

---

## Recursos en Ingeniería, Arquitectura, Construcción y Afines

Libros, Plantillas en Excel, Revit, Civil 3D, Autocad y más

---

[Más recursos gratis Aquí](#)

[Clic aqui para ir al sitio web](#)

[Explore nuestra Tienda](#)

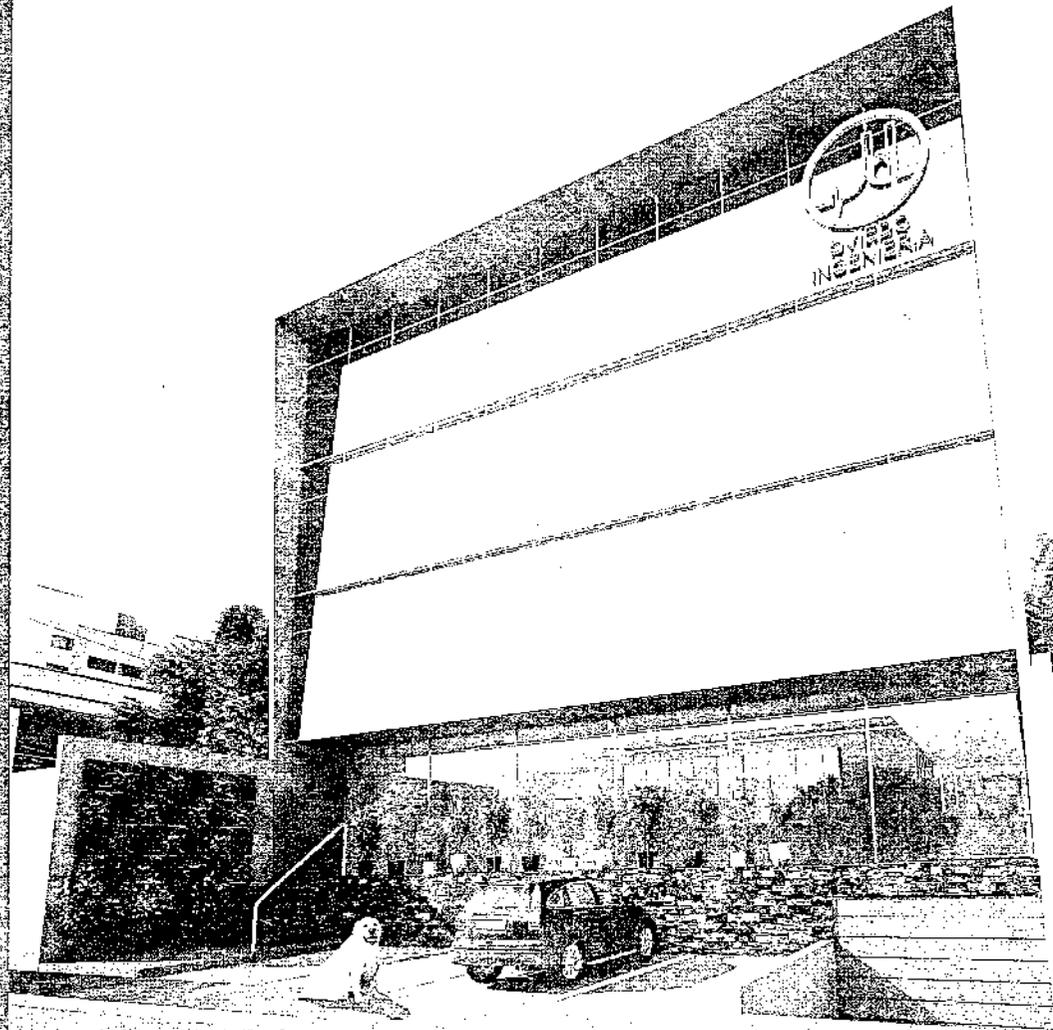


[Canal de WhatsApp \(Convenio Institucional\)](#)

# CONCRETO

DISEÑO SISMORRESISTENTE DE EDIFICACIONES DE CONCRETO ARMADO

Dr. Ricardo Oviello Samiento





CIVIL  
INGENIERIA

# **DISEÑO SISMORRESISTENTE DE EDIFICACIONES DE CONCRETO ARMADO**

---

**Drº.(c) Ricardo Oviedo Sarmiento**



## PREFACIO

El presente trabajo se ha desarrollado con el objetivo de generar interés y proveer a los estudiantes y profesionales de Ingeniería Civil de una herramienta con información actualizada, clara y práctica sobre el diseño sismorresistente de edificaciones de concreto armado. A los primeros como un primer acercamiento al diseño en concreto armado, y a los segundos como un apoyo en su desempeño profesional.

En el primer capítulo, se revisan los fundamentos de diseño en concreto armado, los factores de carga, las resistencias de diseño y las disposiciones especiales para diseño sismorresistente con énfasis en la ductilidad de estructuras, la determinación del coeficiente de reducción de fuerza sísmica y rotulas plásticas.

En el segundo capítulo, se presentan las propiedades mecánicas del concreto y el acero. Se describe el esfuerzo a compresión, esfuerzo a tensión, confinamiento y flujo plástico del concreto.

En el tercer capítulo, se presenta el predimensionamiento de elementos estructurales de una edificación. Se muestra ejemplos de predimensionamiento de losas aligeradas, vigas, columnas, zapatas, vigas de cimentación, muros de concreto armado y elementos de borde.

En el cuarto capítulo, se presenta el análisis de la edificación de 5 niveles, mostrando el modelamiento estático y dinámico espectral paso a paso de la edificación en el programa ETABS v.2016, según la norma E.030-2016.

En el quinto capítulo, se presenta el diseño de losas aligeradas, mostrando ejemplos de diseño por flexión y corte, considerando el análisis por el método de los coeficientes indicado en la norma E.060-2009.

En el sexto capítulo, se presenta el diseño de escaleras, considerando la norma A.010 de Arquitectura del RNE. Ejemplos de diseño por flexión y corte.

En el séptimo capítulo, se presenta el diseño de vigas, considerando ejemplos de diseño por flexión y corte de vigas simplemente reforzadas, doblemente reforzadas y análisis de deformaciones según la norma E.060-2009.

En el octavo capítulo, se presenta el diseño de columnas, considerando ejemplos de diagrama de interacción, diseño por flexión, diseño por corte y disposiciones especiales para diseño sísmico de la norma E.060-2009.

En el noveno capítulo, se presenta el diseño de muros estructurales, considerando ejemplos por flexión y cortante según la norma E.060-2009 y diseño de elementos de borde según ACI318 – 2014.

En el décimo capítulo, se presenta el diseño de zapatas y vigas de cimentación, considerando ejemplos de diagrama de diseño por flexión y punzonamiento según la norma E.060-2009.

En el onceavo capítulo, se presenta el detalle del refuerzo, recubrimiento, longitud de desarrollo y empalmes según la norma E.060-2009. Se muestran cuadros con valores calculados.

Dr.(c) Ricardo Oviedo Sarmiento  
oviedos@ciplima.org.pe

Lima, Diciembre del 2016

Dr.(c)  
Oviedo  
tesis R  
Oviedo  
Sarmiento  
Trabajo  
Utilizar  
Oviedo  
Univer  
Pasajes  
de Tern  
Energía  
Oviedo  
Perú, C  
de Solo  
ASTM A  
Oviedo  
Americ  
Certific  
Actualiz  
Univer  
Oviedo  
Metall  
Oviedo  
Ingenie  
Perú,  
Oviedo  
Edificac  
Privada  
2016, E  
2016, E  
Martín  
Es Instr  
Arquit  
nivel  
Comput  
Energía  
Es Instr  
Fundam  
Tendenc  
Es Instr  
CACE  
Estructu  
Disposit  
Curso "E  
ETABS 2  
Estructu  
Sismorres  
ha sido  
Sismorres  
Reducc  
ha sido  
Estructu  
Ingenie  
Univer  
XIII C  
constru  
El Docto  
Obras C  
INICA; C  
IP, Ica;  
factas; S  
Ingenier  
IP, Ica;  
Estructu  
interfer  
Univer  
Estructu  
entinar  
Ingenier  
El Docto  
Estructu  
28-612  
diferen  
Estructu  
Estructu  
Ingenier

# ÍNDICE

## CAPÍTULO I

### Fundamentos del Diseño en Concreto Armado

1.1.	El diseño estructural.....	1
1.2.	Método de diseño por resistencia y servicio.....	1
1.2.1.	Recomendaciones sobre resistencia.....	1
1.2.2.	Recomendaciones sobre servicio.....	3
1.2.3.	Recomendaciones sobre ductilidad.....	3
1.3.	Resistencia del concreto estructural.....	4
1.3.1.	Resistencia mínima del concreto estructural.....	4
1.3.2.	Resistencia máxima del concreto estructural.....	5
1.4.	Resistencia de diseño para el acero.....	5
1.5.	Disposiciones especiales para el diseño sísmico.....	6
1.5.1.	Estribo de confinamiento.....	6
1.5.2.	Elementos de borde en muros estructurales.....	6
1.5.3.	Gancho sísmico en estribos y grapas.....	7
1.5.4.	Grapa suplementaria.....	8
1.5.5.	Requerimientos de estribos para columnas.....	8
1.6.	Influencia de los estribos en la disipación de energía.....	11
1.7.	Rotulas plásticas en elementos de concreto armado.....	13
1.8.	Coefficiente de reducción de fuerza sísmica.....	16
1.9.	Diseño sísmico basado en desplazamiento.....	17

## CAPÍTULO II

### Propiedades Mecánicas del Concreto y el Acero

2.1.	Concreto.....	19
2.1.1.	Comportamiento bajo esfuerzo uniaxial.....	19
2.1.2.	Comportamiento bajo esfuerzos combinados.....	26
2.1.3.	Confinamiento del concreto por el refuerzo.....	29
2.1.4.	Flujo plástico del concreto.....	36
2.1.5.	Contracción del concreto.....	38
2.2.	Refuerzo de acero.....	38
2.2.1.	Curva esfuerzo – deformación.....	38
2.2.2.	Comportamiento bajo esfuerzos repetidos.....	42
2.2.3.	Comportamiento bajo esfuerzos alternados.....	43

## CAPÍTULO III

### Predimensionamiento de Elementos Estructurales

3.1.	Descripción de la edificación.....	45
3.2.	Predimensionamiento de losas.....	49

3.3.	Predimensionamiento de vigas.....	50
3.3.1.	Vigas principales.....	50
3.3.2.	Vigas secundarias.....	51
3.4.	Predimensionamiento de columnas.....	52
3.4.1.	Predimensionamiento de columna central.....	54
3.4.2.	Predimensionamiento de columna perimetral.....	56
3.5.	Predimensionamiento de zapatas.....	58
3.5.1.	Zapata para columna central.....	58
3.5.2.	Zapata para columna perimetral.....	59
3.6.	Predimensionamiento de viga de cimentación.....	60
3.7.	Predimensionamiento de muros de corte.....	61
3.7.1.	Determinación del peso de la edificación.....	61
3.7.2.	Determinación de la fuerza cortante Sísmica.....	62
3.7.3.	Determinación del sistema estructural.....	63
3.7.4.	Determinación del área de corte.....	64
3.7.5.	Determinación del área de muros.....	64
3.7.6.	Relación del área de muros de corte y el área techada.....	64
3.7.7.	Predimensionamiento de elementos de borde.....	65

**CAPÍTULO IV**  
**Análisis de la Edificación**

4.1.	Datos previos a la modelación.....	67
4.2.	Análisis del edificio con el programa Etabs – 2016.....	70
4.2.1.	Iniciando el programa.....	70
4.2.2.	Definición de grillas y geometría de la edificación.....	70
4.2.3.	Unidades de trabajo.....	73
4.2.4.	Guardando el avance del modelo.....	73
4.2.5.	Definición de las propiedades del material.....	74
4.2.6.	Definición de los elementos línea.....	76
4.2.7.	Definición de las secciones de elemento área.....	80
4.2.8.	Dibujo de elementos línea.....	82
4.2.9.	Dibujo de elementos área.....	85
4.2.10.	Asignación de brazos rígidos.....	90
4.2.11.	Aplicación de las condiciones de apoyo a la estructura.....	92
4.2.12.	Definición y asignación de diafragmas.....	93
4.2.13.	Definición del sistema de cargas estáticas.....	94
4.2.14.	Asignación de mesh a elementos de área.....	96
4.2.15.	Asignación de piers a placas.....	98
4.2.16.	Definición del sistema de cargas dinámicas.....	99
4.2.17.	Asignación de cargas en losas.....	103
4.2.18.	Definición de masas.....	105
4.2.19.	Definición de las combinaciones de carga.....	106
4.2.20.	Análisis de la estructura.....	109

4.2.21.	Verificación de las distorsiones.....	110
4.2.22.	Período fundamental de la estructura.....	112
4.2.23.	Coefficiente basal para el análisis estático.....	114
4.3.	Análisis de los resultados.....	116
4.3.1.	Deformaciones.....	116
4.3.2.	Fuerzas en elementos línea.....	118
4.3.3.	Fuerzas en elementos de placas.....	121
4.3.4.	Verificación de la configuración estructural.....	123
4.3.5.	Verificación de la relación entre la cortante estática y dinámica.....	127
4.3.6.	Separación sísmica de edificios.....	128

**CAPÍTULO V**  
**Diseño de Losas Aligeradas: Vigas T**

5.1.	Diseño por flexión.....	133
5.1.1.	Análisis de una sección tipo T con falla dúctil.....	133
5.1.2.	Determinación de la cuantía balanceada.....	136
5.1.3.	Cuantía mínima de secciones T.....	137
5.1.4.	Diseño de una sección.....	137
5.1.5.	Método de los coeficientes.....	139
5.2.	Diseño por corte.....	141
5.2.1.	Consideraciones generales.....	141
5.2.2.	Método de los coeficientes.....	142
5.3.	Ejemplos de aplicación.....	142
a.	Ejemplo 01: Diseño de aligerado por el método de los coeficientes.....	142
b.	Ejemplo 02: Diseño de aligerado de 1 tramo.....	148

**CAPÍTULO VI**  
**Diseño de Escaleras**

6.1.	Consideraciones generales – reglamento A.010.....	151
6.2.	Diseño de escalera.....	153
6.3.	Ejemplos de aplicación.....	155
a.	Ejemplo 01: Diseño de escalera con 1 tramo y 1 descanso.....	155
b.	Ejemplo 02: Diseño de escalera con 1 tramo y 2 descansos.....	158

**CAPÍTULO VII**  
**Diseño de Vigas**

7.1.	Diseño por flexión.....	163
7.1.1.	Comportamiento de vigas sometidas a flexión.....	163
7.1.2.	Hipótesis básicas de elementos sometidos a flexión.....	165
7.1.3.	Tipos de falla de elementos sometidos a flexión.....	165
7.1.4.	Caracterización del bloque de compresión para el análisis y diseño.....	166
7.2.	Vigas simplemente reforzadas.....	168

7.2.1.	Determinación de la cuantía balanceada.....	168
7.2.2.	Determinación de la cuantía del refuerzo.....	170
7.2.3.	Diseño de elementos sometidos a flexión.....	170
7.3.	Vigas doblemente reforzadas.....	172
7.4.	Recomendación de espaciamiento de estribos en elementos en flexión (vigas).....	179
7.5.	Diseño por corte.....	180
7.6.	Verificación de deflexiones.....	182
7.6.1.	Consideraciones generales.....	182
7.6.2.	Cálculo de deflexiones inmediatas.....	183
7.6.3.	Cálculo de deflexiones dependientes del tiempo.....	183
7.7.	Ejemplos de aplicación.....	185
a.	Ejemplo 01: Diseño de viga por flexión y corte.....	185
b.	Ejemplo 02: Diseño de viga entre placas.....	189
c.	Ejemplo 03: Verificación de viga doblemente reforzada.....	193
d.	Ejemplo 04: Cálculo de deflexión en viga.....	198

**CAPÍTULO VIII**  
**Diseño de Columnas**

8.1.	Carga axial y flexión.....	205
8.2.	Centroide plástico.....	206
8.3.	Diagrama de interacción.....	207
8.4.	Diagrama de interacción de diseño – modificaciones del ACI 318 – 2014 y el RNE E060 – 2009.....	209
8.5.	Análisis y diseño de columnas cargadas excéntricamente usando ábacos.....	211
8.6.	Cuantía máxima y mínima en columnas.....	213
8.7.	Diseño por flexión biaxial.....	214
8.8.	Diseño por corte.....	215
8.8.1.	Recomendación de espaciamiento de estribos en elementos en flexocompresión (columnas).....	217
8.9.	Columnas esbeltas.....	218
8.9.1.	Efectos de esbeltez.....	219
8.10.	Ejemplos de aplicación.....	219
a.	Ejemplo 01: Diagrama de interacción.....	219
b.	Ejemplo 02: Verificación por flexocompresión.....	227
c.	Ejemplo 03: Diseño de columna circular.....	229
d.	Ejemplo 04: Determinación de dimensiones adecuadas.....	231

**CAPÍTULO IX**  
**Diseño de Muros Estructurales**

9.1.	Muros de corte o placas.....	233
9.1.1.	Definición.....	233
9.1.2.	Características generales.....	234
9.1.3.	Disposición del refuerzo.....	234

9.1.4.	Clasificación de los muros.....	235
9.1.5.	Modos de falla.....	236
9.1.6.	Zona de compresión.....	237
9.2.	Diseño sísmico de muros.....	239
9.2.1.	Fuerzas de diseño.....	239
9.2.2.	espesores mínimos.....	239
9.2.3.	Refuerzo distribuido vertical y horizontal.....	240
9.2.4.	Resistencia al corte en el plano del muro.....	242
9.2.5.	Diseño por flexión y carga axial.....	244
9.2.6.	Elementos de borde para muros estructurales.....	247
9.2.7.	Requisitos para muros especiales según ACI 318 - 2014.....	250
9.3.	Ejemplos de aplicación.....	251
a.	Ejemplo 01: Diseño de placa por corte.....	251
b.	Ejemplo 02: Diseño de placa por flexocompresión.....	255
c.	Ejemplo 03: Diseño de elementos de borde según ACI 318-2014.....	256

**CAPÍTULO X**  
**Diseño de Cimentaciones**

10.1.	Definiciones.....	259
10.2.	Presión de terreno.....	260
10.2.1.	Cimentación con carga excéntrica.....	261
10.3.	Determinación de la presión neta del suelo.....	262
10.4.	Reacción amplificada del suelo.....	263
10.5.	Diseño de zapata corrida.....	265
10.6.	Diseño de zapata aislada.....	267
10.7.	Diseño de zapatas combinadas.....	268
10.8.	Diseño de zapatas conectadas mediante viga de cimentación.....	269
10.9.	Ejemplos de aplicación.....	271
a.	Ejemplo 01: Diseño de zapata aislada.....	271
b.	Ejemplo 02: Diseño de zapata combinada.....	273
c.	Ejemplo 03: Diseño de zapata conectada.....	279

**CAPÍTULO XI**  
**Detalles de Refuerzo**

11.1.	Detalles de refuerzo.....	285
11.1.1.	Gancho estándar.....	285
11.1.2.	Diámetro mínimo de doblado.....	286
11.1.3.	Doblado.....	287
11.1.4.	Límites del espaciamiento del refuerzo.....	287
11.1.5.	Recubrimiento de concreto para el refuerzo.....	288
11.1.6.	Detalles especiales del refuerzo para columnas.....	289

11.1.7. Conexiones.....	290
11.1.8. Refuerzo transversal para elementos a compresión.....	291
11.1.9. Refuerzo transversal para elementos a flexión.....	293
11.1.10. Refuerzo de retracción y temperatura.....	293
11.1.11. Requisitos para la integridad estructural.....	294
11.2. Longitudes de desarrollo y empalmes de refuerzo.....	295
11.2.1. Longitud de desarrollo del refuerzo - generalidades.....	295
11.2.2. Longitud de desarrollo de barras corrugadas y de alambres corrugados a tracción.....	296
11.2.3. Longitud de desarrollo de barras corrugadas y alambres corrugados a compresión.....	298
11.2.4. Desarrollo de paquetes de barras.....	299
11.2.5. Desarrollo de ganchos estándar en tracción.....	299
11.2.6. Desarrollo del refuerzo para flexión – generalidades.....	301
11.2.7. Desarrollo del refuerzo para momento positivo.....	302
11.2.8. Desarrollo del refuerzo para momento negativo.....	303
11.2.9. Desarrollo del refuerzo del alma.....	304
11.2.10. Empalme del refuerzo – generalidades.....	305
11.2.11. Empalmes de alambres y barras corrugadas a tracción.....	305
11.2.12. Empalmes de barras corrugadas a compresión.....	306
11.2.13. Requisitos especiales de empalmes para columnas.....	307
11.3. Detalles típicos de refuerzo.....	308
Cuadro de gancho estándar para refuerzo longitudinal.....	308
Cuadro de detalle de estribos con dobléz de 90° y 135°.....	308
Cuadro de longitud de desarrollo para acero corrugado sin gancho.....	309
Cuadro de longitud de desarrollo con gancho estándar.....	309
Cuadro de empalmes en vigas.....	310
Cuadro de empalmes en columnas.....	311
<b>Bibliografía.....</b>	<b>313</b>

**FUNDAMENTOS DEL DISEÑO EN CONCRETO  
ARMADO**

**1.1. EL DISEÑO ESTRUCTURAL**

La estructura debe concebirse como un sistema o conjunto de partes y componentes que se combinan ordenadamente para cumplir una función dada. El proceso de un sistema, comienza con la formulación de los objetivos que se pretende alcanzar y de las restricciones que deben tenerse en cuenta. El proceso es cíclico; se parte de consideraciones generales, que se afinan en aproximaciones sucesivas, a medida que se acumula información sobre el problema.

Idealmente el objeto del diseño de un sistema es la optimización del mismo, es decir la obtención de todas las mejores soluciones posibles. El lograr una solución óptima no es fácil de alcanzar, sin embargo, es útil optimizar de acuerdo con determinado criterio, tal como el peso o costo mínimo; teniendo en cuenta que no existen soluciones únicas sino razonables.

**1.2. METODO DE DISEÑO POR RESISTENCIA Y SERVICIO**

**1.2.1. Recomendaciones sobre resistencia**

El código ACI (American Concrete Institute) y la Norma Peruana E.060 de Concreto Armado separan las recomendaciones de resistencia para la seguridad estructural en dos partes: factores de carga y factores de reducción de capacidad.

### a. Los Factores de Carga

Los factores de carga tienen el propósito de dar seguridad adecuada contra un aumento en las cargas de servicio más allá de las especificaciones de diseño, para que sea improbable la falla.

Los factores de carga también ayudan a asegurar que las deformaciones bajo cargas de servicio no sean excesivas.

El RNE (Reglamento Nacional de Edificaciones) – NORMA E.060 CONCRETO ARMADO – 2009 recomienda que la resistencia requerida  $U$  para resistir las cargas sean:

- La resistencia requerida para cargas muertas ( $CM$ ) y cargas vivas ( $CV$ ) será como mínimo:

$$U = 1.4CM + 1.7CV \quad (\text{Ec. 1.1})$$

- Si en el diseño se tuvieran que considerar cargas de viento ( $CV_i$ ), la resistencia requerida será como mínimo:

$$U = 1.25(CM + CV \pm CV_i) \quad (\text{Ec. 1.2})$$

$$U = 0.90CM + 1.25CV_i \quad (\text{Ec. 1.3})$$

- Si en el diseño se tuvieran que considerar cargas de sismo ( $CS$ ), la resistencia requerida será como mínimo:

$$U = 1.25(CM + CV) \pm CS \quad (\text{Ec. 1.4})$$

$$U = 0.9CM \pm CS \quad (\text{Ec. 1.5})$$

### b. Los Factores de Reducción de Capacidad

Los factores de reducción de capacidad  $\phi$ , toman en cuenta las inexactitudes de los cálculos y fluctuaciones en la resistencia del material, en la mano de obra y en las dimensiones. En las vigas se considera el más alto valor de  $\phi$ , debido a que están diseñadas para fallar por flexión de manera dúctil con fluencia del acero en tracción. En las columnas tiene el valor más bajo de  $\phi$ , puesto que pueden fallar en modo frágil cuando la resistencia del concreto es el factor crítico; adicionalmente la falla de una columna puede significar el desplome de toda la estructura y es difícil realizar la reparación.

Según la Norma E.060 – 2009 de Concreto Armado, tenemos los siguientes factores de reducción de capacidad:

Por Flexión:	$\phi = 0.90$
Por Cortante y Torsión:	$\phi = 0.85$
Por Flexo-compresión:	$\phi = 0.75$ (Columnas Con Espirales)
	$\phi = 0.70$ (Columnas Estribadas)

### 1.2.2. Recomendaciones sobre servicio

La evaluación del comportamiento de la estructura bajo carga de servicio es una consideración muy importante cuando los miembros se proporcionan en base a la resistencia requerida. Los miembros con pequeñas secciones y secciones con poco acero de compresión, pueden satisfacer los requerimientos de resistencia, pero conducen a esfuerzos y deformaciones elevados bajo carga de servicio. En consecuencia, se debe verificar que las deflexiones bajo carga de servicio estén dentro de los límites aceptables. El control del agrietamiento también es muy importante para fines de apariencia y durabilidad. En consecuencia, los anchos de las grietas bajo carga de servicio no deben exceder los límites especificados.

### 1.2.3. Recomendaciones sobre ductilidad

Una consideración importante adicional a la de resistencia y de servicio es la ductilidad. Es importante asegurar que en caso extremo de que la estructura se cargue hasta la falla, esta se comporte en forma dúctil. Esto significa asegurar que la estructura no falle en forma frágil sin advertencia. Sino que sea capaz de sufrir grandes deformaciones bajo cargas cercanas a la máxima. Estas grandes deflexiones dan amplia advertencia de falla, y manteniendo la capacidad de transmisión de carga se puede impedir el desplome total y salvar vidas. Además el comportamiento dúctil de los miembros permite utilizar en el diseño redistribuciones de momentos flexionantes que toman en cuenta la redistribución posible del patrón de momentos elásticos a flexión.

Para asegurar el comportamiento dúctil, los diseñadores deben dar especial atención a los detalles, tales como cuantía de refuerzo longitudinal, anclaje del refuerzo y confinamiento del concreto comprimido, evitando así los tipos frágiles de falla. El código ACI y la Norma Peruana E.060 – 2009 hacen recomendaciones acerca de la cuantía de acero longitudinal que produce secciones dúctiles, a la vez que permite cierta redistribución de los momentos flexionantes del diagrama de momentos elásticos.

### 1.3. RESISTENCIA DEL CONCRETO ESTRUCTURAL

#### 1.3.1. Resistencia Mínima del Concreto Estructural

##### a. Según el RNE - Norma E.060 - Concreto Armado - 2009

“Resistencia mínima del concreto estructural: Para el concreto estructural,  $f'_c$  no debe ser inferior a 17MPa, salvo para concreto estructural simple (véase 22.2.4 de la Norma E.060).

22.2.4 Resistencia mínima: La resistencia especificada del concreto simple para ser usado con fines estructurales medida a los 28 días no debe ser menor de 14MPa.

Todos los materiales que se empleen para la fabricación del concreto simple (cemento, agregados, agua, aditivos, etc.) deberán cumplir los mismos requisitos que para concreto armado. Esta exigencia también será aplicable a la dosificación, ensayo de probetas cilíndricas, encofrados, colocación, curado, evaluación y aceptación del concreto.

##### 21.3.2 Concreto en elementos resistentes a fuerzas inducidas por sismo:

21.3.2.1 La resistencia especificada a la compresión del concreto  $f'_c$ , no debe ser menor que 21MPa.”

##### b. Según el ACI 318 - 2014

“Concreto en pórticos especiales resistentes a momento y muros estructurales especiales

18.2.5.1 La resistencia especificada a la compresión del concreto en los pórticos especiales resistentes a momento y muros estructurales especiales debe concordar con los requisitos de los sistemas sísmicos especiales de la Tabla 19.2.1.1.

Tabla 1.1 Límites para  $f'_c$

Aplicación	Concreto	$f'_c$ Mínimo (kg/cm <sup>2</sup> )	$f'_c$ Máximo (kg/cm <sup>2</sup> )
General	Peso normal y liviano	175	Ninguno
Pórticos especiales resistentes a momentos y muros estructurales especiales.	Peso normal	210	Ninguno
	Liviano	210	350 <sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> Este límite puede ser excedido cuando la evidencia experimental demuestre que los elementos estructurales hechos con concreto liviano proporcionan una resistencia y tenacidad iguales o mayores que las de

elementos comparables hechos con concreto de peso normal de la misma resistencia.

19.2.1.2 Se debe usar la resistencia especificada a la compresión para la dosificación de mezclas en 26.4.3 y para el ensayo y aceptación del concreto en 26.12.3.

19.2.1.3 A menos que se especifique lo contrario  $f'_c$  debe basarse en ensayos a los 28 días. Si el ensayo no es a los 28 días, se debe especificar la edad del ensayo para  $f'_c$  en los documentos de construcción.”

#### 1.3.2. Resistencia Máxima del Concreto Estructural

##### a. Según el RNE - Norma E.060 - Concreto Armado - 2009

“No se establece un valor máximo para  $f'_c$  salvo que se encuentre restringido por alguna disposición específica de esta Norma (véase 21.3.2 de la Norma E.060).

##### 21.3.2 Concreto en elementos resistentes a fuerzas inducidas por sismo:

21.3.2.2 La resistencia especificada a la compresión del concreto,  $f'_c$ , no debe ser mayor que 55MPa.

21.3.2.3 La resistencia especificada a la compresión del concreto liviano,  $f'_c$ , no debe ser mayor que 35MPa a menos que se demuestre, por medio de evidencia experimental, que los elementos estructurales hechos con dicho concreto liviano proporcionan resistencia y tenacidad iguales o mayores que las de elementos comparables hechos por concreto de peso normal de la misma resistencia.”

##### b. Según el ACI - 2005

Ver Tabla 1.1 (Tabla 19.2.1.1. del ACI 318 - 2014).

### 1.4. RESISTENCIA DE DISEÑO PARA EL ACERO

##### a. Según el RNE - Norma E.060 - Concreto Armado - 2009:

Los valores de  $f_y$  y  $f_y$  usados en los cálculos de diseño no deben exceder de 550MPa, excepto para los aceros de preesforzado, para los refuerzos transversales en espiral en 10.9.3, el refuerzo por cortante y

torsión (véase 11.5.2 y 11.6.3.4 de la Norma E.060). Para los elementos con responsabilidad sísmica, véase 21.3.3 de la Norma E.060.

**b. Según el ACI:**

Los valores de  $f_y$  y  $f_{yt}$  usados en los cálculos de diseño no deben exceder de 550MPa, excepto para aceros de preesforzado y para los refuerzos transversales en espiral en 10.9.3 Y 21.1.5.4.

Dónde:

$f_y$ : Resistencia especificada a la fluencia del refuerzo.

$f_{yt}$ : Resistencia especificada a la fluencia del refuerzo transversal.

**1.5. DISPOSICIONES ESPECIALES PARA EL DISEÑO SÍSMICO**

**1.5.1. Estribo de confinamiento**

Un estribo cerrado de diámetro no menor de 8 mm. El confinamiento puede estar constituido por un estribo cerrado en el perímetro y varios elementos de refuerzo, pero todos ellos deben tener en sus extremos ganchos sísmicos que abracen el refuerzo longitudinal y se proyecten hacia el interior de la sección del elemento. Las espirales continuas enrolladas alrededor del refuerzo longitudinal también cumplen función de confinamiento.



Figura 1.1 Ejemplos de configuraciones de los estribos de confinamiento para columnas.

**1.5.2. Elementos de borde en muros estructurales**

Zonas a lo largo de los bordes de los muros y de los diafragmas estructurales, reforzados con acero longitudinal y transversal. Los elementos de borde no requieren necesariamente un incremento del espesor del muro o del diafragma. Los bordes de las aberturas en los muros y diafragmas deben estar provistos de elementos de borde.

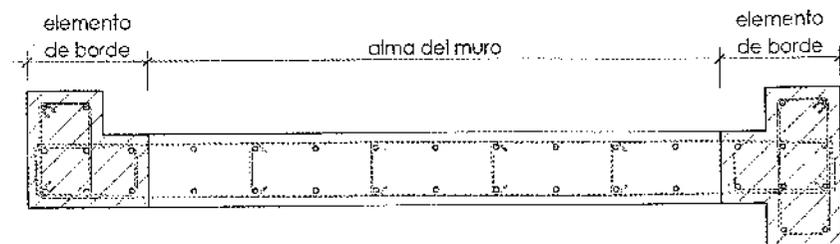


Figura 1.2 Ejemplo de elementos de borde en muros.

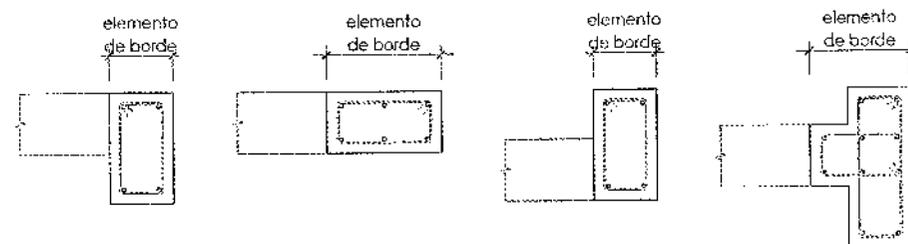


Figura 1.3 Ejemplos de elementos de borde en muros estructurales.

**1.5.3. Gancho sísmico en estribos y grapas**

Es el gancho que debe formarse en los extremos de los estribos de confinamiento y grapas suplementarias. Consiste en un doblez de 135° o más. Los ganchos deben tener una extensión de 8 veces el diámetro de la barra, pero no menor a 75 mm, que abraza el refuerzo longitudinal y se proyecta hacia el interior de la sección del elemento.

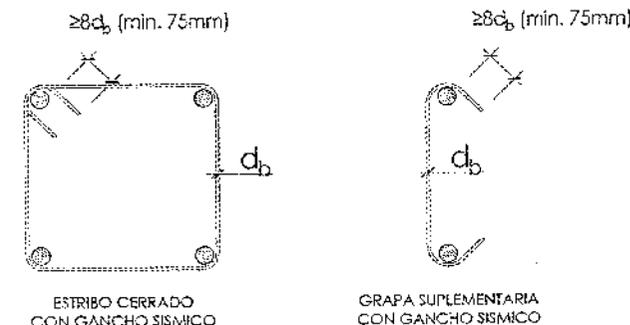


Figura 1.4 Ganchos sísmicos en estribos y grapas suplementarias.

#### 1.5.4. Grapa suplementaria

Refuerzo transversal de diámetro mínimo 8 mm que tiene ganchos sísmicos en ambos extremos. Los ganchos deben abrazar a las barras longitudinales de la periferia de la sección.

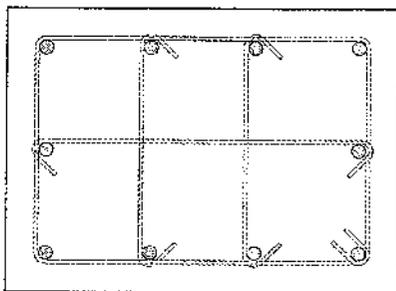


Figura 1.5 Grapas suplementarias.

#### 1.5.5. Requerimientos de estribos para columnas

SEGÚN NORMA E.060 – 2009

Todas las barras no preesforzadas deben estar confinadas por medio de estribos transversales de por lo menos 8 mm para barras de hasta 5/8", de 3/8" para barras longitudinales de más de 5/8" hasta 1" y de 1/2" para barras longitudinales de mayor diámetro y para los paquetes de barras. Se permite el uso de alambre corrugado o refuerzo electrosoldado de alambre con un área equivalente.

El espaciamiento vertical de los estribos no debe exceder 16 veces el diámetro de las barras longitudinales, 48 veces el diámetro de la barra o alambre de los estribos ni la menor dimensión transversal del elemento sometido a compresión.

Los estribos deben disponerse de tal forma que cada barra longitudinal de esquina y cada barra alterna tenga apoyo lateral proporcionado por la esquina de un estribo con un ángulo interior no mayor de 135° y ninguna barra longitudinal esté separada a más de 150 mm libres de una barra apoyada lateralmente. Cuando las barras longitudinales estén localizadas alrededor del perímetro de un círculo, se permite el uso de un estribo circular completo.

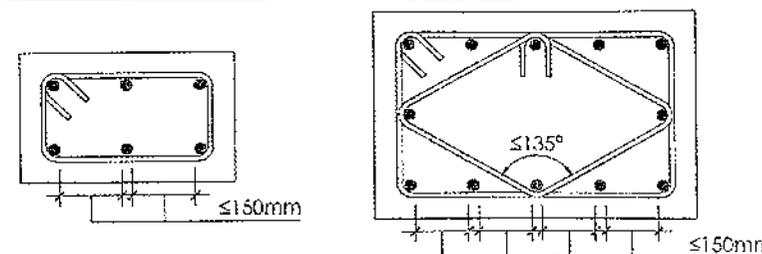


Figura 1.6 Separación máxima de barras sin apoyo lateral.

La distancia vertical entre el primer estribo y la parte superior de la zapata, viga o losa no debe ser mayor a la mitad del espaciamiento entre estribos. La distancia vertical entre el último estribo y el refuerzo horizontal más bajo de la viga, ábaco o losa superior no debe ser mayor a la mitad del espaciamiento entre estribos.

Cuando concurren vigas o ménsulas en las cuatro caras de una columna, se permite colocar el último estribo a no más de 75 mm debajo del refuerzo más bajo de la viga o ménsula de menor altura.

Cuando se coloquen pernos de anclaje en los extremos de las columnas o pedestales, los pernos deben estar circundados por refuerzo lateral que también rodee al menos cuatro barras verticales de la columna o pedestal. El refuerzo transversal debe distribuirse dentro de 125 mm medidos desde el parte superior de la columna o pedestal y debe consistir en al menos dos barras de 1/2" o tres barras de 3/8".

SEGÚN ACI 318 – 2014

- (\*) El diámetro de la barra del estribo debe ser al menos (a) o (b):
  - (a) Barras No. 3 encerrando barras longitudinales No. 10 o menores.
  - (b) Barras No. 4 encerrando barras longitudinales No. 11 o mayores o paquetes de barras longitudinales.
- (\*\*) Los estribos rectilíneos deben disponerse de tal forma que cumplan con (a) y (b):
  - (a) Cada barra longitudinal de esquina y barra alterna debe tener apoyo lateral dado por la esquina de un estribo con un ángulo interior no mayor de 135 grados.
  - (b) Ninguna barra que no esté apoyada lateralmente puede estar separada más de 6 pulg. libres de una barra apoyada lateralmente.

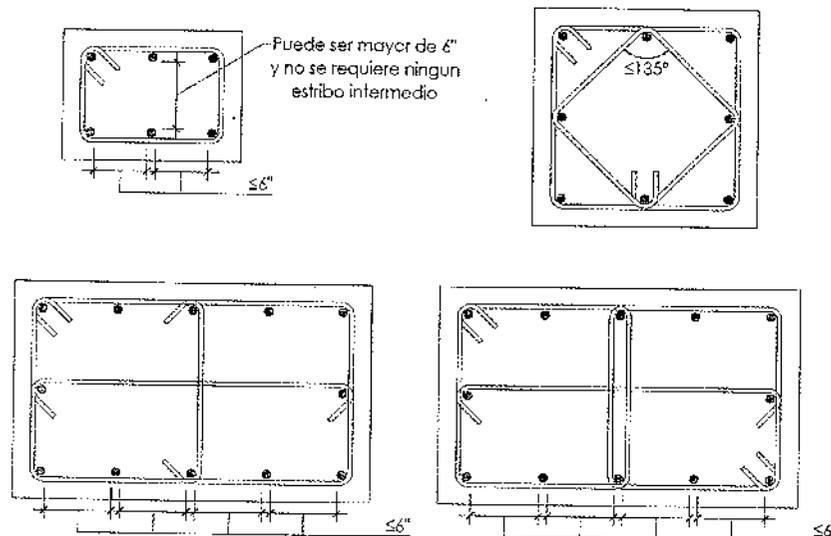


Figura 1.7 Medidas entre barras de columna apoyadas lateralmente.

El refuerzo transversal debe disponerse de acuerdo con (a) hasta (f):

- (a) El refuerzo transversal debe consistir ya sea en espirales simples o entrelazadas, o estribos cerrados de confinamiento circulares o rectilíneos con o sin ganchos suplementarios.
- (b) Los dobleces de estribos cerrados de confinamiento rectilíneos y de ganchos suplementarios deben abrazar barras periféricas longitudinales de refuerzo.
- (c) Pueden usarse ganchos suplementarios del mismo diámetro, o menor, al de los estribos cerrados de confinamiento, siempre y cuando se cumpla con la limitación de (\*) Los ganchos suplementarios consecutivos deben tener sus extremos alternados a lo largo del refuerzo longitudinal y alrededor del perímetro de la sección.
- (d) Donde se usen estribos cerrados de confinamiento o ganchos suplementarios, éstos deben proveer soporte lateral al refuerzo longitudinal de acuerdo con (\*) y (\*\*).
- (e) El refuerzo debe disponerse de tal manera que el espaciamiento  $h_x = X_i$  de las barras longitudinales soportadas lateralmente por la esquina de un gancho suplementario o una rama de estribo cerrado de confinamiento no exceda 14 pulg. alrededor del perímetro de la sección de la columna.
- (f) Cuando  $P_u > 0.3A_u f'_c$  o  $f'_c > 10,000 \text{ lb / pulg}^2$  en columnas con estribos cerrados de confinamiento rectilíneos, toda barra longitudinal, o paquete de

barras, alrededor del perímetro del núcleo de la columna debe tener soporte lateral provisto por la esquina del estribo cerrado de confinamiento o por un gancho sísmico, y el valor de  $h_x$  no debe exceder 8 pulg.  $P_u$  debe ser el máximo valor en compresión consistente con las combinaciones de mayoración de carga que incluyan cargas de sismo.

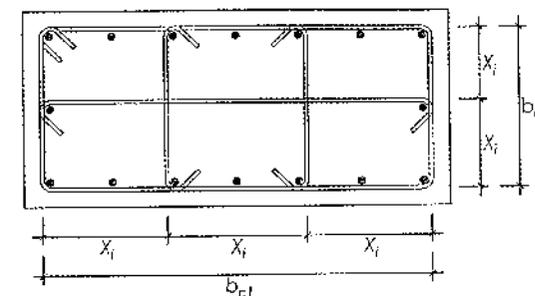


Figura 1.8 Refuerzo transversal en columnas.

### 1.6. INFLUENCIA DE LOS ESTRIBOS EN LA DISIPACIÓN DE ENERGÍA

El acero transversal actúa simultáneamente como refuerzo a cortante, brinda restricción contra el pandeo lateral del refuerzo longitudinal y suministra confinamiento en áreas altamente esforzadas.

El comportamiento de la sección de concreto armado después del agrietamiento depende principalmente de la cuantía de acero. Las secciones con poco refuerzo producen una curva prácticamente lineal (momento-curvatura), hasta el punto de la fluencia del acero. Cuando el acero fluye ocurre un aumento grande en la curvatura a momento flexionante casi constante. En las secciones con bastante refuerzo, la curva (momento-curvatura), deja de ser lineal cuando el concreto entra a la parte inelástica de la relación esfuerzo-deformación, y la falla puede ser frágil.

El confinamiento mediante estribos cerrados con separación pequeña entre ellos, permite que el concreto no se aplaste a una curvatura relativamente pequeña antes de que fluya el acero longitudinal.

Para asegurar el comportamiento dúctil en las vigas se utilizan cuantías de acero inferiores al valor de la cuantía balanceada. La ductilidad de las secciones disminuye conforme se aumenta la cuantía de acero a tracción. Un aumento en el esfuerzo de fluencia del acero disminuye la ductilidad. Un aumento en la resistencia a compresión del concreto aumenta la ductilidad.

El confinamiento mediante estribos espaciados estrechamente mejora el comportamiento plástico del elemento. La presión de restricción que aplica el refuerzo transversal al concreto mejora las características esfuerzo-deformación a deformaciones elevadas y aumenta su resistencia debido a la influencia que tiene la mayor resistencia a compresión del concreto.

Solo en concreto bien confinado puede tener alta deformación y mantener la capacidad de transmisión de carga. El espaciamiento de los estribos no debe permitir el desprendimiento del concreto entre dos estribos.

Los elementos sujetos a movimientos sísmicos fuertes sufren varias inversiones de cargas entrando en el intervalo inelástico durante un sismo. La normatividad establece colocar estribos cerrados con una menor separación alrededor de las varillas en las regiones de articulación plástica.

En países con alto riesgo sísmico como el Perú, una consideración importante en el diseño estructural es la ductilidad de la edificación cuando esta es sometida a cargas sísmicas, debido a que los criterios actuales de diseño sísmorresistente se basan en la disipación de energía por deformaciones inelásticas para resistir adecuadamente un sismo severo.

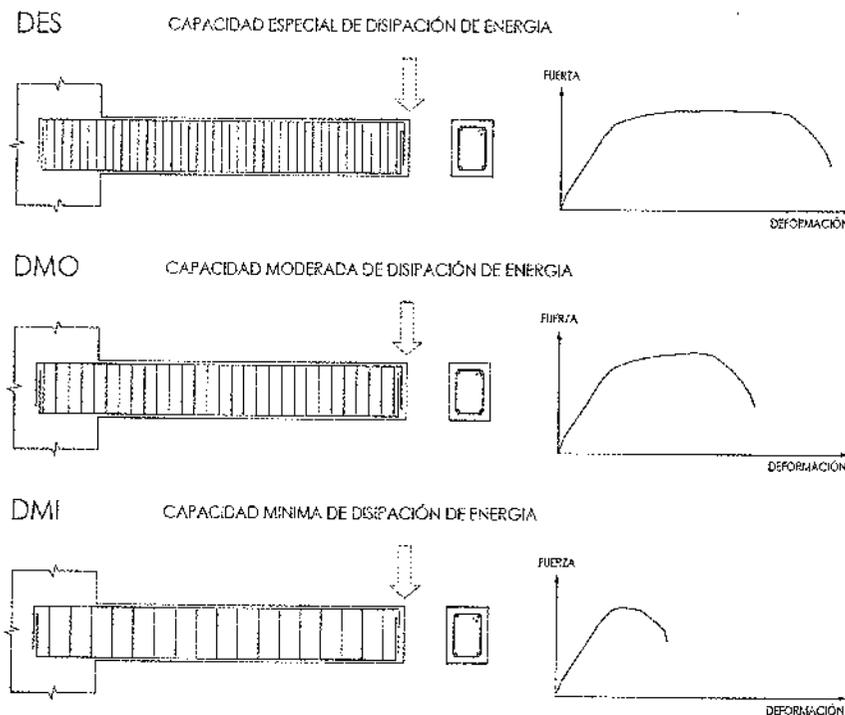


Figura 1.9 Capacidad de disipación de energía.

## 1.7. ROTULAS PLÁSTICAS EN ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO

En zonas sísmicas, una consideración muy importante a tomar en cuenta en el diseño es la ductilidad de la estructura. Debido a que la filosofía actual de diseño tiene en cuenta la absorción y disipación de energía, mediante la deformación inelástica.

Las características de carga y deformación de los miembros a flexión en la fluencia y en el momento último dependen principalmente de la relación momento-curvatura de las secciones.

Debido a que entre las grietas el concreto toma cierta tensión, varían a lo largo del miembro, la deformación del acero a tracción, la deformación del concreto a compresión, la profundidad del eje neutro y el radio de curvatura.

Si se miden las deformaciones en la sección crítica de una viga de concreto armado en una corta longitud calibrada conforme se incrementa el momento flexionante hasta la falla, se puede calcular la curvatura, lo que permite obtener la relación momento-curvatura para la sección. La curvatura varía físicamente a lo largo del miembro debido a la fluctuación de la profundidad del eje neutro y las deformaciones entre las grietas.

Cuando el momento en una sección se incrementa, el agrietamiento del concreto reduce la rigidez a flexión de las secciones. El comportamiento de la sección después del agrietamiento depende principalmente de la cuantía de acero.

Se puede deducir curvas teóricas momento-curvatura para secciones de concreto armado con flexión y carga axial. Se supone que las secciones planas permanecen planas después de la flexión y que se conocen las curvas esfuerzo-deformación para el concreto y el acero. Las curvaturas asociadas con un rango de momentos flexionantes y cargas axiales pueden determinarse utilizando estas suposiciones y a partir de los requerimientos de compatibilidad de deformación y equilibrio de las fuerzas.

En secciones simplemente reforzadas, para una deformación máxima del concreto, la ductilidad disminuye conforme se aumenta la cuantía de acero de tracción, y la presencia del acero en compresión aumenta la ductilidad.

Se puede encontrar la curvatura a la primera fluencia del acero en tracción, en términos de la deformación de fluencia del acero. Cuando el acero alcanza la fluencia, se puede determinar la profundidad del eje neutro utilizando la fórmula de la teoría elástica.

$$M_y = A_s f_y j d \tag{Ec. 1.6}$$

$j d$ : Distancia desde el cetroide de las fuerzas de compresión en el acero y el concreto al centroide de la tracción.

$M_y$ : Momento de fluencia.

$$\phi_y = \frac{f_y / E_s}{d(1-k)} \tag{Ec. 1.7}$$

$k$ : Profundidad del eje neutro.

$\phi_y$ : Curvatura de fluencia.

Para encontrar la rotación última total de una región de articulación plástica, se deben tomar en cuenta todos los elementos con grietas en flexión en que ocurran deformaciones plásticas del acero.

La mayoría de datos relativos al comportamiento inelástico de los miembros de concreto armado se han obtenido del trabajo teórico o de ensayos donde se han aplicado cargas monotónicamente hasta que se alcanza la carga máxima. Una menor cantidad de información existe para determinar el comportamiento de secciones de elementos de concreto armado bajo cargas de alta intensidad, típica de los movimientos sísmicos. Algunas teorías se basan en un perfil supuesto de deformación lineal sobre el peralte de la sección y curvas idealizadas esfuerzo-deformación para el concreto y el acero. Por lo general el ciclo momento-curvatura se obtiene calculando el momento y la curvatura que corresponde a un rango de deformaciones en la fibra extrema del miembro. Para una deformación dada en la fibra extrema, se ajusta la profundidad del eje neutro hasta que los esfuerzos en el concreto y el acero, determinados del perfil de deformación y las curvas esfuerzo-deformación para los materiales y tomando en cuenta la historia previa de deformaciones, produzcan fuerzas internas que balancen las fuerzas externas que actúan en la sección. Entonces se calculan el momento y curvatura que corresponden a ese perfil de deformación.

- Un aumento en la cuantía del acero a tracción disminuye la ductilidad, debido a que aumenta  $k$ ,  $a$ ,  $\phi_y$  y disminuye  $\phi_u$ .
- Un aumento en la cuantía del acero a compresión aumenta la ductilidad, debido a que disminuyen  $k$ ,  $a$ ,  $\phi_y$  y aumenta  $\phi_u$ .

- Un aumento en la resistencia a fluencia del acero disminuye la ductilidad debido a que aumentan  $f_y / E_s$ ,  $a$ ,  $\phi_y$ , y disminuye  $\phi_u$ .
- Un aumento en la resistencia del concreto aumenta la ductilidad debido a que disminuye  $k$ ,  $a$ ,  $\phi_y$ , y aumenta  $\phi_u$ .
- Un aumento en la deformación de la fibra extrema del concreto en el momento último aumenta la ductilidad debido a que aumenta  $\phi_u$ .

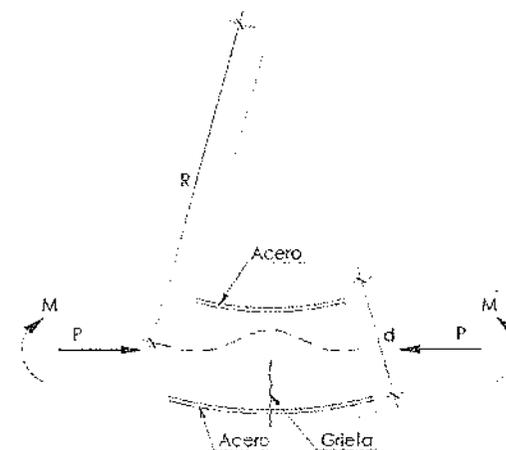


Figura 1.10 Deformación de un miembro a flexión.

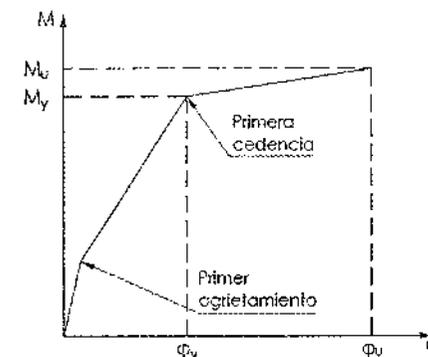


Figura 1.11 Relación momento-curvatura de un miembro a flexión.

## 1.8. COEFICIENTE DE REDUCCIÓN DE FUERZA SÍSMICA

En el análisis Sismorresistente de estructuras se establecen relaciones entre el análisis elástico, que se utiliza en el diseño estructural, con el análisis plástico, el cual es el comportamiento esperado de las estructuras sometidos a sismos importantes.

Las estructuras se diseñan a una resistencia lateral inferior a la resistencia elástica, que se obtiene con un espectro de diseño elástico afectado por un factor de reducción de respuesta sísmica ( $R$ ).

En el diseño de estructuras sismorresistentes al aplicar un factor de reducción de la respuesta se acepta que el sistema estructural bien detallado es capaz de mantener grandes deformaciones sin llegar al colapso. También se debe tener en consideración que la estructura incursionara en el rango no lineal con un daño estructural importante.

El ATC (Applied Technology Council) considera que el factor de reducción de la respuesta " $R$ " es el producto de tres factores: el de reducción por resistencia  $R_s$ , el de reducción por ductilidad  $R_u$  y el factor de redundancia  $R_r$ . De estos tres factores, los dos primeros son dependientes del período, mientras que el factor de redundancia se expresa como valores fijos sugeridos para distintos tipos estructurales y se suele incluir dentro del valor de sobre resistencia.

Para el análisis de estructuras de concreto armado se usará según la clasificación que se haga un coeficiente de reducción de fuerza sísmica ( $R$ ) establecidos en la Tabla N°6 de la Norma E.030-2016. Estos coeficientes se aplicarán únicamente a estructuras en las que los elementos verticales y horizontales permitan la disipación de la energía manteniendo la estabilidad de la estructura.

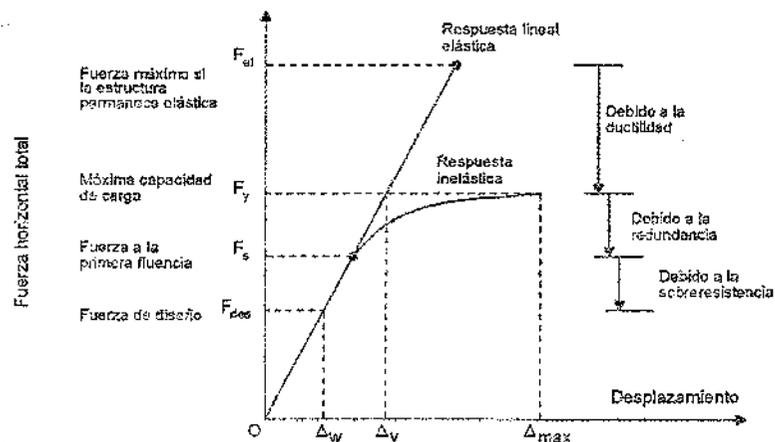


Figura 1.12 Coeficiente de reducción de fuerza sísmica.

## 1.9. DISEÑO SISMICO BASADO EN DESPLAZAMIENTO

En la normatividad actual la teoría de la probabilidad es utilizada para la determinación de la fuerza sísmica y los ingenieros estructurales usan esta información para el diseño de estructuras. En estructuras de concreto armado, la rigidez elástica inicial nunca será válida después de que la fluencia ocurra. El cálculo de la rigidez se basa en la sección bruta sin considerar la influencia del fisuramiento. Los periodos calculados tendrán una variación considerable como consecuencia de la suposición de la rigidez de los elementos. Esto provee diseños con niveles de riesgo variables.

Comúnmente se diseñan estructuras para una fuerza menor que la fuerza elástica, porque se entiende que las estructuras bien diseñadas, poseen ductilidad y se pueden deformar inelásticamente por el sismo sin pérdida de resistencia. Esto implica daño, pero no colapso.

Para un tipo de sistema estructural no es recomendable definir una única capacidad de ductilidad, debido a que la rigidez no es independiente de la resistencia y que la aproximación de "igual desplazamiento" no es válida. La interacción entre las columnas y los muros de concreto armado debido a sus incompatibilidades entre sus desplazamientos naturales verticales modifican la acción inelástica y se asemejan poco a las predicciones elásticas.

El diseño basado en desplazamiento ha sido desarrollado con la finalidad de mitigar las deficiencias del actual diseño basado en fuerzas. La diferencia fundamental es que este método representa la estructura a ser diseñada por el desempeño de un sistema de un grado de libertad a una respuesta de desplazamiento máximo en vez de sus características elásticas iniciales.

La filosofía es diseñar una estructura que pueda lograr, en lugar de estar limitado, a un estado límite de desempeño bajo una determinada intensidad sísmica. El procedimiento de diseño determina la resistencia requerida para que las rotulas plásticas diseñadas puedan lograr los objetivos de diseño en términos de objetivos de desplazamientos definidos. Esto debe ser combinado con los procedimientos de diseño por capacidad para asegurar que las rotulas plásticas ocurran donde solamente estén destinadas.

Identificando y evaluando la capacidad de desempeño de un edificio es una parte integral del proceso de diseño. Es un proceso interactivo que comienza con la selección de los objetivos de desempeño. Cada objetivo de desempeño es un estado del riesgo aceptable de los niveles de daño, y la consecuente pérdida que pueda ocurrir como un resultado de este daño, a un determinado nivel de peligro sísmico.

El objetivo es reducir al mínimo los costos del edificio durante su vida útil. Esto se hace teniendo en cuenta un conjunto de objetivos de diseño. La esencia del método es la selección de los objetivos de desempeño sísmicos definidos como el acoplamiento del nivel de rendimiento esperado con los niveles esperados de fuerza sísmica. Los desplazamientos estructurales pueden ser directamente relacionados al daño potencial a través de deformaciones del material y las distorsiones.

Los niveles de desempeño son:

- (O) Operacional (las instalaciones continúan en funcionamiento con daños menores y menor interrupción en los servicios no esenciales).
- (IO) Ocupación inmediata (las instalaciones continúan en funcionamiento con un daño insignificante).
- (LS) Seguridad de vida (se protege sustancialmente, el daño es moderado a extenso).
- (CP) Cerca del colapso (seguridad de la vida está en riesgo, el daño es grave, prevenir el colapso estructural).

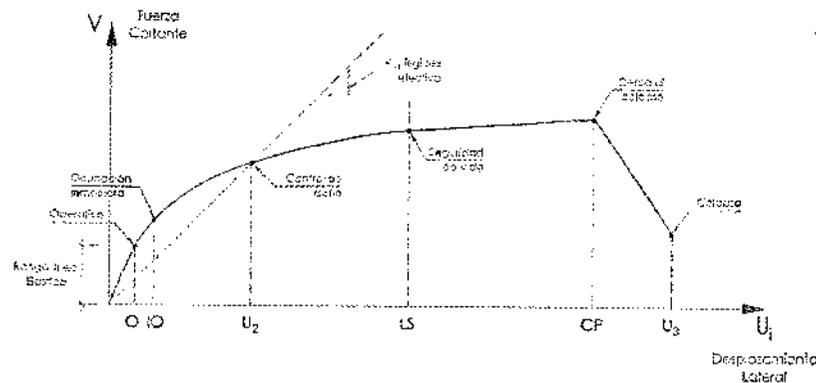


Figura 1.13 Desplazamiento lateral y niveles de desempeño.

## PROPIEDADES MECÁNICAS DEL CONCRETO Y EL ACERO

### 2.1. CONCRETO

#### 2.1.1. Comportamiento bajo esfuerzo uniaxial

Bajo condiciones prácticas, en raras ocasiones se esfuerza al concreto en sólo una dirección (esfuerzo uniaxial). En la mayoría de los casos estructurales se esfuerza simultáneamente al concreto en varias direcciones. Sin embargo, hay casos en que se puede justificar el suponer una condición de esfuerzo uniaxial.

##### a. Comportamiento del esfuerzo de compresión

Por lo general la resistencia a compresión del concreto se obtiene de cilindros con una relación de altura a diámetro igual a 2. Los cilindros se cargan longitudinalmente a una tasa lenta de deformación para alcanzar la deformación máxima en 2 ó 3 minutos. El cilindro estándar normal tiene 12 plg (305 mm) de altura por 6 plg (152 mm) de diámetro y la resistencia a compresión que se logra a los 28 días generalmente varía entre 140 y 560 kg/cm<sup>2</sup>. También se utilizan cilindros o cubos de tamaños más pequeños, en especial para el control de producción, y la resistencia a compresión de estas unidades es más alta. Con los factores apropiados de conversión obtenidos de pruebas, se pueden convertir los resultados a valores de resistencia de cilindro estándar equivalentes.

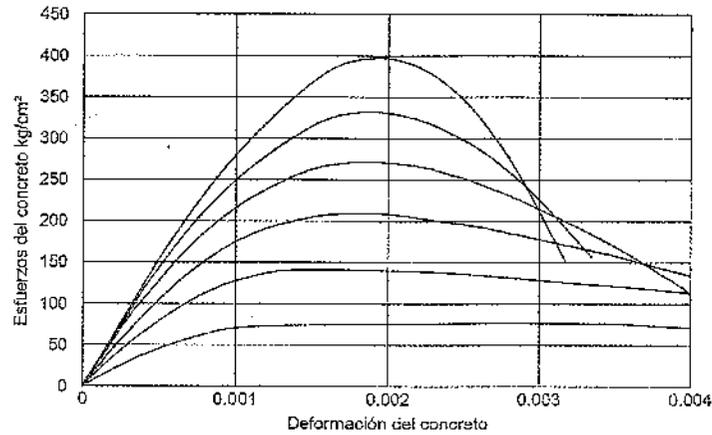


Figura 2.1 Curvas Esfuerzo - Deformación para cilindros de concreto cargados en compresión uniaxial.

La Figura 2.1, presenta curvas típicas esfuerzo - deformación obtenidas de cilindros de concreto cargados en compresión uniaxial en una prueba desarrollada durante varios minutos. Las curvas casi son lineales hasta aproximadamente la mitad de la resistencia a compresión. El pico de la curva para concreto de alta resistencia es relativamente agudo, pero para concreto de baja resistencia la curva tiene un copete plano. La deformación en el esfuerzo máximo es aproximadamente 0.002. A deformaciones más elevadas, después de alcanzarse el esfuerzo máximo, todavía pueden transmitirse esfuerzos aunque se hacen visibles en el concreto grietas paralelas a la dirección de la carga. El concreto ensayado en máquinas flexibles de prueba a veces falla explosivamente debido a que no puede absorber la liberación de energía de deformación de la máquina de prueba cuando la carga disminuye después del esfuerzo máximo. Para poder trazar la extensión total de la rama descendente de la curva de esfuerzo - deformación se necesita utilizar una máquina dura de pruebas.

El módulo de elasticidad del concreto  $E_c$  se puede tomar como:

$$E_c = 0.136w^{1.5} \sqrt{f'_c} \quad (kg / cm^2) \quad (Ec. 2.1)$$

El ACI y la Norma Peruana permiten estimar  $E_c$  mediante:

$$ACI \rightarrow E_c = 15100 \sqrt{f'_c} \quad (kg / cm^2) \quad (Ec. 2.2)$$

$$E.060 \rightarrow E_c = 15000 \sqrt{f'_c} \quad (kg / cm^2) \quad (Ec. 2.3)$$

Las pruebas de Rüsck han indicado que el perfil de la curva esfuerzo deformación antes del esfuerzo máximo depende de la resistencia del concreto (Figura 2.2). Sin embargo, una aproximación muy usada para el perfil de la curva esfuerzo deformación antes del esfuerzo máximo es una parábola de segundo grado. Por ejemplo, en la Figura 2.3 se muestra la curva esfuerzo deformación, en que  $f'_c$  es el esfuerzo máximo alcanzado en el concreto. El grado de comportamiento de la rama descendente depende del límite de la deformación útil del concreto supuesta. El esfuerzo máximo a compresión alcanzado en el concreto de un miembro a flexión  $f'_c$  puede diferir de la resistencia  $f'_c$  del cilindro debido a la diferencia en el tamaño y forma del concreto comprimido.

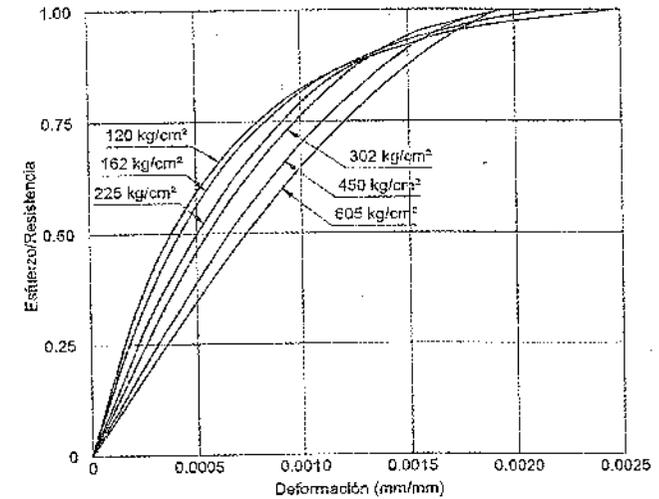


Figura 2.2 Relación entre la relación de Esfuerzo a Resistencia y Deformación para concretos de distintas resistencias.

Cuando la carga se aplica con una tasa rápida de deformación aumentan tanto el módulo de elasticidad como la resistencia del concreto. Por ejemplo, se ha reportado que para una tasa de deformación de 0.01/seg. la resistencia del concreto puede elevarse hasta en un 17%.

Las cargas repetidas a compresión de elevada intensidad producen un efecto pronunciado de histéresis en la curva esfuerzo-deformación. La Figura 2.4 da los datos de prueba obtenidos por Sinha, Gerstle, y Tulin para tasas lentas de deformación. Esas pruebas, y las de Karsan y Jirsa indicaron que la curva envolvente era casi idéntica a la curva obtenida de una sola aplicación continua de carga.

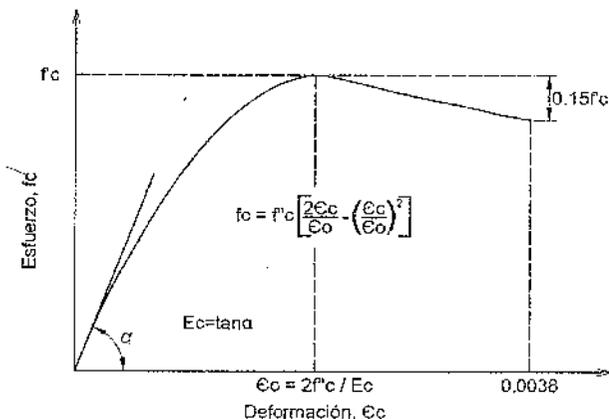


Figura 2.3 Curva idealizada esfuerzo deformación para el concreto en compresión uniaxial.

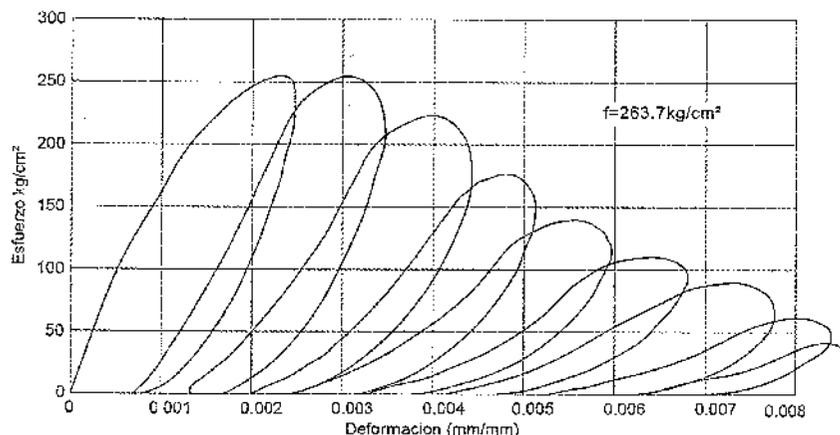


Figura 2.4 Curvas esfuerzo-deformación para cilindros de concreto con carga cíclica de compresión axial repetida de alta intensidad.

Rüsch, quien desarrolló pruebas de carga a largo plazo en concreto no confinado, encontró que la resistencia a compresión bajo una carga sostenida equivale aproximadamente al 80% de la resistencia a corto plazo, en que la resistencia a corto plazo es la de un espécimen de igual edad y vaciado idénticamente que se carga a la falla en un periodo de 10 minutos cuando ha fallado el espécimen bajo carga sostenida. En la práctica, generalmente las resistencias del concreto consideradas en el diseño de estructuras se basan en la resistencia anticipada a corto plazo a 28 días. La reducción en la resistencia debido a la carga a largo plazo está parcialmente compensada cuando menos, por la propiedad del concreto de alcanzar una mayor resistencia a mayores edades. Además, el factor  $\phi$  de reducción de

capacidad es bajo cuando la resistencia a compresión del concreto es crítica. Las deformaciones de flujo plástico debidas a las cargas a largo plazo provocan modificaciones en la forma de la curva esfuerzo deformación. Algunas curvas que obtuvo Rüsch para distintas tasas de cargas (Figura 2.5) indican que con una tasa decreciente de deformación unitaria, el valor del esfuerzo máximo alcanzado disminuye gradualmente, la rama descendente de la curva cae menos rápidamente y la deformación a la que se alcanza el esfuerzo máximo aumenta.

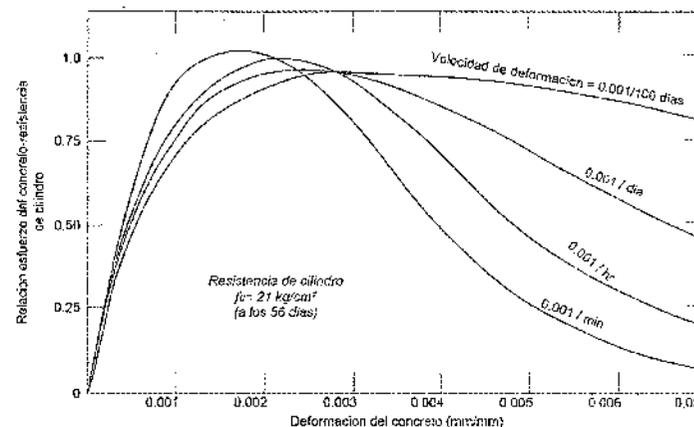


Figura 2.5 Curvas esfuerzo-deformación para concreto con distintas tasas de carga axial de compresión.

**b. Comportamiento del esfuerzo de tensión**

Es posible obtener directamente de los especímenes a tensión la resistencia a tensión del concreto, que generalmente es el 20% o menor que la resistencia a la compresión. Sin embargo, debido a las dificultades experimentales de lograr la tensión axial en los especímenes y a las incertidumbres respecto de los esfuerzos secundarios inducidos por los dispositivos de sujeción, rara vez se utiliza la prueba a tensión directa, incluso para propósitos de investigación.

Es posible medir de manera indirecta la resistencia a tensión del concreto en términos del esfuerzo calculado de tensión a que se rompe un espécimen colocado horizontalmente en una máquina de prueba y cargado a lo largo de un diámetro (prueba brasileña). En la Figura 2.6 se muestra el método de prueba y los esfuerzos inducidos a lo largo del diámetro cargado, mismos que se obtienen de acuerdo con la teoría de elasticidad. El esfuerzo de ruptura de tensión a través del diámetro se encuentra de la relación

$2P / (7\pi hd)$ , en que  $P$  es la carga aplicada durante la ruptura,  $h$  la longitud del cilindro y  $d$  el diámetro del mismo.

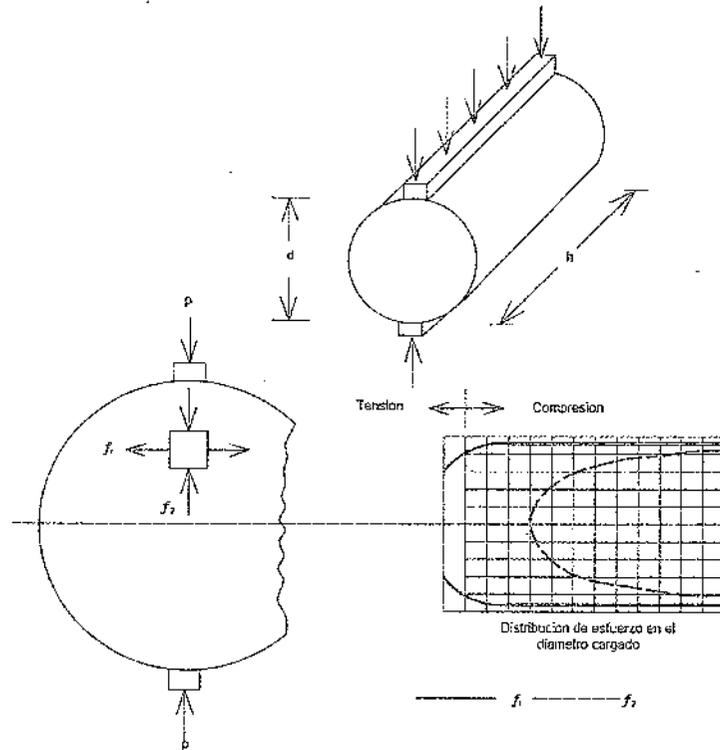


Figura 2.6 Prueba brasileña para la resistencia a tensión.

También es posible evaluar la resistencia a tensión del concreto por medio de pruebas de flexión realizadas en vigas de concreto simple. Normalmente las vigas tienen una sección transversal cuadrada de  $6plg$  (150 mm) por lado. La resistencia a tensión en flexión, conocida como el módulo de ruptura  $f_r$ , se calcula, de la fórmula de flexión  $M/Z$ , en que  $M$  es el momento flexionante en el momento de la falla del espécimen y  $Z$  es el módulo de sección de la sección transversal. Por lo general la resistencia a tensión de cilindro obtenida en la prueba brasileña va de 50 a 75% del módulo de ruptura. La diferencia se debe primordialmente, a que la distribución de esfuerzos en el concreto del miembro a flexión no es lineal cuando la falla es inminente. Una relación aproximada para el módulo de ruptura es:

$$f_r = K \sqrt{f'_c} \quad (lb / plg^2) \quad (Ec. 2.4)$$

En que  $f'_c$  es la resistencia del cilindro en  $lb / plg^2$  ( $lb / plg^2 = 0.00689 N / m^2$ ). La  $K$  para concreto de arena y grava puede variar entre 7 y 13; a menudo se supone un límite inferior de  $K = 7.5$ . Es evidente que a un aumento en la resistencia a compresión no le acompaña un aumento correspondiente proporcional del módulo de ruptura. Debido a la baja resistencia a tensión del concreto, generalmente se desprecia el concreto a tensión en los cálculos de resistencia de los miembros de concreto reforzado. Sin embargo, cuando se toma en cuenta, la curva esfuerzo deformación por tensión se puede idealizar como una línea recta hasta la resistencia a tensión. Dentro de este rango se puede suponer que el módulo de elasticidad en tensión es el mismo que a compresión.

### c. Relación de Poisson

Por lo general se encuentra que la relación entre la deformación transversal y la deformación en la dirección de la carga uniaxial aplicada, conocida como la relación de Poisson, oscila de 0.15 a 0.20 para el concreto. Sin embargo, se han determinado valores de 0.10 y 0.30. No parece existir información segura relativa a la variación de la relación de Poisson. Con las propiedades del concreto, aunque generalmente es común considerar que esta relación es más baja para el concreto de alta resistencia.

A esfuerzos elevados de compresión las deformaciones transversales aumentan rápidamente, debido al agrietamiento interno paralelo a la dirección de carga dentro del espécimen. En la Figura 2.7 están graficadas las deformaciones medidas en un espécimen probado hasta la falla. El volumen del espécimen disminuye durante casi todo el rango de carga; sin embargo, a esfuerzos próximos a la resistencia a compresión del espécimen, las deformaciones transversales son tan elevadas que el volumen del espécimen comienza a aumentar, lo que indica el agotamiento de la resistencia. La falla de un espécimen cargado uniaxialmente en compresión, por lo general está acompañada por desprendimiento en la dirección paralela a la carga y un aumento de volumen.

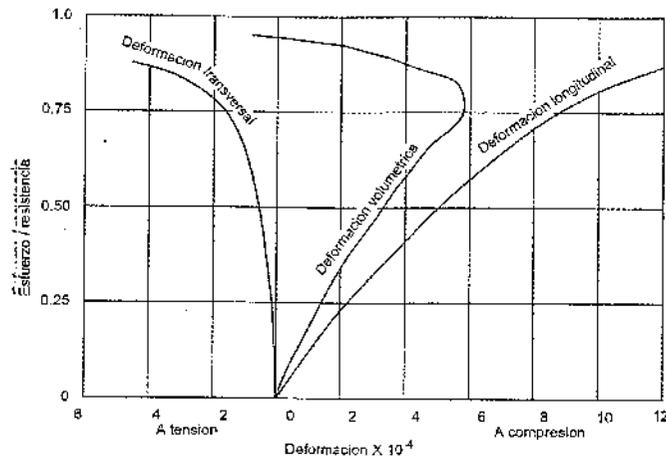


Figura 2.7 Deformaciones medidas en un espécimen de concreto cargado uniaxialmente a compresión.

**2.1.2. Comportamiento bajo esfuerzos combinados**

En muchas estructuras se somete al concreto a esfuerzos directos y cortantes que actúan en varias direcciones. Considerando el equilibrio de las fuerzas que actúan en un elemento de concreto, se demuestra que se puede reducir cualquier condición de esfuerzos combinados a tres esfuerzos normales que actúan en tres planos mutuamente perpendiculares. Estos tres esfuerzos normales son los esfuerzos principales, y los esfuerzos cortantes que actúan en estos planos son cero.

A pesar de considerable investigación, todavía no se ha desarrollado una teoría inobjetable para la resistencia a la falla del concreto para el caso general de estado tridimensional de esfuerzos. Se ha intentado hacer modificaciones a las teorías convencionales de resistencia de materiales, aunque no hay una sola teoría exactamente aplicable a todos los casos. Sin embargo, en muchas aplicaciones una de las teorías más simples de falla no es lo suficientemente exacta.

**a. Comportamiento del esfuerzo biaxial**

Una condición de esfuerzo biaxial ocurre si los esfuerzos principales sólo actúan en dos direcciones; es decir que los esfuerzos actúan en un plano y el tercer esfuerzo principal es cero. La Figura 2.8 presenta las combinaciones de esfuerzo normal en dos direcciones que provocaron falla, como encontraron Kupfer, Hilsdorf y Rüsck. Estos investigadores

llegaron a la conclusión de que la resistencia del concreto sujeto a compresión biaxial puede ser hasta 27% mayor que la resistencia uniaxial. Para esfuerzos biaxiales iguales de compresión el aumento de resistencia es aproximadamente 16%. La resistencia bajo tensión biaxial es aproximadamente igual a la resistencia a tensión uniaxial. Sin embargo, nótese que las cargas combinadas a tensión y compresión reducen tanto el esfuerzo de tensión como de compresión a la falla.

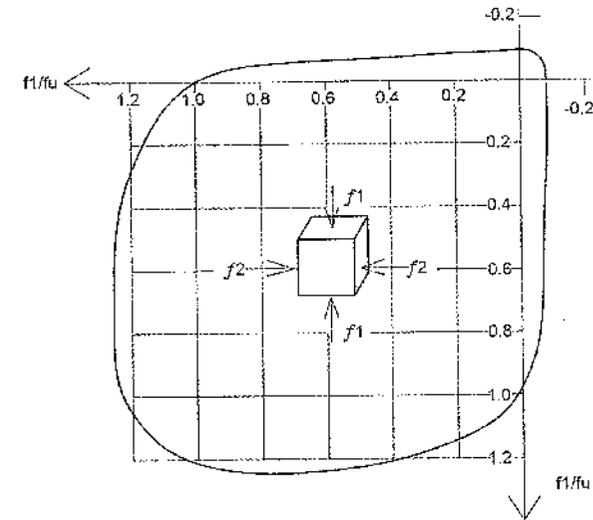


Figura 2.8 Resistencia biaxial del concreto  $f_u =$  resistencia uniaxial.

En planos distintos a los principales, los esfuerzos normales están acompañados por esfuerzos cortantes. La teoría de falla de Mohr se ha utilizado para predecir la resistencia para este caso de esfuerzos combinados. La Figura 2.9 indica cómo una familia de círculos de Mohr que representan condiciones de falla en tensión simple, compresión simple y otras combinaciones, se localizan dentro de una envolvente. Cualquier combinación de esfuerzos que tenga un círculo de Mohr tangente a esta envolvente, o que la interseccione, se puede considerar como una condición de falla.

En la Figura 2.10 se muestra una curva de falla para elementos con esfuerzo normal en una dirección combinados con esfuerzos cortantes, tal como la encontraron Bresler y Pister. La curva indica que la resistencia a compresión del concreto se reduce en presencia de esfuerzos cortantes. Por ejemplo, esta condición puede influir en la resistencia del concreto en la zona a compresión de vigas y columnas cuando hay cortante.

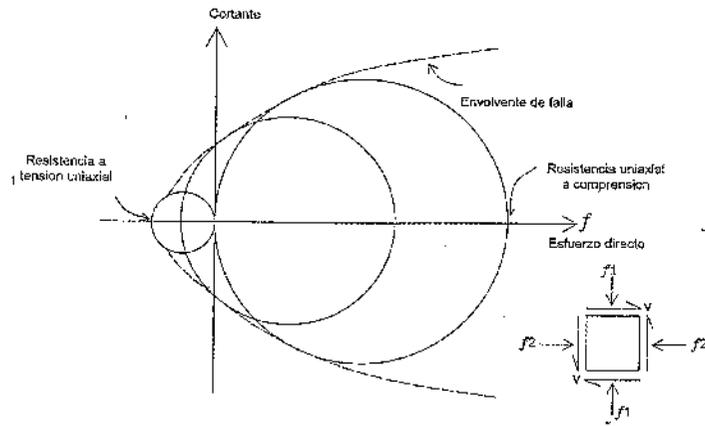


Figura 2.9 Resistencia del concreto bajo un sistema general de esfuerzo plano.

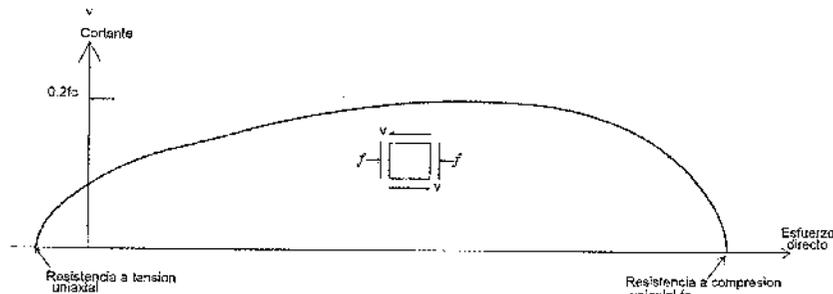


Figura 2.10 Combinaciones de esfuerzo normal y cortante que provocan la falla del concreto.

**b. Comportamiento del esfuerzo de compresión triaxial**

La resistencia y ductilidad del concreto se aumenta considerablemente bajo condiciones de compresión triaxial. Richart, Brandtzaeg y Brown encontraron la siguiente relación para la resistencia de cilindros de concreto cargados axialmente a la falla mientras se les sujetó a presión de fluido de confinamiento

$$f'_{cc} = f'_c + 4.1f_l \quad (lb / plg^2) \quad (Ec. 2.5)$$

Dónde:

- $f'_{cc}$  = resistencia a compresión axial del espécimen confinado.
- $f'_c$  = resistencia a compresión uniaxial del espécimen no confinado.
- $f_l$  = presión de confinamiento lateral.

Otras pruebas efectuadas por Balmeri han dado valores para el coeficiente de esfuerzo lateral que van desde 4.5 hasta 7.0 con un valor promedio de 5.6, en vez del 4.1 que encontraron Richart y otros. Los valores elevados para el coeficiente ocurrieron a bajas presiones laterales.

La Figura 2.11 muestra las curvas esfuerzo deformación axial que obtuvieron Richart y otros para las pruebas de compresión triaxial efectuadas en cilindros de concreto. Los cilindros se confinaron lateralmente mediante presión de un fluido. Para cada curva se mantuvo constante la presión del fluido mientras se aumentaba el esfuerzo de compresión axial hasta la falla y se medían las deformaciones axiales. Las pruebas se realizaron a corto plano. Es evidente que un aumento en la presión lateral produce aumentos muy significativos en ductilidad al igual que en resistencia. Este efecto se debe a la presión lateral que confina al concreto y reduce la tendencia al agrietamiento interno y al aumento en el volumen hasta poco antes de la falla.

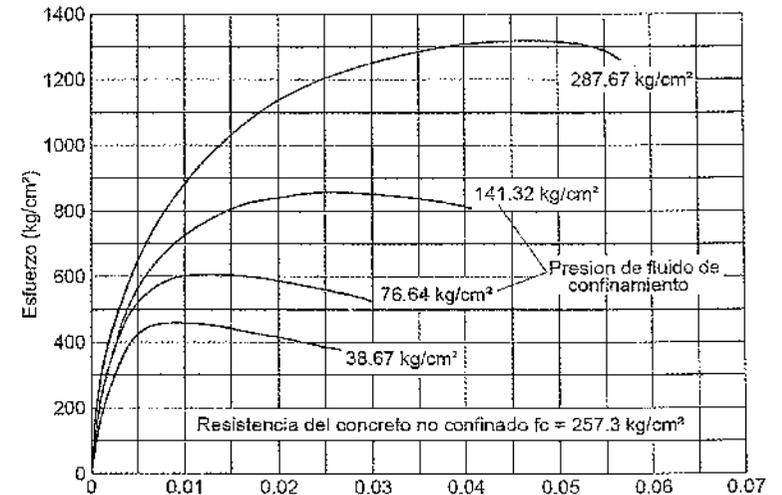


Figura 2.11 Curvas esfuerzo-deformación de pruebas de compresión triaxial en cilindros de concreto.

**2.1.3. Confinamiento del concreto por el refuerzo**

En la práctica, se puede confinar al concreto mediante refuerzo transversal, comúnmente en forma de hélices o aros de acero espaciados a poca distancia. En este caso, a bajos niveles de esfuerzo en el concreto, el refuerzo transversal apenas se esfuerza; en consecuencia, el concreto no está confinado. El concreto queda confinado cuando a esfuerzos que se

aproximan a la resistencia uniaxial, las deformaciones transversales se hacen muy elevadas debido al agrietamiento interno progresivo y el concreto se apoya contra el refuerzo transversal, el que entonces aplica una reacción de confinamiento al concreto. En consecuencia, el refuerzo transversal proporciona confinamiento pasivo; las pruebas realizadas por muchos investigadores, han demostrado que el confinamiento por el refuerzo transversal puede mejorar considerablemente las características esfuerzo deformación del concreto a deformaciones elevadas. Por ejemplo, Richart y otros autores encontraron que la ecuación (Ec. 2.5) para la resistencia del concreto confinado por la presión de un fluido, se aplica aproximadamente al concreto confinado por hélices. Es muy apreciable el aumento en la resistencia y ductilidad con la cuantía del acero de confinamiento. Las pruebas han demostrado que las hélices confinan al concreto con mucha mayor eficiencia que los aros rectangulares o cuadrados. En la Figura 2.12 tenemos curvas carga deformación para prismas de concreto, que probaron Bertero y Velippa, que contenían distintas cantidades de estribos cuadrados. El efecto de la distinta cuantía de acero transversal en la ductilidad es bastante apreciable, aunque el efecto en la resistencia es mucho menor.

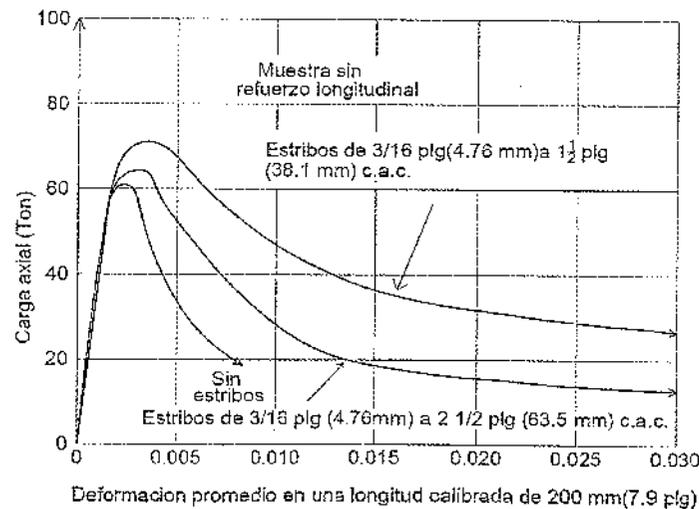


Figura 2.12 Curvas carga axial-deformación para prismas cuadrados de concreto de 4 1/2 plg (108 mm) por lado con distinto contenido de estribos cuadrados.

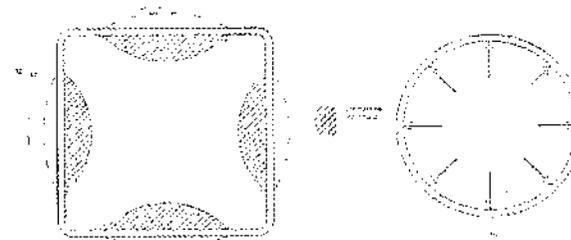


Figura 2.13 Confinamiento por aros cuadrados y hélices (a) aro cuadrado, (b) hélice.

La causa de la considerable diferencia entre el confinamiento por hélices de acero y el confinamiento por los aros rectangulares o cuadrados de acero está ilustrada en la Figura 2.13. Debido a su forma, las hélices están en tensión axial de aro y proporcionan una presión continua de confinamiento alrededor de la circunferencia, que a grandes deformaciones transversales se aproxima al confinamiento de un fluido. Sin embargo, como regla, los aros cuadrados sólo pueden aplicar reacciones de confinamiento cerca de las esquinas de los aros, debido a que la presión del concreto contra los lados de los aros tiende a flexionar los lados hacia afuera, como en la Figura 2.13. En consecuencia, una porción considerable de la sección transversal del concreto puede no estar confinada. Debido al arqueado interno entre las esquinas, el concreto está confinado efectivamente sólo en las esquinas y en la región central de la sección. Sin embargo, el acero cuadrado de confinamiento sí produce un aumento significativo en la ductilidad y muchos investigadores han observado cierto aumento en la resistencia.

De la Figura 2.12 es evidente que el confinamiento por refuerzo transversal tiene poco efecto en la curva esfuerzo - deformación antes de que se alcance la resistencia uniaxial del concreto. El perfil de la curva de esfuerzo - deformación a deformaciones elevadas es una función de muchas variables, en que las principales son las siguientes:

- La relación del volumen del acero transversal al volumen del núcleo del concreto, debido a que un elevado contenido de acero transversal involucra una elevada presión de confinamiento transversal.
- La resistencia a la fluencia del acero transversal, puesto que esto proporciona un límite superior a la presión de confinamiento.

- c) La relación del espaciamiento del acero transversal a las dimensiones del núcleo de concreto, debido a que un espaciado más pequeño conduce a un confinamiento más efectivo, como lo ilustra la Figura 2.14. El concreto está confinado por el arqueado del concreto entre las varillas transversales; y si el espaciado es grande, es evidente que no puede confinarse un volumen grande de concreto, por lo que éste puede desprenderse.
- d) La relación del diámetro de la varilla transversal a la longitud no soportada de las varillas transversales en el caso de estribos o aros rectangulares, debido a que un diámetro grande de varilla conduce a un confinamiento más efectivo. Este efecto está ilustrado en la Figura 2.13. Las varillas transversales de diámetro pequeño actúan solamente como amarres entre las esquinas, debido a que la rigidez por flexión del aro es pequeña y éstos se arquean hacia afuera en vez de confinar en forma efectiva al concreto en las regiones entre las esquinas. Con una relación mayor de diámetro de la barra transversal a su longitud no soportada, el área de concreto confinado efectivamente es mayor debido a la mayor rigidez por flexión del lado del aro. En el caso de una hélice esta variable no tiene significado; gracias a su forma, la hélice trabaja en tensión axial y aplica una presión radial uniforme al concreto.
- e) La cuantía y tamaño del refuerzo longitudinal, debido a que ese acero también confina al concreto. Las varillas longitudinales generalmente tienen diámetro grande, y por lo general la relación de diámetro de varilla a longitud no soportada es tal que las varillas pueden confinar efectivamente el concreto. Sin embargo, las varillas longitudinales deben colocarse bien ajustadas contra el acero transversal, ya que este proporciona las reacciones de confinamiento a las varillas longitudinales, y si se necesita mover las varillas longitudinales para ponerlas en contacto efectivo con el acero transversal, se reduce la eficiencia del confinamiento.
- f) La resistencia del concreto, debido a que el concreto de baja resistencia es algo más dúctil que el concreto de alta resistencia (véase la Figura 2.1).
- g) La tasa de carga, debido a que las características de esfuerzo deformación del concreto dependen del tiempo.

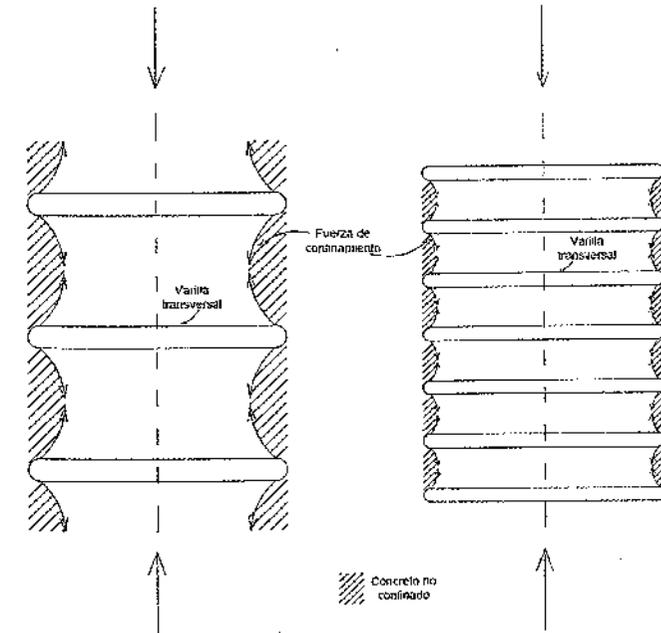


Figura 2.14 Efecto del espaciamiento del acero transversal en la eficiencia del confinamiento.

El concreto no está confinado fuera del acero transversal, y se puede esperar que este concreto de recubrimiento tenga características esfuerzo-deformación distintas a las del concreto dentro del acero transversal. El recubrimiento generalmente comienza a desprenderse cuando se alcanza la resistencia no confinada, especialmente si la cuantía de acero transversal es elevado debido a que la presencia de un gran número de varillas transversales crea un plano o superficie de debilidad entre el núcleo y el recubrimiento lo que precipita el desprendimiento. En consecuencia, para cuantías altas de acero transversal, la contribución del recubrimiento a elevadas deformaciones debe ignorarse. Se puede suponer que el recubrimiento tiene las características del concreto no confinado hasta una deformación supuesta de desprendimiento y que no contribuye a la resistencia total bajo deformaciones más elevadas. Si es baja la cuantía de acero transversal, el recubrimiento tiende a desprenderse con menos facilidad y a colaborar más con el núcleo confinado. En ese caso se puede tomar en cuenta algo del concreto de la cubierta a deformaciones elevadas. A continuación se estudian algunas proposiciones para la resistencia y ductilidad del concreto confinado por refuerzo transversal.

**a. Concreto confinado por hélices**

Suponiendo que las hélices están suficientemente próximas para aplicar una presión casi Uniforme, se puede calcular la presión de confinamiento a partir de la tensión de aro desarrollada por el acero espiral. La Figura 2.15 muestra un cuerpo libre de media vuelta de una hélice. La presión lateral  $f_1$  en el concreto alcanza un máximo cuando el refuerzo espiral alcanza la resistencia de fluencia  $f_y$ . Si  $d_s$  es el diámetro y  $s$  el paso de la hélice, y  $A_{sp}$  es el área de la varilla espiral, el equilibrio de las fuerzas que actúan en la media vuelta de hélice mostrada en la Figura 2.15 requiere que:

$$2f_y A_{sp} = d_s s f_1 \rightarrow f_1 = \frac{2f_y A_{sp}}{d_s s} \tag{Ec. 2.6}$$

Sustituyendo la ecuación (Ec. 2.6) en la (Ec. 2.5), vemos que la resistencia a compresión axial del concreto confinado por una hélice es:

$$f'_{cc} = f'_c + 8.2 \frac{2f_y A_{sp}}{d_s s} \tag{Ec. 2.7}$$

El aumento en ductilidad del concreto confinado por una hélice también es apreciable. Se han propuesto relaciones esfuerzo - deformación para el concreto confinado por hélices en base a datos empíricos obtenidos de prueba.

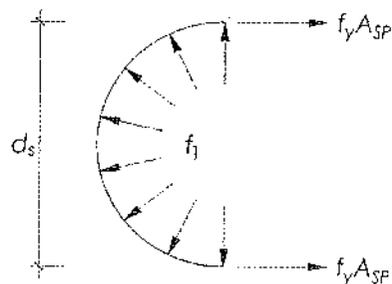


Figura 2.15 Confinamiento del concreto mediante refuerzo helicoidal.

**b. Concreto confinado por aros rectangulares**

Distintos investigadores han propuesto relaciones esfuerzo - deformación para el concreto confinado por aros rectangulares. La Figura 2.16 muestra

algunas de las curvas propuestas. En la curva trilineal de Chan OAB representa la curva para el concreto no confinado y la rama BC depende del esfuerzo transversal. Blume y otros han adoptado también una curva trilineal, en que OA representa la curva para el concreto no confinado hasta  $0.85f'_c$ ; y ABC (que a veces se reemplaza por una sola línea recta) depende de la cuantía y del esfuerzo de fluencia del confinamiento transversal. Baker recomendó una parábola hasta un esfuerzo máximo, que depende del gradiente de deformación a través de la sección, y luego una rama horizontal hasta una deformación que depende del gradiente de deformación y de la cuantía de acero transversal. Roy y Sozen sugirieron reemplazar la rama descendente con una línea recta con una deformación en  $0.5f'_c$  relacionada linealmente con la cuantía de acero transversal. La curva de Soliman y Yu consiste en una parábola y dos líneas rectas con esfuerzos y deformaciones en los puntos críticos relacionados con la cuantía de acero transversal, con el espaciamiento y con el área confinada. Sargin y otros han propuesto una ecuación general que proporciona una curva continua esfuerzo - deformación relacionada con la cuantía, el espaciamiento y resistencia de fluencia del acero transversal y además con el gradiente de deformación a través de la sección y la resistencia del concreto.

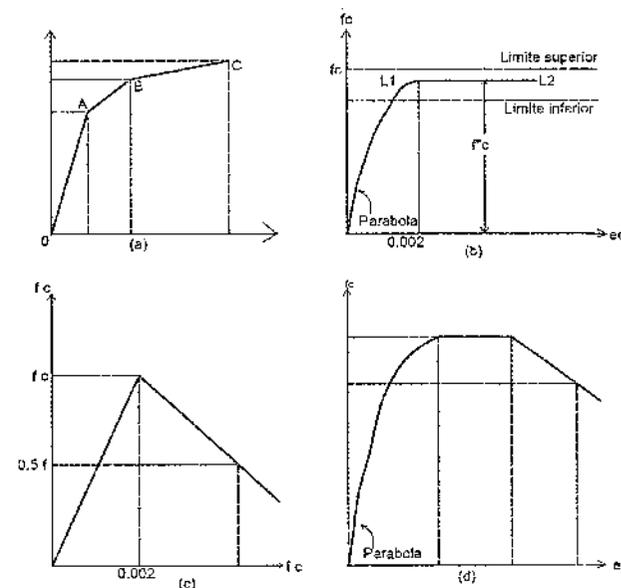


Figura 2.16 Algunas curvas esfuerzo deformación propuestas para el concreto confinado por aros rectangulares. (a) Chan y Blume y otros (b) Baker, (c) Roy y Sozen (d) Soliman y Yu.

### 2.1.4. Flujo plástico del concreto

La Figura 2.5 muestra que la relación esfuerzo - deformación del concreto es función del tiempo. El concreto bajo esfuerzo sufre con el tiempo un aumento gradual de deformación, debido al flujo plástico del concreto. La deformación final de flujo plástico puede ser varias veces mayor que la deformación elástica inicial. Por lo general, el flujo plástico tiene poco efecto en la resistencia de una estructura, aunque provoca una redistribución de esfuerzos en los miembros de concreto reforzado bajo cargas de servicio y conduce a un aumento en las deflexiones. Las deformaciones debidas al flujo plástico a veces son benéficas. Por ejemplo, los esfuerzos en el concreto provocados por asentamientos diferenciales de las estructuras se reducen por el flujo plástico. El flujo plástico en tensión también demora el agrietamiento por contracción en el concreto.

La deformación por flujo plástico del concreto bajo esfuerzo de compresión axial constante se muestra en la Figura 2.17 Como lo revela ésta, el flujo plástico se desarrolla con una tasa decreciente. Si se eliminara la carga, se recuperaría la deformación elástica de inmediato. Sin embargo, esta deformación elástica recuperada es menor que la deformación elástica inicial, debido a que el módulo elástico aumenta con la edad. A la recuperación elástica le sigue una recuperación de flujo plástico, que es una pequeña porción de la deformación total por flujo plástico.

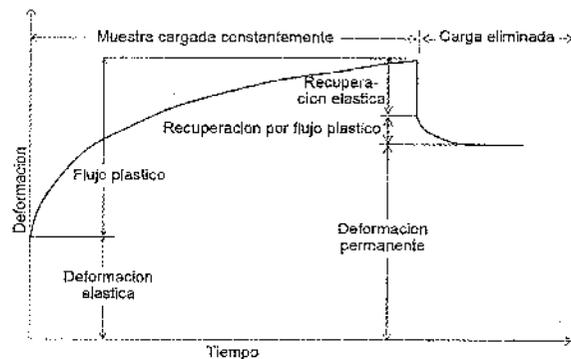


Figura 2.17 Curva típica del flujo plástico en el concreto con esfuerzo de compresión axial constante.

La evidencia experimental indica que la deformación por flujo plástico que ocurre en determinado período es proporcional al esfuerzo aplicado, siempre que el nivel de esfuerzo no sea alto. La evidencia de las investigaciones es conflictiva con respecto al nivel de esfuerzo en el que cesa la linealidad entre el flujo plástico y el esfuerzo aplicado. Algunos

experimentos evidencian pérdida de linealidad con esfuerzos de compresión de apenas  $0.2f'_c$ ; otros, sugieren un valor hasta de  $0.5f'_c$ . Sin embargo, la suposición de una relación lineal entre la deformación por flujo plástico y el esfuerzo aplicado produce exactitud aceptable para el rango usual de esfuerzos por carga de servicio utilizado en el diseño estructural.

La magnitud de la deformación por flujo plástico depende de la composición del concreto, el medio ambiente y la historia esfuerzo - tiempo.

Se puede describir la composición del concreto en términos del tipo y proporciones del agregado, tipo y contenido de cemento, relación agua/cemento y aditivos. El tipo del agregado puede tener un efecto marcado en el flujo plástico, debido a las diferentes propiedades elásticas y de absorción de los agregados. Por ejemplo, usar agregados de arena puede producir el doble de la deformación por flujo plástico que para un agregado de piedra caliza. Los agregados son volumétricamente más estables que la pasta de cemento; en consecuencia, un aumento en el contenido de agregados conduce a una disminución en las deformaciones por flujo plástico. Un aumento en la relación agua cemento y un aumento en el contenido de cemento aumenta el flujo plástico al igual que un contenido elevado de aire atrapado.

Se puede describir el medio ambiente en términos de humedad y tamaño y forma del miembro. La humedad relativa ambiental tiene influencia significativa en el flujo plástico. Las deformaciones por flujo plástico son bajas cuando la humedad relativa es alta. El flujo plástico se reduce si se restringe la pérdida del agua del miembro, por lo que el tamaño y forma de un miembro afectan la cantidad de flujo plástico que ocurre. Adicionalmente, ya que las regiones exteriores de un miembro grande restringen la pérdida del agua de las regiones internas del mismo miembro, se reduce el flujo plástico en los miembros grandes. Se puede representar la influencia del tamaño y forma del miembro de concreto mediante la relación del volumen al área superficial, o mediante un espesor equivalente.

Es posible describir la historia esfuerzo - tiempo en términos de la edad en la etapa de primera carga y del tiempo bajo carga. La carga a una edad prematura provoca elevadas deformaciones por flujo plástico. Al aumentar la edad en que se aplica la primera carga, hay una señalada disminución en la deformación por flujo plástico. Las deformaciones por flujo plástico aumentan con la duración de la carga.

### 2.1.5. Contracción del concreto

El concreto se contrae cuando pierde humedad por evaporación. Las deformaciones por contracción son independientes del estado de esfuerzos en el concreto. Si se limitan, las deformaciones por contracción pueden provocar el agrietamiento del concreto y por lo general provocan un aumento en las deflexiones de los miembros estructurales con el tiempo.

En la Figura 2.18 se muestra una curva que indica el aumento en la deformación por contracción con el tiempo, La contracción ocurre a una tasa decreciente. Las deformaciones finales por contracción varían considerablemente, por lo común de 0.0002 a 0.0006 aunque a veces llega hasta 0.0010.

En gran medida, la contracción es un fenómeno reversible. Si se satura el concreto con agua después de haberse contraído, se dilatará casi a su volumen original. En consecuencia las condiciones secas y húmedas alternadas provocan cambios alternativos en el volumen del concreto. Este fenómeno es parcialmente responsable de las deflexiones fluctuantes en estructuras expuestas a cambios estacionales cada año.

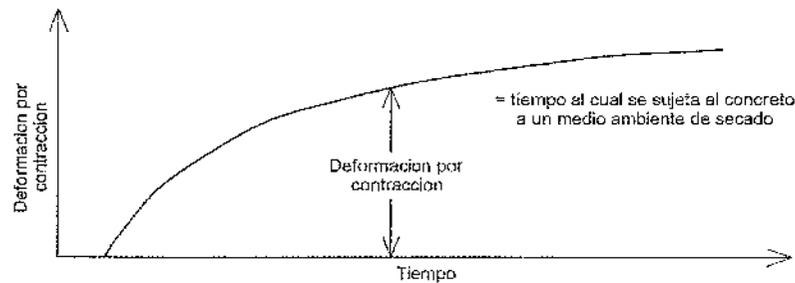


Figura 2.18 Curva típica de contracción en el concreto.

Como regla, el concreto que exhibe un flujo plástico elevado también exhibe una elevada contracción. En consecuencia, la magnitud de la deformación por contracción depende de la composición del concreto y del medio ambiente en forma muy análoga a como se discutió antes para el flujo plástico.

## 2.2. REFUERZO DE ACERO

### 2.2.1. Curva esfuerzo - deformación

Curvas típicas esfuerzo-deformación para varillas de acero utilizadas en la construcción del concreto reforzado (Figura 2.19).se obtuvieron de varillas

de acero cargadas monotónicamente a tensión. Las curvas exhiben una porción inicial elástica lineal, una plataforma de fluencia (es decir una zona más allá de la cual la deformación aumenta con poco o ningún aumento del esfuerzo), una región de endurecimiento por deformación en la que el esfuerzo nuevamente aumenta con la deformación, y finalmente una región en la que el esfuerzo decae hasta que ocurre la fractura.

El módulo de elasticidad del acero está dado por la pendiente de la porción elástica lineal de la curva. El módulo de elasticidad del acero de refuerzo  $E_s$  generalmente se toma igual a  $2.17 \times 10^6 \text{ ton} / \text{m}^2$ .

Tabla 2.1 Tamaños de varillas corrugadas de acero.

Núm. Varilla	Peso Unitario		Dimensiones nominales			
	lb/pie	(kg/m)	Diámetro		Área transversal	
			plg	(cm)	plg <sup>2</sup>	(cm <sup>2</sup> )
3	0.376	(0.560)	0.375	(0.953)	0.110	(0.71)
4	0.668	(0.994)	0.500	(1.270)	0.196	(1.27)
5	1.043	(1.552)	0.625	(1.588)	0.307	(1.98)
6	1.502	(2.235)	0.750	(1.905)	0.442	(2.85)
7	2.044	(3.042)	0.875	(2.223)	0.601	(3.88)
8	2.67	(3.973)	1.000	(2.540)	0.785	(5.07)
9	3.4	(5.060)	1.128	(2.865)	0.999	(6.45)
10	4.303	(6.404)	1.270	(3.226)	1.267	(8.17)
11	5.313	(7.907)	1.410	(3.561)	1.561	(10.07)
14	7.65	(11.364)	1.693	(4.300)	2.251	(14.52)
18	13.6	(20.239)	2.257	(5.733)	4.001	(25.81)

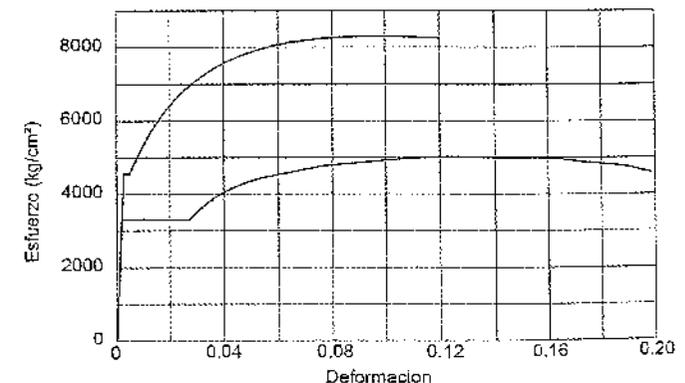


Figura 2.19 Curvas típicas esfuerzo deformación para el acero de refuerzo.

Una propiedad muy importante del refuerzo de acero es el esfuerzo en el punto de fluencia, conocido como la resistencia de fluencia. Ocasionalmente a la fluencia le acompaña una disminución abrupta en el esfuerzo de manera que un diagrama esfuerzo-deformación tiene la forma que aparece en la Figura 2.20. En tal caso a los esfuerzos en A y en B se les conoce como las resistencias de fluencia superior e inferior respectivamente. La posición del punto superior de fluencia depende de la velocidad de la prueba. La forma de la sección y la forma del espécimen. Por lo general se considera que la resistencia de fluencia inferior es la verdadera característica del material y se denomina simplemente como la resistencia de fluencia. Para los aceros que no tienen una plataforma bien definida de fluencia, generalmente se considera la resistencia a la fluencia como el esfuerzo que corresponde a una deformación específica, como se ilustra en la Figura 2.21.

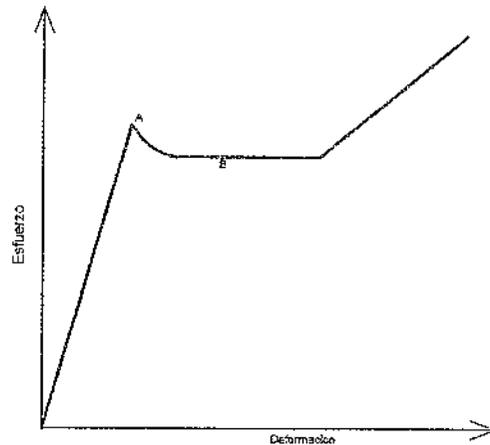


Figura 2.20 Curva esfuerzo-deformación que ilustra los puntos superior e inferior de fluencia.

Por lo general, la longitud de la plataforma de fluencia es función de la resistencia del acero. Los aceros de alta resistencia con alto contenido de carbono generalmente tienen una plataforma más corta de fluencia que los aceros de menor resistencia y menor contenido de carbono. En forma semejante, el trabajado en frío del acero puede producir un acortamiento de la plataforma de fluencia, a grado tal que el endurecimiento por deformación comienza inmediatamente después de principiar la fluencia. Los aceros de alta resistencia también tienen una elongación previa a la fractura más pequeña que los aceros de baja resistencia.

Las varillas de acero corrugado producidas respetando las especificaciones del ASTM tienen una resistencia de fluencia especificada (mínima de 40,

50, 60 ó 75 kips/plg<sup>2</sup> (2812, 3515, 4218 ó 5273 kg/cm<sup>2</sup>); se les conoce como grados 40; 50, 60 y 75 respectivamente. Para los aceros que carecen de un punto de fluencia bien definido, se considera que su resistencia de fluencia es el esfuerzo que corresponde a una deformación de 0.005 para los grados 40, 50 y 60, y a una de 0.0035 para el grado 75. Las resistencias últimas (resistencias a tensión) que corresponden a los grados 40, 50, 60 y 75 son por lo menos 70, 80, 90 y 100 kips/plg<sup>2</sup> (4921, 5624, 6328 Y 7031 kg/cm<sup>2</sup>). Los alambres de acero normalmente tienen resistencias de fluencia y última en la parte superior de los rangos recién dados. La deformación mínima a la fractura del acero también está definida en las especificaciones, ya que es esencial para la seguridad de la estructura que el acero sea suficientemente dúctil para que pueda sufrir grandes deformaciones antes de fracturarse. Las especificaciones del ASTM para varillas corrugadas requieren una elongación, definida por la extensión permanente de una longitud calibrada, de 8 plg (203 mm) en la fractura de la muestra, expresada como un porcentaje de la longitud del calibre, que varía con el origen, grado y diámetro de la varilla de acero y va de 4.5% hasta 12%.

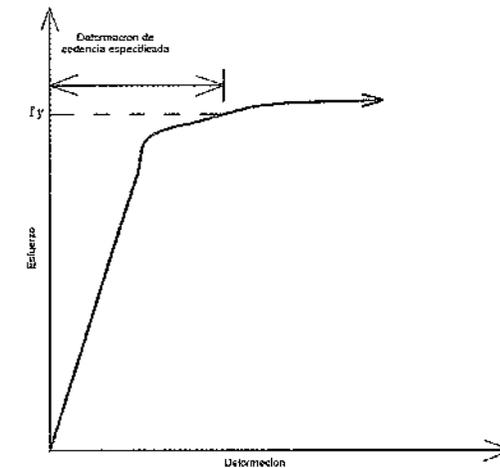


Figura 2.21 Punto de fluencia de un acero sin plataforma de fluencia bien definida.

La resistencia especificada de fluencia normalmente se refiere a un mínimo garantizado. Por lo general la resistencia de fluencia real de las varillas es algo mayor que este valor especificado. En algunos casos es indeseable tener una resistencia de fluencia mucho mayor que la considerada en el diseño. Esto se debe a que la resistencia a flexión incrementada de un miembro, por ejemplo, produce mayores fuerzas cortantes actuando en el miembro bajo carga última, lo que puede producir una falla cortante frágil del miembro en vez de una falla a flexión dúctil. En consecuencia, las

especificaciones para el acero estructural en zonas sísmicas también deberían requerir que no se exceda determinada resistencia de fluencia para cierto grado de acero.

Por lo general, se supone que las curvas esfuerzo-deformación para el acero a tensión y compresión son idénticas. Las pruebas han demostrado que ésta es una suposición razonable.

El efecto de una tasa elevada de carga es aumentar la resistencia de fluencia. Por ejemplo, se ha informado que para una tasa de deformación de 0.01/seg. se puede aumentar la resistencia inferior de fluencia hasta en 14%

### 2.2.2. Comportamiento bajo esfuerzos repetidos

La Figura 2.19 es la curva esfuerzo-deformación para una muestra de acero cargada en tensión o en compresión axial hasta la falla en una sola corrida de carga. Si se quita la carga antes de la falla, la muestra se recupera a lo largo de un camino esfuerzo-deformación paralela a la porción elástica original de la curva. Si se carga de nuevo, la muestra sigue el mismo camino hasta la curva original, como en la Figura 2.22, quizás con una pequeña deformación histerética y/o un efecto de endurecimiento por deformación. Se sigue entonces de cerca la curva virgen, tal como si no hubiera ocurrido la descarga. En consecuencia, la curva monotónica esfuerzo-deformación da una buena idealización para la curva envolvente para cargas repetidas del mismo signo.

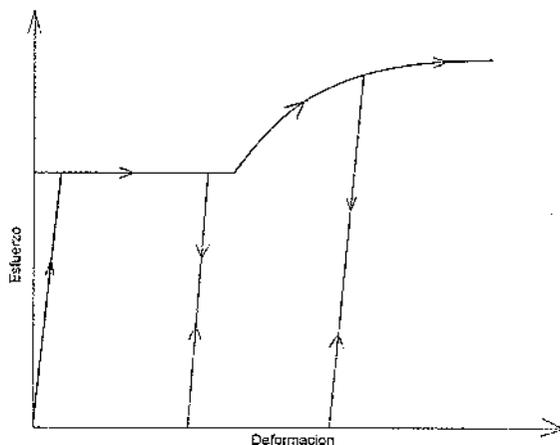


Figura 2.22 Curva esfuerzo deformación para el acero bajo cargas repetidas.

### 2.2.3. Comportamiento bajo esfuerzos alternados

Si se aplica carga axial alternada (tensión-compresión) a una muestra de acero en el rango de fluencia, se obtiene una curva esfuerzo-deformación del tipo presentado en la figura 2.23a. La figura muestra el efecto Bauschinger, en que la curva esfuerzo-deformación bajo cargas alternadas deja de ser lineal a un esfuerzo mucho más bajo que la resistencia inicial de fluencia. Este comportamiento del acero está fuertemente influido por la historia previa de deformación; el tiempo y la temperatura también lo afectan. El camino de la descarga sigue la pendiente elástica inicial. La idealización frecuentemente usada rama elástica-rama perfectamente plástica para las cargas alternadas (fig. 2.23b) es solamente una aproximación. Las curvas de cargas alternadas son importantes al tener en cuenta los efectos de las cargas sísmicas de alta intensidad en los miembros.

Kato y otros autores, basándose en la observación de datos experimentales de esfuerzos y deformaciones, obtienen la curva idealizada esfuerzo-deformación para cargas alternadas a partir de las curvas monotónicas para la tensión y compresión. Kato y otros representaron las curvas suavizadas, debido al efecto Bauschinger, mediante hipérbolas que parten de un esfuerzo nulo. Utilizando esta idealización, es posible obtener aproximadamente las curvas esfuerzo -deformación para carga alternada aproximadamente de las curvas monotónicas.

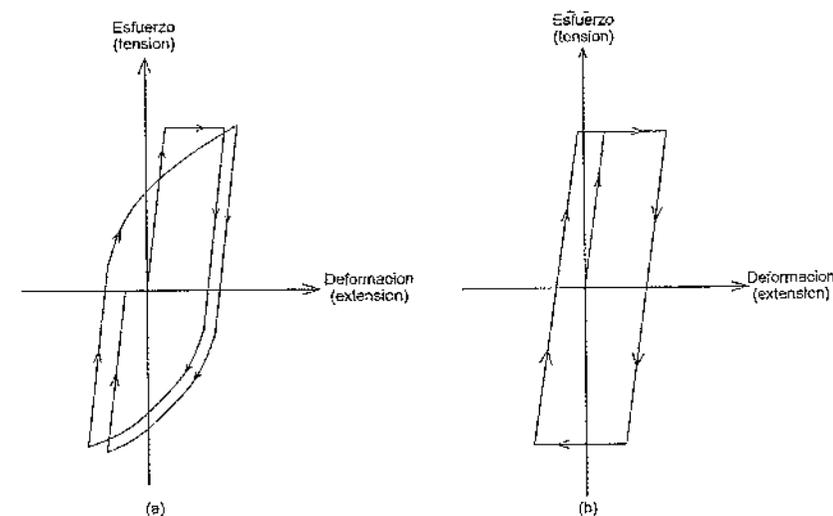
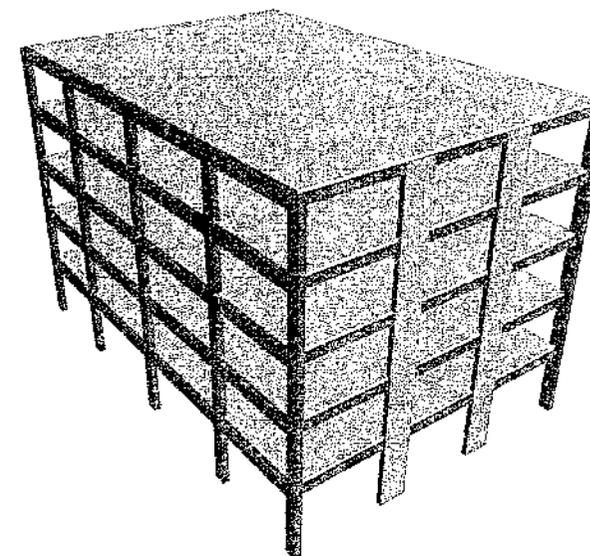


Figura 2.23 (a) Efecto Bauschinger para el acero bajo cargas alternadas (b) Idealización elástica-perfectamente plástica para el acero bajo cargas alternadas.

## **PREDIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES**

### **3.1. DESCRIPCIÓN DE LA EDIFICACIÓN**

Se analizará una estructura de 5 pisos mostrada en la Figura 3.1, que será destinada a oficinas. La escalera es una estructura independiente. En la dirección X se tiene un sistema estructural dual, mientras que en la dirección Y se tiene un sistema aporticado de concreto armado. Los muros de albañilería se consideran aislados de la estructura. El sistema de techo serán losas aligeradas de concreto armado.



*Figura 3.1 Vista 3D de la estructura.*

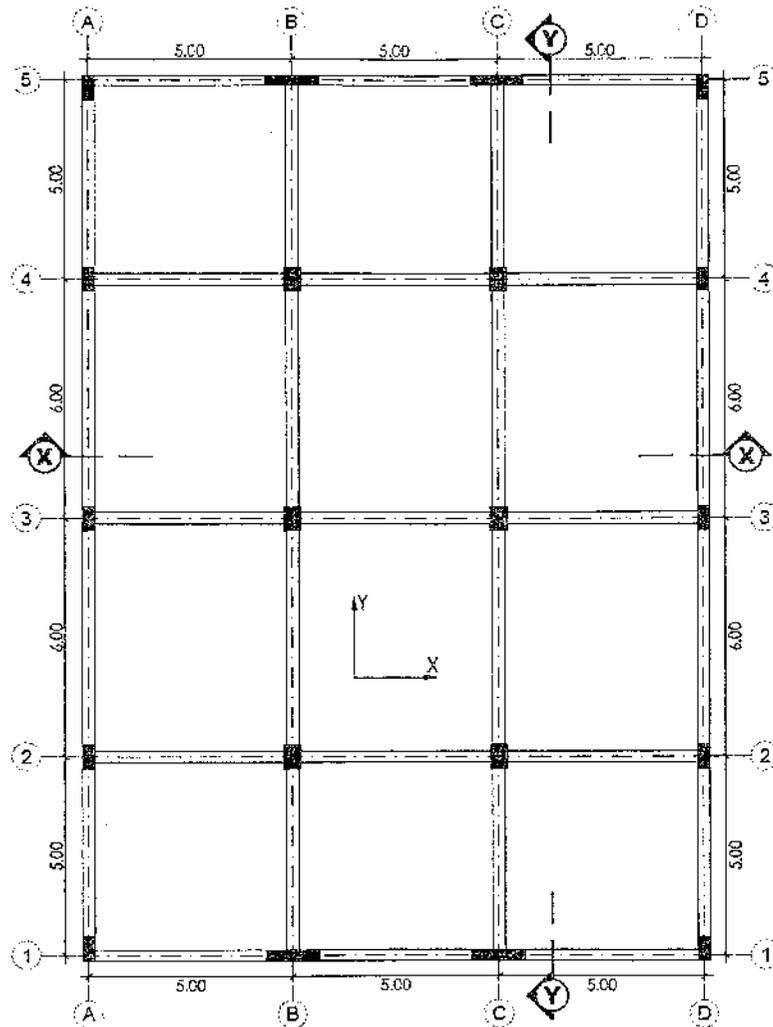


Figura 3.2 Vista en planta.

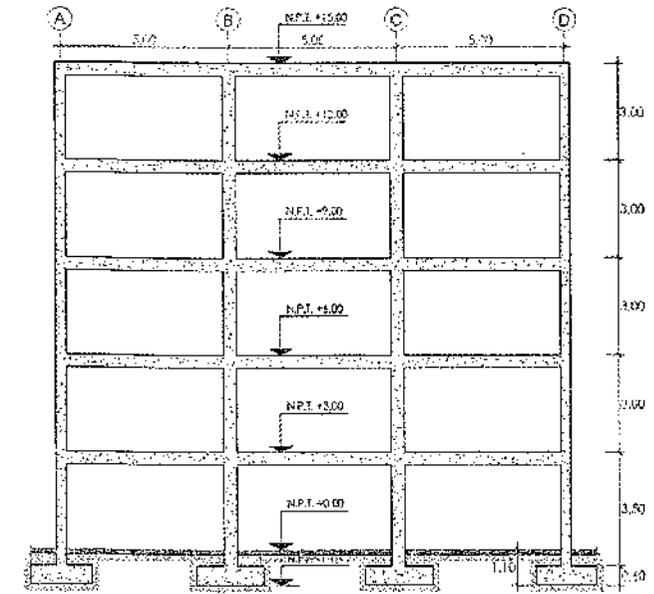


Figura 3.3 Corte X-X.

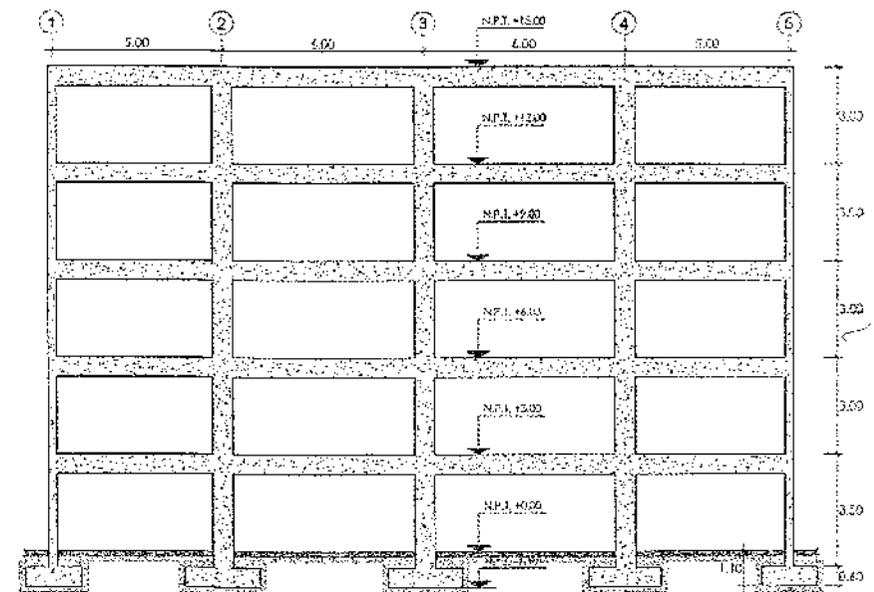


Figura 3.4 Corte Y-Y.



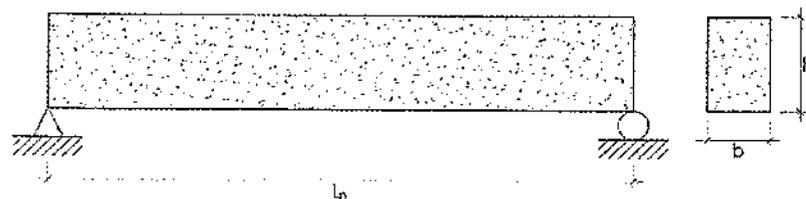
Tabla 3.2 Predimensionamiento del aligerado.

EJES	LUZ (m)	Con un extremo continuo	Ambos extremos continuos	En voladizo
		L/18.5	L/21	
A-B	4.70	-	0.224m	-
B-C	4.70	-	0.224m	-
C-D	4.70	0.254m	-	-

En conclusión, se recomienda usar una losa aligerada en una dirección con un peralte de 0.25m.

### 3.3. PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGAS

#### 3.3.1. Vigas Principales



$$b = \frac{B}{20} \geq 0.25m \quad (\text{Ec. 3.1})$$

$$h = \frac{L_n}{\alpha} \quad (\text{Ec. 3.2})$$

Dónde:  $B$  : Ancho tributario en metros.  
 $L_n$  : Luz libre en metros.

Tabla 3.3 Factor para Predimensionamiento de vigas principales.

$W_{sc}$	$\alpha$
$S/C \leq 200 \text{ kg/m}^2$	12
$200 < S/C \leq 350 \text{ kg/m}^2$	11
$350 < S/C \leq 600 \text{ kg/m}^2$	10
$600 < S/C \leq 750 \text{ kg/m}^2$	9

Para este ejemplo, tomamos las vigas principales, las cuales están cargando las losas.

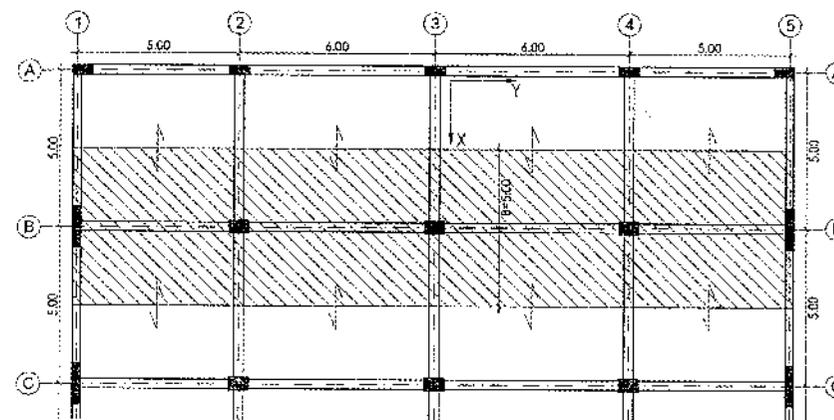


Figura 3.8 Ancho tributario de viga.

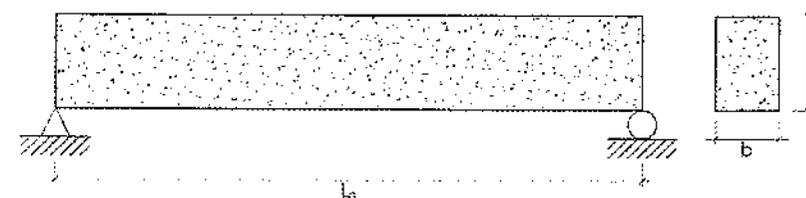
$$h = \frac{6.00m}{11} \quad h = 0.55m \quad S/C = 250 \text{ kg/m}^2$$

$$b = \frac{5.00m}{20} = 0.250m \geq 0.25m$$

Para este ejemplo usamos las siguientes dimensiones para las vigas principales:

$$b \times h = 0.30 \times 0.60m$$

#### 3.3.2. Vigas secundarias



El ancho mínimo para una viga secundaria será:  $b_{\min} = 0.25m$

$$h = \frac{L_n}{14} \quad (\text{Ec. 3.3})$$

Para este ejemplo, tomamos las vigas secundarias.

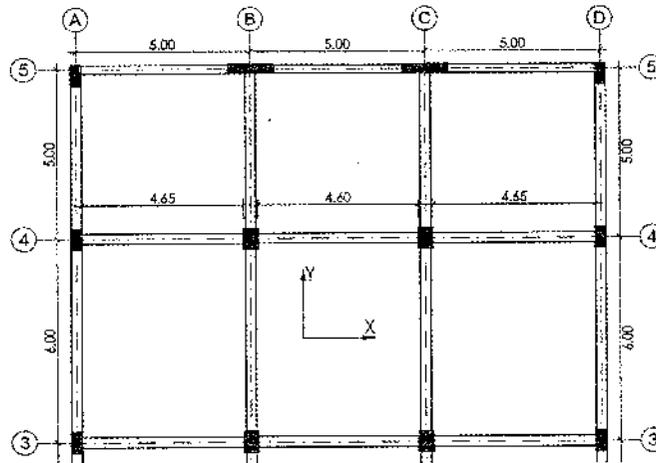


Figura 3.9 Luz Libre para vigas secundarias

$$h = \frac{4.65m}{14} \quad h = 0.332m$$

Para este ejemplo usamos las siguientes dimensiones para las vigas secundarias:

Perimetrales:  $b \times h = 0.25 \times 0.40m$   
 Centrales:  $b \times h = 0.30 \times 0.40m$

### 3.4. PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS

$$A_{COL} = \frac{\lambda P_G}{\eta f_c} \quad (Ec. 3.4)$$

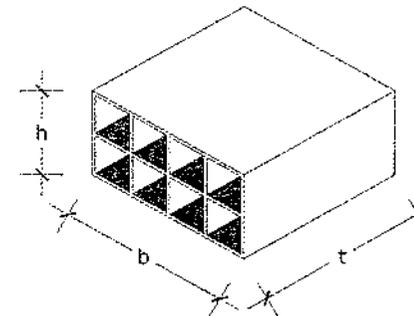
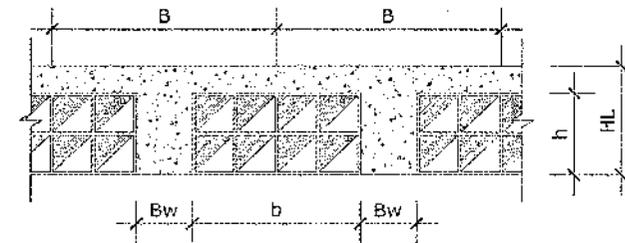
Dónde:  $A_{COL}$ : Área de Columna.  
 $P_G$ : Carga por Gravedad.  
 $\lambda, \eta$ : Factores que dependen de la ubicación de la columna.

Tabla 3.4 Factores para el predimensionamiento de columnas.

TIPO DE COLUMNA	$\lambda$	$\eta$
CENTRAL	1.1	0.3
PERIMETRAL	1.25	0.25
ESQUINA	1.5	0.2

Para el cálculo de las cargas de gravedad ( $P_G$ ) realizaremos el metrado para una columna central.

Para ello realizaremos el metrado de la losa aligerada de 0.25m de peralte.



$$\#Lad / m^2 = \frac{1}{(b + B_w t)}$$

$$V_{TOTAL} / m^2 = 1 * 1 * H_L$$

$$V_{LADRILLO} / m^2 = b * t * h * \#Lad / m^2$$

$$V_{CONCRETO} = V_{TOTAL} - V_{LADRILLO}$$

Tabla 3.5 Peso de ladrillo por metro cuadrado.

Ladrillo	Peso de ladrillo de arcilla					
	b (m)	t (m)	h (m)	Peso (kg)	#/m <sup>2</sup>	P/m <sup>2</sup>
Hueco 20	0.3	0.3	0.2	10	8.33	83.33

Tabla 3.6 Peso de concreto por metro cuadrado.

Aligerado	Peso de Concreto de Aligerado			
	V <sub>T</sub>	V <sub>L</sub>	V <sub>C</sub>	P/m <sup>2</sup>
0.25	0.25	0.15	0.1	240

Finalmente sumaremos los pesos de ladrillos y concreto para obtener el peso propio del aligerado.

$$P_{H_L=0,25m} = 323.33 \text{ kg / m}^2$$

Se recomienda los siguientes pesos para las distintos tipos de losa, según su peralte:

Tabla 3.7 Peso de losas aligeradas.

H <sub>LOSA</sub> (m)	W <sub>LOSA</sub> (kg/m <sup>2</sup> )
0.17	280
0.2	300
0.25	350
0.3	400

### 3.4.1. Predimensionamiento de columna central

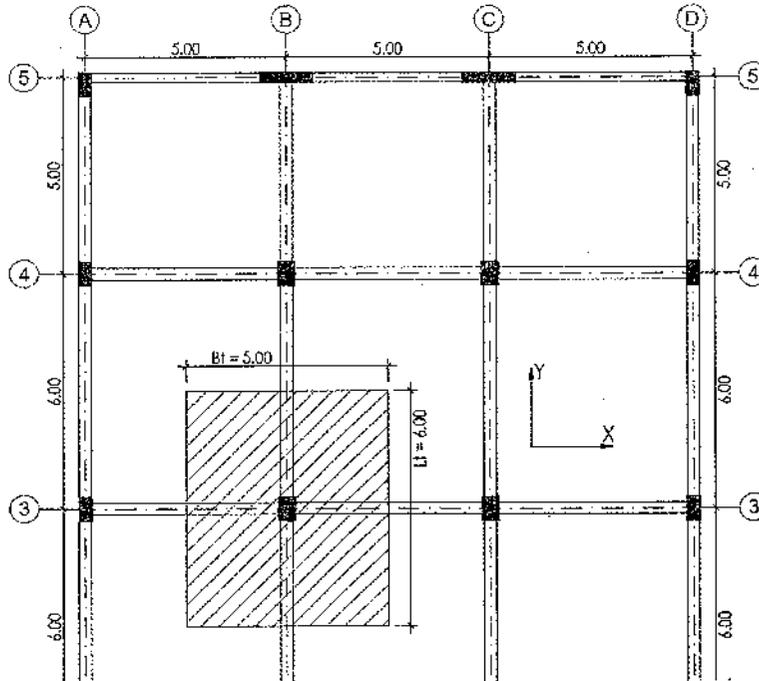


Figura 3.10 Área tributaria de columna central.

### a. Metrado de carga muerta para una columna central

Tabla 3.8 Metrado de carga muerta - columna central.

Descripción	# Pisos	Área (m <sup>2</sup> )	Longitud (m)	Peso (t/m <sup>2</sup> )	Peso (t)
Peso Acabado	5	5.00 x 6.00	-	0.10	15.00
Peso Tabiquería Típica	4	5.00 x 6.00	-	0.10	12.00
Peso Tabiquería Ult. Nivel	1	5.00 x 6.00	-	0.05	1.50
Peso de Losa	5	5.00 x 6.00	-	0.35	52.50

Descripción	Cantidad	Sección (m <sup>2</sup> )	Longitud (m)	Peso (t/m <sup>3</sup> )	Peso (t)
Vigas en dirección X	5	0.30 x 0.40	4.60	2.40	6.62
Vigas en dirección Y	5	0.30 x 0.60	5.40	2.40	11.66
Columna 50x50	1	0.40 x 0.60	15.50	2.40	8.93

<b>Carga Muerta</b>	<b>108.22 t</b>
---------------------	-----------------

### b. Metrado de carga viva para columna central

Tabla 3.9 Metrado de carga viva - columna central.

Descripción	# Pisos	Área (m <sup>2</sup> )	Longitud (m)	Peso (t/m <sup>2</sup> )	Peso (t)
Sobrecarga Típica	4	5.00 x 6.00	-	0.25	30.00
Sobrecarga Ult. Nivel	1	5.00 x 6.00	-	0.10	3.00

<b>Carga Viva</b>	<b>33.00 t</b>
-------------------	----------------

### c. Carga por servicio y carga ultima para columna perimetral

Tabla 3.10 Cargas última y en servicio - columna central.

Carga en Servicio (D+L)	141.22 t
Carga Ultima (1.4D+1.7L)	207.60 t

Luego de obtener la carga en servicio, calcularemos las dimensiones de la columna.

Tipo de Columna: Central,  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$$A_{\text{COLUMNA}} = \frac{1.1 \times 141.22}{0.3 \times 0.21} = 2465.68 \text{ cm}^2$$

Las dimensiones de columnas podrían ser:

Sección (cm <sup>2</sup> )	
25	x 98.63
30	x 82.19
35	x 70.45
40	x 61.64
45	x 54.79
50	x 49.31

Tomaremos como sección de columna 40x60cm.

### 3.4.2. Predimensionamiento de columna perimetral

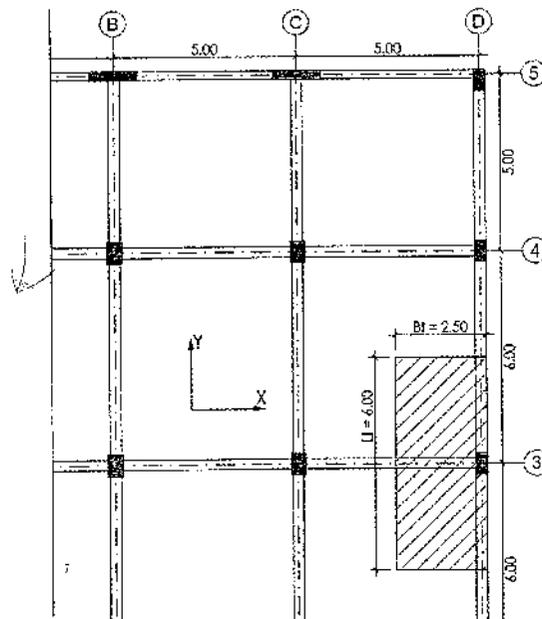


Figura 3.11 Área tributaria de columna perimetral.

### a. Metrado de carga muerta para una columna perimetral

Tabla 3.11 Metrado de carga muerta - columna perimetral.

Descripción	# Pisos	Área (m <sup>2</sup> )	Longitud (m)	Peso (t/m <sup>2</sup> )	Peso (t)
Peso Acabado	5	2.50 x 6.00	-	0.10	7.50
Peso Tabiquería Típica	4	2.50 x 6.00	-	0.10	6.00
Peso Tabiquería Ult. Nivel	1	2.50 x 6.00	-	0.05	0.75
Peso de Losa	5	2.50 x 6.00	-	0.35	26.25

Descripción	Cantidad	Sección (m)	Longitud (m)	Peso (t/m <sup>3</sup> )	Peso (t)
Vigas en dirección X	5	0.30 x 0.40	2.20	2.40	3.17
Vigas en dirección Y	5	0.30 x 0.60	5.40	2.40	11.66
Columna 50x50	1	0.30 x 0.60	15.50	2.40	5.58
<b>Carga Muerta</b>					<b>60.91 t</b>

### b. Metrado de carga viva para columna perimetral

Tabla 3.12 Metrado de carga viva - columna perimetral.

Descripción	# Pisos	Área (m <sup>2</sup> )	Longitud (m)	Peso (t/m <sup>2</sup> )	Peso (t)
Sobrecarga Típica	4	2.50 x 6.00	-	0.25	15.00
Sobrecarga Ult. Nivel	1	2.50 x 6.00	-	0.10	1.50
<b>Carga Viva</b>					<b>16.50 t</b>

### c. Carga por servicio y carga ultima para columna perimetral

Tabla 3.13 Cargas en servicio y ultima - columna perimetral.

Carga en Servicio (D+L)	77.41 t
Carga Ultima (1.4D+1.7L)	113.33 t

Luego de obtener la carga en servicio, calcularemos las dimensiones de la columna.

Tipo de Columna: Perimetral,  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$$A_{\text{COLUMNA}} = \frac{1.25 * 77.41}{0.25 * 0.21} = 1843.14 \text{ cm}^2$$

Las dimensiones de columnas podrían ser:

Sección (cm <sup>2</sup> )		
25	x	73.73
30	x	61.44
35	x	52.66
40	x	46.08
45	x	40.96
50	x	36.86

Tomaremos como sección de columna 30x60cm.

### 3.5. PREDIMENSIONAMIENTO DE ZAPATAS

$$A_z = \frac{P}{\sigma_s} \quad (\text{Ec. 3.5})$$

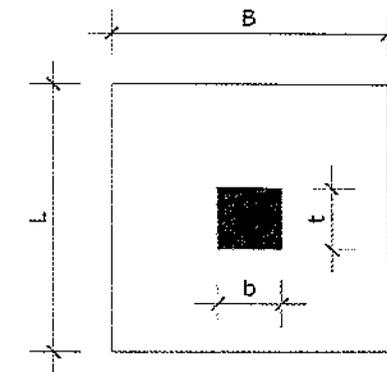
Dónde:  $A_z$ : Área de zapata.  
 $P$ : Peso en servicio.  
 $\sigma_s$ : Capacidad portante.

#### 3.5.1. Zapata para columna central

Con la carga de gravedad para la columna obtenida del metrado anterior, y con una capacidad portante de 3.00 kg/cm<sup>2</sup>, calculamos las dimensiones de la zapata.

$$A_z = \frac{141.22 \text{ t}}{30 \text{ t/m}^2} = 4.707 \text{ m}^2$$

De aquí tenemos que los lados de la zapata que serán iguales ya que es una columna cuadrada.



$$B = L, \quad A_z = B * L$$

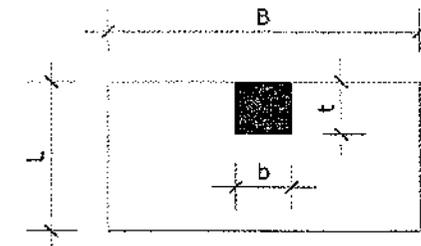
$$B = 2.20 \text{ m}, \quad L = 2.20 \text{ m}, \quad A_z = 4.840 \text{ m}^2$$

#### 3.5.2. Zapata para columna perimetral

Con la carga de gravedad para la columna obtenida del metrado anterior, y con una capacidad portante de 3.00 kg/cm<sup>2</sup>, calculamos las dimensiones de la zapata.

$$A_z = \frac{77.41 \text{ t}}{30 \text{ t/m}^2} = 2.580 \text{ m}^2$$

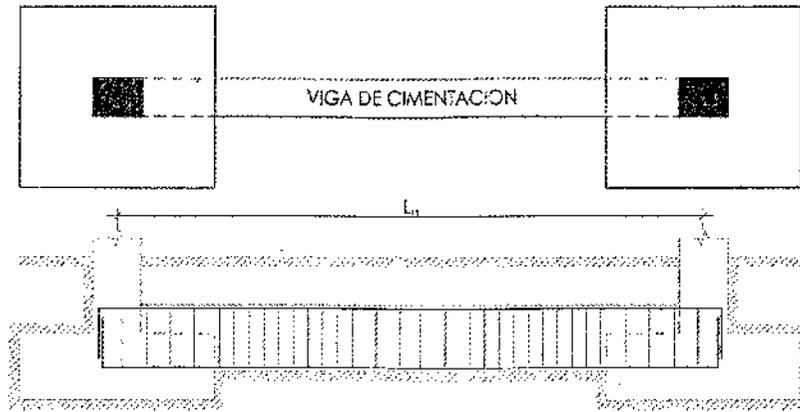
De aquí tenemos que los lados de la zapata que serán iguales ya que es una columna cuadrada.



$$B = 2L, \quad A_z = B * L$$

$$B = 2.30 \text{ m}, \quad L = 1.15 \text{ m}, \quad A_z = 2.645 \text{ m}^2$$

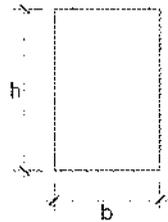
### 3.6. PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGA DE CIMENTACIÓN



$b$ : Ancho de la columna de mayor dimensión

$$b \geq 30\text{cm}$$

$$h = \frac{L_n}{7} - \frac{L_n}{9}$$



La luz máxima entre ejes es de  $L_n = 6.00\text{m}$ , por lo que nuestra viga de cimentación tendrá un peralte de:

$$h = \frac{6.00}{7} - \frac{6.00}{9}$$

$$h = 0.857\text{m} - 0.667\text{m}$$

Tomaremos como peralte de viga  $h = 70\text{cm}$ .

El ancho de viga será:  $b = 40\text{cm}$  (igual al ancho de la columna central).

Tendremos una viga de cimentación de  $40 \times 70$ .

### 3.7. PREDIMENSIONAMIENTO DE MUROS DE CORTE

#### 3.7.1. Determinación del peso de la edificación

Para calcular el peso de la edificación, realizaremos el metrado de cargas, como se muestra en la Tabla 3.14 y la Tabla 3.15.

Tabla 3.14 Metrado de carga muerta.

Descripción	# Pisos	Área (m)	Longitud (m)	Peso (t/m <sup>2</sup> )	P (t)
Peso Acabado	5	15.30 x 22.25	-	0.10	170.21
Peso Tabiquería Típica	4	15.30 x 22.25	-	0.10	136.17
Peso Tabiquería Ult. Nivel	1	15.30 x 22.25	-	0.05	17.02
Peso de Losa	5	15.30 x 22.25	-	0.35	595.74

Descripción	Cantidad	Sección (m)	Longitud (m)	Peso (t/m <sup>2</sup> )	P (t)
Vigas en dirección X	10	0.25 x 0.40	12.10	2.40	29.04
Vigas en dirección X	15	0.30 x 0.40	13.90	2.40	60.05
Vigas en dirección Y	20	0.30 x 0.60	19.85	2.40	171.50
Columna 40x60	6	0.40 x 0.60	15.50	2.40	53.57
Columna 30x60	10	0.30 x 0.60	15.50	2.40	66.96
Placas Asumidas 0.25x1.50	4	0.25 x 1.50	15.50	2.40	55.80

**Carga Muerta** **1356.07 t**

Tabla 3.15 Metrado de carga viva.

Descripción	# Pisos	Área (m)	Longitud (m)	Peso (t/m <sup>2</sup> )	P (t)
Sobrecarga Típica	4	15.30 x 22.25	-	0.25	340.43
Sobrecarga Ult. Nivel	1	15.30 x 22.25	-	0.10	34.04

**Carga Viva** **374.47 t**

$$P = 1356.07t + 0.25(374.47t) = 1449.69t$$

### 3.7.2. Determinación de la fuerza cortante sísmica

Para estimar la fuerza cortante debida al sismo usamos:

$$V = \frac{ZUCS}{R} P$$

La Tabla 3.16 se muestra los parámetros sísmicos.

Tabla 3.16 Parámetros Sísmicos.

Factor de Zona	$Z = 0.45$
Factor de Uso	$U = 1.0$
Factor de Amplificación del Suelo	$S = 1.0$ $T_p = 0.40seg.$ $T_L = 2.50seg.$
Factor de Reducción de Fuerza Sísmica	$R_x = 7.00$ $R_y = 8.00$
$T < T_p \rightarrow C = 2.5$	
Factor de Amplificación Sísmica (FAS)	$T_p < T < T_L \rightarrow C = 2.5 \left( \frac{T_p}{T} \right)$ $T > T_L \rightarrow C = 2.5 \left( \frac{T_p \cdot T_L}{T^2} \right)$

Para el cálculo del FAS estimaremos el periodo fundamental según la norma sismorresistente (posteriormente se hará un cálculo más detallado del periodo fundamental de la estructura en ambas direcciones):

$$T = \frac{h_n}{C_T} \quad (Ec. 3.6)$$

Dónde:

- $C_T = 35$  Para edificios cuyos elementos resistentes en la dirección considerada sean únicamente:
  - a) Pórticos de concreto armado sin muros de corte.
  - b) Pórticos dúctiles de acero con uniones resistentes a momentos, sin arriostramiento.
- $C_T = 45$  Para edificios cuyos elementos resistentes en la dirección considerada sean:

- a) Pórticos de concreto armado con muros en las cajas de ascensores y escaleras.
- b) Pórticos de acero arriostrados.

- $C_T = 60$  Para edificios de albañilería y para todos los edificios de concreto armado duales, de muros estructurales, y muros de ductilidad limitada.

$$T = \frac{15.50}{60} = 0.258seg.$$

$$T < T_p \rightarrow 0.258 < 0.40 \rightarrow C = 2.5$$

La fuerza cortante será:

$$V = \frac{ZUCS}{R} P$$

$$V = \frac{0.45 \times 1.0 \times 2.5 \times 1.0}{7} (1356.07 + 0.25 \times 374.47)$$

$$V = 232.98t$$

### 3.7.3. Determinación del sistema estructural

- **Muros Estructurales:** Sistema en el que la resistencia sísmica está dada predominantemente por muros estructurales sobre los que actúa por lo menos el 70 % de la fuerza cortante en la base.
- **Dual.** Las acciones sísmicas son resistidas por una combinación de pórticos y muros estructurales. La fuerza cortante que toman los muros está entre 20 % y 70 % del cortante en la base del edificio.  $(20\%V < V_d < 70\%V)$
- **Pórticos:** Por lo menos el 80 % de la fuerza cortante en la base actúa sobre las columnas de los pórticos.  $(V_p > 80\%V)$

Tabla 17 Sistemas Estructurales.

Sistema estructural	Muros	Dual	Pórtico
Cortante Actuante	$V > 70\%$	$70\% > V > 20\%$	$V > 20\%$

### 3.7.4. Determinación del área de corte

Para el predimensionamiento de muros de corte (placas) de nuestro caso particular (edificio de 5 niveles, con una configuración estructural Dual, en el cual las placas tomarán el 60% de la cortante basal), se reducirá la cortante en un 60% de la fuerza cortante generada por el sismo.

El área de corte se puede estimar de la siguiente manera:

$$V = 60\% (232.98t) = 139.79t$$

$$A_c = \left( \frac{V}{\phi 0.53 \sqrt{f'_c}} \right); \phi = 0.85$$

$$A_c = \left( \frac{139.79t}{0.85 \times 0.53 \sqrt{210}} \right)$$

$$A_c = 2.14m^2 \text{ (area en planta)}$$

Como el área obtenida es en planta para ambos sentidos, para cada sentido le corresponde el 50%.

$$A_{c,x} = 1.07m^2$$

$$A_{c,y} = 1.07m^2$$

### 3.7.5. Determinación del área de muros

Considerando 4 placas de 0.25m de espesor y 1.30m de largo, tenemos:

$$A_{PLACAS} = 4(0.25 \times 1.30) = 1.30m^2$$

$$1.30m^2 \geq 1.07m^2$$

Por lo tanto, las placas tendrán un espesor de 0.25m y una longitud de 1.30m.

### 3.7.6. Relación del área de muros de corte y el área techada

Considerando el 100% del cortante estático resulta:

$$\text{Relación (\%)} = (\text{Área techada} / \text{Área de muros de corte})$$

$$\text{Relación (\%)} = (330 m^2 / 3.57 m^2) = 1.08\%$$

Considerando el 60% del cortante estático para este caso particular:

$$\text{Relación (\%)} = (\text{Área techada} / \text{Área de muros de corte})$$

$$\text{Relación (\%)} = (330 m^2 / 2.14 m^2) = 0.65\%$$

Los muros de corte denominados placas, tienen la función principal de absorber las fuerzas de sismo, y la cantidad de fuerza absorbida está en función a su rigidez. Por lo que es difícil su predimensionamiento y es bastante aproximado. Además, influye el sistema estructural y el porcentaje que absorben las columnas de la fuerza sísmica.

### 3.7.7. Predimensionamiento de elementos de borde

Se requieren elementos de borde en los extremos si el esfuerzo máximo de compresión en la fibra extrema es mayor de  $0.2f'_c$ :

$$\sigma_{com,max} > 0.2f'_c$$

Dónde:

$$\sigma_{com,max} = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I}$$

La longitud del elemento de borde es:

$$l = 2t, \text{ ó } l = 0.10l_m$$

Dónde:

$t$ : Ancho del muro.

$l_m$ : Longitud de muro.

El ancho de los elementos de borde, no debe ser menor de  $h_m/16$  ni  $b_m$ .

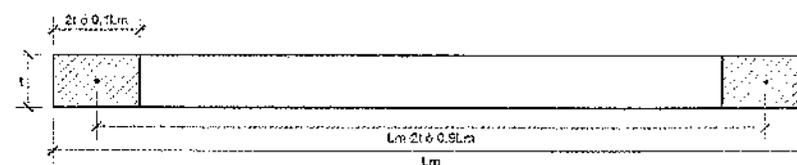


Figura 3.12 Predimensionamiento de elementos de borde en muros.

## ANÁLISIS DE LA EDIFICACIÓN

### 4.1. DATOS PREVIOS A LA MODELACIÓN

Se analizará una estructura de 5 pisos mostrada en la Figura 3.1, que será destinada a oficinas. La escalera es una estructura independiente. En la dirección X se tiene un sistema estructural dual, mientras que en la dirección Y se tiene un sistema aporticado de concreto armado. Los muros de albañilería se consideran aislados con junta sísmica de la estructura. El sistema de techo serán losas aligeradas de concreto armado.

Tabla 4.1 Parámetros Sísmicos – E030 – 2016.

<b>Factor de Zona</b>	Se trata de una estructura ubicada en el Dpto. de Lima, en el distrito de San Isidro.	Zona 4	Z=0.45
<b>Factor de Uso</b>	Edificación Común (Oficinas)	Tipo C	U=1.0
<b>Factor de Amplificación del Suelo</b>		Tipo S1	S=1.0 T <sub>p</sub> =0.40seg. T <sub>i</sub> =2.50seg.
<b>Factor de Reducción de Fuerza Sísmica</b>	Dirección X (Regular)	Dual	R <sub>x</sub> =7.00
	Dirección Y (Regular)	Aporticado	R <sub>y</sub> =8.00

Tabla 4.2 Datos de Espectro - dirección X - E030 - 2016.

T (seg.)	C	Sa*g
0.00	2.500	1.5766
0.20	2.500	1.5766
0.40	2.500	1.5766
0.60	1.667	1.0511
0.80	1.250	0.7883
1.00	1.000	0.6306
1.20	0.833	0.5255
1.40	0.714	0.4505
1.60	0.625	0.3942
1.80	0.556	0.3504
2.00	0.500	0.3153
2.20	0.455	0.2867
2.40	0.417	0.2628
2.60	0.370	0.2332
2.80	0.319	0.2011
3.00	0.278	0.1752
3.20	0.244	0.1540
3.40	0.216	0.1364
3.60	0.193	0.1217
3.80	0.173	0.1092
4.00	0.156	0.0985

Tabla 4.3 Datos de Espectro - dirección Y - E030 - 2016.

T (seg.)	C	Sa*g
0.00	2.500	1.3795
0.20	2.500	1.3795
0.40	2.500	1.3795
0.60	1.667	0.9197
0.80	1.250	0.6898
1.00	1.000	0.5518
1.20	0.833	0.4598
1.40	0.714	0.3942
1.60	0.625	0.3449
1.80	0.556	0.3066
2.00	0.500	0.2758
2.20	0.455	0.2508
2.40	0.417	0.2299
2.60	0.370	0.2041
2.80	0.319	0.1760
3.00	0.278	0.1533
3.20	0.244	0.1347
3.40	0.216	0.1193
3.60	0.193	0.1064
3.80	0.173	0.0955
4.00	0.156	0.0862

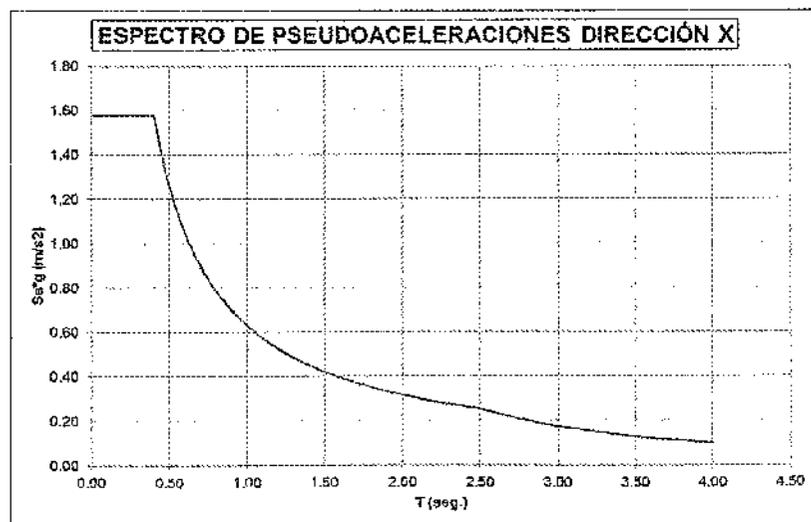


Figura 4.1 Espectro de pseudoaceleraciones - dirección X E030 - 2016.

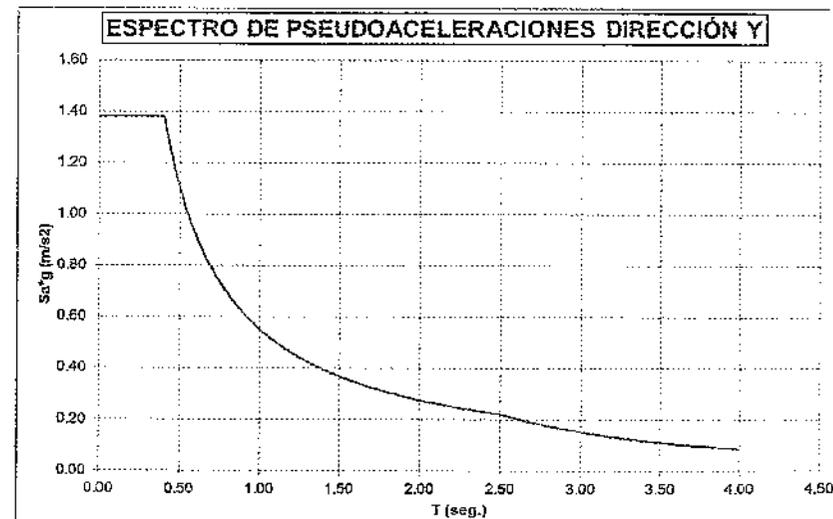


Figura 4.2 Espectro de pseudoaceleraciones - dirección Y - E030 - 2016.

## 4.2. ANÁLISIS DEL EDIFICIO CON EL PROGRAMA ETABS - 2016

### 4.2.1. Iniciando el programa

Para iniciar la ejecución del programa hacemos doble click en el icono del ETABS 2016, o nos dirigimos a buscar en la carpeta donde se instaló el programa.



Figura 4.3 Icono del ETABS 2016.

Al ejecutar el programa daremos click en *New model*, con lo cual nos aparecerá la ventana de la Figura 4.4.

En este cuadro se podrá elegir las unidades, así como los códigos de diseño con los que se desea trabajar.

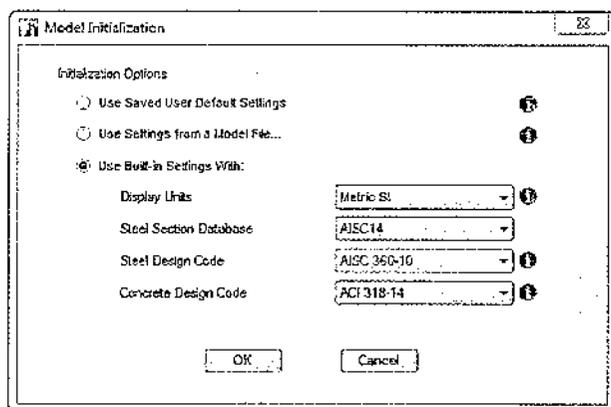


Figura 4.4 Ventana de inicio del modelo.

### 4.2.2. Definición de grillas y geometría de la edificación

Luego del paso anterior y dar en la opción **OK**, el programa nos llevara al formulario *New Model Quick Templates* donde se definirán las grillas que formaran la estructura.

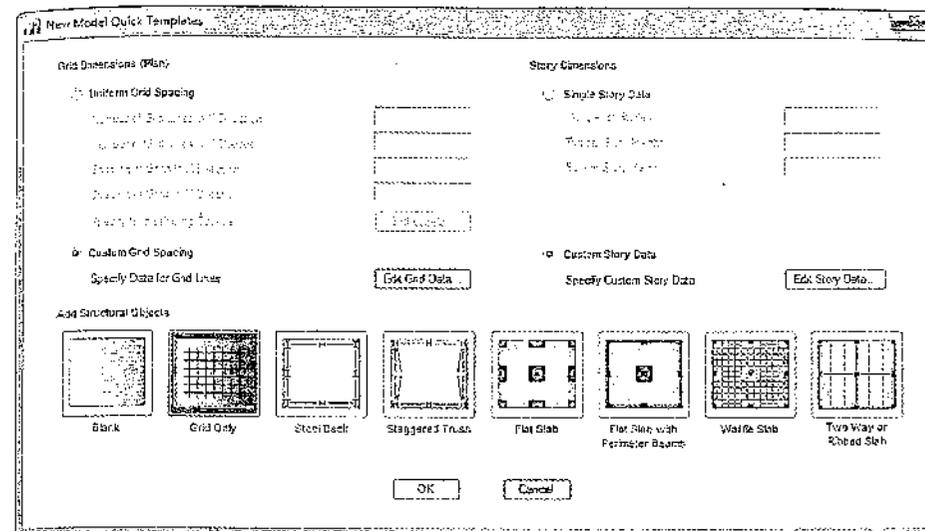


Figura 4.5 Ventana de nuevo modelo.

Luego pulsaremos en el botón de *Custom Grid Spacing/Edit Grid Data...*, para definir los ejes de la estructura a analizar; y luego pulsaremos en la opción *Custom Story Data/Edit Story Data...*, para definir las alturas de pisos.

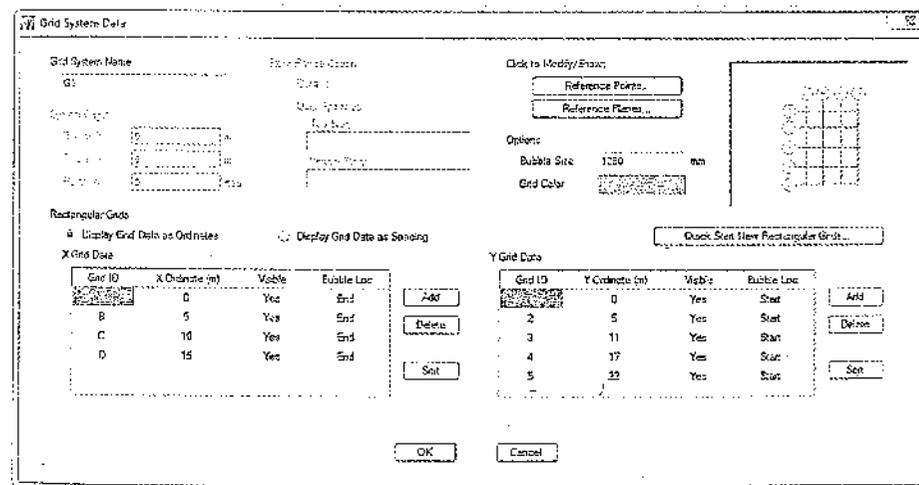


Figura 4.6 Datos de sistema de cuadrícula.

Story	Height (m)	Elevation (m)	Master Story	Similar To	Splice Story	Splice Height (m)	Story Color (m)
Story4	3	15.5	Yes	None	No	0	
Story3	3	12.5	No	Story5	No	0	
Story2	3	9.5	No	Story5	No	0	
Story1	3	6.5	No	Story5	No	0	
Base	3.5	3.5	No	Story5	No	0	
Base	0	0					

Note: Right Click on Grid for Options

Figura 4.7 Datos de niveles de piso.

Después daremos en *OK* y el programa nos mostrara una vista en planta y una vista en 3d, la cual servirá de base para dibujar la estructura.

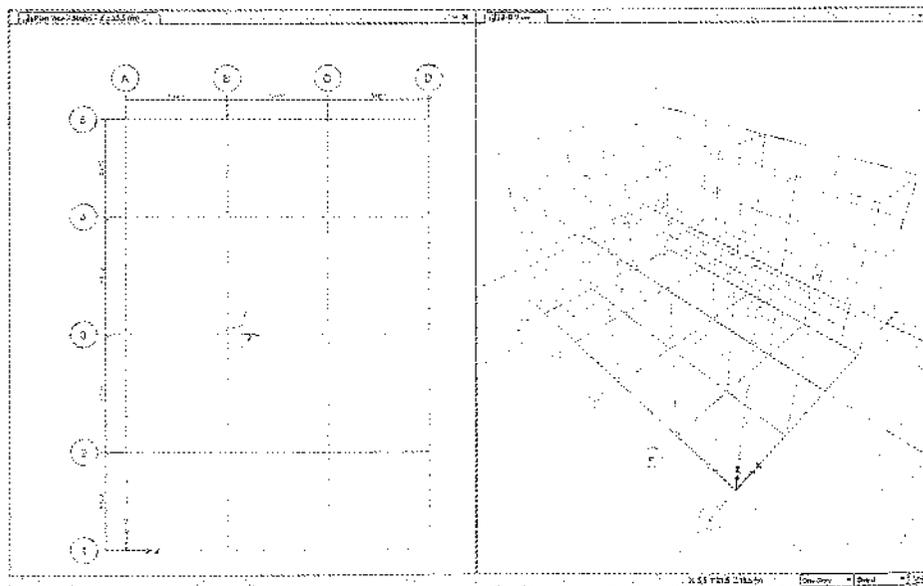


Figura 4.8 Espacio de trabajo, vista en planta y 3D.

### 4.2.3. Unidades de trabajo

En la parte inferior derecha pulsaremos en **Units...** y nos mostrara el formulario de **Consistent Units** y definiremos las unidades de longitud en metros y de fuerza en tonf.

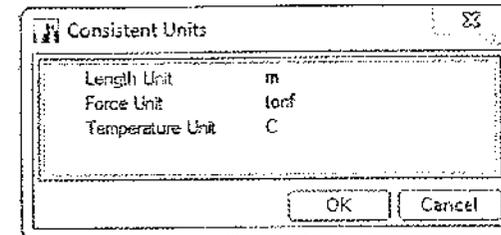


Figura 4.9 Definición de unidades.

### 4.2.4. Guardando el avance del modelo

Para guardar el avance del modelo ir al menú **File – Save As...** (Figura 4.10), seleccione la carpeta donde guardara su trabajo. Escriba el nombre del archivo y haga click en Guardar, también guardar el avance del modelo, para lo cual deberá hacer click en el botón Guardar (el que tiene el icono de un diskette) ubicado en la barra de iconos horizontal).

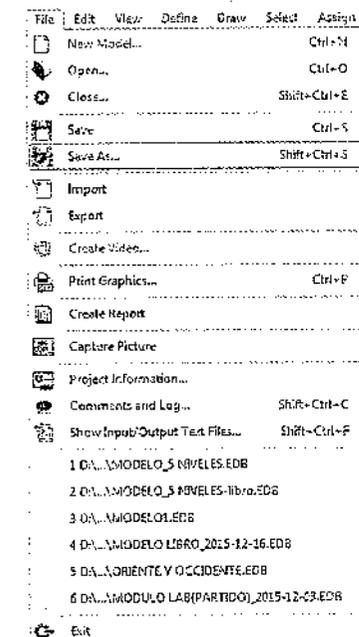


Figura 4.10 Menú Archivo – Guardar Archivo.

### 4.2.5. Definición de las propiedades del material

Para definir las propiedades elásticas del material a utilizar vamos al menú *Define – Material Properties...* (Figura 4.11) en el cuadro *Define Materials* (Figura 4.12) marcamos *Add New Material...* y en el formulario de *Add New Material Property* (Figura 4.13) cambiamos los datos de *Material Type* y seleccionamos *Concrete* y luego damos en click en *OK*.

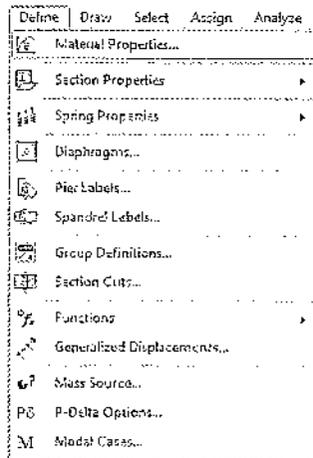


Figura 4.11 Menú definir - Propiedades de Material.

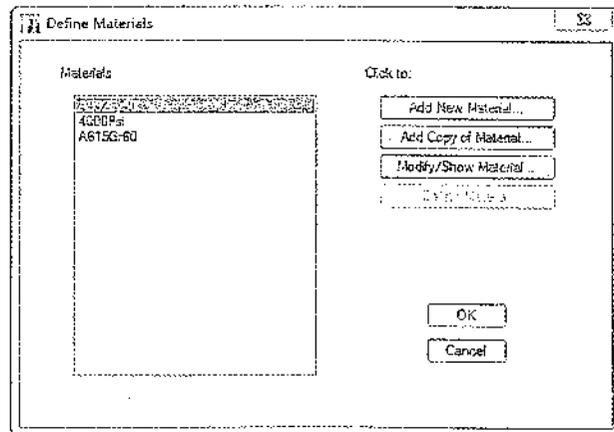


Figura 4.12 Ventana de Definición de Materiales.

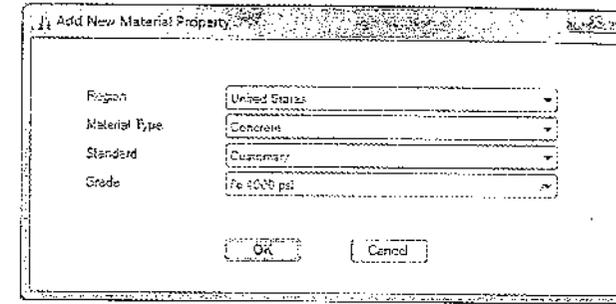


Figura 4.13 Ingresar nuevo material.

En el formulario de *Material Property Data* (Figura 4.14) ingresamos los siguientes valores (Todas las unidades son toneladas y metros): *Material Name* = *f'c=210kg/cm2* / *Material Type* = *Concrete* / *Weight per Unit Volume* = *2.4* / *Modulus of Elasticity, E* = *2.17E6* / *Poisson's Ratio, U* = *0.2* / *Coefficient of Thermal Expansion, A* = *1.0E-5*.

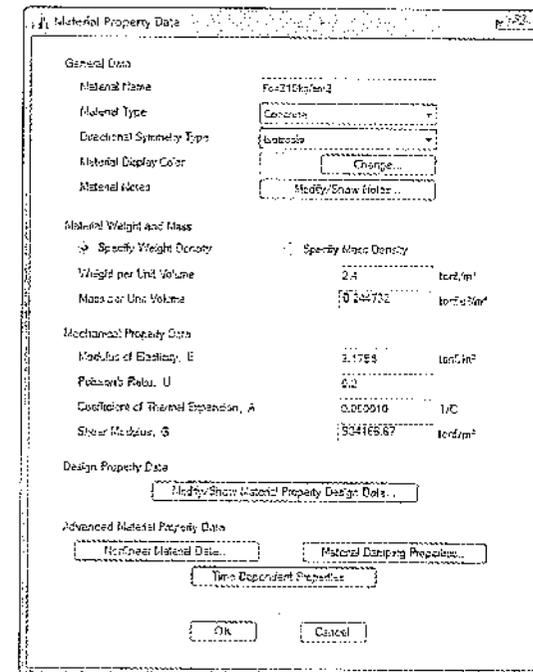


Figura 4.14 Datos de propiedades del material.



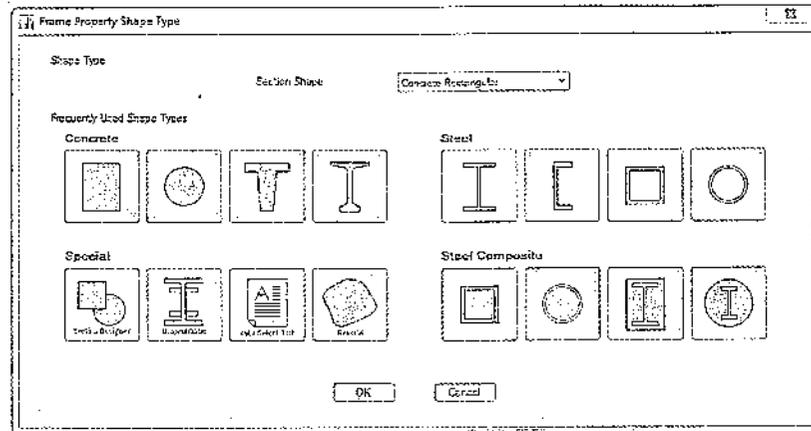


Figura 4.18 Propiedades de elementos línea – Tipo y forma.

Para definir las secciones de columnas, ingresamos los datos en el formulario de *Frame Section Property Data*, como se muestra en la Figura 4.19.

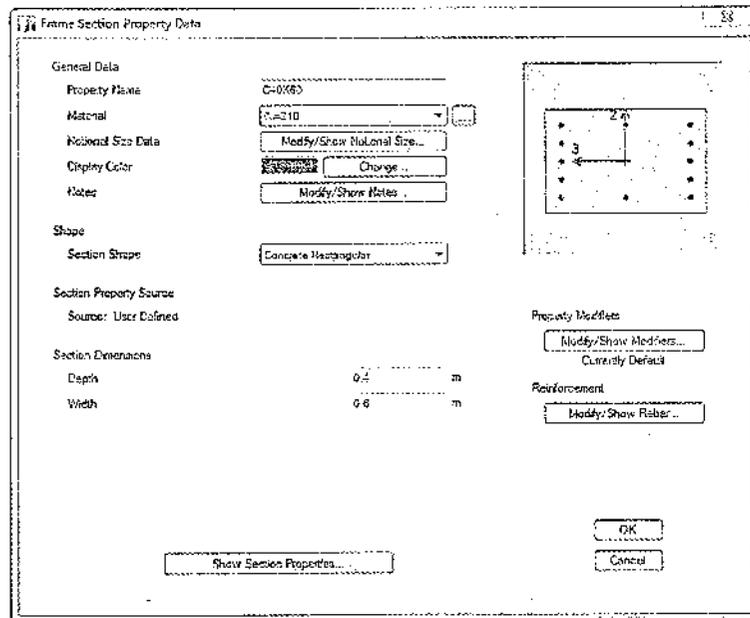


Figura 4.19 Propiedades de elementos línea – Datos de la sección.

Para definir las secciones de vigas, ingresamos los datos en el formulario de *Frame Section Property Data*, y colocamos los datos como se muestran en la Figura 4.20, luego daremos click en *Modify/Show Rebar...* y en *Design type* seleccionamos *M3 Design Only (Beam)* (Figura 4.21).

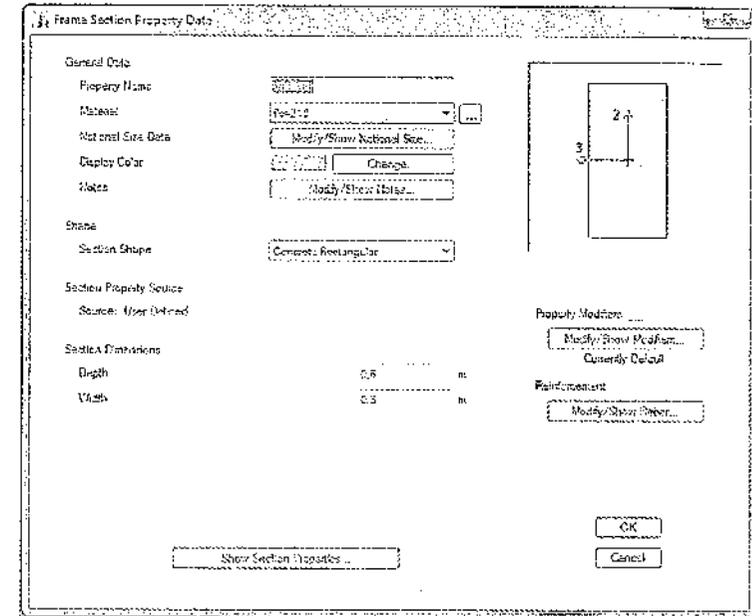


Figura 4.20 Propiedades de elementos línea – Datos de la sección.

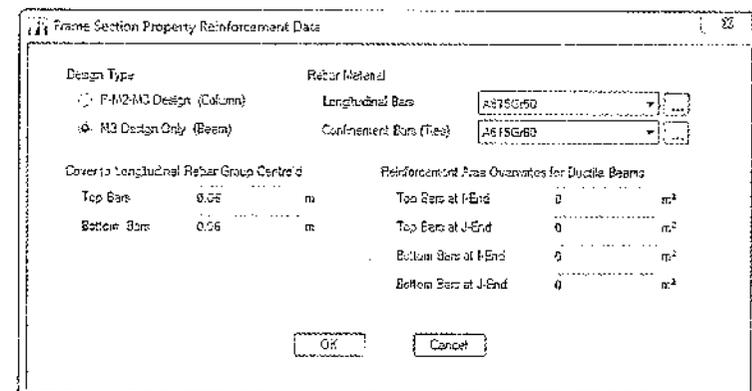


Figura 4.21 Propiedades de elementos línea – Datos del refuerzo de la sección.

#### 4.2.7. Definición de las secciones de elemento área

Usaremos los elementos áreas para modelar los sistemas de piso (losas aligeradas) y placas de concreto.

Definiremos una losa aligerada de 25 cm de peralte, para ello iremos al menú *Define/Seccion properties/Slab Section...* (Figura 4.22). Se abrirá el formulario *Slab Properties*, en el cual seleccionaremos la opción *Add New Property...* (Figura 4.23).

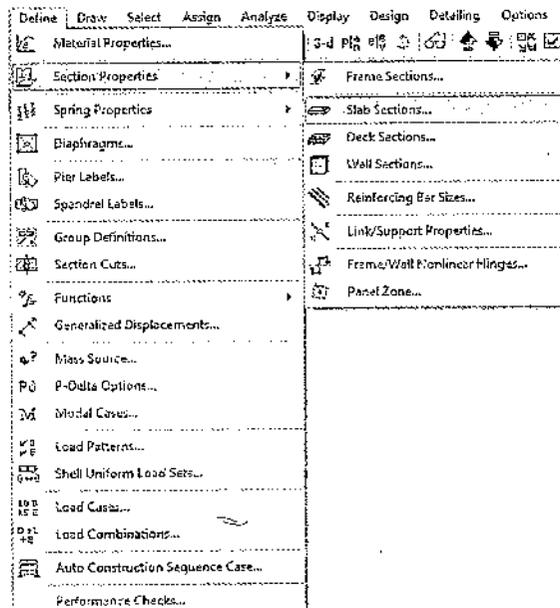


Figura 4.22 Menú definir – Propiedades de secciones – Secciones de elementos área (losas).

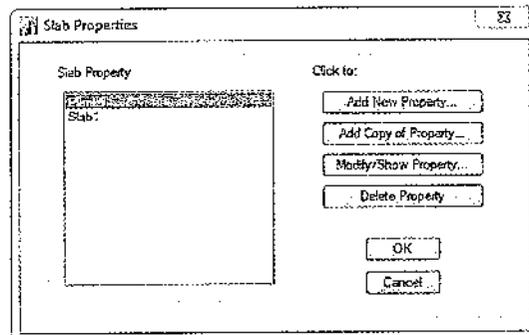


Figura 4.23 Propiedades de elementos área (losas).

En el siguiente formulario ingresaremos el nombre para dicha sección, el material que estará relacionado con dicha sección y las dimensiones como se muestra en la Figura 4.24.

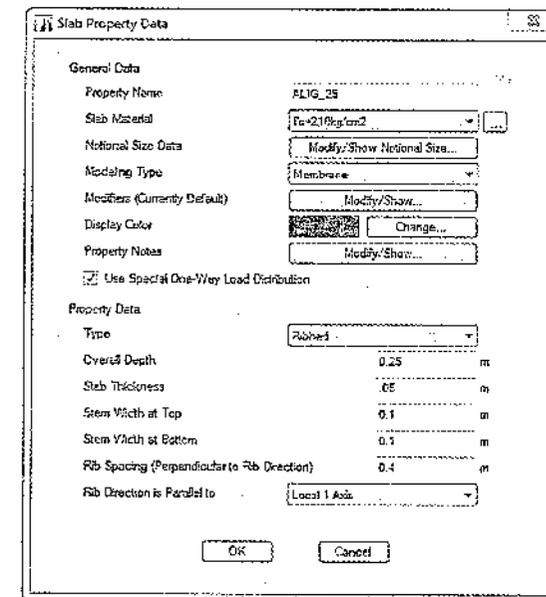


Figura 4.24 Propiedades de elementos área – Datos de la sección – losa aligerada.

Definiremos un muro de concreto de 25 cm de espesor, para ello vaya al menú *Define/Seccion properties/Wall Section...* (Figura 4.25), se abrirá el formulario *Wall Properties*, en el cual seleccionaremos la opción *Add New Property...* (Figura 4.26).

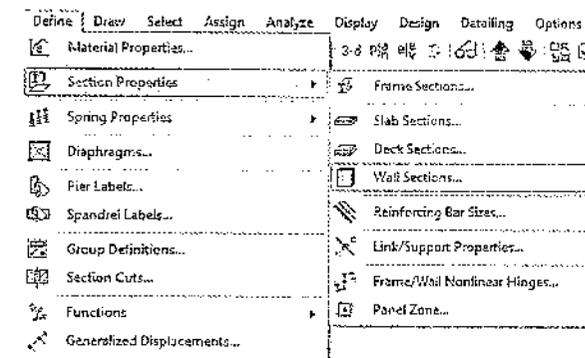


Figura 4.26 Menú definir – Propiedades de secciones – Secciones de elementos área (muros).

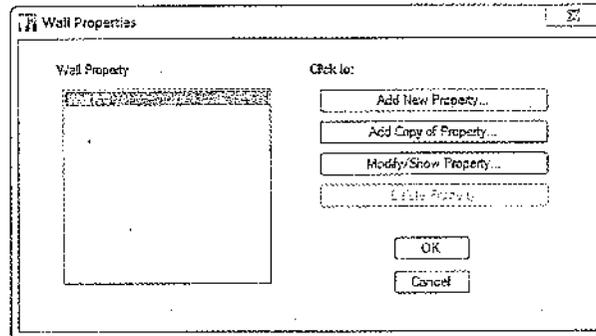


Figura 4.26 Propiedades de elementos área (muros).

En el siguiente formulario ingresaremos el nombre para dicha sección, el material que estará relacionado con dicha sección y las dimensiones (Figura 4.27).

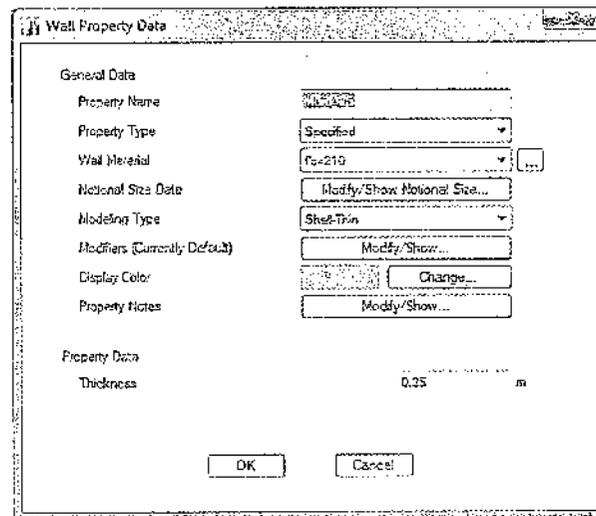


Figura 4.27 Propiedades de elementos área – Datos de la sección.

#### 4.2.8. Dibujo de elementos línea

Para iniciar el dibujo de elementos línea active la ventana de vista en planta (Plan View) haciendo click izquierdo encima de ella. Luego en la parte inferior derecha de la ventana, en la lista desplegable donde se observa One Story, seleccionar Similar Story (Figura 4.28)

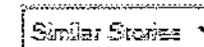


Figura 4.28 Botón de pisos similares.

Iniciaremos con el dibujo de las vigas, para ello usaremos la opción en la barra de iconos lateral (Figura 4.29), también se puede ir al menú Draw – Draw Beam/Column/Brace Objects – Quit Draw Beams/Columns (Plan, Elev, 3D) (Figura 4.30), con lo cual se activara la ventana Properties of Object, en donde escogemos la sección V30X60 (Figura 4.31) y empezaremos a dibujar las vigas sobre los ejes B, C, D y E.



Figura 4.29 Botón de dibujo de elementos línea – vigas.

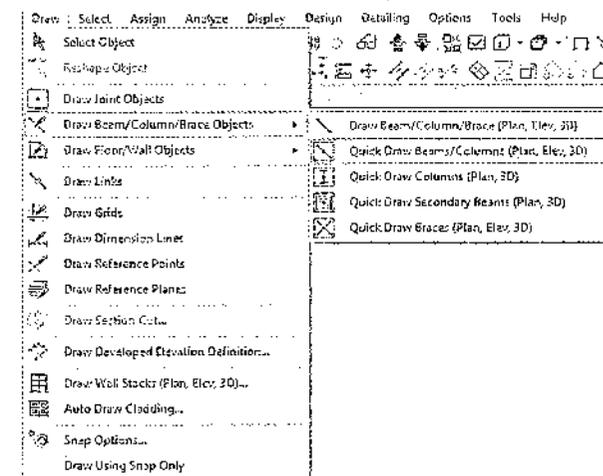


Figura 4.30 Menú dibujar – dibujar vigas/columnas – dibujo rápido de vigas/columnas (Plan., Elev., 3D)

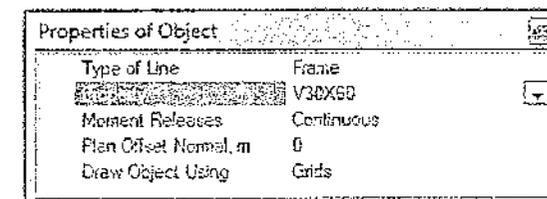


Figura 4.31 Propiedades del objeto.

Luego escogemos la sección V30X40 y empezaremos a dibujar sobre los ejes 2, 3 y 4 y entre los ejes B y E, y sobre los ejes 1 y 5 la sección V25x40.

Ahora dibujaremos las columnas, para ello usaremos la opción en la barra de iconos lateral (Figura 4.32), también se puede ir al menú *Draw – Draw Beam/Column/Brace Objects – Quick Draw Columns (Plan, 3D)* (Figura 4.33), con lo cual se activara la ventana *Properties of Object*, en donde escogemos la sección C40X60 (Figura 4.34) y empezaremos a dibujar las columnas sobre la intersección de los ejes.



Figura 4.32 Botón de dibujo de elementos línea – columnas.

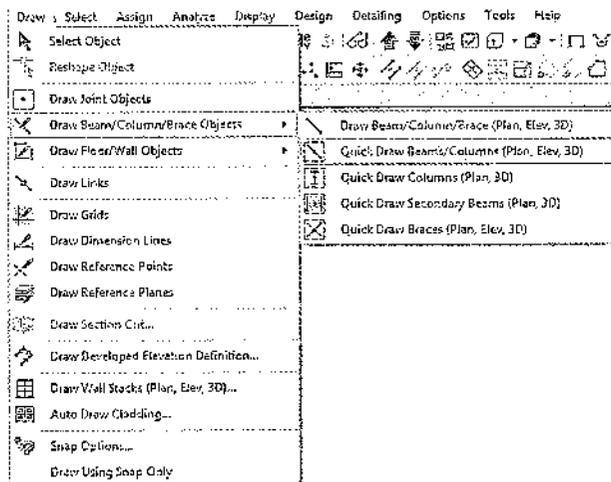


Figura 4.33 Menú dibujar – dibujar vigas/columnas – dibujo rápido de columnas (Plan., 3D).

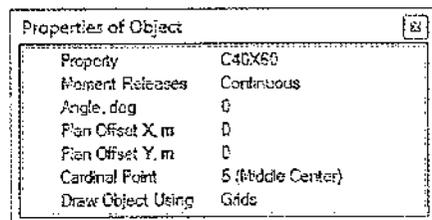


Figura 4.34 Propiedades del objeto.

En la Figura 4.35 mostramos como queda definida las estructura.

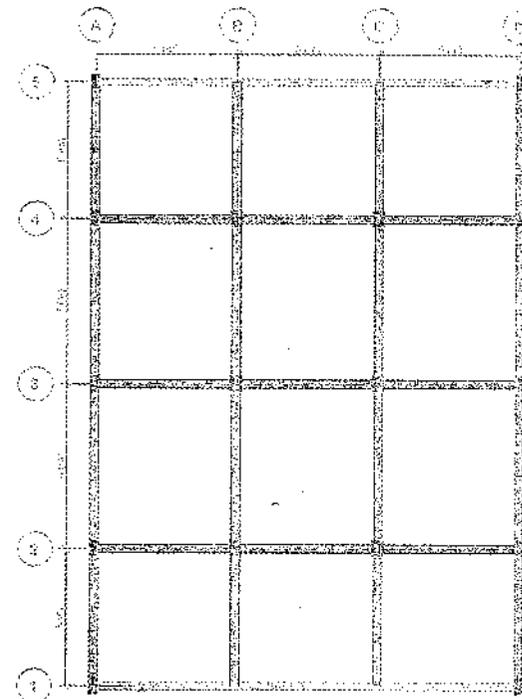


Figura 4.35 Vista en planta – dibujo de vigas y columnas.

#### 4.2.9. Dibujo de elementos área

Para dibujar las losa aligerada de 25 cm de peralte haga click en el botón de la barra de iconos lateral (Figura 4.36), opcionalmente podemos usar el menú *Draw – Draw Floor/Wall Objects – Quick Draw Floor/Wall (Plan, Elev)* (Figura 4.37), en la ventana *Properties of Object* seleccionamos *ALIG\_25* (Figura 4.38).



Figura 4.36 Botón de dibujo de elementos área – losa.

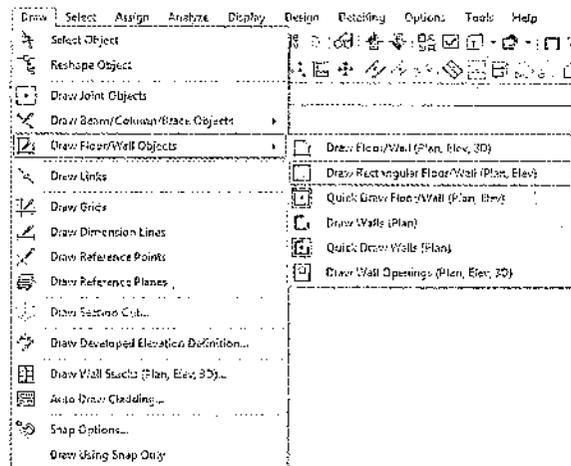


Figura 4.37 Menú dibujar – dibujar losas/muros – losas rectangulares.

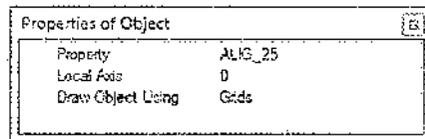


Figura 4.38 Propiedades del objeto.

Trabajando en la vista en planta, hacer click sobre dentro de las cuadrículas entre los ejes. Nuestro aligerado quedara como en la Figura 4.39.

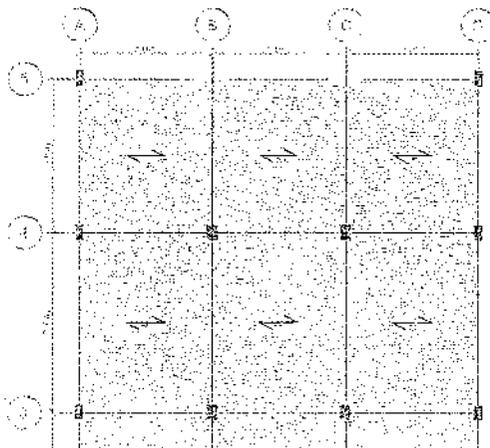


Figura 4.39 Vista en planta – Losa Aligerada.

Para dibujar los muros de 25 cm haga click en el botón de la barra de iconos lateral (Figura 4.40), opcionalmente podemos usar el menú Draw – Draw Stacks (Plan, Elev, 3D)... (Figura 4.41), en la ventana New Wall Stack daremos las dimensiones de nuestra placa de 0.25x1.30m (Figura 4.42).



Figura 4.40 Botón de dibujo de elementos área – muros.

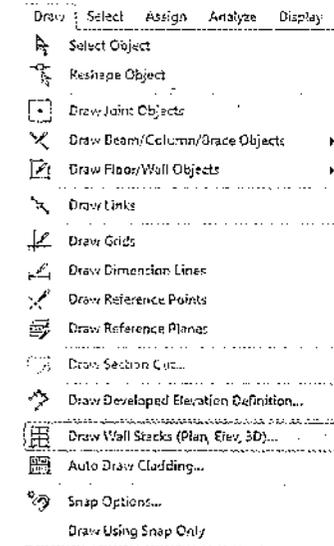


Figura 4.41 Menú dibujar – dibujar losas/muros – muros.

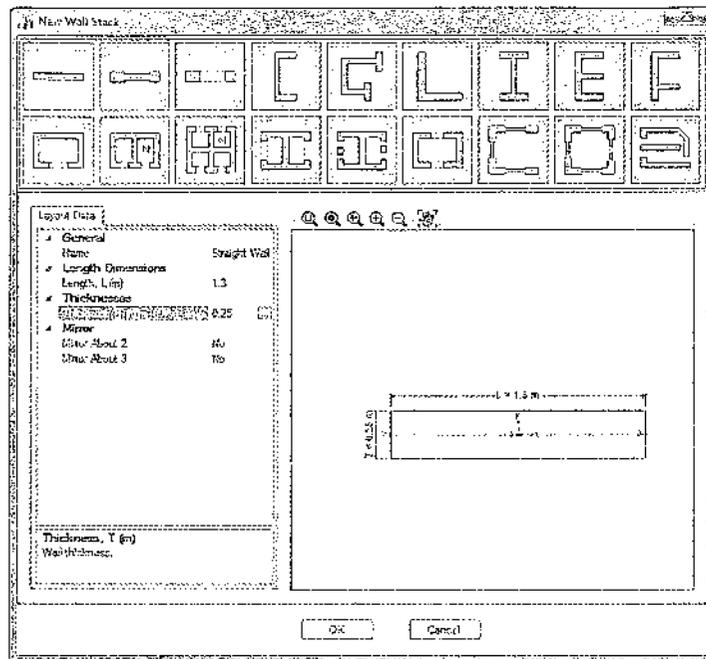


Figura 4.42 Menú New Wall Stack.

Luego daremos click en OK y procederemos a dibujar las placas de 0.25m de espesor, sobre los ejes 1-B, 1-C, 5-B y 5-C.

En la Figura 4.43 se muestra que las vigas están sobre las placas, procederemos a mover las vigas hasta el extremo de la placa, para ello iremos al menú Draw/Reshape Object (Figura 4.44)

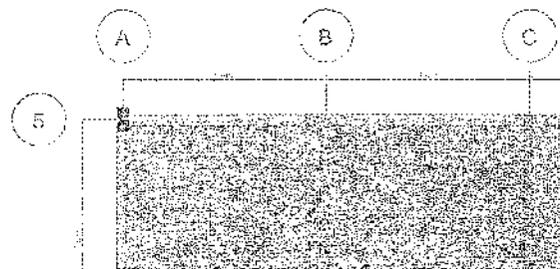


Figura 4.43 Vigas sobre placas.

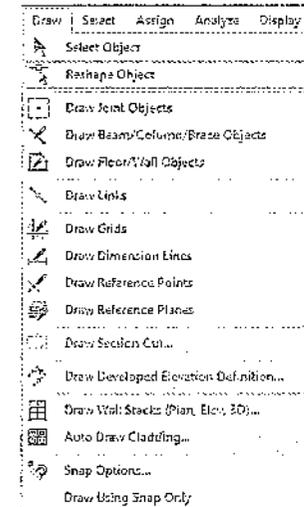


Figura 4.44 Menú Dibujar.

Seleccionaremos la viga y desde el extremo, arrastraremos el punto (Figura 4.45) hasta el extremo de la placa, así moveremos todas las vigas que estén sobre las placas (Figura 4.46)

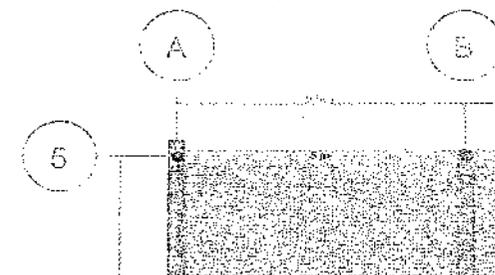


Figura 4.45 Selección de viga.

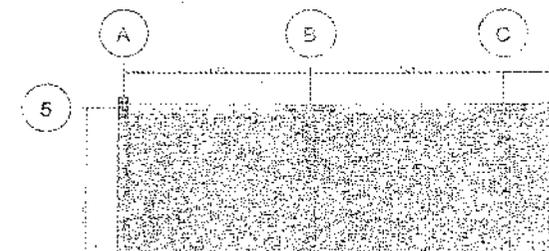


Figura 4.46 Viga apoyada en extremo de placa.

#### 4.2.10. Asignación de brazos rígidos

Activar la ventana en 3D. Para que el programa muestre los cambios, refrescar la ventana haciendo click en el botón cuyo icono es un lápiz. Seleccione todos los elementos mediante el botón all (también puede usar la secuencia de comandos Select – All o Control+A). Ir al menú Assign - Frame/Line - End (Length) Offsets (Figura 4.47).

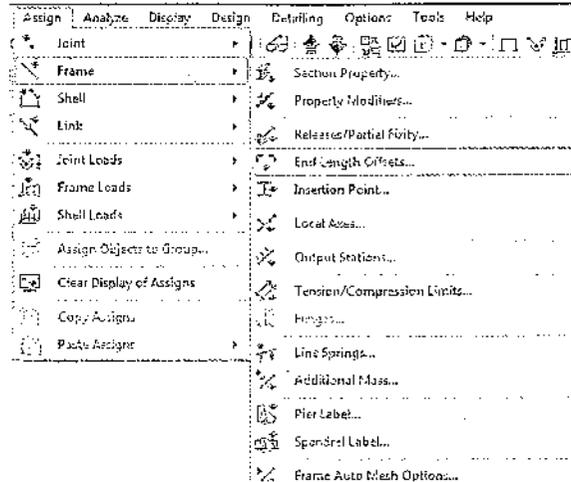


Figura 4.47 Menú asignar – brazos rígidos.

Aparecerá la ventana *Frame Assignment – End Length Offsets*, en donde se marcará Automatic from Connectivity y en el cuadro inferior Rigid-zone factor ingresar 0.75 (Figura 4.48).

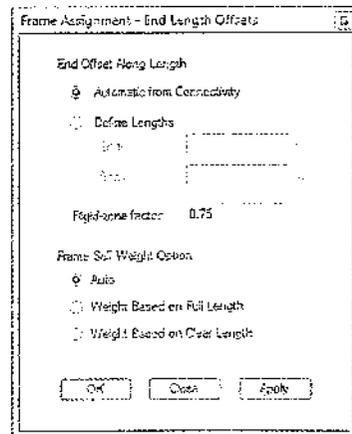


Figura 4.48 Brazos rígidos.

Puede ver la edificación con los brazos rígidos activando la ventana Set View Options (Figura 4.49), con la cual se verá la estructura con volumetría (Figura 4.50)

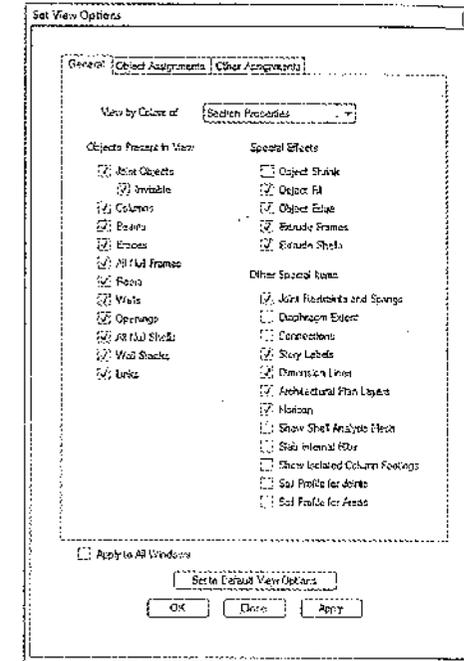


Figura 4.49 Configurar las opciones de visualización.

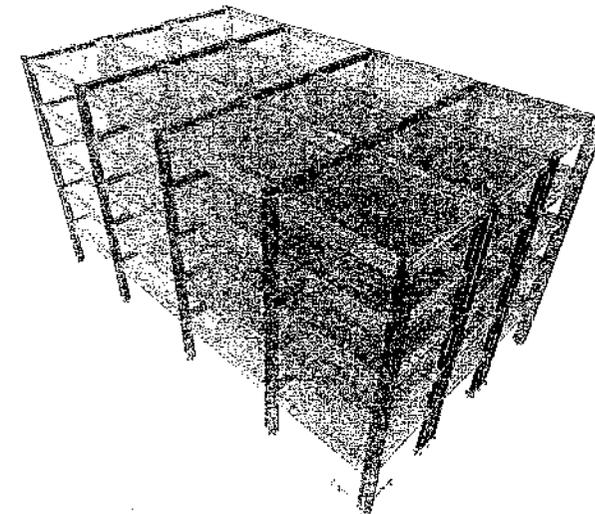


Figura 4.50 Vista en 3D del modelo.

#### 4.2.11. Aplicación de las condiciones de apoyo a la estructura

Para asignar las condiciones de apoyo, activar la vista de vista en planta y ubicarse en el plano inferior (Base). Cambie en modo de All Stories por el de One Story, seleccione todos los nudos de este plano por medio de una ventana extendible y luego haga click en el botón Assign Restraints (Supports)... o ir al menú Assign – Joint – Restraints... (Figura 4.51)

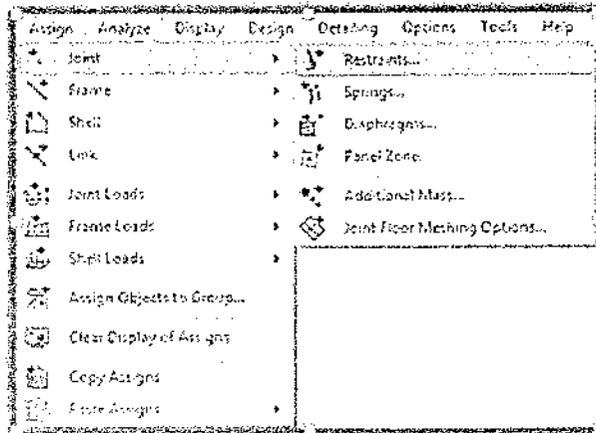


Figura 4.51 Menú asignar – puntos de apoyos - restricciones.

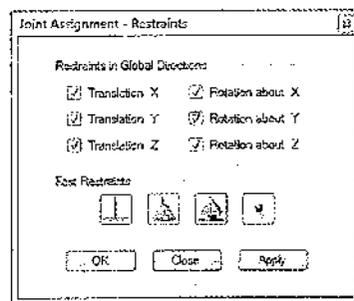


Figura 4.52 Restricciones en los apoyos.

Aparecerá el cuadro Joint Assignment – Restraints (Figura 4.52), donde se puede marcar con un check las casillas correspondientes a los 6 grados de libertad (también puede usar el botón que aparece en la misma ventana que muestra un empotramiento). Haga click en *OK* para aceptar los cambios.

#### 4.2.12. Definición y asignación de diafragmas

La definición y asignación de los diafragmas lo haremos en una vista en planta, para ello active la ventana de vista en planta, luego ubíquese en la losa de piso del primer nivel. Seleccionar todos los nudos del nivel mediante una ventana extendible.

En el menu Assign/Joint/Diaphragms... (Figura 4.53). Aparecerá la ventana Joing Assignment – Diaphragms en donde daremos click en Modify/Show Definitions... y nos aparecerá el formulario Define Diaphragm (Figura 4.54) en donde iremos a Add New Diaphragm y añadiremos los diafragmas LOSA\_1, LOSA\_2, LOSA\_3, LOSA\_4 y LOSA\_5, las cuales les asignaremos a cada piso (Figura 4.55).

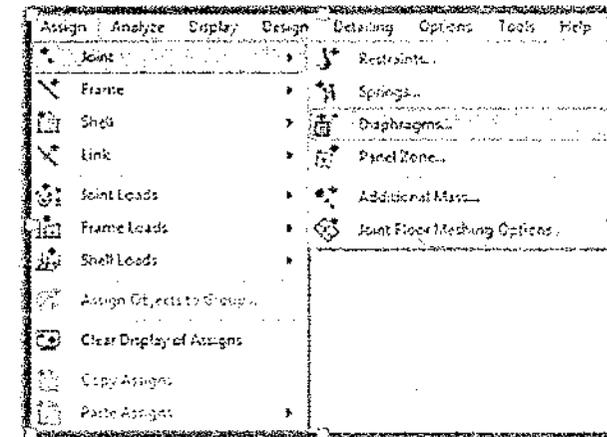


Figura 4.53 Menú asignar – articulaciones – diafragma rígido.

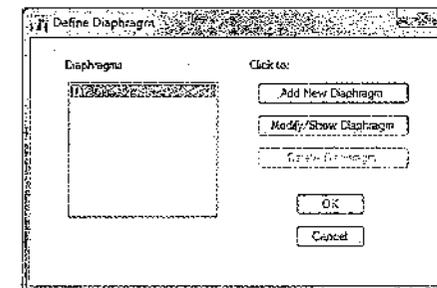


Figura 4.54 Definición de diafragma.

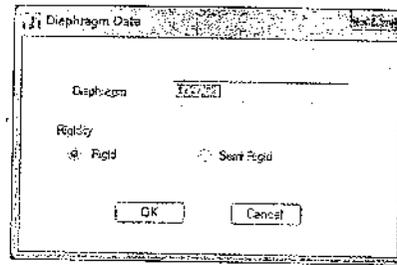


Figura 4.55 Ingresando diafragma rígido.

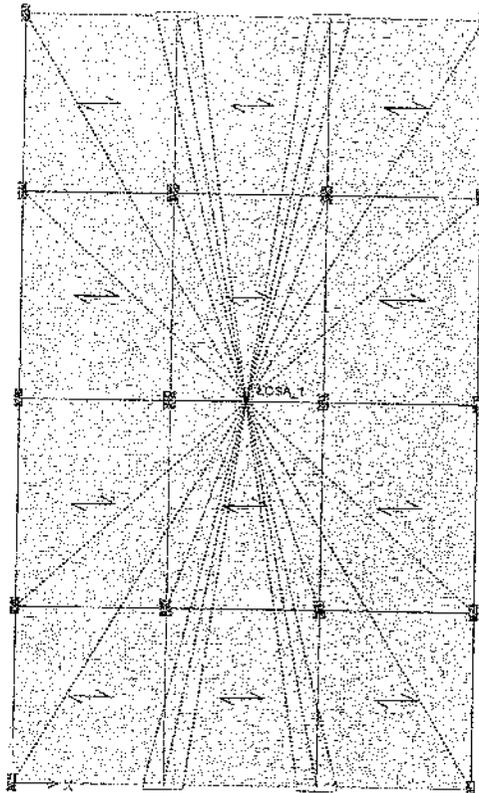


Figura 4.56 Asignación de diafragma rígido – nivel 1.

#### 4.2.13. Definición del sistema de cargas estáticas

Vaya al menú Define – Load Patterns... (Figura 4.57). El programa por defecto tiene definido dos sistemas de cargas que son la carga muerta (DEAD) y la carga (VIVA). Como se observa en la ventana Define Load

Patterns el sistema de carga muerta incluye el peso propio de los elementos modelados que conforman la edificación (Figura 4.58).

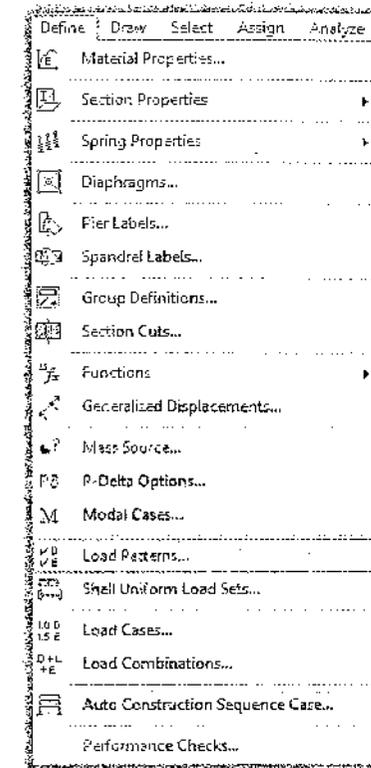


Figura 4.57 Menú definir – patrones de cargas.

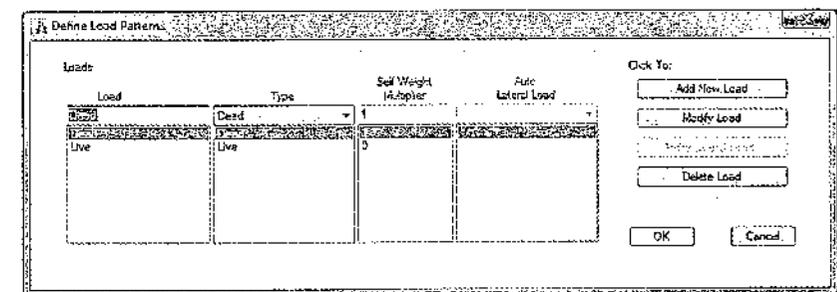


Figura 4.58 Ventana de definición de patrones de carga.

En la misma ventana procederemos a ingresar dos sistemas de cargas estáticas nuevas que corresponderán a la acción del sismo sobre la estructura. En la ventana Define Load Patterns ingresar: Load = SX / Type = Seismic / Self Weight Multiplier = 0 / Auto Lateral Load = User Coefficient. Luego, hacer click en Add New Load para que ingresen los valores escritos (Figura 4.59)

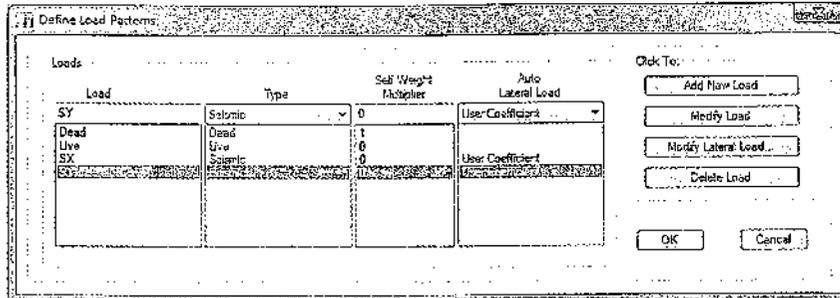


Figura 4.59 Definición de carga estática de sismo SX y SY.

Por el momento no modificaremos el coeficiente basal para el sismo estático.

#### 4.2.14. Asignación de mesh a elementos de área.

Asignaremos los mesh a las placas de 0.25m, para lo cual seleccionaremos dichas placas y luego iremos al menú Assign/Shell/Wall Auto Mesh Options... (Figura 4.60), en la ventana Shell Assignment – Wall Auto Mesh Options (Figura 4.61) seleccionaremos la opción Auto Rectangular Mesh, posteriormente daremos click en Advanced – Modify/Show Auto Rectangular Mesh Settings... y modificaremos el siguiente cuadro como se muestra en la Figura 4.62.

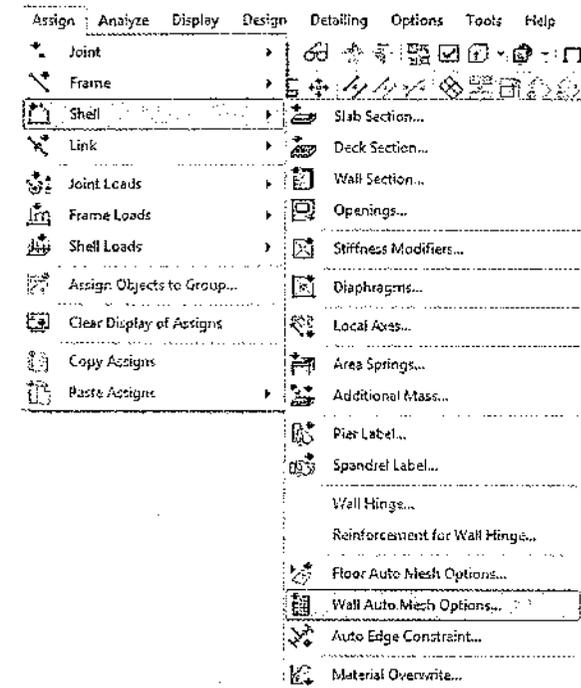


Figura 4.60 Menú asignar mesh.

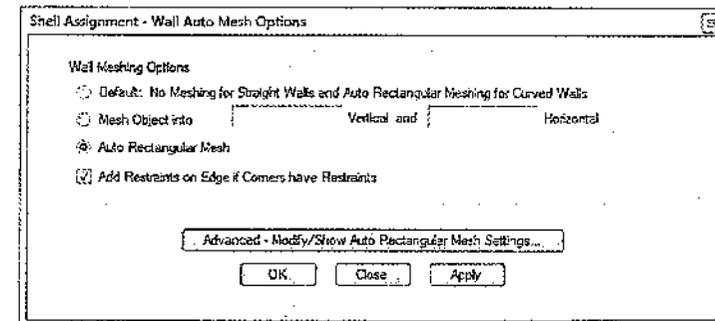


Figura 4.61 Ventana Shell Assignment – Wall Auto Mesh Options.

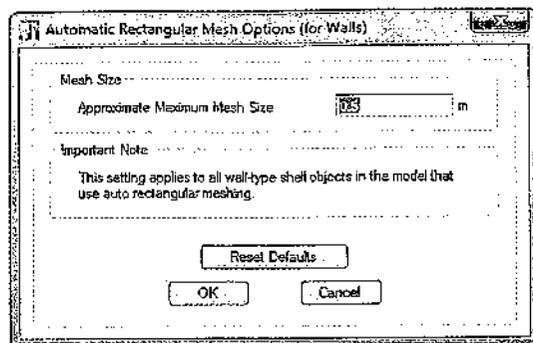


Figura 4.62 Automatic Rectangular Mesh Options (for Walls).

#### 4.2.15. Asignación de piers a placas.

Para asignar los piers iremos al menú define/Pier Labels... (Figura 4.63) luego en la ventana Pier Labels adicionaremos nuevos piers dando click en Add New Name, luego seleccionaremos cada una de las placas, para luego asignarles un piers.

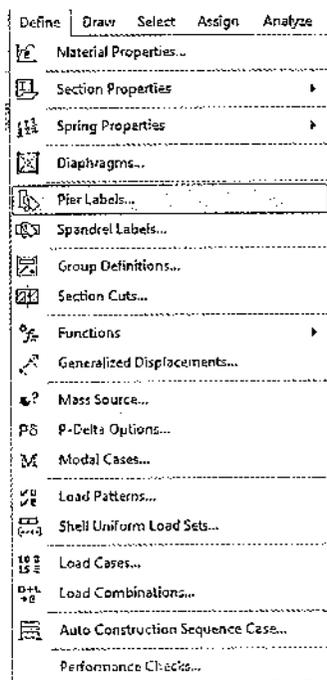


Figura 4.63 Menú definir Piers.

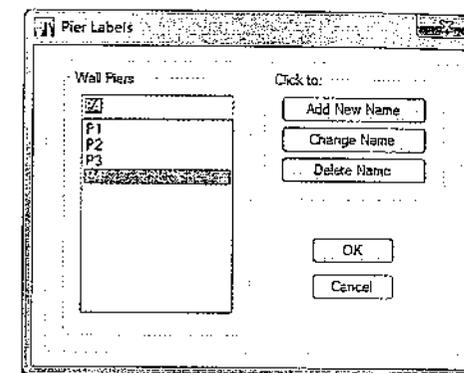


Figura 4.64 Pier Labels.

#### 4.2.16. Definición del sistema de cargas dinámicas

Ahora ingresaremos las cargas dinámicas que afectarán nuestra estructura. Para ello primero debemos definir un espectro de pseudo aceleraciones, para lo cual iremos al menú Define – Functions – Response Spectrum... (Figura 4.65). En el formulario Define Response Spectrum Functions desplegar la lista de opciones y elegir From File; hacer click en Add New Function... (Figura 4.66).

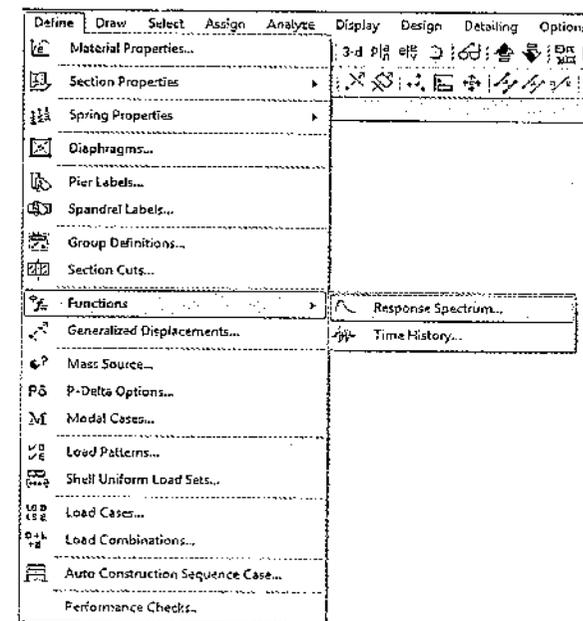


Figura 4.65 Menú definir – funciones – espectro de respuesta.

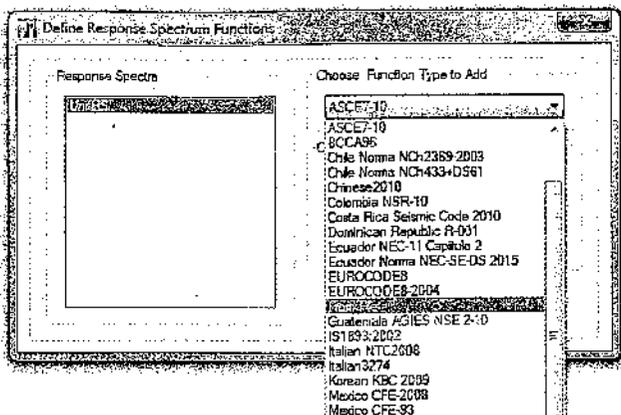


Figura 4.66 Definir función de espectro de respuesta.

En la ventana Response Spectrum Function Definition – From File se ingresaran los datos como se muestra a continuación, importaremos los archivos de texto con los valores del gráfico del espectro para los sismos en X e Y y luego daremos click en OK.

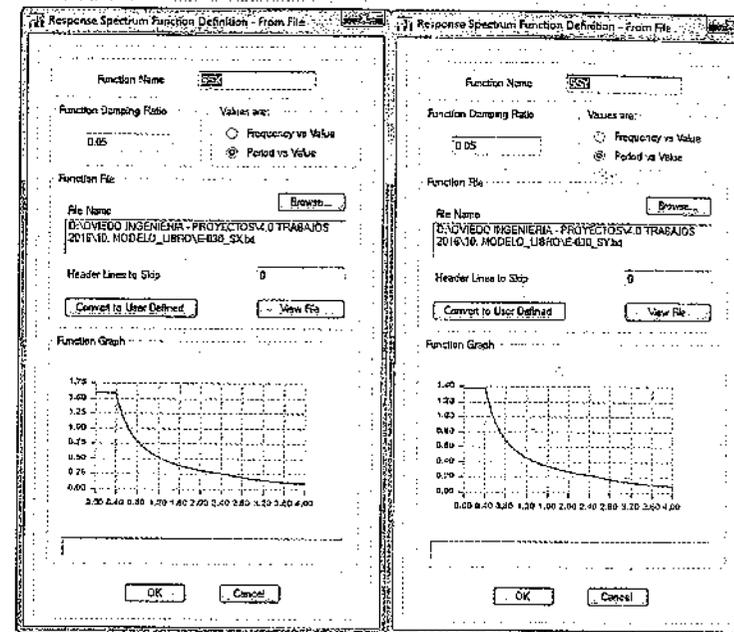


Figura 4.68 Datos de espectros de respuesta en ETABS.

Archivo	Edición	Formato	Ver	Ayuda
0.00	1.37953			
0.01	1.37953			
0.02	1.37953			
0.03	1.37953			
0.04	1.37953			
0.05	1.37953			
0.06	1.37953			
0.07	1.37953			
0.08	1.37953			
0.09	1.37953			
0.10	1.37953			
0.11	1.37953			
0.12	1.37953			
0.13	1.37953			
0.14	1.37953			
0.15	1.37953			
0.16	1.37953			
0.17	1.37953			
0.18	1.37953			
0.19	1.37953			
0.20	1.37953			
0.21	1.37953			
0.22	1.37953			
0.23	1.37953			
0.24	1.37953			
0.25	1.37953			
0.26	1.37953			
0.27	1.37953			
0.28	1.37953			
0.29	1.37953			
0.30	1.37953			
0.31	1.37953			
0.32	1.37953			
0.33	1.37953			
0.34	1.37953			
0.35	1.37953			
0.36	1.37953			
0.37	1.37953			
0.38	1.37953			
0.39	1.37953			
0.40	1.37953			

Figura 4.67 Archivo con datos del espectro de respuesta.

Ahora procedemos a definir los casos dinámicos a analizar; para ello ir al menú Define – Load Cases (Figura 4.69).

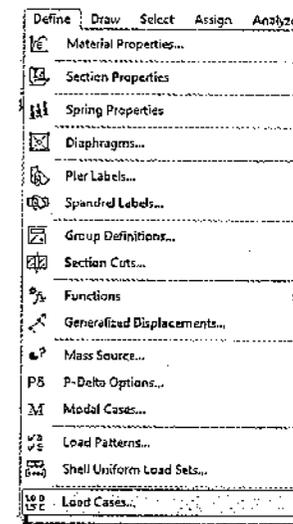


Figura 4.69 Menú definir – casos de cargas.

En la ventana Load Cases hacer click en Add New Case... (Figura 4.70)

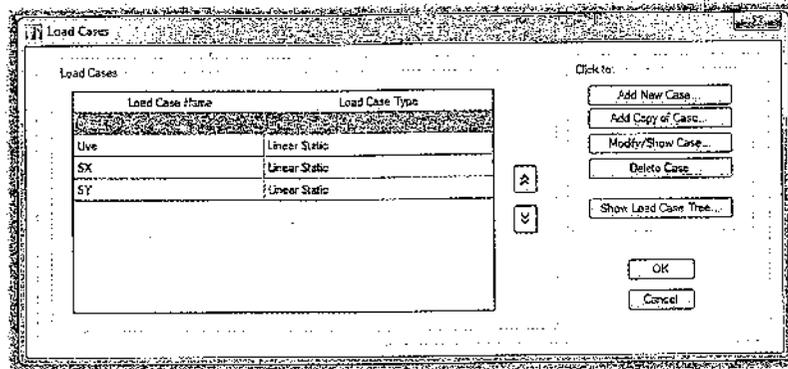


Figura 4.70 Ventana de casos de cargas.

En la ventana Load Case Data ingresar: el nombre del caso dinámico, y los demás datos como se muestran en la Figura 4.71.

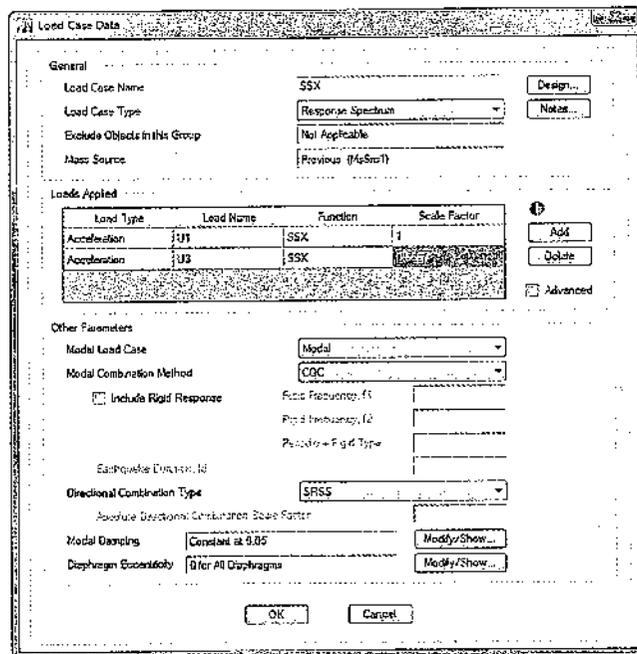


Figura 4.71 Ventana para ingresar datos de los casos de carga.

También ingresaremos una excentricidad accidental del 5% para ello le daremos en la opción Modify/Show... en Diaphragm Eccentricity en la Figura 4.71. En la Figura 4.72 se muestra el cuadro para ingresar la excentricidad accidental.

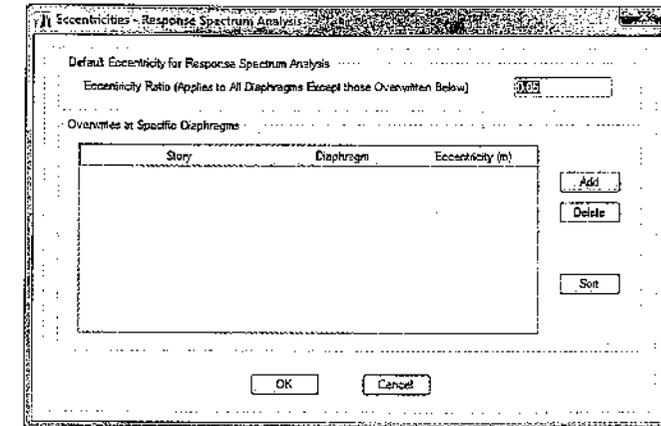


Figura 4.72 Excentricidad accidental del 5%.

Luego haremos lo mismo para la dirección Y y daremos click en OK para aceptar las modificaciones y OK para cerrar la ventana.

#### 4.2.17. Asignación de cargas en losas

A continuación se asignaran las cargas en las losas. Para ello activar la ventana de vista en planta y ubicarse en la planta del primer nivel, puede usar el botón y seleccionar Story1 en el listado que aparece. Luego seleccionamos la losa dando click sobre ella y con el botón para movernos al nivel superior y seleccionar la siguiente losa hasta el cuarto nivel, luego ir al menú Assign - Shell Loads - Uniform... (Figura 4.73).

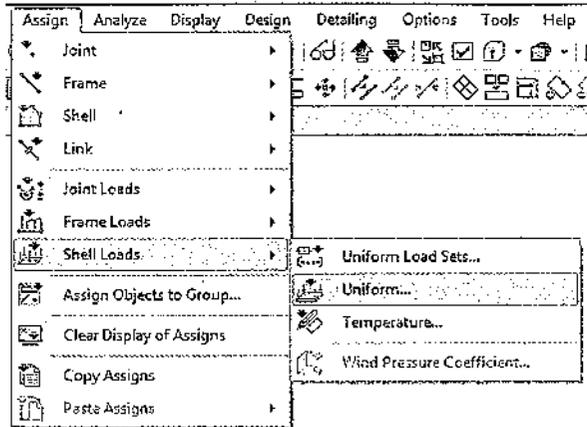


Figura 4.73 Menú definir – carga en losa – carga uniforme.

Aparecerá la ventana Shell Load Assignment – uniform en donde el usuario indicara en qué estado de carga ira aplicada y cuál es el valor de dicha carga. Ingresaremos la carga muerta adicional; para ello, en la sección Load Pattern Name seleccionar Dead, en la sección Uniform Load escribimos 0.23 (0.10 de tabiquería, 0.05 de acabado y 0.08 por peso de ladrillos de techo) y en Direction seleccionamos Gravity (Figura 4.74). En Options seleccionar Add to Existing Loads. Luego haga click en OK para aceptar los cambios hechos.

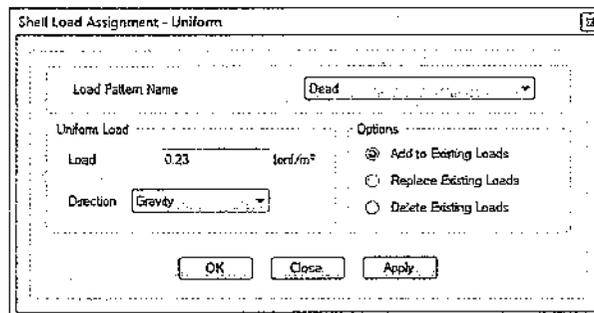


Figura 4.74 Ventana para asignar carga uniforme a losa (carga muerta).

De igual manera ingresar la carga viva. Para ello, seleccionamos otra vez las losas en Story1 y Story2 usando el botón , luego ir al menú Assign – Shell Loads – Uniform... y en la ventana Shell Load Assignment – uniform ingresar los datos como se muestra en la Figura 4.75.

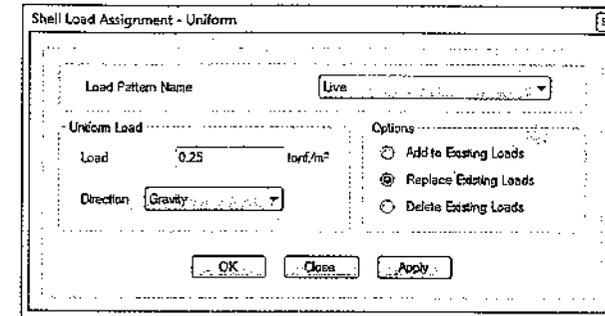


Figura 4.75 Ventana para asignar carga uniforme a losa (carga viva).

Para el último nivel (Techo) repetiremos el mismo procedimiento, cambiando el valor de la carga muerta a 0.18 t/m<sup>2</sup> y con una carga viva también de 0.1 ton/m<sup>2</sup>.

#### 4.2.18. Definición de masas

Para definir las masas de la estructura ir al menú Define – Mass Source... (Figura 4.76) y en la ventana de Mass Source modificaremos el caso “MsSrc1” indicado por defecto (Figura 4.77).

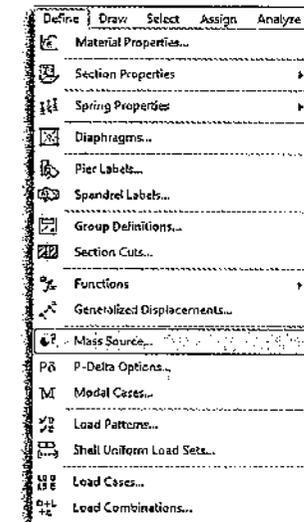


Figura 4.76 Menú definir – masa adicional.

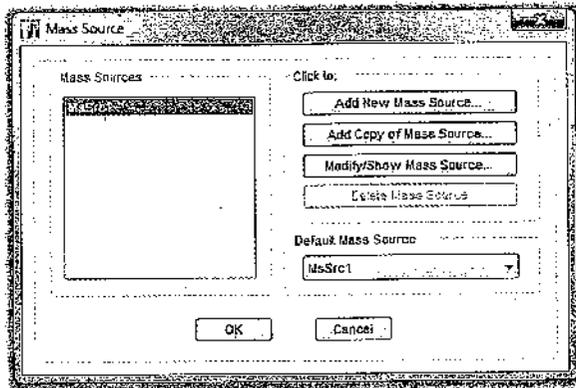


Figura 4.77 Cuadro Mass Source.

En la ventana Mass Source Data ingresaremos los siguientes datos (Figura 4.78).

- Load = Dead, Multiplier = 1; hacer click en Add.
- Load = Live, Multiplier = 0.25; hacer click en Add.

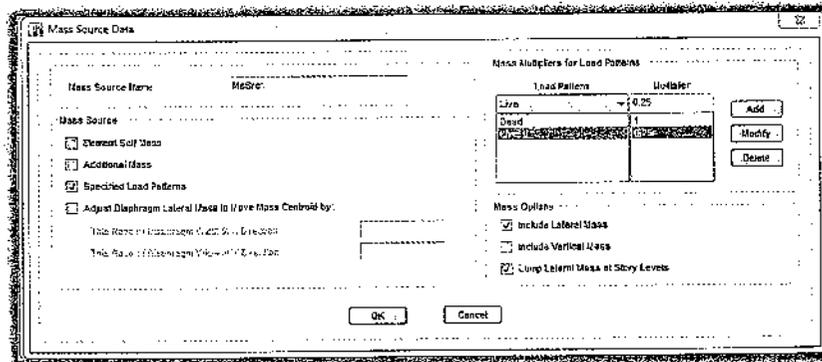


Figura 4.78 Ventana para definir masa adicional.

Luego hacer click en OK para aceptar las modificaciones hechas.

#### 4.2.19. Definición de las combinaciones de carga

Para llevar a cabo el diseño de la estructura debemos definir las condiciones adecuadas, para ello vamos al menú Define – Load Combinations... (Figura 4.79). En el formulario Load Combinations hacer click en Add New Combo... (Figura 4.80).

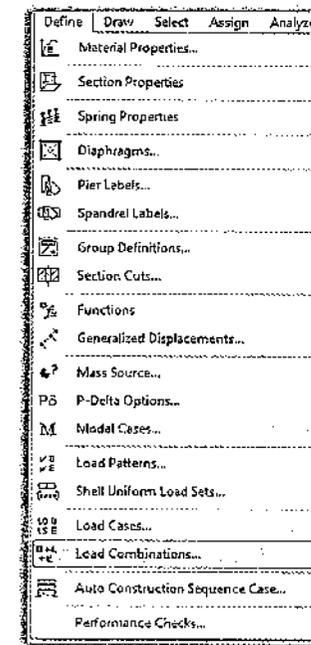


Figura 4.79 Menú definir – combinaciones de carga.

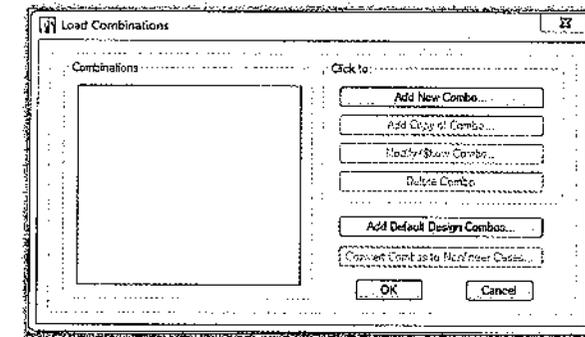


Figura 4.80 Menú definir – combinaciones de carga.

En el cuadro Load Combination Data ingresar: Load Combination Type = Linear Add; en Define Combination of Load Case/Combo Results, ingresamos Load Name = Dead, Scale Factor = 1.4, luego hacer click en Add. Nuevamente, ingresar los siguientes datos: Load Name = Live, Scale Factor = 1.7, finalmente hacemos click en OK para aceptar los valores ingresados (Figura 4.81).

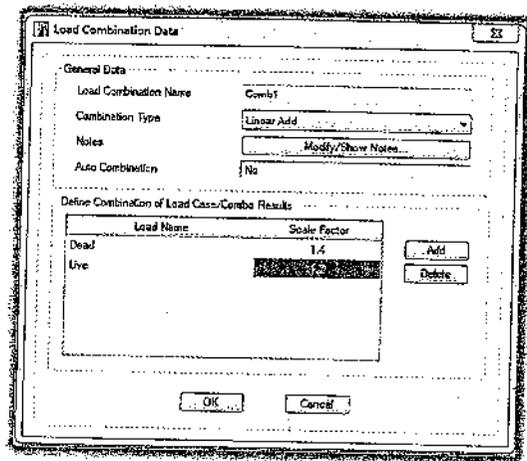


Figura 4.81 Ventana para datos de combinaciones de carga.

Repetir los pasos para ingresar las otras combinaciones:

Comb1: 1.40 Dead + 1.70 Live

Comb2 y Comb3: 1.25 Dead + 1.25 Live ± SSX

Comb4 y Comb5: 1.25 Dead + 1.25 Live ± SSY

Comb6 y Comb7: 0.90 Dead ± SSX

Comb8 y Comb9: 0.90 Dead ± SSY

Luego de haber definido todas las combinaciones antes presentadas, en el mismo formulario ingresaremos una combinación llamada ENVOLVENTE, con los siguientes datos:

Load Combination Type = Envelope; en Define Combination of Load Case/Combo Results, ingresamos Load Name = Comb1, Scale Factor = 1, luego hacer click en Add. Nuevamente, ingresar los siguientes datos: Load Name = Comb2, Scale Factor = 1, y así sucesivamente hasta completar todas las combinaciones que hemos definido anteriormente (Figura 4.82). Finalmente hacemos click en OK para terminar.

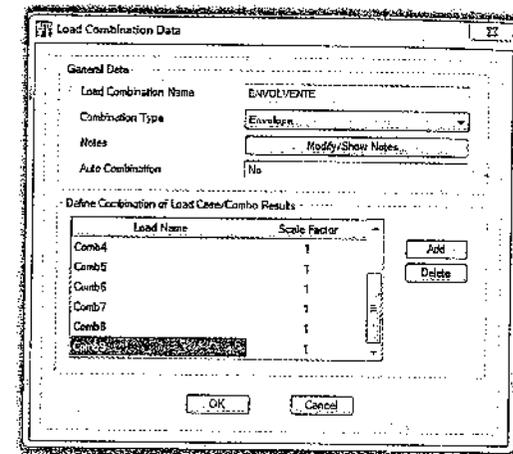


Figura 4.82 Ventana para datos de combinaciones de carga – envolvente.

#### 4.2.20. Análisis de la estructura

Para que el programa analice la estructura ir al botón Run o también puede hacerse desde el menú Analyze - Run Analysis (Figura 4.83).

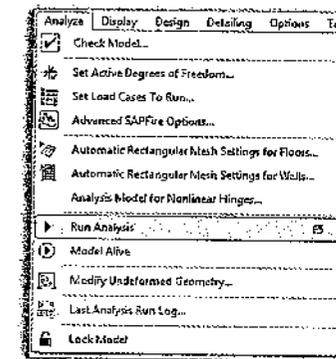


Figura 4.83 Menú analizar – ejecutar análisis.

En este primer análisis revisaremos si con la estructura que presentamos estamos cumpliendo las distorsiones, de lo contrario aumentaremos algunas de nuestras secciones de columnas, placas y vigas hasta cumplir con la norma.

4.2.21. Verificación de las distorsiones

Según la Norma E.030, el máximo desplazamiento relativo de entrepiso, no deberá exceder la fracción de la altura de entrepiso que se indica en la siguiente tabla:

Tabla 4.4 Límites de desplazamientos según Norma E.030 – 2016

LÍMITES PARA EL DESPLAZAMIENTO LATERAL DE ENTREPISO	
Material Predominante	$\Delta i/h_{ei}$
Concreto Armado	0.007
Acero	0.010
Albañilería	0.005
Madera	0.010
Edificios de concreto armado con muros de ductilidad limitada.	0.005

Los desplazamientos laterales se calcularán multiplicando por 0,75R los resultados obtenidos del análisis lineal y elástico con las solicitaciones sísmicas reducidas. Por lo tanto, exportaremos los valores de las distorsiones, en el menú Display/Show Tables... (Figura 4.84)

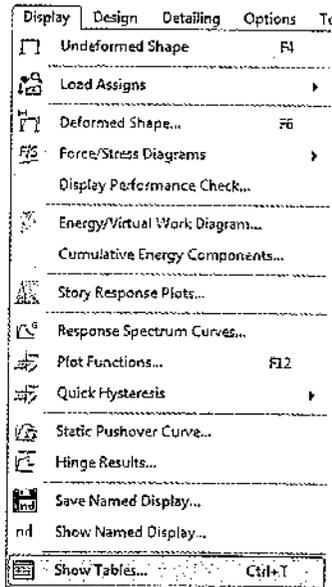


Figura 4.84 Menú mostrar – mostrar tablas.

Luego en el formulario Choose Tables seleccionaremos la casilla de Story Drifts, para lo cual iremos a Analisis/Results/Displacements/Story Drifts y damos click en OK.

Seleccionaremos en Load Case/Combo las cargas de sismo SSX Max y SSY Max, y obtendremos en la columna de Drifts las distorsiones.

Story	Load Case/Combo	Direction	Drift	Label	X m	Y m	Z m
Story5	SSX Max	X	0.000748	111	0	22	15.5
Story5	SSY Max	Y	0.000336	41	0	22	15.5
Story4	SSX Max	X	0.001030	111	0	22	12.5
Story4	SSY Max	Y	0.000579	41	0	22	12.5
Story3	SSX Max	X	0.001262	111	0	22	9.5
Story3	SSY Max	Y	0.000787	41	0	22	9.5
Story2	SSX Max	X	0.001305	111	0	22	6.5
Story2	SSY Max	Y	0.000920	41	0	22	6.5
Story1	SSX Max	X	0.000810	111	0	22	3.5
Story1	SSY Max	Y	0.000776	41	0	22	3.5

Figura 4.85 Distorsiones de entrepiso.

Luego copiaremos los datos hacia un libro de Excel, en el cual multiplicaremos a los valores de las distorsiones por 0.75R, para obtener las distorsiones reales, las cuales deben ser menores que el límite establecido por la Norma (Tabla 4.5).

Tabla 4.5 Distorsiones reales

TABLE: Story Drifts						
Story	Load Case / Combo	Direction	Drift	Drift X (0.75RxDriftX)	Drift Y (0.75RxDriftY)	Límite $\Delta i/h_{ei}$
Story5	SSX Max	X	0.000748	0.00393		0.007
Story5	SSY Max	Y	0.000336		0.00202	0.007
Story4	SSX Max	X	0.001030	0.00541		0.007
Story4	SSY Max	Y	0.000579		0.00347	0.007
Story3	SSX Max	X	0.001262	0.00663		0.007
Story3	SSY Max	Y	0.000787		0.00472	0.007
Story2	SSX Max	X	0.001305	<b>0.00685</b>		0.007
Story2	SSY Max	Y	0.000920		<b>0.00552</b>	0.007
Story1	SSX Max	X	0.000810	0.00425		0.007
Story1	SSY Max	Y	0.000776		0.00466	0.007

Observamos que se están cumpliendo las distorsiones indicadas en la Norma E030 – 2016.

4.2.22. Período fundamental de la estructura

Luego de haber analizado la estructura, nos dirigiremos al menú *Display/Show Tables...* (Figura 4.86), la cual nos llevara a la ventana *Choose Tables*, (Figura 4.87) en la cual nos dirigiremos a *Analisis/Results/Modal Results* y seleccionamos la opción *Modal Participating Mass Ratios* y damos click en *OK*.

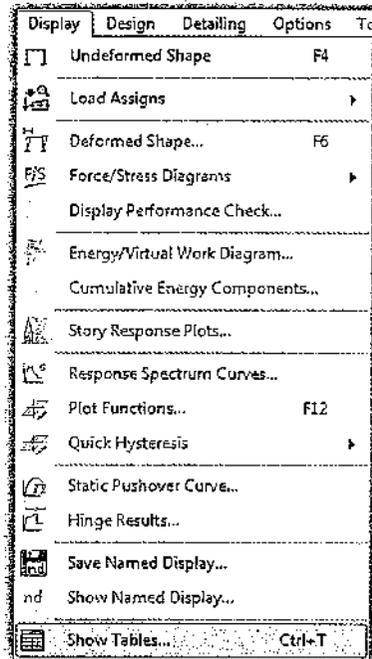


Figura 4.86 Menú mostrar – Mostrar tablas.

En la Figura 4.88 se muestran los períodos y formas de modo de la estructura, observamos que en el modo 1 el período es de 0.700 seg. en la dirección X y en el modo 2 es de 0.563 seg. en la dirección Y. Estos períodos nos serán de ayuda para el cálculo del coeficiente basal para las cargas del Análisis estático.

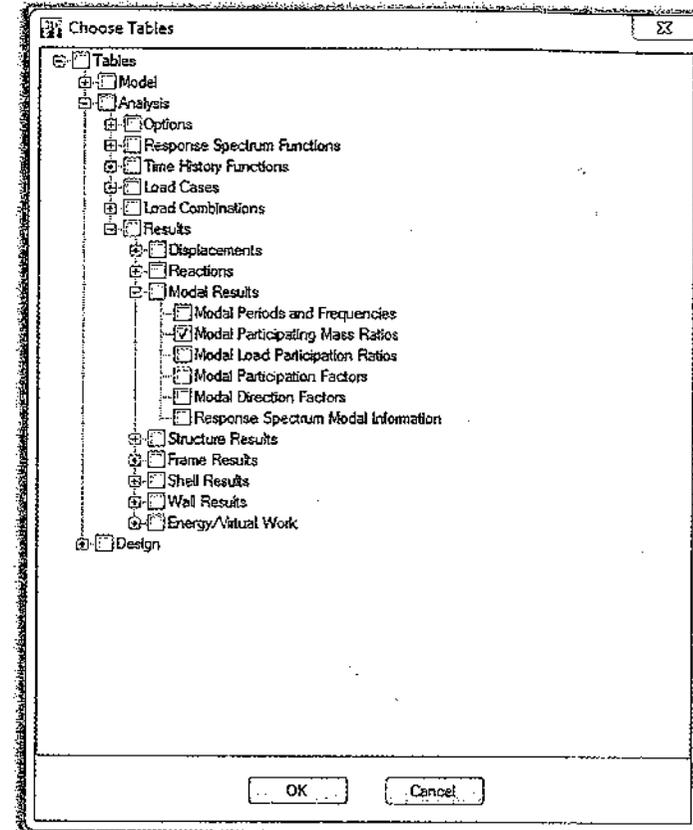


Figura 4.87 Ventana Choose Tables.

Case	Mode	Period sec	UX	UY	UZ
Modal	1	0.7	5.8119	0	0
Modal	2	0.563	0	0.8627	0
Modal	3	0.5	0	0	0
Modal	4	0.206	0.1187	0	0
Modal	5	0.178	0	0.8649	0
Modal	6	0.148	0	0	0
Modal	7	0.101	0.046	0	0
Modal	8	0.038	0	0.0282	0
Modal	9	0.074	0	0	0
Modal	10	0.065	0	0.0095	0
Modal	11	0.061	0.0167	0	0
Modal	12	0.049	0	0.0021	0

Figura 4.88 Períodos de la estructura.

### 4.2.23. Coeficiente basal para el análisis estático

Del reglamento nacional de edificaciones E030 – 2016 tenemos:

$$V = \frac{ZUCS}{R} P$$

De la tabla N° 4.1. obtenemos los valores de  $Z$ ,  $U$ ,  $S$ ,  $R$  y para el cálculo del factor de amplificación sísmica  $C$  usaremos las siguientes ecuaciones:

$$T < T_p \rightarrow C = 2.5$$

$$T_p < T < T_L \rightarrow C = 2.5 \left( \frac{T_p}{T} \right)$$

$$T > T_L \rightarrow C = 2.5 \left( \frac{T_p \cdot T_L}{T^2} \right)$$

Además:

$$\frac{C}{R} \geq 0.125$$

Siendo el periodo fundamental en X de 0.700seg. y en Y de 0.563seg. Calcularemos el factor de amplificación sísmica para cada dirección.

$$T_p < T_x < T_L \Rightarrow 0.4 < 0.7000 < 2.5$$

$$C_x = 2.5 \left( \frac{0.4}{0.700} \right) = 1.43$$

$$T_p < T_y < T_L \Rightarrow 0.4 < 0.563 < 2.5$$

$$C_y = 2.5 \left( \frac{0.4}{0.563} \right) = 1.78$$

Entonces, nuestros coeficientes basales para cada dirección serán:

$$\frac{Z \cdot U \cdot C_x \cdot S}{R_x} = \frac{0.45 \times 1.00 \times 1.43 \times 1.00}{7.00} = 0.092$$

$$\frac{Z \cdot U \cdot C_y \cdot S}{R_y} = \frac{0.45 \times 1.00 \times 1.78 \times 1.00}{8.00} = 0.100$$

Ingresaremos estos coeficientes en los casos de cargas estáticas creadas en 2.4.13., en la Figura 4.89 seleccionaremos el caso SX y haremos click en Modify Lateral Load...

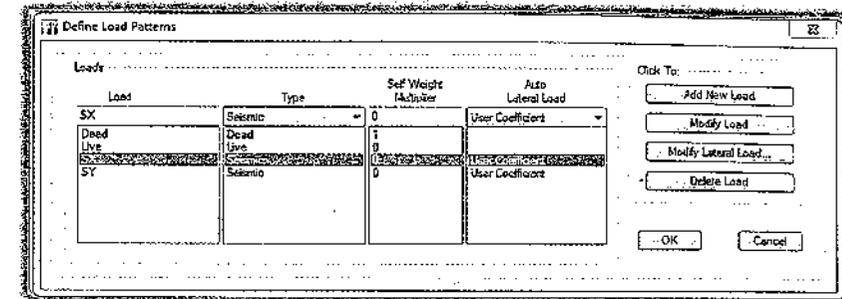


Figura 4.89 Definición de Cargas Estáticas.

En la ventana de Seismic Load Pattern – User Defined ingresaremos el coeficiente  $C_x$  calculado anteriormente, también se adicionara una excentricidad accidental del 5%, como se muestra en la Figura 4.90, del mismo modo se ingresará el coeficiente basal para el sismo estático en Y.

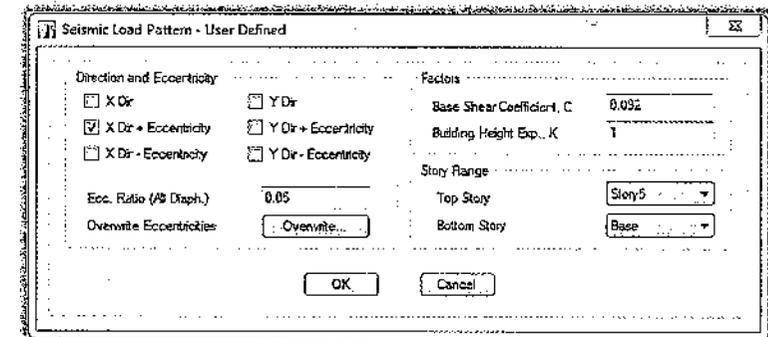


Figura 4.90 Definición de Carga Estática - SX.

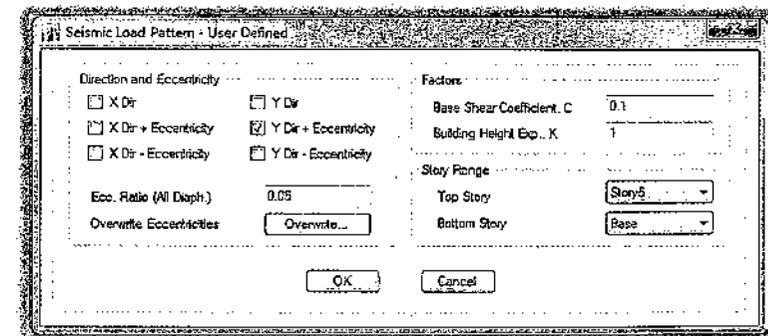


Figura 4.91 Definición de Carga Estática - SY.

### 4.3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

#### 4.3.1. Deformaciones

Para observar las deformaciones debido al sismo, podemos hacer uso del botón Show Deformed Shape o al menú Display - Deformed Shape... (Figura 4.92).

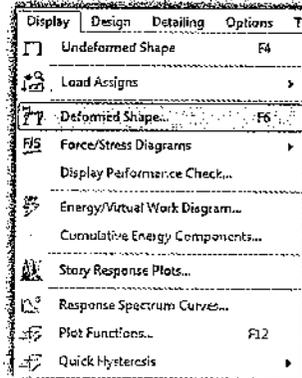


Figura 4.92 Menú mostrar - Deformaciones.

En el formulario Deformed Shape, en Load Case/Load Combination colocamos los siguientes datos: Load Case = SSX, y luego hacemos click en OK. (Figura 4.93). Repetir los pasos para ver la deformada en Y.

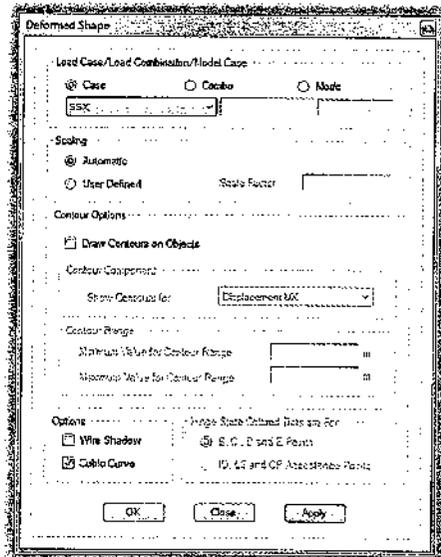


Figura 4.93 Deformaciones (Elegimos en caso de carga).

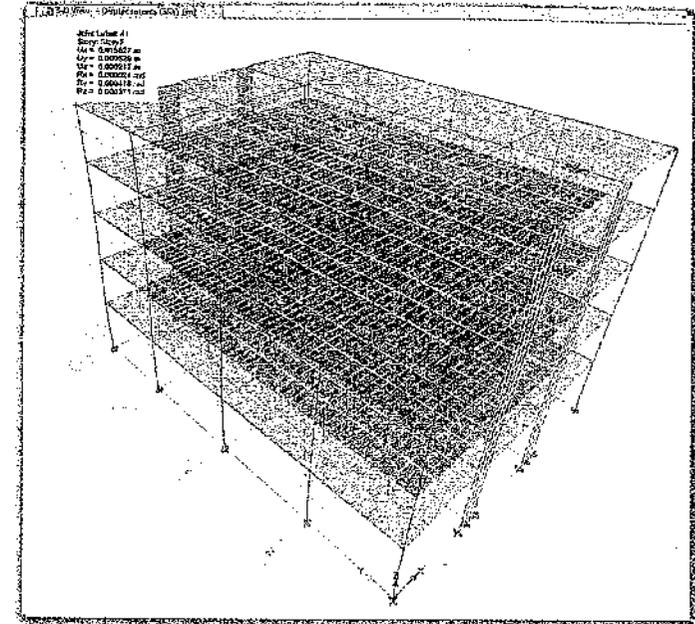


Figura 4.94 Deformación debido al sismo en la dirección X (SSX).

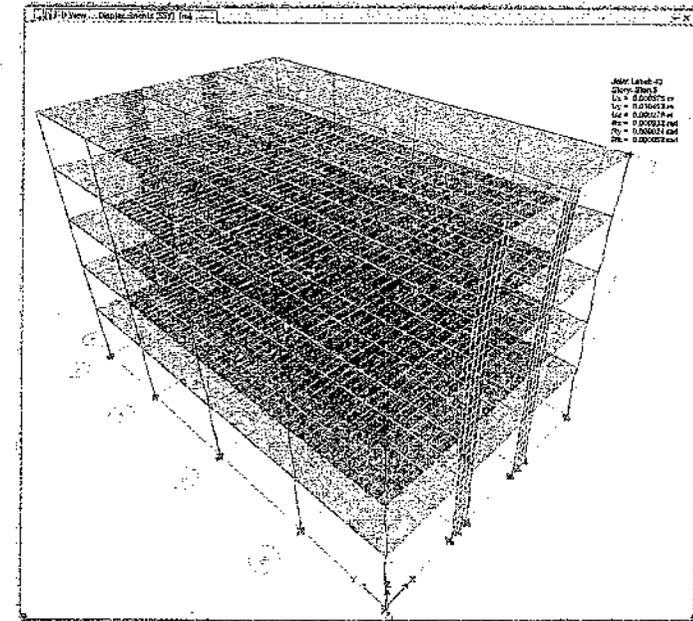


Figura 4.95 Deformación debido al sismo en la dirección Y (SSY).

### 4.3.2. Fuerzas en elementos línea

Observamos que las fuerzas en los elementos línea en una vista en elevación. Para ello, con la ventana de vista en planta activa, hacer click en el botón  ubicado en la barra de iconos horizontal. En la ventana Set Elevation View seleccionamos el eje C (Figura 4.96) y luego damos click en OK, con lo cual se observara una vista en elevación de la edificación en el eje 3 (Figura 4.97).

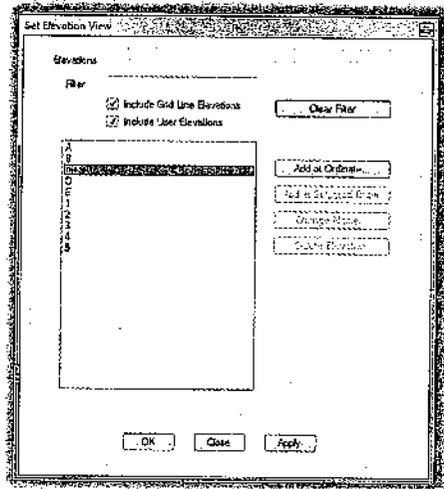


Figura 4.96 Cuadro de vista de elevación.

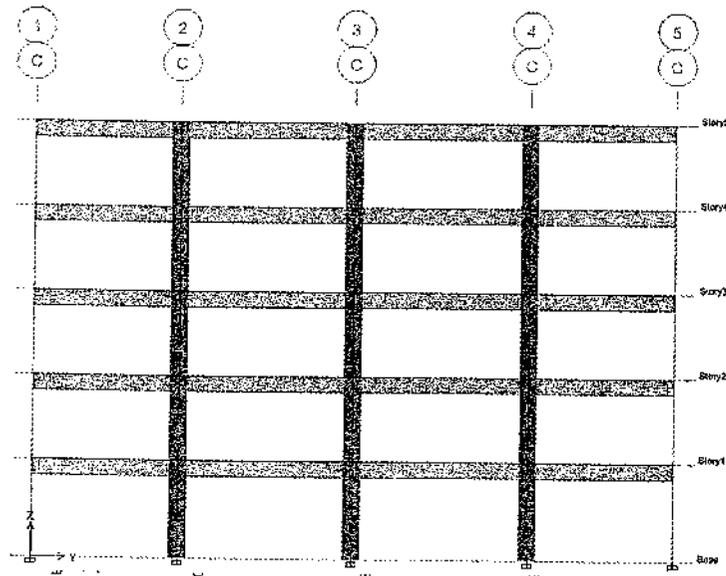


Figura 4.97 Elevación de eje C.

Con la ventana anterior activa ir al menú Display – Force/Stress Diagrams – Frame/Piers/Spandrel/Link Forces... (Figura 4.98) y seleccionar: Load Case = Dead, Component = Moment 3-3, Scaling = Automatic, Display Options = Fill Diagram, Include = Frames (Figura 4.99), luego dar click en OK. El programa mostrara los diagramas de momento flector en los elementos línea debido al estado de carga Dead (Figura 4.100).

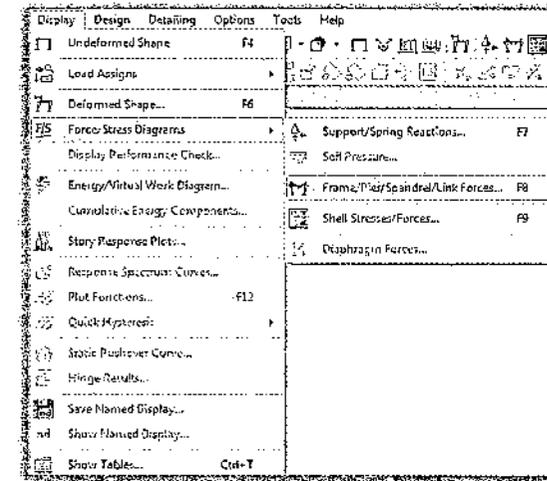


Figura 4.98 Menú mostrar – diagrama de fuerzas y esfuerzos – Elementos línea/placas...

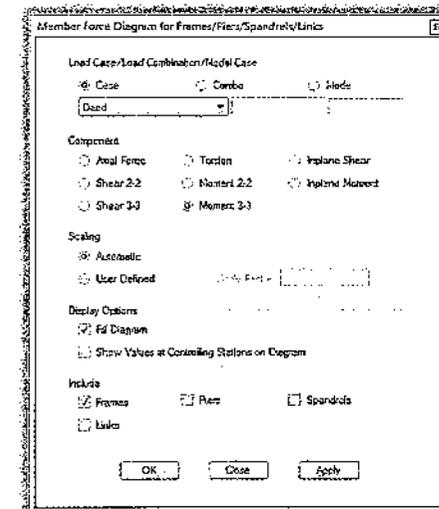


Figura 4.99 Ventana para mostrar diagramas de fuerzas para elementos línea/placas...

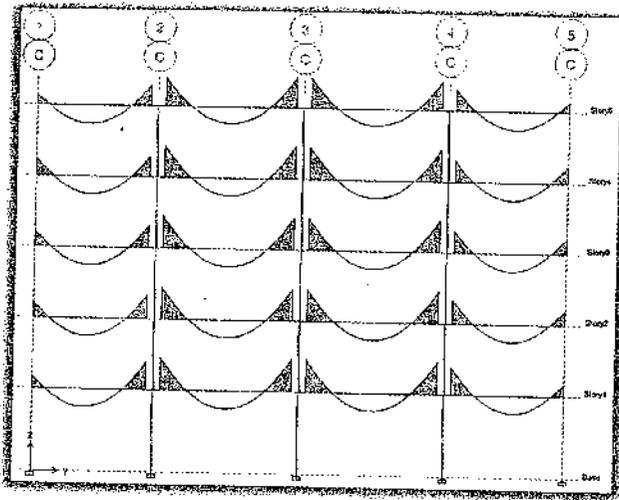


Figura 4.100 Diagrama de momentos debido a la carga muerta - Eje C.

Luego, en la misma ventana donde se observan los diagramas de momento flector ir al menú Display - Force/Stress Diagrams - Frame/Piers/Spandrel/Link Forces... y seleccionar: Load Combination = Dead, Component = Moment 3-3, Scaling = Automatic, Display Options = Fill Diagram, Include = Frames, luego dar click en OK. El programa mostrara los diagramas de momento flector en los elementos línea debido a la Envolvente (Figura 4.101)

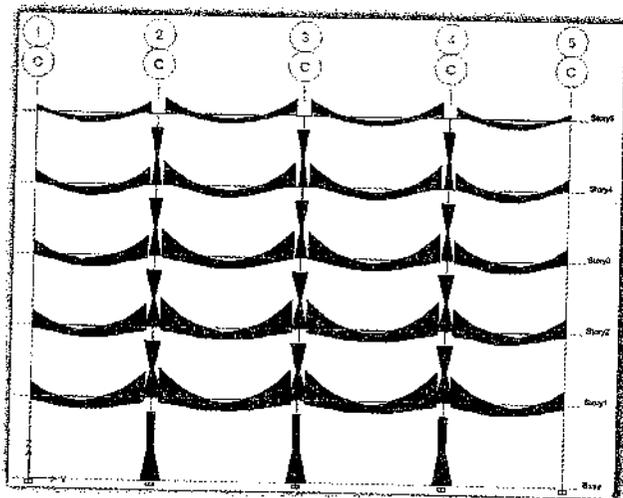


Figura 4.101 Diagrama de momentos debido a la envolvente - Eje 2.

Adicionalmente a las gráficas ya presentadas, usted puede ver con más detalles las fuerzas sobre un elemento haciendo click derecho sobre él, con lo cual aparecerá una ventana donde se muestran las fuerzas cortantes y los momentos, así como también la deflexión que se pueden ver a lo largo del elemento excepto en el caso de la envolvente (Figura 4.102), para salir de esta ventana hacer click en Done.

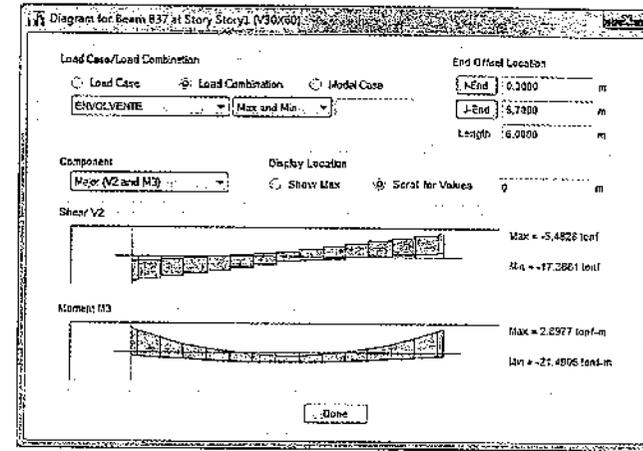


Figura 4.102 Diagrama de momentos en viga V30x60 - Eje C.

### 4.3.3. Fuerzas en elementos de placas

Del mismo modo que para los elementos de línea, nos ubicamos en el eje 1 donde encontramos la placa de 25cm (Figura 4.103)

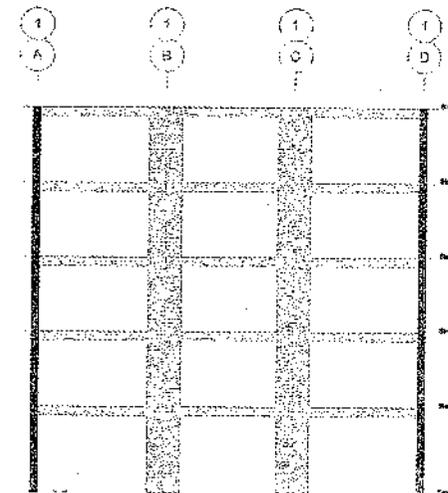


Figura 4.103 Elevación Eje 1

Con la ventana anterior activa ir al menú Display – Force/Stress Diagrams – Frame/Piers/Spandrel/Link Forces... (Figura 4.104) y seleccionar: Load Case = ENVOLVENTE, Component = Axial Force, Scaling = Automatic, Display Options = Fill Diagram, Include = Piers (Figura 4.105), luego dar click en OK. El programa mostrará el diagrama de carga axial debido a la envolvente en la placa del eje 1 (Figura 4.106).

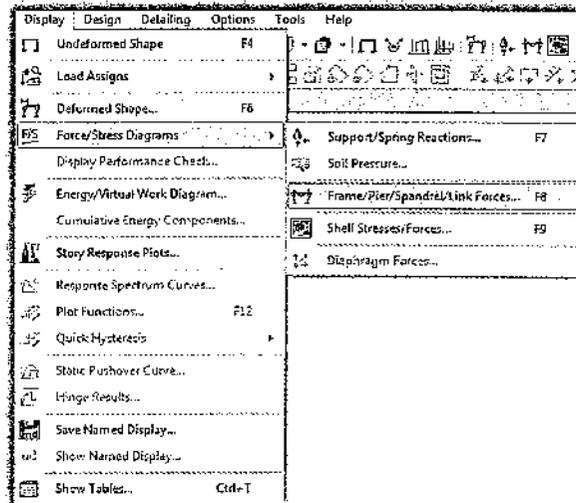


Figura 4.104 Menú mostrar – diagrama de fuerzas y esfuerzos – Elementos línea/placas...

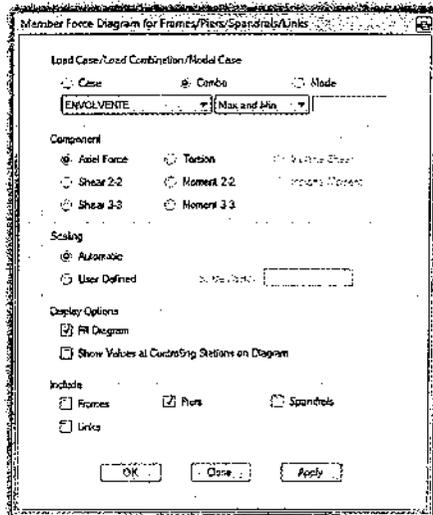


Figura 4.105 Diagramas de fuerzas para elementos línea/placas...

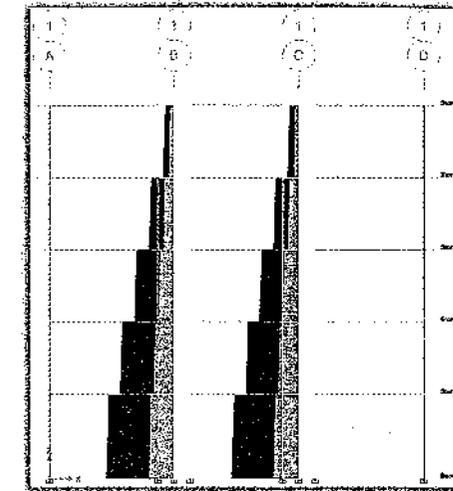


Figura 4.106 Diagramas de fuerzas axiales debido a la envolvente.

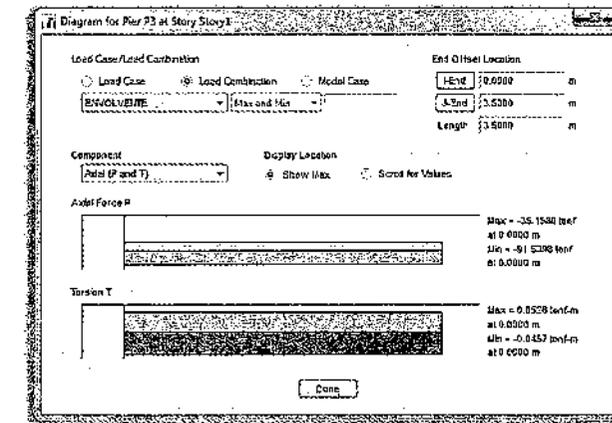


Figura 4.107 Diagramas de fuerza axial en placa.

#### 4.3.4. Verificación de la configuración estructural

Ahora procederemos a verificar la configuración estructural en la dirección X, para el cual se asumió inicialmente un sistema estructural Dual, para ello vamos a revisar qué porcentaje de cortante toman las placas y las columnas.

Para ello iremos al menú Display/Show Tables... (Figura 4.108), en la ventana Choose Tables iremos a los menús Results/Frame Results/Column Forces y Results/Wall Results/Pier Forces y daremos click en OK.

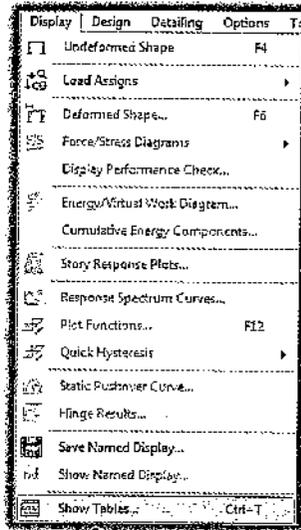


Figura 4.108 Menú Display - Show Tables...

Story	Column	Load Case/Combo	Location	P tonf	V2 tonf	V3 tonf
Story1	C17	SSX Max	0	0.5491	3.2022	0.0286
Story1	C18	SSX Max	0	0.3796	3.1555	0.0788
Story1	C19	SSX Max	0	0.5492	3.2482	0.0285
Story1	C20	SSX Max	0	0.5491	3.2452	0.0285
Story1	C21	SSX Max	0	0.3796	3.1686	0.0783
Story1	C22	SSX Max	0	0.5492	3.2422	0.0286
Story1	C23	SSX Max	0	0.9924	3.5007	0.2079
Story1	C24	SSX Max	0	10.516	1.5407	0.2155
Story1	C25	SSX Max	0	0.5492	1.4551	0.2017
Story1	C26	SSX Max	0	10.516	1.5407	0.2155
Story1	C27	SSX Max	0	0.9823	1.5067	0.2079
Story1	C28	SSX Max	0	0.9825	1.5067	0.2079
Story1	C29	SSX Max	0	10.515	1.5407	0.2155
Story1	C30	SSX Max	0	0.5492	1.4551	0.2017
Story1	C31	SSX Max	0	10.516	1.5407	0.2155
Story1	C32	SSX Max	0	0.9823	1.5067	0.2079

Figura 4.110 Fuerza cortante en columnas debido al sismo en X.

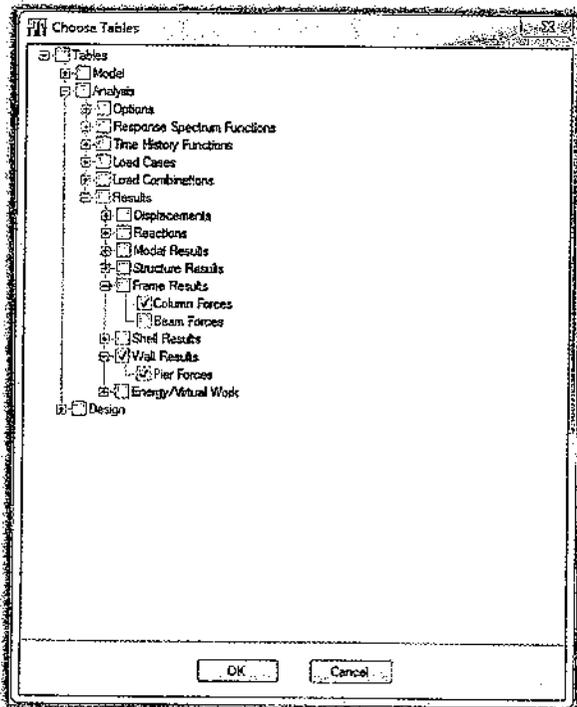


Figura 4.109 Choose Tables

Story	Pier	Load Case/Combo	Location	P tonf	V2 tonf	V3 tonf	T tonf
Story1	P1	SSX Max	Bottom	3.2084	17.407	0.0233	0.0479
Story1	P2	SSX Max	Bottom	3.2084	17.407	0.0233	0.0479
Story1	P3	SSX Max	Bottom	3.2084	17.4069	0.0233	0.0479
Story1	P4	SSX Max	Bottom	3.2083	17.4069	0.0233	0.0479

Figura 4.111 Fuerza cortante en placas debido al sismo en X.

Tabla 4.6 Cortante en Placas - Dirección X.

TABLE: Pier Forces						
Story	Pier	Load Case/Combo	Location	P	V2	V3
Story1	P1	SSX Max	Bottom	3.2084	17.4070	0.0233
Story1	P2	SSX Max	Bottom	3.2084	17.4070	0.0233
Story1	P3	SSX Max	Bottom	3.2084	17.4069	0.0233
Story1	P4	SSX Max	Bottom	3.2083	17.4069	0.0233

Tabla 4.7 Cortante en Columnas - Dirección X.

TABLE: Column Forces						
Story	Column	Load Case/Combo	Station	P	V2	V3
Story1	C17	SSX Max	0	0.5491	3.2482	0.0886
Story1	C18	SSX Max	0	0.3796	3.1686	0.0788
Story1	C19	SSX Max	0	0.5492	3.2482	0.0886
Story1	C20	SSX Max	0	0.5491	3.2482	0.0886
Story1	C21	SSX Max	0	0.3796	3.1686	0.0788
Story1	C22	SSX Max	0	0.5492	3.2482	0.0886
Story1	C23	SSX Max	0	9.9824	1.5007	0.2079
Story1	C24	SSX Max	0	10.516	1.5407	0.2155
Story1	C25	SSX Max	0	9.9482	1.4991	0.2017
Story1	C26	SSX Max	0	10.516	1.5407	0.2155
Story1	C27	SSX Max	0	9.9823	1.5007	0.2079
Story1	C28	SSX Max	0	9.9825	1.5007	0.2079
Story1	C29	SSX Max	0	10.5159	1.5407	0.2155
Story1	C30	SSX Max	0	9.9482	1.4991	0.2017
Story1	C31	SSX Max	0	10.516	1.5407	0.2155
Story1	C32	SSX Max	0	9.9823	1.5007	0.2079

De las tablas 4.6 y 4.7 tenemos que:

$$V_{PLACAS} = 69.63t$$

$$V_{COLUMNAS} = 34.49t$$

Por lo tanto, el porcentaje de cortante de placas y columnas queda de la siguiente manera:

$$\%V_{PLACAS} = 66.87\%$$

$$\%V_{COLUMNAS} = 33.13\%$$

Según la norma E030 - 2016:

*"DUAL: Las acciones sísmicas son resistidas por una combinación de pórticos y muros estructurales. La fuerza cortante que toman los muros está entre 20 % y 70 % del cortante en la base del edificio. Los pórticos deberán ser diseñados para resistir por lo menos 30 % de la fuerza cortante en la base."*

En conclusión, se verifica que en la dirección X nuestra configuración es del tipo Dual.

### 4.3.5. Verificación de la relación entre la cortante estática y dinámica

Ahora procederemos a verificar la relación del cortante estático y dinámico. Para ello iremos al menú Display/Show Tables... (Figura 4.112), en la ventana Choose Tables iremos a los menús Results/Structure Results/Story Forces y daremos click en OK.

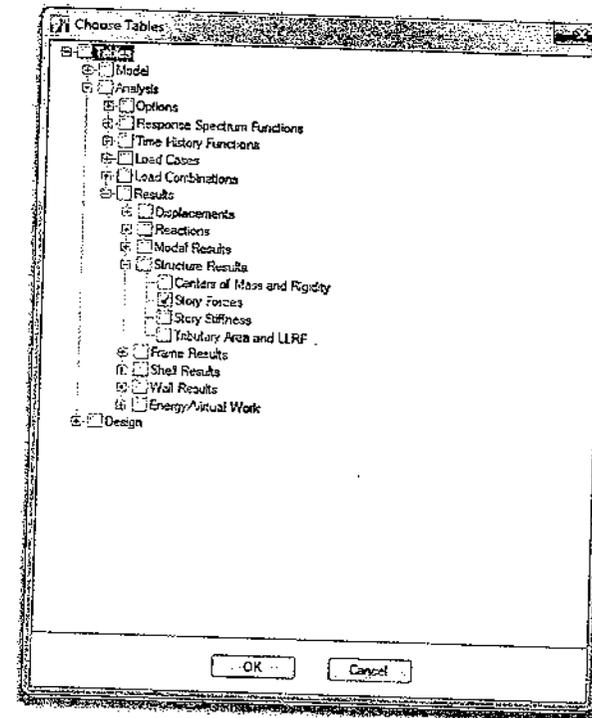


Figura 4.112 Choose Tables.

Story	Load Case/Combo	Location	P	V2	V3	T	MAX	MIN
			Shear	Shear	Shear	Time	Shear	Shear
Story1	SSX Max	Bottom	0	318.4259	10	1573.5735	1316.7636	
Story1	SSX Max	Top	0	0	0	128.7251	1178.0386	1431.2713
Story1	SSX Max	Bottom	0	36.0194	11.9175-95	1157.9683	0.0002	1079.887
Story1	SSY Max	Bottom	0	1.682E-05	112.6519	890.5183	1205.4719	0.0002

Figura 4.113 Fuerzas Basales.

De la Figura 4.113, tenemos que la cortante estática en X y Y son:

$$V_{ESTÁTICA\_X} = 118.43t$$

$$V_{ESTÁTICA\_Y} = 128.72t$$

Y cortante dinámica en X y Y son:

$$V_{DINÁMICA\_X} = 99.82t$$

$$V_{DINÁMICA\_Y} = 112.65t$$

Según la norma E030 – 2016, dice que la cortante dinámica debe ser de al menos el 80% de la cortante estática para estructuras regulares, y del 90% del estático para estructuras irregulares.

Por lo tanto, tenemos que:

$$V_{DINÁMICA\_X} = 99.82t > 80\%V_{ESTÁTICA\_X} = 94.74t$$

$$V_{DINÁMICA\_Y} = 112.65t > 80\%V_{ESTÁTICA\_Y} = 102.98t$$

Las fuerzas dinámicas son mayores al 80% de las cortantes estáticas, por lo tanto, no se requiere aplicar ningún factor de escala a la cortante dinámica.

#### 4.3.6. Separación sísmica entre edificios

Según la Norma E030 – 2016 establece que:

*“Toda estructura debe estar separada de las estructuras vecinas, desde el nivel del terreno natural, una distancia mínima "s" para evitar el contacto durante un movimiento sísmico.*

*Esta distancia no será menor que los 2/3 de la suma de los desplazamientos máximos de los edificios adyacentes ni menor que:*

$$s = 0.006h \geq 0.03m \quad (\text{Ec. 4.1})$$

*Donde h es la altura medida desde el nivel del terreno natural hasta el nivel considerado para evaluar s.*

*El edificio se retirará de los límites de propiedad adyacentes a otros lotes edificables, o con edificaciones, distancias no menores de 2/3 del*

*desplazamiento máximo calculado según (\*) ni menores que s/2 si la edificación existente cuenta con una junta sísmica reglamentaria. En caso de que no exista la junta sísmica reglamentaria, el edificio deberá separarse de la edificación existente el valor de s/2 que le corresponde más el valor s/2 de la estructura vecina.*

(\*) *Para estructuras regulares, los desplazamientos laterales se calcularán multiplicando por 0,75 R los resultados obtenidos del análisis lineal y elástico con las solicitaciones sísmicas reducidas. Para estructuras irregulares, los desplazamientos laterales se calcularán multiplicando por R los resultados obtenidos del análisis lineal elástico.”*

Ahora procederemos a calcular los desplazamientos máximos, para ello iremos al menú Display/Show Tables... (Figura 4.114), en la ventana Choose Tables iremos al menú Analysis/Results/Displacements/Diaphragm Center of Mass Displacements y daremos click en OK.

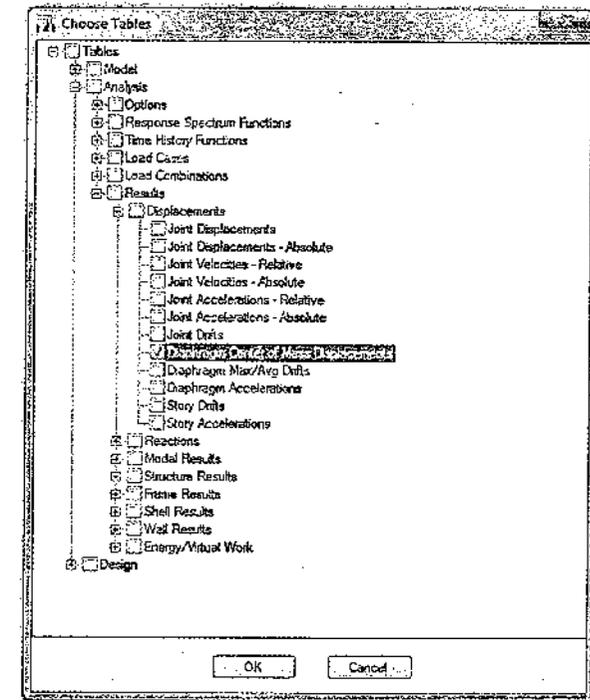


Figura 4.114 Choose Tables.

Story	Diaphragm	Load Case/Combo	UX m	UY m
Story5	D5	SSX Max	0.014851	2.26E-09
Story5	D5	SSY Max	2.958E-05	0.01006
Story4	D4	SSX Max	0.012823	1.974E-09
Story4	D4	SSY Max	2.536E-05	0.009154
Story3	D3	SSX Max	0.00997	1.57E-09
Story3	D3	SSY Max	1.955E-05	0.007542
Story2	D2	SSX Max	0.006409	1.051E-09
Story2	D2	SSY Max	1.239E-05	0.005301
Story1	D1	SSX Max	0.002695	5.057E-10
Story1	D1	SSY Max	5.069E-10	0.002645
Base	D1	SSX Max	0	0
Base	D1	SSY Max	0	0

Figura 4.115 Tabla de Desplazamientos.

De la Figura 4.115 tenemos que nuestros desplazamientos máximos reales serán los que se muestran en la Tabla 4.8 y Tabla 4.9.

Tabla 4.8 Desplazamientos en X.

Story	Diaphragm	Load Case/Combo	UX	0.75RUX
Story5	D5	SSX Max	0.014851	0.078
Story4	D4	SSX Max	0.012823	0.067
Story3	D3	SSX Max	0.009970	0.052
Story2	D2	SSX Max	0.006409	0.034
Story1	D1	SSX Max	0.002695	0.014
Base	D1	SSX Max	0.000000	0.000

Tabla 4.9 Desplazamientos en Y.

Story	Diaphragm	Load Case/Combo	UY	0.75RUY
Story5	D5	SSY Max	0.010060	0.060
Story4	D4	SSY Max	0.009154	0.055
Story3	D3	SSY Max	0.007542	0.045
Story2	D2	SSY Max	0.005301	0.032
Story1	D1	SSY Max	0.002645	0.016
Base	D1	SSY Max	0.000000	0.000

Por lo tanto obtenemos un desplazamiento máximo en X de 7.80cm y de 6.00 cm en la dirección Y.

Cálculo de la separación entre edificios según E.030-2016:

- Distancia mínima considerando el desplazamiento máximo de nuestro edificio:

$$\Delta_{X_{max}} = 7.80cm \rightarrow \frac{2}{3} \Delta_{X_{max}} = 5.20cm$$

$$\Delta_{Y_{max}} = 6.00cm \rightarrow \frac{2}{3} \Delta_{Y_{max}} = 4.00cm$$

- Distancia mínima considerando la altura de nuestro edificio:

$$s/2 = \frac{0.006h}{2} \geq 3.00cm$$

$$s/2 = \frac{0.006(1550cm)}{2} = 4.65cm$$

- La junta sísmica reglamentaria que se debe retirar nuestro edificio del límite de propiedad:

$$S_x = 5.20cm \geq 4.65cm \rightarrow S_x = 5.20cm$$

$$S_y = 4.00cm < 4.65cm \rightarrow S_y = 4.65cm$$

- La junta sísmica reglamentaria entre edificios adyacentes en caso que no exista separación del edificio existente del límite de propiedad:

$$S = S_{edificio\ existente} + S_{nuestro\ edificio}$$

$$S_x = 4.65cm + 5.20cm \rightarrow S_x = 9.85cm$$

$$S_y = 4.65cm + 4.65cm \rightarrow S_y = 9.30cm$$

Para este ejemplo se desconocen los desplazamientos reales del edificio existente, por lo tanto consideramos lo que indica la norma y para fines prácticos se redondea los valores obtenidos para la separación entre edificios quedando como sigue:

$$S_x = 4", \quad S_y = 4"$$

**DISEÑO DE LOSAS ALIGERADAS: VIGAS T****5.1. DISEÑO POR FLEXIÓN**

Los sistemas de concreto reforzado para piso consisten usualmente en losas y vigas trabajando monolíticamente para resistir las cargas. Cabe destacar que para una viga T, la parte superior toma el nombre de ala o patín, y la parte inferior se denomina alma.

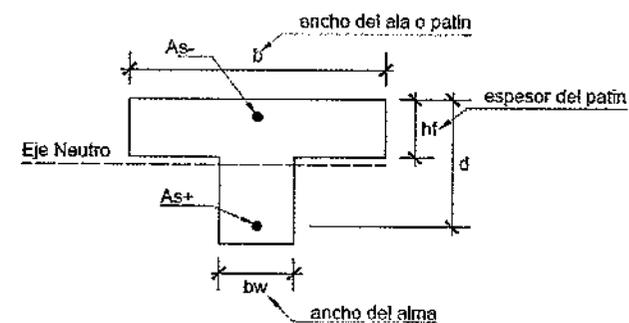


Figura 5.1 Sección transversal de viga T.

**5.1.1. Análisis de una sección tipo T con falla dúctil**

Teniendo claro que el Eje Neutro es la superficie material curva, deformada por flexión, que separa la zona comprimida de la zona traccionada, podemos notar que dicho eje puede cortar a la viga por distintas partes, puede pasar por el alma de la viga, o por el patín; esto dependerá de las dimensiones del elemento, lo cual es un factor muy importante.

También existe el concepto del Área Rectangular en Compresión, la cual puede encontrarse completamente dentro del patín o tomar parte del alma de la sección transversal. De esto dependerá la ubicación del eje neutro. Para analizar una viga con sección tipo T, debemos identificar 3 casos con los que nos podemos encontrar, de acuerdo a lo anterior:

- $c$ : Distancia del eje neutro a la fibra más comprimida.
- $a$ : Distancia del bloque rectangular en compresión a la fibra más comprimida.

- Si  $c \leq h_f$  entonces la viga se analizara como una sección rectangular de ancho  $b$ .

$$M_u = \phi M_n = \phi A_s f_y (d - a / 2) \quad (\text{Ec. 6.1})$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 b f'_c} \quad (\text{Ec. 6.2})$$

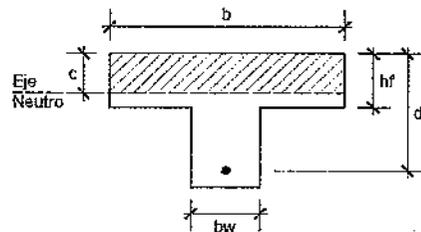


Figura 5.2 Sección transversal de viga T, que trabaja como viga rectangular.

- Si  $a \leq h_f$  entonces se analizara como en el caso 1
- Si  $a > h_f$ , el análisis es como sigue:

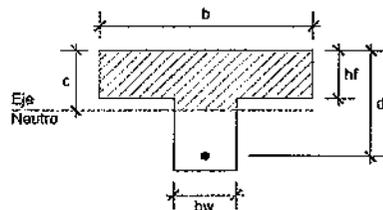


Figura 5.3 Sección transversal de viga T, que trabaja como tal.

Inicialmente se puede hallar la cuantía de acero a tracción (en la parte inferior) que se equilibra con el área del ala de la viga T:

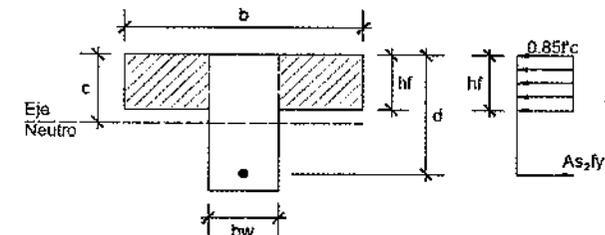


Figura 5.4 Equilibrio de fuerzas tracción - compresión de las alas.

Luego, sabiendo el área de acero total ( $A_s$ ), se puede hallar el área de acero el cual se equilibra con la sección rectangular de la viga T:

$$A_{s1} = A_s - A_{s2} \quad (\text{Ec. 5.3})$$

Se iguala la compresión de la sección rectangular de la viga con la tensión del acero y se despeja el valor de a:

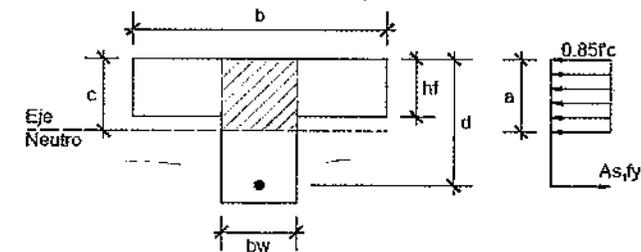


Figura 5.5 Equilibrio de fuerzas tracción - compresión de sección rectangular.

Finalmente se puede hallar el valor del momento nominal que resiste el  $A_{s1}$  y el  $A_{s2}$ .

$$M_{n1} = A_{s1} f_y (d - a / 2), \quad M_{n2} = A_{s2} f_y (d - h_f / 2)$$

$$\phi M_n = \phi (M_{n1} + M_{n2}) = M_u$$

$$A_{s1} = \frac{f_y (d - a / 2)}{M_{n1}} \quad (\text{Ec. 5.4})$$

$$A_{s2} = \frac{f_y (d - h_f / 2)}{M_{n2}} \quad (\text{Ec. 5.5})$$

### 5.1.2. Determinación de la cuantía balanceada

Se sabe que la cuantía balanceada se encuentra para el estado en que empieza la fluencia del acero en tracción y es igual a la compresión del concreto. Por lo tanto si hacemos el equilibrio:

$$T = C_1 + C_2$$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c b_w a_b + 0.85 f'_c (b - b_w) h_f$$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c b_w a_b + A_{s2} f_y$$

También se sabe:

$$a_b = \beta_1 \left( \frac{6000}{6000 + f_y} \right) \quad (\text{Ec. 5.6})$$

Entonces:

$$\frac{A_s}{bd} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} b_w \beta_1 \left( \frac{6000}{6000 + f_y} \right) d \frac{1}{bd} + \frac{A_{s2}}{bd}$$

Si definimos  $\rho_2 = \frac{A_{s2}}{b_w d}$ , entonces:

$$\frac{A_s}{bd} = (\bar{\rho}_b + \rho_2) \frac{b_w}{b}$$

Caso 1: Si la cuantía la definimos como  $\rho = \frac{A_s}{b_w d}$ , entonces:

$$\rho_b = (\bar{\rho}_b + \rho_2) \quad (\text{Ec. 5.7})$$

Caso 2: Si la cuantía la definimos como:  $\rho = \frac{A_s}{bd}$ , entonces:

$$\rho_b = (\bar{\rho}_b + \rho_2) \frac{b_w}{b} \quad (\text{Ec. 5.8})$$

Dónde:

$$\bar{\rho}_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \left( \frac{6000}{6000 + f_y} \right) \quad (\text{Ec. 5.9})$$

### 5.1.3. Cuantía Mínima de Secciones T

El refuerzo mínimo para flexión en vigas según ACI 318 - 2014 en el capítulo 9.6.1.2 es:

$$A_{s,\min} = 0.8 b_w d \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} \geq \frac{14 b d}{f_y} \quad (\text{Ec. 5.10})$$

El área mínima por tracción de las secciones rectangulares y las secciones T con el ala en compresión, según el Norma E.060 de Concreto Armado - 2009 en el capítulo 10.5.2, no será menor que:

$$A_{s,\min} = 0.7 b d \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} \quad (\text{Ec. 5.11})$$

### 5.1.4. Diseño de una Sección

#### a. Diseño para Momentos Positivos

Al diseñar una viga T, comúnmente su patín ya se ha seleccionado previamente al diseñar la losa. El tamaño del alma no se selecciona comúnmente con base en los requisitos de momento son más bien en los de cortante; esto es, se escoge un área lo suficientemente grande como para proporcionar cierta capacidad mínima de cortante. También es posible que el ancho del alma se seleccione con base en el ancho que se estima necesario para acomodar las barras de refuerzo. Las dimensiones pueden también escogerse para simplificar el trabajo de encofrado o debidos a requisitos arquitectónicos. Lo cual es nuestro caso, pues en el siguiente ejemplo de diseño de losas del modelo, se tendrán los valores de  $d$  y  $b_w$ .

Las alas de las vigas T son usualmente tan grandes que el eje neutro cae dentro de ellos, por lo que pueden aplicarse las fórmulas de las vigas rectangulares. Si el eje neutro queda en el alma, se usa a menudo un procedimiento de tanteos para el diseño. En este proceso se estima que un brazo de palanca, del centroide del bloque de esfuerzos de compresión al centroide del acero, se estima es igual al mayor de los valores de  $0.9d$  o bien  $(d - h_f / 2)$  y con este valor al que llamaremos  $z$ , se calcula un área de prueba de hacer ( $A_s = M_n / f_y z$ ). Luego se revisa el valor del brazo de palanca estimado con las ecuaciones de vigas rectangulares. Si se tiene mucha diferencia, el valor estimado de  $z$  se revisa y se determina una

nueva área  $A_s$ . Estas iteración se repetirán hasta que el error tienda a nulo o sea un valor aceptable.

$$z = 0.9d \text{ ó } z = d - h_f / 2$$

$$A_s = \frac{M_n}{f_y z} \quad (\text{Ec. 5.12})$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c} \quad (\text{Ec. 5.13})$$

Si el eje neutro queda en la parte del alma, se procederá a dividir imaginariamente el bloque de área de concreto a compresión en 3 partes, las alas y lo que le corresponde al alma. Se calcula el área de acero de las alas con los datos de  $f'_c$ ,  $f_y$ ,  $(b - b_w)$ ,  $h_f$ , luego se calcula el momento para esta área de acero. Teniendo como dato el momento nominal (porque tenemos el valor de las cargas viva y muerta), hallamos el momento para el área de acero que corresponde a la sección central (entre las alas) siendo su valor la diferencia entre el momento nominal y el momento para el acero de las alas. Con el valor de este último momento y con los datos de  $b_w$  y  $d$  podemos hallar la cuantía que le corresponde y por lo tanto el área de acero. Finalmente se sumara ambas áreas de acero hallado y resultara el área total.

Primero se tiene:

$$C_2 = A_{s2} f_y = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f$$

$$A_{s2} = \frac{0.85 f'_c h_f (b - b_w) h_f}{f_y} \quad (\text{Ec. 5.14})$$

La resistencia de diseño de las alas en voladizo es:

$$M_{u2} = \phi A_s f_y (d - h_f / 2) \quad (\text{Ec. 5.15})$$

Por lo tanto se define a  $M_{u1}$  como el momento que faltaría para llegar al valor del  $M_u$

$$M_{u1} = M_u - M_{u2} \quad (\text{Ec. 5.16})$$

El acero requerido para equilibrar el momento en el alma rectangular se obtiene por medio de la expresión usual para una viga rectangular. Se comienza a iterar entre las expresiones para "a" y para " $M_{s1}$ ". Entonces:

$$A_{s1} = \frac{M_{n1}}{f_y (d - a / 2)} \quad (\text{Ec. 5.17})$$

$$a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b_w} \quad (\text{Ec. 5.18})$$

Luego se sumara ambos valores:

$$A_s = A_{s2} + A_{s1} \quad (\text{Ec. 5.19})$$

### b. Diseño para Momentos Negativos

Cuando el ala de una viga T está en tensión, la cantidad de refuerzo de tensión necesario para hacer su momento resistente último igual a su momento de agrietamiento es aproximadamente el doble del de una sección rectangular o del de una sección T con su ala en compresión. En consecuencia, se establece que la cantidad mínima de refuerzo requerido será según la ecuación (Ec. 5.10):

$$A_{s\text{min}} = \frac{0.8 \sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d$$

## 5.1.5. Método de los Coeficientes

### De la Norma E060 - 2009

Como alternativa a los métodos de análisis estructural, se permite utilizar para el análisis por cargas de gravedad de vigas continuas, losas armadas en una dirección y vigas de pórticos de poca altura, los siguientes momentos y fuerzas cortantes aproximadas, siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones:

- Haya dos o más tramos.
- Las luces de los tramos sean aproximadamente iguales, sin que la mayor de dos luces adyacentes exceda en más de 20% a la menor.

- c) Las cargas sean uniformemente distribuidas y no existan cargas concentradas. Las cargas uniformemente distribuidas en cada uno de los tramos deben tener la misma magnitud.
- d) La carga viva en servicio no sea mayor a tres veces la carga muerta en servicio.
- e) Los elementos sean prismáticos de sección constante.
- f) Si se trata de la viga de un pórtico de poca altura, este debe estar arriostrado lateralmente para las cargas verticales.

Tabla 5.1 Coeficientes para momento positivo.

MOMENTOS POSITIVOS	
Tramos extremos	
El extremo discontinuo no está restringido	$(1/11)W_U L_n^2$
El extremo discontinuo es monolítico con el apoyo	$(1/14)W_U L_n^2$
Tramos interiores	
	$(1/16)W_U L_n^2$

Tabla 5.2 Coeficientes para momento negativo.

MOMENTOS NEGATIVOS	
Momento negativo en la cara exterior del primer apoyo interior	
Dos tramos	$(1/9)W_U L_n^2$
Más de dos tramos	$(1/10)W_U L_n^2$
Momento negativo en las demás caras de apoyos interiores	
	$(1/11)W_U L_n^2$
Momento negativo en la cara de todos los apoyos para losas con luces que no excedan de 3 m y vigas en las cuales el cociente entre la suma de las rigideces de las columnas y la rigidez de la viga exceda de 8 en cada extremo del tramo	
	$(1/12)W_U L_n^2$
Momento negativo en la cara interior de los apoyos exteriores para los elementos construidos monolíticamente con sus apoyos	
Quando el apoyo es una viga de borde	$(1/24)W_U L_n^2$
Quando el apoyo es una columna	$(1/16)W_U L_n^2$

El valor de  $L_n$  es la luz libre del tramo. Para el cálculo de los momentos negativos en las caras de los apoyos interiores,  $L_n$  se tomará como el promedio de las luces libres adyacentes.

## 5.2. DISEÑO POR CORTE

### 5.2.1. Consideraciones Generales

Normalmente los ensanches en los aligerados se utilizan para mejorar la capacidad de las viguetas frente a los esfuerzos originados por las fuerzas cortantes. En los aligerados, toda la fuerza cortante debe ser resistida por el concreto del alma de las viguetas, ya que no se utiliza refuerzo de acero para soportar el cortante que no sea capaz de resistir el concreto. En otras palabras no se utilizan estribos. A este tipo de ensanches se le denomina *ensanche por corte*.

La fuerza cortante que soporta el concreto del alma de las viguetas de los aligerados convencionales viene dado, de acuerdo a la norma E.060 - 2009, por:

$$V_c = 1.1 \left( 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d \right) \quad (\text{Ec. 5.20})$$

Por ejemplo, para un aligerado de  $h = 0.25m$ ,  $b_w = 0.10m$  y  $f'_c = 210kg/cm^2$ , la resistencia al cortante proporcionada por el concreto del alma de las viguetas será:

$$V_c = 0.53 \sqrt{210} \times 10 \times 22 = 1.690ton$$

$$\phi V_c = 0.85(1.690) = 1.436ton$$

Si se usaran ensanches alternados la resistencia sería:

$$V_c = 0.53 \sqrt{210} \times 25 \times 22 = 4.224ton$$

$$\phi V_c = 0.85(4.224) = 3.591ton$$

También se podrá usar ensanches corridos, con lo cual la resistencia al corte sería:

$$V_c = 0.53 \sqrt{210} \times 40 \times 22 = 6.759ton$$

$$\phi V_c = 0.85(6.759) = 5.745ton$$

Para nuestro ejemplo calcularemos las fuerzas cortantes últimas haciendo uso del método de los coeficientes.

5.2.2. Método de los Coeficientes

Para el diseño por corte por el método de los coeficientes, se requieren cumplir las condiciones indicadas en 5.2.1.

En la Tabla 5.3 se muestran los coeficientes para el cálculo por fuerza cortante.

Tabla 5.3 Coeficientes por fuerza cortante.

FUERZA CORTANTE	
Cara exterior del primer apoyo interior	$1.5(1/2)W_u L_n$
Caras de todos los demás apoyos	$(1/2)W_u L_n$

El valor de  $L_n$  es la luz libre del tramo.

5.3. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

a. Ejemplo 01

En la Figura 5.6 se muestra un aligerado de 4 tramos de peralte  $h = 20\text{cm}$ , en el cual las viguetas tienen unas cargas de  $W_D = 0.200\text{t/m}$  y  $W_L = 0.080\text{t/m}$ , diseñar el aligerado por flexión y corte usando el método de los coeficientes. ( $f'_c = 210\text{kg/cm}^2$ ,  $f_y = 4200\text{kg/cm}^2$ ).

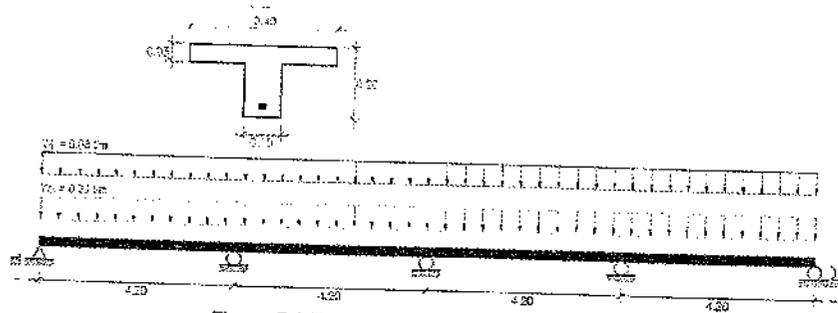


Figura 5.6 Esquema del aligerado de 4 paños.

Solución:

Diseño por flexión

De la Tabla 5.1 y la Tabla 5.2 obtenemos los coeficientes para nuestro ejemplo, En la se muestra los valores de coeficientes.

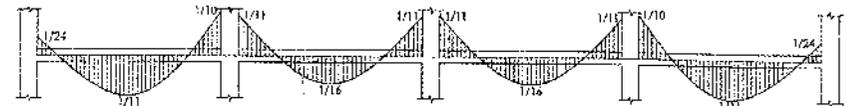


Figura 5.7 Coeficientes para el cálculo de momentos últimos.

Carga ultima por vigueta:

$$W_U = 1.4W_D + 1.7W_L$$

$$W_U = 1.4(0.200) + 1.7(0.080)$$

$$W_U = 0.416\text{t/m}$$

Ahora, calcularemos los momentos positivos y negativos usando los coeficientes que se muestran en la Figura 5.7:

Momentos Positivos:

$$\frac{W_u L_n^2}{11} = \frac{(0.416)(4.20)^2}{11} = 0.667\text{ton-m}$$

$$\frac{W_u L_n^2}{16} = \frac{(0.416)(4.20)^2}{16} = 0.459\text{ton-m}$$

Momentos Negativos:

$$\frac{W_u L_n^2}{24} = \frac{(0.416)(4.20)^2}{24} = 0.306\text{ton-m}$$

$$\frac{W_u L_n^2}{10} = \frac{(0.416)(4.20)^2}{10} = 0.734\text{ton-m}$$

$$\frac{W_u L_n^2}{11} = \frac{(0.416)(4.20)^2}{11} = 0.667\text{ton-m}$$

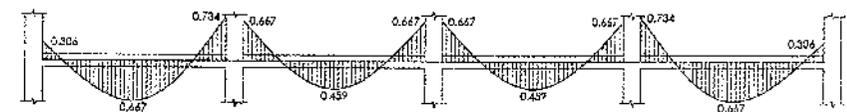


Figura 5.8 Momentos últimos por el método de los coeficientes (t-m).

Ahora analizaremos el comportamiento de la sección, si se trabajará como sección T o simplemente como sección rectangular. Para esto se tomará en cuenta la sección más crítica para el momento positivo que en este caso es para el momento ultimo de  $M_u^+ = 0.667 \text{ ton} - \text{m}$ .

De la Figura 5.6 tenemos los datos de las dimensiones de nuestra viga:

Ancho momentos positivos:  $b = 40 \text{ cm}$   
 Ancho momentos negativos:  $b_w = 10 \text{ cm}$   
 Peralte efectivo:  $d = 20 - 3 = 17 \text{ cm}$

Para las iteraciones usaremos las formulas del cálculo de  $A_s$  y  $a$ :

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 b f'_c} \quad A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)}$$

**Primera Iteración:**

Suponiendo valor de:  $a = d / 5 = 3.40 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{0.667(10^5)}{0.9(4200) \left( 17 - \frac{3.40}{2} \right)} = 1.153 \text{ cm}^2$$

Reemplazando para verificar el valor supuesto de  $a$ :

$$a = \frac{(1.153)(4200)}{0.85(40)(210)} = 0.678 \text{ cm}$$

**Segunda Iteración:**

$a = 0.678 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{0.667(10^5)}{0.9(4200) \left( 17 - \frac{0.678}{2} \right)} = 1.059 \text{ cm}^2$$

Reemplazando para verificar el valor supuesto de  $a$ :

$$a = \frac{(1.059)(4200)}{0.85(40)(210)} = 0.623 \text{ cm}$$

**Tercera Iteración:**

$a = 0.623 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{0.667(10^5)}{0.9(4200) \left( 17 - \frac{0.623}{2} \right)} = 1.057 \text{ cm}^2$$

Reemplazando para verificar el valor supuesto de  $a$ :

$$a = \frac{(1.057)(4200)}{0.85(40)(210)} = 0.622 \text{ cm}$$

**Comparando y evaluando lo que se supuso:**

$a = 0.622 \text{ cm} < h_f = 5.00 \text{ cm}$ , se trabajará como una sección rectangular.

Para el cálculo del acero de refuerzo, realizaremos los cálculos utilizando las siguientes relaciones:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 b f'_c} \quad A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)}$$

Obtenemos los siguientes resultados para las áreas de acero:

Tabla 5.4 Acero de refuerzo por momentos negativos.

$M_u^- = 0.306 \text{ ton} - \text{m}$		$M_u^- = 0.734 \text{ ton} - \text{m}$		$M_u^- = 0.667 \text{ ton} - \text{m}$	
$a(\text{cm})$	$A_s(\text{cm}^2)$	$a(\text{cm})$	$A_s(\text{cm}^2)$	$a(\text{cm})$	$A_s(\text{cm}^2)$
3.400	0.529	3.400	1.269	3.400	1.153
1.244	0.494	2.986	1.252	2.714	1.128
1.162	0.493	2.946	1.250	2.655	1.126
1.159	0.493	2.942	1.250	2.650	1.126
1.159	0.493	2.941	1.250	2.649	1.126



**b. Ejemplo 02**

Se tiene un aligerado de un paño de peralte  $h = 30\text{cm}$  con una luz libre de  $L_n = 6.00\text{m}$ , el cual tiene un diagrama de momento flector y fuerza cortante como se muestra en la Figura 5.14. Calcular el refuerzo requerido por flexión y por corte. ( $f'_c = 210\text{kg/cm}^2$ ,  $f_y = 4200\text{kg/cm}^2$ ).

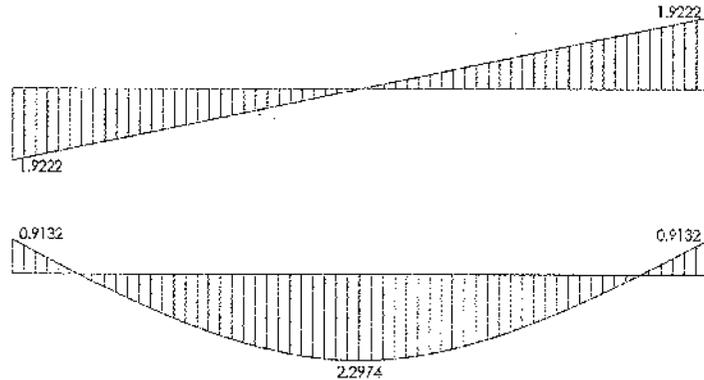


Figura 5.14 Diagrama de Momento Flector (t-m) y Fuerza Cortante (t).

**Solución:**

**Diseño por flexión**

Para el cálculo del acero de refuerzo, haremos uso las ecuaciones (Ec. 6.1) y (Ec. 6.2):

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 b f'_c} \quad A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)}$$

Obtenemos los siguientes resultados para las áreas de acero:

Tabla 5.6 Acero de refuerzo por momento negativo.

$M_u^- = 0.9132\text{ton} - \text{m}$	
$a(\text{cm})$	$A_s(\text{cm}^2)$
5.400	0.994
2.339	0.935
2.201	0.933
2.195	0.933
<b>2.195</b>	<b>0.933</b>

Tabla 5.7 Acero de refuerzo por momento positivo.

$M_u^+ = 2.2974\text{ton} - \text{m}$	
$a(\text{cm})$	$A_s(\text{cm}^2)$
5.400	2.501
1.471	2.314
1.361	2.309
1.358	2.309
<b>1.358</b>	<b>2.309</b>

Acero mínimo:

$$A_{s,\text{min}} = 0.80 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d$$

$$A_{s,\text{min}} = 0.80 \frac{\sqrt{210}}{4200} 10 * 27 = 0.745\text{cm}^2$$

En la Figura 5.15 se muestra el refuerzo calculado para el aligerado.

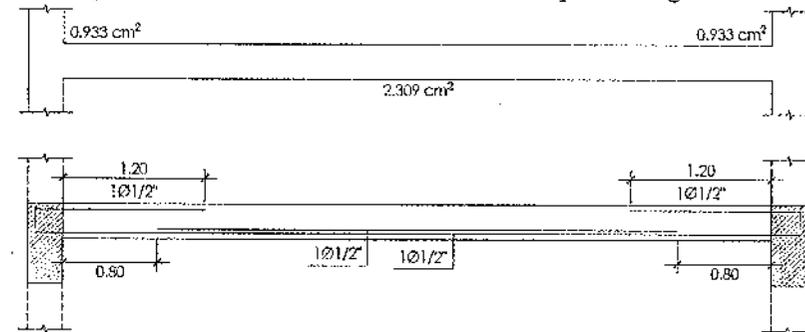


Figura 5.15 Acero de refuerzo en aligerado.

**Diseño por corte**

De la Figura 5.14, la fuerza cortante última es de  $V_u = 1.9222\text{t}$ , procederemos a calcular la resistencia al corte del alma de nuestra vigueta de 30cm de peralte.

Para nuestro aligerado de  $h = 0.30\text{m}$ ,  $b_w = 0.10\text{m}$  y  $f'_c = 210\text{kg/cm}^2$ , la resistencia al cortante proporcionada por el concreto del alma de las viguetas será:

$$V_c = 0.53\sqrt{210} \times 10 \times 27 = 2.073 \text{ ton}$$

$$\phi V_c = 0.85(2.073) = 1.763 \text{ ton}$$

Observamos que el cortante del alma de la viga no es suficiente para resistir toda la fuerza de corte, por lo cual usaremos ensanches alternados.

Si se usaran ensanches alternados la resistencia sería:

$$V_c = 0.53\sqrt{210} \times 25 \times 27 = 5.184 \text{ ton}$$

$$\phi V_c = 0.85(4.224) = 4.407 \text{ ton}$$

Con el ensanche alternado será suficiente para resistir la fuerza cortante última:

$$V_u < \phi V_c$$

$$1.922t < 4.407t$$

## DISEÑO DE ESCALERAS

### 6.1. CONSIDERACIONES GENERALES - REGLAMENTO A.010

Las escaleras en general, integradas o de evacuación, están conformadas por tramos, descansos y barandas. Los tramos están formados por gradas. Las gradas están conformadas por pasos y contrapasos.

Las condiciones que deben cumplir las escaleras son las siguientes:

- a) Las escaleras contarán con un máximo de diecisiete pasos entre descansos.
- b) La dimensión de los descansos deberá tener un mínimo de 0.90 m de longitud para las escaleras lineales; para otro tipo de escaleras se considerará que el ancho del descanso no será menor al del tramo de escalera.
- c) En cada tramo de escalera, los pasos y los contrapasos serán uniformes, debiendo cumplir con la regla de 2 contrapasos + 1 paso, debe tener entre 0.60 m y 0.64 m, con un mínimo de 0.25 m para los pasos de viviendas, 0.28 m en comercios y 0.30 m en locales de afluencia masiva de público, de salud y educación y un máximo de 0.18 m para los contrapasos, medido entre las proyecciones verticales de los bordes contiguos.
- d) El ancho establecido para las escaleras se considera entre las paredes de cerramiento que la conforman, o sus límites en caso de tener uno o ambos lados abiertos. La presencia de pasamanos no constituye una reducción del ancho de la escalera.
- e) Las escaleras tendrán un ancho mínimo de 1.20 m.

- f) Las escaleras de más de 1.20 m hasta 2.40 m tendrán pasamanos en ambos lados. Las que tengan más de 2.40 m, deberán contar con unos pasamanos centrales.
- g) Únicamente en las escaleras integradas podrán existir pasos en diagonal siempre que a 0.30 m del inicio del paso, este tenga cuando menos 0.28 m.

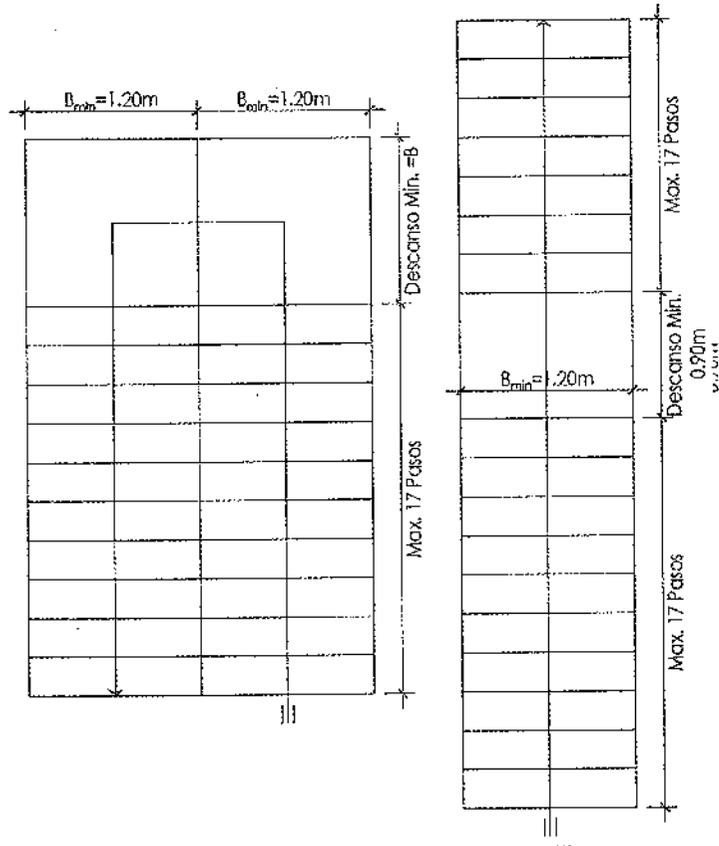


Figura 6.1 Consideraciones para el diseño de escalera.

De las consideraciones antes indicadas, tenemos que los pasos y contrapasos deben cumplir con la siguiente relación:

$$0.60m \leq 2CP + P \leq 0.64m \quad (\text{Ec. 6.1})$$

Dónde:

- P: Paso
- CP: Contrapaso

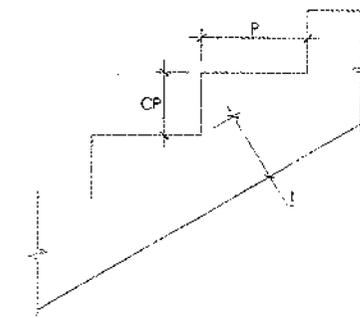


Figura 6.2 Gradas de una escalera.

$$CP_{\max} = 0.18m$$

$$P_{\min} = 0.25m \text{ (Para viviendas)}$$

$$P_{\min} = 0.28m \text{ (Para comercio)}$$

$$P_{\min} = 0.30m \text{ (Para locales de afluencia masiva)}$$

t: Espesor de garganta de escalera.

## 6.2. DISEÑO DE ESCALERA

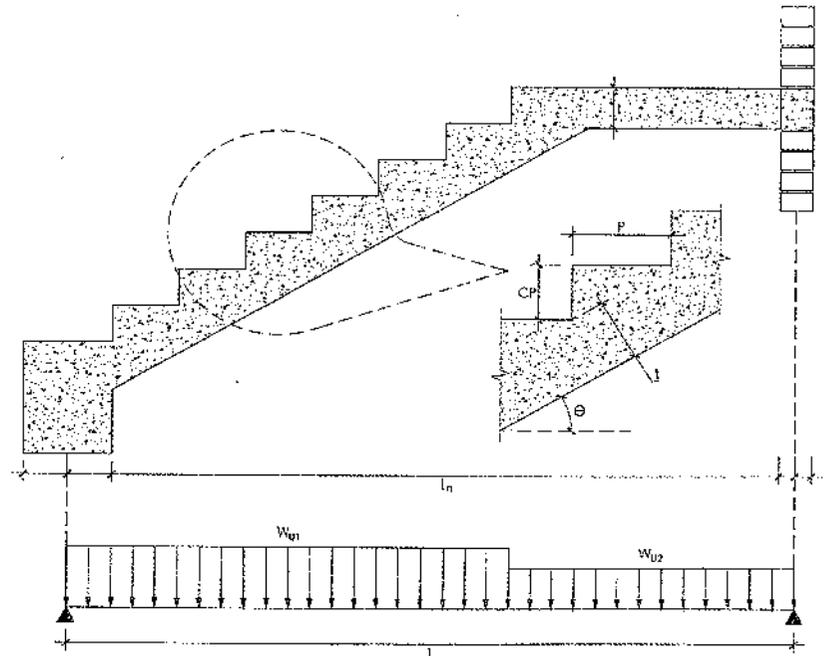


Figura 6.3 Escalera de concreto armado.

De la Figura 6.3 tenemos que el espesor de la escalera "t" será:

$$t = \frac{L_n}{25} \sim \frac{L_n}{20}$$

**Modelo Estructural**

Los apoyos son vigas y/o muros:

$$^{(+)}M_{diseño} = \alpha \ ^{(+)}M_{u,max} \tag{Ec. 6.2}$$

Donde  $\alpha = \begin{cases} 1.0 \\ 0.9 \\ 0.8 \end{cases}$

- 1.0: Muros de albañilería, Vigas Chatas, Losas.
- 0.9: Vigas Peraltadas
- 0.8: Muros de Concreto Armado

Apoyos semirrígidos:

$$^{(-)}M_{diseño} = \frac{1}{3} \ ^{(+)}M_{diseño} \tag{Ec. 6.3}$$

Apoyos rígidos:

$$^{(-)}M_{diseño} = \frac{1}{2} \ ^{(+)}M_{diseño} \tag{Ec. 6.4}$$

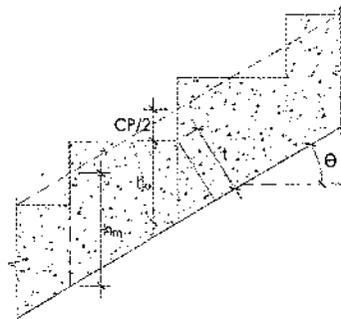


Figura 6.4

De la Figura 6.4, tenemos:

$$h_m = h_o + \frac{CP}{2} \tag{Ec. 6.5}$$

$$h_o = \frac{t}{\cos(\theta)} \tag{Ec. 6.6}$$

$$\cos(\theta) = \frac{P}{\sqrt{P^2 + CP^2}} \tag{Ec. 6.7}$$

**6.3. EJEMPLOS DE APLICACIÓN**

**a. Ejemplo 01**

Se tiene una escalera de 1 tramo apoyado sobre vigas, como se muestra en la Figura 6.5, diseñar la escalera por flexión.

Sobrecarga:  $s/c = 500 \text{ kg/m}^2$

( $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ )

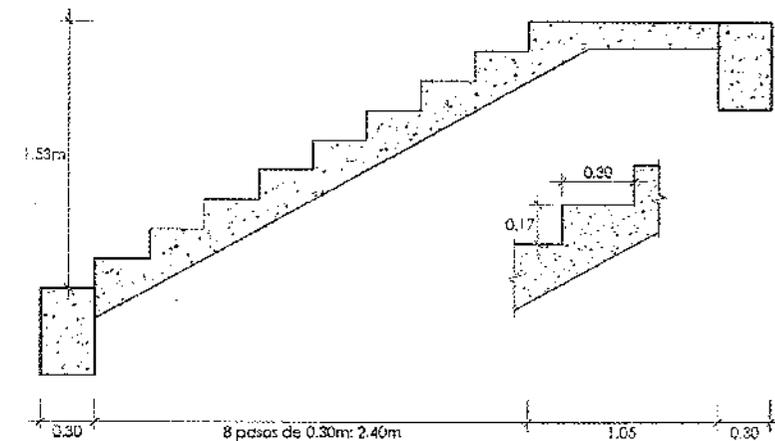


Figura 6.5 Sección transversal de la escalera.

**Solución:**

**Dimensionamiento del espesor de la escalera**

$$t = \frac{3.75}{25} \sim \frac{3.75}{20} = 0.150 \sim 0.188 \text{ m}$$

Usamos un espesor de  $t = 0.15 \text{ m}$ .

**Metrado de cargas (tramo inclinado)**

$$\cos(\theta) = \frac{30}{\sqrt{30^2 + 17^2}} \approx 0.87 \quad \rightarrow \quad h_o = \frac{15}{0.87} \approx 17.24 \text{ cm}$$

$$h_m = 17.24 + \frac{17}{2} = 25.74 \text{ cm}$$

Peso propio:  $1.4(2.4 \text{ t/m}^3 \times 1 \times 0.2574) = 0.865 \text{ t/m}$

Peso acabado:  $1.4(0.10 \text{ t/m}^2 \times 1) = 0.140 \text{ t/m}$

Peso sobrecarga:  $1.7(0.50 \text{ t/m}^2 \times 1) = 0.850 \text{ t/m}$

Por lo tanto la carga ultima será de  $W_{u1} = 1.855 \text{ t/m}$

**Metrado de cargas (descanso)**

Peso propio:  $1.4(2.4 \text{ t/m}^3 \times 1 \times 0.15) = 0.504 \text{ t/m}$

Peso acabado:  $1.4(0.10 \text{ t/m}^2 \times 1) = 0.140 \text{ t/m}$

Peso sobrecarga:  $1.7(0.50 \text{ t/m}^2 \times 1) = 0.850 \text{ t/m}$

Por lo tanto la carga ultima será de  $W_{u2} = 1.494 \text{ t/m}$

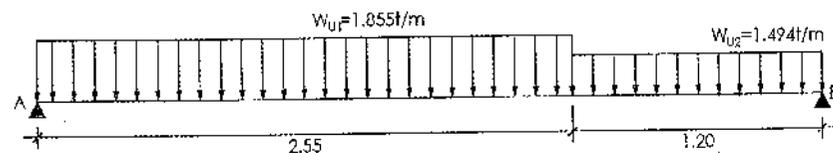


Figura 6.6 Cargas últimas en escalera.

Calculando la reacción en A:

$$\sum M_B = 0$$

$$R_A(2.55 + 1.20) - 1.855 \times 2.55 \left( \frac{2.55}{2} + 1.20 \right) - 1.494 \times \frac{1.20^2}{2} = 0$$

$$R_A = 3.409 \text{ t}$$

El momento último máximo será para una distancia "x" igual a:

$$x = \frac{R_A}{W_{u1}} = \frac{3.409}{1.855} = 1.838 \text{ m}$$

$$M_{\max} = \frac{Wx^2}{2} = \frac{1.855 \times 1.838^2}{2}$$

$$^{(+)}M_{u\max} = 3.133 \text{ t-m}$$

Calculando los momentos de diseño de la (Ec. 6.2):

$$^{(+)}M_{\text{diseño}} = \alpha \ ^{(+)}M_{u\max}$$

Donde  $\alpha = 0.9$  (vigas peraltadas)

$$^{(+)}M_{\text{diseño}} = 0.9(3.133) = 2.820 \text{ t-m}$$

Apoyos rígidos, el momento negativo será según la (Ec. 6.4):

$$^{(-)}M_{\text{diseño}} = \frac{1}{2} \ ^{(+)}M_{\text{diseño}}$$

$$^{(-)}M_{\text{diseño}} = \frac{1}{2}(2.820) = 1.41 \text{ t-m}$$

Calculamos el acero de refuerzo, considerando:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 b f'_c} \quad A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)}$$

**Acero positivo:**  $^{(+)}M_{\text{diseño}} = 2.82 \text{ t-m} \rightarrow \ ^{(+)}A_s = 6.65 \text{ cm}^2$

Usando  $\phi 1/2'' \rightarrow s = \frac{1.27}{6.65} = 0.191 \text{ m}$

**Acero negativo:**  $^{(-)}M_{\text{diseño}} = 1.41 \text{ t-m} \rightarrow \ ^{(-)}A_s = 3.21 \text{ cm}^2$

Usando  $\phi 3/8'' \rightarrow s = \frac{0.71}{3.21} = 0.221 \text{ m}$

Acero mínimo

$$A_{s\min} = 0.0018 \times 100 \times 15 = 2.70 \text{ cm}^2$$

Usando  $\phi 3/8'' \rightarrow s = \frac{0.71}{2.70} \approx 0.25 \text{ m}$

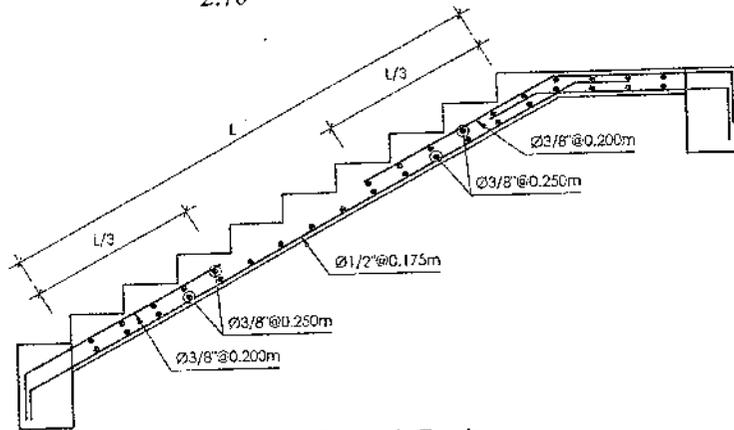


Figura 6.7 Diseño de Escalera

b. Ejemplo 02

Se tiene una escalera de 1 tramo apoyado sobre vigas, como se muestra en la Figura 6.8, diseñar la escalera por flexión.

Sobrecarga:  $s/c = 500 \text{ kg/m}^2$

$$(f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2, f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2)$$

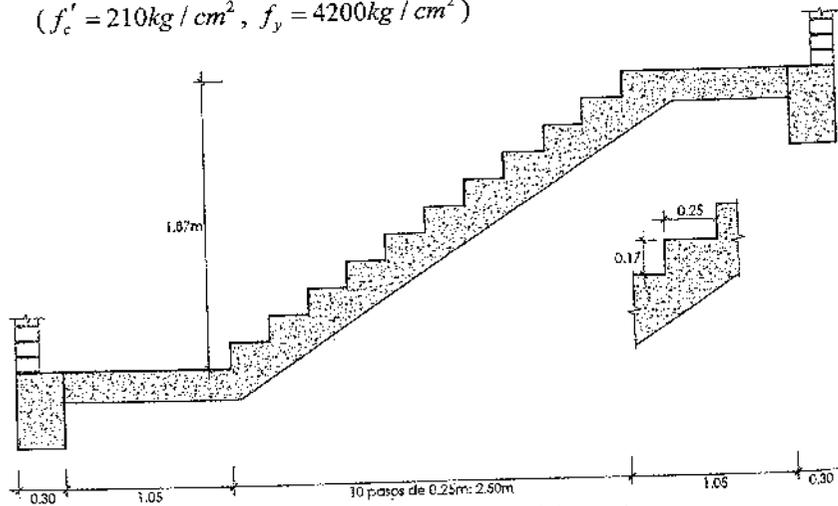


Figura 6.8 Sección transversal de escalera.

Solución:

Dimensionamiento del espesor de la escalera

$$t = \frac{4.90}{25} \sim \frac{4.90}{20} = 0.196 \sim 0.245 \text{ m}$$

Usamos un espesor de  $t = 0.20 \text{ m}$ .

Metrado de cargas (tramo inclinado)

$$\cos(\theta) = \frac{25}{\sqrt{25^2 + 17^2}} \approx 0.8269 \rightarrow h_v = \frac{20}{0.8269} \approx 24.19 \text{ cm}$$

$$h_m = 24.19 + \frac{17}{2} = 32.69 \text{ cm}$$

Peso propio:  $1.4(2.4 \text{ t/m}^3 \times 1 \times 0.3269) = 1.098 \text{ t/m}$

Peso acabado:  $1.4(0.10 \text{ t/m}^2 \times 1) = 0.140 \text{ t/m}$

Peso sobrecarga:  $1.7(0.50 \text{ t/m}^2 \times 1) = 0.850 \text{ t/m}$

Por lo tanto la carga última será de  $W_{u1} = 2.088 \text{ t/m}$

Metrado de cargas (descanso)

Peso propio:  $1.4(2.4 \text{ t/m}^3 \times 1 \times 0.20) = 0.672 \text{ t/m}$

Peso acabado:  $1.4(0.10 \text{ t/m}^2 \times 1) = 0.140 \text{ t/m}$

Peso sobrecarga:  $1.7(0.50 \text{ t/m}^2 \times 1) = 0.850 \text{ t/m}$

Por lo tanto la carga última será de  $W_{u2} = 1.662 \text{ t/m}$

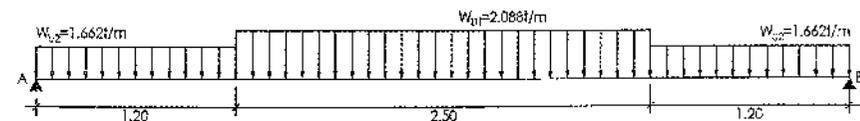


Figura 6.9 Cargas últimas en escalera.

Calculando la reacción en A:

$$R_A = \frac{1.662 \times 1.20 + 2.088 \times 2.50 + 1.662 \times 1.20}{2}$$

$$R_A = 4.604 \text{ t}$$

El momento último máximo será al centro del tramo de escalera:

$${}^{(+)}M_{u \max} = 4.604 \times 2.45 - 1.662 \times 1.2 \times (0.60 + 1.25) - 2.088 \left( \frac{1.25^2}{2} \right)$$

$${}^{(+)}M_{u \max} = 5.959 \text{ t-m}$$

Calculando los momentos de diseño:

$${}^{(+)}M_{\text{diseño}} = \alpha {}^{(+)}M_{u \max}$$

Donde  $\alpha = 0.9$

$${}^{(+)}M_{\text{diseño}} = 0.9(5.959) = 5.363 \text{ t-m}$$

Apoyos rígidos:

$${}^{(-)}M_{\text{diseño}} = \frac{1}{2}(5.363) = 2.682 \text{ t-m}$$

Calculamos el acero de refuerzo, considerando:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 b f'_c} \quad A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)}$$

**Acero positivo**

$${}^{(+)}M_{\text{diseño}} = 5.363 \text{ t-m} \rightarrow {}^{(+)}A_s = 8.89 \text{ cm}^2$$

$$\text{Usando } \phi 1/2'' \rightarrow s = \frac{1.27}{8.89} = 0.143 \text{ m}$$

**Acero negativo**

$${}^{(-)}M_{\text{diseño}} = 2.682 \text{ t-m} \rightarrow {}^{(-)}A_s = 4.30 \text{ cm}^2$$

$$\text{Usando } \phi 3/8'' \rightarrow s = \frac{0.71}{4.30} = 0.165 \text{ m}$$

**Acero mínimo**

$$A_{s \min} = 0.0018 \times 100 \times 20 = 3.60 \text{ cm}^2$$

$$\text{Usando } \phi 3/8'' \rightarrow s = \frac{0.71}{3.60} \approx 0.20 \text{ m}$$

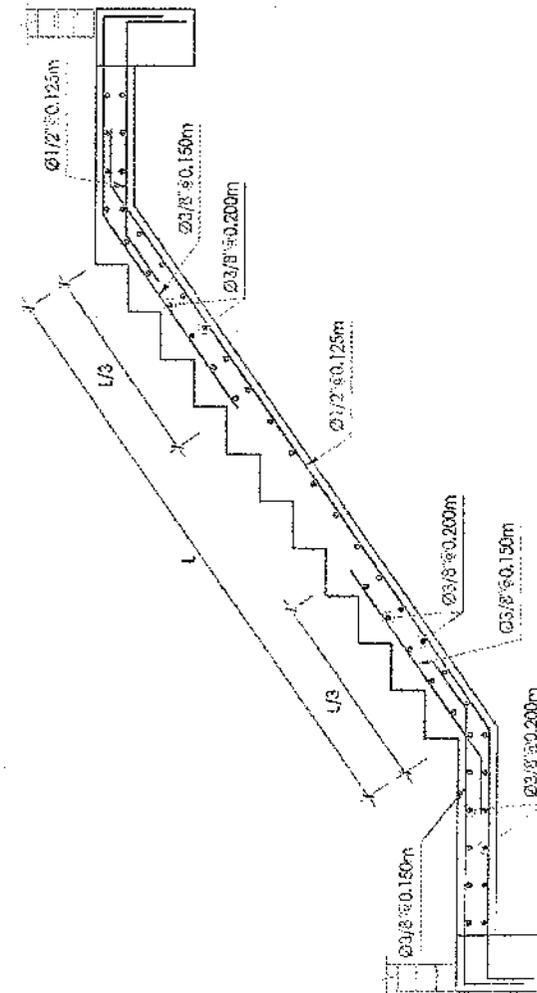


Figura 6.10 Diseño de Escalera.

***DISEÑO DE VIGAS***

---

**7.1. DISEÑO POR FLEXIÓN**

Son frecuentes los elementos estructurales sujetos a flexión como vigas o losas que trabajan en una sola dirección. Sabemos que usualmente la flexión viene acompañada de una fuerza cortante. Así, en el presente capítulo, llegaremos a diseñar un elemento a flexión (viga), dimensionando una sección capaz de resistir el momento aplicado.

**7.1.1. Comportamiento de vigas sometidas a flexión**

Para poder entender el comportamiento de una viga sometida a flexión, será necesario separarlo en 4 etapas.

**1ª Etapa:** Ocurre mientras el momento de agrietamiento no sea excedido por el momento máximo. No se presentan fisuras.

**2ª Etapa:** Aumentando la carga aplicada, tenderá a presentarse pequeñas fisuras las cuales serán controladas por el refuerzo en su totalidad y el esfuerzo a compresión lo asume el concreto en su parte opuesta.

**3ª Etapa:** Aquí es cuando se alcanza el momento crítico, lo cual producirá las primeras fisuras al centro de la viga las cuales apuntan al eje neutro. El concreto fisurado no resiste la tracción por lo que el refuerzo asume todo su esfuerzo a tracción por completo. El eje neutro asciende con el aumento de la carga. La sección es menos rígida, por lo que su momento de inercia disminuye. Las fisuras se ensancharan con forme la carga aplicada

aumente, pero si esta última se retira, las fisuras se cerraran. Cabe destacar que si se vuelve a cargar la viga ya antes fisurada, estas fisuras aparecerán rápidamente.

**4ª Etapa:** Finalmente el refuerzo alcanza su esfuerzo de fluencia aunque normalmente el concreto no llegue a su máxima resistencia a la compresión. Conforme se incremente la carga aplicada, el acero entrara a su fase de endurecimiento por deformación y finalmente el concreto fallará por aplastamiento.

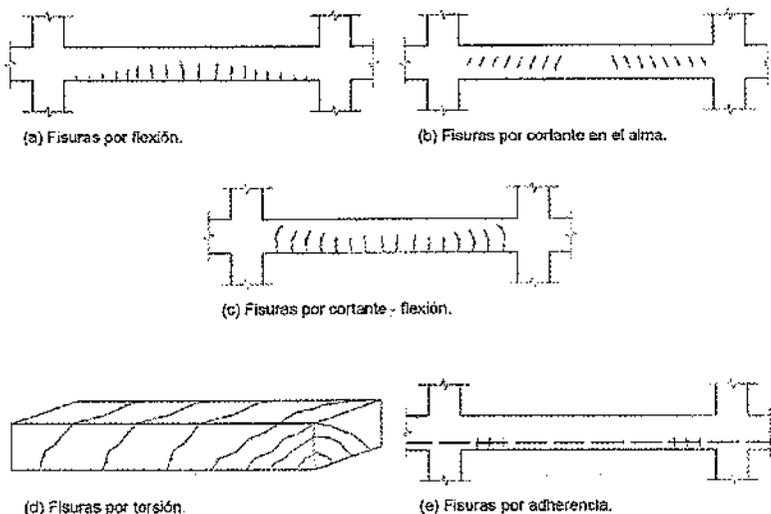


Figura 7.1 Algunos tipos de fisuras en vigas de concreto.

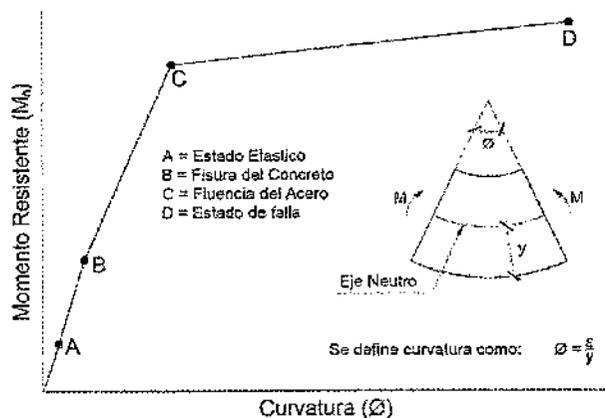


Figura 7.2 Diagrama de momento resistente – curvatura de una sección de la viga sometida a carga uniformemente distribuida.

$\epsilon$  : Deformación unitaria de la sección analizada a una distancia y del eje neutro de la misma.

Del diagrama se puede concluir que si en una viga sometida a flexión no hay presencia de refuerzo, esta viga fallara al instante que el concreto pierda la capacidad de resistir la flexión. De este modo la presencia del acero en la viga aumenta apreciablemente su resistencia y ductilidad.

**7.1.2. Hipótesis básicas de elementos sometidos a flexión**

Se presentara una lista de hipótesis básicas de elementos sometidos a flexión que usaremos en futuras ecuaciones y cálculos.

- Las deformaciones en concreto y refuerzo son directamente proporcionales a su distancia al eje neutro de la sección excepto para vigas de gran peralte para las cuales se asumirá una distribución no lineal de deformaciones.
- El concreto normal falla al alcanzar una deformación unitaria de aproximadamente 0.003.
- El esfuerzo del acero antes de alcanzar la fluencia será igual al producto de su deformación unitaria por su módulo de elasticidad. Para deformaciones mayores a la de fluencia, el esfuerzo será igual a  $f_y$ .
- Se desprecia la resistencia a la tensión del concreto.
- El concreto y el acero están adheridos entre sí, de tal manera que la deformación del acero es igual a la del concreto, por lo que se desprecia los corrimientos relativos.

**7.1.3. Tipos de falla de elementos sometidos a flexión**

**a. Falla por tracción**

Ocurre cuando el acero entra en su estado de fluencia antes que el concreto alcance su deformación máxima. Se aprecian grandes deflexiones y fisuras antes que la viga colapse, lo que alertaría al usuario.

**b. Falla balanceada**

Ocurre cuando el concreto y el acero alcanzan simultáneamente sus deformaciones de agotamiento (0.003) y de fluencia respectivamente. Esta falla es frágil y no deseada.

**c. Falla por compresión**

Ocurre cuando el concreto llega a su deformación máxima antes que el acero llegue a su estado de fluencia. La falla es frágil y con poca disipación de energía. En el proceso de diseño se debe evitar este tipo de falla.

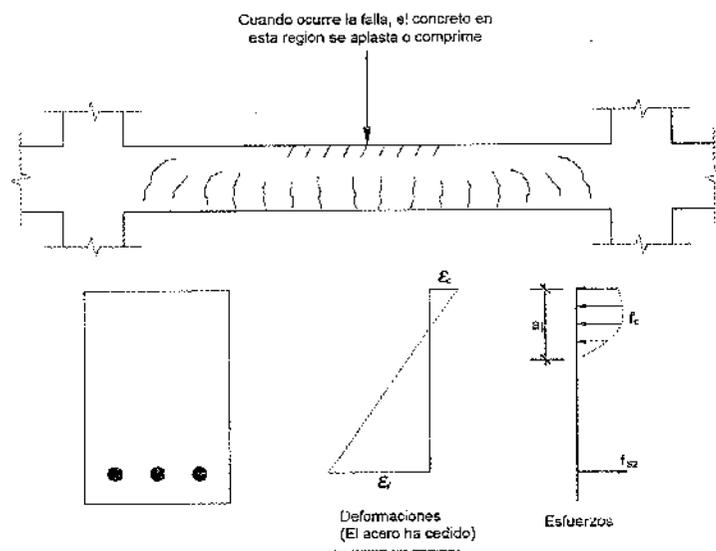


Figura 7.3 La etapa de resistencia última.

**7.1.4. Caracterización del bloque de compresión para el análisis y diseño**

La Figura 7.4 muestra la zona comprimida de una sección de concreto armado sometida a flexión. Se ha supuesto por simplicidad, que la sección es rectangular. Se muestran las deformaciones, asumiendo que las secciones permanecen planas, y los esfuerzos en el concreto.

Para caracterizar el bloque de compresión es necesario conocer los valores de  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$ . El parámetro  $k_1$  permite calcular el área total bajo la curva de compresiones,  $k_2$  permite ubicar la resultante de compresiones y  $k_3$  mide la resistencia máxima del concreto de la sección como fracción de la resistencia obtenida en las probetas de laboratorio. Si se conocen estos tres parámetros, las compresiones en el concreto pueden remplazarse por su resultante  $C_c$  y los cálculos de resistencia se simplifican.

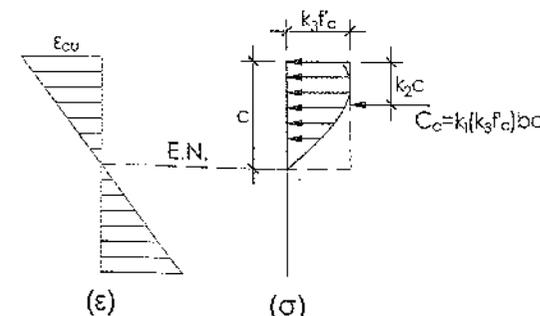


Figura 7.4 Bloque de compresiones en una sección sometida a flexión.

El ACI y la Norma Peruana aceptan remplazar el diagrama "real" de esfuerzos en el concreto, como el mostrado en la Figura 7.4, por un bloque equivalente de compresiones tal como se muestra en la Figura 7.5.

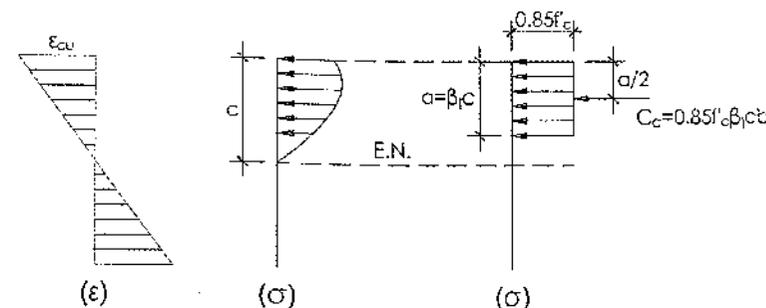


Figura 7.5 Bloque equivalente a compresiones.

A la simplificación adoptada por el ACI se le conoce con el nombre de bloque equivalente de compresiones o Rectángulo de Whitney, quien reemplazo el bloque curvo por un bloque rectangular equivalente de intensidad  $0.85 f'_c$  y altura  $a = \beta_1 c$  como se muestra en la figura. El valor de  $\beta_1 = 0.85$  se mantendrá hasta una resistencia de  $280 \text{ kg/cm}^2$ ; de lo contrario se tendrá que reducir a razón de 0.05 por cada  $70 \text{ kg/cm}^2$ , siendo su mínimo valor permitido  $\beta_1 = 0.65$ .

$$\beta_1 = 0.85 - \left( \frac{f'_c - 280}{70} \right) (0.05) \geq 0.65 \quad (\text{Ec. 7.1})$$

## 7.2. VIGAS SIMPLEMENTE REFORZADAS

### 7.2.1. Determinación de la cuantía balanceada

En la Figura 7.6, se igualará las horizontales C y T para luego despejar el valor de  $a$ .

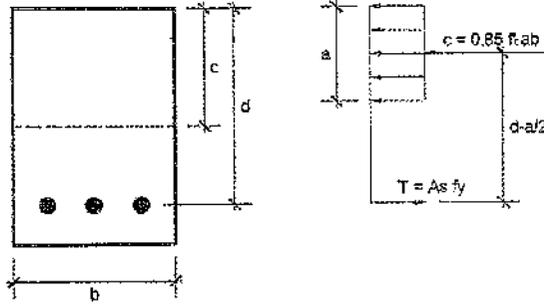


Figura 7.6 Equilibrio de fuerzas.

$$0.85 f'_c ab = A_s f_y \quad a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{\rho f_y d}{0.85 f'_c}$$

Dónde:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} : \text{Porcentaje de acero de tensión (cuantía).}$$

El valor del momento nominal  $M_n$  puede escribirse de la siguiente manera:

$$M_n = T \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s f_y d \left( 1 - \frac{\rho f_y}{1.7 f'_c} \right)$$

Para una viga balanceada, la falla por tensión y compresión será simultánea, de forma repentina y sin aviso. De esta forma hallaremos el valor de la cuantía balanceada. Del siguiente gráfico:

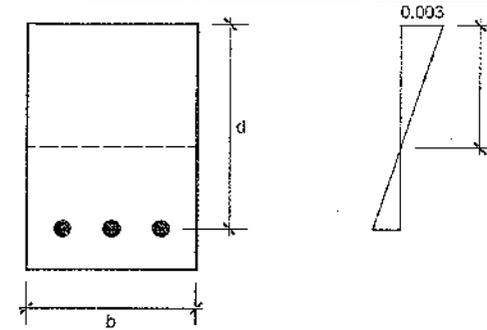


Figura 7.7 Falla balanceada, relación de triángulos.

$$\frac{c}{d} = \frac{0.003}{0.003 + f_y / E_s} \quad \text{Dónde: } E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg / cm}^2$$

$$c = \frac{6000d}{6000 + f_y} \quad (\text{Ec. 7.2})$$

De la ecuación anterior:

$$a = \frac{\rho f_y d}{0.85 f'_c} \quad (\text{Ec. 7.3})$$

Entonces dividiendo entre  $\beta_1$ :

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{\rho f_y d}{0.85 \beta_1 f'_c}$$

Igualando ambos valores para "c" se podrá llegar al valor del porcentaje balanceado  $\rho_b$ .

$$\frac{\rho f_y d}{0.85 \beta_1 f'_c} = \frac{6000d}{6000 + f_y}$$

$$\rho_b = \left( \frac{0.85 \beta_1 f'_c}{f_y} \right) \left( \frac{6000}{6000 + f_y} \right) \quad (\text{Ec. 7.4})$$

## 7.2.2. Determinación de la cuantía del refuerzo

### a. Cuantía máxima del refuerzo

Este valor límite de la cuantía garantiza que en caso de colapso, la estructura genere una falla dúctil, o sea que falle por fluencia del acero de refuerzo y no por aplastamiento del concreto que sería una falla frágil. Esto tiene como objetivo la seguridad pues así daría más tiempo para evacuar la zona que colapsara.

$\rho_{\max} = 0.75\rho_b$ , para elementos que no resisten movimientos sísmicos.

$\rho_{\max} = 0.50\rho_b$ , para elementos que resisten movimientos sísmicos.

### b. Cuantía mínima del refuerzo

En lo siguiente, se especifica la cantidad mínima de acero de refuerzo a utilizarse en cada sección de los miembros en flexión donde se requiera refuerzo de tensión, ya sea por momento positivo o negativo. Siendo  $b_w$  el alma de las vigas.

$$A_{s,\min} = \frac{0.7\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad (\text{E.060--2009}) \quad (\text{Ec. 7.5})$$

Siempre que no sea menor que:

$$A_{s,\min} = \frac{14.1}{f_y} b_w d \quad (\text{ACI-318-2014}) \quad (\text{Ec. 7.6})$$

## 7.2.3. Diseño de elementos sometidos a flexión

Para poder entrar al tema de diseño de una viga sometida a flexión, tendremos que tener en cuenta ciertos detalles que a continuación se especifica.

En todo proyecto se requiere diseñar minimizando costos. Para vigas cortas (luces de 6 ó 7 metros) la relación del alma de la viga ( $b$ ) entre el peralte efectivo ( $d$ ) debe ser de 3/4. Para vigas más largas, se recomienda una relación de 1/3 o 1/4.

$$\frac{b}{d} = \frac{3}{4}, \quad \frac{b}{d} = \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$$

En la selección de barras, cuando ya tenemos el valor del área del acero, usualmente es conveniente usar barras de solo un tamaño en una viga, aunque ocasionalmente se usan dos. Además la distribución del acero de refuerzo debe ser simétrica.

El acero tiene que ser protegido y rodeado completamente por el concreto, por lo que se emplea el término recubrimiento. Este recubrimiento protege al acero de la corrosión y temperatura, así como mejora la adherencia con el concreto. En la sección 20.6.1 del código ACI 318 – 2014 se especifica los recubrimientos para cada espesor de acero, dependiendo de muchos factores entre ellos, el tipo de elemento (columna, viga, losa, etc.).

La distancia entre las barras paralelas no debe ser menor de 25 mm o menor del diámetro nominal de la barra.

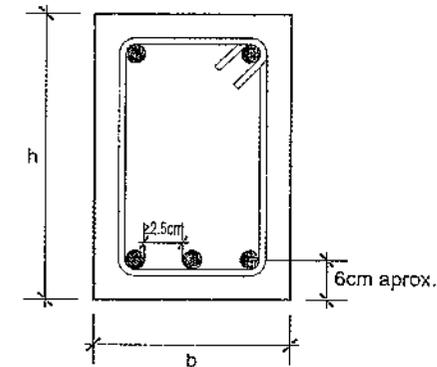


Figura 7.8 Espaciamento de varillas.

Se tiene como dato la carga viva, carga muerta y las dimensiones de la viga ( $L$ ,  $b$  y  $d$ ) predimensionadas en el capítulo III; de este modo, hallaremos la cuantía de refuerzo para dicha viga de su respectivo cuadro, teniendo en cuenta que el valor del momento nominal depende de la geometría y cargas de cada elemento:

$$W_u = 1.4D + 1.7L \quad (\text{Ec. 7.7})$$

$$M_u = \frac{W_u L^2}{i} \quad (\text{Ec. 7.8})$$

$W_u$ : carga a considerarse sobre el elemento

$i$ : coef. que depende de la distribución geométrica y espacial de la viga.

Con el valor del momento nominal, hallaremos el valor de la cuantía ( $\rho$ ) con un proceso iterativo:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)}, \quad a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

Se recomienda que la iteración empiece con un valor de  $a = d/5$ . Con este valor del  $A_s$ , hallamos el valor de la cuantía:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (\text{Ec. 7.9})$$

### 7.3. VIGAS DOBLEMENTE REFORZADAS

El acero que se usa ocasionalmente en el lado de compresión de la viga se denomina acero en compresión, las vigas con acero en tracción y compresión se denominan vigas doblemente reforzadas. El acero en compresión no es normalmente requerido en secciones diseñadas por el método de resistencia, porque el uso de la resistencia total a compresión del concreto disminuye la necesidad de tal refuerzo.

El acero en compresión es muy efectivo para reducir las deflexiones a largo plazo por contracción y fluencia plástica del concreto. Además se emplearán para los casos de momentos mínimos o como barras de soporte para los estribos.

- Si el acero en tracción es tal que su cuantía ( $\rho$ ) es igual o menor a  $\rho_{\max} = 0.75\rho_o$ , puede dimensionarse la influencia del refuerzo en compresión y se analizara como una viga simplemente reforzada en tracción.
- Si la cuantía de la armadura de tracción es superior a  $0.75\rho_o$ , se presentaran dos casos:
  - a) Cuando el acero en compresión llega a la fluencia en el instante de la falla.
  - b) Cuando el acero en compresión no alcanza la fluencia en el instante de la falla.

En ambos casos supondremos que el acero de tracción llega a la fluencia; lo que es posible manteniendo la cuantía del acero en tracción por debajo de cierto límite denominado cuantía balanceada.

#### a. Cuantía balanceada para viga rectangular con acero en compresión

Se denomina así a una cierta cuantía ideal que hace que la viga inicie la falla simultáneamente por fluencia del acero en tracción y por aplastamiento del concreto en la zona en compresión.

En el estado ideal supondremos que al iniciarse la falla, el acero en tracción a alcanzado totalmente el punto de fluencia, supondremos en la deducción de las ecuaciones que no ha llegado a la fluencia.

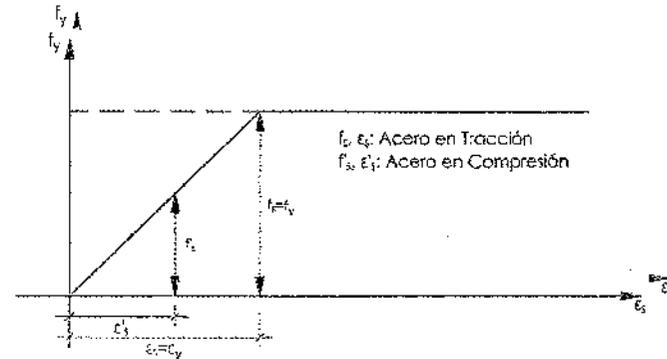


Figura 7.9 Grafico  $\epsilon_s / f_y$ .

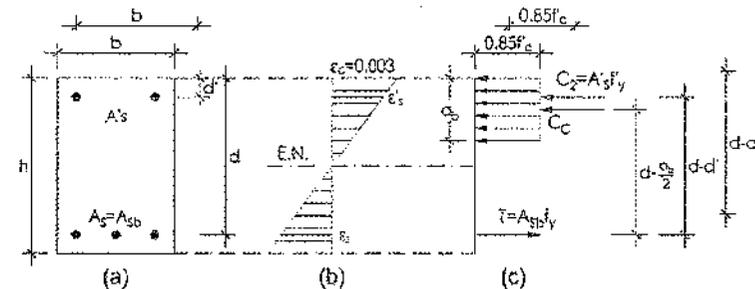


Figura 7.10 Equilibrio de fuerzas.

De la Figura 7.10 (c), por equilibrio:

$$-0.85 f'_c a_c b - A'_s f'_s + A_{sb} f_y = 0$$

$$A_{sb} f_y = 0.85 f'_c a_c b + A'_s f'_s$$

Denominando:

$$\bar{\rho} = \frac{A_s}{bd}, \quad \bar{\rho}_b = \frac{A_{sb}}{bd}, \quad \rho' = \frac{A'_s}{bd}$$

$$\bar{\rho}_b b d f_y = 0.85 f'_c \beta_1 c_b b + \rho' b d f'_s$$

$$\bar{\rho}_b = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{c_b}{d} + \rho' \frac{f'_s}{f_y} \quad (\text{Ec. 7.10})$$

De la Figura 7.10 (b):

$$\frac{\varepsilon_u}{c_b} = \frac{\varepsilon_y}{d - c_b} \rightarrow c_b = \frac{\varepsilon_c d}{\varepsilon_c + \frac{f_y}{E_s}}$$

$$c_b = \frac{0.003d}{0.003 + \frac{f_y}{2 \times 10^6}} = \left( \frac{6000d}{6000 + f_y} \right) d \quad (\text{Ec. 7.11})$$

Reemplazando la (Ec. 7.11) en (Ec. 7.10):

$$\bar{\rho}_b = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \left( \frac{6000d}{6000 + f_y} \right) + \rho' \frac{f'_s}{f_y}$$

Dónde:

$$\rho_b = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \left( \frac{6000d}{6000 + f_y} \right)$$

$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \frac{f'_s}{f_y} \quad (\text{Ec. 7.12})$$

De la Figura 7.10 (b):

$$\frac{\varepsilon_c}{c_b} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon'_s}{d'} \rightarrow \varepsilon'_s = \varepsilon_c \left( 1 - \frac{d'}{c_b} \right) (*)$$

Reemplazando (Ec. 7.2) en (\*):

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_c - \left( \varepsilon_c - \frac{f_y}{E_s} \right) \frac{d'}{d}$$

$$\varepsilon'_s = 0.003 - \left( 0.003 - \frac{f_y}{E_s} \right) \frac{d'}{d}$$

$$f'_s = E_s \left[ 0.003 - \left( 0.003 - \frac{f_y}{E_s} \right) \frac{d'}{d} \right] \quad (\text{Ec. 7.13})$$

$$f'_s \leq f_y$$

Con la formula (Ec. 7.13) hallaremos  $f'_s$ , el cual reemplazaremos en (Ec. 7.12) y hallamos la cuantía balanceada.

Por lo tanto, la cuantía máxima de acero permitida por el código ACI es:

$$\bar{\rho}_{\max} = 0.75 \left( \rho_b + \rho' \frac{f'_s}{f_y} \right) \quad (\text{Ec. 7.14})$$

En el diseño debemos observar que  $\bar{\rho} = \frac{A_s}{bd}$  debe ser menor que  $\bar{\rho}_{\max}$

para obtener una falla en rotura gradual (falla dúctil), con la posibilidad que se advierta a tiempo la avería. La rotura debido al aplastamiento del concreto (falla frágil) es repentina y sin aviso.

**b. Cuantía mínima del acero en tracción para que el acero en compresión alcance la fluencia.**

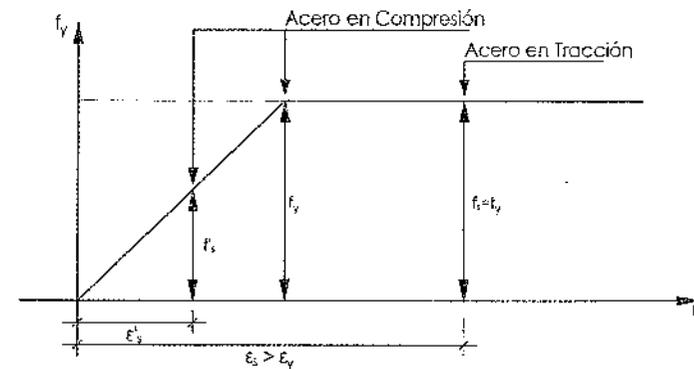


Figura 7.11 Grafico  $\varepsilon_s / f_y$ .

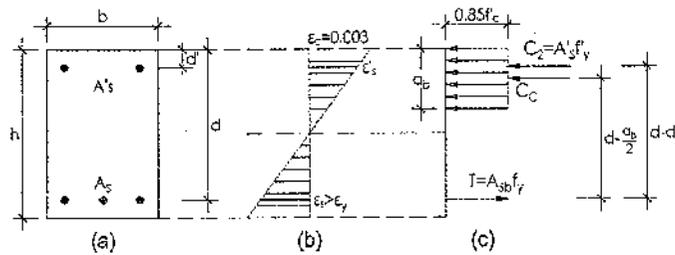


Figura 7.12 Equilibrio de fuerzas.

De la Figura 7.12 (c), por equilibrio:

$$-0.85 f'_c ab - A'_s f'_y + A_s b f_y = 0$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd}, \quad \rho' = \frac{A'_s}{bd}$$

$$\rho b d f_y = 0.85 f'_c \beta_1 c b + \rho' b d f'_y \quad (\text{Ec. 7.15})$$

En la ecuación (Ec. 7.15) suponemos que todas las cantidades son conocidas y tienen un valor constante, con excepción de  $\rho$  y  $f'_s$ , que son variables. Al incrementar la  $\rho$ ,  $f'_s$  se incrementa también, llegará el momento en que  $f'_s$  tome el valor de  $f_y$ , al valor correspondiente de  $\rho$  lo determinaremos  $\bar{\rho}_{\min}$  y la ecuación (Ec. 7.15) tomará la forma:

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{c}{d} + \rho' \quad (\text{Ec. 7.16})$$

De la Figura 7.12 (b), cuando  $A'_s$  ha llegado a la fluencia,  $\epsilon'_s = \epsilon_y$

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c - \epsilon_y}{d'} \rightarrow c = \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon_y} \right) d'$$

$$c = \left( \frac{0.003}{0.003 - \frac{f_y}{E_s}} \right) d' \rightarrow c = \left( \frac{6000}{6000 - f_y} \right) d'$$

Reemplazando en la ecuación (Ec. 7.16):

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \left( \frac{6000}{6000 - f_y} \right) \frac{d'}{d} + \rho' \quad (\text{Ec. 7.17})$$

Si la cuantía de la armadura de tracción es menor a este valor límite, la tensión del acero en compresión en el momento de la rotura es inferior a la tensión de la fluencia.

**1er caso: El acero en compresión fluye:  $\epsilon'_s \geq \epsilon_y$**

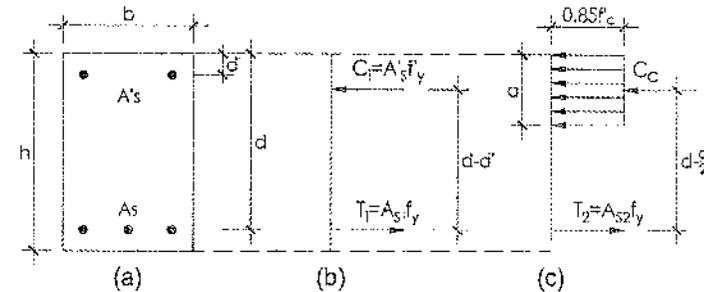


Figura 7.13 Equilibrio de fuerzas cuando  $A'_s$  fluye.

En la Figura 7.13 (b), del equilibrio:

$$A'_s f'_y = A_{s1} f_y$$

$$f'_y = f_y \rightarrow A_{s1} = A'_s$$

El momento nominal es:

$$M_{n1} = A'_s f_y (d - d') \quad (\text{Ec. 7.18})$$

Si  $A'_s$  fluye:  $A_{s2} = A_s - A'_s$

En la Figura 7.13 (c), del equilibrio ( $C_c = T_2$ ):

$$a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0.85 f'_c b} \quad (\text{Ec. 7.19})$$

$$M_{n2} = (A_s - A_s') f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (\text{Ec. 7.20})$$

El momento nominal será:  $M_n = M_{n1} + M_{n2}$

$$M_n = A_s' f_y (d - d') + (A_s - A_s') f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (\text{Ec. 7.21})$$

2do caso: El acero en compresión no fluye:  $\epsilon_s' < \epsilon_y$

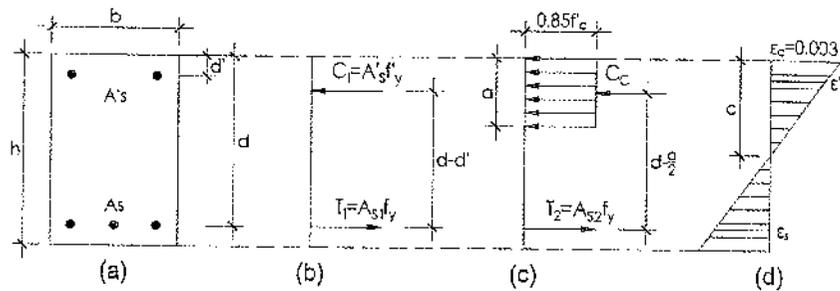


Figura 7.14 Equilibrio de fuerzas cuando  $A_s'$  no fluye.

De la Figura 7.14 (b), por equilibrio:

$$A_s' f_y' = A_{s1} f_y \rightarrow A_{s1} = \frac{A_s' f_y'}{f_y}$$

$$M_{n1} = A_s' f_y' (d - d') \quad (\text{Ec. 7.22})$$

De la Figura 7.14 (c), tenemos:

$$A_{s2} = A_s - A_{s1}$$

$$a = \frac{A_s f_y - A_s' f_s'}{0.85 f_c' b} \quad (\text{Ec. 7.23})$$

$$M_{n2} = (A_s f_y - A_s' f_s') \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (\text{Ec. 7.24})$$

El momento nominal será:  $M_n = M_{n1} + M_{n2}$

$$M_n = A_s' f_s' (d - d') + (A_s f_y - A_s' f_s') \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (\text{Ec. 7.25})$$

En la ecuación (Ec. 7.25)  $f_s'$  se calculará de la Figura 7.14 (d):

$$\frac{c}{\epsilon_c} = \frac{(c - d')}{\epsilon_s'} \rightarrow \frac{c}{0.003} = \frac{(c - d')}{\epsilon_s'}$$

Sabemos:

$$f_s' = E_s \epsilon_s' \rightarrow E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s' = 6000 \left( \frac{c - d'}{c} \right), \quad a = \beta_1 c$$

$$f_s' = 6000 \left( \frac{a - \beta_1 d'}{a} \right) \quad (\text{Ec. 7.26})$$

#### 7.4. RECOMENDACIÓN DE ESPACIAMIENTO DE ESTRIBOS EN ELEMENTOS EN FLEXIÓN (VIGAS)

SEGÚN NORMA E.060 - 2009

##### a. Zona de confinamiento

En ambos extremos del elemento deben disponerse estribos cerrados de confinamiento en longitudes iguales a dos veces el peralte del elemento medido desde la cara del elemento de apoyo hacia el centro de la luz. Los estribos serán como mínimo de 3/8" para barras longitudinales de hasta 1" de diámetro y de 1/2" para barras longitudinales de mayor diámetro. El primer estribo cerrado de confinamiento debe estar situado a no más de 50 mm de la cara del elemento de apoyo. El espaciamiento de los estribos cerrados de confinamiento no debe exceder de:

- (a)  $d/4$ ;
- (b) Ocho veces el diámetro de la barra longitudinal confinada de menor diámetro;
- (c) 24 veces el diámetro de la barra del estribo cerrado de confinamiento;
- (d) 300 mm.

**b. Zona central**

Los estribos deben estar espaciados a no más de  $d/2$  a lo largo de la longitud del elemento. En todo el elemento la separación de los estribos, no deberá ser mayor que la requerida por fuerza cortante.

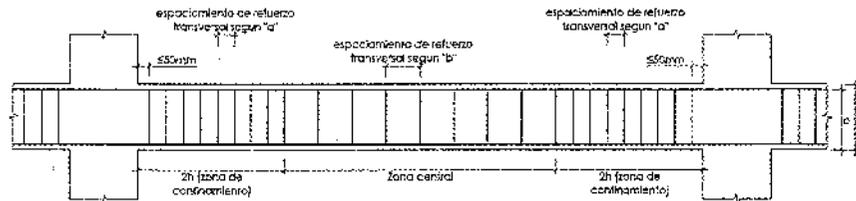


Figura 7.15 Requerimiento de estribos en vigas – E060.

**7.5. DISEÑO POR CORTE**

El diseño de secciones transversales sometidas a fuerza cortante debe estar basado en la siguiente ecuación (Diseño por Resistencia):

$$\phi V_n \geq V_u \quad (\text{Ec. 7.27})$$

Donde  $V_u$  es la fuerza cortante amplificada en la sección considerada y  $V_n$  es la resistencia nominal al cortante calculada mediante:

$$V_n = V_c + V_s \quad (\text{Ec. 7.28})$$

De la ecuación anterior,  $V_c$  es la resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto,  $V_s$  es la resistencia nominal al cortante proporcionada por el refuerzo de cortante, ambas calculadas de acuerdo a las disposiciones de este Capítulo.

Al determinar  $V_c$  y cuando sea aplicable, deben incluirse los efectos de tracción axial debida al flujo plástico y retracción en elementos restringidos y los efectos de la compresión inclinada por flexión en los elementos de altura variable. En elementos de peralte variable, la fuerza cortante interna en cualquier sección, aumenta o disminuye debido a la componente vertical de la resultante de los esfuerzos de compresión por flexión o de la componente vertical de la resultante de las fuerzas de tracción por flexión en el acero de refuerzo.

**Cortante del concreto**

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}b_wd \quad (\text{Ec. 7.29})$$

**Calculo del cortante del refuerzo**

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} + V_c \rightarrow s = \frac{A_v f_y d}{V_s}$$

**Requisitos mínimos para el diseño por fuerza cortante en vigas**

**Caso I:**  $V_n \leq \frac{V_c}{2}$ , no necesita refuerzo por corte.

**Caso II:**  $\frac{V_c}{2} < V_n \leq V_c$

$$A_{v\min} = 3.5b_w \frac{s}{f_y} \rightarrow s \leq \frac{d}{2}, s \leq 60\text{cm}$$

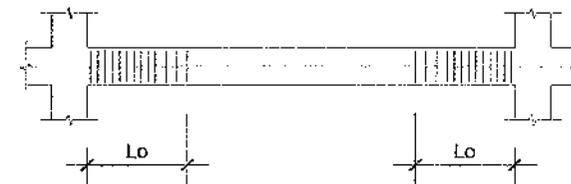
**Caso III:**  $V_n \geq V_c$ , tenemos:

**Caso A:**  $V_s \leq 2V_c \rightarrow s \leq \frac{d}{2}, s \leq 60\text{cm}$

**Caso B:**  $2V_c < V_s < 4V_c \rightarrow s \leq \frac{d}{4}, s \leq 30\text{cm}$

**Caso C:**  $V_s > 4V_c \rightarrow$  no se permite.

**Requisitos para elementos que resisten fuerzas de sismo (Según norma E.060) – 2009**



$$L_o \leq 2h \rightarrow s_{\max} \leq \frac{d}{4}$$

Fuera de la zona de confinamiento ( $L_o$ )

$$s \leq \frac{d}{2}, s_{\max} \leq 30\text{cm}$$

7.6. VERIFICACIÓN DE DEFLEXIONES

7.6.1. Consideraciones generales

Los miembros de concreto reforzado sometidos a flexión deben diseñarse para que tengan una rigidez adecuada con el fin de limitar cualquier deflexión o deformación que pudiese afectar adversamente la resistencia o el funcionamiento de la estructura.

Las deflexiones calculadas no deben exceder los límites establecidos en la Tabla 7.1.

Tabla 7.1 Deflexión máxima admisible calculada, ACI318 - 2016.

Miembro	Condición		Deflexión considerada	Límite de deflexión
Cubiertas planas	Que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes		Deflexión inmediata debida a $L_r, S$ y $R$ .	$L / 180^{[2]}$
Entrepisos			Deflexión inmediata debida a $L$ .	$L / 360$
Cubiertas y entrepisos	Soporten o están ligados a elementos no estructurales	Susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional). <sup>[2]</sup>	$L / 480^{[3]}$
		No susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.		$L / 240^{[4]}$

<sup>[1]</sup> Este límite no tiene por objeto constituirse en una salvaguarda contra el empozamiento de agua. El empozamiento de agua se debe verificar mediante cálculos de deflexiones, incluyendo las deflexiones debidas al agua estancada, y considerando los efectos a largo plazo de todas las cargas permanentes, la contraflecha, las tolerancias de construcción y la confiabilidad en las medidas tomadas para el drenaje.

<sup>[2]</sup> Las deflexiones a largo plazo deben determinarse de acuerdo con "b" y se pueden reducir en la cantidad de deflexión calculada que ocurra antes de unir los elementos no estructurales. Esta cantidad se determina basándose en datos de ingeniería aceptables correspondiente a las características tiempo-deflexión de miembros similares a los que se están considerando.

<sup>[3]</sup> Este límite se puede exceder si se toman medidas adecuadas para prevenir daños en los elementos apoyados o ligados.

<sup>[4]</sup> Este límite no puede exceder la tolerancia proporcionada para los elementos no estructurales.

7.6.2. Calculo de deflexiones inmediatas

Las deflexiones inmediatas deben calcularse mediante los métodos o fórmulas usuales para deflexiones elásticas, teniendo en cuenta los efectos de la fisuración y del refuerzo en la rigidez del miembro.

Al determinar las deflexiones debe tenerse en cuenta el efecto de la variación de las propiedades de la sección transversal, tal como el efecto de las cartelas.

Las deflexiones en los sistemas de losas en dos direcciones deben calcularse teniendo en cuenta el tamaño y forma del panel, las condiciones de apoyo y la naturaleza de las restricciones en los bordes del panel.

Para los miembros no preesforzados, el momento de inercia efectivo,  $I_e$ , se puede calcular con la ecuación (Ec. 7.18), a menos que se obtenga mediante un análisis más completo, pero  $I_e$  no puede ser mayor que  $I_g$ .

$$I_e = \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \quad (Ec. 7.30)$$

Donde  $M_{cr}$  se calcula por medio de:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (Ec. 7.31)$$

Para losas continuas en una dirección y vigas continuas se permite tomar  $I_e$  como el promedio de los valores obtenidos con la ecuación (Ec. 7.30) para las secciones críticas de momento positivo y negativo.

Para losas en una dirección y vigas prismáticas, se permite tomar  $I_e$  como el valor obtenido con la ecuación (Ec. 7.30) en el centro de la luz para tramos simples y continuos y en el apoyo para voladizos.

7.6.3. Calculo de Deflexiones Dependientes del Tiempo

A menos que se haga un análisis más completo, la deflexión diferida o adicional en el tiempo, resultante del flujo plástico del concreto y de la retracción de los elementos en flexión, podrá estimarse multiplicando la deflexión inmediata causada por las cargas sostenidas (carga muerta y la porción de carga viva que se prevé actuará permanentemente) por el factor  $\lambda_\Delta$ .

$$\lambda_a = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \quad (\text{Ec. 7.32})$$

Donde  $\rho'$  es la cuantía del acero en compresión calculado en la mitad de la luz para tramos simples y continuos y en el punto de apoyo para voladizos. Puede tomarse  $\xi$ , el factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas, se encuentran definidos en la Tabla 7.2.

Tabla 7.2 factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas.

Duración de la carga sostenida (meses)	Factor dependiente del tiempo ( $\xi$ )
3	1.0
6	1.2
12	1.4
60 ó más	2.0

Para otras duraciones de las cargas sostenidas, se podrá usar el gráfico a que se presenta a continuación.

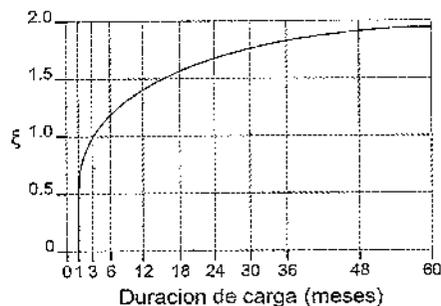


Figura 7.16 Factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas.

## 7.7. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

### a. Ejemplo 01

En la Figura 7.17 se muestra el diagrama de momento flector y de fuerza cortante para una viga de  $35\text{cm} \times 70\text{cm}$ . Calcular el acero de refuerzo por flexión y corte. ( $f'_c = 210\text{kg/cm}^2$ ,  $f_y = 4200\text{kg/cm}^2$ ).

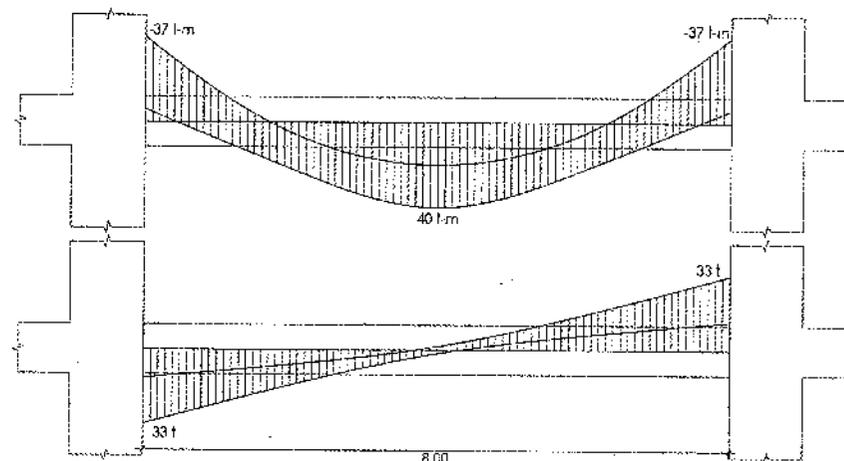


Figura 7.17 Diagrama de Momento Flector (t-m) y Fuerza cortante (t).

#### Solución:

##### Diseño por flexión

Para el cálculo del acero de refuerzo longitudinal, haremos uso de las ecuaciones empleadas para el diseño por flexión:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 b f'_c} \quad A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)}$$

Para el momento negativo  $M_u^- = 37\text{ton-m}$  calcularemos el área de acero requerido:

Considerando  $d = 70 - 6 = 64\text{cm}$ ,  $a = d/5 = 12.80\text{cm}$

$$A_s = \frac{37 \times 10^5}{0.9(4200) \left( 64 - \frac{12.80}{2} \right)} = 16.99\text{cm}^2 \rightarrow a = \frac{16.99 \times 4200}{0.85 \times 35 \times 210} = 11.42\text{cm}$$

Considerando  $a = 11.42 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{37 \times 10^5}{0.9(4200) \left( 64 - \frac{11.42}{2} \right)} = 16.79 \text{ cm}^2 \rightarrow a = \frac{16.79 \times 4200}{0.85 \times 35 \times 210} = 11.29 \text{ cm}$$

Considerando  $a = 11.29 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{37 \times 10^5}{0.9(4200) \left( 64 - \frac{11.29}{2} \right)} = 16.77 \text{ cm}^2 \rightarrow a = \frac{16.77 \times 4200}{0.85 \times 35 \times 210} = 11.27 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el área de acero a utilizar para los apoyos será de  $A_s = 16.77 \text{ cm}^2$ .

De la misma forma hallaremos el área de acero el centro de la viga para el momento positivo  $M_u^+ = 40 \text{ ton} \cdot \text{m}$ .

Considerando  $d = 70 - 6 = 64 \text{ cm}$ ,  $a = d/5 = 12.80 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{40 \times 10^5}{0.9(4200) \left( 64 - \frac{12.80}{2} \right)} = 18.37 \text{ cm}^2 \rightarrow a = \frac{18.37 \times 4200}{0.85 \times 35 \times 210} = 12.35 \text{ cm}$$

Considerando  $a = 12.35 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{40 \times 10^5}{0.9(4200) \left( 64 - \frac{12.35}{2} \right)} = 18.30 \text{ cm}^2 \rightarrow a = \frac{18.30 \times 4200}{0.85 \times 35 \times 210} = 12.30 \text{ cm}$$

Considerando  $a = 12.30 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{40 \times 10^5}{0.9(4200) \left( 64 - \frac{12.30}{2} \right)} = 18.29 \text{ cm}^2 \rightarrow a = \frac{18.29 \times 4200}{0.85 \times 35 \times 210} = 12.30 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el área de acero en el centro de la viga será  $A_s = 18.29 \text{ cm}^2$ .

$$\text{Acero mínimo: } A_{s,\min} = 0.70 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d = 0.70 \frac{\sqrt{210}}{4200} 35 * 64 = 5.41 \text{ cm}^2$$

El refuerzo superior será de  $2\phi 1"$  en toda la viga y bastones de  $3\phi 3/4"$  en la zona de los apoyos ( $18.69 \text{ cm}^2$ ), y el refuerzo inferior será de  $2\phi 1"$  en toda la viga y un refuerzo central de  $3\phi 3/4"$  ( $18.69 \text{ cm}^2$ ). Ver en la Figura 7.18.

### Diseño por corte

De la Figura 7.17 tenemos que la fuerza cortante última es de  $V_u = -33 \text{ t}$ , procederemos a calcular la resistencia al corte del concreto para nuestra viga:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d = 0.53 \sqrt{210} \times 35 \times 64 = 17.20 \text{ ton}$$

Cortante nominal:

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} = \frac{33 \text{ ton}}{0.85} = 38.82 \text{ ton}$$

Calculando el cortante del acero:

$$V_s = \frac{V_n}{\phi} - V_c = \frac{33}{0.85} - 17.20 = 21.62 \text{ ton}$$

Tenemos que  $V_n \geq V_c$  y  $V_s \leq 2V_c$

Considerando estribos de  $\phi 3/8"$  tenemos:

$$S = \frac{2A_{est} f_y}{V_s} = \frac{2 * 0.71 * 4200}{21.62 * 1000} = 27.59 \text{ cm}$$

De las recomendaciones del RNE tenemos que el espaciamiento máximo en la zona de confinamiento es:

$$S_{\max} \leq \left( \frac{d}{4}, 6\phi_{bl,\min}, 24\phi_{est}, 15 \text{ cm} \right)$$

$$S_{\max} \leq (16 \text{ cm}, 11.43 \text{ cm}, 22.86 \text{ cm}, 15 \text{ cm})$$

Espaciamiento máximo en la zona central:

$$S = \frac{d}{2} = \frac{64}{2} = 32 \text{ cm}$$

Por lo tanto, considerando la longitud de confinamiento  $L_o = 2h = 1.40m$ , nuestra distribución de estribos será la siguiente:

$$Est. \phi 3/8": 1@0.05, 14@0.10, 3@0.15, Rto@0.25c/e$$

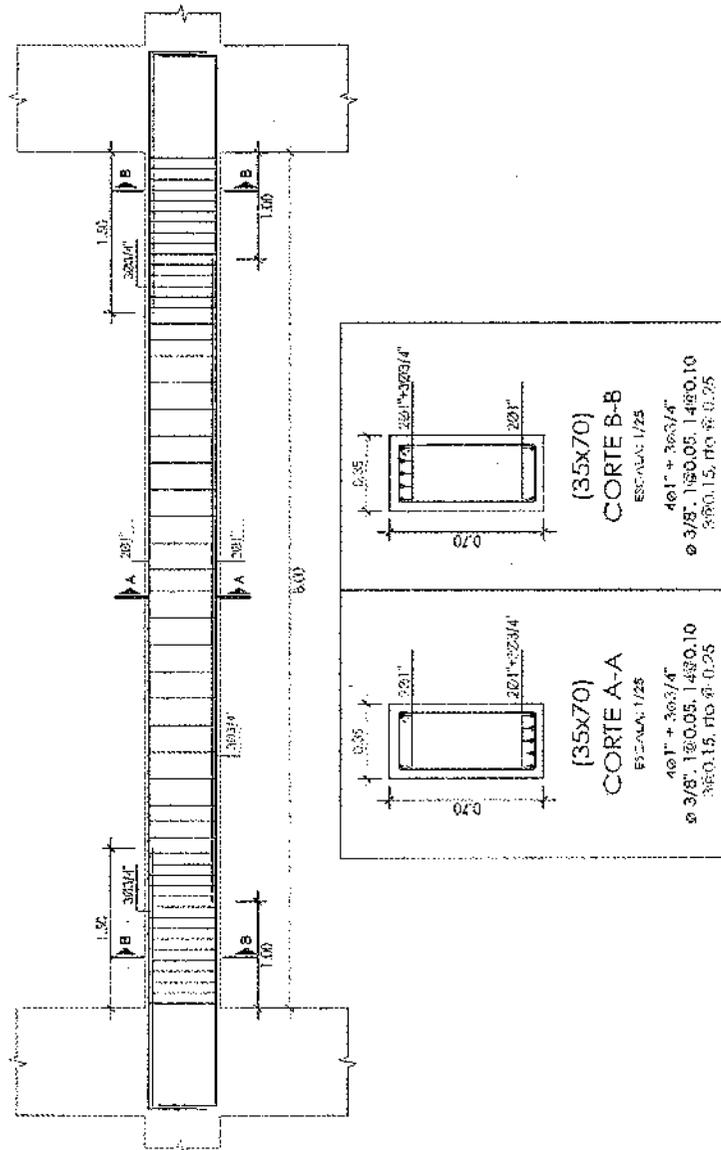


Figura 7.18 Detalle de viga - ejemplo 01.

**b. Ejemplo 02**

En la Figura 7.19 se muestra el diagrama de momento flector (t-m) y de fuerza cortante (t) para una viga de 35cmx70cm que esta entre placas. Calcular el acero de refuerzo por flexión y corte. ( $f'_c = 280kg/cm^2$ ,  $f_y = 4200kg/cm^2$ ).

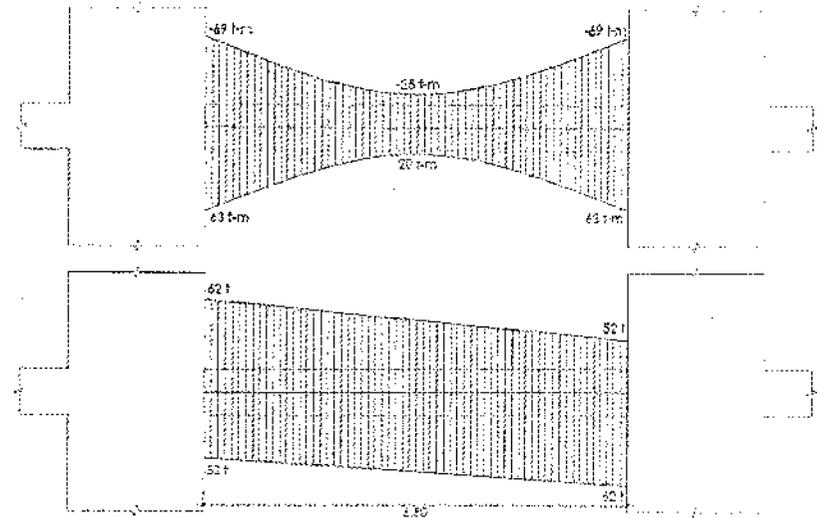


Figura 7.19 Diagrama de Momento Flector (t-m) y Fuerza cortante (t).

**Solución:**

**Diseño por flexión**

Calcularemos las áreas de acero de refuerzo del mismo modo que se calcularon para el ejemplo anterior, los resultados se muestran en la Tabla 7.3 y Tabla 7.4.

Tabla 7.3 Acero de refuerzo por momentos negativos.

$M_u^- = 69\text{ton} - m$		$M_u^- = 25\text{ton} - m$	
$a(cm)$	$A_s(cm^2)$	$a(cm)$	$A_s(cm^2)$
12.20	33.25	12.80	11.48
16.76	34.69	5.79	10.82
17.49	34.93	5.46	10.79
17.61	34.97	5.44	10.79
17.63	34.98	5.44	10.79

Tabla 7.4 Acero de refuerzo por momentos positivos.

$M_u^+ = 63 \text{ ton} - \text{m}$		$M_u^+ = 20 \text{ ton} - \text{m}$	
$a(\text{cm})$	$A_s(\text{cm}^2)$	$a(\text{cm})$	$A_s(\text{cm}^2)$
12.20	30.36	12.80	9.19
15.31	31.24	4.63	8.56
15.75	31.37	4.32	8.56
15.82	31.39	4.31	8.56
<b>15.83</b>	<b>31.40</b>	<b>4.31</b>	<b>8.56</b>

Acero en una capa:  $d = h - 6 = 64 \rightarrow a = 12.80 \text{ cm}$   
 Acero en dos capas:  $d = h - 9 = 61 \rightarrow a = 12.20 \text{ cm}$

Para los momentos negativos de los apoyos se requieren  $7\phi 1'' (35.49 \text{ cm}^2)$  y el momento negativo del centro  $3\phi 1'' (15.21 \text{ cm}^2)$ .

Por lo tanto colocaremos un refuerzo en toda la viga de  $3\phi 1''$  superior e inferior. Adicionalmente calcularemos la longitud de los bastones de refuerzo ( $4\phi 1''$ ) en los apoyos, para ello calcularemos el momento resistente del refuerzo de  $3\phi 1''$ .

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 b f'_c} \quad M_r = \phi A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

$$a = \frac{15.21 * 4200}{0.85 * 35 * 280} \rightarrow a = 7.67 \text{ cm}$$

$$M_r = 0.9 * 15.21 * 4200 \left( 64 - \frac{7.67}{2} \right) * 10^{-5} = 34.59 \text{ t} - \text{m}$$

En la Figura 7.20 observamos que a 2 metros tenemos un momento último de  $32.5 \text{ t} - \text{m}$ , el cual puede ser resistido por las varilla que van a todo lo largo de la viga.

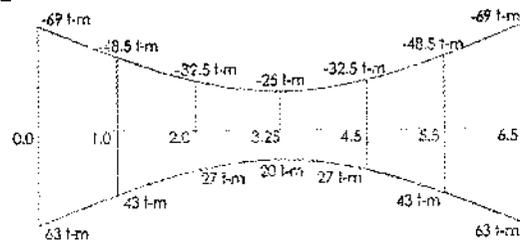


Figura 7.20 Diagrama de Momento Flector.

### Diseño por corte

De la Figura 7.19 tenemos que la fuerza cortante última es de  $V_u = -62 \text{ t}$ , procederemos a calcular la resistencia al corte del concreto de  $f'_c = 280 \text{ kg} / \text{cm}^2$ :

$$V_c = 0.53 \sqrt{280} * 35 * 61 = 18.93 \text{ ton}$$

Cortante nominal:

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} = \frac{62 \text{ ton}}{0.85} = 72.94 \text{ ton}$$

Calculando el cortante del acero:

$$V_s = \frac{V_n}{\phi} - V_c = \frac{62}{0.85} - 18.93 = 54.01 \text{ ton}$$

Tenemos que  $V_n \geq V_c$  y  $2V_c \leq V_s \leq 4V_c$

Considerando estribos de  $\phi 3/8''$  tenemos:

$$S = \frac{2 A_{est} f_y}{V_s} = \frac{2 * 0.71 * 4200}{54.01 * 1000}$$

$$S = 11.04 \text{ cm}$$

Ahora calcularemos el espaciamiento de estribos al centro de viga, la cual presenta una cortante última de  $57 \text{ t}$

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{57}{0.85} - 18.93 = 48.13 \text{ ton}$$

$$S = \frac{2 A_{est} f_y}{V_s} = \frac{2 * 0.71 * 4200}{48.13 * 1000}$$

$$S = 12.39 \text{ cm}$$

De acuerdo a lo requerido, se colocarán estribos a  $10 \text{ cm}$  en toda la longitud de la viga.

$$\phi 3/8'' : 1 @ 0.05, Rto @ 0.10 \text{ c} / \text{e}$$

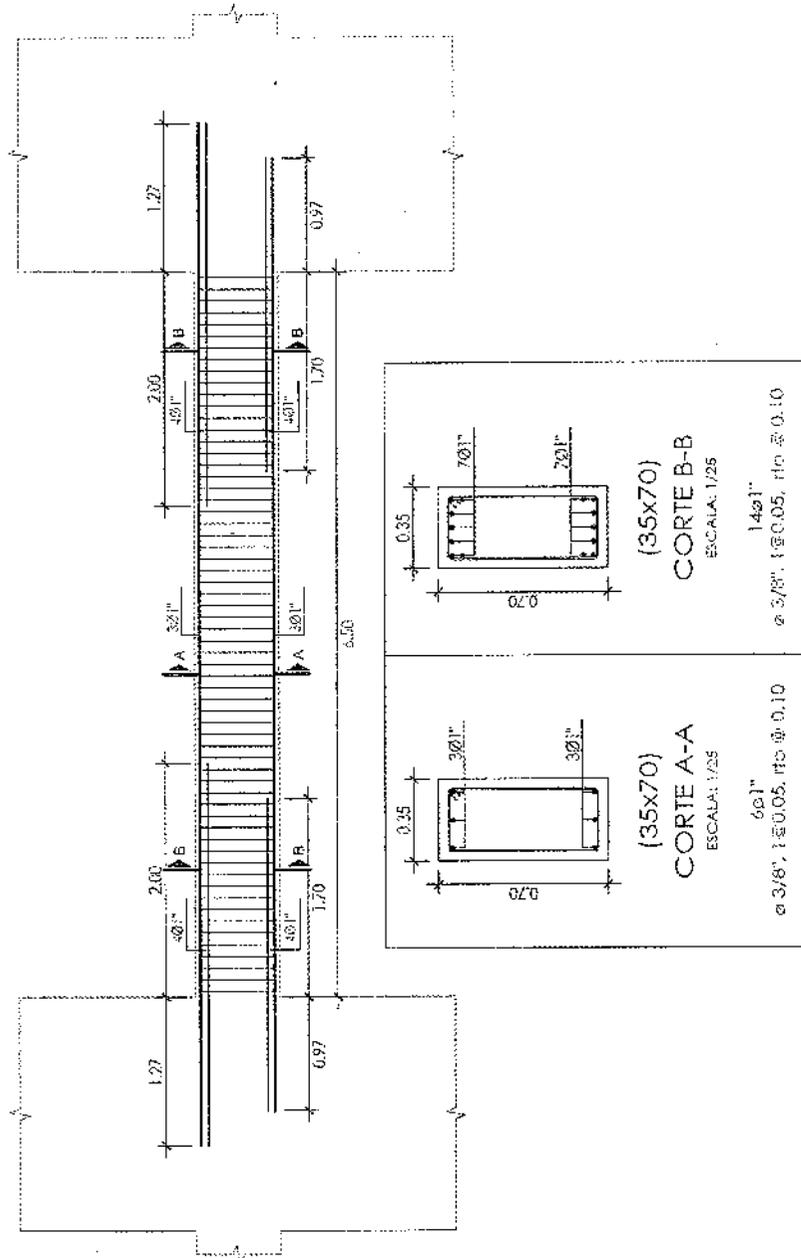


Figura 7.21 Esquema de viga - ejemplo 02.

c. Ejemplo 03

En la Figura 7.22 se muestra el diagrama de momento flector refuerzo de una viga doblemente reforzada de  $40\text{cm} \times 90\text{cm}$ ,  $L_n = 11.20\text{m}$ . Verificar si el acero de refuerzo es suficiente para soportar los momentos actuantes últimos. ( $f'_c = 280\text{kg/cm}^2$ ,  $f_y = 4200\text{kg/cm}^2$ ).

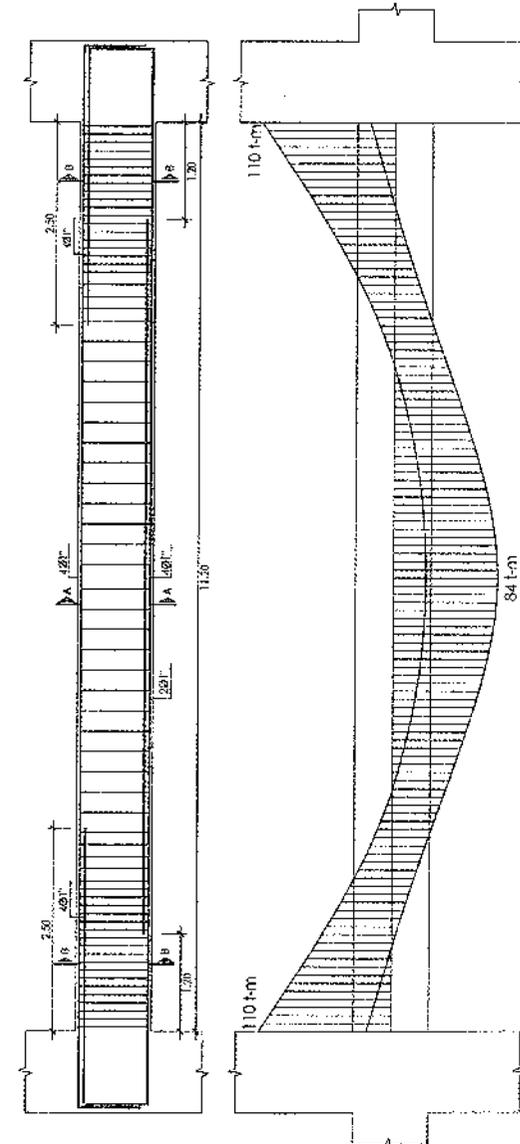


Figura 7.22 Viga - ejemplo 03.

**Solución:**

**Momento resistente en el apoyo**

Considerando la viga doblemente reforzada:

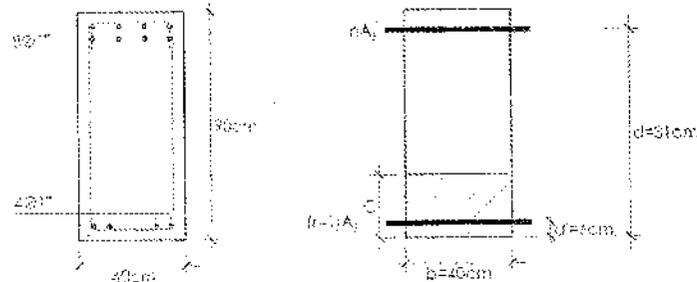


Figura 7.23 Sección transformada - VDR.

Asumiendo que el acero en compresión no fluye. Usando las ecuaciones (Ec. 7.23) y (Ec. 7.26)

$$a = \frac{A_s f_y - A_s' f_s'}{0.85 f_c' b}$$

$$f_s' = 6000 \left( \frac{a - \beta_1 d'}{a} \right)$$

Primera iteración:  $a = d / 10 = 8.10 \text{ cm}$

$$f_s' = 6000 \left( \frac{8.10 - 0.85 \times 6}{8.10} \right) = 2222.22 \text{ kg / cm}^2$$

$$a = \frac{40.56 \times 4200 - 20.28 \times 2222.22}{0.85 \times 280 \times 40} = 13.160 \text{ cm}$$

Segunda iteración:  $a = 13.160 \text{ cm}$

$$f_s' = 6000 \left( \frac{13.160 - 0.85 \times 6}{13.15} \right) = 3674.77 \text{ kg / cm}^2$$

$$a = \frac{40.56 \times 4200 - 20.28 \times 3674.77}{0.85 \times 280 \times 40} = 10.066 \text{ cm}$$

Tercera iteración:  $a = 10.066 \text{ cm}$

$$f_s' = 6000 \left( \frac{10.066 - 0.85 \times 6}{10.066} \right) = 2960.06 \text{ kg / cm}^2$$

$$a = \frac{40.56 \times 4200 - 20.28 \times 2960.06}{0.85 \times 280 \times 40} = 11.588 \text{ cm}$$

Realizando iteraciones sucesivas encontraremos el valor de  $a$  y  $f_s'$ , como se muestra en la siguiente tabla:

$a \text{ (cm)}$	$f_s' \text{ (kg / cm}^2\text{)}$
8.100	2222.22
13.160	3674.77
10.066	2960.06
11.588	3359.34
10.738	3150.31
11.183	3263.70
10.942	3203.44
11.070	3235.77
11.001	3218.43
11.038	3227.76
11.018	3222.73
11.029	3225.50
11.023	3223.99
11.026	3224.74
11.025	3224.49

$f_s' < f_y$ , se verifica que el acero en compresión no fluye.

Con estos datos y la ecuación (Ec. 7.16) calcularemos el momento resistente de la sección.

$$M_n = A_s' f_s' (d - d') + (A_s f_y - A_s' f_s') \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_n = 20.28 \times 3224.49 (81 - 6) + (40.56 \times 4200 - 20.28 \times 3224.49) \left( 81 - \frac{11.025}{2} \right)$$

$$M_n = 128.28t - m$$

$$M_r = \phi M_n = 115.45t - m$$

Tenemos que:

$$M_u = 110t - m < M_r = 115.45t - m$$

Por lo tanto el acero de refuerzo en los apoyos soportan las fuerzas demandadas.

**Momento resistente en el centro de la viga**

Considerando la viga doblemente reforzada:

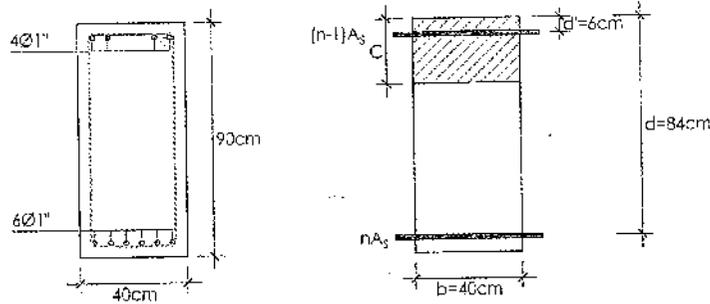


Figura 7.24 Sección transformada - VDR.

Asumiendo que el acero en compresión no fluye. Usando las ecuaciones (Ec. 7.14) y (Ec. 7.17)

$$a = \frac{A_s f_y - A'_s f'_s}{0.85 f'_c b}$$

$$f'_s = 6000 \left( \frac{a - \beta_1 d'}{a} \right)$$

Primera iteración:  $a = d / 10 = 8.40 \text{ cm}$

$$f'_s = 6000 \left( \frac{8.40 - 0.85 \times 6}{8.40} \right) = 2357.14 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = \frac{30.42 \times 4200 - 20.28 \times 2357.14}{0.85 \times 280 \times 40} = 8.3993 \text{ cm}$$

Segunda iteración:  $a = 8.3993 \text{ cm}$

$$f'_s = 6000 \left( \frac{8.3993 - 0.85 \times 6}{8.3993} \right) = 2356.84 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = \frac{30.42 \times 4200 - 20.28 \times 2356.84}{0.85 \times 280 \times 40} = 8.3999 \text{ cm}$$

Tercera iteración:  $a = 8.3999 \text{ cm}$

$$f'_s = 6000 \left( \frac{8.3999 - 0.85 \times 6}{8.3999} \right) = 2357.10 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = \frac{30.42 \times 4200 - 20.28 \times 2357.10}{0.85 \times 280 \times 40} = 8.3994 \text{ cm}$$

Realizando iteraciones sucesivas encontraremos el valor de  $a$  y  $f'_s$ , como se muestra en la siguiente tabla:

$a(\text{cm})$	$f'_s(\text{kg/cm}^2)$
8.4000	2357.14
8.3993	2356.84
8.3999	2357.10
8.3994	2356.88
8.3998	2357.06
8.3995	2356.93
8.3997	2357.01
8.3996	2356.97
8.3996	2356.97
8.3996	2356.97
8.3996	2356.97
8.3996	2356.97
8.3996	2356.97
8.3996	2356.97
8.3996	2356.97
8.3996	2356.97
8.3996	2356.97

$f'_s < f_y$ , se verifica que el acero en compresión no fluye.

Con estos datos y la ecuación (Ec. 7.16) calcularemos el momento resistente de la sección.

$$M_n = A_s' f_s' (d - d') + (A_s f_y - A_s' f_s') \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_n = 20.28 \times 2356.97 (84 - 6) + (30.42 \times 4200 - 20.28 \times 2356.97) \left( 84 - \frac{8.40}{2} \right)$$

$$M_n = 101.10 t - m$$

$$M_r = \phi M_n = 90.99 t - m$$

Tenemos que:

$$M_u = 84 t - m < M_r = 90.99 t - m$$

Por lo tanto el acero de refuerzo en el centro de la viga es el correcto.

#### d. Ejemplo 04

Para la viga doblemente reforzada de  $40\text{cm} \times 90\text{cm}$  calcular la deflexión total ( $W_D + W_L$ ). En la figura 7.25 se muestran los momentos por carga muerta y carga viva en la viga. ( $f_c' = 280\text{kg/cm}^2$ ,  $f_y = 4200\text{kg/cm}^2$ ).

#### Datos:

Módulo de elasticidad del concreto:  $E_c = 250998.01\text{kg/cm}^2$

Módulo de elasticidad del acero:  $E_s = 2 \times 10^6\text{kg/cm}^2$

Relación modular:  $n = \frac{E_s}{E_c} = 7.97$

Centro geométrico:  $y_g = 45\text{cm}$

Momento de Inercia:  $I = 2430000\text{cm}^4$

Luz libre:  $L_n = 11.20\text{m}$

Acero en los apoyos: Superior:  $8\phi 1''$  ( $40.56\text{cm}^2$ )

Inferior:  $2\phi 1''$  ( $10.14\text{cm}^2$ )

Acero en el centro: Superior:  $4\phi 1''$  ( $20.28\text{cm}^2$ )

Inferior:  $2\phi 1''$  ( $30.42\text{cm}^2$ )

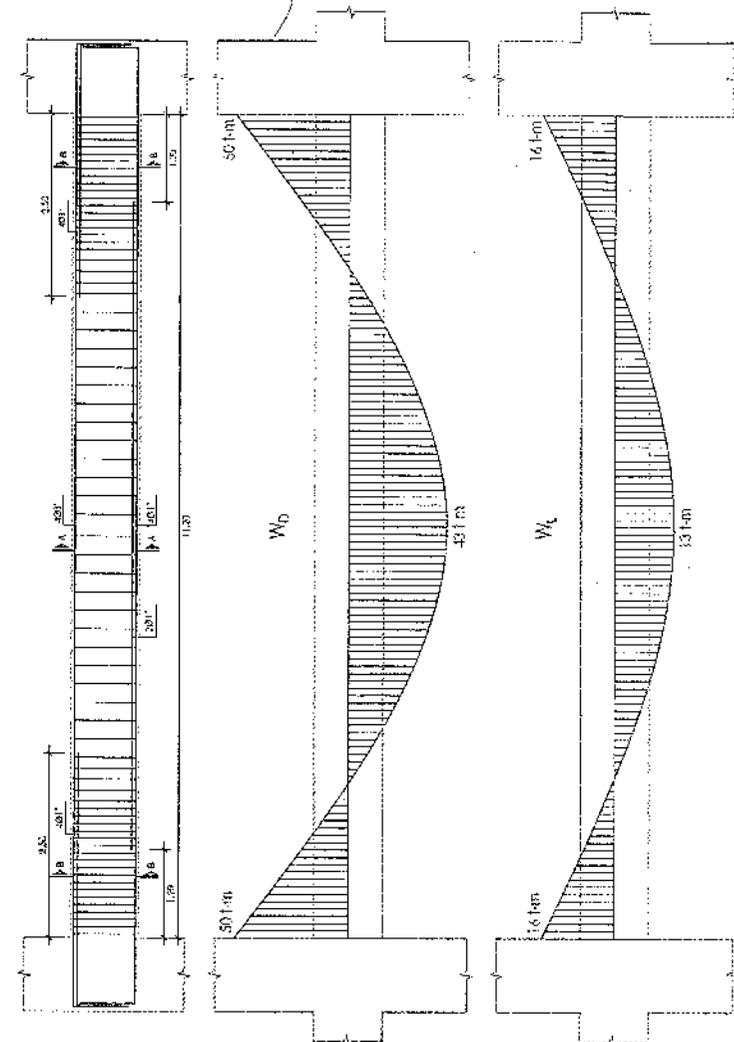


Figura 7.25 Momentos Flectores por carga muerta ( $W_D$ ) y viva ( $W_L$ ).

#### Solución:

##### • Cálculo del Momento de Fisuración

$$f_r = 2\sqrt{f_c'} = 2\sqrt{280} = 33.47\text{kg/cm}^2$$

$$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I}{y_g} = \frac{33.47 \times 2430000}{45} \times 10^{-5} = 18.07 t - m$$

• **Calculo de la inercia efectiva en los apoyos**

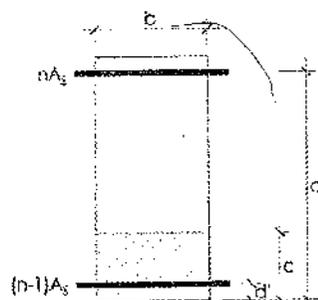


Figura 7.26 Sección transformada en los apoyos.

En vigas doblemente reforzadas (Figura 7.26), la profundidad del eje neutro se despeja de la siguiente expresión:

$$bc\left(\frac{c}{2}\right) + (n-1)A_s'(c-d') = nA_s(d-c)$$

$$\frac{b}{2}c^2 + [nA_s + (n-1)A_s']c - [nA_s d + (n-1)A_s' d'] = 0$$

Dónde:

$$A_s = 40.56\text{cm}^2, d = 81\text{cm}$$

$$A_s' = 20.28\text{cm}^2, d' = 9\text{cm}$$

Resolviendo la ecuación cuadrática obtendremos el valor de "c".

$$c = 27.21\text{cm}$$

La inercia fisurada será:

$$I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + (n-1)A_s'(d'-c)^2 + nA_s(d-c)^2$$

Reemplazando los datos, obtenemos:

$$I_{cr} = 1250802.26\text{cm}^4$$

**Inercia Efectiva**

De la ecuación (Ec. 7.30), reemplazando los valores, y para un momento por carga muerta ( $M_a = 50t - m$ ), tenemos:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr}$$

$$I_e = I_{e1} = I_{e2} = 1306463.27\text{cm}^4$$

Similarmente, calcularemos la inercia efectiva por carga muerta y carga viva ( $M_a = (50 + 16)t - m$ ), obtenemos:

$$I_e = I_{e1} = I_{e2} = 1275003.04\text{cm}^4$$

• **Calculo de la inercia efectiva en el centro de la viga**

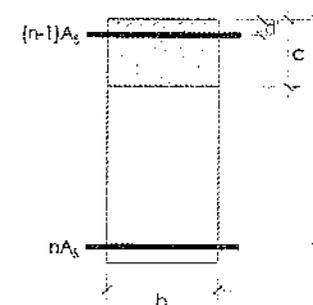


Figura 7.27 Sección transformada en el centro de viga.

Similarmente al calculo en los apoyos, obtendremos las inercias en el centro de la luz.

$$bc\left(\frac{c}{2}\right) + (n-1)A_s'(c-d') = nA_s(d-c)$$

$$\frac{b}{2}c^2 + [nA_s + (n-1)A_s']c - [nA_s d + (n-1)A_s' d'] = 0$$

Dónde:

$$A_s = 30.42\text{cm}^2, d = 84\text{cm}$$

$$A_s' = 20.28\text{cm}^2, d' = 6\text{cm}$$

Resolviendo la ecuación cuadrática obtendremos el valor de "c".

$$c = 24.36\text{cm}$$

La inercia fisurada será:

$$I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + (n-1)A_s(d'-c)^2 + nA_s(d-c)^2$$

Reemplazando los datos, obtenemos:

$$I_{cr} = 1102755.93 \text{ cm}^4$$

**Inercia Efectiva**

De la ecuación (Ec. 7.30), reemplazando los valores, y para un momento por carga muerta ( $M_a = 43t - m$ ), tenemos:

$$I_e = \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr}$$

$$I_e = I_{ec} = 1201252.22 \text{ cm}^4$$

Similarmente, calcularemos la inercia efectiva por carga muerta y carga viva ( $M_a = (43+13)t - m$ ), obtenemos:

$$I_e = I_{ec} = 1147348.36 \text{ cm}^4$$

• **Calculo de la deflexión en el tramo de la viga**

Inercia efectiva del tramo (Carga Muerta), se calculara:

$$I_{ef(M)} = \frac{I_{e1} + I_{e2} + 2I_{ec}}{4}$$

$$I_{ef(M)} = \frac{1306463.27 + 1306463.27 + 2 \times 1201252.22}{4}$$

$$I_{ef(M)} = 1253857.75 \text{ cm}^4$$

Inercia efectiva del tramo (Carga Muerta más carga viva):

$$I_{ef(M+V)} = \frac{I_{e1} + I_{e2} + 2I_{ec}}{4}$$

$$I_{ef(M+V)} = \frac{1275003.04 + 1275003.04 + 2 \times 1147348.36}{4}$$

$$I_{ef(M+V)} = 1211175.70 \text{ cm}^4$$

**Deflexión por carga muerta:**

$$\Delta_{cm} = \frac{5L_n^2 (M_c - 0.1(M_1 + M_2))}{48E_c I_{ef}}$$

$$\Delta_{cm} = \frac{[5(11.20 \times 100)^2 (43 - 0.1(50 + 50)) \times 10^5] \times 10}{48 \times 250998.01 \times 1253857.75}$$

$$\Delta_{cm} = 13.70 \text{ mm}$$

**Deflexión por carga muerta más carga viva:**

$$\Delta_{cm+cv} = \frac{5L_n^2 (M_c - 0.1(M_1 + M_2))}{48E_c I_{ef}}$$

$$\Delta_{cm+cv} = \frac{[5(11.20 \times 100)^2 (56 - 0.1(66 + 66)) \times 10^5] \times 10}{48 \times 250998.01 \times 1211175.70}$$

$$\Delta_{cm+cv} = 18.40 \text{ mm}$$

**Deflexión por carga viva:**

$$\Delta_{cv} = \Delta_{cm+cv} - \Delta_{cm}$$

$$\Delta_{cv} = 4.70 \text{ mm}$$

**Deflexión diferida:**

Calcularemos el factor  $\lambda_\Delta$  de la ecuación (Ec. 7.20):

$$\lambda_\Delta = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

**Dónde:**

Cuantía de acero:  $\rho' = \frac{A_s}{bd} = \frac{30.42}{40 \times 84} = 0.0091$

Factor dependiente del tiempo:  $\xi = 2.0$  (60 meses)

$$\lambda_\Delta = \frac{2}{1 + 50 \times 0.0091} = 1.375$$

La deflexión diferida por carga muerta será:

$$D_{dif} = \lambda_{\Delta} \Delta_{cm} = 1.375 \times 13.70 = 18.84 \text{ mm}$$

- *Verificando los límites indicados en el ACI 318 - 2014.*

Deflexión inmediata debida a carga viva:

$$\Delta_{cv} = 4.70 \text{ mm} < \frac{L_n}{360} = 31.11 \text{ mm}$$

Deflexión diferida debido a cargas permanentes más la deflexión inmediata por carga viva:

$$D_{dif} + \Delta_{cv} = 18.84 + 4.70 \text{ mm}$$

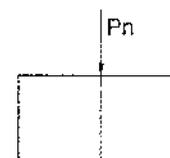
$$D_{dif} + \Delta_{cv} = 23.54 \text{ mm} < \frac{L_n}{240} = 46.67 \text{ mm}$$

Por lo tanto, verificamos que la viga está cumpliendo con el límite para deflexiones para miembros que soporten o estén ligados a elementos no estructurales no susceptibles a sufrir daños debido a deflexiones grandes, según el ACI 318 - 2014.

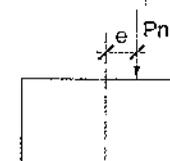
## DISEÑO DE COLUMNAS

### 8.1. CARGA AXIAL Y FLEXIÓN

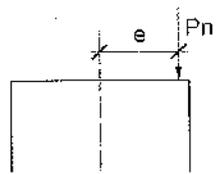
Todas las columnas están sometidas a un esfuerzo axial y flexión, por lo que será necesario diseñarlas tomando en cuenta estos dos factores. Las columnas se flexionarán bajo la acción de los momentos que aparezcan, lo que producirá esfuerzos de compresión a un lado y tracción en otro. La manera en que pueda fallar dependerá de la magnitud de este momento y del esfuerzo axial. En lo siguiente se muestra los diferentes casos de la posición de la carga, variando la excentricidad de dicha carga:



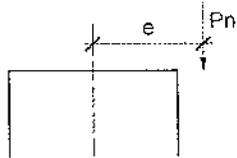
**a) Carga Axial Grande y Momento Despreciable:** en este caso, solo es posible que la columna falle por aplastamiento del concreto, llegando a su máxima resistencia a la compresión. Se desprecia el efecto del momento.



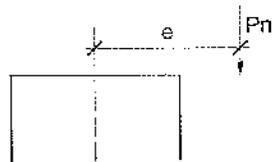
**b) Carga Axial Grande y Momento Pequeño:** la columna fallara por aplastamiento del concreto, llegando a su máxima resistencia a la compresión, teniendo en cuenta que dicha compresión será mayor en un lado que en el otro. Se desprecia el efecto de flexión de la columna.



**c) Carga Axial Grande y Momento Apreciable:** tendrá las mismas características del anterior, aumentando el hecho de la aparición de esfuerzos de tensión a un lado de la columna, fallando por aplastamiento del concreto.



**d) Condición de Carga Balanceada:** la excentricidad crece mucho, llegando a un equilibrio donde la tensión en un lado llega a su esfuerzo de fluencia y la compresión en el otro también.



**e) Momento Grande y Carga Axial Pequeña:** el elemento fallara al llegar al esfuerzo de fluencia en las barras del lado de tensión.



**f) Momento Grande y Carga Axial Despreciable:** el elemento se comportara como una viga.

## 8.2. CENTROIDE PLÁSTICO

El centroide plástico representa la posición de la fuerza resultante producida por el concreto y el acero. Por lo tanto será el punto de la sección transversal por el que la fuerza debe pasar para causar una deformación unitaria uniforme en el momento de la falla. Para localizar este centroide plástico, se supone que el esfuerzo de compresión es de  $0.85f'_c$  y el de tracción  $f_y$ . Para calcular la posición del centroide plástico, se usa la siguiente formula:

$$y = \frac{0.85f'_c b h^2 / 2 + A_{s1} f_y d_1 + A_{s2} f_y d_2}{0.85f'_c b h + A_{s1} f_y + A_{s2} f_y} \quad (\text{Ec. 8.1})$$

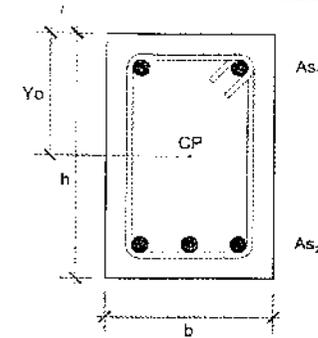


Figura 8.1 Centroide Plástico.

## 8.3. DIAGRAMA DE INTERACCIÓN

El diagrama de iteración: lugar geométrico de las combinaciones de  $P_n$  y  $M_n$  que agotan la capacidad de la sección. Se siguen las mismas hipótesis, básicas y simplificadoras que se ha utilizado para el análisis de una sección en flexión simple.

La deformación causada por una carga axial y un momento concentrado en un elemento, genera la combinación de deformaciones causadas por cada uno de los factores por separado, como se muestra en la figura. Como resultado del comportamiento lineal, se puede suponer valores para la deformación unitaria de un lado de la columna y podremos hallar el valor de la deformación unitaria del otro lado de la columna.

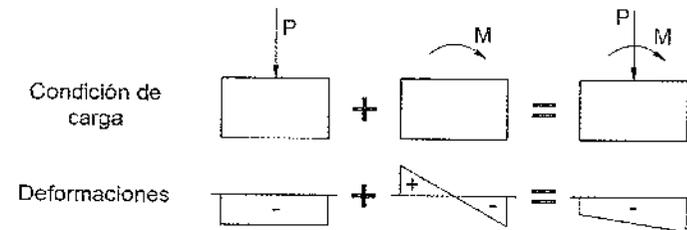


Figura 8.2 Deformaciones en la columna.

Si disminuimos el valor de la carga axial que se le aplica a una columna, el momento al que puede resistir la columna también cambiara, pero aumentando. Y si aumentamos el valor de la carga axial, el momento que pueda resistir la columna, disminuirá, por lo tanto resistirá un menor momento concentrado.

Si suponemos que un lado de la columna falla por compresión a una deformación unitaria de 0.003, se puede suponer una deformación unitaria al otro lado de la columna y así calcular por estática los valores de  $P_n$  y  $M_n$ . Luego manteniendo la deformación unitaria de 0.003 en el borde extremo, se puede suponer varias deformaciones unitarias en el borde y calcular varios valores de  $P_n$  y  $M_n$  y así generar una curva de interacción como la siguiente figura:

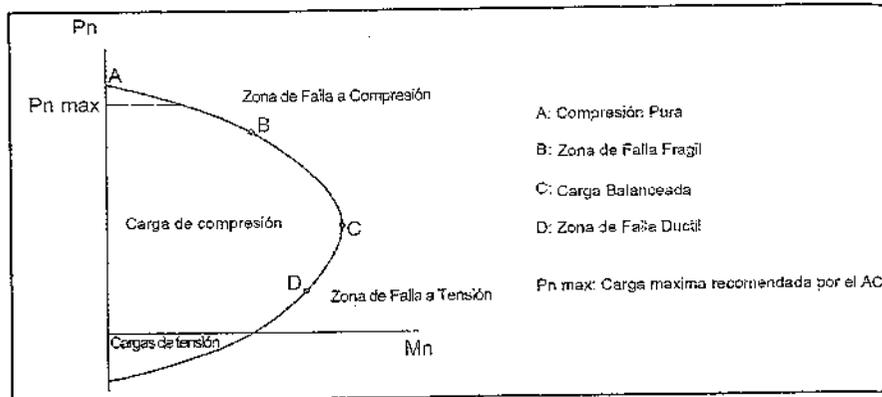


Figura 8.3 Diagrama de interacción.

A continuación, se generará un diagrama de interacción, normalmente se logra variando la posición del eje neutro. Para cada posición supuesta del eje neutro ( $c_j$ ) se calcula la resistencia de la sección ( $P_{nj} - M_{nj}$ ), hasta lograr describir completamente el diagrama.

Otra posibilidad, en algunos casos más conveniente, consiste en ir variando la deformación en el acero de tracción más alejado del borde en compresión, fijando para ello algunos valores típicos de  $\epsilon_s$ . En la siguiente figura se muestra el procedimiento el cual es totalmente equivalente al de ir variando la posición del eje neutro.

Para cada valor de  $\alpha$  que se adopte tendremos:

$$c_j = \left( \frac{0.003}{0.003 - \alpha \epsilon_s} \right) d_i \quad \alpha \text{ es positivo si } \epsilon_s \text{ es de compresión.}$$

$$\epsilon_{si} = \left( \frac{c - d_i}{c} \right) 0.003 \quad \text{Deformación positiva si es de compresión.}$$

$$f_{si} = E_s \epsilon_{si} \leq f_y \rightarrow F_{si} = A_{si} f_{si} \quad (\text{Positivo compresión})$$

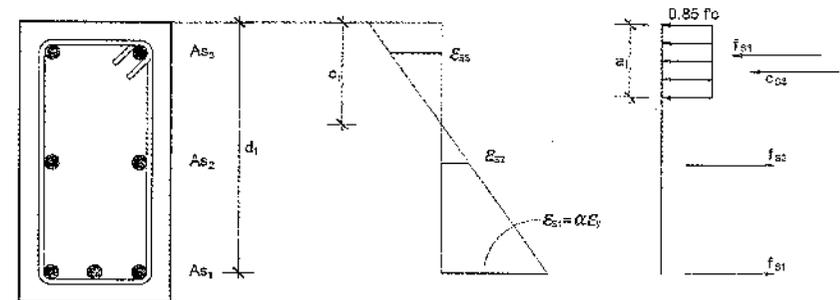


Figura 8.4 Variando la deformación del acero más alejado.

Luego se tendrá que escoger un centro de reducción (centroide de la sección o centroide plástico o cualquier punto que se desee) para el cálculo de las resistencias nominales, las cuales para el valor particular de  $\alpha$  adoptado serán:

$$P_{nj} = C_{c_j} + \sum_{i=1}^n F_{si} \quad (\text{Ec. 8.2})$$

$$M_{nj} = C_{c_j} (\text{Brazo}) + \sum_{i=1}^n F_{si} (\text{Brazo})_i \quad (\text{Ec. 8.3})$$

#### 8.4. DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE DISEÑO - MODIFICACIONES DEL ACI 318 - 2014 Y EL RNE E060 - 2009.

##### ACI 318 - 2014

Si se preparan curvas de interacción para los valores de  $P_n$  y  $M_n$ , serían del tipo mostrado en la Figura 8.5. Para usar tales curvas para obtener valores de diseño, tendrían que pasar por tres modificaciones como se especifica en el código del ACI. Estas modificaciones son como sigue:

- 1) El código especifica factores de reducción de resistencia o factores  $\phi$  (0.65 para columnas con estribos y 0.75 para columnas zunchadas) que deben multiplicarse por los valores de  $P_n$ . Si una curva  $P_n$  para una columna específica se multiplicara por  $\phi$ .
- 2) La segunda modificación también se refiere a los factores  $\phi$ . El código especifica valores de 0.65 y 0.75 para columnas con estribos y zunchadas, respectivamente. Si una columna tiene un momento muy grande y una carga axial muy pequeña, de modo

que se ubica en la parte inferior de la curva entre los puntos B y C (véase la Figura 8.5), el uso de estos valores pequeños de  $\phi$  es poco razonable. Por ejemplo, para un miembro en flexión pura (punto C en la misma curva) el factor  $\phi$  especificado es de 0.90, pero si el mismo miembro tiene una carga axial añadida muy pequeña,  $\phi$  se reduce inmediatamente a 0.65 o 0.75. Por consiguiente, el código (21.2.1) establece que cuando los miembros sometidos a carga axial y flexión tienen deformaciones unitarias netas de tensión ( $\epsilon_t$ ) entre los límites para secciones controladas a compresión y secciones controladas a tensión, se sitúan en la zona de transición para  $\phi$ . En esta zona es permisible aumentar  $\phi$  linealmente de 0.65 o 0.75 a 0.90 a medida que  $\epsilon_t$  aumenta del límite controlado a compresión a 0.005. En la se muestra la transición del  $\phi$

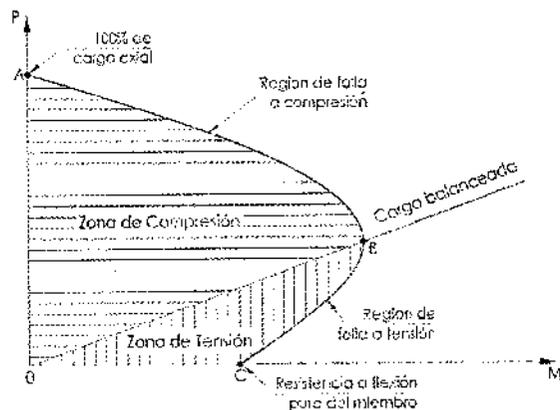


Figura 8.5 Diagrama de interacción de columna.

3) La capacidad de carga axial de las columnas no debe ser mayor que los siguientes valores:

$$P_u = \phi P_{nmax} \rightarrow \text{Estribos} \rightarrow 0.80\phi \left[ 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right]$$

$$P_u = \phi P_{nmax} \rightarrow \text{Zunchos} \rightarrow 0.85\phi \left[ 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right]$$

Estas fórmulas se desarrollaron para dar resultados aproximadamente equivalentes a los de las cargas aplicadas con

excentricidades de  $0.10h$  para columnas con estribos y  $0.05h$  para columnas zunchadas.

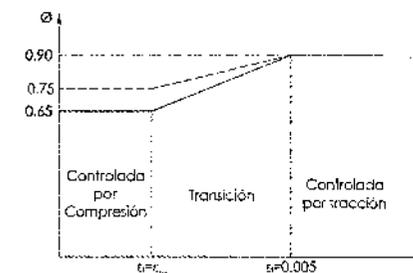


Figura 8.6 – Variación de  $\phi$  con la deformación unitaria neta  $\epsilon_t$  de tracción en el acero extremo a tracción.

### RNE E060 - 2009

Factor de reducción de resistencia por Compresión y Flexo-compresión:

- Columnas con estribos  $\phi = 0.70$
- Columnas con zunchos  $\phi = 0.75$

Factor de reducción de resistencia por Flexión, Flexo-tracción o Tracción pura:

- Columnas con estribos o zunchos  $\phi = 0.90$

### 8.5. ANÁLISIS Y DISEÑO DE COLUMNAS CARGADAS EXCÉNTRICAMENTE USANDO ÁBACOS

Si los diagramas de interacción individuales para columna se prepararan como se describió en las secciones anteriores, sería necesario tener un diagrama para cada sección transversal diferente de columna, para cada conjunto diferente de tipo de concreto, de acero y para cada distribución diferente de las varillas. El resultado sería un número astronómico de diagramas. Sin embargo, el número puede reducirse considerablemente si los diagramas se representan gráficamente con ordenadas de

$K_n = P_n / f'_c A_g$  (en lugar de  $P_n$ ) y con abscisas de  $R_n = P_n e / f'_c A_g h$  (en lugar de  $M_n$ ). Los diagramas resultantes normalizados de interacción pueden usarse para secciones transversales con dimensiones ampliamente variables.

En la Figura 8.7 y Figura 8.8 se muestran los diagramas de interacción para 2 tipos de columnas rectangulares con diferente distribución del refuerzo.

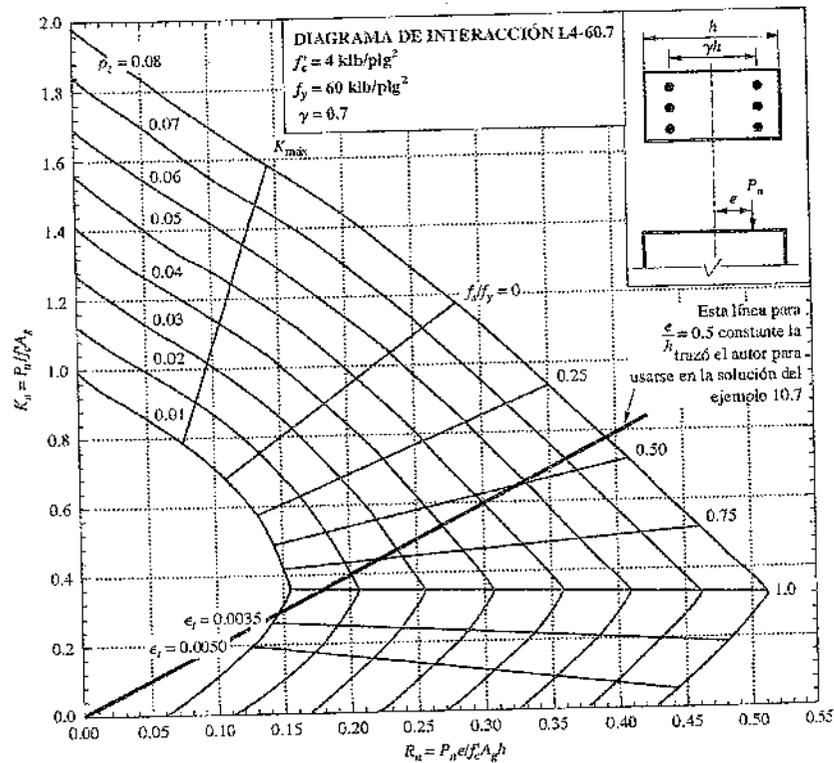


Figura 8.7 Diagramas de interacción del ACI para columnas rectangulares con varillas a lo largo de dos caras frontales. (FUENTE: American Concrete Institute)

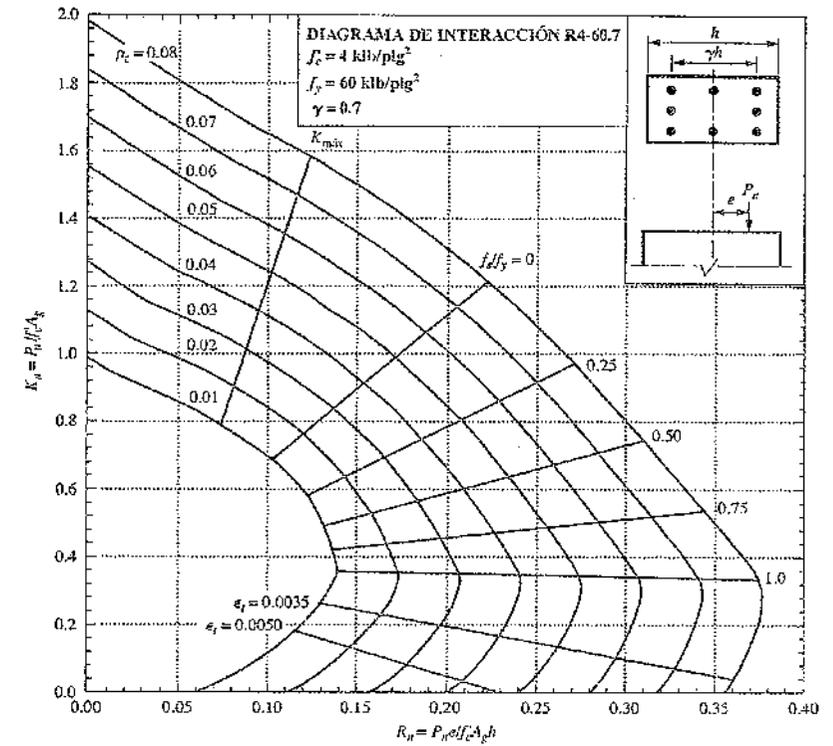


Figura 8.8 Diagramas de interacción del ACI para columnas rectangulares con varillas a lo largo de las cuatro caras. (FUENTE: American Concrete Institute)

### 8.6. CUANTÍA MÁXIMA Y MÍNIMA EN COLUMNAS

Según el ACI, para cuantificar la cuantía máxima tenemos que tener en cuenta la facilidad de armado del refuerzo en obra y el vaciado de concreto. El área de refuerzo se debe encontrar entre los siguientes valores:

$$0.01A_b < A_s < 0.06A_b \quad (\text{Según el ACI})$$

$$0.01A_b < A_s < 0.08A_b \quad (\text{Según la Norma Peruana})$$

$A_s$  : Área de acero

$A_b$  : Área bruta de la sección ( $bh$ )

Cabe destacar que los valores de 6% (ó 8% para RNE) para la máxima cuantía se basa en evitar la congestión de acero en la sección transversal,

siendo crítico en secciones donde se realicen traslapes. La cuantía mínima 1% es debido al flujo plástico que experimenta el concreto a compresión bajo cargas sostenidas a lo largo del tiempo. En columnas con estribos, se suele reducir la máxima cuantía a 4% por el mismo motivo del congestionamiento de acero.

### 8.7. DISEÑO POR FLEXIÓN BIAIXIAL

Las columnas sometidas a flexión biaxial se ubican, generalmente, en las esquinas de las edificaciones. Su carga axial tiene excentricidad respecto al eje X y al eje Y como se muestra en la figura. La falla de estos elementos es función de tres variables: carga axial, momento en la dirección X y momento en la dirección Y, por lo que el diagrama de interacción deja de ser una curva para transformarse en una superficie como la mostrada en la otra figura. La intersección de dicha superficie con el plano  $P_n$  y  $M_n$  corresponde al diagrama de interacción de una columna sometida a flexión uniaxial en la dirección X.

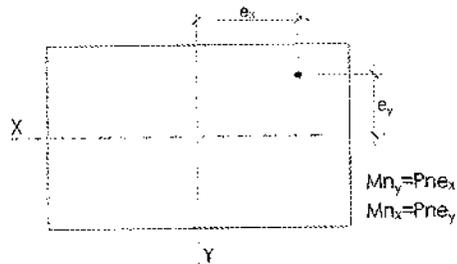


Figura 8.9 Excentricidad de la carga axial respecto a los ejes X e Y.

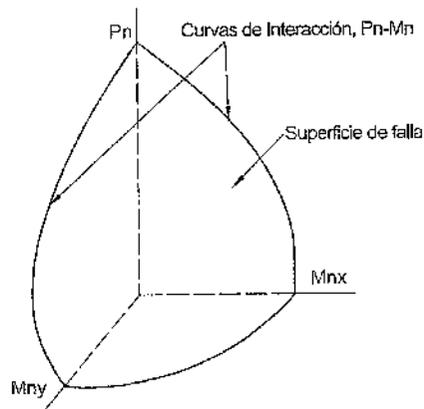


Figura 8.10 Superficie de interacción de una columna sometida a flexión biaxial.

Es posible determinar una serie de puntos y establecer la forma de la superficie de interacción. Para ello, se asume un eje neutro con una inclinación a respecto al eje centroidal y una distribución de deformaciones en la sección como se muestra en la figura que sigue. Con las deformaciones asumidas, se calculan los esfuerzos en el concreto y el acero, las fuerzas en ellos y finalmente por equilibrio se determinan la carga axial y el momento resistente, en X y en Y, de la sección. Esto se repetirá considerando otra distribución de deformaciones y otra inclinación del eje neutro al eje centroidal.

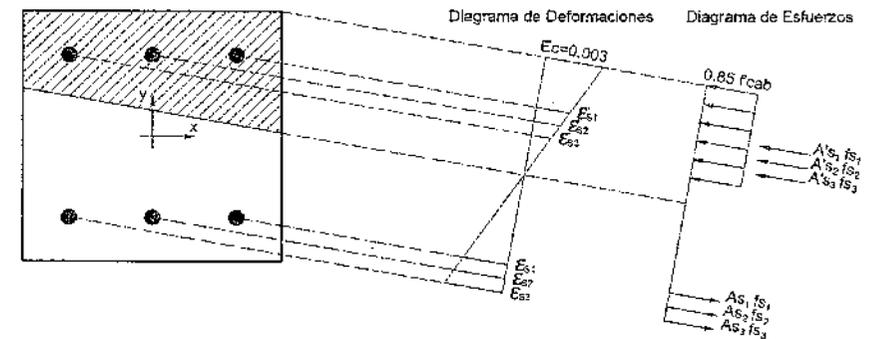


Figura 8.11 Diagrama de Deformaciones y Esfuerzos en la columna a flexión biaxial.

Cuando se diseña una columna, debe ser verificada también por flexión biaxial, considerando momentos de sismo en un eje y cargas verticales en el otro eje. Se usarán las siguientes formulas:

$$1/P_u \geq 1/P_{nx} + 1/P_{ny} - 1/P_{no} \tag{Ec. 8.4}$$

$$\frac{M_{nx}}{M_{nox}} + \frac{M_{ny}}{M_{noy}} \leq 1 \tag{Ec. 8.5}$$

### 8.8. DISEÑO POR CORTE

El diseño de secciones transversales sometidas a fuerza cortante debe estar basado en la siguiente ecuación (Diseño por Resistencia):

$$\phi V_n \geq V_u \tag{Ec. 8.6}$$

Donde  $V_u$  es la fuerza cortante amplificada en la sección considerada y  $V_n$  es la resistencia nominal al cortante calculada mediante:

$$V_n = V_c + V_s \quad (\text{Ec. 8.7})$$

De la ecuación anterior,  $V_c$  es la resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto,  $V_s$  es la resistencia nominal al cortante proporcionada por el refuerzo de cortante, ambas calculadas de acuerdo a las disposiciones de este Capítulo.

Al determinar  $V_c$  y cuando sea aplicable, deben incluirse los efectos de tracción axial debida al flujo plástico y retracción en elementos restringidos y los efectos de la compresión inclinada por flexión en los elementos de altura variable. En elementos de peralte variable, la fuerza cortante interna en cualquier sección, aumenta o disminuye debido a la componente vertical de la resultante de los esfuerzos de compresión por flexión o de la componente vertical de la resultante de las fuerzas de tracción por flexión en el acero de refuerzo.

Cortante del concreto para elementos a compresión.

$$V_c = 0.53 \left( 1 + \frac{N_u}{140 A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{Ec. 8.8})$$

$N_u$ : Carga axial amplificada normal a la sección transversal, que ocurre simultáneamente con  $V_u$  o  $M_u$ .

$A_g$ : Área bruta de la sección.

Calculo del cortante del refuerzo

$$V_c = \frac{V_u}{\phi} + V_c \quad (\text{Ec. 8.9})$$

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s} \quad (\text{Ec. 8.10})$$

### 8.8.1. Recomendación de espaciamiento de estribos en elementos en flexocompresión (COLUMNAS)

SEGÚN NORMA E.060 - 2009

#### a. Zona de confinamiento

En ambos extremos del elemento debe proporcionarse estribos cerrados de confinamiento con un espaciamiento  $S_o$  por una longitud  $L_o$  medida desde la cara del nudo.

Los estribos serán como mínimo de 8 mm de diámetro para barras longitudinales de hasta 5/8" de diámetro, de 3/8" para barras longitudinales de hasta 1" de diámetro y de 1/2" para barras longitudinales de mayor diámetro.

El espaciamiento  $S_o$  no debe exceder al menor entre (a), (b) y (c):

- (a) Seis veces el diámetro de la barra longitudinal confinada de menor diámetro;
- (b) La tercera parte de la menor dimensión de la sección transversal del elemento;
- (c) 100 mm.

La longitud  $L_o$  no debe ser menor que el mayor entre (d), (e) y (f):

- (d) Una sexta parte de la luz libre del elemento;
- (e) La mayor dimensión de la sección transversal del elemento;
- (f) 500 mm.

#### b. Zona central

Fuera de la longitud  $L_o$ , el espaciamiento del refuerzo transversal no deberá exceder al menor de (g) y (h):

- (g) Diez veces el diámetro de las barras longitudinales de la columna.
- (h) 250 mm.

#### c. Zona de nudo

El espaciamiento no debe exceder de 150 mm.

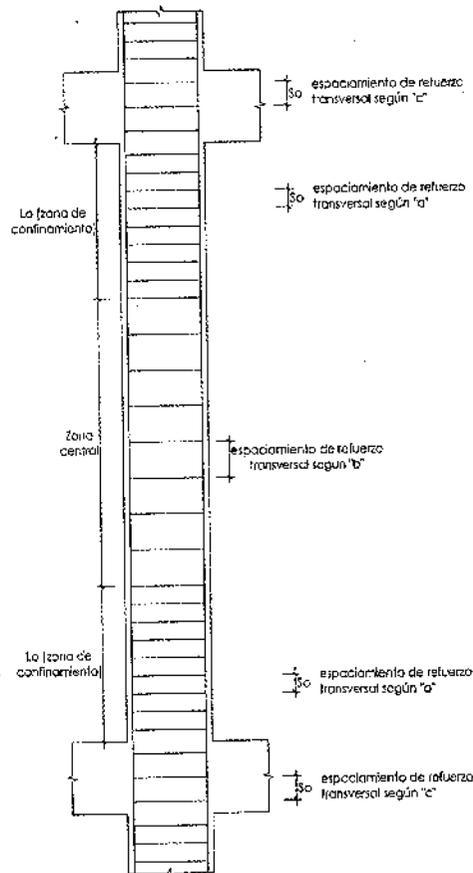


Figura 8.1 Requerimiento de estribos en columnas E-060 - 2009.

### 8.9. COLUMNAS ESBELTAS

Cuando una columna se flexiona o deflexiona lateralmente una cantidad  $\Delta$ , su carga axial genera un momento adicional en la columna igual a  $P_{\Delta}$ . Este momento se superpone a cualquier momento que exista ya en la columna. Si este momento  $P_{\Delta}$  es de tal magnitud que reduce considerablemente la capacidad por carga axial de la columna, ésta se denomina *columna esbelta*.

El código establece que el diseño deseable de un miembro a compresión debe basarse en un análisis teórico de la estructura que tome en cuenta los efectos de las cargas axiales, los momentos, las deflexiones, la duración de

las cargas, las dimensiones variables de los miembros, las condiciones en los extremos, etc. Si no se usa tal procedimiento teórico, el código provee un método aproximado para determinar los efectos de esbeltez. Este método, que se basa en los factores antes mencionados para realizar un análisis "exacto", supone un amplificador de momento  $\delta$ , que debe multiplicarse por el mayor momento en el extremo de la columna denotado como  $M_2$  y ese valor debe usarse en el diseño. Si ocurre flexión en ambos ejes,  $\delta$  debe calcularse separadamente para cada dirección y los valores obtenidos deben multiplicarse por los valores de los momentos respectivos.

#### 8.9.1. Efectos de Esbeltez

La esbeltez de las columnas se basa en su geometría y en su arriostamiento lateral. Conforme crece su esbeltez, sus esfuerzos de flexión también aumentan, por lo que puede ocurrir el pandeo. Las columnas de concreto armado generalmente tienen pequeñas relaciones de esbeltez. Como consecuencia, usualmente pueden diseñarse como columnas cortas sin reducciones de resistencia por efectos de esbeltez. Si los efectos de esbeltez se consideran pequeños, entonces las columnas pueden considerarse "cortas" y diseñarse como tal; sin embargo, si son "esbeltas", el momento para el cual la columna debe diseñarse se incrementa o se amplifica. Una vez que el momento ha sido amplificado, la columna se diseña usando el momento incrementado.

### 8.10. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

#### a. Ejemplo 01

Se tiene la siguiente columna rectangular (Figura 8.12) de  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ , dibujar el diagrama de interacción.

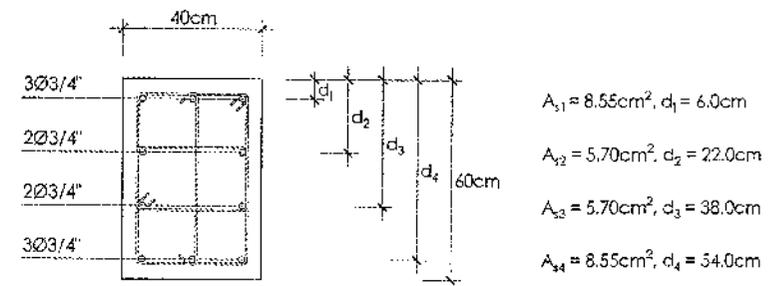


Figura 8.12 Columna 40cmx60cm

Hallamos el centroide plástico:

$$CP = \frac{0.85f'_c A_g \left(\frac{h}{2}\right) + (A_{s1}d_1 + A_{s2}d_2 + A_{s3}d_3 + A_{s4}d_4) f_y}{0.85f'_c A_g + A_{sr} f_y}$$

$$CP = \frac{0.85 \times 210 \times 40 \times 60 \left(\frac{60}{2}\right) + (8.55 \times 6 + 5.70 \times 22 + 5.70 \times 38 + 8.55 \times 54) 4200}{0.85 \times 210 \times 40 \times 60 + 28.50 \times 4200}$$

$$CP = 30 \text{ cm}$$

Para secciones simétricas el centroide plástico es:  $CP = h/2$

**Punto A (Compresión pura):**

$$P_n = \left[ 0.85f'_c (A_g - A_{sr}) + A_{sr} f_y \right]$$

$$P_n = \left[ 0.85(210)(40 \times 60 - 28.50) + 28.50 \times 4200 \right] = 543.01 \text{ t}$$

$$P_{nmax} = 0.80P_n = 434.41 \text{ t}, M_n = 0.00 \text{ t-m}$$

**Punto B (Zona de falla frágil): ( $C > C_b$ )**

$$c = 38.00 \text{ cm}$$

$$a = 0.85c = 32.30 \text{ cm}$$

Luego hallaremos las deformaciones de cada acero:

$$\epsilon_{s1} = \left(\frac{c-d_1}{c}\right) 0.003 = \left(\frac{38-6}{38}\right) 0.003 = 0.002526$$

$$\epsilon_{s2} = \left(\frac{c-d_2}{c}\right) 0.003 = \left(\frac{38-22}{38}\right) 0.003 = 0.001263$$

$$\epsilon_{s3} = \left(\frac{c-d_3}{c}\right) 0.003 = \left(\frac{38-38}{38}\right) 0.003 = 0.000000$$

$$\epsilon_{s4} = \left(\frac{c-d_4}{c}\right) 0.003 = \left(\frac{38-54}{38}\right) 0.003 = 0.001263$$

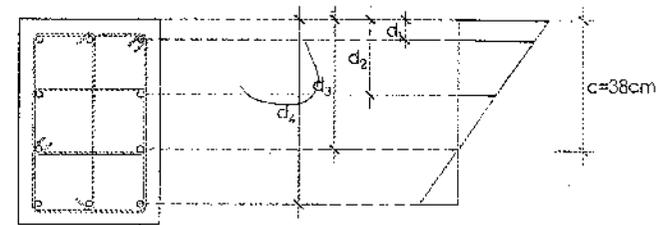


Figura 8.13 Deformaciones del acero.

Teniendo las deformaciones, se puede hallar el valor del esfuerzo de cada capa de acero, teniendo en cuenta que no pueden ser mayores de  $4200 \text{ kg/cm}^2$ .

$$f_{s1} = \epsilon_{s1} E_s = 0.002526 \times 2 \times 10^6 = 5052 \rightarrow f_{s1} = 4200$$

$$f_{s2} = \epsilon_{s2} E_s = 0.001263 \times 2 \times 10^6 = 2526 \rightarrow f_{s2} = 2526$$

$$f_{s3} = \epsilon_{s3} E_s = 0.000000 \times 2 \times 10^6 = 0 \rightarrow f_{s3} = 0$$

$$f_{s4} = \epsilon_{s4} E_s = 0.001263 \times 2 \times 10^6 = 2526 \rightarrow f_{s4} = 2526$$

Luego para hallar la fuerza de cada capa de acero, se multiplicara por el área de refuerzo respectivamente:

$$F_{s1} = f_{s1} A_{s1} = 4200 \times 8.55 = 35910 \rightarrow C_{s1} = 35.91 \text{ t}$$

$$F_{s2} = f_{s2} A_{s2} = 2526 \times 5.70 = 14398 \rightarrow C_{s2} = 14.40 \text{ t}$$

$$F_{s3} = f_{s3} A_{s3} = 0 \times 5.70 = 0 \rightarrow T_{s3} = 0.00 \text{ t}$$

$$F_{s4} = f_{s4} A_{s4} = 2526 \times 8.55 = 21597 \rightarrow T_{s4} = 21.60 \text{ t}$$

$$C_{cc} = 0.85f'_c ab = 0.85 \times 210 \times 32.30 \times 40 = 230622 \rightarrow C_{cc} = 230.62 \text{ t}$$

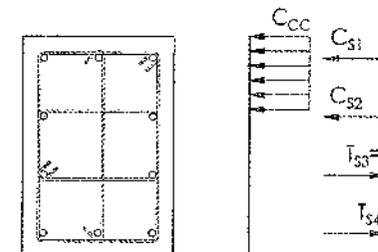


Figura 8.14 Fuerzas resultantes de tracción y compresión.

Finalmente, para hallar la fuerza resultante, se suma las fuerzas teniendo en cuenta su dirección:

$$P_n = C_{s1} + C_{s2} - T_{s3} - T_{s4} + C_{cc}$$

$$P_n = 35.91 + 14.40 - 0.00 - 21.60 + 230.62$$

$$P_n = 259.33t$$

Y para hallar el momento nominal se tomará momentos con respecto al centro plástico:

$$M_n = C_{s1} \left( \frac{h}{2} - d_1 \right) + C_{s2} \left( \frac{h}{2} - d_2 \right) + T_{s3} \left( d_3 - \frac{h}{2} \right) + T_{s4} \left( d_4 - \frac{h}{2} \right) + C_{cc} \left( \frac{h}{2} - a/2 \right)$$

$$M_n = 35.91(30 - 6) + 14.40(30 - 22) + 0.00(38 - 30) + 21.60(54 - 30) + 230.62(30 - 32.30/2)$$

$$M_n = 46.90t - m$$

**Punto C (Carga balanceada):**

Primero hallamos el valor de c:

$$c_b = \left( \frac{6000}{6000 + f_y} \right) d_4 = \left( \frac{6000}{6000 + 4200} \right) 54 = 31.76cm$$

$$a_b = 0.85c_b = 27cm$$

Luego hallaremos las deformaciones de cada acero:

$$\epsilon_{s1} = \left( \frac{c - d_1}{c} \right) 0.003 = \left( \frac{31.76 - 6}{31.76} \right) 0.003 = 0.002433$$

$$\epsilon_{s2} = \left( \frac{c - d_2}{c} \right) 0.003 = \left( \frac{31.76 - 22}{31.76} \right) 0.003 = 0.000922$$

$$\epsilon_{s3} = \left( \frac{c - d_3}{c} \right) 0.003 = \left( \frac{31.76 - 38}{31.76} \right) 0.003 = 0.000589$$

$$\epsilon_{s4} = \left( \frac{c - d_4}{c} \right) 0.003 = \left( \frac{31.76 - 54}{31.76} \right) 0.003 = 0.002100$$

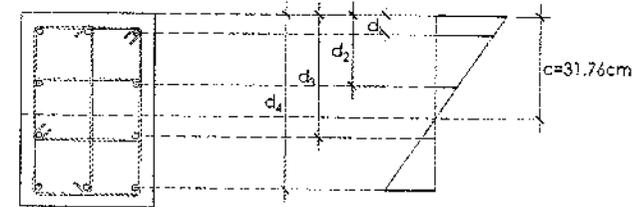


Figura 8.15 Deformaciones del acero.

Teniendo las deformaciones, se puede hallar el valor del esfuerzo de cada capa de acero, teniendo en cuenta que no pueden ser mayores de  $4200kg/cm^2$ .

$$f_{s1} = \epsilon_{s1} E_s = 0.002433 \times 2 \times 10^6 = 4866 \rightarrow f_{s1} = 4200$$

$$f_{s2} = \epsilon_{s2} E_s = 0.000922 \times 2 \times 10^6 = 1844 \rightarrow f_{s2} = 1844$$

$$f_{s3} = \epsilon_{s3} E_s = 0.000589 \times 2 \times 10^6 = 1178 \rightarrow f_{s3} = 1178$$

$$f_{s4} = \epsilon_{s4} E_s = 0.002100 \times 2 \times 10^6 = 4200 \rightarrow f_{s4} = 4200$$

Luego para hallar la fuerza de cada capa de acero, se multiplicara por el área de refuerzo respectivamente:

$$F_{s1} = f_{s1} A_{s1} = 4200 \times 8.55 = 35910 \rightarrow C_{s1} = 35.91t$$

$$F_{s2} = f_{s2} A_{s2} = 1844 \times 5.70 = 10511 \rightarrow C_{s2} = 10.51t$$

$$F_{s3} = f_{s3} A_{s3} = 1178 \times 5.70 = 6715 \rightarrow T_{s3} = 6.72t$$

$$F_{s4} = f_{s4} A_{s4} = 4200 \times 8.55 = 35910 \rightarrow T_{s4} = 35.91t$$

Calculo de la fuerza de compresión:

$$C_{cc} = 0.85 f'_c a_b b$$

$$C_{cc} = 0.85 \times 210 \times 27 \times 40 = 192780$$

$$C_{cc} = 192.78t$$

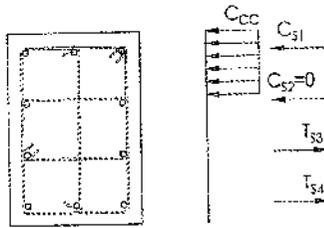


Figura 8.16 Fuerzas resultantes de tracción y compresión.

Finalmente, para hallar la fuerza resultante, se suma las fuerzas teniendo en cuenta su dirección:

$$P_n = C_{s1} + C_{s2} - T_{s3} - T_{s4} + C_{cc}$$

$$P_n = 35.91 + 10.51 - 6.72 - 35.91 + 192.78$$

$$P_n = 196.57t$$

Y para hallar el momento nominal se tomara momentos con respecto al centro plástico:

$$M_n = C_{s1} \left( \frac{h}{2} - d_1 \right) + C_{s2} \left( \frac{h}{2} - d_2 \right) + T_{s3} \left( d_3 - \frac{h}{2} \right) + T_{s4} \left( d_4 - \frac{h}{2} \right) + C_{cc} \left( \frac{h}{2} - a_b / 2 \right)$$

$$M_n = 35.91(30 - 6) + 10.51(30 - 22) + 6.72(38 - 30) + 35.91(54 - 30) + 192.78(30 - 27 / 2)$$

$$M_n = 50.42t - m$$

**Punto D (Zona de falla dúctil):** ( $C < C_b$ )

$$c = 22.00cm$$

$$a = 0.85c = 18.70cm$$

Luego hallaremos las deformaciones de cada acero:

$$\epsilon_{s1} = \left( \frac{c - d_1}{c} \right) 0.003 = \left( \frac{22 - 6}{22} \right) 0.003 = 0.002182$$

$$\epsilon_{s2} = \left( \frac{c - d_2}{c} \right) 0.003 = \left( \frac{22 - 22}{22} \right) 0.003 = 0.00$$

$$\epsilon_{s3} = \left( \frac{c - d_3}{c} \right) 0.003 = \left( \frac{22 - 38}{22} \right) 0.003 = 0.002182$$

$$\epsilon_{s4} = \left( \frac{c - d_4}{c} \right) 0.003 = \left( \frac{22 - 54}{22} \right) 0.003 = 0.004364$$

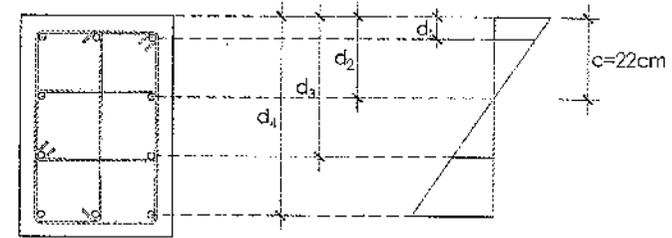


Figura 8.17 Deformaciones del acero.

Teniendo las deformaciones, se puede hallar el valor del esfuerzo de cada capa de acero, teniendo en cuenta que no pueden ser mayores de  $4200kg/cm^2$ .

$$f_{s1} = \epsilon_{s1} E_s = 0.002182 \times 2 \times 10^6 = 4364 \rightarrow f_{s1} = 4200.00$$

$$f_{s2} = \epsilon_{s2} E_s = 0.00 \times 2 \times 10^6 = 0 \rightarrow f_{s2} = 0.00$$

$$f_{s3} = \epsilon_{s3} E_s = 0.002182 \times 2 \times 10^6 = 4364 \rightarrow f_{s3} = 4200.00$$

$$f_{s4} = \epsilon_{s4} E_s = 0.004364 \times 2 \times 10^6 = 8728 \rightarrow f_{s4} = 4200.00$$

Luego para hallar la fuerza de cada capa de acero, se multiplicara por el área de refuerzo respectivamente:

$$F_{s1} = f_{s1} A_{s1} = 4200.00 \times 8.55 = 35910 \rightarrow C_{s1} = 35.91t$$

$$F_{s2} = f_{s2} A_{s2} = 0.00 \times 5.70 = 0 \rightarrow C_{s2} = 0.00t$$

$$F_{s3} = f_{s3} A_{s3} = 4200.00 \times 5.70 = 23940 \rightarrow T_{s3} = 23.94t$$

$$F_{s4} = f_{s4} A_{s4} = 4200.00 \times 8.55 = 35910 \rightarrow T_{s4} = 35.91t$$

$$C_{cc} = 0.85 f'_c ab = 0.85 \times 210 \times 18.70 \times 40 = 133518 \rightarrow C_{cc} = 133.52t$$

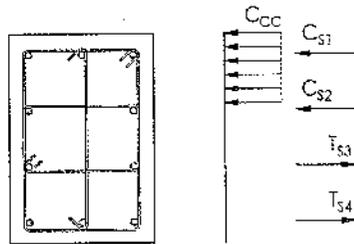


Figura 8.18 Fuerzas resultantes de tracción y compresión.

Finalmente, para hallar la fuerza resultante, se suma las fuerzas teniendo en cuenta su dirección:

$$P_n = C_{s1} + C_{s2} - T_{s3} - T_{s4} + C_{cc}$$

$$P_n = 35.91 + 0.00 - 23.94 - 35.91 + 133.52$$

$$P_n = 109.58t$$

Y para hallar el momento nominal se tomara momentos con respecto al centro plástico:

$$M_n = C_{s1} \left( \frac{h}{2} - d_1 \right) + C_{s2} \left( \frac{h}{2} - d_2 \right) + T_{s3} \left( d_3 - \frac{h}{2} \right) + T_{s4} \left( d_4 - \frac{h}{2} \right) + C_{cc} \left( \frac{h}{2} - a/2 \right)$$

$$M_n = 35.91(30 - 6) + 0.00(30 - 22) + 23.94(38 - 30) + 35.91(54 - 30) + 133.52(30 - 18.70/2)$$

$$M_n = 46.72t - m$$

**Punto E (Tracción pura)**

$$P_n = [-A_{st} f_y] = -28.50 \times 4200$$

$$P_n = -119.70t, M_n = 0.00t - m$$

En la siguiente tabla se tiene el resumen de los momentos y cargas nominales para la columna de 40x60cm. En la Figura 8.12 se muestra el diagrama de interacción teórico de la columna.

ITEMS	$M_n(t-m)$	$P_n(t)$
A	0.00	543.01
B	46.90	259.33
C	50.42	196.57
D	46.72	109.58
E	0.00	-119.70

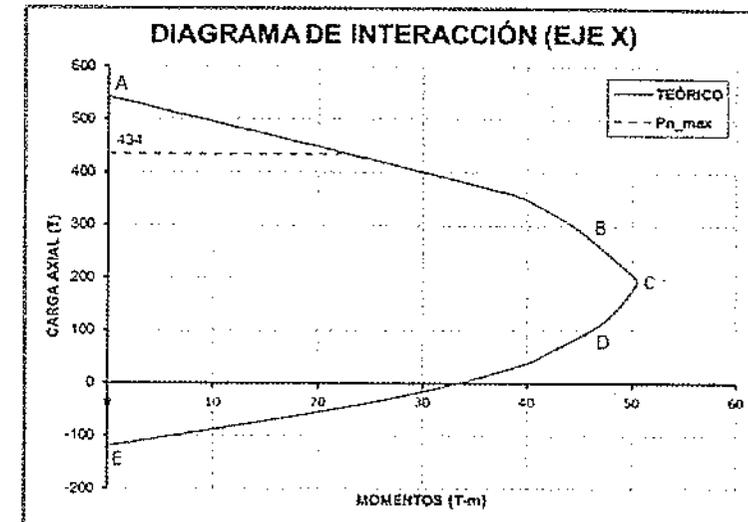


Figura 8.19 Diagrama de interacción de esfuerzos nominales en columna de 40x60.

**b. Ejemplo 02**

Se tiene una columna rectangular (Figura 8.21), la cual está soportando las siguientes cargas últimas:

ITEMS	Comb.	$P_n(t)$	$M_n(t-m)$
A	1.40D+1.70L	141.77	8.41
B	1.25(D+L)+S	105.20	3.18
C	1.25(D+L)-S	138.52	17.46
D	0.90D+S	55.22	6.42
E	0.90D-S	88.55	14.22

Verificar si la columna resiste las cargas por flexo-compresión.

$$f'_c = 210kg/cm^2 \text{ y } f_y = 4200kg/cm^2,$$

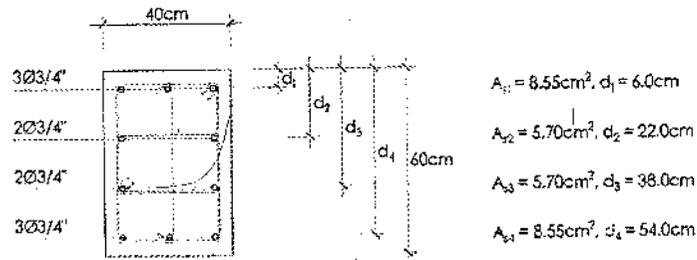


Figura 8.20 Columna 40cmx60cm

**Solución:**

Como ya se graficó el diagrama de interacción para esta columna (Figura 8.19) en un ejemplo anterior, ahora debemos graficar los puntos de las cargas últimas que afectan a la columna sobre el diagrama de interacción de diseño.

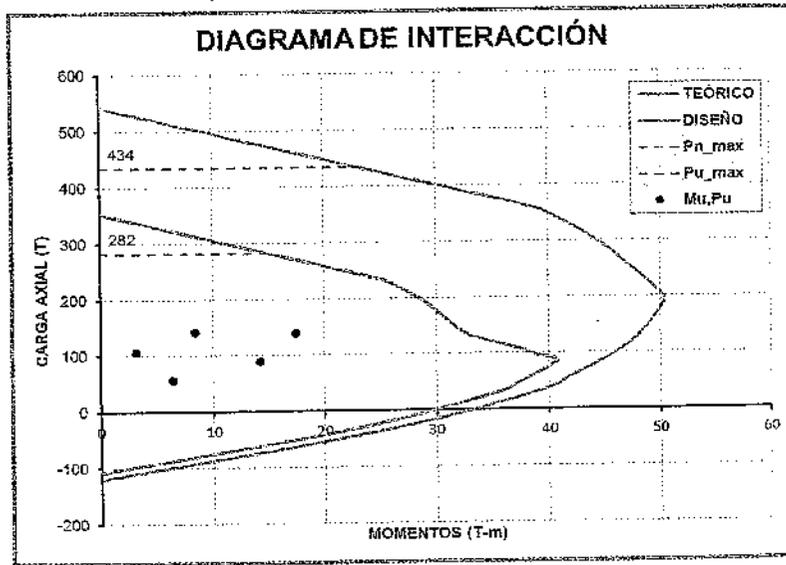


Figura 8.21 Ejemplo 2 - diseño de columna.

En la Figura 8.21 se aprecia que los momentos últimos están dentro de la curva del diagrama de interacción de diseño, por lo que se concluye que el diseño es el adecuado.

**c. Ejemplo 03**

Usando las gráficas de interacción de columnas del ACI, seleccione el refuerzo para la columna redonda corta zunchada mostrada en la Figura 8.22 si  $f'_c = 4000\text{lb/plg}^2$ ;  $f_y = 60000\text{lb/plg}^2$ ;  $P_u = 500\text{klb}$  y  $M_u = 225\text{klb} - \text{pie}$ .

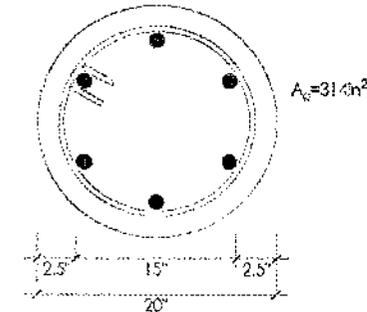


Figura 8.22 Columna circular - ejemplo 03.

**Solución:**

$$e = \frac{M_u}{P_u} = \frac{(12)(225)}{500} = 5.40\text{plg}$$

$$P_n = \frac{P_u}{\phi} = \frac{500}{0.75} = 666.7\text{klb}$$

$$K_n = \frac{P_n}{f'_c A_g} = \frac{666.7}{(4)(314)} = 0.531$$

$$R_n = \frac{P_n e}{f'_c A_g h} = \frac{(666.7)(5.40)}{(4)(314)(20)} = 0.143$$

$$\gamma = \frac{15}{20} = 0.75$$

Por interpolación entre las gráficas de la Figura 8.23 y Figura 8.24,  $\rho_g$  resulta ser igual a 0.0235 y  $\frac{f_s}{f_y} < 1.0$

$$\rho A_g = (0.0235)(314) = 7.38\text{plg}^2 < 47.61\text{cm}^2$$

Usar 10 varillas 1" (5.07cm²).

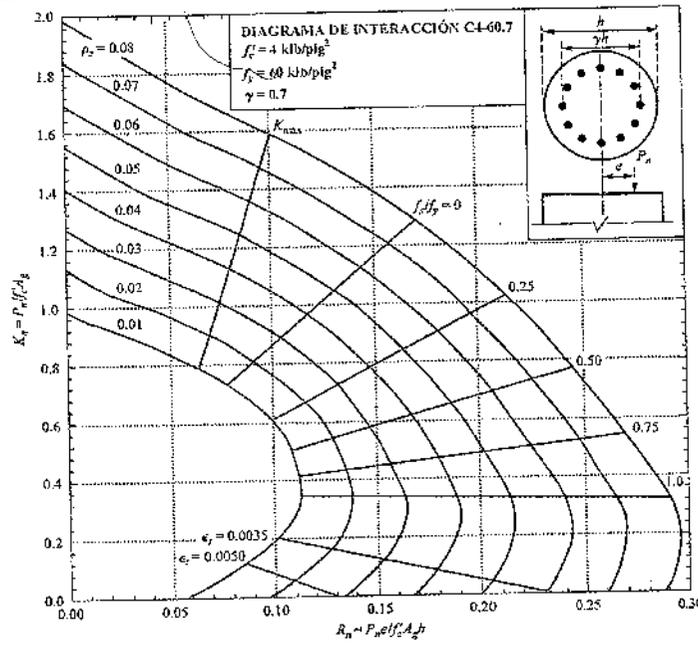


Figura 8.23 Diagrama de interacción C4-60.7 (Fuente: ACI)

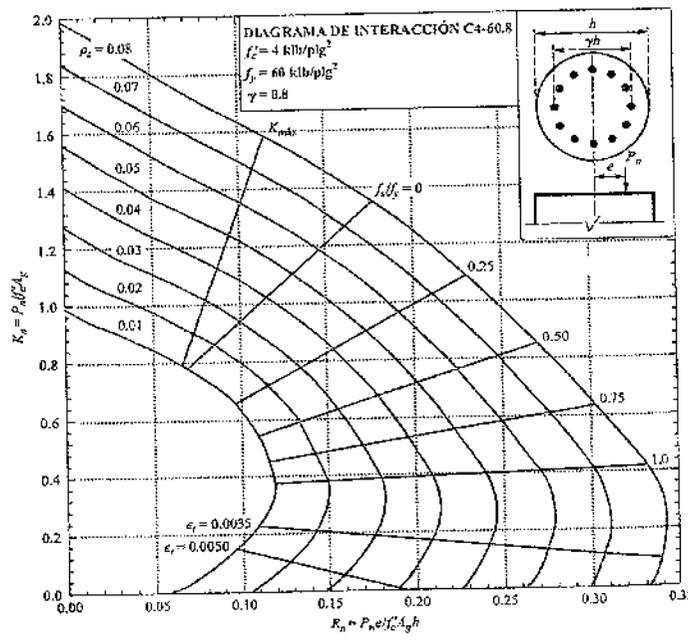


Figura 8.24 Diagrama de interacción C4-60.8 (Fuente: ACI)

d. Ejemplo 04

Determinar las dimensiones de una columna rectangular cuya relación de lados es de 2:3, y tiene una cuantía aproximada de 4.3%, sometida a una carga muerta axial de 340t y una carga viva de 185t. ( $f'_c = 280\text{kg/cm}^2$ ,  $f_y = 4200\text{kg/cm}^2$ ).

Solución:

Calculamos la carga última para la columna:

$$P_u = 1.4(340) + 1.7(185) = 790.5t$$

Seleccionando el tamaño de la columna y las varillas:

$$P_u = 0.80\phi [0.85f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}]$$

$$790.5 \times 1000 = 0.80(0.65) [0.85(280)(A_g - 0.043A_g) + (4200)(0.043A_g)]$$

$$A_g = 3722.62\text{cm}^2$$

$$A_g = (2X)(3X) \rightarrow X \approx 25\text{cm}$$

Por lo tanto, la columna rectangular será de 0.50x0.75m. El área de acero será:

$$A_{st} = 0.043(50 \times 75) = 161.25\text{cm}^2$$

Considerando varillas de 1" ( $A_s = 5.07\text{cm}^2$ )

$$\#Var = \frac{161.25}{5.07} = 31.80 \approx 32 \text{ Var.}$$

La distribución del acero será como se muestra en la Figura 8.25.

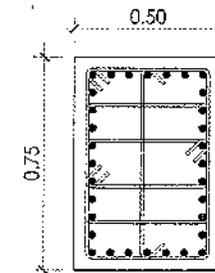


Figura 8.25 Distribución de acero.

**DISEÑO DE MUROS ESTRUCTURALES****9.1. MUROS ESTRUCTURALES DE CONCRETO ARMADO****9.1.1. Definición**

Los muros estructurales de concreto armado, también conocidos como placas, son ampliamente utilizados en el diseño de edificaciones sismorresistentes para obtener un comportamiento estructural eficiente. Son muros de concreto armado que dada su mayor dimensión, mucho mayor que su ancho, proporcionan en dicha dirección elevada rigidez y ductilidad que le permiten resistir de forma eficiente las cargas laterales debidas a las acciones sísmicas y de viento, limitando los desplazamientos laterales de la estructura y disipando energía.

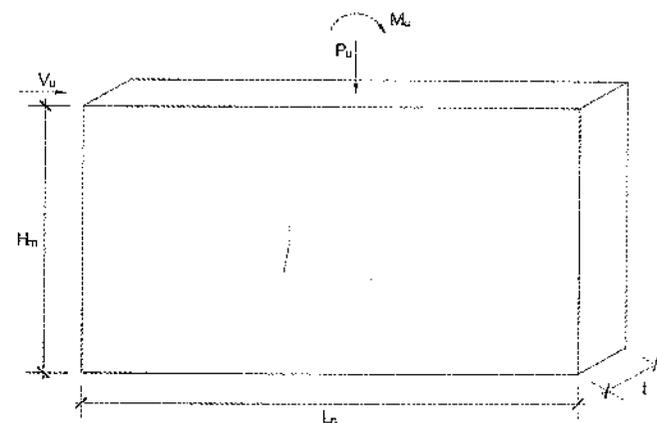


Figura 9.1 Muros Estructurales

### 9.1.2. Características generales

El comportamiento se puede representar como una viga vertical empotrada en voladizo (cantiléver) con un modo de deformación dominado por flexión. El modelo es válido para sistemas que toman en cuenta una disposición simétrica de los muros en planta para evitar los efectos torsionales producidos por cambios de rigidez, así como una baja presencia de vanos o aberturas que influyan en la respuesta estructural de la edificación.

En cuanto a sus dimensiones, los muros estructurales de concreto armado se caracterizan por su reducido espesor en comparación con el resto de sus dimensiones.

La distribución del acero a lo largo del muro influye en su desempeño. Los muros con refuerzo concentrado en los extremos son más resistentes y dúctiles. Esta ductilidad puede verse reducida si el acero a flexión incursiona en el intervalo de endurecimiento de deformación, por lo que es necesario un adecuado confinamiento de los elementos de borde para aumentar la capacidad de deformación útil del concreto y retrasar el pandeo por flexión.

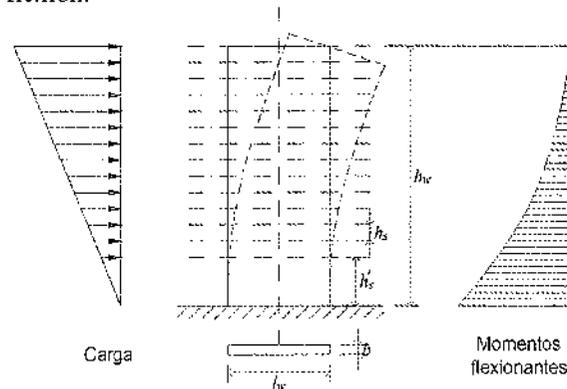


Figura 9.2 Muro de cortante en voladizo.

### 9.1.3. Disposición del refuerzo

Por tratarse de miembros de concreto armado, la adecuada disposición del acero de refuerzo en toda la longitud de los muros es necesaria para obtener el comportamiento esperado, es especial cuando se desea diseñar para que dicho acero incursiona en el rango inelástico. En zonas específicas con el propósito de disipar energía se colocan elementos de borde, los cuales están ubicadas en los extremos de los muros con una disposición

especial del acero de refuerzo, con un importante confinamiento y un posible incremento de sección. El refuerzo de elementos de borde, ubicado en los extremos del muro, toma tracción o compresión debido a la flexión, y colabora en tomar el corte en la base que tiende a generar deslizamiento. El acero de refuerzo se distribuye en las dos direcciones, colocándose refuerzo horizontal y vertical con el fin de resistir la fuerza cortante en las dos direcciones ortogonales al plano del muro, así como las solicitaciones por momento flector, fuerza axial y deslizamiento. El refuerzo diagonal puede ser utilizado en zonas de dinteles sometidas a fuerzas cortantes elevadas.

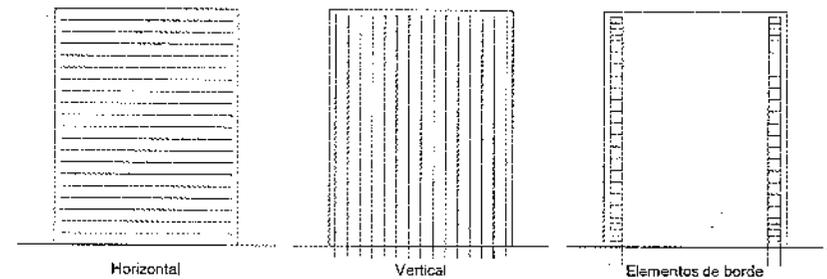


Figura 9.3 Tipos de refuerzo en muros.

### 9.1.4. Clasificación de los muros

**Por su geometría.** Se pueden clasificar según su relación de aspecto. Algunos muros pueden ser de distintas alturas y/o longitud variable a medida que se asciende en los niveles de las edificaciones. A medida que la relación de aspecto disminuye, se aumenta la probabilidad de falla por corte, y cuando esta relación es alta se comporta como viga en voladizo donde la sollicitación predominante es la flexión.

Los muros se clasifican en tres tipos:

- Muros bajos: la relación altura/longitud ( $H/L < 2$ ).
- Muros intermedios: la relación altura/longitud ( $2 \leq H/L < 5$ ).
- Muros altos: la relación altura/longitud ( $H/L \geq 5$ ).

**Por la forma de su sección transversal.** Se pueden clasificar:

- Muros planos: conjunto de muros que proyectados en planta no presentan cambios de dirección ni bifurcación.
- Muros con elementos extremos: con incremento de sección en los bordes.

- Muros con alas: los cuales al ser proyectados en planta lucen como muros perpendiculares entre sí (forma de T, L).
- Muros quebrados: presentan cambios de direcciones y bifurcaciones en su proyección de planta.

Por su comportamiento. Se pueden clasificar en:

- Muros de corte: las deflexiones y la resistencia son controladas por esfuerzos cortantes.
- Muros de corte y flexión: las deflexiones y la resistencia son controladas por esfuerzos de flexión.
- Muros dúctiles: poseen buenas características de disipación de energía bajo cargas reversibles.

### 9.1.5. Modos de falla

**Falla por tracción diagonal.** Cuando el refuerzo horizontal por corte es insuficiente, puede desarrollarse un plano de falla diagonal. Este modo de falla está controlado casi exclusivamente por la resistencia del refuerzo horizontal en el muro. Una falla por tracción diagonal también puede desarrollarse a lo largo de un plano de falla más inclinado. La prevención de la falla por tracción diagonal en muros estructurales resistentes a sismos debe lograrse por medio del diseño de suficiente refuerzo horizontal capaz de transferir un cortante sustancialmente mayor al que produce la fluencia del acero vertical por flexión.

**Fallas por compresión diagonal.** Cuando el esfuerzo cortante promedio en el muro es grande y existe adecuado refuerzo horizontal, el concreto puede aplastarse bajo compresión diagonal. Cuando se aplica carga cíclica reversible de tal forma que dos conjuntos de agrietamientos diagonales se han desarrollado, la falla por compresión diagonal puede ocurrir a un nivel de cortante mucho menor. Las grietas diagonales que se intersecan, y que se abren y cierran de manera cíclica con la carga, reducen considerablemente la resistencia a compresión del concreto. A menudo el aplastamiento del concreto se extiende rápidamente a lo largo del muro. La falla por compresión diagonal resulta en una dramática e irrecuperable pérdida de resistencia. Por lo tanto, la falla por compresión diagonal es muy indeseable en muros que deberían responder de una manera dúctil. La limitación del máximo esfuerzo cortante que ocurre en el momento de alcanzarse la máxima resistencia a flexión permite verificar que una falla

por compresión diagonal no impida el desarrollo de un comportamiento dúctil.

**Fallas por deslizamiento a lo largo de un plano horizontal.** Las fallas por tracción diagonal y por compresión diagonal pueden prevenirse mediante la colocación de suficiente refuerzo horizontal y la limitación del esfuerzo cortante nominal en el muro, como se ha descrito antes. Luego, se esperaría que las deformaciones inelásticas requeridas para disipación de energía podrían desarrollarse principalmente en la deformación post-fluencia del acero vertical por flexión. Sin embargo, después de varios ciclos de carga reversible que produzcan fluencia apreciable en el refuerzo vertical, puede ocurrir deslizamiento a lo largo de grietas de flexión que se interconectan y forman un plano aproximadamente horizontal. Tales desplazamientos son responsables de una reducción significativa de rigidez, particularmente para valores pequeños de la carga horizontal, y consecuentemente, una reducción de la disipación de energía.

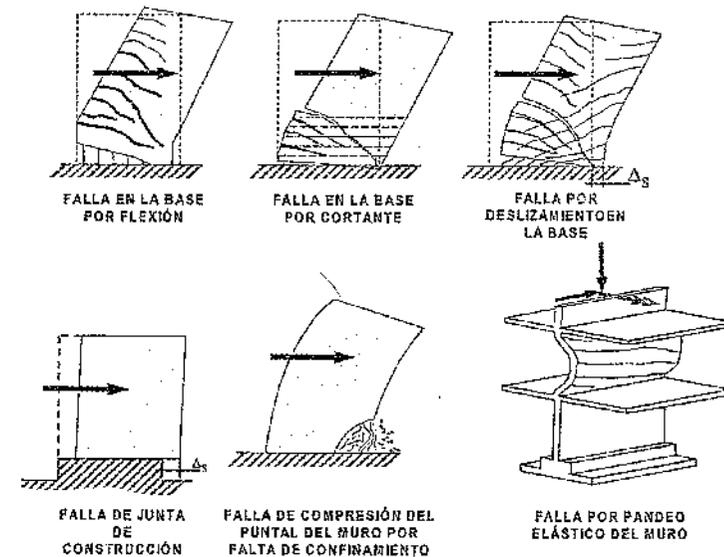


Figura 9.4 Modos de falla de muros estructurales.

### 9.1.6. Zona de compresión

El valor de "c" es la distancia al eje neutro medido desde la fibra extrema en compresión y el eje neutro calculada para la fuerza axial mayorada y la

resistencia nominal a momento consistente con el desplazamiento de diseño.

Una vez establecida la sección del muro estructural, es necesario chequear la necesidad de elementos de borde. Los elementos de borde son regiones en los extremos con refuerzo concentrado y confinados de manera similar a las columnas (con estribos cerrados y ganchos) de tal manera que sean capaces de resistir las inversiones de los esfuerzos por efectos de los sismos y prevenir el pandeo en el alma del muro cerca de los extremos, debido a los altos esfuerzos de compresión que se originan en los extremos. Estos elementos de borde generalmente son más anchos que el espesor del muro; sin embargo, se permite que tengan el mismo espesor que el muro.

Adicionalmente, los muros estructurales deberán igualmente disponerse de elementos de borde cuando los esfuerzos de compresión en la fibra extrema correspondiente a las fuerzas mayoradas incluyendo el sismo, sobrepasen

$$0.20 f'_c.$$

En resumen, para regiones sísmicas siempre se debe disponer de elementos de borde como cabezales con un espesor mayor a la del alma del muro. Estos cabezales deberán proveerse de una concentración de acero longitudinal y confinarse siguiendo los mismos requisitos de una columna; según la demanda, deberán extenderse los cabezales a lo largo de todo el muro.

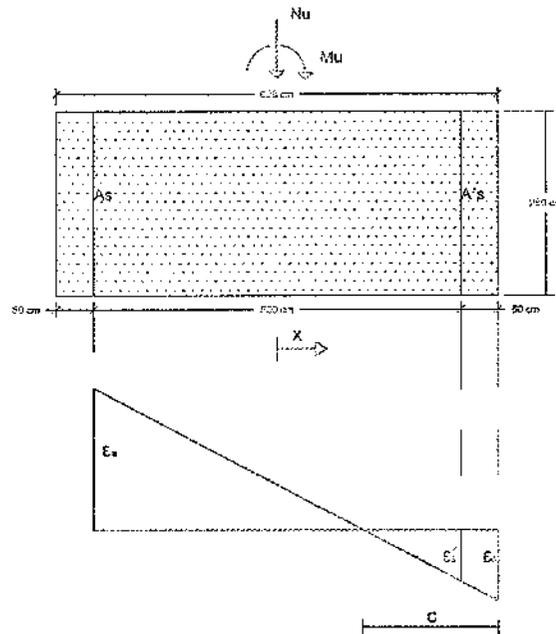


Figura 9.5 Distancia al eje neutro desde la fibra extrema en compresión "c"

## 9.2. DISEÑO SÍSMICO DE MUROS

### 9.2.1. Fuerzas de diseño

Los muros de corte deben ser diseñados para la acción simultánea de las cargas axiales, fuerzas cortantes y momentos flectores provenientes del análisis.

### 9.2.2. Espesores mínimos

El espesor de los muros será dimensionado considerando la posibilidad de pandeo lateral por flexión de los bordes del muro, salvo que se suministre arriostre lateral en los bordes mediante aletas.

El espesor del alma de los muros de corte no deberá ser menor de 1/25 de la altura entre elementos que le proporcionen apoyo lateral ni menor de 150mm, salvo para los sistemas estructurales de muros de ductilidad limitada, para los cuales el espesor mínimo del alma no deberá ser menor de 100mm.

El diseño de las mezclas de concreto para los muros de espesores reducidos, deberá tomar en cuenta las condiciones de trabajabilidad para lograr un concreto homogéneo sin segregación ni cangrejeras.

Cuando el muro de corte se convierta en un muro exterior de contención en los sótanos, el espesor mínimo en los sótanos será de 200mm. El muro deberá diseñarse considerando además las acciones perpendiculares a su plano.

Cuando el muro reciba carga concentradas provenientes por ejemplo de vigas perpendiculares al plano del muro, deberá investigarse si el espesor es adecuado para la acción de las cargas axiales y de los momentos perpendiculares al plano del muro.

La longitud horizontal del muro considerada como efectiva para cada carga concentrada no debe exceder la distancia centro a centro entre las cargas ni del ancho de apoyo más dos veces el espesor del muro a cada lado, a no ser que se demuestre mediante un análisis detallado la contribución de una longitud mayor.

9.2.3. Refuerzo distribuido vertical y horizontal

Las cuantías mínimas de refuerzo distribuido en el alma, horizontal y vertical, así como los espaciamientos máximos de este refuerzo serán:

a. Según el RNE Norma E.060 - 2009:

a) La cuantía horizontal será:

$$\rho_h = \frac{V_s}{A_{cv} f_y} \quad (\text{Ec. 9.1})$$

La cuantía de refuerzo horizontal para cortante no debe ser menor que 0,0025 y su espaciamiento no debe exceder tres veces el espesor del muro ni de 400mm.

b) La cuantía de refuerzo vertical para cortante,  $\rho_v$ , no debe ser menor que:

$$\rho_v = 0.0025 + 0.5 \left( 2.5 - \frac{H_m}{L_m} \right) (\rho_h - 0.0025) \geq 0.0025 \quad (\text{Ec. 9.2})$$

Pero no necesita ser mayor que el valor de  $\rho_h$  requerida. En la ecuación anterior,  $H_m$  es la altura total del muro y  $L_m$  es la longitud total del muro.

El espaciamiento del refuerzo vertical para cortante no debe exceder no debe exceder tres veces el espesor del muro ni de 400mm.

Cuando el espesor del muro sea mayor que 200mm deberá distribuirse el refuerzo horizontal y vertical por cortante en las dos caras del muro.

El refuerzo que contribuye a la resistencia en cortante en el plano del muro debe ser continuo y debe estar distribuido a través del plano de cortante.

En un muro deben emplearse cuando menos dos capas de refuerzo cuando:

- a) El espesor del muro sea mayor o igual de 200mm.
- b) Cuando la fuerza cortante  $V_u$  exceda  $0.17 A_{cv} \sqrt{f'_c}$

El refuerzo vertical distribuido no necesita estar confinado por estribos a menos que su cuantía exceda de 0,01.

b. Según ACI - 318 - 2014:

Cuando  $V_u \leq 0.5\phi V_c$  en el plano del muro,  $\rho_l$  mínimo y  $\rho_t$  mínimo deben cumplir con la Tabla 9.1 No hay necesidad de cumplir estos límites si se demuestra por medio de análisis estructural que se obtiene resistencia y estabilidad adecuadas.

Tabla 9.1 Refuerzo mínimo para muros con  $V_u \leq 0.5\phi V_c$  en el plano del muro.

Tipo de muro	Tipo de refuerzo no preesforzado	Tamaño de la barra	$f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Ref. longitudinal mínimo <sup>[1]</sup> , $\rho_l$	Ref. horizontal mínimo, $\rho_t$
Construido en obra	Barras corrugadas	$\geq 5/8"$	$\geq 4200$	0.0012	0.0020
		$< 5/8"$	$< 4200$	0.0015	0.0025
	Refuerzo de alambre electrosoldado	$\leq W31$ ó D31	Cualquiera	0.0015	0.0025
Pefabricado <sup>[2]</sup>	Barras corrugadas o refuerzo de alambre electrosoldado	Cualquiera	Cualquiera	0.0010	0.0010

<sup>[1]</sup> No es necesario que los muros preesforzados, con un esfuerzo promedio a compresión efectivo de al menos 225 lb/pulg<sup>2</sup> (15.80 kg/cm<sup>2</sup>), cumplan con los requisitos para refuerzo mínimo longitudinal,  $\rho_l$ .

<sup>[2]</sup> En muros en una dirección prefabricados, preesforzados, con ancho menor de 12 pies y no conectados mecánicamente para causar restricción en la dirección horizontal, no es necesario cumplir con los requisitos mínimos de refuerzo en la dirección normal al refuerzo para flexión.

Cuando  $V_u \geq 0.5\phi V_c$  en el plano del muro, se deben cumplir (a) y (b):

(a)  $\rho_l$  debe ser al menos el mayor valor entre el valor calculado mediante la ecuación (Ec. 9.3) y 0.0025, pero no necesita exceder al  $\rho_l$  requerido por la Tabla 9.1.

$$\rho_l \geq 0.0025 + 0.5 \left( 2.5 - \frac{H_m}{L_m} \right) (\rho_t - 0.0025) \quad (\text{Ec. 9.3})$$

(b)  $\rho_t$  debe ser al menos 0.0025.

## 9.2.4. Resistencia al cortante en el plano del muro

## a. Según el RNE Norma E.060 - 2009:

La resistencia al corte  $V_n$  de muros estructurales se determinará según lo siguiente:

La resistencia  $V_n$ , en cualquier sección horizontal para cortante en el plano del muro no debe tomarse mayor que:

$$V_n \leq 0.83 \sqrt{f'_c} A_{cw} \quad (\text{Ec. 9.4})$$

Donde  $A_{cw}$  representa el área de corte de la sección transversal del muro (área del alma) o del segmento del muro considerado.

La contribución del concreto,  $V_c$ , no debe exceder de:

$$V_c \leq A_{cw} \left( \alpha_c \sqrt{f'_c} \right) \quad (\text{Ec. 9.5})$$

Para  $\alpha_c$ :

$$\frac{H_m}{L_m} \leq 1.50 \rightarrow \alpha_c = 0.80$$

$$\frac{H_m}{L_m} \geq 2.00 \rightarrow \alpha_c = 0.53$$

Los muros deben tener refuerzo por cortante distribuido que proporcione resistencia en dos direcciones ortogonales en el plano del muro. Si  $h_m/L_m$  no excede de 2,0 la cuantía de refuerzo vertical no debe ser menor que la cuantía de refuerzo horizontal.

En todas las zonas de los muros o segmentos de muro donde se espere fluencia por flexión del refuerzo vertical como consecuencia de la respuesta sísmica inelástica de la estructura, el cortante de diseño  $V_n$  deberá ajustarse a la capacidad en flexión instalada del muro o segmento de muro mediante:

$$V_n \geq V_{ua} \left( \frac{M_n}{M_{ua}} \right) \quad (\text{Ec. 9.6})$$

Donde  $V_{ua}$  y  $M_{ua}$  son el cortante y el momento amplificados provenientes del análisis y  $M_n$  es el momento nominal resistente del muro, calculado con los aceros realmente colocados, asociado a la carga  $P_u$ . El cociente  $M_n / M_{ua}$  no debe tomarse mayor que el coeficiente de reducción (R) utilizado en la determinación de las fuerzas laterales de sismo.

Esta disposición podrá limitarse a una altura del muro medida desde la base equivalente a la longitud del muro  $L_m$ ,  $M_u / 4V_u$  ó la altura de los dos primeros pisos, la que sea mayor.

## b. Según ACI - 318 - 2014:

Para el diseño de fuerzas cortantes horizontales en el plano del muro,  $h$  es el espesor del muro y  $d$  debe considerarse igual a  $0.8L_m$ . Se puede utilizar un valor mayor de  $d$ , igual a la distancia de la fibra extrema en compresión al centroide de la resultante de las fuerzas de todo el refuerzo en tracción, cuando la localización de la resultante se determine por medio de un análisis de compatibilidad de deformaciones.

$V_n$  en cualquier sección horizontal no debe exceder  $10\sqrt{f'_c}hd$ .

$V_n$  debe calcularse mediante:

$$V_n = V_c + V_s \quad (\text{Ec. 9.7})$$

A menos que se haga un cálculo más detallado de acuerdo con (\*),  $V_c$  no se debe exceder  $2\lambda\sqrt{f'_c}hd$  para muros sometidos a compresión axial, ni exceder el valor dado en (\*\*) para muros sometidos a tracción axial.

(\*) Se permite calcular  $V_c$  de acuerdo con la Tabla 9.2, donde  $N_u$  es positivo para compresión y negativo para tracción y la cantidad  $N_u / A_g$  debe expresarse en  $\text{kg/cm}^2$ .

(\*\*) Para miembros no preesforzados con tracción axial significativa,  $V_c$  debe calcularse por medio de:

$$V_c = 0.53 \left( 1 + \frac{N_u}{35A_g} \right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{Ec. 9.8})$$

Donde  $N_u$  es negativo para tracción y  $V_c$  no debe tomarse menor que cero.

Tabla 9.2  $V_c$ : Muros no preesforzados y preesforzados.

Opción de cálculo	Fuerza Axial	$V_c$	
Simplificado	Compresión	$0.53\lambda\sqrt{f'_c}hd$	
	Tracción	Mayor de:	$0.53\left(1 + \frac{N_u}{35A_g}\right)\lambda\sqrt{f'_c}b_wd$ 0
Detallado	Tracción y Compresión	Menor de:	$0.88\lambda\sqrt{f'_c}hd + \frac{N_u d}{4L_m}$
			$\left[0.16\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{L_m\left(0.33\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{0.2N_u}{L_m h}\right)}{\frac{M_u}{V_u} - \frac{L_m}{2}}\right]hd$ Esta ecuación no aplica cuando $(M_u / V_u - L_m / 2)$ es negativo.

Se permite que las secciones situadas cerca de la base del muro menos que una distancia  $L_m / 2$  o que la mitad de la altura del muro, la que sea menor, sean diseñadas para el  $V_c$  calculado usando las opciones de cálculo detallado de la Tabla 9.2, a una distancia medida desde la base del muro de  $L_m / 2$  ó de la mitad de la altura del muro, la que sea menor.

$V_s$  debe ser proporcionado por refuerzo transversal de cortante, el cual debe calcularse por medio de:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (\text{Ec. 9.9})$$

### 9.2.5. Diseño por flexión y carga axial

#### a. Según el RNE Norma E.060 - 2009:

La resistencia a flexo-compresión de los muros estructurales y partes de dichos muros sometidos a una combinación de carga axial y flexión debe determinarse de acuerdo a los siguientes puntos:

El diseño por resistencia de elementos sometidos a flexión y carga axial debe basarse en las hipótesis dadas en 10.2.2 a 10.2.7 del reglamento E060 - 2009, y debe satisfacer las condiciones de equilibrio y de compatibilidad de deformaciones.

En la determinación de la resistencia, a partir de un análisis de compatibilidad de deformaciones, se debe incluir todo el refuerzo longitudinal colocado dentro de un ancho efectivo de las alas (si existen) en los extremos y el alma del muro. Todo el refuerzo tomado en cuenta en el cálculo de la resistencia deberá estar anclado.

Si el muro posee aberturas, se deberá considerar su influencia en la resistencia a flexión y cortante.

En muros con alas, el ancho efectivo del ala tanto en compresión como en tracción, debe extenderse desde la cara del alma una distancia igual al menor valor entre la mitad de la distancia al alma de un muro adyacente y el 10% de la altura total del muro. Este requisito se puede modificar si realiza un análisis más detallado.

El acero de refuerzo que se concentre en los extremos del muro (elementos de borde) debe cumplir con:

El refuerzo de acero longitudinal y transversal en todos los elementos con responsabilidad sísmica será corrugado y deberá cumplir con las disposiciones de ASTM A 706M. Se permite el empleo de acero de refuerzo ASTM A 615M, grados 280 y 420, en estos elementos siempre y cuando:

- La resistencia real a la fluencia (obtenida en ensayos de laboratorio) no sea mayor que el esfuerzo de fluencia especificado  $f_y$ , en más de 125MPa.
- La relación entre la resistencia de tracción ( $f_u$ ) y el esfuerzo de fluencia ( $f_y$ ), medida en el laboratorio, no sea menor de 1,25.

Deberá proveerse del refuerzo longitudinal necesario para garantizar una resistencia de diseño a flexo-compresión del muro por lo menos igual al momento de agrietamiento de la sección. El momento de agrietamiento de la sección se calculará asumiendo comportamiento lineal elástico con las

propiedades de la sección bruta de concreto del muro e incluyendo el efecto de la carga axial  $P_u$ .

Esta disposición podrá limitarse a las secciones de muro en las cuales el esfuerzo en la fibra extrema en tracción, ocasionado por la acción conjunta de  $P_u$  y  $M_u$ , exceda de  $0.63 f_c'$ .

**b. Según ACI - 318 - 2014:**

Carga axial y flexión dentro y fuera del plano

Para los muros de carga,  $P_n$  y  $M_n$  (dentro y fuera del plano) deben calcularse de acuerdo con 22.4. del reglamento del ACI 318 - 2014. De manera alternativa, se permite considerar la carga axial y flexión fuera del plano de acuerdo con (\*).

(\*) Carga axial y flexión fuera del plano - método simplificado de diseño  
Cuando la resultante de todas las cargas mayoradas esté localizada dentro del tercio central del espesor total de un muro macizo con una sección transversal rectangular, se permite calcular  $P_n$  por medio de:

$$P_n = 0.55 f_c' A_g \left[ 1 - \left( \frac{kl_c}{32h} \right)^2 \right] \quad (\text{Ec. 9.10})$$

El factor de longitud efectiva  $k$  para ser utilizado en la ecuación (Ec. 9.10) debe cumplir con la Tabla 9.3.

Tabla 9.3 Factor de longitud efectiva  $k$  para muros.

Condiciones de borde	$k$
Muros arriostrados en la parte superior e inferior contra desplazamiento lateral, y	0.8
(a) Restringidos contra rotación en uno o ambos extremos (superior, inferior o ambos)	
(b) No restringidos contra la rotación en ambos extremos	
Muros no arriostrados contra desplazamiento lateral	2.0

El factor de reducción de resistencia  $\phi$  para  $P_n$  en la ecuación (Ec. 9.10) debe ser el factor para secciones controladas por compresión de 21.2.2. del reglamento del ACI 318 - 2014.

El refuerzo del muro no debe ser menor al requerido por 9.2.4 (b).

**9.2.6. Elementos de borde para muros estructurales**

Del ACI 318 - 2014 tenemos:

**18.10.6.2.** *Muros y muros confinados con  $h_w/l_w \geq 2.0$  que son efectivamente continuos desde la base de la estructura hasta la parte superior del muro y que se diseñan para tener una única sección crítica a flexión y fuerzas axiales deben cumplir con (a) y (b) o alternativamente deben diseñarse cumpliendo 18.10.6.3:*

(a) *Las zonas de compresión deben ser reforzadas con elementos especiales de borde cuando*

$$c \geq \frac{l_w}{600(1.5\delta_u/h_w)} \quad (18.10.6.2)$$

*y  $c$  corresponde a la mayor profundidad del eje neutro calculada para la fuerza axial mayorada y resistencia nominal a momento congruente con el desplazamiento de diseño  $\delta_u$ . El cociente  $\delta_u/h_w$  no debe tomarse menor que 0.005.*

(b) *Donde se requieran elementos especiales de borde según (a), el refuerzo del elemento especial de borde debe extenderse verticalmente sobre y bajo la sección crítica en una distancia al menos igual a la mayor entre  $l_w$  o  $M_u/4V_u$ , excepto lo que se permita en 18.10.6.4(g).*

**18.10.6.3** *Los muros estructurales que no se diseñen de acuerdo con 18.10.6.2 deben tener elementos especiales de borde en los bordes y alrededor de las aberturas de los muros estructurales cuando el esfuerzo a compresión máximo de la fibra extrema, correspondiente a las combinaciones de carga de diseño que incluyen efectos sísmicos  $E$ , sobrepasen  $0.2f_c'$ . Los elementos especiales de borde pueden ser discontinuados donde el esfuerzo de compresión calculado sea menor que  $0.15f_c'$ . Los esfuerzos deben calcularse usando un modelo lineal elástico y las propiedades de la sección bruta. Para muros*

con alas, debe usarse un ancho de ala efectiva como se define en 18.10.5.2.

**18.10.6.4**

Donde se requieran elementos especiales de borde, de acuerdo con 18.10.6.2 ó 18.10.6.3, se debe cumplir con las condiciones (a) hasta (h):

(a) El elemento de borde se debe extender horizontalmente desde la fibra extrema en compresión hasta una distancia al menos igual al mayor valor entre  $c - 0.1l_w$  y  $c/2$ , donde  $c$  corresponde a la mayor profundidad del eje neutro calculada para la fuerza axial mayorada y la resistencia nominal a momento congruente con el desplazamiento de diseño  $\delta_u$ .

(b) El ancho de la zona de compresión por flexión,  $b$ , dentro de la distancia horizontal calculada por medio de 18.10.6.4(a), incluyendo el ala, si existe, debe ser al menos  $h_w/16$ .

(c) Para muros o machones de muro con  $h_w/l_w \geq 2.0$  que son efectivamente continuos desde la base de la estructura hasta la parte superior del muro, diseñados para que tengan una sola sección crítica para flexión y carga axial, y con  $c/l_w \geq 3/8$ , el ancho de la zona de compresión por flexión  $b$  dentro de la distancia horizontal calculada por medio de 18.10.6.4(a) debe ser mayor o igual a 12 pulg.

(d) En las secciones con alas, los elementos de borde deben incluir el ancho efectivo del ala en compresión y se deben extender por lo menos 12 pulg. dentro del alma.

(e) El refuerzo transversal de los elementos de borde debe cumplir con los requisitos de 18.7.5.2(a) hasta (e) y 18.7.5.3, excepto que el valor de  $h_x$  en 18.7.5.2 no debe exceder el menor de 14 pulg. y dos tercios del ancho del elemento de borde, y el límite del espaciamiento del refuerzo transversal de 18.7.5.3(a) debe ser un tercio de la menor dimensión del elemento de borde.

(f) La cantidad de refuerzo transversal debe cumplir con la Tabla 18.10.6.4(f).

(g) Cuando la sección crítica está localizada en la base del muro, el refuerzo transversal del elemento de borde en la base del muro debe extenderse dentro del apoyo por lo

menos  $l_d$ , de acuerdo con 18.10.2.3, del refuerzo longitudinal de mayor diámetro del elemento especial de borde. Cuando el elemento de especial borde termina en una zapata, losa de cimentación, o cabezal de pilote, el refuerzo transversal del elemento especial de borde debe extenderse al menos 12 pulg. dentro de la zapata, losa de cimentación, o cabezal de pilote, a menos que se requiera una extensión mayor en 18.13.2.3.

Tabla 18.10.6.4(f) — Refuerzo transversal para elementos especiales de borde

Refuerzo transversal	Expresiones aplicables	
$A_{sh} / sb_c$ para estribos cerrados de confinamiento	Mayor que	$0.3 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}$
		$0.09 \frac{f'_c}{f_y}$
$\rho_s$ para espirales o estribos cerrados de confinamiento circulares	Mayor que	$0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}$
		$0.12 \frac{f'_c}{f_y}$

(h) El refuerzo horizontal del alma del muro debe extenderse hasta dentro de 6 pulg. del extremo del muro. El refuerzo debe anclarse para desarrollar  $f_y$  dentro del núcleo confinado del elemento de borde utilizando ganchos estándar o cabezas. Donde el elemento de borde confinado tiene una longitud suficiente para desarrollar el refuerzo horizontal del alma, y  $A_s f_y / s$  del refuerzo horizontal del alma no excede  $A_s f_y / s$  del refuerzo transversal del elemento de borde paralelo al refuerzo horizontal del alma, se puede terminar el refuerzo horizontal del alma sin gancho estándar o cabeza.

**18.10.6.5**

Cuando no se requieren elementos especiales de borde de acuerdo con lo indicado en 18.10.6.2 ó 18.10.6.3, se debe cumplir con (a) y (b):

(a) Si la cuantía de refuerzo longitudinal en el borde del muro excede  $400 / f_y$ , el refuerzo transversal de borde

debe cumplir con lo indicado en 18.7.5.2(a) hasta (e) en la distancia calculada de acuerdo con 18.10.6.4(a). El espaciamiento longitudinal del refuerzo transversal en el borde del muro no debe exceder el menor de 8 pulg. y  $8d_b$  de la más pequeña de las barras principales de refuerzo de flexión, excepto que el espaciamiento no debe exceder el menor de 6 pulg. y  $6d_b$  dentro de una distancia igual al mayor de  $l_w$  y  $M_u / 4V_u$  por encima y por debajo de la sección crítica donde se espera que ocurra la fluencia del refuerzo longitudinal como consecuencia de los desplazamientos laterales inelásticos.

(b) Excepto cuando  $V_u$  en el plano del muro sea menor que  $A_{ev} \lambda \sqrt{f'_c}$ , el refuerzo horizontal que termine en los bordes de muros estructurales sin elementos de borde debe tener un gancho estándar que abrace el refuerzo de borde o el refuerzo de borde debe estar abrazado por estribos en U que estén empalmados al refuerzo horizontal y tengan su mismo diámetro y espaciamiento.

### 9.2.7. Requisitos para muros especiales según ACI 318 - 2014

#### a. Confinamiento para elemento de borde especial

El espaciamiento de los estribos para elementos de borde especiales no debe exceder al menor valor de:

- (a) 150 mm;
- (b)  $6db$  (de la barra más pequeña de refuerzo a flexión)

Los requisitos de refuerzo transversal para elementos especiales de borde se activan si se cumple:

- (a) Para muro con  $h_w / l_w \geq 2.0$ :  $\max(l_w, M_u / 4V_u)$
- (b) Para muro con  $h_w / l_w < 2.0$ :  $\sigma = 0.2f'_c$

#### b. Confinamiento para elemento de borde

El espaciamiento de los estribos no debe exceder al menor valor de:

- (a) 200 mm
- (b)  $8db$  (de la barra más pequeña de refuerzo a flexión)

Los requisitos de refuerzo transversal para elementos de borde se cumplen cuando:

- (a) Para muro con  $h_w / l_w \geq 2.0$ :  $\rho \geq 2.8 / f_y$
- (b) Para muro con  $h_w / l_w < 2.0$ :  $\sigma < 0.15f'_c$ ;  $\rho > 2.8 / f_y$

#### c. No requiere confinamiento

No se requiere refuerzo transversal para elementos de borde si se cumple:

- (a) Para muro con  $h_w / l_w \geq 2.0$ :  $\rho < 2.8 / f_y$
- (b) Para muro con  $h_w / l_w < 2.0$ :  $\sigma < 0.15f'_c$ ;  $\rho \leq 2.8 / f_y$

### 9.3. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

#### a. Ejemplo 01

Se tiene una placa de 3.50m de largo y 0.25m de espesor, la cual está sometida a una carga muerta de  $P_d = 110t$ , carga viva  $P_l = 26t$ , la altura del muro es de  $H_{muro} = 23.10m$ . Diseñar la placa por corte.

$P_u = 230t$ ,  $M_u = 220t - m$  y  $V_u = 120t$ .

( $f'_c = 210kg / cm^2$ ,  $f_y = 4200kg / cm^2$ )

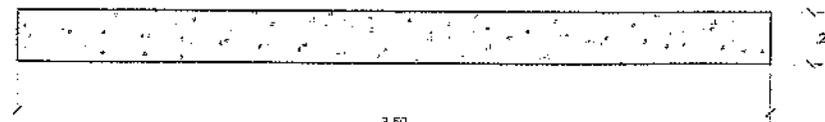


Figura 9.6 Ejemplo 01

**Solución:**

**Elementos de confinamiento en muros**

Verificación si se necesita elementos de confinamiento en los extremos de la placa.

$$\sigma_{comp\ max} = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I}$$

$$\sigma_{comp\ max} = \frac{230 \times 10^3}{350 \times 25} \pm \frac{220 \times 10^3 \times 175}{25 \times 350^3 / 12}$$

$$\sigma_{comp\ max} \approx 69.39 \text{ kg/cm}^2 > 0.20 f'_c = 42 \text{ kg/cm}^2$$

Por lo tanto se requiere elementos de borde.

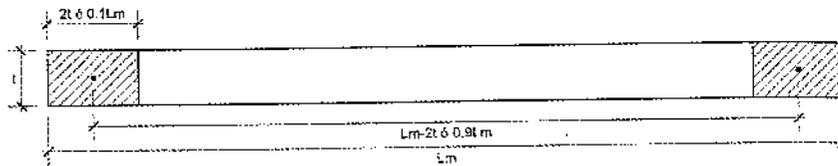


Figura 9.7 Elementos de borde en los extremos.

Tomando el elemento de borde como:

$$2t = 2 \times 25 = 50 \text{ cm}, \quad 0.1L_m = 0.1 \times 350 = 35 \text{ cm}$$

Nuestro elemento de borde será de  $25 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ .

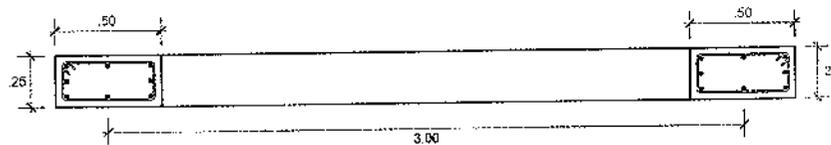


Figura 9.8 Elementos de confinamiento de 25x50cm.

Acero en el elemento de borde asumiendo una cuantía de  $\rho = 1\%$

$$A_s = 1\% (25 \times 50) = 12.5 \text{ cm}^2$$

Usamos  $8\text{Ø}5/8''$  ( $15.84 \text{ cm}^2$ )

Calculamos la carga última en el elemento de borde:

$$P_{conf} = \frac{P_u}{2} + \frac{M_u}{L} = \frac{230}{2} + \frac{220}{3.00} = 188.33 \text{ t}$$

$$\phi P_n = \phi \left\{ \phi_e \left[ 0.85 f'_c (A_c - A_s) + f_y A_s \right] \right\}$$

$$\phi P_n = 0.70 \left\{ 0.80 \left[ 0.85 \times 0.21 (1250 - 15.84) + 4.2 \times 15.84 \right] \right\}$$

$$\phi P_n = 160.62 \text{ t} < 188.33 \text{ t} = P_u \rightarrow \text{No!}$$

Usamos  $8\text{Ø}3/4''$  ( $22.80 \text{ cm}^2$ )

$$\phi P_n = 0.70 \left\{ 0.80 \left[ 0.85 \times 0.21 (1250 - 22.80) + 4.2 \times 22.80 \right] \right\}$$

$$\phi P_n = 176.30 \text{ t} < 188.33 \text{ t} = P_u \rightarrow \text{No!}$$

Usamos  $4\text{Ø}1'' + 4\text{Ø}3/4''$  ( $31.68 \text{ cm}^2$ )

$$\phi P_n = 0.70 \left\{ 0.80 \left[ 0.85 \times 0.21 (1250 - 31.68) + 4.2 \times 31.68 \right] \right\}$$

$$\phi P_n = 196.30 \text{ t} > 188.33 \text{ t} = P_u \rightarrow \text{Ok!}$$

**Diseño por corte**

$$V_u = 145 \text{ t}$$

$$V_n \geq 2.6 \sqrt{f'_c} A = 2.6 \sqrt{210} \times 10 \times (3.50 \times 0.25)$$

$$V_n \geq 329 \text{ t}$$

$$V_n = \phi (V_c + V_s)$$

Resistencia al corte del concreto

$$V_c = \alpha_c \sqrt{f'_c} A_{cw}$$

Dónde:

$A_{cw}$ : Área de la placa

$f'_c$ : Resistencia del concreto

Para  $\alpha_c$ :

$$\frac{H_m}{L_m} = \frac{23.10}{3.50} = 6.60 \geq 2.00 \rightarrow \alpha_c = 0.53$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{210} (3.50 \times 0.25) \times 10$$

$$V_c = 67 \text{ t}$$

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{145}{0.85} - 67 = 103.59t$$

$$V_s = A_{cv} \rho_h f_y$$

$$\rho_h = \frac{V_s}{A_{cv} f_y} = \frac{103.59}{(350 \times 25) 4.2}$$

$$\rho_h = 0.0028 < 0.0025$$

Usamos  $\rho_h = 0.0025$  (usamos  $\phi 3/8"$ )

$$A_{sh} = 0.0028 \times 25 \times 100 = 7.00 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{A_v}{A_{sv}} = \frac{2 \times 0.71 \text{ cm}^2}{7.00 \text{ cm}^2 / m} = 0.20 m$$

Usamos:  $\phi 3/8" @ 0.20$  en cada cara.

Calculo del refuerzo vertical

$$\rho_v = 0.0025 + 0.5 \left( 2.5 - \frac{H_m}{L_m} \right) (\rho_h - 0.0025)$$

$$\rho_v = 0.0025 + 0.5 \left( 2.5 - \frac{23.10}{3.50} \right) (0.0028 - 0.0025)$$

$$\rho_v = 0.0019 < 0.0025$$

$$A_{sv} = 0.0025 \times 25 \times 100 = 6.25 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{A_v}{A_{sv}} = \frac{2 \times 0.71 \text{ cm}^2}{6.25 \text{ cm}^2 / m} = 0.22 m$$

Usamos:  $\phi 3/8" @ 0.20 m$  en cada cara.

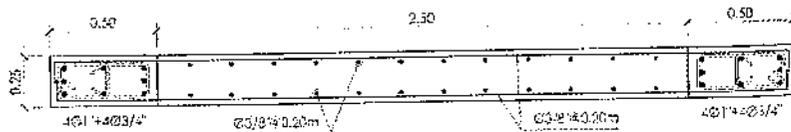


Figura 9.9 Elementos de borde en los extremos.

**b. Ejemplo 02**

Para la placa de la Figura 9.10 dibujar el diagrama de interacción y verificar si cumple para las siguientes cargas últimas:  $P_u = 230t$ ,  $M_u = 220t - m$ .

$$(f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2, f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2)$$

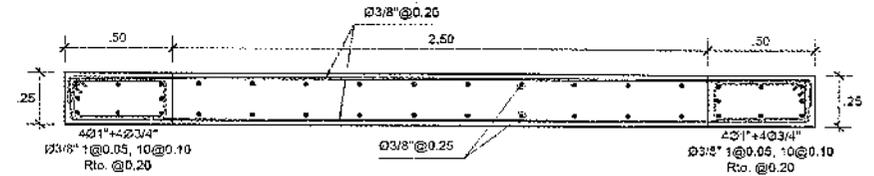


Figura 9.10 Placa de concreto armado

**Solución**

Del mismo modo que se analiza una columna, se realizará el diagrama de interacción de la placa, la cual quedara definida de la siguiente manera:

**Compresión pura ( $\phi = 0.65$ )**

$$A_g = 25 \times 350 = 8750 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = 8 \times 5.07 + 8 \times 2.85 + 20 \times 0.71 = 77.56 \text{ cm}^2$$

$$P_n = [0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y] = 1873.78t$$

$$P_n = [0.85 \times 210 (8750 - 77.56) + 77.56 \times 4200] = 1873.78t$$

$$P_{n \max} = 0.80 P_n = 1499.03t, M_n = 0.00t - m$$

$$P_u = \phi P_n = 0.65 \times 1873.78 = 1217.96t$$

$$P_{u \max} = 0.80 \phi P_n = 0.80 \times 1217.96 = 974.37t, M_u = 0.00t - m$$

**Tracción pura ( $\phi = 0.90$ )**

$$P_n = [-A_{st} f_y] = -77.56 \times 4200$$

$$P_n = -325.75t, M_n = 0.00t - m$$

$$P_u = \phi P_n = 0.90 \times 325.75 = -293.18t, M_u = 0.00t - m$$

Tabla 9.4 Cargas nominales y de diseño de placa - ejemplo 02

Mn (t-m)	Pn (t)	Mu (t-m)	Pu (t)
0.00	1873.78	0.00	1217.96
727.64	1361.72	472.97	885.12
835.32	1230.64	542.96	799.92
931.20	1094.24	605.28	711.26
1011.71	950.63	657.61	617.91
1080.17	796.91	711.11	524.63
1091.37	659.61	793.97	479.87
1050.90	538.52	865.59	443.56
974.59	351.25	877.13	316.12
868.11	282.35	781.30	254.11
0.00	-325.75	0.00	-293.18

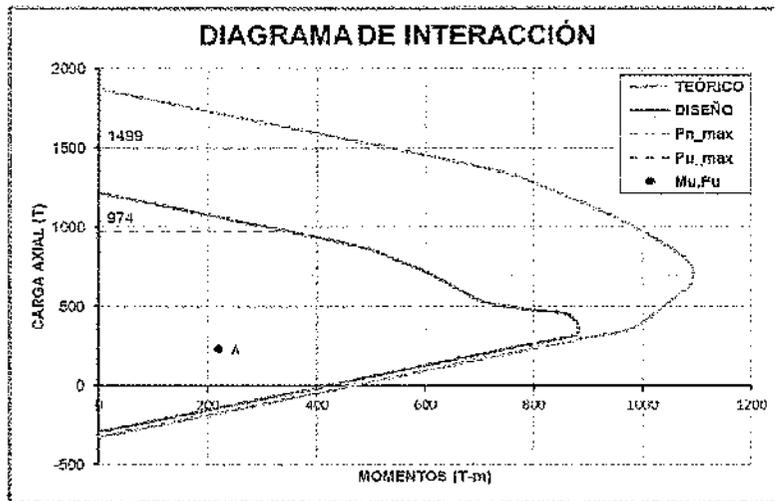


Figura 9.11 Diagrama de interacción de placa de 3.50x0.25m.

c. Ejemplo 03

Calcular el refuerzo transversal de los elementos de borde de la Figura 9.12 teniendo en cuenta las consideraciones del ACI 318 - 2014.

$(f'_c = 210\text{kg/cm}^2, f_y = 4200\text{kg/cm}^2)$

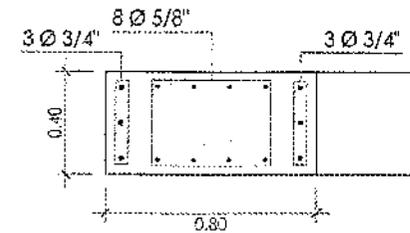


Figura 9.12 Sección del elemento de borde.

Solución

De la tabla del 18.10.6.4(f) del ACI 318 - 2014 tenemos:

$$A_{sh} / sb_c \geq 0.3 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}$$

$$A_{sh} / sb_c \geq 0.09 \frac{f'_c}{f_y}$$

$A_g$  : área bruta de la sección de concreto.

$A_{ch}$  : área de la sección transversal de un miembro estructural, medida entre los bordes exteriores del refuerzo transversal.

$s$  : espaciamiento.

$b_c$  : dimensión transversal del núcleo del miembro medida entre los bordes externos del refuerzo transversal con área  $A_{sh}$

$A_g = 40 \times 80 = 3200\text{cm}^2$

$A_{ch} = 32 \times 72 = 2304\text{cm}^2$

Del ACI 3018 - 18.10.6.5, tenemos:

$$s = \min \left( \frac{t_{\min}}{4}, 8d_b, 20\text{cm} \right) = \min \left( \frac{40}{4}, 8(1.59), 20\text{cm} \right)$$

$$s = \min (10\text{cm}, 12.72\text{cm}, 20\text{cm}) = 10\text{cm}$$

Calculo del refuerzo transversal de los elementos de borde en el sentido transversal en planta de la placa, reemplazamos valores y con  $b_c = 80 - 8 = 72\text{cm}$  obtenemos:

$$\left. \begin{aligned} A_{sh} &\geq 0.3(s b_c) \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} = 4.20 \text{ cm}^2 \\ A_{sh} &\geq 0.09(s b_c) \frac{f'_c}{f_y} = 3.24 \text{ cm}^2 \end{aligned} \right\} A_{sh} = 4.20 \text{ cm}^2$$

Usamos:  $6\phi 3/8''$

$$A_{sh} = 6 \times 0.71 = 4.26 \text{ cm}^2 \geq 4.20 \text{ cm}^2$$

Calculo del refuerzo transversal de los elementos de borde en el sentido longitudinal en planta de la placa, reemplazamos valores y con  $b_c = 40 - 8 = 32 \text{ cm}$  obtenemos:

$$\left. \begin{aligned} A_{sh} &\geq 0.3(s b_c) \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} = 1.87 \text{ cm}^2 \\ A_{sh} &\geq 0.09(s b_c) \frac{f'_c}{f_y} = 1.44 \text{ cm}^2 \end{aligned} \right\} A_{sh} = 1.87 \text{ cm}^2$$

Usamos:  $3\phi 3/8''$

$$A_{sh} = 3 \times 0.71 = 2.13 \text{ cm}^2 \geq 1.87 \text{ cm}^2$$

Nuestro elemento de borde queda como se muestra en la Figura 9.13.

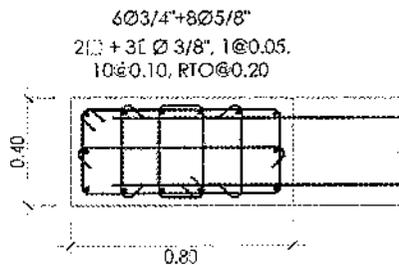


Figura 9.13 Distribución de refuerzo transversal según ACI 318 – 2014.

## DISEÑO DE CIMENTACIONES

### 10.1. DEFINICIONES

Las zapatas son elementos estructurales que su principal función es la de transmitir las cargas de las columnas y muros que soportan al terreno de fundación. El esfuerzo que resiste las columna y muros puede llegar a cientos de toneladas por metro cuadrado, pero el suelo no sería capaz de resistir este esfuerzo porque su capacidad es de solo algunas toneladas por metro cuadrado, por lo que es necesario la distribución de estas cargas en una mayor área. También es necesario que proporcione resistencia al deslizamiento y volteo.

Entre las diversas zapatas de concreto armado de uso común se cuentan:

**Zapata corrida:** Es simplemente una ampliación de la parte inferior de un muro, cuya finalidad es distribuir adecuadamente la carga sobre el suelo de la cimentación. Las zapatas corridas normalmente se usan en el perímetro de un edificio y a veces bajo los muros interiores.

**Zapata aislada:** Se usa para soportar la carga de una sola columna. Son usadas cuando las cargas son relativamente pequeñas y las columnas no están muy cercanas entre sí.

**Zapatas combinadas:** Se usan para soportar las cargas de dos o más columnas. Una zapata combinada puede ser económica cuando dos o más columnas fuertemente cargadas están separadas entre sí a una distancia tal que sus zapatas individuales quedarían traslapadas.

**Zapatas conectadas por vigas de cimentación:** Está constituida por una zapata excéntrica y una zapata interior unida por una viga de cimentación rígida, que permite controlar la rotación de la zapata excéntrica

correspondiente a la columna perimetral. Se utiliza generalmente cuando el terreno es de baja capacidad portante o cuando se quiere aliviar las presiones de la zapata al terreno.

**Losa de cimentación:** Es una losa continua de concreto armado sobre un área grande que se usa para soportar varias columnas y muros. Este tipo de cimentación sirve cuando la resistencia del suelo es baja o las cargas de las columnas muy grandes.

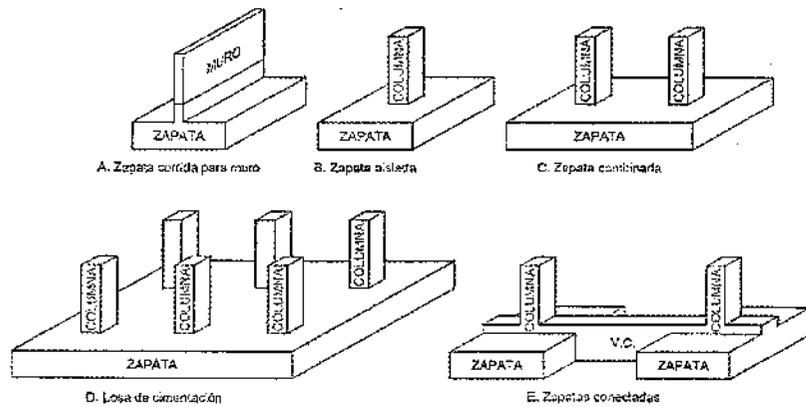


Figura 10.1 Tipos de Cimentación.

## 10.2. PRESIÓN DE TERRENO

La forma como reacciona el suelo ante las cargas externas depende mucho de algunos factores como: la flexibilidad del cimiento respecto del suelo, el nivel de cimentación y el tipo de cimentación.

- (a) En suelos granulares la presión en los bordes es menor que en el centro debido a que la presión tiende a desplazar el suelo a los extremos lo cual disminuye la reacción. Este desplazamiento depende de la profundidad de cimentación, pues si es muy profundo, el peso propio del terreno no permitirá un desplazamiento en su interior.
- (b) En un suelo cohesivo la presión en los bordes de la cimentación es mayor, pues el suelo que circunda el área cargada ejerce una fuerza de soporte sobre ella por efecto de la cohesión y por ello la reacción se incrementa.

Para efectos prácticos, en el análisis y diseño, se asume que la cimentación es rígida y el suelo es homogéneo, clástico y aislado del suelo circundante.

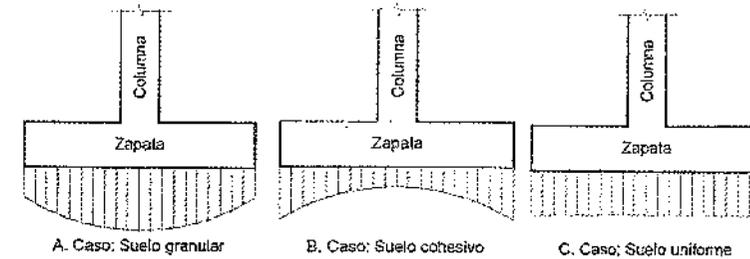


Figura 10.2 Distribución de la reacción del suelo.

### 10.2.1. Cimentación con carga excéntrica

Es claro que si la ubicación de la columna cambia, la distribución de la presión también lo hará. Por lo tanto, dicha distribución dependerá de la magnitud de la excentricidad:

- a) Si la excentricidad es menor que  $L/6$ :

$$q_{1,2} = \frac{P}{A} \left( 1 \pm \frac{6e}{B} \right) \quad (\text{Ec. 10.1})$$

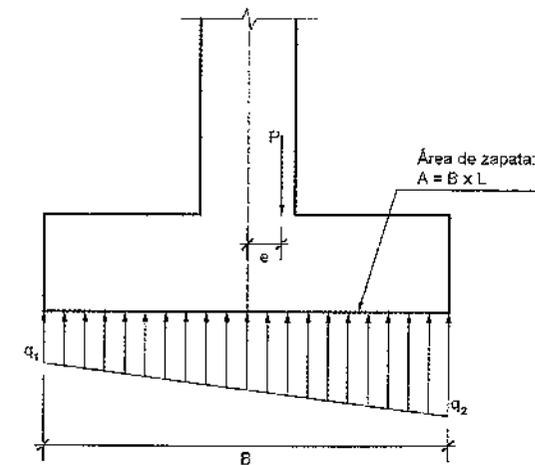


Figura 10.3 Distribución de la reacción por carga excéntrica ( $e \leq L/6$ ).

b) Si la excentricidad es mayor que  $L/6$ :

$$q = \frac{2P}{3S(B/2 - e)} \quad (\text{Ec. 10.2})$$

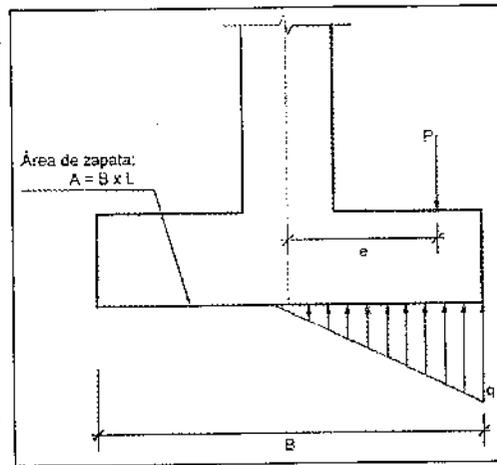


Figura 10.4 Distribución de la reacción por carga excéntrica ( $e \geq L/6$ ).

### 10.3. DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN NETA DEL SUELO

Se tiene claro que una zapata soportara diferentes cargas y sobrecargas como: su peso propio, el peso del suelo sobre la zapata, sobrecarga y las cargas transmitidas por la columna. Para fines prácticos, se define el término de capacidad portante neta ( $q_{sn}$ ) como:

$$q_{sn} = q_s - \gamma_t h_t - \gamma_c h_c - S/C \quad (\text{Ec. 10.3})$$

Dónde:

- $q_{sn}$ : Capacidad portante neta.
- $q_s$ : Carga admisible del terreno.
- $\gamma_t$ : Peso específico del suelo.
- $h_t$ : Altura del suelo sobre la zapata.
- $\gamma_c$ : Peso específico del concreto.
- $h_c$ : Altura de la cimentación, estimada en función de la longitud de anclaje del refuerzo de la columna y del recubrimiento necesario.
- $S/C$ : Sobrecarga del terreno.

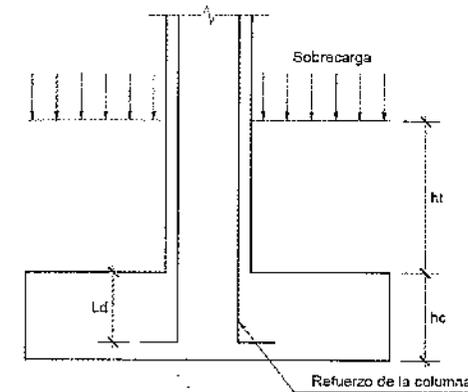


Figura 10.5 Parámetros empleados para la determinación de la capacidad portante del suelo.

$$A = \frac{P_{servicio}}{q_{sn}} \quad (\text{Ec. 10.4})$$

### 10.4. REACCIÓN AMPLIFICADA DEL SUELO

La reacción amplificada del suelo se utiliza para el cálculo de los refuerzos en la cimentación y para la determinación del refuerzo. La reacción del suelo, sin amplificar, está constituida por el peso de la zapata, el peso del suelo, las cargas aplicadas directamente sobre el suelo ( $S/C$ , peso del piso, peso de acabados) y las cargas transmitidas por la columna o muro.

Los tres primeros son ocasionados por cargas uniformemente distribuidas, a diferencia de la última, es una carga puntual. Por ello, las primeras no generan esfuerzos de flexión y corte sobre las estructura, pues la acción se opone a la acción, mientras que en la última sí.

Las cargas que transmiten la columna o muro es amplificada y con esto se determina la reacción amplificada del suelo. El cálculo de los esfuerzos en la cimentación se debe efectuar con la distribución de la reacción que presente el suelo. Sin embargo, se asume que la presión del suelo es uniforme e igual al máximo esfuerzo ( $q_{sm}$ ) que presenta el terreno, lo cual es un consideración muy conservadores.

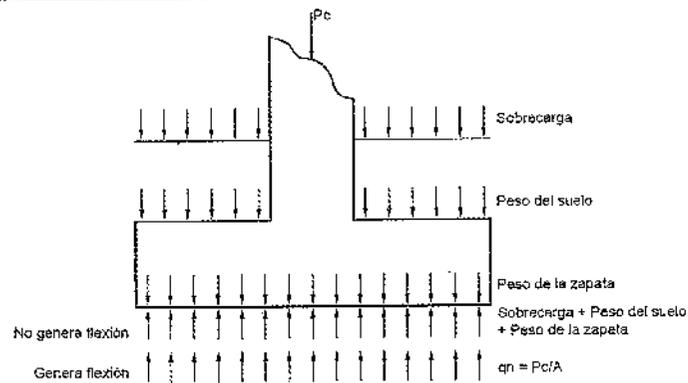


Figura 10.6 Cargas aplicadas.

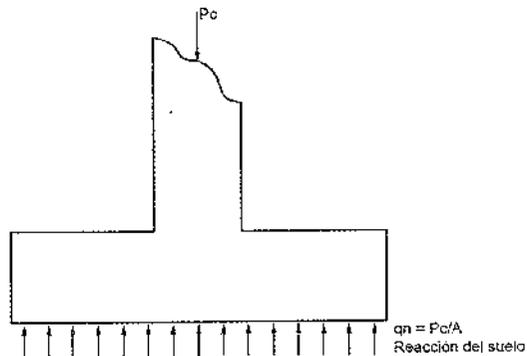


Figura 10.7 Reacción del suelo ante las cargas aplicadas.

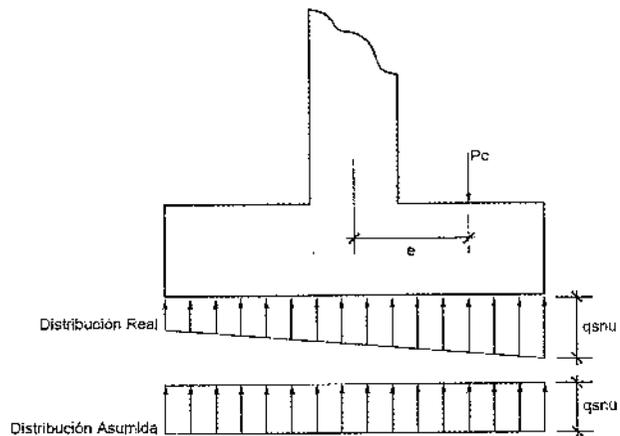


Figura 10.8 Reacción del suelo ante las cargas aplicadas.

Por lo tanto, para fines de diseño que es nuestro caso, se asumirá una distribución uniforme.

### 10.5. DISEÑO DE ZAPATA CORRIDA

Para el diseño de esta cimentación, tomaremos un ancho unitario de 1.00m de cimiento (Figura 10.9), la capacidad neta admisible quedara de la siguiente manera:

$$\sigma_{neto.adm} = \sigma_s - \left[ \left( \frac{\gamma_t + \gamma_c}{2} \right) D_f + W_{s/c} \right] \quad (Ec. 10.5)$$

El área de zapata unitaria será:

$$A_z = 1 \times B$$

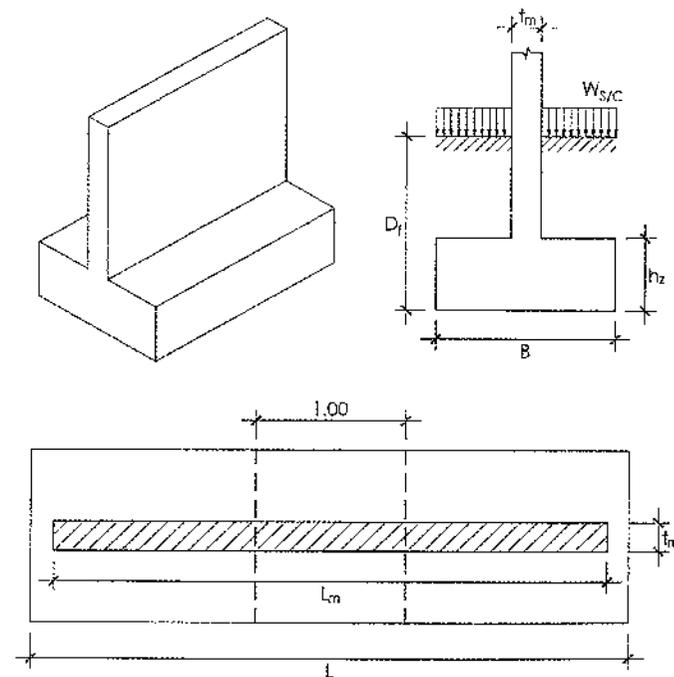


Figura 10.9 Zapata Corrida.

**Diseño por Corte: Peralte de la cimentación  $h_z$**

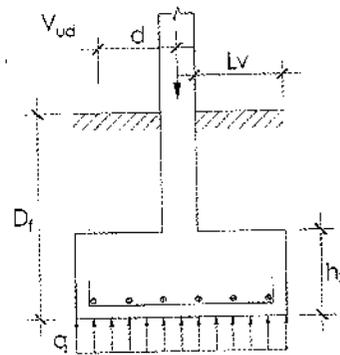


Figura 10.10 Peralte de la zapata.

Tomando la cortante última a una distancia "d".

$$V_{ud} = q_u (L_v - d) \leq \phi V_c \tag{Ec. 10.6}$$

Asumiendo que el concreto resiste toda la fuerza cortante:

$$V_u = \phi V_n = \phi (V_c + V_s) \tag{Ec. 10.7}$$

$$\phi V_c = 0.85 \left( 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d \right) \tag{Ec. 10.8}$$

Teniendo en cuenta que  $b_w = 1.00$ , en la ecuación anterior despejaremos el valor de "d". Sabiendo que:

$$h_z \approx d + 9cm$$

**Diseño por Flexión: Diseño del Acero de Refuerzo  $A_s$**

Para el diseño por flexión, se tendrá en consideración la teoría expuesta en el capítulo de vigas, el momento último máximo de diseño será:

$$M_{u \max} = \frac{q_u L_v^2}{2} \tag{Ec. 10.9}$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)} \rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

En la otra dirección se considerara acero mínimo  $A_{s \min} = 0.0018 B h_z$ .

**10.6. DISEÑO DE ZAPATA AISLADA**

Las zapatas aisladas generalmente proveen la solución más económica para la cimentación de columnas. Tales zapatas son comúnmente cuadradas en planta, pero también pueden ser rectangulares, circulares u octogonales. Las zapatas rectangulares se usan cuando el espacio disponible o las secciones transversales de las columnas son marcadamente rectangulares. La mayoría de las zapatas constan de losas de espesor constante, pero también pueden variar de acuerdo al requerimiento del diseño.

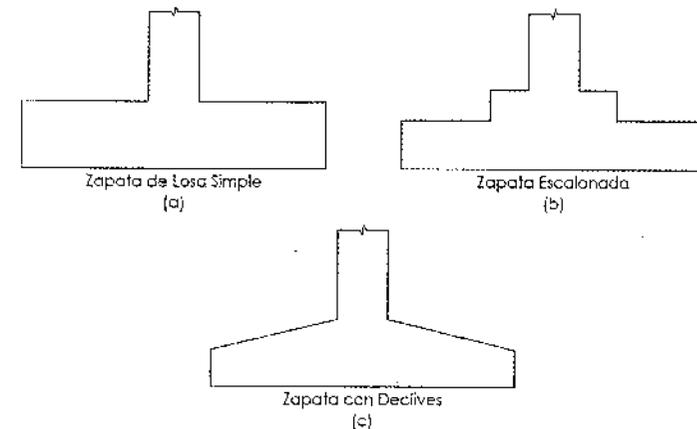


Figura 10.11 Tipos de Zapatas Aisladas

**Resistencia del concreto debido al punzonamiento:**

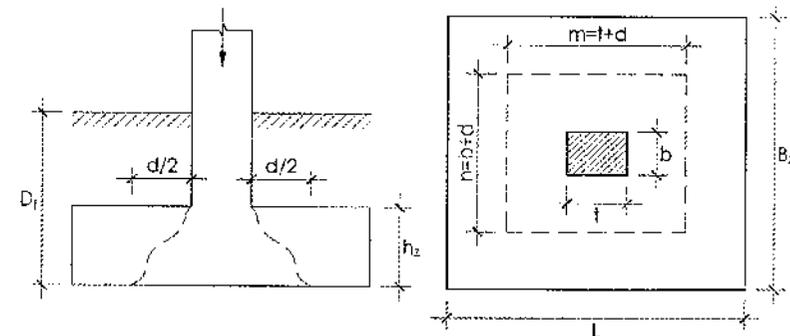


Figura 10.12 Zona de punzonamiento.

$$V_c = 0.27 \left( 2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b d \leq 1.06 \sqrt{f'_c} b_o d \tag{Ec. 10.10}$$

$$\beta_c = \frac{t}{b} \rightarrow t > b$$

Si:  $\beta_c \leq 2 \rightarrow V_c = 1.06\sqrt{f'_c} b_o d$  (Ec. 10.11)

Dónde:  $b_o = 2(m+n)$

**10.7. DISEÑO DE ZAPATAS COMBINADAS**

Las zapatas combinadas soportan 2 o más columnas. Un caso en que pueden usarse es cuando las columnas están tan cerca una de otra que las zapatas individuales se interferirían, otro uso frecuente de las zapatas combinadas es cuando una columna está muy cerca de un lindero, de manera que una zapata aislada se extendería más allá del lindero de la propiedad. En este caso, la zapata de la columna exterior puede combinarse con la de una columna interior, como se muestra en la Figura 10.14.

Puesto que es conveniente que las presiones de apoyo sean uniformes sobre toda la zapata, el centroide de ésta debe hacerse coincidir con el centroide de las cargas de la columna para impedir asentamientos diferenciales. Esto puede lograrse con zapatas combinadas que son rectangulares en planta. Si la carga de la columna interior es mayor que la de la columna exterior, la zapata puede dimensionarse de modo que su centroide quede en la posición correcta, extendiendo la proyección hacia adentro de la zapata, como se muestra en la zapata rectangular de la Figura 10.14 (b).

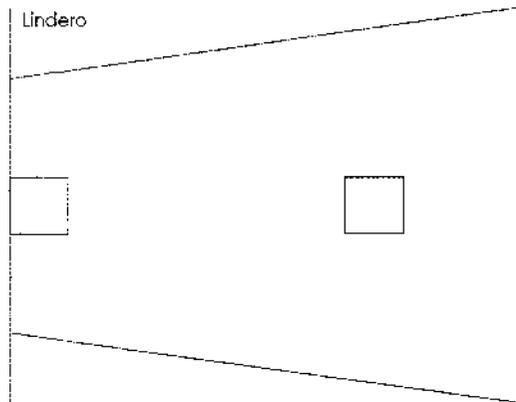


Figura 10.13 Zapata Combinada Trapezoidal.

Otras formas de zapatas combinadas que permiten al proyectista hacer que los centroides coincidan, son las trapezoidales mostrada en la Figura 10.13. Las zapatas con esas formas son económicas cuando hay grandes diferencias entre las magnitudes de las cargas de las columnas o cuando los espacios disponibles no se prestan a zapatas rectangulares largas. Cuando se usan zapatas trapezoidales, las varillas longitudinales se disponen usualmente en forma de abanico con las varillas alternadas y cortadas a cierta distancia del extremo estrecho.

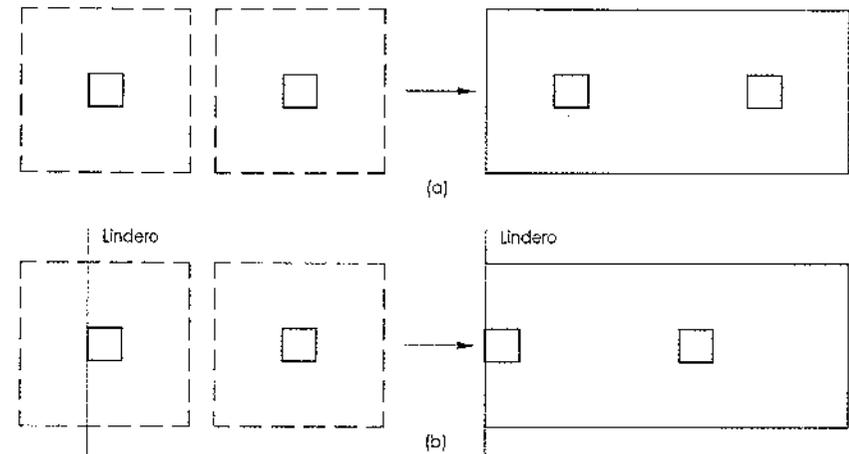


Figura 10.14 Uso de Zapatas Combinadas.

**10.8. DISEÑO DE ZAPATAS CONECTADAS MEDIANTE VIGA DE CIMENTACIÓN**

*VIGA DE CIMENTACIÓN*

La viga de cimentación es usada cuando se tienen elementos verticales (columnas, placas) en los límites de propiedad que causan grandes esfuerzos en el borde exterior de la zapata excéntrica y que presenta una distribución triangular al considerar la excentricidad de la carga actuante.

Para controlar la rotación que se produce en la zapata excéntrica exterior, esta se conecta a la zapata aislada de la columna interior mediante una viga de cimentación rígida.

Se considera una solución económica, especialmente para distancias importantes entre ejes de columnas. Usualmente es más económica que la zapata combinada.

**FUNCIÓN**

La viga de cimentación puede tener las siguientes funciones:

- Reducción de los asentamientos diferenciales. El efecto de la viga de cimentación como elemento que sirve para el control de asentamientos diferenciales depende de su rigidez. Cuando una viga de cimentación se proyecta con rigidez suficiente para controlar asentamientos diferenciales de la estructura, es necesario considerar la interacción suelo - estructura, y el estudio de mecánica de suelos debe suministrar como dato el valor del asentamiento diferencial.
- Absorber momentos generados por excentricidades. Se diseña la viga de cimentación para que tome los momentos y la zapata sólo soporte carga axial. Generalmente, no se incluye la viga de cimentación en el análisis estructural, pero se diseña con los momentos obtenidos en los nudos columna - zapata.
- Arriostramiento en terreno inclinado. La viga de cimentación tiene aplicación debido al desnivel del terreno y el edificio puede presentar irregularidad en altura, lo que favorece a la generación de esfuerzos de flexión en las columnas que pueden ser atendidos mediante vigas de cimentación en dirección diagonal las cuales al arriostrar el edificio, aportan rigidez a la zona más flexible y vulnerable

**DISEÑO**

Estructuralmente se tienen dos zapatas aisladas, siendo una de ellas excéntrica, la que se encuentra en el límite de propiedad y se diseña bajo la condición de presión uniforme del terreno. El momento de flexión que se produce debido a que no coinciden la carga de la columna y la resultante de las presiones del terreno es resistido por la viga de cimentación rígida que unen las dos columnas que conforman la zapata conectada.

La viga de cimentación se idealiza como un volado con una carga en el extremo de tal magnitud que ocasione en el extremo empotrado un momento similar al producido por la excentricidad de la zapata exterior. La viga de cimentación debe ser muy rígida para que sea compatible con el modelo estructural supuesto.

La zapata exterior resiste la carga de la columna más la carga proveniente de la viga de cimentación. La zapata exterior se hace rectangular para reducir la excentricidad y la zapata interior se diseña con el total de la carga lo cual está del lado de la seguridad.

**10.9. EJEMPLOS DE APLICACIÓN****a. Ejemplo 01**

Diseñar la zapata aislada de una columna de 50x75 que presenta unas cargas de  $P_D = 218.11t$  y  $P_L = 57.81t$ .

Sobrecarga:  $s/c = 250kg/m^2$

Prof. de cimentación:  $D_f = 1.40m$

Capacidad portante:  $\sigma_t = 2.50kg/cm^2$

Peso de suelo:  $\gamma_s = 1.60t/m^3$

( $f'_c = 210kg/cm^2$ ,  $f_y = 4200kg/cm^2$ )

**Solución:****Dimensionamiento en planta**

$$\sigma_{neto} = \sigma_t - \left[ \left( \frac{\gamma_s + \gamma_c}{2} \right) D_f + s/c \right]$$

$$\sigma_{neto} = 25 - \left[ \left( \frac{1.60 + 2.40}{2} \right) 1.40 + 0.25 \right] = 21.95t/m^2$$

$$A_{zap} = \frac{P_s}{\sigma_{neto}}$$

$$A_{zap} = \frac{218.11 + 57.81}{21.95} = 12.57m^2$$

Calculando los lados de la zapata:

$$L_z = \sqrt{A_{zap}} + \left( \frac{t-b}{2} \right), \quad B_z = \sqrt{A_{zap}} - \left( \frac{t-b}{2} \right),$$

$$L_z = \sqrt{12.57} + \left( \frac{0.75 - 0.50}{2} \right) \approx 3.65m$$

$$B_z = \sqrt{12.57} - \left( \frac{0.75 - 0.50}{2} \right) \approx 3.40m$$

$$B_z L_z = 12.41 < 12.57 \rightarrow \text{No!}$$

Considerando  $L_z = 3.75m$  y  $B_z = 3.50m$

$$B_z L_z = 13.13m^2 > 12.57m^2 \rightarrow Ok!$$

$$q_u = \frac{P_u}{A_z} = \frac{1.4(218.11) + 1.7(57.81)}{13.13} = 30.74t / m^2$$

**Dimensionamiento del peralte (Punzonamiento)**

$$V_{up} \leq \phi V_{cp}$$

Dónde:

$V_{up}$  : Cortante ultima por punzonamiento.

$V_{cp}$  : Resistencia del concreto al punzonamiento.

$$P_u - q_u (b + d)(t + d) = 0.85 \times 1.06 \sqrt{f'_c} (b_o) d$$

$$403.64 - 30.81(0.5 + d)(0.75 + d) = 0.85 \times 1.06 \sqrt{210} \times 10(2.50 + 4d)d$$

Resolviendo al ecuación anterior, obtenemos el valor de "d":

$$d_{min} = 0.57m \rightarrow h_z = 0.66m$$

Usamos:  $h_z = 0.70m (d = 0.61m)$

**Verificación del peralte por corte**

$$V_{ud} = q_u b (L_v - d)$$

$$V_{ud} = 30.74 \times 1(1.50 - 0.61) = 27.36t$$

$$\phi V_c = 0.85 \times 0.53 \sqrt{210} \times 10 \times 1 \times 0.61 = 39.82t$$

Observamos que  $V_{ud} < \phi V_c$ , por lo que el peralte es conforme.

**Diseño del acero de refuerzo**

$$M_{u,max} = q_u b x \frac{L_v^2}{2}$$

$$M_{u,max} = 30.74 \times 1 \times \frac{1.50^2}{2} = 34.58t - m / m$$

Realizando iteraciones sucesivas con las siguientes ecuaciones, hallamos el valor de área de acero por metro de zapata

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)} \rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

Por lo tanto el área de acero requerido será:

$$A_s = 15.46cm^2 / m$$

$$A_{min} = 0.0018 \times 100 \times 70 = 12.6cm^2 / m$$

Usando varillas de 3/4", el espaciamiento del refuerzo será:

$$s = \frac{2.85cm^2}{15.46cm^2 / m} = 0.18m$$

Usamos:  $\phi 3/4" @ 0.175m$ .

**b. Ejemplo 02**

Diseñar la zapata combinada de las columnas de la Figura- 10.15.

( $f'_c = 210kg / cm^2$ ,  $f_y = 4200kg / cm^2$ )

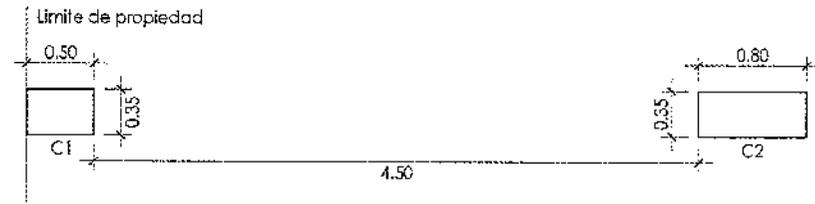


Figura 10.15 Distribución de columnas.

- Columna C1:  $P_D = 90t, P_L = 25t$
- Columna C2:  $P_D = 160t, P_L = 40t$
- Sobrecarga:  $s / c = 200kg / m^2$
- Prof. de cimentación:  $D_f = 1.20m$
- Capacidad portante:  $\sigma_c = 2.00kg / cm^2$
- Peso de suelo:  $\gamma_s = 1.80t / m^3$

**Solución:**

**Dimensionamiento de la zapata**

$$\sigma_{neto} = \sigma_i - \left[ \left( \frac{\gamma_s + \gamma_c}{2} \right) D_f + s / c \right]$$

$$\sigma_{neto} = 20 - \left[ \left( \frac{1.80 + 2.40}{2} \right) 1.20 + 0.20 \right] = 17.28 t / m^2$$

$$\sum M_{LP} = 0$$

$$(P_{D1} + P_{L1}) \frac{t_1}{2} + (P_{D2} + P_{L2}) \left( t_1 + L + \frac{t_2}{2} \right) = (P_{D1} + P_{L1} + P_{D2} + P_{L2}) \frac{L_z}{2}$$

$$(90 + 25) \times 0.25 + (160 + 40) \times 5.40 = (90 + 25 + 160 + 40) \frac{L_z}{2}$$

$$L_z \approx 7.04 m \rightarrow L_z = 7.00 m$$

El área de zapata será:

$$A_z = \frac{P_{s1} + P_{s2}}{\sigma_{neto}} = \frac{315}{17.28} = 18.23 m^2$$

$$B_z = \frac{18.23}{7.00} \approx 2.60 m$$

**Diseño por Resistencia**

$$P_{u1} = 168.5 t \quad P_{u2} = 292 t, \quad q_u = \frac{P_{u1} + P_{u2}}{L_z} = 65.79 t / m$$

Para el diagrama de fuerza cortante (DFC), tenemos:

$$P_1 = 65.79 \times 0.25 = 16.45 t$$

$$P_2 = 65.79 \times 0.25 - 168.5 = -152.05 t$$

$$P_3 = 65.79 \times 5.40 - 168.5 = 186.77 t$$

$$P_4 = 65.79 \times 5.40 - 168.5 - 292 = -105.23 t$$

Para el diagrama de momento flector (DMF), tenemos:

$$M_1 = 65.79 \times \frac{0.25^2}{2} = 2.06 t - m$$

$$M_2 = 65.79 \times \frac{5.40^2}{2} - 168.5 \times 5.15 = 91.44 t - m$$

$$\text{Para: } x = \frac{P_{u1}}{q_u} = 2.56 m \rightarrow M_{max}$$

$$M_{max} = -65.79 \times \frac{2.56^2}{2} + 168.5 \times (2.56 - 0.25) = 173.65 t - m$$

En la Figura 10.16 se muestran los diagramas de fuerza cortante y momento flector en la zapata combinada.

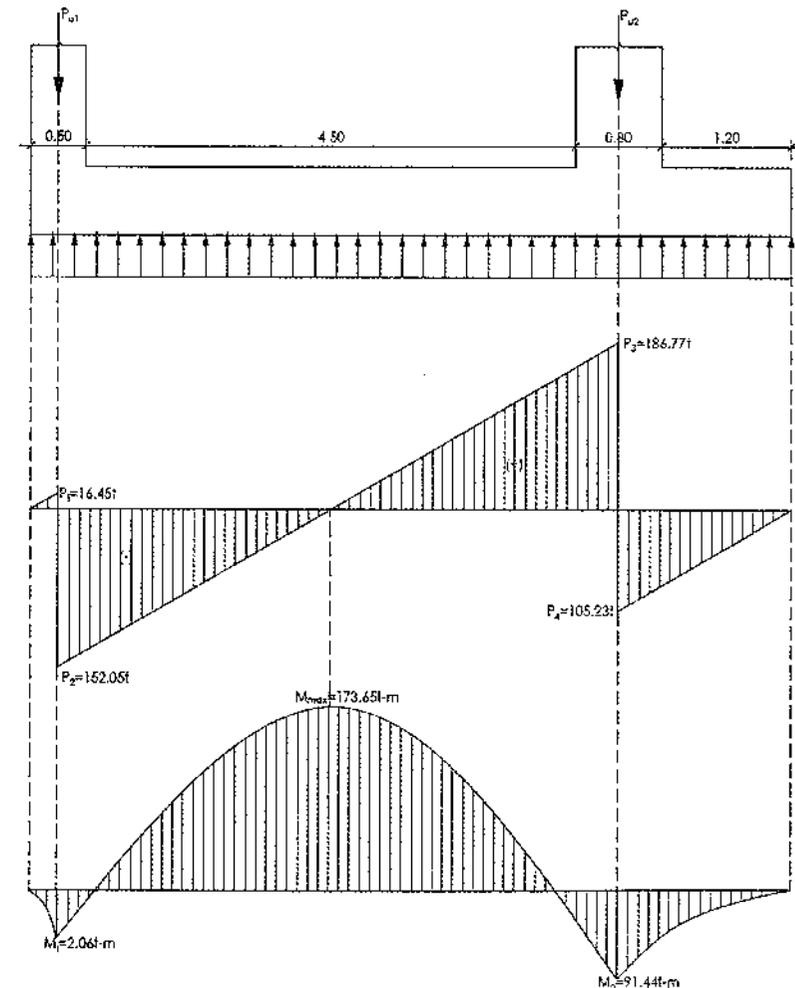


Figura 10.16 Zapata combinada - DFC y DMF.

**Dimensionamiento del peralte**

$$M_u = \phi f'_c b d^2 \omega (1 - 0.59\omega) \quad \omega = \frac{\rho f_y}{f'_c} \quad \rho = 0.30\rho_b$$

Calculamos la cuantía:  $\rho = 0.30 \times 0.02125 = 0.006375$

Calculamos la cuantía mecánica:  $\omega = \frac{0.006375 \times 4200}{210} = 0.1275$

$$173.65 = 0.90 \times 210 \times 2.60 d^2 \times 0.1275 (1 - 0.59 \times 0.1275)$$

$$d_{\min} = 55\text{cm} \rightarrow h_{\min} = 64\text{cm}$$

Usamos:  $h_s = 65\text{cm}$ .

**Verificación por corte**

Del diagrama de fuerzas cortantes, interpolando tenemos la cortante ultima a una distancia "d":

$$V_{ud} = 186.77 - \left( \frac{186.77 + 152.05}{4.50 + 0.25 + 0.40} \right) (0.56 + 0.40)$$

$$V_{ud} = 123.6t$$

$$V_u = \phi (V_c + V_s)$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{210} \times 10 \times 2.60 \times 0.56 = 111.83t$$

Observamos que  $V_{ud} > \phi V_c$ , por lo que se necesita refuerzo por corte.

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = 33.58t$$

$$s = \frac{A_s f_y d}{V_s} = \frac{2 \times 1.27 \times 4.2 \times 56}{33.58} = 17.8\text{cm}$$

Usamos:  $\phi 1/2'' @ 0.175m$ .

**Diseño del refuerzo longitudinal**

Refuerzo Superior:  $-M_u = 173.65t - m \rightarrow -A_s = 88.34\text{cm}^2 \rightarrow 18\phi 1''$

Refuerzo Inferior:  $+M_u = 91.44t - m \rightarrow +A_s = 44.82\text{cm}^2 \rightarrow 16\phi 3/4''$

Acero mínimo:

$$A_{s,\min} = 0.80 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d = 40.19\text{cm}^2$$

**Verificación por Punzonamiento**

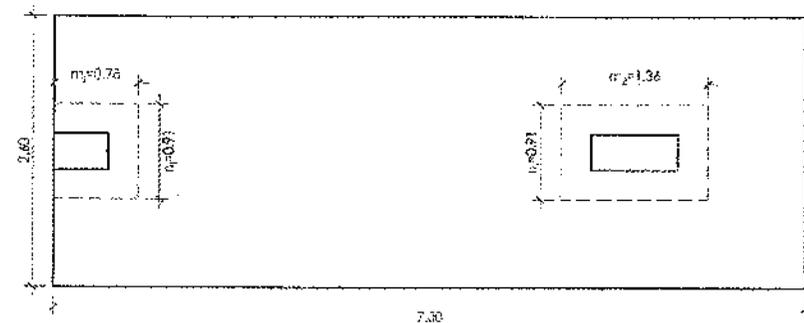


Figura 10.17 Zapata combinada - vista en planta.

**Columna exterior**

$$R_{p1} = P_{u1} - q_u (m_1 \times n_1) = 168.5 - 25.30(0.78 \times 0.91) = 150.54t$$

$$\phi V_{cp1} = 0.85 \times 1.06 \sqrt{210} \times 2.47 \times 0.56 \times 10 = 180.50t$$

Observamos que  $R_{p1} < \phi V_{cp1}$ , por lo que el peralte es conforme.

**Columna interior**

$$R_{p2} = P_{u2} - q_u (m \times n) = 292 - 25.30(1.36 \times 0.91) = 260.69t$$

$$\phi V_{cp2} = 0.85 \times 1.06 \sqrt{210} \times 4.54 \times 0.56 \times 10 = 331.95t$$

Observamos que  $R_{p2} < \phi V_{cp2}$ , por lo que el peralte es conforme.

**Diseño del refuerzo transversal**

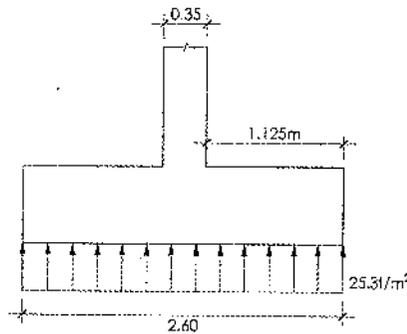


Figura 10.18 Reacciones en zapata.

**Zapata exterior** ( $B = m_1 = 0.78cm$ )

$$M_{u\max} = q_u \frac{BL_y^2}{2} = 25.3 \times \frac{0.78 \times 1.125^2}{2}$$

$$M_{u\max} = 12.49t - m \rightarrow A_s = 6.00cm^2$$

$$A_{s\min} = 9.13cm^2, \#var = \frac{9.13}{1.98} = 5 \rightarrow 5\phi 5/8''$$

**Zapata interior** ( $B = m_2 = 1.36cm$ )

$$M_{u\max} = q_u \frac{BL_y^2}{2} = 25.3 \times \frac{0.78 \times 1.125^2}{2}$$

$$M_{u\max} = q_u \frac{BL_y^2}{2} = 21.77t - m \rightarrow A_s = 10.45cm^2$$

$$A_{s\min} = 15.91cm^2, \#var = \frac{15.91}{1.98} = 8 \rightarrow 8\phi 5/8''$$

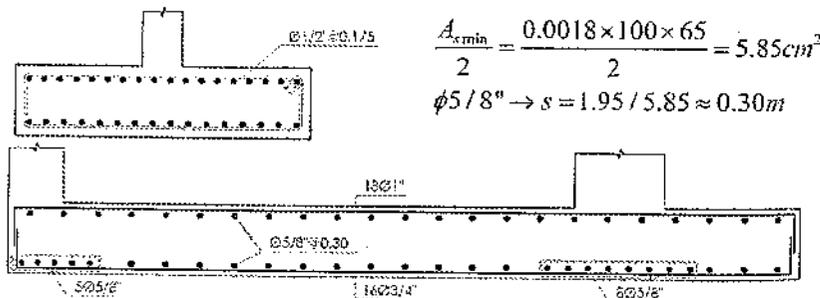


Figura 10.19 Zapata combinada - diseño.

**c. Ejemplo 03**

Diseñar la zapata conectada por viga de cimentación de la Figura 10.19.

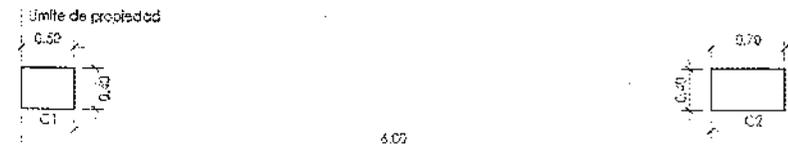


Figura 10.20 Ubicación de columnas.

- Columna C1:  $P_D = 70t, P_L = 25t$
  - Columna C2:  $P_D = 120t, P_L = 40t$
  - Sobrecarga:  $s/c = 200kg/m^2$
  - Prof. de cimentación:  $D_f = 1.20m$
  - Capacidad portante:  $\sigma_i = 2.50kg/cm^2$
  - Peso de suelo:  $\gamma_s = 1.80t/m^3$
- ( $f'_c = 210kg/cm^2, f_y = 4200kg/cm^2$ )

**Solución:**

**Esfuerzo neto**

$$\sigma_{neto} = \sigma_i - \left[ \left( \frac{\gamma_s + \gamma_c}{2} \right) D_f + s/c \right]$$

$$\sigma_{neto} = 25 - \left[ \left( \frac{1.80 + 2.40}{2} \right) 1.20 + 0.20 \right] = 22.28t/m^2$$

**Dimensionamiento de zapatas**

$$A_z = \frac{P_{sl}}{\sigma_{neto}} = \frac{70 + 25}{22.28} = 4.26m^2$$

$$2L^2 = 4.26m^2 \rightarrow L = 1.46m$$

$$L = 1.50m \rightarrow B = 2L = 3.00m$$

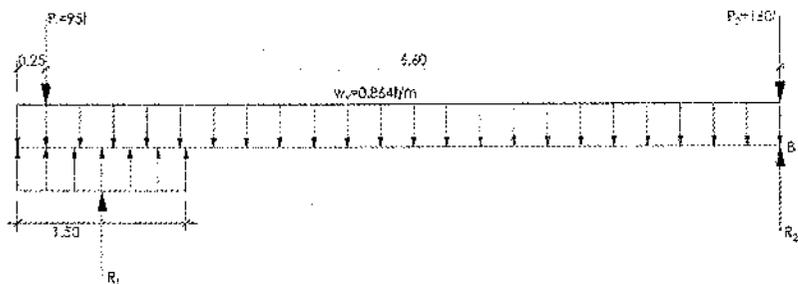
Usamos:  $L = 1.50m \rightarrow B = 3.00m \rightarrow A_z = 4.50m^2$

**Dimensionamiento de la viga de conexión**

$$h = \frac{6.60}{9} - \frac{6.60}{7} = 0.73 \sim 0.94$$

$$h = 0.90m$$

$$W_v = 2.4 \times 0.40 \times 0.90 = 0.864t/m$$



$$\sum M_B = 0$$

$$R_1 \times 6.10 - P_1 \times 6.60 - W_v \times \frac{6.85^2}{2} = 0$$

$$R_1 = 106.11t$$

$$A_{z1} = \frac{106.11}{22.28} = 4.76m^2 \rightarrow L = 1.50m, B = 3.20m$$

$$\sum F_v = 0$$

$$R_1 + R_2 - P_1 - P_2 - W_v \times 6.85 = 0$$

$$R_2 = 154.81t$$

$$A_{z2} = \frac{154.81}{22.28} = 6.95m^2 \rightarrow L = 2.80m, B = 2.50m$$

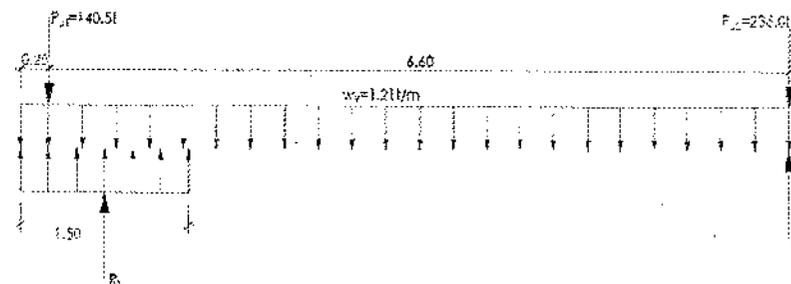
**Diseño de la viga de conexión**

Las cargas últimas son:

$$P_{u1} = 1.4 \times 70 + 1.7 \times 25 = 140.5t$$

$$P_{u2} = 1.4 \times 120 + 1.7 \times 40 = 236.0t$$

$$W_{uv} = 1.4 \times 0.864 = 1.21t/m$$



$$\sum M_B = 0$$

$$R_{u1} \times 6.10 - P_{u1} \times 6.60 - W_{uv} \times \frac{6.85^2}{2} = 0$$

$$R_{u1} = 156.67t$$

$$q_{u1} = \frac{156.67}{1.50} = 104.45t/m$$

$$\sum F_v = 0$$

$$R_{u1} + R_{u2} - P_{u1} - P_{u2} - W_{uv} \times 6.85 = 0$$

$$R_{u2} = 228.12t$$

Sección de máximo momento:

$$\text{Para: } x = \frac{P_{u1}}{q_{u1} - W_{uv}} \rightarrow M_{\max}$$

$$x = \frac{140.5}{104.45 - 1.21} = 1.36m$$

$$M_{\max} = -q_{u1} \times \frac{x^2}{2} + P_{u1} \times (x - 0.25) + W_{uv} \times \frac{x^2}{2}$$

$$M_{\max} = -104.45 \times \frac{1.36^2}{2} + 140.5 \times (1.36 - 0.25) + 1.21 \times \frac{1.36^2}{2}$$

$$M_{\max} = 60.48t - m$$

Refuerzo Superior ( $b \times h = 40 \times 90 \rightarrow d = 84cm$ )

$$-M_u = 60.48t - m \rightarrow -A_s = 20.52cm^2 \rightarrow 4\phi 3 / 4" + 2\phi 1"$$

$$\rho = \frac{21.54}{40 \times 84} = 0.0064 > \rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = 0.0033$$

Refuerzo Inferior

$$A_s^+ = \frac{A_s^-}{2} \quad A_s = \frac{20.91}{2} = 10.46 \text{ cm}^2$$

$$A_{s\min} = 0.0033 \times 40 \times 84 = 11.09 \text{ cm}^2$$

Como  $A_s < A_{s\min}$ , usamos  $4\phi 3 / 4'' (11.40 \text{ cm}^2)$ .

Diseño por corte

$$V_{u1} = (q_{u1} - W_{uv})(l_1 + d) - P_{u1}$$

$$V_{u1} = (104.45 - 1.21)(0.50 + 0.84) - 140.5 = -2.16 \text{ t}$$

$$V_{u2} = (q_{u1} - W_{uv})(L) - P_{u1}$$

$$V_{u1} = (104.45 - 1.21)(1.50) - 140.5 = 14.36 \text{ t}$$

$$\frac{V_{ud}}{\phi} = \frac{14.36}{0.85} = 16.89 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} \times b \times d = 23.35 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{210} \times 10 \times 0.40 \times 0.76 = 23.35 \text{ t}$$

$$V_n = 16.89 < V_c = 23.35 \text{ t} \rightarrow \text{OK!}$$

Solo es necesario usar estribos por montaje.

Diseño de Zapata exterior

$$q_{u1} = \frac{R_{u1}}{3.20} = \frac{156.67}{3.20} = 48.96 \text{ t/m}$$

$$V_{ud} = \phi V_c$$

$$q_{u1}(l_v - d) = 0.85 \times 0.53 \times \sqrt{f'_c} \times 10 \times bd$$

$$48.96(1.40 - d) = 0.85 \times 0.53 \times \sqrt{210} \times 10 \times 1.50d$$

$$d_{\min} = 0.47 \text{ m} \rightarrow h_{\min} = 0.56 \text{ m}$$

$$h = 0.60 \text{ m} \rightarrow d = 0.51 \text{ m}$$

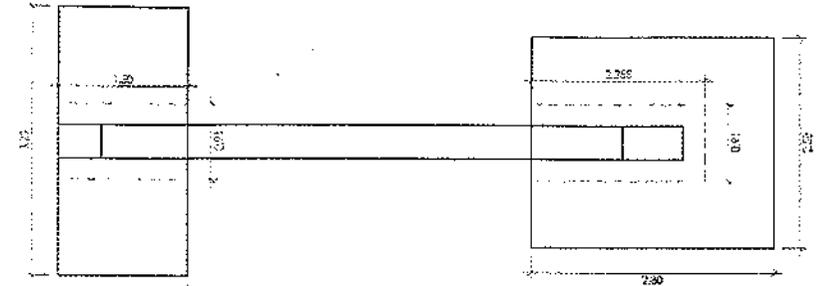


Figura 10.21 Vista en planta - Punzonamiento.

- Verificación por punzonamiento

$$V_{vp} = R_{ut} - q_{u1} b (t + d) \rightarrow \left( q_{u1} = \frac{R_{u1}}{A_{z1}} \right)$$

$$V_{vp} = 156.67 - 32.64(1.50)(0.40 + 0.51) = 112.12 \text{ t}$$

$$\phi V_{cp} = 0.85 \times 1.06 \sqrt{210} \times 10(3.00)0.51 = 199.77 \text{ t}$$

Observamos que  $V_{vp} < \phi V_{cp}$ , por lo que el peralte es conforme.

- Diseño por flexión

$$M_{u\max} = \frac{q_u \times B \times L_v^2}{2} = \frac{32.64 \times 1 \times 1.40^2}{2}$$

$$M_{u\max} = 31.99 \text{ t-m} \rightarrow A_s = 17.28 \text{ cm}^2$$

$$A_{s\min} = 0.0018 \times 100 \times 60 = 10.80 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{2.85}{17.28} = 0.165 \text{ m} \rightarrow \text{Usamos: } \phi 3 / 4'' @ 0.15 \text{ m}$$

En la otra dirección

$$A_{s\min} = 10.80 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{1.98}{10.80} = 0.18 \text{ m} \rightarrow \text{Usamos: } \phi 5 / 8'' @ 0.15 \text{ m}$$

Diseño de Zapata interior

$$q_{u2} = \frac{R_{u2}}{L} = \frac{228.12}{2.80} = 81.47 \text{ t/m}$$

$$V_{ud} = \phi V_c$$

$$q_{u2}(l_v - d) = 0.85 \times 0.53 \times \sqrt{f'_c} \times 10 \times bd$$

$$81.47(1.05 - d) = 0.85 \times 0.53 \times \sqrt{210} \times 10 \times 2.80d$$

$$d_{\min} = 0.32m \rightarrow h_{\min} = 0.41m$$

Consideraremos una zapata con un peralte de:  $h = 0.60m \rightarrow d = 0.51m$

- Verificación por punzonamiento

$$V_{up} = R_{u2} - q_{u2}b(t + d) \rightarrow \left( q_{u2} = \frac{R_{u2}}{A_{z2}} \right)$$

$$V_{up} = 228.12 - 32.59(2.80)(0.40 + 0.51) = 145.08t$$

$$\phi V_{cp} = 0.85 \times 1.06 \sqrt{210} \times 10(5.42)0.51 = 360.91t$$

Observamos que  $V_{up} < \phi V_{cp}$ , por lo que el peralte es conforme.

- Diseño por flexión

$$M_{u\max} = \frac{q_u \times B \times L_v^2}{2} = \frac{32.59 \times 1 \times 1.05^2}{2}$$

$$M_{u\max} = 17.97t - m \rightarrow A_s = 9.63cm^2$$

$$A_{s\min} = 0.0018 \times 100 \times 60 = 10.80cm^2$$

$$s = \frac{1.98}{10.80} = 0.18m \rightarrow \text{Usamos: } \phi 5 / 8" @ 0.15m$$

En la otra dirección

$$A_{s\min} = 10.98cm^2$$

$$s = \frac{1.98}{10.98} = 0.18m \rightarrow \text{Usamos: } \phi 5 / 8" @ 0.15m$$

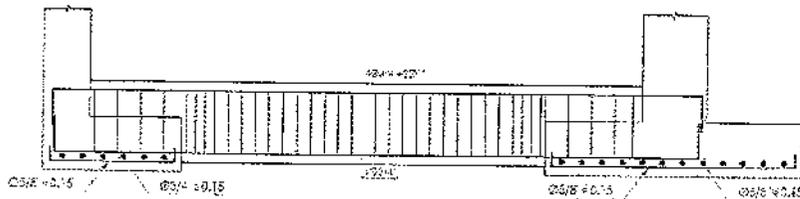


Figura 10.22 Zapata conectada.

## DETALLES DE REFUERZO

### 11.1. DETALLES DE REFUERZO (Según RNE E0.60)

#### 11.1.1. Gancho estándar

El término gancho estándar se emplea con uno de los siguientes significados:

- Un dobléz de 180° más una extensión de  $4db$ , pero no menor de  $65mm$  hasta el extremo libre de la barra.
- Un dobléz de 90° más una extensión de  $12db$  hasta el extremo libre de la barra.
- Para ganchos de estribos y ganchos de grapas suplementarias:
  - (a) Para barras de  $5/8"$  y menores, un dobléz de 90° más una extensión de  $6db$  al extremo libre de la barra; o
  - (b) Para barras desde  $3/4"$  hasta  $1"$  inclusive, un dobléz de 90° más una extensión de  $12db$  al extremo libre de la barra; o
  - (c) Para barras de  $1"$  y menores, un dobléz de 135° más una extensión de  $6db$  al extremo libre de la barra.

Los ganchos de los estribos y grapas suplementarias para elementos con responsabilidad sísmica se definen en 1.5.

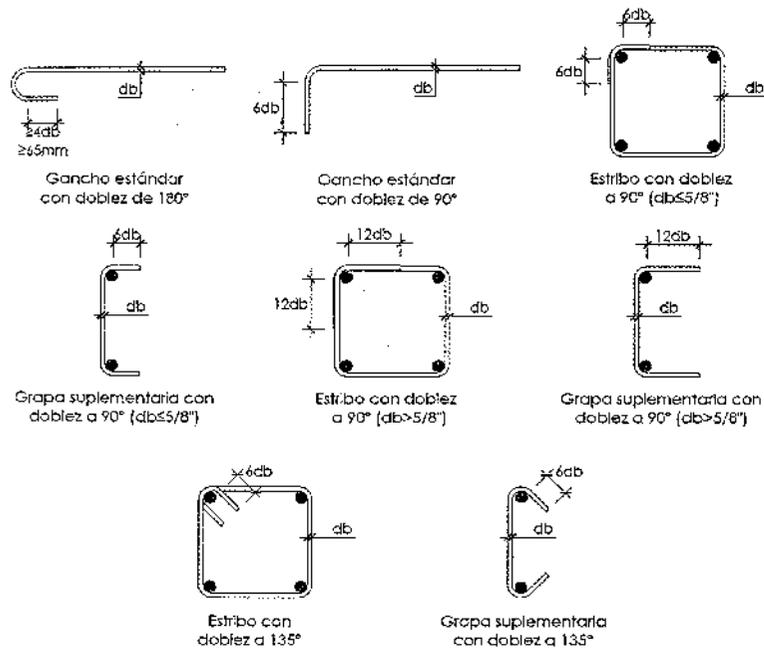


Figura 11.1 Ganchos de barras longitudinales, estribos y grapas suplementarias.

### 11.1.2. Diámetro mínimo de doblado

- El diámetro de doblado, medido en la cara interior de la barra, excepto para estribos de diámetros desde 1/4" hasta 5/8", no debe ser menor que lo indicado en la Tabla 11.1.
- El diámetro interior de doblado para estribos no debe ser menor que  $4db$  para barras de 5/8" y menores. Para barras mayores que 5/8", el diámetro de doblado debe cumplir con lo estipulado en la Tabla 11.1.
- El diámetro interior de doblado en refuerzo electrosoldado de alambre (corrugado o liso) para estribos no debe ser menor que  $4db$  para alambre corrugado de diámetro mayor a 7mm y  $2db$  para diámetros menores. Ningún doblado con diámetro interior menor de  $8db$  debe estar a menos de  $4db$  de la intersección soldada más cercana.

Tabla 11.1 Diámetros interiores mínimos de doblado.

Diámetro de las barras	Diámetro mínimo de doblado
1/4" a 1"	$6db$
1 1/8" a 1 3/8"	$8db$
1 11/16" a 2 1/4"	$10db$



Figura 11.2 Diámetros interiores mínimos de doblado de barras.

### 11.1.3. Doblado

- Todo el refuerzo deberá doblarse en frío, a menos que el Ingeniero Projectista permita hacerlo de otra manera.
- Ningún refuerzo parcialmente embebido en el concreto puede ser doblado en la obra, excepto cuando así se indique en los planos de diseño o lo permita el Ingeniero Projectista.

### 11.1.4. Límites del espaciamiento del refuerzo

- La distancia libre mínima entre barras paralelas de una capa debe ser  $db$ , pero no menor de  $25mm$ .
- Cuando el refuerzo paralelo se coloque en dos o más capas, las barras de las capas superiores deben colocarse exactamente sobre las de las capas inferiores, con una distancia libre entre capas no menor de  $25mm$ .
- En elementos a compresión reforzados transversalmente con espirales o estribos, la distancia libre entre barras longitudinales no debe ser menor de  $1.5db$  ni de  $40mm$ .
- La limitación de distancia libre entre barras también se debe aplicar a la distancia libre entre un empalme por traslape y los otros empalmes o barras adyacentes.

**Paquetes de barras**

- Los grupos de barras paralelas dispuestas en un paquete para trabajar como una unidad, deben limitarse a un máximo de 4 barras por cada paquete.
- Los paquetes de tres o cuatro barras deben alojarse dentro de las esquinas de los estribos.
- En vigas, el diámetro máximo de las barras agrupadas en paquetes será de 1 3/8".
- En elementos sometidos a flexión, cada una de las barras de un paquete que se corta dentro del tramo debe terminarse en lugares diferentes separados al menos 40db.
- Cuando las limitaciones de espaciamiento y recubrimiento mínimo del concreto se basan en el diámetro de las barras (*db*), un paquete de barras debe considerarse como una sola barra de diámetro equivalente correspondiente a la suma de las áreas de las barras del paquete.

**11.1.5. Recubrimiento de concreto para el refuerzo****Concreto construido en sitio (no preesforzado)**

Debe proporcionarse el siguiente recubrimiento mínimo de concreto al refuerzo, excepto cuando se requieran recubrimientos mayores según (a) ó se requiera protección especial contra el fuego.

**Ambientes corrosivos:**

En ambientes corrosivos u otras condiciones severas de exposición, debe aumentarse adecuadamente el espesor del recubrimiento de concreto y debe tomarse en consideración su densidad y porosidad o debe disponerse de otro tipo de protección.

**Paquetes de barras**

El recubrimiento mínimo para los paquetes de barras debe ser igual al diámetro equivalente del paquete, pero no necesita ser mayor de 50mm, excepto para concreto construido contra el suelo y permanentemente expuesto a él, caso en el cual el recubrimiento mínimo debe ser de 70mm.

Tabla 11.2 Recubrimiento – concreto construido en sitio (no preesforzado).

Concreto colocado contra el suelo y expuesto permanentemente a él	70mm
<b>Concreto en contacto permanente con el suelo o la intemperie:</b>	
Barras de 3/4" y mayores	50mm
Barras de 5/8" y menores, mallas electrosoldadas	40mm
<b>Concreto no expuesto a la intemperie ni en contacto con el suelo:</b>	
<b>Losas, muros, viguetas:</b>	
Barras de 1 11/16" y 2 1/4"	40mm
Barras de 1 3/8" y menores	20mm
<b>Vigas y columnas:</b>	
Armadura principal, estribos y espirales	40mm
<b>Cascaras y losas plegadas:</b>	
Barras de 3/4" y mayores	20mm
Barras de 5/8" y menores	15mm
Mallas electrosoldadas	15mm

**11.1.6. Detalles especiales del refuerzo para columnas****Barras dobladas por cambio de sección**

Las barras longitudinales dobladas debido a un cambio de sección deben cumplir con lo siguiente:

- La pendiente de la parte inclinada de una barra de este tipo no debe exceder de 1 a 6 con respecto al eje de la columna.
- Las partes de la barra que estén por encima y por debajo de la zona del doblez deben ser paralelas al eje de la columna.
- Debe proporcionarse soporte horizontal adecuado a la barra doblada por medio de estribos transversales, espirales, o porciones del sistema de entrepiso. El soporte horizontal debe diseñarse para resistir 1,5 veces la componente horizontal de la fuerza calculada en la porción inclinada de la barra. Los estribos transversales o espirales, en caso de utilizarse, se deben colocar a una distancia no mayor de 150mm de los puntos de doblado.
- Las barras se deben doblar antes de su colocación en el encofrado. Véase 11.1.3.
- Cuando la cara de una columna está desalineada 75 mm o más por cambio de sección, las barras longitudinales no se deben doblar. Se deben proporcionar espigas (dowels) empalmados por traslape con las barras longitudinales adyacentes a las caras desalineadas de la

columna. Los empalmes por traslape deben cumplir con lo especificado en 11.2.13.

### Núcleos de acero

La transmisión de cargas en los núcleos de acero estructural de elementos compuestos sometidos a compresión debe ser proporcionada de acuerdo con lo siguiente:

- Los extremos de los núcleos de acero estructural deben terminarse con precisión para poner en contacto los apoyos en los extremos y deben tomarse medidas adecuadas para alinear un núcleo con respecto al otro en contacto concéntrico.
- La capacidad de transferencia de carga por apoyo de contacto en los empalmes de los extremos se debe considerar como máximo igual a un 50% del esfuerzo total de compresión en el núcleo de acero.
- La transmisión de esfuerzos entre la base de la columna y la zapata debe diseñarse de acuerdo con lo especificado en 15.8. del RNE E.060 – 2009.
- La base de la sección de acero estructural debe diseñarse de manera que transmita la carga total de todo el elemento compuesto a la zapata. Alternativamente, la base se puede diseñar para que transmita únicamente la carga del núcleo de acero, siempre y cuando se disponga de una amplia sección de concreto capaz de transferir a la zapata la porción de la carga total soportada por la sección de concreto reforzado, por medio de compresión en el concreto y por refuerzo de acero.

### 11.1.7. Conexiones

En las conexiones de las columnas y las vigas de pórticos debe disponerse de confinamiento para los empalmes del refuerzo que continúa y para el anclaje del refuerzo que termina en tales conexiones.

El confinamiento en las conexiones debe consistir en estribos cerrados o espirales.

### 11.1.8. Refuerzo transversal para elementos a compresión

El refuerzo transversal de elementos a compresión debe cumplir con las disposiciones de (a) ó (b) Cuando se requiere refuerzo por cortante o por torsión, este debe cumplir también con las disposiciones del Capítulo 11 del RNE E.060 – 2009.

#### (a) Espirales

El refuerzo en espiral para elementos a compresión debe cumplir con 10.9.3 y con lo siguiente:

Las espirales deben consistir en barras o alambres continuos espaciados uniformemente, con un tamaño y disposición que permitan su manejo y colocación sin distorsión de las dimensiones de diseño.

Para elementos construidos en obra, el diámetro de las barras utilizadas en espirales no debe ser menor de 8 mm para barras longitudinales de hasta 5/8", de 3/8" para barras longitudinales de más de 5/8" hasta 1" y de 1/2" para barras longitudinales de mayor diámetro

El espaciamiento libre entre hélices de la espiral no debe exceder de 75 mm ni ser menor de 25 mm. Véase también 3.3.2.

El anclaje de la espiral debe consistir en 1,5 vueltas adicionales de la barra o alambre en cada extremo de la espiral.

El refuerzo en espiral debe empalmarse, si se requiere, por alguno de los siguientes métodos:

\* Empalme por traslape no menor que 300 mm ni menor a lo indicado a continuación:

Tabla 11.3 Empalme para refuerzo en espiral.

Barra o alambre corrugado sin recubrimiento	48db
Barra o alambre liso sin recubrimiento	72db
Barra o alambre corrugados recubiertos con epóxico	72db
Barras o alambres lisos sin recubrimiento con un gancho estándar de estribo según 7.1.3 en sus extremos empalmados por traslape (los ganchos deben estar embebidos en el núcleo confinado por la espiral)	48db
Barras o alambres corrugados recubiertos con epóxico con un gancho estándar de estribo según 7.1.3 en sus extremos empalmados por traslape (los ganchos deben estar embebidos en el núcleo confinado por la espiral)	48db

Las espirales deben extenderse desde la parte superior de la zapata o losa en cualquier nivel, hasta la altura del refuerzo horizontal más bajo del elemento soportado.

Cuando no existan vigas o ménsulas en todos los lados de una columna, deben colocarse estribos por encima de la terminación de la espiral hasta la parte inferior de la losa o ábaco.

En columnas con capitel, la espiral debe extenderse hasta un nivel en el cual el diámetro o ancho del capitel sea dos veces el de la columna.

Las espirales deben mantenerse firmemente colocadas y bien alineadas.

### (b) Estribos

Los estribos para elementos sometidos a compresión deben cumplir con lo siguiente:

- Todas las barras no preesforzadas deben estar confinadas por medio de estribos transversales de por lo menos  $8mm$  para barras de hasta  $5/8"$ , de  $3/8"$  para barras longitudinales de más de  $5/8"$  hasta  $1"$  y de  $1/2"$  para barras longitudinales de mayor diámetro y para los paquetes de barras. Se permite el uso de alambre corrugado o refuerzo electrosoldado de alambre con un área equivalente.
- El espaciamiento vertical de los estribos no debe exceder 16 veces el diámetro de las barras longitudinales, 48 veces el diámetro de la barra o alambre de los estribos ni la menor dimensión transversal del elemento sometido a compresión.
- Los estribos deben disponerse de tal forma que cada barra longitudinal de esquina y cada barra alterna tenga apoyo lateral proporcionado por la esquina de un estribo con un ángulo interior no mayor de  $135^\circ$  y ninguna barra longitudinal esté separada a más de  $150mm$  libres de una barra apoyada lateralmente. Cuando las barras longitudinales estén localizadas alrededor del perímetro de un círculo, se permite el uso de un estribo circular completo.
- La distancia vertical entre el primer estribo y la parte superior de la zapata, viga o losa no debe ser mayor a la mitad del espaciamiento entre estribos. La distancia vertical entre el último estribo y el refuerzo horizontal más bajo de la viga, ábaco o losa superior no debe ser mayor a la mitad del espaciamiento entre estribos.
- Cuando concurren vigas o ménsulas en las cuatro caras de una columna, se permite colocar el último estribo a no más de  $75mm$  debajo del refuerzo más bajo de la viga o ménsula de menor altura.

- Cuando se coloquen pernos de anclaje en los extremos de las columnas o pedestales, los pernos deben estar circundados por refuerzo lateral que también rodee al menos cuatro barras verticales de la columna o pedestal. El refuerzo transversal debe distribuirse dentro de  $125mm$  medidos desde la parte superior de la columna o pedestal y debe consistir en al menos dos barras de  $1/2"$  o tres barras de  $3/8"$ .

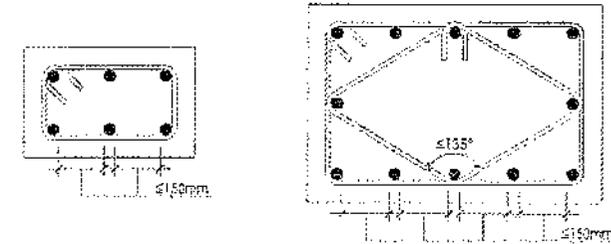


Figura 11.3 Separación máxima de barras sin apoyo lateral.

### 11.1.9. Refuerzo transversal para elementos a flexión

El refuerzo en compresión en vigas debe confinarse con estribos que cumplan las limitaciones de tamaño y espaciamiento de 11.1.8 (b) o bien con un refuerzo electrosoldado de alambre de un área equivalente. Los estribos deben colocarse a lo largo de toda la distancia donde se requiera refuerzo en compresión.

El refuerzo transversal para elementos de pórticos sometidos a esfuerzos de torsión o a esfuerzos reversibles de flexión en los apoyos debe consistir en estribos cerrados o espirales colocados alrededor del refuerzo de flexión.

Los estribos cerrados se deben formar de una sola pieza con sus ganchos extremos colocados superpuestos abrazando la misma barra longitudinal, o se deben formar de una o dos piezas unidas mediante un empalme por traslape Clase B (longitud de traslape de  $1.3l_d$ ) o anclándolas de acuerdo con 11.2.9.

### 11.1.10. Refuerzo de retracción y temperatura

Este refuerzo deberá disponerse de acuerdo a lo indicado en 9.7.

**11.1.11. Requisitos para la integridad estructural**

La integridad total de una estructura se puede mejorar significativamente introduciendo algunos detalles adicionales en el refuerzo. La intención es mejorar la redundancia y la ductilidad en las estructuras, de modo que, en el caso de daño en un elemento estructural o de una carga anormal, el daño resultante en la estructura pueda limitarse a un área relativamente pequeña y como consecuencia, la estructura tenga una mayor posibilidad de mantener la estabilidad global.

El detallado del refuerzo y conexiones, debe ser tal que los elementos de la estructura queden eficazmente unidos entre sí para garantizar la integridad de toda la estructura.

Para estructuras construidas en obra, los siguientes requisitos deben constituir los mínimos exigibles:

En la construcción de viguetas, al menos una barra de la parte inferior debe ser continua o debe empalmarse por traslape con un empalme por traslape de tracción Clase A.

Las vigas del perímetro de la estructura deben tener un refuerzo corrido consistente en:

- (a) Al menos un sexto del refuerzo de tracción requerido para momento negativo en el apoyo, compuesto por un mínimo de dos barras.
- (b) Al menos un cuarto del refuerzo de tracción para momento positivo requerido en la mitad del tramo, compuesto por un mínimo de dos barras.

El refuerzo longitudinal debe estar confinado por estribos con ganchos a 135°. Véase 11.1.1 (c) No es necesario continuar los estribos a través del nudo.

Cuando se requieran empalmes por traslape para proporcionar la continuidad necesaria, el refuerzo superior debe ser empalmado por traslape cerca de o en la mitad del tramo y el refuerzo inferior debe ser empalmado por traslape cerca del apoyo o en él. Los empalmes por traslape deben ser empalmes de tracción Clase A.

En vigas distintas a las del perímetro, al menos un cuarto del refuerzo para momento positivo requerido en la mitad del tramo, compuesto por un mínimo de dos barras, debe ser continuo o debe empalmarse por traslape sobre o cerca del apoyo con un empalme de tracción de Clase A o con un empalme mecánico o soldado de acuerdo con 12.14.3 y en los apoyos no continuos debe terminar con un gancho estándar.

Para la construcción de losas en dos direcciones, tenemos:

Todo el refuerzo inferior dentro de una franja de columna en cada dirección, debe ser continuo o estar empalmado con empalmes de tracción Clase A. Los empalmes deben ubicarse como lo muestra la Figura 11.4. Al menos dos barras o alambres inferiores de la franja de columna, en cada dirección, deben pasar a través del núcleo de la columna y deben anclarse en los apoyos exteriores.

FRANJA	LOCALIZACION	PORCENTAJE MÍNIMO DE A <sub>s</sub> EN LA SECCION	SIN ABACOS (SIN SOBRE ESPESORES)	CON ABACOS (CON SOBRE ESPESORES)
FRANJA DE COLUMNAS	ARRIBA	50% constante		
	ABAJO	100%		
FRANJA CENTRAL	ARRIBA	100%		
	ABAJO	50% constante		

Figura 11.4 Longitudes mínimas del refuerzo en losas sin vigas, E060 – 2009.

**11.2. LONGITUDES DE DESARROLLO Y EMPALMES DE REFUERZO (Según RNE E0.60)**

**11.2.1. Longitud de desarrollo del refuerzo – generalidades**

La tracción o compresión calculada en el refuerzo en cada sección de los elementos de concreto estructural, debe ser desarrollada hacia cada lado de dicha sección mediante una longitud embebida en el concreto (longitud de anclaje), gancho, dispositivo mecánico o una combinación de ellos. Los ganchos no se deben emplear para el anclaje de barras en compresión.

Los valores de  $\sqrt{f'_c}$  usados en este capítulo no deben exceder de 8.3 MPa.

**11.2.2. Longitud de desarrollo de barras corrugadas y de alambres corrugados a tracción**

- a) La longitud de desarrollo para barras corrugadas y alambre corrugado en tracción,  $l_d$ , debe determinarse a partir de (b) ó (c), pero no debe ser menor que 300mm.
- b) Para barras corrugadas o alambres corrugados,  $l_d$  se calculará de acuerdo a la Tabla 11.4.

Tabla 11.4 Longitud de desarrollo de barras en tracción.

Condiciones	Alambres corrugados o barras de 3/4" y menores	Barras mayores de 3/4"
Espaciamiento libre entre barras o alambres que están siendo empalmados o desarrolladas no menor que $db$ , con recubrimiento libre no menor que $db$ , y estribos a lo largo de $l_d$ por lo menos iguales al mínimo indicado en 11.5.6 del RNE E.060.  Aplicable también cuando el espaciamiento libre entre barras o alambres que están siendo desarrolladas o empalmadas no sea menor que $2db$ y el recubrimiento libre no menor que $db$ (ver Fig.11.5).	$\left( \frac{f_y \psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{2.6 \sqrt{f'_c}} \right) db$	$\left( \frac{f_y \psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{2.1 \sqrt{f'_c}} \right) db$
Otros casos	Ver (a)	Ver (a)

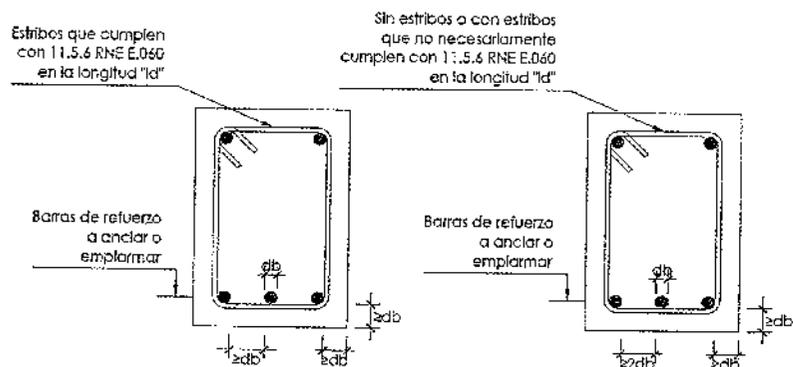


Figura 11.5 Condiciones para la long. de desarrollo (Tabla 11.4) de barras en tracción.

- c) Para barras corrugadas y alambres corrugados,  $l_d$  debe ser:

$$l_d = \left( \frac{f_y}{1.1 \sqrt{f'_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{\left( \frac{cb + K_{tr}}{db} \right)} \right) db \tag{Ec. 11.1}$$

El término  $\left( \frac{cb + K_{tr}}{db} \right)$  no debe tomarse mayor a 2,5 y

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{10 s n} \tag{Ec. 11.2}$$

En donde:

- $n$  es el número de barras o alambres que se empalman o desarrollan dentro del plano de hendimiento (splitting).
- $cb$  es la menor distancia entre:

- (a) La distancia del centro de una barra o alambre a la superficie más cercana del concreto.
- (b) La mitad de la separación centro a centro de las barras o alambres que se desarrollan.

Se permite usar  $K_{tr} = 0$ , como una simplificación de diseño, aún si hay refuerzo transversal presente.

- d) Los factores indicados en la Tabla 11.4, que afectan la longitud de desarrollo o empalmes de barras y alambres corrugados en tracción, se indican en la Tabla 11.5.
- e) **Refuerzo en exceso:** Se permite reducir  $l_d$  cuando el refuerzo en un elemento sometido a flexión excede el requerido por análisis, mediante el factor de modificación  $(A_s \text{ requerido}) / (A_s \text{ proporcionado})$ , excepto en los casos en los cuales se requiere específicamente el anclaje para desarrollar  $f_y$  o cuando se trate de elementos con responsabilidad sísmica.

Tabla 11.5 Factor de modificación de las longitudes de desarrollo.

Factor	Condiciones	Valor
$\psi_t$	Barras superiores.*	1.3
	Otras barras.	1.0
$\psi_e$	Barras o alambres con tratamiento superficial epóxico y recubrimiento menor que $3db$ o espaciamiento libre menor que $6db$ .	1.5
	Otras barras o alambres con tratamiento superficial epóxico.	1.2
	Barras sin tratamiento superficial.	1.0
$\psi_s$	Barras de $3/4"$ y menores.	0.8
	Barras mayores de $3/4"$ .	1.0
$\lambda$	Concreto liviano.	1.3
	Concreto de peso normal.	1.0

El producto:  $\psi_t \psi_s$  no necesita considerarse mayor que 1,7

\*Se consideran barras superiores aquellas que tienen 300 mm o más de concreto fresco por debajo de ellas.

**11.2.3. Longitud de desarrollo de barras corrugadas y alambres corrugados a compresión**

- a) La longitud de desarrollo para barras corrugadas y alambre a compresión,  $l_{dc}$ , se debe calcular a partir de "b" y de los factores de modificación de "c", pero no debe ser menor de 200mm.
- b) Para las barras corrugadas y alambres corrugados,  $l_{dc}$  debe tomarse como el mayor entre  $(0.24f_y / \sqrt{f'_c})db$  y  $(0.043f_y)db$ , donde la constante 0,043 tiene la unidad de mm<sup>2</sup>/N.
- c) Se permite multiplicar la longitud  $l_{cd}$  por los siguientes factores de modificación:
  - El refuerzo excede lo requerido por el análisis, salvo en elementos con responsabilidad sísmica... ( $A_s$  requerido) + ( $A_s$  proporcionado)

- El refuerzo está confinado con una espiral cuya barra tiene un diámetro no menor de  $1/4"$  y no más que 100mm de paso o dentro de estribos  $1/2"$  de acuerdo con 11.1.8(b), y espaciados a distancias no mayores que 100mm medidos entre centros.....0,75

**11.2.4. Desarrollo de paquetes de barras**

La longitud de desarrollo de cada barra individual dentro de un paquete de barras sometido a tracción o a compresión, debe ser aquella de la barra individual incrementada en 20% para un paquete de tres barras y en 33% para un paquete de cuatro barras.

Para determinar los factores indicados en la Tabla 11.5, un paquete de barras debe ser tratado como una barra de un diámetro que reproduzca el área total del paquete.

**11.2.5. Desarrollo de ganchos estándar en tracción**

La longitud de desarrollo para barras corrugadas en tracción que terminen en un gancho estándar (véase 7.1),  $l_{dg}$  se debe calcular según 11.2.5, pero no debe ser menor que el menor valor entre  $8db$  y 150mm.

Para las barras corrugadas,  $l_{dg}$  debe ser  $(0.24\psi_e\lambda f_y / \sqrt{f'_c})db$  con  $\psi_e$  igual a 1,2 para refuerzo con recubrimiento epóxico y  $\lambda$  igual a 1,3 para concretos livianos. Para otros casos,  $\psi_e$  y  $\lambda$  deben tomarse igual a 1,0.

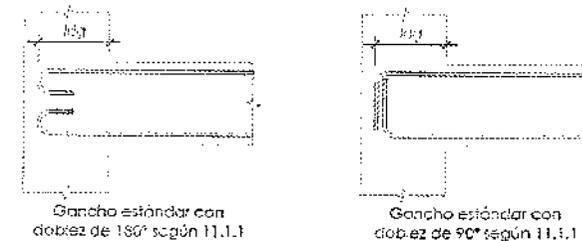


Figura 11.6 Longitud de anclaje con gancho estándar en tracción.

La longitud  $l_{dg}$  de 11.2.5 se puede multiplicar por los siguientes factores cuando corresponda:

(a) Para barras de 1 3/8" y menores, ganchos con recubrimiento lateral (normal al plano del gancho) no menor de 65mm y para ganchos de 90° adicionalmente con recubrimiento en la extensión de la barra más allá del gancho no menor de 50mm ..... 0.7

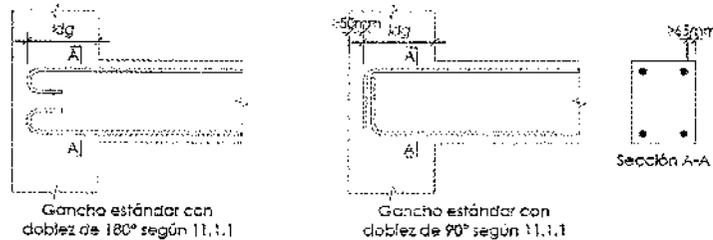


Figura 11.7 Casos en los que se puede multiplicar  $l_{dg}$  por 0.7.

(b) Para ganchos de 90° de barras 1 3/8" y menores que se encuentran confinados por estribos perpendiculares a la barra que se está desarrollando, espaciados a lo largo de  $l_{dg}$  a no más de  $3db$ ; o rodeado con estribos paralelos a la barra que se está desarrollando y espaciados a no más de  $3db$  a lo largo de la longitud de desarrollo del extremo del gancho más el doblez ..... 0,8

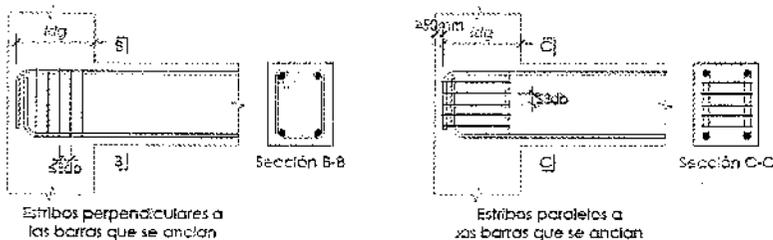


Figura 11.8 Casos con gancho estándar 90° en los que se puede multiplicar  $l_{dg}$  por 0.8

(c) Ganchos de 180° en barras de 1 3/8" y menores que se encuentran confinados con estribos perpendiculares a la barra que se está desarrollando, espaciados a no más de  $3db$  a lo largo de  $l_{dg}$  ..... 0,8

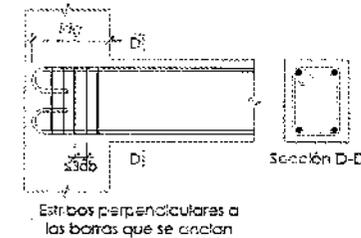


Figura 11.9 Caso con gancho estándar a 180° en el que se puede multiplicar  $l_{dg}$  por 0.8

(d) Para elementos sin responsabilidad sísmica en los cuales no se requiera específicamente anclaje o longitud de desarrollo para lograr  $f_y$  y se dispone de una cuantía de refuerzo mayor a la requerida por análisis.....  $\frac{A_s \text{ requerido}}{A_s \text{ proporcionado}}$

En 11.2.5(b) y 11.2.5(c),  $db$  es el diámetro de la barra con gancho. El primer estribo debe envolver la parte doblada del gancho a una distancia no mayor que  $2db$ , medida desde el borde exterior del gancho.

Los ganchos no deben considerarse efectivos para el desarrollo de barras en compresión.

### 11.2.6. Desarrollo del refuerzo para flexión - generalidades

- (a) Se permite desarrollar el refuerzo en tracción doblándolo dentro del alma para anclarlo o hacerlo continuo con el refuerzo de la cara opuesta del elemento.
- (b) Las secciones críticas para el desarrollo del refuerzo en elementos sometidos a flexión son los puntos donde se presentan los esfuerzos máximos y los puntos dentro de la luz libre donde se corta o se dobla el refuerzo. Las disposiciones de 11.2.7(c) deben cumplirse.
- (c) El refuerzo se debe extender, más allá del punto en el que ya no es necesario para resistir flexión, una distancia igual a  $d$  ó  $12db$ , la que sea mayor, excepto en los apoyos de vigas simplemente apoyadas y en el extremo libre de los voladizos.

- (d) Cuando existan dos o más bastones, el refuerzo que continúa deberá tener una longitud de anclaje mayor o igual a la longitud de desarrollo  $l_d$  más allá del punto donde el refuerzo que se ha cortado o doblado no es necesario por cálculo.
- (e) El refuerzo por flexión no debe terminarse en una zona de tracción, a menos que se satisfaga alguno de los siguientes requisitos:
- $V_u$  en el punto terminal no excede  $(2/3)\phi V_n$ .
  - Para barras 1 3/8" y menores, en las que el refuerzo que continúa proporciona el doble del área requerida por la flexión en el punto terminal y  $V_u$  no excede  $(2/3)\phi V_n$ .
- (f) En elementos sometidos a flexión, se debe proporcionar un anclaje adecuado para el refuerzo en tracción cuando el esfuerzo en el refuerzo no es directamente proporcional al momento, como ocurre en las zapatas inclinadas, escalonadas o de sección variable; en ménsulas; en elementos de gran peralte sometidos a flexión; o en elementos en los cuales el refuerzo de tracción no es paralelo a la cara de compresión. Ver 11.2.7(d) y 11.2.8(d) sobre elementos de gran peralte sometidos a flexión.

### 11.2.7. Desarrollo del refuerzo para momento positivo

- (a) Por lo menos 1/3 del refuerzo para momento positivo se debe prolongar a lo largo de la misma cara del elemento hasta el apoyo. En las vigas, dicho refuerzo se debe prolongar por lo menos 150mm dentro del apoyo.
- (b) Cuando un elemento sometido a flexión sea parte de un sistema que resiste cargas laterales, el refuerzo para momento positivo que prolonga en el apoyo, se debe anclar para que sea capaz de desarrollar  $f_y$  en tracción en la cara de apoyo.
- (c) En los apoyos simples y en los puntos de inflexión, el refuerzo de tracción para momento positivo debe limitarse a un diámetro tal que  $l_d$  calculado para  $f_y$  de acuerdo con 11.2.2 satisfaga la ecuación (Ec. 11.3), excepto que no es necesario satisfacer dicha ecuación para los refuerzos que terminan más allá del eje central de los apoyos simples

mediante un gancho estándar o un anclaje mecánico equivalente, como mínimo, a un gancho estándar.

$$l_d \leq \frac{M_n}{V_u} + l_a \quad (\text{Ec. 11.3})$$

Donde  $M_n$  se calcula suponiendo que todo el refuerzo de la sección está sometido a  $f_y$ ,  $V_u$  se calcula en la sección y  $l_a$  en el apoyo debe ser la longitud embebida más allá del centro del apoyo.

La longitud  $l_a$  en el punto de inflexión debe limitarse a  $d$  ó  $12db$ , el que sea mayor.

Se permite aumentar el valor de  $M_n/V_u$  en un 30% cuando los extremos del refuerzo estén confinados por una reacción de compresión.

- (d) En apoyos simples de elementos de gran peralte sometidos a flexión, el refuerzo de tracción por momento positivo debe anclarse para desarrollar  $f_y$  en tracción en la cara del apoyo. En apoyos interiores de elementos de gran peralte sometidos a flexión, el refuerzo de tracción por momento positivo debe ser continuo o estar empalmado con el del vano adyacente.

### 11.2.8. Desarrollo del refuerzo para momento negativo

- (a) El refuerzo para momento negativo en un elemento continuo, restringido, o en voladizo, o en cualquier elemento de un pórtico rígido, debe anclarse en o a través de los elementos de apoyo mediante una longitud embebida, ganchos o anclajes mecánicos.
- (b) El refuerzo para momento negativo debe tener una longitud embebida en el tramo según lo requerido en 11.2.1 y 11.2.6(c)
- (c) Por lo menos 1/3 del refuerzo total por tracción en el apoyo proporcionado para resistir momento negativo debe tener una longitud embebida más allá del punto de inflexión, no menor que  $d$ ,  $12db$  ó  $l_n/16$ , la que sea mayor.

- (d) En los apoyos interiores de vigas de gran peralte sometidas a flexión, el refuerzo de tracción por momento negativo debe ser continuo con el de los tramos adyacentes.

**11.2.9. Desarrollo del refuerzo del alma**

- (a) El refuerzo del alma debe colocarse tan cerca de las superficies de tracción y compresión del elemento como lo permitan los requisitos de recubrimiento y la proximidad de otros refuerzos.
- (b) Los extremos de las ramas individuales de los estribos en U, simples o múltiples, deben anclarse de acuerdo a lo indicado en (i) y (ii).
  - i) Para barras y alambres de 5/8" y menores y para barras de 3/4" a 1" con  $f_{yt}$  igual a 280MPa o menos, un gancho estándar alrededor del refuerzo longitudinal.
  - ii) Para estribos de 3/4", 7/8" y 1" con  $f_{yt}$  mayor que 280MPa, un gancho de estribo estándar abrazando una barra longitudinal más una longitud embebida entre el punto medio de la altura del elemento y el extremo exterior del gancho igual o mayor que  $0.17dbf_{yt} / \sqrt{f'_c}$ .

Entre los extremos anclados, cada doblez en la parte continua de los estribos en U, sencillos o múltiples, debe abrazar una barra longitudinal.

- (c) Las barras longitudinales dobladas para trabajar como refuerzo de cortante, si se extienden dentro de una zona de tracción, deben ser continuas con el refuerzo longitudinal, y si se extienden dentro de una zona de compresión, deben anclarse más allá de la mitad del peralte efectivo ( $0.5d$ ) como se especifica para la longitud de desarrollo en 12.2 para la fracción de  $f_{yt}$  que se necesita para satisfacer la ecuación (11-17) del RNE - E.060.
- (d) Las parejas de estribos en U colocados para que formen una unidad cerrada deben considerarse adecuadamente empalmados cuando la longitud del empalme por traslape sea de  $1.3l_d$ . En elementos con un peralte efectivo de al menos 450mm, los empalmes con  $Abf_{yt}$  no

mayor que 40kN por rama se pueden considerar adecuados si las ramas de los estribos se prolongan a lo largo de la altura total disponible del elemento.

**11.2.10. Empalme del refuerzo - generalidades**

En el refuerzo sólo se permite hacer empalmes cuando lo requieran o permitan los planos de diseño, las especificaciones, o si lo autoriza el ingeniero proyectista.

**Empalmes por traslape**

- (a) Para las barras mayores de 1 3/8" no se deben utilizar empalmes por traslape, excepto para los casos indicados en 11.2.12(b).
- (b) Los empalmes por traslape en paquetes de barras deben basarse en la longitud de empalme por traslape requerida para las barras individuales del paquete, incrementada de acuerdo con 11.2.4. Los empalmes por traslape de las barras individuales del paquete no deben superponerse. No deben empalmarse por traslape paquetes enteros.
- (c) En elementos sometidos a flexión, las barras empalmadas por traslape que no quedan en contacto entre sí, no deben espaciarse transversalmente más de 1/5 de la longitud de empalme por traslape requerida ni de 150mm.

**11.2.11. Empalmes de alambres y barras corrugadas a tracción**

- (a) La longitud mínima del empalme por traslape en tracción debe ser la requerida para empalmes por traslape Clases A o B, pero no menor que 300mm, donde:

Empalme por traslape Clase A .....	$1.0l_d$
Empalme por traslape Clase B .....	$1.3l_d$

Donde  $l_d$  se calcula de acuerdo con 11.2.2 para desarrollar  $f_y$  sin el factor de modificación de 11.2.2(e).

- (b) Los empalmes por traslape de alambres y barras corrugadas sometidas a tracción deben ser empalmes por traslape Clase A o Clase B de acuerdo con la Tabla 11.6.

Tabla 11.6 Empalmes por traslape en tracción.

$A_s$ proporcionado $A_s$ requerido (*)	Porcentaje máximo de $A_s$ empalmado en la longitud requerida para dicho empalme	
	50	10
Igual o mayor que 2	Clase A	Clase B
Menor que 2	Clase B	Clase B

(\*) Relación entre el área de refuerzo proporcionada y la requerida por cálculo en la zona de empalme.

### 11.2.12. Empalmes de barras corrugadas a compresión

- (a) La longitud de un empalme por traslape en compresión,  $l_{dc}$ , debe ser de  $0.071f_y db$ , para  $f_y$  igual a  $420MPa$  o menor, ó  $(0.13f_y - 24)db$  para  $f_y$  mayor que  $420MPa$ , pero no debe ser menor que  $300mm$ .

Para  $f_c'$  menor que  $21MPa$ , la longitud del empalme por traslape debe multiplicarse por 1.3.

- (b) Cuando se empalman por traslape barras de diferente diámetro en compresión, la longitud del empalme por traslape debe ser la mayor de  $l_{dc}$  de la barra de mayor diámetro o la longitud del empalme por traslape de la barra de diámetro menor. Se permite empalmar barras de  $1\ 3/4"$  y  $2\ 1/4"$  con barras de diámetro  $1\ 3/8"$  y menores.

#### Empalmes a tope

En las barras que se requieren sólo para compresión, se permite transmitir el esfuerzo de compresión por apoyo directo a través de cortes a escuadra, mantenidos en contacto concéntrico por medio de un dispositivo adecuado. Los extremos de las barras deben terminar en superficies planas que formen un ángulo recto con el eje de la barra, con una tolerancia de  $1,5^\circ$  y deben ser unidas con una tolerancia de  $3^\circ$  respecto al apoyo completo después del ensamble.

Los empalmes a tope se deben usar únicamente en elementos que tengan estribos cerrados o espirales.

### 11.2.13. Requisitos especiales de empalmes para columnas

Los empalmes por traslape, mecánicos, soldados a tope, conexiones mecánicas o empalmes a tope deben usarse con las limitaciones de 12.17.2 a la 12.17.4. Los empalmes deben satisfacer los requisitos para todas las combinaciones de carga de la columna.

#### Empalmes por traslape en columnas

- Cuando el esfuerzo en las barras debido a las cargas amplificadas es de compresión, los empalmes por traslape deben cumplir con 11.2.12(a), 11.2.12(b) y, cuando sea aplicable, 11.2.13(iv) ó 11.2.13(v).
- Cuando el esfuerzo en las barras debido a las cargas amplificadas es de tracción y no excede  $0.5f_y$ , los empalmes por traslape por tracción deben ser Clase B si más de la mitad de las barras se empalman en alguna sección, o de Clase A si no más de la mitad de las barras están empalmadas por traslape en ninguna sección y los empalmes están escalonados como mínimo una distancia  $l_d$ .
- Cuando el esfuerzo en las barras debido a las cargas amplificadas es mayor que  $0.5f_y$  en tracción, los empalmes por traslape por tracción deben ser Clase B.
- En elementos sometidos a compresión en que los estribos a lo largo de toda la longitud del empalme por traslape tengan un área efectiva no menor que  $0.0015hs$ , se permite multiplicar la longitud del empalme por traslape por 0.83, pero la longitud del empalme por traslape no debe ser menor que  $300mm$ . Las ramas de los estribos perpendiculares a la dimensión  $h$  deben usarse para determinar el área efectiva.
- En elementos sometidos a compresión con espirales, se permite multiplicar la longitud del empalme por traslape de las barras dentro de la espiral por 0.75 pero dicha longitud no debe ser menor de  $300mm$ .

**Empalmes a tope en columnas**

vi) Se permite usar empalmes a tope que cumplan con 11.2.12 para barras de columnas sometidas a esfuerzos de compresión con la condición de que los empalmes estén escalonados o que se especifiquen barras adicionales en las zonas de empalme. Las barras continuas en cada cara de la columna deben tener una resistencia a la tracción, basada en  $f_y$ , no menor que  $0.25f_c$  veces el área del refuerzo vertical en esa cara.

**11.3. DETALLES TÍPICOS DE REFUERZO**

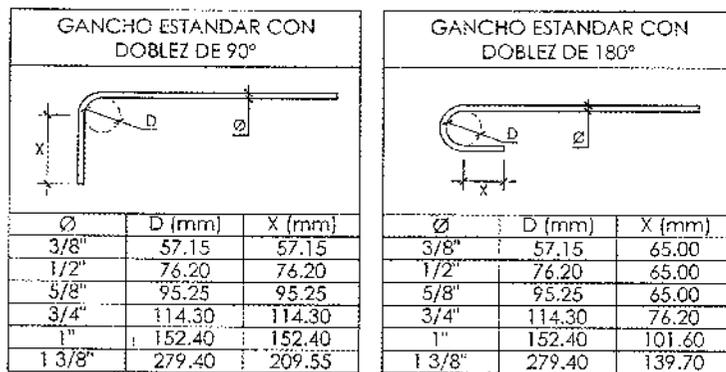


Figura 11.10 Gancho estándar para refuerzo longitudinal.

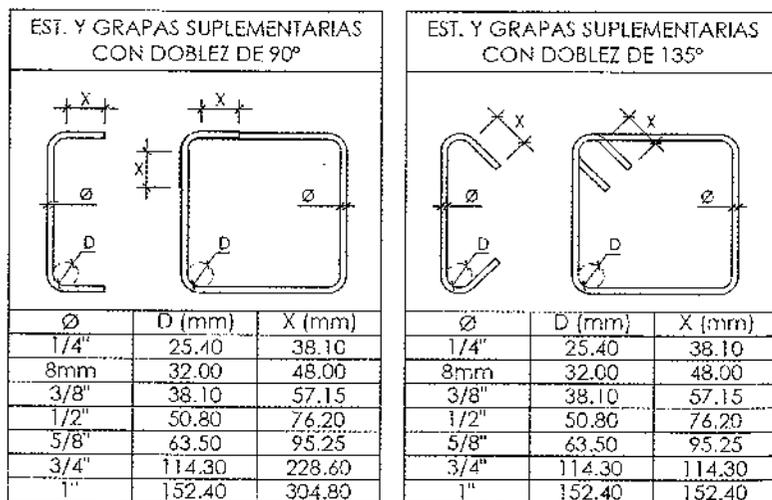


Figura 11.11 Ganchos para estribos y grapas.

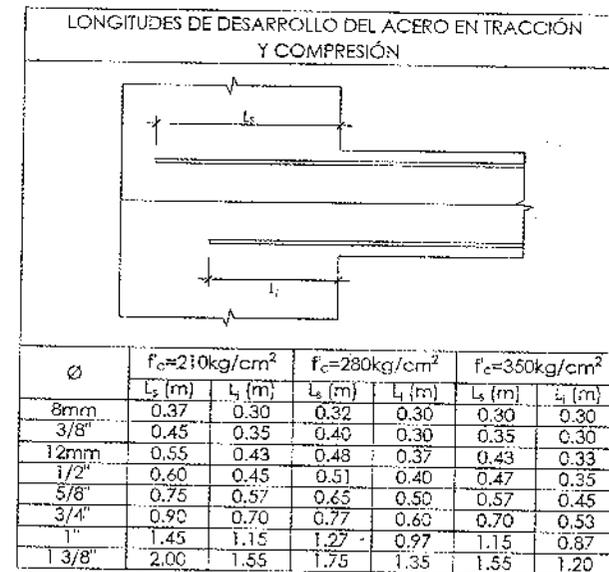


Figura 11.12 Longitud de desarrollo para acero corrugado sin gancho.

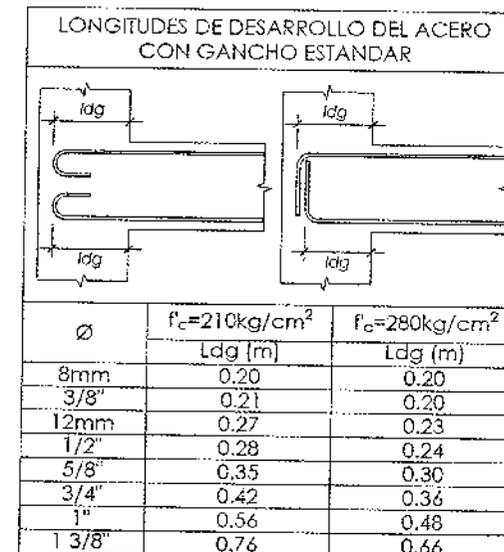


Figura 11.13 Longitud de desarrollo con gancho estándar.

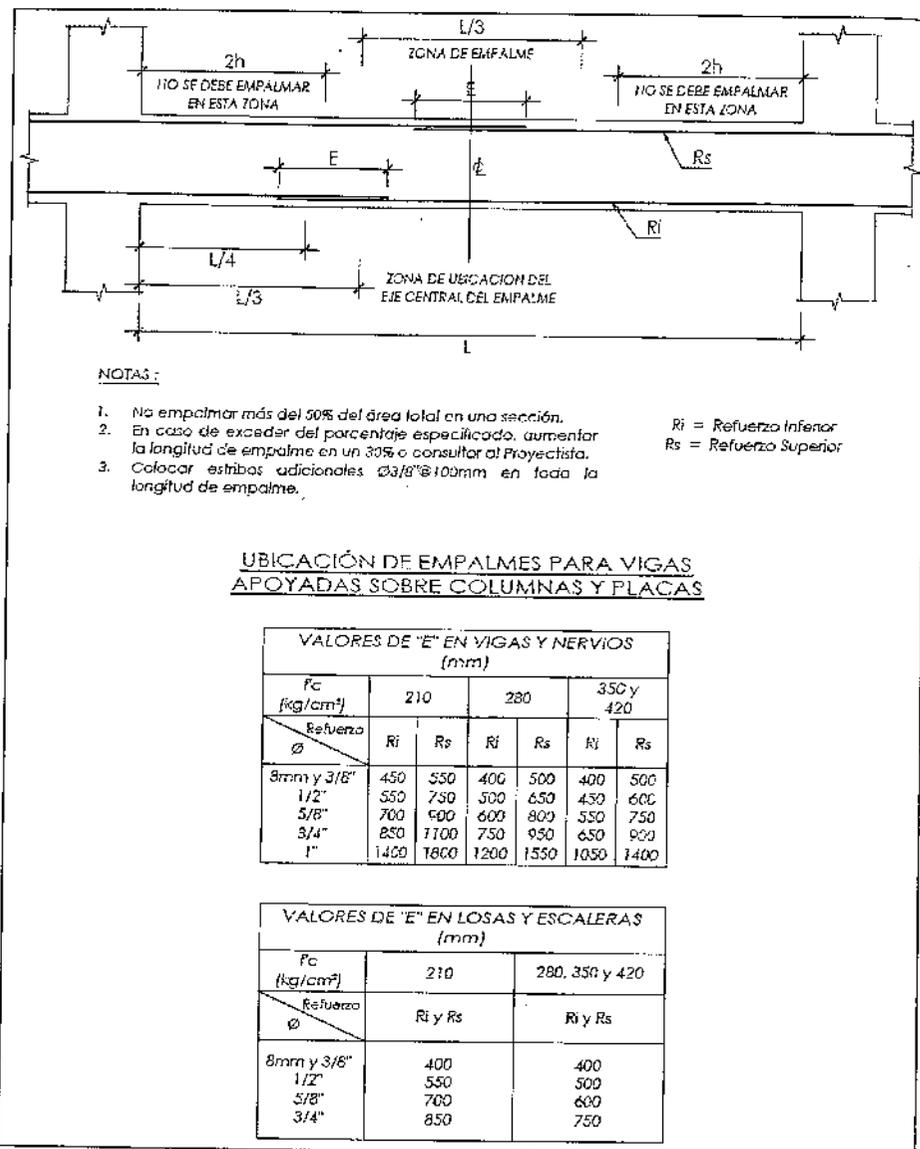


Figura 11.14 Empalmes para vigas.

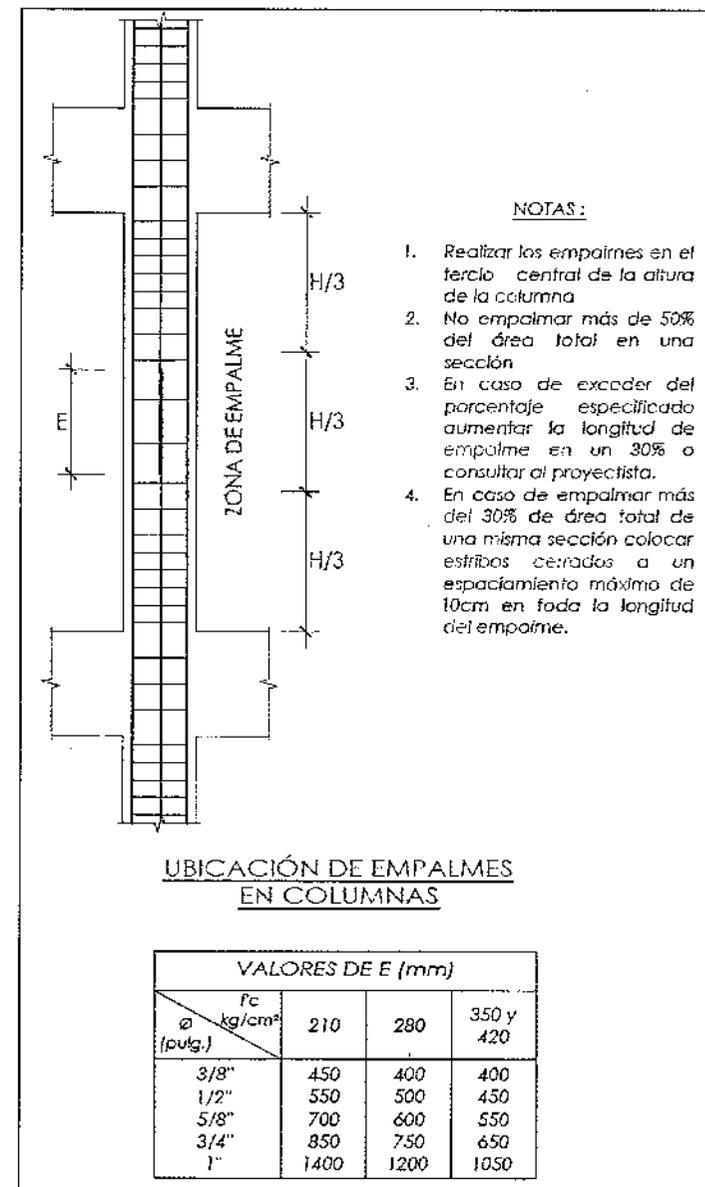


Figura 11.15 Empalmes para columnas.

## BIBLIOGRAFÍA

---

1. **Blanco, A.** *Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado*, Libro 2 de la colección del Ingeniero Civil, Lima, 1990-1991.
2. **Calavera, J.** *Patología de Estructuras de Hormigón Armado y Pretensado*, Intemac 2da Edición 2005.
3. **Calavera, J.** *Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón*, 2 Tomos, 2da Edición Intemac, Madrid 2008.
4. **Das, B.** *Principios de Ingeniería de Cimentaciones*, Internacional Thomson Editores, 4ta Edición 2001.
5. **Ferguson, P.** *Fundamentos del concreto reforzado*, Compañía Editorial Continental, Trad. Luis Ordoñez Reyna, México, 1983, 4ta Edición.
6. **González C. & Robles F.** *Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado*, Editorial Limusa, 4ta Edición 2005.
7. **Harmsen, T.** *Diseño de Estructuras de Concreto Armado*, Pontificia Universidad Católica del Perú – Fondo Editorial 2002, Tercera Edición.
8. **Irala, C.** *Apuntes de Clase de Antisísmica*, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima – Perú.
9. **Irala, C.** *Apuntes de Clase de Concreto Armado I*, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima – Perú.
10. **Irala, C.** *Apuntes de Clase de Concreto Armado II*, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima – Perú.
11. **McCormac, J. & Brow R.** *Diseño de Concreto Reforzado*, Alfaomega, 8va Edición, México, 2011.
12. **Mc Gregor, J.** *Reinforced Concrete, Mechanics & Design*, Prentice-Hall, New Jersey, 1992, 2da Edición.

13. **Morales, R.** *Diseño en Concreto Armado*, Tercera Edición, Lima, 2006.
14. **Morales, R.** *Diseño Sísmico de Edificaciones de Concreto Armado*, Informe de Investigación – Centro Peruano Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres, UNI.
15. **Nawy, E.** *Concreto Reforzado, un enfoque básico*, Prentice-Hall Hispanoamericana, Ed José de Jesús Muñoz Zazueta, México, 2005, 2da Edición.
16. **Nilson, A.** *Diseño de estructuras de concreto*, Mc Graw Hill, duodécima Edición, Colombia, 1999.
17. **Ortega, J.** *Concreto Armado I y II*, W.H. Editores.
18. **Ottazzi, G.** *Diseño en Concreto Armado*, Departamento de Ingeniería – Pontificia Universidad Católica del Perú, Primera Edición – Agosto 2006.
19. **Park, R. & Paulay T.** *Estructuras de Concreto Reforzado*, Editorial Limusa, Decima Reimpresión, México, 1999.
20. **Paulay T. & Priestley M.** *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, 1992.
21. **Priesley Et Al.** *Displacement – Based Seismic Design of Structures*, IUSS, Pavia, Italy, 2007.
22. **Quiroz, L.** *Análisis y Diseño de Edificaciones con ETABS V.9.*, Primera Edición, Lima, 2011.
23. **Reglamento Nacional de Edificaciones. Norma E.020 – Cargas**, Lima, 2009.
24. **Reglamento Nacional de Edificaciones. Norma E.030 – Diseño Sísmoresistente**, Lima, 2016.
25. **Reglamento Nacional de Edificaciones. Norma E.050 – Suelos y Cimentaciones**, Lima, 2009.
26. **Reglamento Nacional de Edificaciones. Norma E.060 – Concreto Armado**, Lima, 2009.
27. **Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural y Comentario (ACI 318SUS-14)**. American Concrete Institute. Versión en español, 2014.

## OVIEDO INGENIERIA EIRL

### SERVICIOS

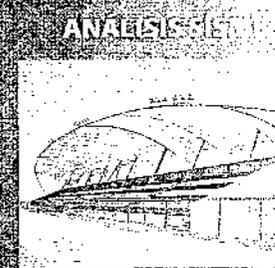
- Análisis y diseño sísmoresistente de estructuras
- Proyectos integrales de ingeniería
- Evaluación, reparación y reforzamiento de estructuras
- Vulnerabilidad sísmica de estructuras
- Patología Estructural
- Ensayos no destructivos: RT/PT/UT/MT/VT/ET, esclerometría, etc.
- Ensayos destructivos: Tracción, doblado, Impacto, extracción de probetas de concreto y acero
- Inspecciones de construcción mecánica, civil y soldadura
- Elaboración y calificación de procedimientos de soldadura
- Ejecución de obras en general
- Elaboración de expedientes técnicos



CLÍNICA  
ANGLOAMERICANA



EDIFICIO  
TRECCA



ESTADIO  
HUANCAYO

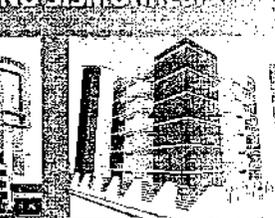
### DISEÑO SÍSMORRESISTENTE



CENTRO COMERCIAL  
INDEPENDENCIA



EDIFICIO DE  
FORTALECIMIENTO



PUENTE  
HUANCAYO

### SUPERVISION ESTRUCTURAL



EDIFICIO PLAZA  
REPÚBLICA



EDIFICIO  
SANTA CRUZ



EMBALSAME  
HUANCAYO

