1}}{N-M+1} - \frac{(y_1/y_c)^{N+1}}{N+1} \right) - \left(\frac{(y_1'/y_c)^{N-M+1}}{N-M+1} - \frac{(y_1')/y_c^{N+1}}{N+1} \right)$$

en este caso:

$$N = 3.33 \quad M = 3.0$$

$$Q = \frac{A_c R_c^{2/3} S_c^{1/2}}{n} \implies q = \frac{q_c^{5/3} S_c^{1/2}}{n}$$

La profundidad crítica y_c ;

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{4.2^2}{g}} = 1.216 \text{ m}$$

Por lo tanto, la pendiente crítica: S_c

$$S_c = \frac{q^2 n^2}{(y_c)^{10/3}} = \frac{4.2^2 * 0.013^2}{1.216^{10/3}} = 0.00155$$

La longitud del perfil H_3 es:

$$\frac{y_c}{S_c} = \frac{1.216}{0.00155} = 784.52$$

$$N - M + 1 = 3.33 - 3 + 1 = 1.33$$

$$N + 1 = 3.33 + 1 = 4.33$$

$$\frac{y_1}{y_c} = \frac{0.357}{1.216} = 0.294$$

$$\frac{y_1'}{y_c} = \frac{0.336}{1.216} = 0.276$$

$$L = 784.52 \left(\frac{0.294^{1.33}}{1.33} - \frac{0.294^{4.33}}{4.33} \right) - \left(\frac{0.276^{1.33}}{1.33} - \frac{0.276^{4.33}}{4.33} \right) = 9.11 \text{ m}$$

- Longitud aproximada del salto: L_j

$$L_j = 6.9 (y_2 - y_1) = 6.9 (3 - 0.357) = 18.24 \text{ m}$$

- Disipación de energía: E

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_2 y_1} = \frac{(3 - 0.357)^3}{4 * 3 * 0.357} = 4.31 \text{ m}$$

Ejemplo 6.4

Un canal de sección transversal de forma rectangular, plantilla $b = 6 \text{ m}$, transporta un caudal $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$ con una profundidad de flujo $y = 1.0 \text{ m}$. Por cambios topográficos en el alineamiento del canal, éste presenta una diferencia de fondo $Z = 1.33 \text{ m}$. Diseñar la estructura para ésta diferencia de fondo.

- Se presentará el diseño para una estructura de caída, tal como la que se ilustra en la Figura 6.22. En este caso:

$$h_1 = 1.0 \text{ m}$$

$$q = Q/b = 10/6 = 1.67 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$y_3 = h_1 = 1.0 \text{ m}$$

$$Z = 1.30 \text{ m}$$

- Altura de la caída: h

$$h = Z + \frac{1}{6} y_2$$

$$y_2 = y_3 + \Delta Z = 1.0 + \frac{1}{6} y_2 = 1.20 \text{ m}$$

$$\Delta Z = \frac{1}{6} y_2 = \frac{1}{6} * 1.20 = 0.20 \text{ m}$$

$$h = 1.30 + 0.20 = 1.5 \text{ m}$$

- Número de Caída: D

$$\frac{y_2}{h} = 1.66 D^{0.27}$$

$$D = \left[\frac{y_2}{1.66 h} \right]^{3.70} = \left[\frac{1.20}{1.66 * 1.5} \right]^{3.70} = 0.067$$

- Profundidad inicial del salto hidráulico

$$\frac{y_1}{h} = 0.54 D^{0.425}$$

$$y_1 = 0.54 h D^{0.425} = 0.54 * 1.5 * 0.067^{0.425} = 0.26 \text{ m}$$

- Caudal por unidad de ancho: q

$$D = \frac{q^2}{g h^3}$$

$$q = \sqrt{g D h^3} = \sqrt{g * 0.067 * 1.5^3} = 1.49 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

- Ancho de la estructura de caída: b

$$q = \frac{Q}{b} \implies b = \frac{Q}{q} = \frac{10}{1.49} \text{ m (ancho desde la cresta hasta el umbral de salida de la caída).}$$

- Número de Froude: F_1 (sección de profundidad inicial del salto hidráulico).

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{10}{6.71 * 0.26} = 5.732 \text{ m/s}$$

$$F_1 = \frac{5.732}{(g * 0.26)^{1/2}} = 3.59$$

En este caso la estructura de caída no es recomendable; pues ella se recomienda para valores de $F_1 < 2.5$. Se recomienda una estructura tipo USBR IV, la cual controla el salto hidráulico oscilante.

Ejemplo 6.5

Diseñar la estructura USBR IV del problema 6.4

Esta estructura se describe mediante la Figura 6.21

En este caso $y_2 - y_2' = 10$ m, $h = 1.30$ m

- Número de caída: D

$$D = \left[\frac{y_2}{1.66 h} \right]^{3.70} = \left[\frac{1.20}{1.66 * 1.3} \right]^{3.70} = 0.0579$$

- Caudal por unidad de ancho: q

$$D = \frac{q^2}{g h^3}$$

$$q = \sqrt{g D h^3} = \sqrt{g * 0.0579 * 1.30^3} = 1.12 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

- Ancho de la estructura:

$$q = \frac{a}{b} \Rightarrow b = \frac{Q}{q} = \frac{10}{1.12} = 8.93 \text{ m}$$

- Profundidad inicial del salto: y_1

$$\frac{y_1}{h} = 0.54 D^{0.425}$$

$$y_1 = 0.54 h D^{0.425} = 0.54 * 1.30 * 0.0579^{0.425} = 0.21 \text{ m}$$

- Longitud de caída: L_d

$$\frac{L_d}{h} = 4.30 D^{0.27}$$

$$L_d = 4.30 h D^{0.27} = 4.30 * 1.30 * 0.0579^{0.27} = 2.59 \text{ m}$$

- Longitud aproximada del salto: L_j

$$L_j = 6.9 (y_2 - y_1) = 6.9 (1 - 0.210) = 5.45 \text{ m}$$

- Bloques dentados de entrada

$$\text{ancho: } 0.75 y_1 = 0.75 * 0.21 = 0.16 \text{ m}$$

$$\text{altura proyección vertical: } 2y_1 = 2 * 0.21 = 0.42 \text{ m}$$

$$\text{longitud proyección horizontal: } 2y_1 = 2 * 0.21 = 0.42 \text{ (mínimo)}$$

$$\text{separación entre bloques: } 2.5 * 0.16 = 0.40 \text{ m}$$

- Umbral de salida

$$\text{ancho: } 0.10 \text{ m}$$

$$\text{altura: } \frac{9 + F_1}{9} y_1 = \frac{9 + 3.71}{9} 0.21 = 0.30 \text{ m}$$

Se recomienda obtener el perfil de la caída mediante la expresión correspondiente a un aliviadero WES; esto es:

$$\left(\frac{x}{hd} \right)^n = -K \frac{y}{hd}$$

$$n = 1.85 \quad K = 2 \quad hd = 1.0 \text{ m}$$

En este caso, la ecuación de la superficie inferior de la lámina vertiente es:

$$x^{1.86} = -2 y$$

Para el diseño de esta estructura se sugiere seguir las recomendaciones y utilizar los gráficos dados en el punto 6.5.11.4

Ejemplo 6.6

Diseñar una transición para un canal que transporta un caudal de $10 \text{ m}^3/\text{s}$, bajo las siguientes condiciones:

$$\text{Sección de entrada: } z = 0, \quad b_E = 5 \text{ m}, \quad y_E = 2 \text{ m}, \quad F = 0.30 \text{ m}$$

$$\text{Sección de salida: } z = 1.5, \quad b_S = 3 \text{ m}, \quad y_S = 2.5 \text{ m}, \quad F = 0.30 \text{ m}$$

- Número de Froude de sección de entrada:

$$F_E = \frac{V_E}{(g y_E)^{1/2}} = \frac{10/5}{(g * 2)^{1/2}} = 0.45 \text{ (flujo subcrítico)}$$

- Número de Froude de sección de salida:

$$F_s = \frac{V_s}{(g D_s)^{1/2}}$$

$$A_s = (3 + 1.5 * 2.5) 2.5 = 16.875 \text{ m}^2$$

$$T_s = 3 + 2 * 1.5 * 2.5 = 10.5 \text{ m}$$

$$D_s = \frac{A_s}{T_s} = \frac{16.875}{10.5} = 1.607 \text{ m}$$

$$V_s = \frac{Q}{A_s} = \frac{10}{16.875} = 0.593 \text{ m/s}$$

$$F_s = \frac{0.593}{(g * 1.607)^{1/2}} = 0.15 \text{ (flujo subcrítico)}$$

- Longitud de transición

$$L_T = \frac{\sqrt{T_s - T_e}}{2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sqrt{10.5 - 5}}{2 \operatorname{tg} 12.5} = 12.40 \text{ m}$$

usar: $L_T = 12.50 \text{ m}$

- Diferencia de niveles de fondo entre las secciones extremas de la transición: ΔZ

Energía específica de sección de entrada: E_e

$$E_e = y_e + \frac{(V_e)^2}{2g} = 2 + \frac{(10/5 * 2)^2}{2g} = 2.051 \text{ m}$$

Energía específica de sección de salida: E_s

$$E_s = y_s + \frac{(V_s)^2}{2g} = 2.5 + \frac{(0.593)^2}{2g} = 2.518 \text{ m}$$

Pérdida de carga: h_f

$$h_f = K \frac{V^2}{2g} = 0.10 \frac{0.018 - 0.051}{2g} = 0.0033 \text{ m}$$

$$E_e \pm \Delta Z = E_s + h_f$$

$$\pm \Delta Z = E_s - E_e + h_f = 2.518 - 2.051 + 0.0033 = 0.47 \text{ m}$$

El valor positivo de ΔZ , significa que el fondo de la sección de entrada debe estar 0.47 m por encima del fondo de la sección de salida.

6.12 PROBLEMAS PARA RESOLVER

- Utilizando las ecuaciones básica del salto hidráulico para un canal de sección transversal de forma rectangular obtener las relaciones entre:

$$E/y_c = y_1/y_c \quad \text{y} \quad E/y_c - y_2/y_c$$

- En un canal de sección rectangular se establece un flujo a una profundidad de 0.30 m y una velocidad de 10 m/s. Calcular:
 - La profundidad alterna correspondiente.
 - La profundidad secuente correspondiente.
 - La pérdida de energía debida al salto que se forma en esta sección.
- Un flujo se establece bajo una compuerta en un canal de sección transversal de forma rectangular con un caudal unitario de 5 m³/s/m. La profundidad de flujo en la vena contracta es 0.5 m. El canal aguas abajo tiene una pendiente de 0.1% y un coeficiente $n = 0.015$. Calcular la longitud del tramo del canal que debe protegerse contra la erosión.
- Un flujo se establece bajo una compuerta en un canal de sección transversal de forma rectangular a una profundidad de 0.5 m y una velocidad de 8 m/s. La profundidad normal de flujo en el canal aguas abajo es de 1.8 m y el coeficiente $n = 0.020$. El canal tiene 500 m de longitud y finaliza en una caída libre. Encontrar la localización del salto hidráulico.
- Un flujo se establece bajo una pendiente fuerte a una profundidad de 0.78 m en un canal de sección rectangular de 3.6 m de ancho. La pendiente fuerte es seguida por una pendiente suave igual a 0.0015; si el caudal es de 14.5m³/s y $n = 0.017$. Calcular y localizar el salto hidráulico con respecto al punto de quiebre del fondo del canal.
- Un aliviadero de 10 m de ancho de un embalse, fue diseñado para un canal de 500 m³/s. Calcular: la altura de diseño, las características del aliviadero tipo WES, el máximo caudal que admite el aliviadero si no se desea que la presión sea menor que -0.1 kg/cm²
- Un vertedero de cresta aguda, en un canal muy ancho, con altura $p = 1$ m, vierte un caudal de 2 m³/s por unidad de ancho. Obtener la ecuación de descarga del vertedero.

A N E X O :

"VALORES DE LA FUNCION DE FLUJO GRADUALMENTE VARIADO
F(U, N) PARA CANALES DE PENDIENTE POSITIVA"

(Tabla tomada de "Open Channel Hydraulics" Ven Te Chow.
Páginas 641 a 649. Apéndice D)

	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.6	5.0
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.02	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020
0.04	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040
0.06	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
0.08	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080
0.10	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
0.12	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120
0.14	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140
0.16	0.161	0.161	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160
0.18	0.181	0.181	0.181	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180
0.20	0.202	0.201	0.201	0.201	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
0.22	0.233	0.222	0.221	0.221	0.221	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
0.24	0.244	0.243	0.242	0.241	0.241	0.241	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240
0.26	0.265	0.263	0.262	0.261	0.261	0.261	0.261	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260
0.28	0.286	0.284	0.283	0.282	0.282	0.281	0.281	0.281	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280
0.30	0.307	0.305	0.304	0.303	0.302	0.302	0.301	0.301	0.301	0.300	0.300	0.300	0.300
0.32	0.329	0.326	0.325	0.324	0.323	0.322	0.322	0.321	0.321	0.321	0.321	0.320	0.320
0.34	0.351	0.348	0.346	0.344	0.343	0.343	0.342	0.342	0.341	0.341	0.341	0.340	0.340
0.36	0.372	0.369	0.367	0.366	0.364	0.363	0.363	0.362	0.362	0.361	0.361	0.361	0.360
0.38	0.395	0.392	0.389	0.387	0.385	0.384	0.383	0.383	0.382	0.382	0.381	0.381	0.381
0.40	0.418	0.414	0.411	0.408	0.407	0.405	0.404	0.403	0.403	0.402	0.402	0.401	0.401
0.42	0.442	0.437	0.433	0.430	0.428	0.426	0.425	0.424	0.423	0.423	0.422	0.421	0.421
0.44	0.465	0.460	0.456	0.452	0.450	0.448	0.446	0.445	0.444	0.443	0.442	0.442	0.441
0.46	0.489	0.483	0.479	0.475	0.472	0.470	0.468	0.466	0.465	0.464	0.463	0.462	0.462
0.48	0.514	0.507	0.502	0.497	0.494	0.492	0.489	0.488	0.486	0.485	0.484	0.483	0.482
0.50	0.539	0.531	0.525	0.521	0.517	0.514	0.511	0.509	0.508	0.506	0.505	0.504	0.503
0.52	0.565	0.557	0.550	0.554	0.540	0.536	0.534	0.531	0.529	0.528	0.527	0.525	0.523
0.54	0.592	0.582	0.574	0.568	0.563	0.559	0.556	0.554	0.551	0.550	0.548	0.546	0.544
0.56	0.619	0.608	0.599	0.593	0.587	0.583	0.579	0.576	0.570	0.572	0.570	0.567	0.565
0.58	0.646	0.635	0.626	0.618	0.612	0.607	0.603	0.599	0.596	0.594	0.592	0.589	0.587
0.60	0.676	0.663	0.653	0.644	0.637	0.631	0.627	0.623	0.620	0.617	0.614	0.611	0.608
0.61	0.691	0.678	0.667	0.657	0.650	0.644	0.639	0.635	0.631	0.628	0.626	0.622	0.619
0.62	0.706	0.692	0.680	0.671	0.663	0.657	0.651	0.647	0.643	0.640	0.637	0.633	0.630
0.63	0.722	0.707	0.694	0.684	0.676	0.669	0.664	0.659	0.655	0.652	0.649	0.644	0.641
0.64	0.738	0.722	0.709	0.698	0.690	0.683	0.677	0.672	0.667	0.664	0.661	0.656	0.652
0.65	0.754	0.737	0.724	0.712	0.703	0.696	0.689	0.684	0.680	0.676	0.673	0.667	0.663
0.66	0.771	0.753	0.738	0.727	0.717	0.709	0.703	0.697	0.692	0.688	0.685	0.679	0.675
0.67	0.787	0.769	0.754	0.742	0.731	0.723	0.716	0.710	0.705	0.701	0.697	0.691	0.686
0.68	0.804	0.785	0.769	0.757	0.746	0.737	0.729	0.723	0.718	0.713	0.709	0.703	0.698
0.69	0.822	0.804	0.785	0.772	0.761	0.751	0.743	0.737	0.731	0.726	0.722	0.715	0.710
0.70	0.840	0.819	0.802	0.787	0.776	0.766	0.757	0.750	0.744	0.739	0.735	0.727	0.722
0.71	0.858	0.836	0.819	0.804	0.791	0.781	0.772	0.764	0.758	0.752	0.748	0.740	0.734
0.72	0.878	0.855	0.836	0.820	0.807	0.796	0.786	0.779	0.772	0.776	0.761	0.752	0.746
0.73	0.898	0.874	0.854	0.837	0.823	0.811	0.802	0.793	0.786	0.780	0.774	0.765	0.759
0.74	0.918	0.892	0.868	0.854	0.840	0.827	0.817	0.808	0.800	0.794	0.788	0.779	0.771
0.75	0.940	0.913	0.890	0.872	0.857	0.844	0.833	0.823	0.815	0.808	0.802	0.792	0.784
0.76	0.961	0.933	0.909	0.890	0.874	0.861	0.849	0.839	0.830	0.823	0.817	0.806	0.798
0.77	0.985	0.954	0.930	0.909	0.892	0.878	0.866	0.855	0.846	0.838	0.831	0.820	0.811

	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.6	5.0
0.78	1.007	0.976	0.950	0.929	0.911	0.896	0.883	0.872	0.866	0.854	0.847	0.834	0.825
0.79	1.031	0.998	0.971	0.949	0.930	0.914	0.901	0.889	0.879	0.870	0.862	0.849	0.839
0.80	1.056	1.022	0.994	0.970	0.950	0.934	0.919	0.907	0.896	0.887	0.878	0.865	0.854
0.81	1.083	1.046	1.017	0.992	0.971	0.954	0.938	0.925	0.914	0.904	0.895	0.881	0.869
0.82	1.110	1.072	1.041	1.015	0.993	0.974	0.958	0.954	0.932	0.922	0.913	0.897	0.885
0.83	1.139	1.099	1.067	1.039	1.016	0.996	0.979	0.965	0.952	0.940	0.931	0.914	0.901
0.84	1.171	1.129	1.094	1.064	1.040	1.019	1.010	0.985	0.972	0.960	0.949	0.932	0.918
0.85	1.201	1.157	1.121	1.091	1.065	1.043	1.024	1.007	0.993	0.980	0.969	0.950	0.935
0.86	1.238	1.192	1.153	1.119	1.092	1.068	1.048	1.031	1.015	1.002	0.990	0.970	0.954
0.87	1.272	1.223	1.182	1.149	1.120	1.095	1.074	1.055	1.039	1.025	1.012	0.990	0.973
0.88	1.314	1.262	1.228	1.181	1.151	1.124	1.101	1.081	1.066	1.049	1.035	1.012	0.994
0.89	1.357	1.302	1.255	1.216	1.183	1.155	1.131	1.110	1.091	1.075	1.060	1.035	1.015
0.90	1.401	1.343	1.294	1.253	1.218	1.189	1.163	1.140	1.120	1.103	1.087	1.060	1.039
0.91	1.452	1.389	1.338	1.294	1.257	1.225	1.197	1.173	1.152	1.133	1.116	1.088	1.064
0.92	1.505	1.438	1.351	1.340	1.300	1.266	1.236	1.210	1.187	1.166	1.148	1.117	1.092
0.93	1.564	1.493	1.435	1.391	1.348	1.311	1.279	1.251	1.226	1.204	1.198	1.151	1.123
0.94	1.645	1.568	1.504	1.449	1.403	1.363	1.328	1.297	1.270	1.246	1.225	1.188	1.158
0.950	1.737	1.652	1.582	1.518	1.467	1.423	1.385	1.352	1.322	1.296	1.272	1.232	1.199
0.960	1.833	1.741	1.665	1.601	1.545	1.497	1.454	1.417	1.385	1.355	1.329	1.285	1.248
0.970	1.969	1.866	1.780	1.707	1.644	1.590	1.543	1.501	1.464	1.431	1.402	1.351	1.310
0.975	2.055	1.945	1.853	1.773	1.707	1.649	1.598	1.554	1.514	1.479	1.447	1.393	1.348
0.980	2.164	2.045	1.946	1.855	1.783	1.720	1.666	1.617	1.575	1.536	1.502	1.443	1.395
0.985	2.294	2.165	2.056	1.959	1.880	1.812	1.752	1.699	1.652	1.610	1.573	1.508	1.554
0.990	2.477	2.333	2.212	2.106	2.017	1.940	1.873	1.814	1.761	1.714	1.671	1.598	1.537
0.995	2.792	2.621	2.478	2.355	2.250	2.159	2.079	2.008	1.945	1.889	1.838	1.751	1.678
0.999	3.523	3.299	3.097	2.931	2.788	2.663	2.554	2.457	2.370	2.293	2.223	2.102	2.002
1.000	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
1.001	3.317	2.931	2.640	2.399	2.184	2.008	1.856	1.725	1.610	1.508	1.417	1.264	1.138
1.005	2.587	2.266	2.022	1.818	1.649	1.506	1.384	1.279	1.188	1.107	1.036	0.915	0.817
1.010	2.273	1.977	1.757	1.572	1.419	1.291	1.182	1.089	1.007	0.936	0.873	0.786	0.681
1.015	2.090	1.807	1.602	1.428	1.286	1.166	1.065	0.978	0.902	0.836	0.778	0.680	0.602
1.020	1.961	1.711	1.493	1.327	1.191	1.078	0.982	0.900	0.828	0.766	0.711	0.620	0.546
1.030	1.779	1.531	1.340	1.186	1.060	0.955	0.866	0.790	0.725	0.668	0.618	0.535	0.469
1.040	1.651	1.410	1.232	1.086	0.967	0.868	0.785	0.714	0.653	0.600	0.554	0.477	0.415
1.050	1.552	1.334	1.150	1.010	0.896	0.802	0.723	0.656	0.598	0.548	0.504	0.432	0.374
1.060	1.472	1.250	1.082	0.948	0.838	0.748	0.672	0.608	0.553	0.506	0.464	0.396	0.342
1.070	1.404	1.195	1.026	0.896	0.790	0.703	0.630	0.569	0.516	0.471	0.431	0.366	0.315
1.080	1.346	1.139	0.978	0.851	0.749	0.665	0.595	0.535	0.485	0.441	0.403	0.341	0.292
1.090	1.295	1.089	0.935	0.812	0.713	0.631	0.563	0.508	0.457	0.415	0.379	0.319	0.272
1.10	1.250	1.050	0.897	0.777	0.681	0.601	0.536	0.480	0.433	0.392	0.357	0.299	0.254
1.11	1.209	1.014	0.864	0.746	0.652	0.575	0.511	0.457	0.411	0.372	0.338	0.282	0.239
1.12	1.172	0.981	0.833	0.718	0.626	0.551	0.488	0.436	0.392	0.354	0.321	0.267	0.225
1.13	1.138	0.950	0.805	0.692	0.602	0.529	0.468	0.417	0.374	0.337	0.305	0.253	0.212
1.14	1.107	0.921	0.780	0.669	0.581	0.509	0.450	0.400	0.358	0.322	0.291	0.240	0.201
1.15	1.078	0.892	0.756	0.647	0.561	0.490	0.432	0.384	0.343	0.308	0.278	0.229	0.191
1.16	1.052	0.870	0.734	0.627	0.542	0.473	0.417	0.369	0.329	0.295	0.266	0.218	0.181
1.17	1.027	0.850	0.713	0.608	0.525	0.458	0.402	0.356	0.317	0.283	0.255	0.208	0.173
1.18	1.003	0.825	0.694	0.591	0.509	0.443	0.388	0.343	0.305	0.272	0.244	0.199	0.165

	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.6	5.0
1.19	0.981	0.810	0.676	0.574	0.494	0.429	0.375	0.331	0.294	0.262	0.235	0.191	0.157
1.20	0.960	0.787	0.659	0.559	0.480	0.416	0.363	0.320	0.283	0.252	0.226	0.183	0.150
1.22	0.922	0.755	0.628	0.531	0.454	0.392	0.341	0.299	0.264	0.235	0.209	0.168	0.138
1.24	0.887	0.725	0.600	0.505	0.431	0.371	0.322	0.281	0.248	0.219	0.195	0.156	0.127
1.26	0.855	0.692	0.574	0.482	0.410	0.351	0.304	0.265	0.233	0.205	0.182	0.145	0.117
1.28	0.827	0.666	0.551	0.461	0.391	0.334	0.288	0.250	0.219	0.193	0.170	0.135	0.108
1.30	0.800	0.644	0.530	0.442	0.373	0.318	0.274	0.237	0.207	0.181	0.160	0.126	0.100
1.32	0.775	0.625	0.510	0.424	0.357	0.304	0.260	0.225	0.196	0.171	0.150	0.118	0.093
1.34	0.752	0.605	0.492	0.408	0.342	0.290	0.248	0.214	0.185	0.162	0.142	0.110	0.087
1.36	0.731	0.588	0.475	0.393	0.329	0.278	0.237	0.204	0.176	0.153	0.134	0.103	0.081
1.38	0.711	0.567	0.459	0.378	0.316	0.266	0.226	0.194	0.167	0.145	0.127	0.097	0.076
1.40	0.692	0.548	0.444	0.365	0.304	0.256	0.217	0.185	0.159	0.138	0.120	0.092	0.071
1.42	0.674	0.533	0.431	0.353	0.293	0.246	0.208	0.177	0.152	0.131	0.114	0.087	0.067
1.44	0.658	0.517	0.417	0.341	0.282	0.236	0.199	0.169	0.145	0.125	0.108	0.082	0.063
1.46	0.642	0.505	0.405	0.330	0.273	0.227	0.191	0.162	0.139	0.119	0.103	0.077	0.059
1.48	0.627	0.493	0.394	0.320	0.263	0.219	0.184	0.156	0.133	0.113	0.098	0.073	0.056
1.50	0.613	0.480	0.383	0.310	0.255	0.211	0.177	0.149	0.127	0.108	0.093	0.069	0.053
1.55	0.580	0.451	0.358	0.288	0.235	0.194	0.161	0.135	0.114	0.097	0.083	0.061	0.046
1.60	0.551	0.425	0.335	0.269	0.218	0.179	0.148	0.123	0.103	0.087	0.067	0.048	0.035
1.65	0.525	0.402	0.316	0.251	0.203	0.165	0.136	0.113	0.094	0.079	0.067	0.048	0.035
1.70	0.501	0.381	0.298	0.236	0.189	0.153	0.125	0.103	0.086	0.072	0.060	0.043	0.031
1.75	0.480	0.362	0.282	0.222	0.177	0.143	0.116	0.095	0.079	0.065	0.054	0.038	0.027
1.80	0.460	0.349	0.267	0.209	0.166	0.133	0.108	0.088	0.072	0.060	0.049	0.034	0.024
1.85	0.442	0.332	0.254	0.198	0.156	0.125	0.100	0.082	0.067	0.055	0.045	0.031	0.022
1.90	0.425	0.315	0.242	0.188	0.147	0.117	0.094	0.076	0.062	0.050	0.041	0.028	0.020
1.95	0.409	0.304	0.231	0.178	0.139	0.110	0.088	0.070	0.057	0.046	0.038	0.026	0.018
2.00	0.395	0.292	0.221	0.169	0.132	0.104	0.082	0.066	0.053	0.043	0.035	0.023	0.016
2.10	0.369	0.273	0.202	0.154	0.119	0.092	0.073	0.058	0.046	0.037	0.030	0.019	0.013
2.20	0.346	0.253	0.186	0.141	0.107	0.083	0.065	0.051	0.040	0.032	0.025	0.016	0.011
2.30	0.326	0.235	0.173	0.129	0.098	0.075	0.058	0.045	0.035	0.028	0.022	0.014	0.009
2.40	0.308	0.220	0.160	0.119	0.089	0.068	0.052	0.040	0.031	0.024	0.019	0.012	0.008
2.50	0.292	0.207	0.150	0.110	0.082	0.062	0.047	0.036	0.028	0.022	0.017	0.010	0.006
2.60	0.277	0.197	0.140	0.102	0.076	0.057	0.043	0.033	0.025	0.019	0.015	0.009	0.005
2.70	0.264	0.188	0.131	0.095	0.070	0.052	0.039	0.029	0.022	0.017	0.013	0.008	0.005
2.80	0.252	0.176	0.124	0.089	0.065	0.048	0.036	0.027	0.020	0.015	0.012	0.007	0.004
2.90	0.241	0.166	0.117	0.083	0.060	0.044	0.033	0.024	0.018	0.014	0.010	0.006	0.004
3.0	0.230	0.159	0.110	0.078	0.056	0.041	0.030	0.022	0.017	0.012	0.009	0.005	0.003
3.5	0.190	0.126	0.085	0.059	0.041	0.029	0.021	0.015	0.011	0.008	0.006	0.003	0.002
4.0	0.161	0.104	0.069	0.046	0.031	0.022	0.015	0.010	0.007	0.005	0.004	0.002	0.001
4.5	0.139	0.087	0.057	0.037	0.025	0.017	0.011	0.008	0.005	0.004	0.003	0.002	0.001
5.0	0.122	0.076	0.048	0.031	0.020	0.013	0.009	0.006	0.004	0.003	0.002	0.001	0.000
6.0	0.098	0.060	0.036	0.022	0.014	0.009	0.006	0.004	0.002	0.002	0.001	0.000	0.000
7.0	0.081	0.048	0.028	0.017	0.010	0.006	0.004	0.002	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000
8.0	0.069	0.040	0.022	0.013	0.008	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
9.0	0.060	0.034	0.019	0.011	0.006	0.004	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
10.0	0.053	0.028	0.016	0.009	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
20.0	0.023	0.018	0.011	0.006	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

	5.4	5.8	6.2	6.6	7.0	7.4	7.8	8.2	8.6	9.0	9.4	9.8
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.02	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020
0.04	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040
0.06	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060
0.08	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080
0.10	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
0.12	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120
0.14	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140
0.16	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160
0.18	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180	0.180
0.20	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
0.22	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220
0.24	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240
0.26	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260	0.260
0.28	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280	0.280
0.30	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300	0.300
0.32	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320
0.34	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340	0.340
0.36	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360	0.360
0.38	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380	0.380
0.40	0.401	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
0.42	0.421	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420
0.44	0.441	0.441	0.441	0.440	0.440	0.440	0.440	0.440	0.440	0.440	0.440	0.440
0.46	0.461	0.461	0.461	0.460	0.460	0.460	0.460	0.460	0.460	0.460	0.460	0.460
0.48	0.481	0.481	0.481	0.480	0.480	0.480	0.480	0.480	0.480	0.480	0.480	0.480
0.50	0.502	0.501	0.501	0.501	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
0.52	0.522	0.522	0.521	0.521	0.521	0.520	0.520	0.520	0.520	0.520	0.520	0.520
0.54	0.543	0.542	0.542	0.541	0.541	0.541	0.541	0.540	0.540	0.540	0.540	0.540
0.56	0.564	0.563	0.562	0.562	0.561	0.561	0.561	0.561	0.560	0.560	0.560	0.560
0.58	0.585	0.583	0.583	0.582	0.582	0.581	0.581	0.581	0.581	0.580	0.580	0.580
0.60	0.606	0.605	0.604	0.603	0.602	0.602	0.601	0.601	0.601	0.601	0.600	0.600
0.61	0.617	0.615	0.614	0.613	0.612	0.612	0.611	0.611	0.611	0.611	0.611	0.610
0.62	0.628	0.626	0.625	0.624	0.623	0.622	0.622	0.621	0.621	0.621	0.621	0.621
0.63	0.638	0.636	0.635	0.634	0.633	0.632	0.632	0.632	0.631	0.631	0.631	0.631
0.64	0.649	0.647	0.646	0.645	0.644	0.643	0.642	0.642	0.641	0.641	0.641	0.641
0.65	0.660	0.658	0.656	0.655	0.654	0.653	0.653	0.652	0.652	0.651	0.651	0.651
0.66	0.672	0.669	0.667	0.666	0.665	0.664	0.663	0.662	0.662	0.662	0.661	0.661
0.67	0.683	0.680	0.678	0.676	0.675	0.674	0.673	0.673	0.672	0.672	0.672	0.671
0.68	0.694	0.691	0.689	0.687	0.686	0.685	0.684	0.683	0.682	0.682	0.682	0.681
0.69	0.709	0.703	0.700	0.698	0.696	0.695	0.694	0.694	0.693	0.692	0.692	0.692
0.70	0.717	0.714	0.712	0.710	0.708	0.706	0.705	0.704	0.704	0.703	0.702	0.702
0.71	0.729	0.726	0.723	0.721	0.719	0.717	0.716	0.715	0.714	0.713	0.713	0.712
0.72	0.741	0.737	0.734	0.732	0.730	0.728	0.727	0.726	0.725	0.724	0.723	0.723
0.73	0.753	0.749	0.746	0.743	0.741	0.739	0.737	0.736	0.735	0.734	0.734	0.733
0.74	0.766	0.761	0.757	0.754	0.752	0.750	0.748	0.747	0.746	0.745	0.744	0.744
0.75	0.778	0.773	0.769	0.766	0.763	0.761	0.759	0.758	0.757	0.756	0.755	0.754
0.76	0.791	0.785	0.782	0.778	0.775	0.773	0.771	0.769	0.768	0.767	0.766	0.765
0.77	0.804	0.798	0.794	0.790	0.787	0.784	0.782	0.780	0.779	0.778	0.777	0.776

	5.4	5.8	6.2	6.6	7.0	7.4	7.8	8.2	8.6	9.0	9.4	9.8
0.78	0.817	0.811	0.806	0.802	0.799	0.796	0.794	0.792	0.790	0.789	0.788	0.787
0.79	0.831	0.824	0.819	0.815	0.811	0.808	0.805	0.804	0.802	0.800	0.799	0.798
0.80	0.845	0.838	0.832	0.828	0.823	0.820	0.818	0.815	0.813	0.811	0.810	0.809
0.81	0.860	0.852	0.846	0.841	0.836	0.833	0.830	0.827	0.825	0.823	0.822	0.820
0.82	0.875	0.866	0.860	0.854	0.850	0.846	0.842	0.839	0.837	0.835	0.833	0.831
0.83	0.890	0.881	0.874	0.868	0.863	0.859	0.855	0.852	0.849	0.847	0.845	0.844
0.84	0.906	0.897	0.889	0.882	0.877	0.872	0.868	0.865	0.862	0.860	0.858	0.856
0.85	0.923	0.912	0.905	0.898	0.891	0.887	0.882	0.878	0.875	0.873	0.870	0.868
0.86	0.940	0.930	0.921	0.913	0.906	0.901	0.896	0.892	0.889	0.886	0.883	0.881
0.87	0.959	0.947	0.937	0.929	0.922	0.916	0.911	0.907	0.903	0.900	0.897	0.894
0.88	0.978	0.966	0.955	0.946	0.938	0.932	0.927	0.921	0.918	0.914	0.911	0.908
0.89	0.999	0.986	0.974	0.964	0.956	0.949	0.943	0.937	0.933	0.929	0.925	0.922
0.90	1.021	1.007	0.994	0.984	0.974	0.967	0.960	0.954	0.949	0.944	0.940	0.937
0.91	1.045	1.029	1.015	1.003	0.995	0.986	0.979	0.972	0.967	0.961	0.957	0.953
0.92	1.072	1.054	1.039	1.027	1.016	1.003	0.999	0.991	0.986	0.980	0.975	0.970
0.93	1.101	1.081	1.065	1.050	1.040	1.029	1.021	1.012	1.006	0.999	0.994	0.988
0.94	1.134	1.113	1.095	1.080	1.066	1.054	1.044	1.036	1.029	1.022	1.016	1.010
0.950	1.172	1.148	1.128	1.111	1.097	1.084	1.073	1.062	1.055	1.047	1.040	1.033
0.960	1.217	1.188	1.167	1.149	1.133	1.119	1.106	1.097	1.085	1.074	1.063	1.053
0.970	1.275	1.246	1.319	1.197	1.179	1.162	1.148	1.136	1.124	1.112	1.100	1.087
0.975	1.311	1.280	1.250	1.227	1.207	1.190	1.173	1.157	1.147	1.134	1.122	1.108
0.980	1.354	1.339	1.288	1.262	1.241	1.221	1.204	1.187	1.175	1.160	1.150	1.132
0.985	1.409	1.372	1.337	1.309	1.284	1.263	1.243	1.224	1.210	1.196	1.183	1.165
0.990	1.487	1.444	1.404	1.373	1.344	1.319	1.297	1.275	1.260	1.243	1.228	1.208
0.995	1.617	1.565	1.519	1.479	1.451	1.416	1.388	1.363	1.342	1.329	1.302	1.280
0.999	1.917	1.845	1.780	1.725	1.678	1.635	1.596	1.560	1.530	1.500	1.476	1.447
1.000	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
1.001	1.033	0.951	0.870	0.803	0.746	0.697	0.651	0.614	0.577	0.546	0.519	0.494
1.005	0.737	0.669	0.612	0.553	0.526	0.481	0.447	0.420	0.391	0.368	0.350	0.331
1.010	0.610	0.551	0.502	0.459	0.422	0.389	0.360	0.337	0.313	0.294	0.278	0.262
1.015	0.537	0.483	0.440	0.399	0.366	0.336	0.310	0.289	0.269	0.255	0.237	0.223
1.020	0.486	0.436	0.394	0.358	0.327	0.300	0.276	0.257	0.237	0.221	0.209	0.196
1.030	0.415	0.370	0.333	0.300	0.272	0.249	0.228	0.212	0.195	0.181	0.170	0.159
1.040	0.365	0.324	0.290	0.262	0.236	0.214	0.195	0.173	0.165	0.152	0.143	0.134
1.050	0.328	0.289	0.259	0.231	0.208	0.189	0.174	0.153	0.143	0.132	0.124	0.115
1.060	0.298	0.262	0.233	0.209	0.187	0.170	0.154	0.140	0.127	0.116	0.106	0.098
1.070	0.273	0.239	0.212	0.191	0.168	0.151	0.136	0.123	0.112	0.102	0.094	0.086
1.080	0.252	0.220	0.194	0.172	0.153	0.137	0.123	0.111	0.101	0.092	0.084	0.077
1.090	0.234	0.204	0.179	0.158	0.140	0.125	0.112	0.101	0.091	0.082	0.075	0.069
1.10	0.218	0.189	0.165	0.146	0.129	0.114	0.102	0.092	0.083	0.074	0.067	0.062
1.11	0.204	0.176	0.154	0.135	0.119	0.105	0.094	0.084	0.075	0.067	0.060	0.055
1.12	0.192	0.165	0.143	0.125	0.110	0.097	0.086	0.077	0.069	0.062	0.055	0.050
1.13	0.181	0.155	0.135	0.117	0.102	0.090	0.080	0.071	0.063	0.056	0.050	0.045
1.14	0.170	0.146	0.126	0.109	0.095	0.084	0.074	0.065	0.058	0.052	0.046	0.041
1.15	0.161	0.137	0.118	0.102	0.089	0.078	0.068	0.061	0.054	0.048	0.043	0.038
1.16	0.153	0.130	0.111	0.096	0.084	0.072	0.064	0.056	0.050	0.045	0.040	0.035
1.17	0.145	0.123	0.105	0.090	0.078	0.068	0.060	0.052	0.046	0.041	0.036	0.032
1.18	0.138	0.116	0.099	0.085	0.073	0.063	0.055	0.048	0.042	0.037	0.033	0.029

BIBLIOGRAFIA

- ADDISON, H.A. Tratado de Hidráulica Aplicada. Chapman and Hall Ltd. Londres, 1984.
- AGUIRRE PE. J. Hidráulica de Canales. CIDIAT, Mérida, Venezuela, 1974.
- ARAMBURO B, L. Hidráulica Aplicada. Departamento de Publicaciones, UIS. Bucaramanga, 1984.
- BALLOFFET, A. Critical Flow Meters (Venturi Flumes). Proc. ASCE 81 (1951). Paper 743.
- BOS, M.G. Ed. Discharge Measurement Structures. International Institute for Land Reclamation and Improvement, ILRI, Holanda, 1976.
- BUREAU OF RECLAMATION U.S. Proyecto de Pequeñas Presas. Primera edición en español. Dossat, Madrid, 1970.
- CENTRAL BOARD OF IRRIGATION AND POWER. Water Resources Research In India. New Delhi, 1979.
- CHOW VEN TE. Open Channel Hydraulics. Mc.Graw Hill, Kogakusha, Ltda. New York, 1960.
- DIAZ, Alfonso y NARVAEZ, Ramiro. Revestimiento de Canales de Riego con una Mezcla de Suelo-Cemento. Serie ES-28 CIAT. Cali, 1983.
- HENDERSON, F.M. Open Channel Flow. Mac Millan Publishing Co. New York, 1966.
- INTERNATIONAL INSTITUTE FOR LAND RECLAMATION AND IMPROVEMENT - ILRI. Principios y Aplicaciones del Drenaje. IV Diseño y Manejo de los Sistemas de Drenaje. Ed. en español, Holanda, 1978.
- JEPPSON R.W. Graphical Solutions to Frequently Encountered Fluid Flow Problems. Utah Research laboratory. Logan, UTAH, 1965.
- KING H.W., WISLER CH. y WOODBURN J.G. Hidráulica. Trillas, México, 1980.
- KRAATZ D.B. y MAHAJAN I.K. Pequeñas Obras Hidráulicas. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación FAO. Roma, 1976.
- KROCHIN S. Diseño Hidráulico. Colección Escuela Politécnica Nacional, segunda edición. Quito, 1978.

- LINSLEY R.K. y FRANZINI J.B. Ingeniería de los Recursos Hidráulico. CECSA. México, 1984.
- MEJIA B.A. y UPEGUI H.E. Criterios Básicos para el Diseño y Localización de Canales de Riego. VIII Congreso Nacional de Ingeniería. Incora, 1966.
- RANGA RAJU K.G. Flow Through Open Channel.
- ROUSE H. ENGINEERING HYDRAULICS. John Wiley and Sons. Inc. New York, 1950.
- SALLY H.L. Lining of Earthen Irrigation Channels. Asia Publishing House. London.
- SCHAFFER A. Hidráulica y Construcciones Hidráulicas. Traducción del alemán por D.R. Dublans. Labor Barcelona, 1959.
- SILBERT R. Hidráulica del Régimen Permanente en Canales y Ríos. Auilar, Madrid, 1972.
- SIMON A. L. Practival Hudraulics. Segunda edición. John Wiley and Sons. New York, 1981.
- SOIL CONSERVATION SERVICE. US. DEPARTMENT OF AGRICULTURE. Hydraulics. Section 5.
- . Section 15, Measurement of Irrigation Water.
- TORRES H.F. Obras Hidráulicas. Limusa. México, 1983.
- TRUEBA C.S. Hidráulica. Compañía Editorial Continental S.A. México, 1982.
- WHITE F.M. Mecánica de Fluidos. Traducción Primera edición. Mc.Graw Hill. México, 1983.