

UNIVERSIDAD DE HUÁNUCO

FACULTAD DE INGENIERÍA

E.A.P. DE INGENIERÍA CIVIL



ANÁLISIS ESTRUCTURAL I

UNIDAD 6: MÉTODO DE LOS DESPLAZAMIENTOS

DOCENTE: Mg. Luis Fernando Narro Jara

HUÁNUCO, 2020

Unidad 6. MÉTODO DE LOS DESPLAZAMIENTOS

CONTENIDO

- 1. INTRODUCCIÓN**
- 2. SISTEMA PRINCIPAL**
- 3. SISTEMA DE ECUACIONES**
- 4. MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO**
- 5. DIAGRAMAS FINALES**
- 6. PARTICULARIDADES DEL CÁLCULO DE PÓRTICOS SIMÉTRICOS**



1. INTRODUCCIÓN

El método de desplazamientos es uno de los métodos más conocidos de cálculo de estructuras hiperestáticas y en muchos casos permite reducir la laboriosidad de cálculo, en comparación con el método de las fuerzas.

Para el cálculo de vigas y pórticos por el método de desplazamientos, se desprecian las deformaciones longitudinales de las barras y las deformaciones por cizallamiento, así como el acercamiento de los extremos de las barras en flexión.

En calidad de incógnitas en el método de desplazamientos, se consideran los desplazamientos de los nudos del pórtico. Como nudos del pórtico se consideran las conexiones rígidas o rótulas, puntos de rotura de las barras, así como los lugares de cambios de rigidez de las mismas.

Existen dos tipos de desplazamientos desconocidos: angulares y lineales. Las incógnitas angulares son los ángulos de giro de los nudos rígidos del pórtico. Las incógnitas lineales son los desplazamientos lineales de los nudos del pórtico y su número se determina por la cantidad de barras adicionales, que son necesarias ingresar al esquema estructural de rótulas, para convertirlo en un sistema geoméricamente invariable. Dicho esquema se forma introduciendo rótulas en todos los nudos del pórtico.

Al número de incógnitas del método de desplazamientos se le conoce como grado de indeterminación cinemática del pórtico.



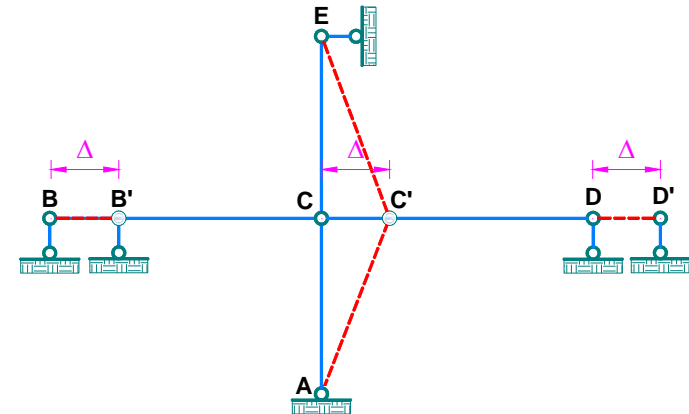
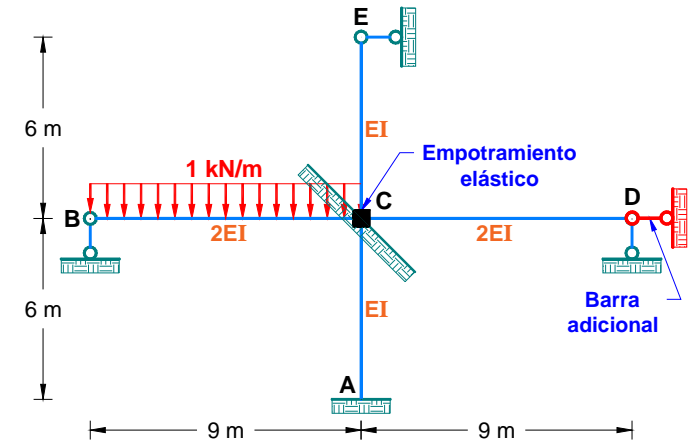
2. SISTEMA PRINCIPAL

El sistema principal del método de desplazamientos se efectúa a partir del pórtico dado e introduciendo en sus nudos las conexiones adicionales. Se tienen dos tipos de conexiones:

Los **empotramientos elásticos**, los cuales impiden los ángulos de giro de los nudos rígidos, pero no excluyen sus desplazamientos lineales. En los empotramientos elásticos surgen como reacción solamente los momentos.

Las **barras adicionales**, que impiden solamente los desplazamientos lineales. En las barras adicionales, surgen únicamente las reacciones en los apoyos.

Las conexiones adicionales se colocan de tal manera, que impidan desplazarse a los nudos del pórtico. Para ello, los **empotramientos elásticos** se colocan en todos los nudos rígidos del pórtico y las **barras adicionales**, tipo apoyos en una dirección, los cuales convertirán al pórtico en un esquema estructural de rótulas geoméricamente invariable.



De esta manera, el sistema principal del método de desplazamientos, estará dado por un conjunto de vigas hiperestáticas independientes, cuyos estados esfuerzo-deformación para diferentes acciones, previamente son conocidas.

2.1 Grado de Indeterminación Cinemática:

Cuando una estructura está constituida por varios elementos y está sometida a cargas, los nudos sufren desplazamientos en forma de rotación y traslación. En el método de análisis por desplazamientos, las magnitudes desconocidas son la rotación y la traslación de los nudos.

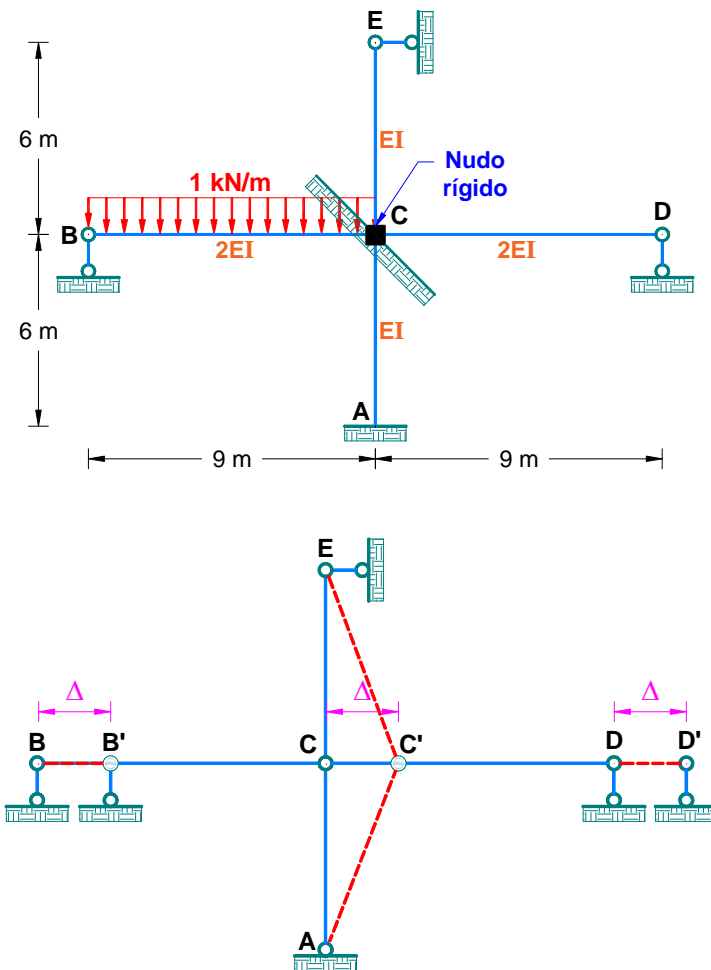
El grado de indeterminación cinemática se determinará por la siguiente fórmula:

$$n = n_n + n_d$$

Donde:

n_n : Número de nudos rígidos.

n_d : Número de desplazamientos lineales.



3. SISTEMA DE ECUACIONES

El sistema principal será equivalente al pórtico dado, con la condición de igualdad a cero de las reacciones en las conexiones adicionales. Esta condición se utiliza para elaborar el sistema de ecuaciones del método de desplazamientos.

Las ecuaciones del método de desplazamientos generan el sistema de ecuaciones algebraicas lineales respecto a los desplazamientos desconocidos y van a ser resueltas en forma descompuesta.

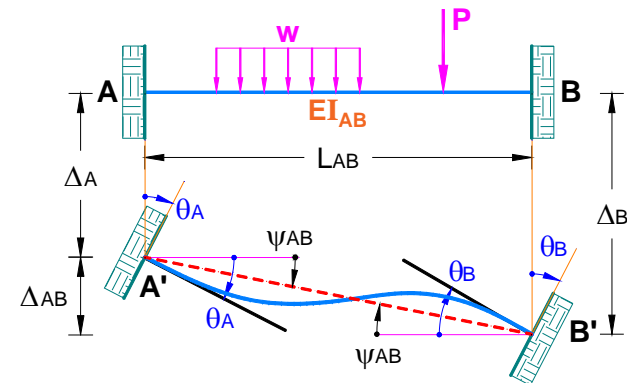
En la forma descompuesta de la formulación de las ecuaciones, se utilizan las fórmulas, que expresen las fuerzas internas en los extremos de las vigas hiperestáticas, dependientes del tipo de acción externa: desplazamiento de los apoyos y cargas.

3.1 Viga doblemente empotrada:

Los momentos en los apoyos y las fuerzas cortantes se determinarán por las siguientes fórmulas:

Momentos:
$$\begin{cases} M_{AB} = 2i_{AB} (2\theta_A + \theta_B - 3\psi_{AB}) + ME_{AB} \\ M_{BA} = 2i_{AB} (2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{AB}) + ME_{BA} \end{cases}$$

Cortantes:
$$\begin{cases} Q_{AB} = -\frac{6i_{AB}}{L_{AB}} (\theta_A + \theta_B - 2\psi_{AB}) + V_{AB} \\ Q_{BA} = -\frac{6i_{AB}}{L_{AB}} (\theta_A + \theta_B - 2\psi_{AB}) + V_{BA} \end{cases}$$

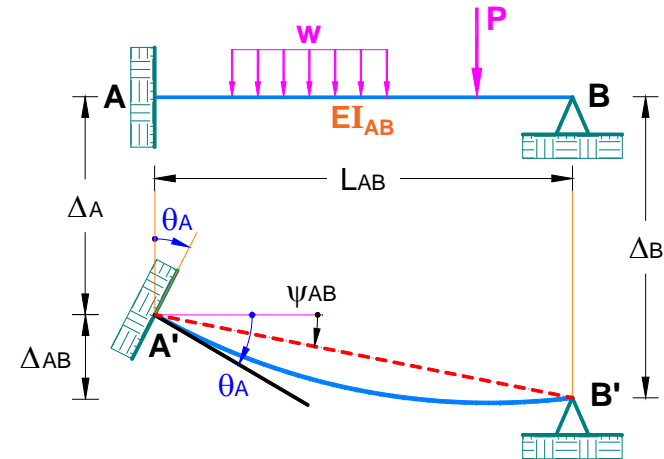


3.2 Viga empotrado - articulado:

Los momentos en los apoyos y las fuerzas cortantes se determinarán por las siguientes fórmulas:

$$\text{Momentos: } \begin{cases} M_{AB} = 3i_{AB} (\theta_A - \psi_{AB}) + ME_{AB} \\ M_{BA} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Cortantes: } \begin{cases} Q_{AB} = -\frac{3i_{AB}}{L_{AB}} (\theta_A - \psi_{AB}) + V_{AB} \\ Q_{BA} = -\frac{3i_{AB}}{L_{AB}} (\theta_A - \psi_{AB}) + V_{BA} \end{cases}$$



En las fórmulas establecidas en los dos casos, tenemos que:

$$\theta_A ; \theta_B$$

ángulos de giro de los empotramientos.

$$\psi_{AB} = \psi_{BA} = \frac{\Delta_{AB}}{L_{AB}}$$

ángulo de desviación de la barra.

$$\Delta_{AB} = \Delta_{BA}$$

desplazamiento lineal de los nudos A y B de la barra, uno respecto al otro.

$$i_{AB} = i_{BA} = \frac{(EI)_{AB}}{L_{AB}}$$

rigidez por metro lineal de la barra A-B.

$$M_{AB} ; Q_{AB}$$

momento flector y fuerza cortante en el apoyo A.

$$M_{BA} ; Q_{BA}$$

momento flector y fuerza cortante en el apoyo B.

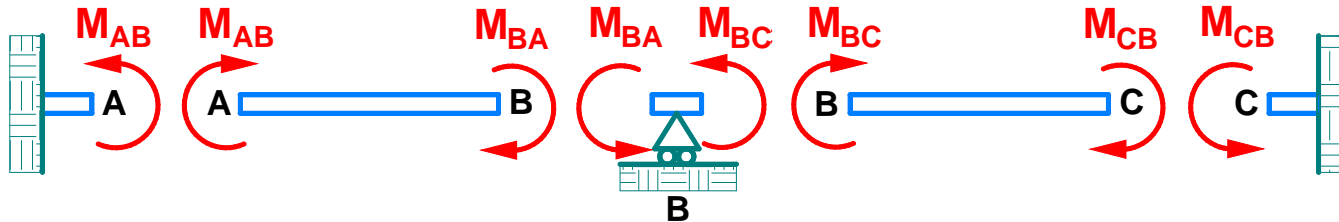
$$ME_{AB} ; ME_{BA} ; V_{AB} ; V_{BA}$$

fuerzas internas en la viga, debido a la acción externa y se determinan por la tabla (Momento de empotramiento perfecto y cortantes estáticos).

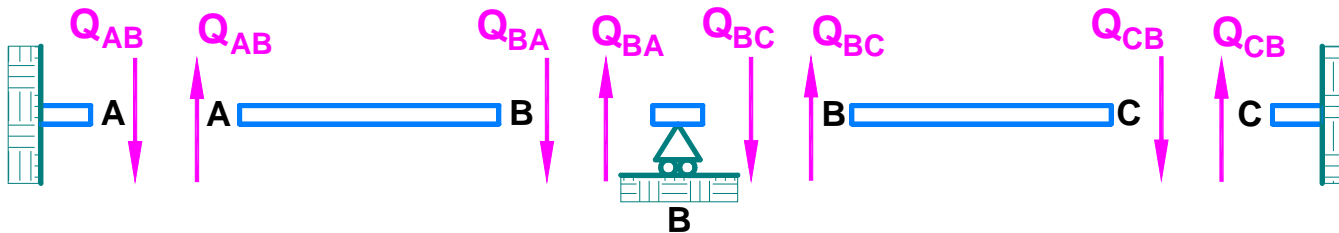
Si la carga o momento puntual están ubicados en los nudos del pórtico, entonces ellos no influenciarán en el cálculo de los momentos de empotramiento perfecto ni en los cortantes estáticos de las barras que convergen en dicho nudo.

CONVENCIÓN DE SIGNOS

Los momentos flectores se consideran positivos, si en el nudo actúa en sentido antihorario y en la barra en sentido horario.



Las fuerzas cortantes se consideran positivas, si hacen girar al nudo y a la barra en sentido horario.

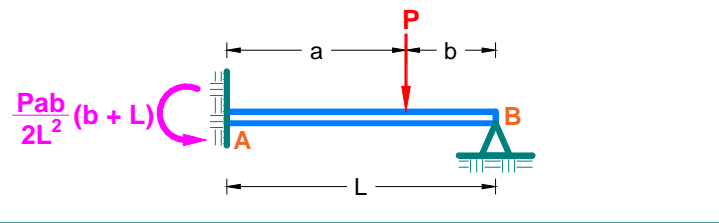
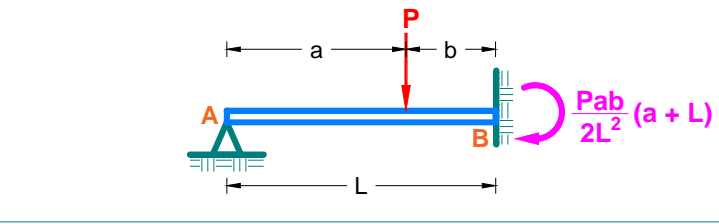
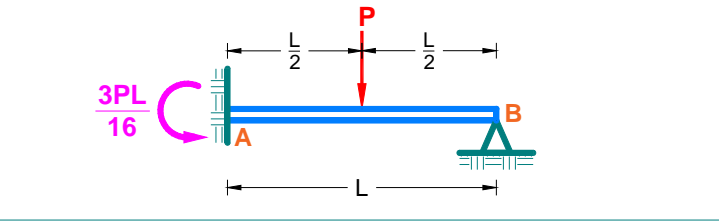
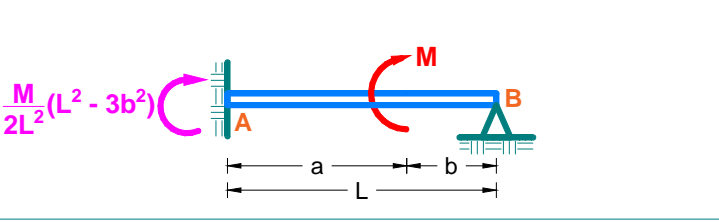
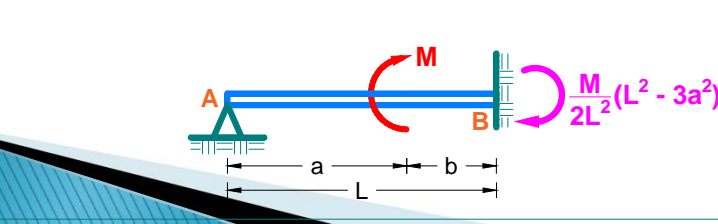



Los ángulos de giro (θ) de los nudos y los ángulos de desviación (ψ) de las barras se consideran positivos, si rotan en sentido horario.

4. MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO

MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO			
ME_{AB}	ME_{BA}	ME_{AB}	ME_{BA}
<p>$\frac{Pab^2}{L^2}$ $\frac{Pa^2b}{L^2}$</p>		<p>$\frac{11wL^2}{192}$ $\frac{5wL^2}{192}$</p>	
<p>$\frac{PL^2}{8}$ $\frac{PL^2}{8}$</p>		<p>$\frac{wL^2}{30}$ $\frac{wL^2}{20}$</p>	
<p>$\frac{2PL}{9}$ $\frac{2PL}{9}$</p>		<p>$\frac{5wL^2}{96}$ $\frac{5wL^2}{96}$</p>	
<p>$\frac{Mb}{L^2}(2a-b)$ $\frac{Ma}{L^2}(2b-a)$</p>		<p>$\frac{4EI\theta}{L}$ $\frac{2EI\theta}{L}$</p> <p>$\theta_A = 0$</p> <p>$\frac{6EI\theta}{L^2}$ $\frac{6EI\theta}{L^2}$</p>	
<p>$\frac{wL^2}{12}$ $\frac{wL^2}{12}$</p>		<p>$\frac{6EI\Delta}{L^2}$ $\frac{6EI\Delta}{L^2}$</p> <p>$\theta_A = 0$ $\theta_B = 0$</p> <p>Δ</p> <p>$\frac{12EI\Delta}{L^3}$ $\frac{12EI\Delta}{L^3}$</p>	

MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO

ME_{AB}	ME_{BA}	ME_{AB}	ME_{BA}
 $\frac{Pab}{2L^2}(b+L)$	 $\frac{Pab}{2L^2}(a+L)$	 $\frac{9wL^2}{128}$	 $\frac{7wL^2}{128}$
 $\frac{3PL}{16}$	 $\frac{3PL}{16}$	$\frac{wL^2}{8}$	$\frac{wL^2}{8}$
$\frac{M}{2L^2}(L^2 - 3b^2)$	$\frac{M}{2L^2}(L^2 - 3a^2)$	$\frac{wa^2}{8L^2}(2L - a)^2$	$\frac{wb^2}{8L^2}(2L - b)^2$

5. DIAGRAMAS FINALES

5.1 Diagrama final de momento flector:

Será necesario graficar previamente el diagrama de momentos en los nudos. Los momentos en los nudos se determinarán por las fórmulas obtenidas en el ítem 3.1, para los valores de los desplazamientos determinados del sistema de ecuaciones. En los tramos, donde existen cargas externas, será necesario agregar al diagrama de momentos en los nudos, el diagrama de momentos debido a la acción de las cargas externas, como si se tratase de una viga simplemente apoyada sometida a dichas cargas.

5.2 Diagrama final de fuerza cortante:

Para graficar el diagrama de fuerza cortante, se utiliza la dependencia diferencial de la fuerza cortante en base al momento flector:

$$Q = \frac{dM}{dx}$$

Se puede emplear la siguiente fórmula para obtener el valor de la fuerza cortante cada tramo:

$$Q_{AB} = V_{AB} - \frac{1}{L_{AB}}(M_{AB} + M_{BA})$$

5.3 Diagrama final de fuerza axial:

Las fuerzas axiales o normales, se determinarán a partir de la condición de equilibrio de los nudos del pórtico. Para ello, a los nudos se les aplicará sus cargas externas, las fuerzas cortantes, así como las fuerzas axiales calculadas anteriormente.

6. PARTICULARIDADES DEL CÁLCULO DE PÓRTICOS SIMÉTRICOS

En los pórticos simétricos, sometidos a cargas simétricas, sólo surgirán fuerzas y deformaciones simétricas. En base a ello, para su cálculo se deben de tomar desplazamientos simétricos desconocidos. Los desplazamientos que permiten deformaciones antisimétricas del pórtico, consecuentemente serán nulos.

Si las cargas son antisimétricas, entonces los desplazamientos desconocidos se deben de tomar también antisimétricos. Los desplazamientos que permiten una deformación simétrica, también son nulos.

Si sobre el pórtico actúa una carga general, entonces será necesario dividirlo en componentes simétricos y antisimétricos. El cálculo del pórtico ante cada componente se realiza en forma separada y el diagrama final resulta como la suma de ambos.

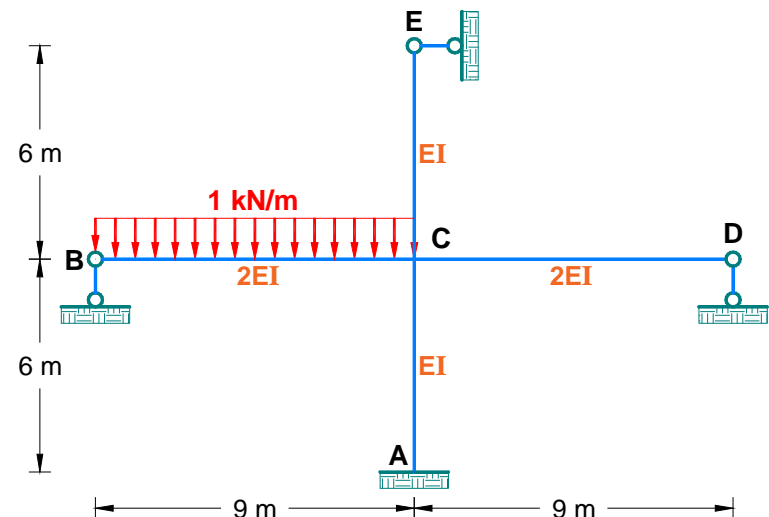
Ejemplo: Resolver el pórtico mostrado.

Solución.

a. Calculamos el grado de indeterminación cinemática: $n = n_n + n_d = 1 + 1 = 2$

Donde: $n_n = \text{nudo C} \Rightarrow$ la incognita es el θ_C

$n_d = \Delta_{\text{horizontal}} \Rightarrow$ la incognita es Δ



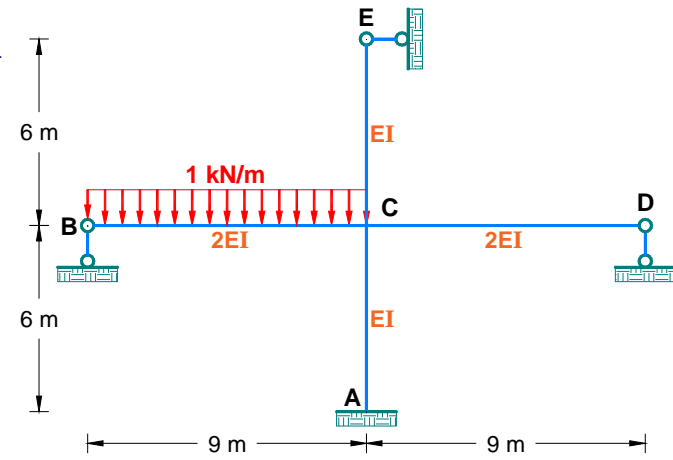
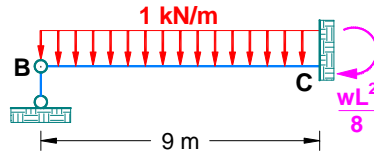
b. Calculamos las rigideces por unidad de longitud: $i_{ij} = \frac{(EI)_{ij}}{L_{ij}}$

$$i_{CE} = i_{CA} = \frac{EI}{6} = k \qquad i_{BC} = i_{CD} = \frac{2EI}{9} = \frac{4}{3} \left(\frac{EI}{6} \right) = \frac{4}{3}k$$

c. Calculamos los momentos de empotramiento perfecto:

➤ Tramo CB:

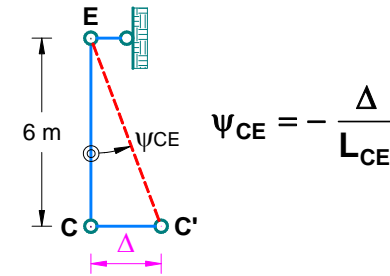
$$ME_{CB} = \frac{wL^2}{8} = \frac{1(9^2)}{8} = 10.125 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



d. Calculamos las ecuaciones de desplazamiento por tramos:

➤ Tramo CB: Empotrada - Articulada

$$M_{CB} = 3i_{CB}(\theta_C - \psi_{CB}) + ME_{CB} = 3\left(\frac{4}{3}k\right)(\theta_C) + 10.125 \quad \therefore M_{CB} = 4k\theta_C + 10.125$$



➤ Tramo CE: Empotrada - Articulada

$$M_{CE} = 3i_{CE}(\theta_C - \psi_{CE}) + ME_{CE} = 3k\left[\theta_C - \left(-\frac{\Delta}{6}\right)\right] \quad \therefore M_{CE} = 3k\theta_C - \frac{k}{2}\Delta$$

Recuerda que:

Viga empotrada - articulada:

Momentos

$$\begin{cases} M_{AB} = 3i_{AB}(\theta_A - \psi_{AB}) + ME_{AB} \\ M_{BA} = 0 \end{cases}$$

➤ Tramo CD: Empotrada - Articulada

$$M_{CD} = 3i_{CD}(\theta_C - \psi_{CD}) + ME_{CD} = 3\left(\frac{4}{3}k\right)(\theta_C) \quad \therefore M_{CD} = 4k\theta_C$$

➤ **Tramo CA: Doblemente Empotrada**

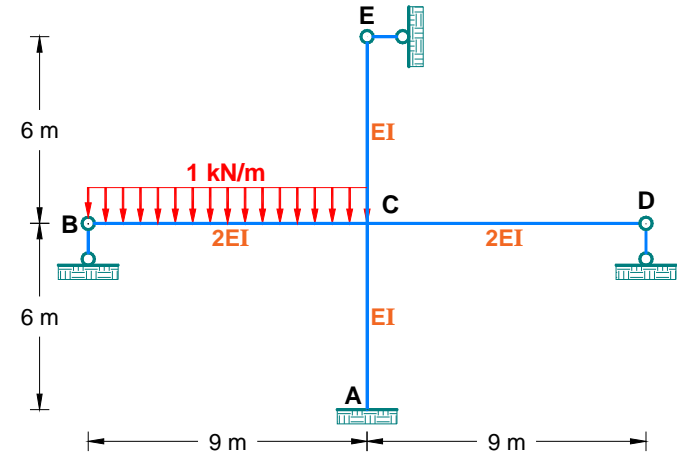
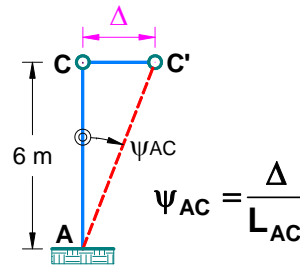
$$M_{CA} = 2i_{CA} \left(2\theta_C + \theta_A - 3\psi_{CA} \right) + ME_{CA}$$

$$M_{CA} = 2k \left[2\theta_C - 3 \left(\frac{\Delta}{6} \right) \right]$$

$$\therefore M_{CA} = 4k\theta_C - k\Delta$$

$$M_{AC} = 2i_{AC} \left(2\theta_A + \theta_C - 3\psi_{AC} \right) + ME_{AC} = 2k \left[\theta_C - 3 \left(\frac{\Delta}{6} \right) \right]$$

$$\therefore M_{AC} = 2k\theta_C - k\Delta$$



Recuerda que:

Viga doblemente empotrada:

Momentos

$$\begin{cases} M_{AB} = 2i_{AB} (2\theta_A + \theta_B - 3\psi_{AB}) + ME_{AB} \\ M_{BA} = 2i_{AB} (2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{AB}) + ME_{BA} \end{cases}$$

Cortantes

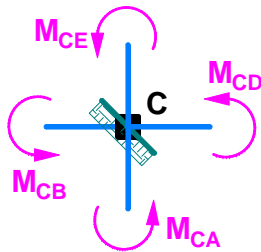
$$Q_{AB} = -\frac{6i_{AB}}{L_{AB}} (\theta_A + \theta_B - 2\psi_{AB}) + V_{AB}$$

e. Condiciones de equilibrio en los nudos:

➤ **Nudo C:** $\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CA} + M_{CB} + M_{CD} + M_{CE} = 0$

$$4k\theta_C - k\Delta + 4k\theta_C + 10.125 + 4k\theta_C + 3k\theta_C - \frac{k}{2}\Delta = 0$$

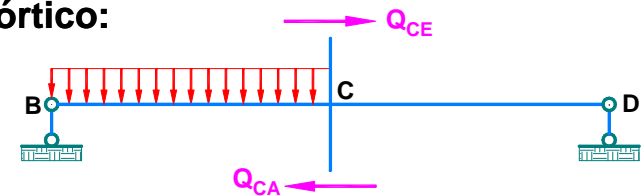
$$\therefore 15k\theta_C - 0.5k\Delta = -10.125 \dots (1)$$

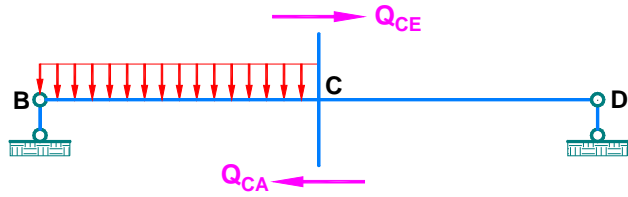


➤ **Ecuación Adicional, para ello realizamos un corte en el pórtico:**

$$\Rightarrow Q_{CA} = -\frac{6i_{CA}}{L_{CA}} \left(\theta_C + \theta_A - 2\psi_{CA} \right) + V_{CA} = -\frac{6k}{6} \left[\theta_C - 2 \left(\frac{\Delta}{6} \right) \right]$$

$$\therefore Q_{CA} = -k\theta_C + 0.3333k\Delta$$





$$\Rightarrow Q_{CE} = -\frac{3j_{CE}}{L_{CE}} \left(\theta_C - \psi_{CE} \right) + V_{CE}$$

$$Q_{CE} = -\frac{3k}{6} \left[\theta_C - \left(-\frac{\Delta}{6} \right) \right]$$

$$\therefore Q_{CE} = -0.5k\theta_C - 0.0833k\Delta$$

Recuerda que:

Viga empotrada - articulada:

Cortantes $\left\{ \begin{array}{l} Q_{AB} = -\frac{3j_{AB}}{L_{AB}} (\theta_A - \psi_{AB}) + V_{AB} \end{array} \right.$

Entonces la ecuación adicional

es: $\sum F_h = 0 \Rightarrow Q_{CA} - Q_{CE} = 0$

$$\Rightarrow -k\theta_C + 0.3333k\Delta - (-0.5k\theta_C - 0.0833k\Delta) = 0 \quad \therefore 0.5k\theta_C - 0.4166k\Delta = 0 \dots (2)$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 15k\theta_C - 0.5k\Delta = -10.125 \\ 0.5k\theta_C - 0.4166k\Delta = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} k\theta_C = -0.7031 \\ k\Delta = -0.8439 \end{array}$$

f. Calculamos los momentos flexionantes en cada nudo:

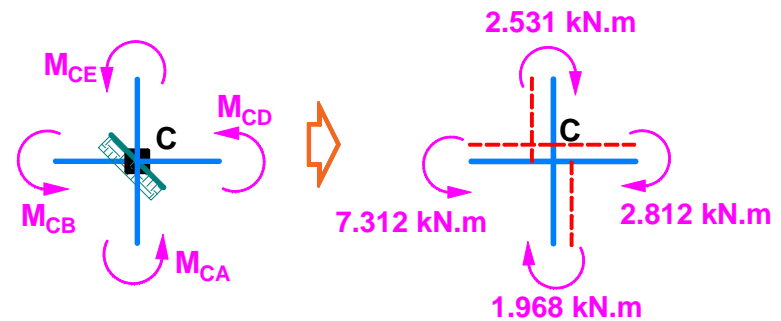
➤ **Nudo C:**

$$M_{CA} = 4k\theta_C - k\Delta = 4(-0.7031) - (-0.8439) = -1.968 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CB} = 4k\theta_C + 10.125 = 4(-0.7031) + 10.125 = 7.312 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

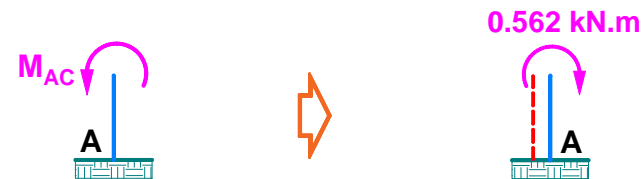
$$M_{CD} = 4k\theta_C = 4(-0.7031) = -2.812 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CE} = 3k\theta_C - \frac{k\Delta}{2} = 3(-0.7031) - \frac{(-0.8439)}{2} = -2.531 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



➤ **Nudo A:**

$$M_{AC} = 2k\theta_C - k\Delta = 2(-0.7031) - (-0.8439) = -0.562 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



g. Calculamos los cortantes en cada tramo:

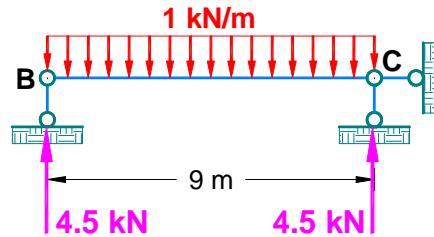
➤ Tramo BC:

$$M_{BC} = 0$$

$$M_{CB} = 7.312 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$Q_{BC} = 4.5 - \frac{1}{9}(0 + 7.312) = 3.70 \text{ kN}$$

$$Q_{CB} = -4.5 - \frac{1}{9}(0 + 7.312) = -5.30 \text{ kN}$$

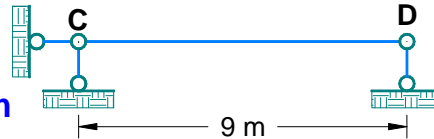


➤ Tramo CD:

$$M_{CD} = -2.812 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{DC} = 0$$

$$Q_{CD} = Q_{DC} = -\frac{1}{9}(-2.812 + 0) = 0.31 \text{ kN}$$



➤ Tramo CE:

$$M_{CE} = -2.531 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{EC} = 0$$

$$Q_{CE} = Q_{EC} = -\frac{1}{6}(-2.531 + 0)$$

$$Q_{CE} = Q_{EC} = 0.42 \text{ kN}$$



$$Q_{ij} = V_{ij} - \left(\frac{M_i + M_j}{L_{ij}} \right)$$

➤ Tramo AC:

$$M_{AC} = -0.562 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

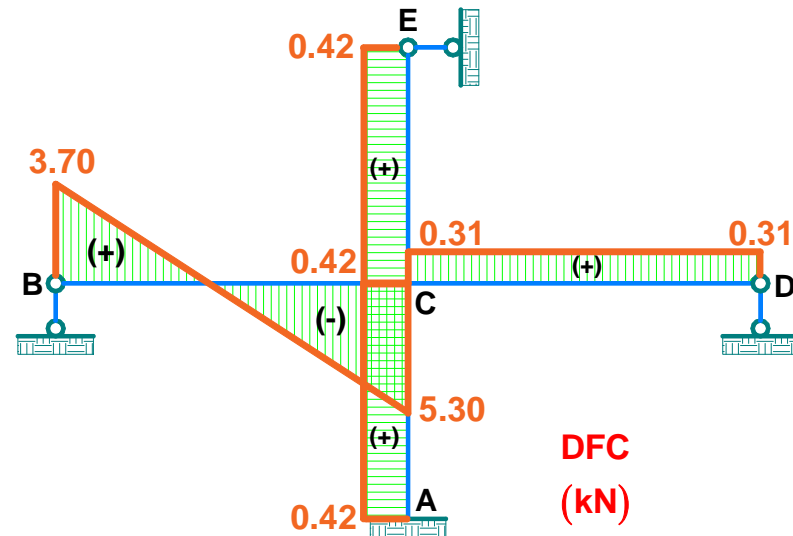
$$M_{CA} = -1.968 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$Q_{AC} = Q_{CA} = -\frac{1}{6}(-0.562 - 1.968)$$

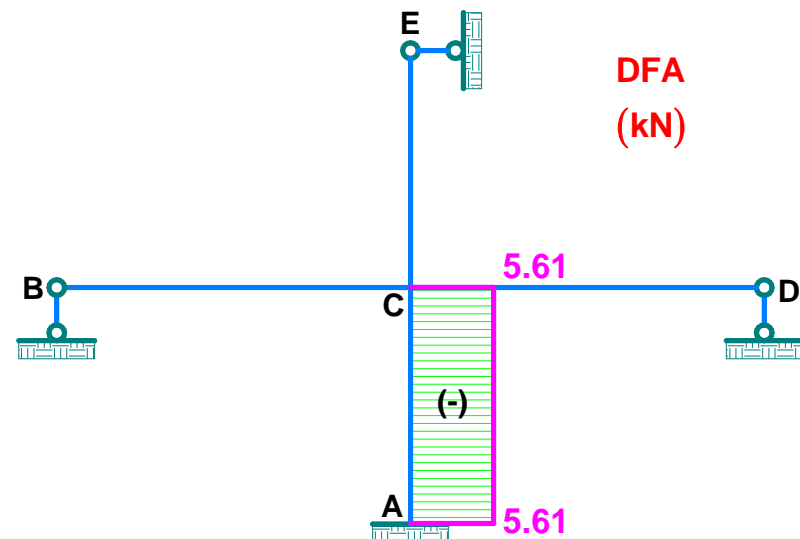
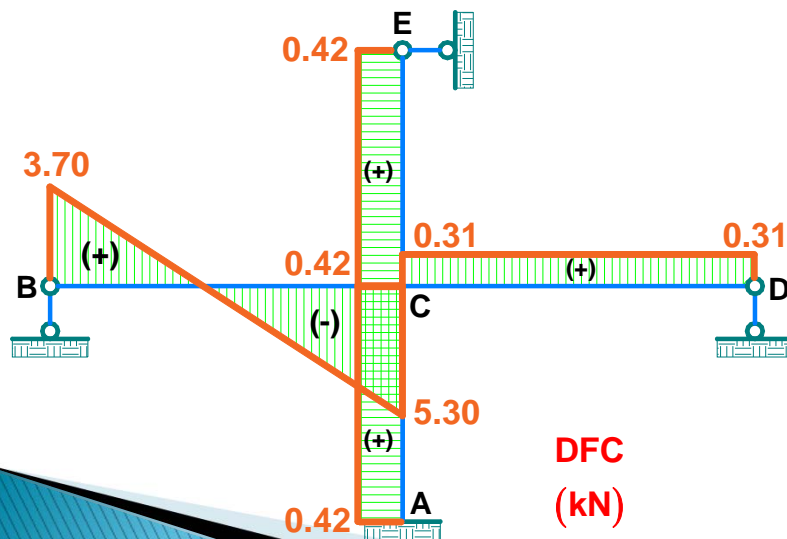
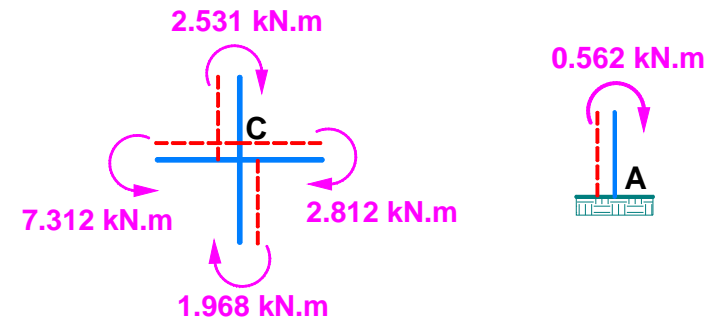
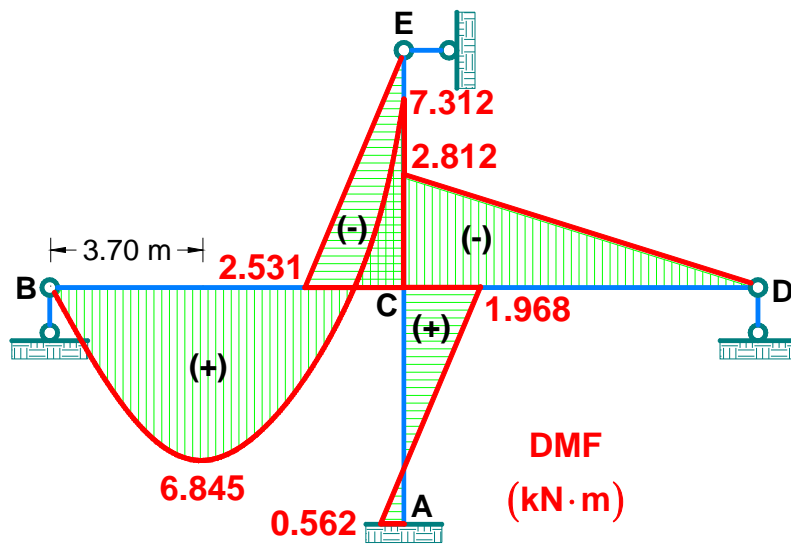
$$Q_{AC} = Q_{CA} = 0.42 \text{ kN}$$



h. Graficamos el DFC en el pórtico:



i. Graficamos el DMF y DFA:



Ejemplo: Resolver el pórtico mostrado.
 Considerar El constante

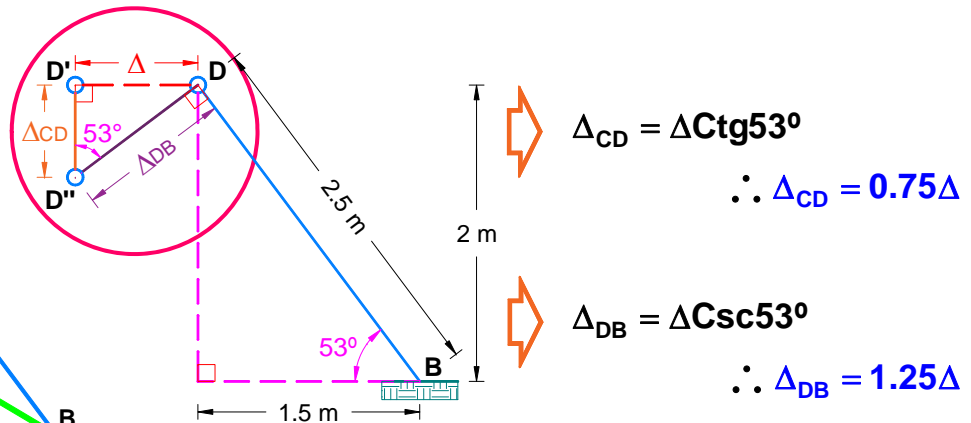
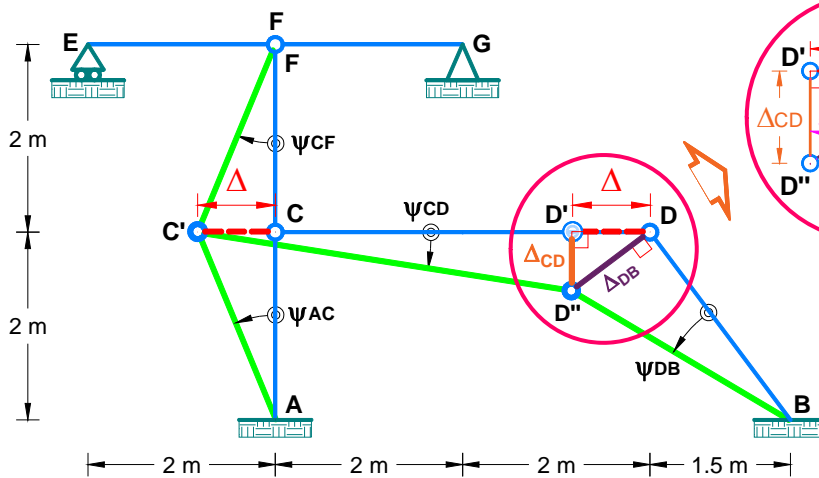
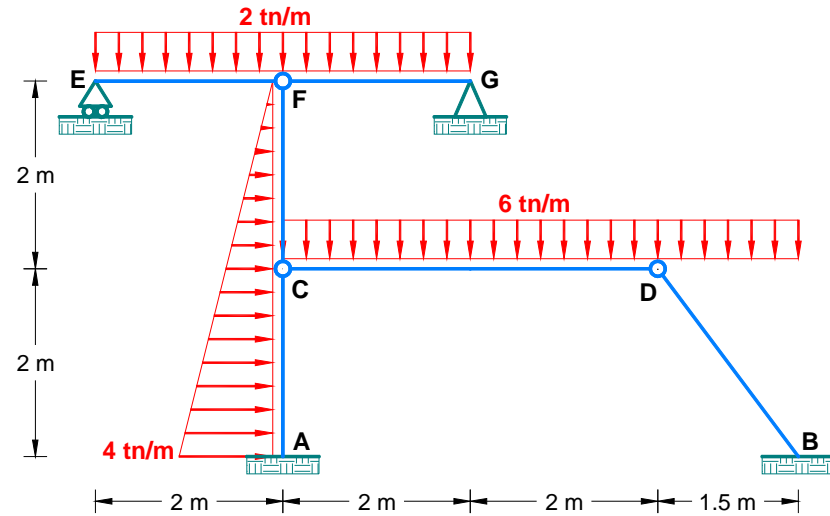
Solución.

1. Calculamos el grado de indeterminación cinemática: $n = n_n + n_d = 0 + 1 = 1$

Donde: $n_d = \Delta_{\text{horizontal}} \Rightarrow$ la incognita es Δ

2. Condiciones generales de deformación:

Desplazamientos transversales relativos (ψ):



➤ **Tramo AC:**

$$\psi_{AC} = \psi_{CA} = -\frac{\Delta_{AC}}{L_{AC}} = -\frac{\Delta}{2}$$

➤ **Tramo CF:**

$$\psi_{CF} = \psi_{FC} = \frac{\Delta_{CF}}{L_{CF}} = \frac{\Delta}{2}$$

➤ **Tramo CD:** $\psi_{CD} = \psi_{DC} = \frac{\Delta_{CD}}{L_{CD}} = \frac{0.75\Delta}{4} = \frac{3\Delta}{16}$

➤ **Tramo BD:** $\psi_{BD} = \psi_{DB} = -\frac{\Delta_{BD}}{L_{BD}} = -\frac{1.25\Delta}{2.5} = -\frac{\Delta}{2}$

3. Calculamos las rigideces por unidad de longitud:

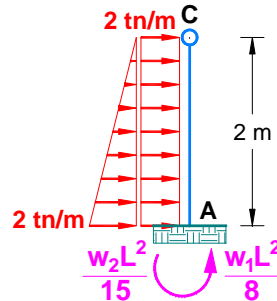
$$i_{BD} = \frac{EI}{2.5} = \frac{4}{5} \left(\frac{EI}{2} \right) = \frac{4}{5}k \quad i_{CD} = \frac{EI}{4} = \frac{1}{2} \left(\frac{EI}{2} \right) = \frac{1}{2}k$$

$$i_{AC} = i_{CF} = i_{EF} = i_{FG} = \frac{EI}{2} = k$$

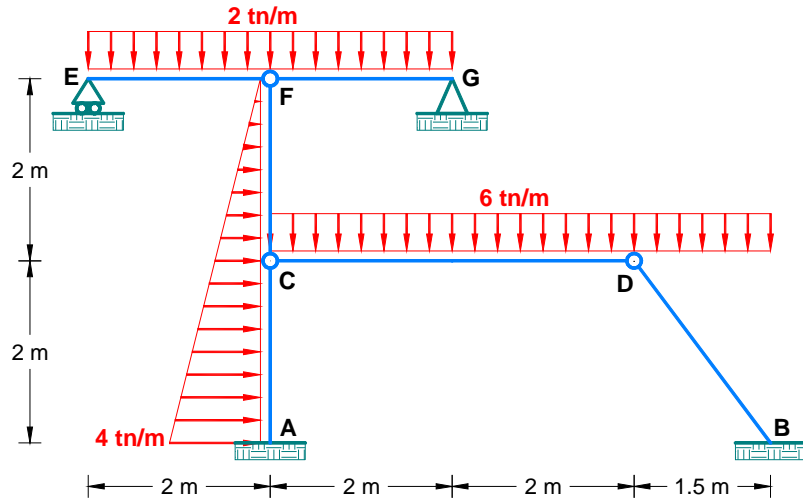
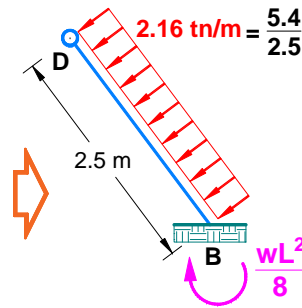
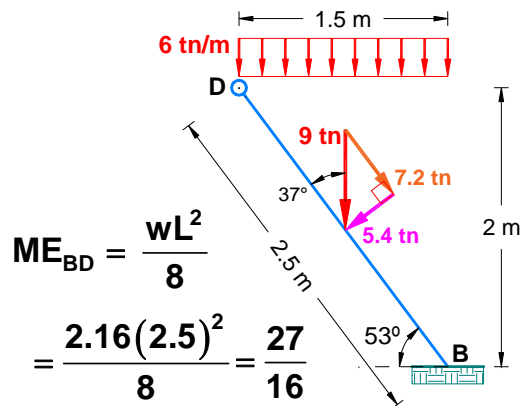
4. Calculamos los momentos de empotramiento perfecto:

➤ Tramo AC:

$$ME_{AC} = -\frac{w_1 L^2}{8} - \frac{w_2 L^2}{15} = -\frac{2(2)^2}{8} - \frac{2(2)^2}{15} = -\frac{23}{15}$$



➤ Tramo BD:



5. Calculamos las ecuaciones de desplazamiento por tramos:

➤ Tramo AC: Empotrado - Articulado

$$M_{AC} = 3i_{AC}(\theta_A - \psi_{AC}) + ME_{AC} = 3k \left[-\left(-\frac{\Delta}{2}\right) \right] - \frac{23}{15} \therefore M_{AC} = \frac{3}{2}k\Delta - \frac{23}{15} \dots (a)$$

➤ Tramo BD: Empotrado - Articulado

$$M_{BD} = 3i_{BD}(\theta_B - \psi_{BD}) + ME_{BD} = 3 \left(\frac{4}{5}k \right) \left[-\left(-\frac{\Delta}{2}\right) \right] + \frac{27}{16} \therefore M_{BD} = \frac{6}{5}k\Delta + \frac{27}{16} \dots (b)$$

6. Condiciones de Equilibrio en los nudos:

Ecuación Adicional:

➤ DCL en todo el pórtico: $\left(+ \sum M_A^o = 0 \right)$

$$- M_{AC} - M_{BD} + 5.5B_y - 4.75(9) - 2(24) - \frac{4}{3}(8) + 2G_y + 4G_x - 2E_y = 0$$

$$- M_{AC} - M_{BD} + 5.5B_y + 2G_y + 4G_x - 2E_y = \frac{1217}{12} \dots (1)$$

➤ DCL en el tramo EF:

$$\left(+ \sum M_F^o = 0 \Rightarrow 4(1) = 2E_y \right)$$

$$\therefore E_y = 2 \text{ tn} \dots (c)$$

➤ DCL en el tramo FG:

$$\left(+ \sum M_G^o = 0 \Rightarrow 2G_y = 4(1) \right)$$

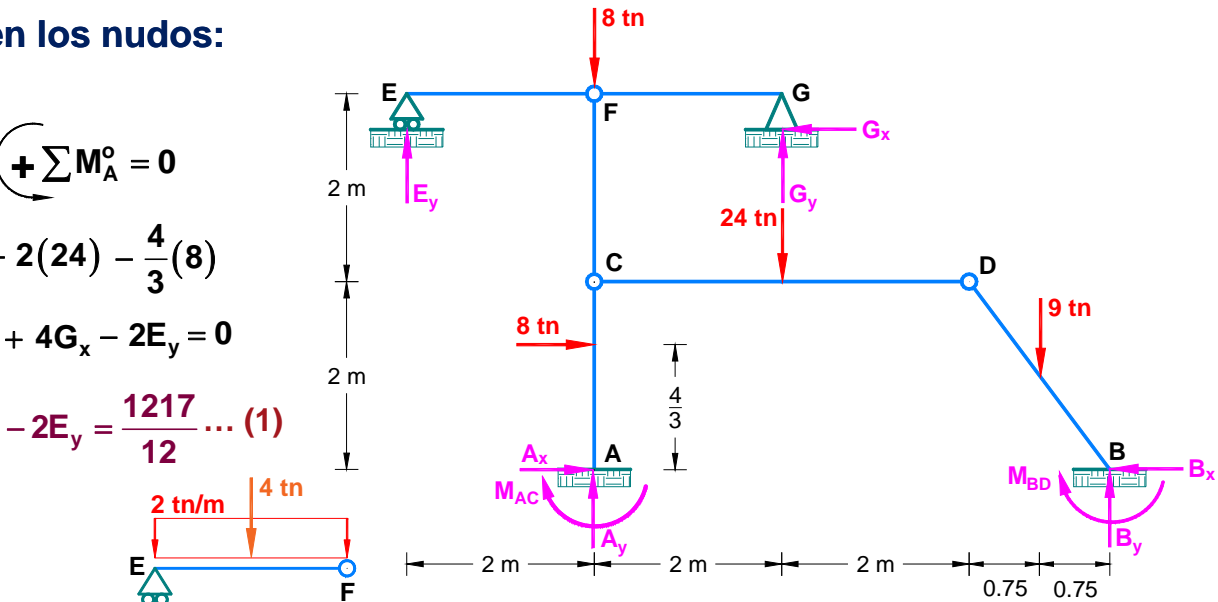
$$\therefore G_y = 2 \text{ tn} \dots (d)$$

➤ DCL en el tramo EG y CF:

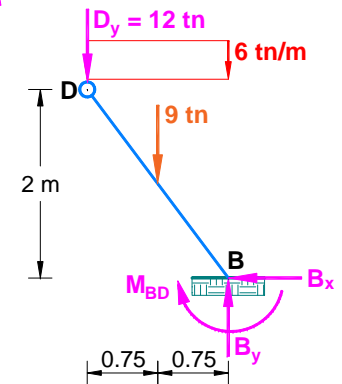
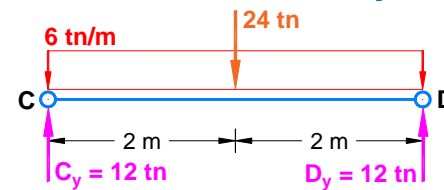
$$\left(+ \sum M_C^o = 0 \right)$$

$$\Rightarrow 2G_y + 2G_x = 2E_y + \frac{2}{3}(2)$$

$$\therefore G_x = \frac{2}{3} \text{ tn} \dots (e)$$



➤ DCL en el tramo CD y DB:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = 9 + 12 \therefore B_y = 21 \text{ tn} \dots (f)$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones, y obtenemos: $-M_{AC} - M_{BD} + 5.5B_y + 2G_y + 4G_x - 2E_y = \frac{1217}{12}$

$$-\left(\frac{3}{2}k\Delta - \frac{23}{15}\right) - \left(\frac{6}{5}k\Delta + \frac{27}{16}\right) + 5.5(21) + 2(2) + 4\left(\frac{2}{3}\right) - 2(2) = \frac{1217}{12} \quad \therefore k\Delta = \frac{3983}{648}$$

7. Calculamos los momentos flexionantes en cada tramo:

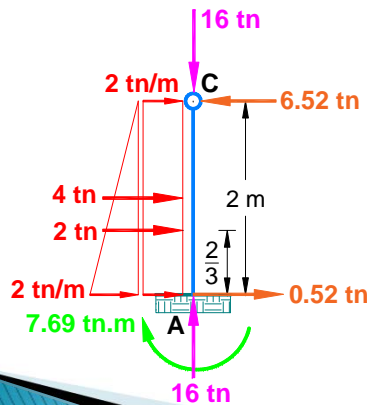
➤ Tramo AC:

$$M_{AC} = \frac{3}{2}k\Delta - \frac{23}{15} = \frac{3}{2}\left(\frac{3983}{648}\right) - \frac{23}{15} = 7.69 \text{ tn}$$

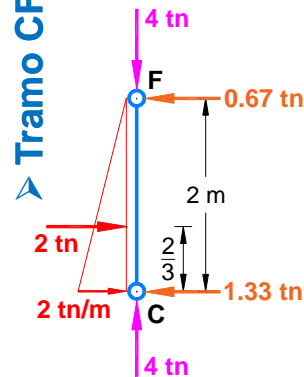
➤ Tramo BD:

$$M_{BD} = \frac{6}{5}k\Delta + \frac{27}{16} = \frac{6}{5}\left(\frac{3983}{648}\right) + \frac{27}{16} = 9.06 \text{ tn}$$

➤ Tramo AC:

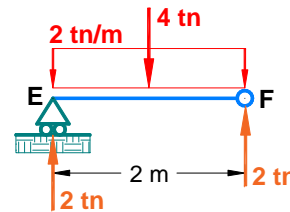


➤ Tramo CF:

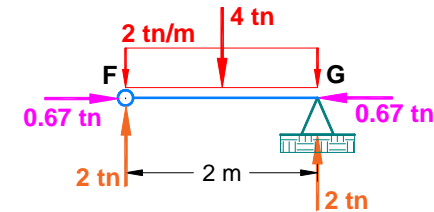


8. Calculamos los momentos flexionantes, fuerzas cortantes y axiales en cada tramo:

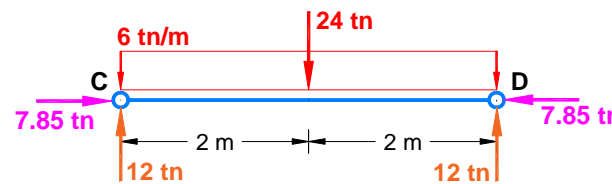
➤ Tramo EF:



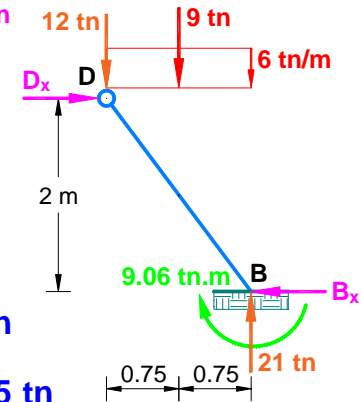
➤ Tramo FG:



➤ Tramo CD:



➤ Tramo DB:



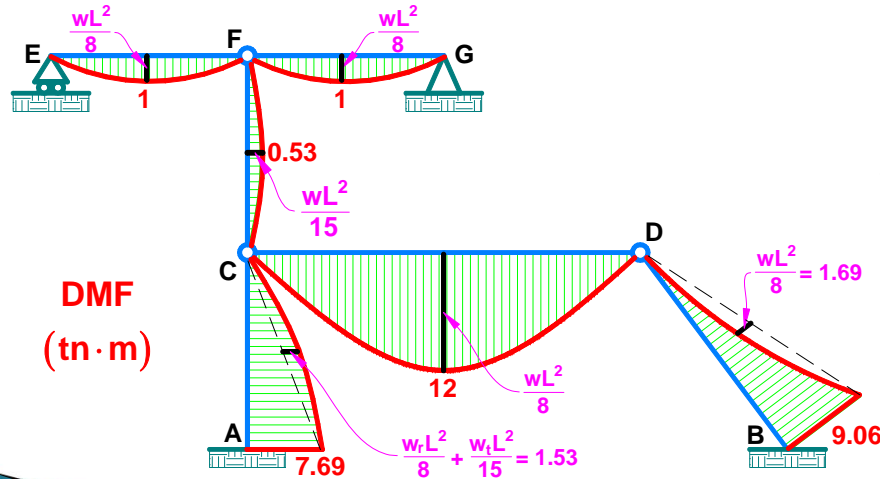
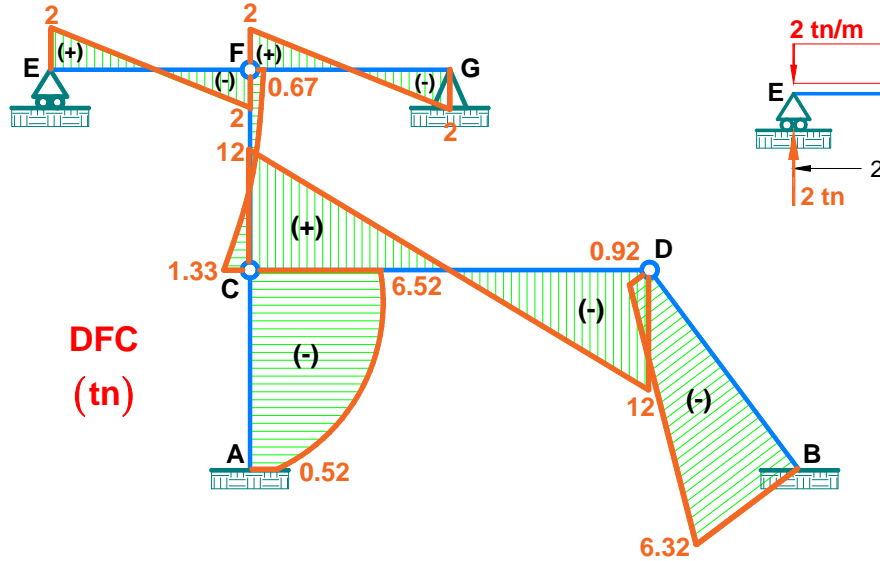
$$+\sum M_B^0 = 0$$

$$-9.06 + 0.75(9) + 1.5(12) - 2D_x = 0$$

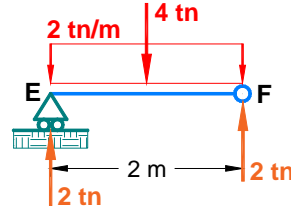
$$\therefore D_x = 7.85 \text{ tn}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow B_x = D_x \quad \therefore B_x = 7.85 \text{ tn}$$

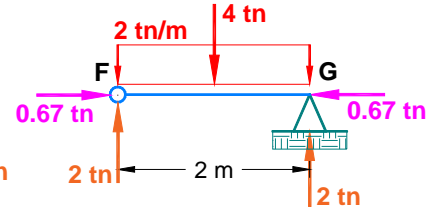
9. Graficamos el DFC y DMF en el pórtico:



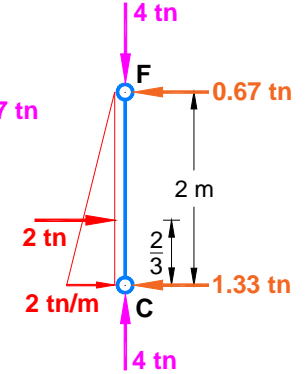
➤ Tramo EF:



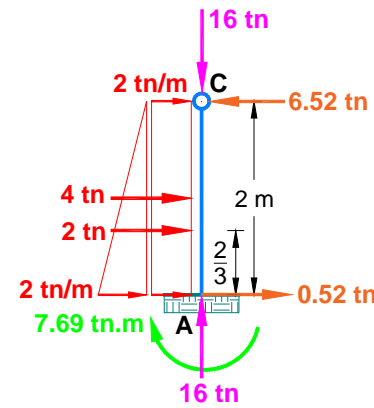
➤ Tramo FG:



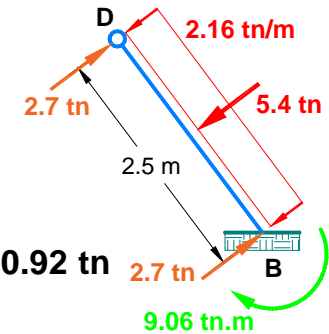
➤ Tramo CF:



➤ Tramo AC:



➤ Tramo DB:



$$Q_{DB} = 2.7 - \frac{1}{2.5}(0 + 9.06) = -0.92 \text{ tn}$$

$$Q_{BD} = -2.7 - \frac{1}{2.5}(0 + 9.06) = -6.32 \text{ tn}$$

➤ Tramo CD:

