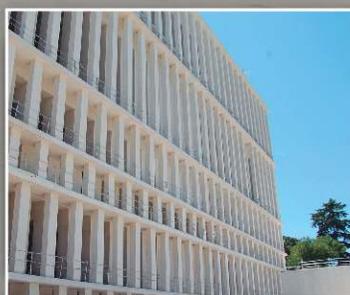


Diseño de estructuras de **CONCRETO ARMADO**

Cimentaciones – Muros de contención – Escaleras
Corte-fricción y braquetes o consolas – Losas armadas en dos sentidos

Tomo II



Diseño de estructuras de
CONCRETO ARMADO
Tomo II



España - México - Colombia - Chile - Ecuador - Perú - Bolivia - Uruguay - Guatemala - Costa Rica



Diseño de estructuras de concreto armado. Tomo II

Autor: Ing. Juan Emilio Ortega García

© Derechos de autor registrados:

[Empresa Editora Macro EIRL](#)

© Derechos de edición, arte gráfico y diagramación reservados:

[Empresa Editora Macro EIRL](#)

Coordinadora de edición:

Cynthia Arestegui Baca

Diseño de portada:

Alejandro Marcas León

Corrección de estilo:

Magaly Ramon Quiroz

Diagramación:

Paul Escobar Tantaleán

Edición a cargo de:

© [Empresa Editora Macro EIRL](#)

Av. Paseo de la República N.° 5613, Miraflores, Lima, Perú

☎ Teléfono: (511) 748 0560

✉ E-mail: proyecto@editorialmacro.com

🌐 Página web: www.editorialmacro.com

Primera edición e-book: mayo 2016

Disponible en: macro.bibliotecasenlinea.com

ISBN N.° 978-612-304-252-3

ISBN e-book N.° 978-612-304-393-3

Prohibida la reproducción parcial o total, por cualquier medio o método, de este libro sin previa autorización de la Empresa Editora Macro EIRL.

JUAN EMILIO ORTEGA GARCÍA

Ingeniero civil por la Universidad Ricardo Palma, con estudios de posgrado en Estructuras, en la Pontificia Universidad Católica del Perú; posgrado en Estructuras y Construcciones de Acero y Concreto, en la Universidad Central y la Universidad Simón Bolívar de Venezuela; estudios de posgrado en Planeamiento, Control y Economía en la Industria de la Construcción, en la City University de Londres; y estudios de Diseño de Estructuras de Acero, en el Westminster College de Londres. Posee estudios de maestría en Construcción y otra en Gestión Ambiental por la Universidad Nacional Federico Villarreal.

Ha sido profesor del curso Estructuras en Acero, Concreto y Supervisión de Obras, en las escuelas de pre y posgrado de las universidades Ricardo Palma y Federico Villarreal, así como profesor del curso Estructuras de Concreto y Acero, en la Universidad Metropolitana de Caracas. Asimismo, ha sido expositor principal de los cursos Diseño y Supervisión en Estructuras de Concreto y Acero y Estructuras de Concreto y Acero, en CAPECO, ACI, el Colegio de Ingenieros y en distintas universidades a nivel nacional.

Es autor de los libros *Manual de estructuras de concreto armado e Inspección de estructuras de concreto armado* para la editorial CAPECO, así como de diversos libros sobre estructuras de concreto, supervisión de obras y estructuras de acero, utilizados en distintas universidades a nivel nacional e internacional.

Finalmente, el autor ha trabajado como ingeniero estructural en el Proyecto Cuajonc y en el Proyecto Perú - BIRF, Plantas Industriales en INDUPERÚ, y Selection Trust, en Londres, Inglaterra; por otro lado, se ha desempeñado como jefe de estructuras en INELECTRA S. A. y en la Empresa Constructora DELPRE, ambas en Venezuela. Además, ha participado como supervisor de obras para diversas entidades públicas y privadas, como: CORDECALLAO, Región Callao, Ministerio del Interior, Ministerio de Transportes, Ministerio de Vivienda, Región Lima, ENAPU Perú, EMAPE, Región Puno, Municipalidad de Lima, SEDAPAL, ODEBRECH, Graña y Montero, CESEL y Nippon.

DEDICATORIA

A mi familia y a la memoria de mi querido padre

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. CIMENTACIONES	13
1.1 Cargas de diseño en cimentaciones.....	14
1.1.1 Profundidad mínima de cimentación	14
1.1.2 Capacidad portante o resistente de suelos.....	15
1.2 Tipos de cimentaciones	15
1.3 Zapatas aisladas.....	15
1.3.1 Zapatas aisladas y centradas	17
1.3.2 Zapatas excéntricas	28
1.4 Zapatas corridas	32
1.5 Zapatas combinadas	33
1.6 Zapatas conectadas.....	43
1.7 Losas de cimentación.....	46
1.8 Cimentaciones con pilotes.....	51
1.9 Recomendaciones particulares del código CEB	59
1.9.1 Resistencia al corte.....	59
1.9.2 Resistencia local al corte.....	61
1.9.3 Refuerzos secundarios.....	61
1.10 Diseño de cabezales de acuerdo a los criterios del código ACI.....	62
1.10.1 Verificación del corte y el punzonado	62
1.11 Requisitos especiales para miembros a flexión de gran altura	65
1.11.1 Notación	65
1.11.2 Requisitos especiales para miembros a flexión de gran altura.....	66
1.11.3 Observaciones	68

CAPÍTULO 2. MUROS DE CONTENCIÓN 75

2.1 Muros de gravedad 75

2.2 Muros en voladizo 82

 2.2.1 Estabilidad de muros 82

2.3 Muros de contrafuerte 88

2.4 Muros de contención para puentes 91

2.5 Muros de sótano 92

2.6 Tablestacas 93

 2.6.1 Tablestacas con cables de anclaje 98

CAPÍTULO 3. ESCALERAS 101

3.1 Dimensionamiento de escaleras y cargas según las normas vigentes 101

3.2 Tipos de escaleras 103

 3.2.1 Escalera de un solo tramo 103

 3.2.2 Escalera de dos tramos 104

 3.2.3 Escalera ortopoligonales 112

 3.2.4 Escaleras apoyadas transversalmente 117

 3.2.5 Escaleras autoportantes 121

 3.2.6 Escaleras helicoidales 134

CAPÍTULO 4. CORTE-FRICCIÓN Y BRAQUETES O CONSOLAS 147

4.1 Corte-fricción 147

4.2 Diseño, reglamentación y detallamiento de braquetes, consolas
 o ménsulas según el código ACI 152

CAPÍTULO 5. LOSAS ARMADAS EN DOS SENTIDOS.....	159
5.1 Control de deflexiones y cálculo del espesor mínimo de la losa según el ACI-11	159
5.2 Espesores mínimos para losas armadas en dos direcciones	159
5.3 Definiciones.....	166
5.3.1 Corte en losas armadas en dos sentidos	168
5.3.2 Transferencia de momento en uniones losa-columna	168
5.3.3 Notación para ACI-11	170
5.3.4 Recomendaciones especiales para losas y zapatas.....	172
5.3.5 Transferencia de momentos en conexiones losa-columna	173
5.4 Diseño de losas armadas en dos sentidos por el método directo.....	173
5.4.1 Generalidades.....	173
5.4.2 Diseño de la losa	175
5.4.3 Diseño preliminar.....	176
5.5 Método del pórtico equivalente.....	190
5.5.1 Pórtico equivalente.....	190
5.5.2 Vigas-losa.....	190
5.5.3 Columnas	191
5.5.4 Elementos torsionales	191
5.5.5 Disposiciones de la carga viva	191
5.5.6 Momentos mayorados	192
5.6 Propiedades de las vigas losas.....	193
5.7 Propiedades de columnas	195

CAPÍTULO 6. TORSIÓN	197
6.1 Estribos recomendables.....	198
6.2 Tipos de momentos torsionales considerados	199
6.3 Diseño por torsión según ACI.....	201
6.4 Resistencia al momento por torsión	204
6.4.1 Otros requisitos del ACI a tenerse en cuenta	207

CAPÍTULO 7. MUROS	213
7.1 Diseño de muros como elementos a compresión	213
7.2 Diseño empírico de muros	217
7.3 Método general de diseño de muros.....	219
7.4 Diseño alternativo de muros esbeltos.....	223
7.5 Comportamiento de muros en voladizo	226
7.5.1 Muros altos con secciones transversales rectangulares.....	226
7.6 Diseño de muros de corte (pantallas) a flexión	226
7.7 Fallas por fisuración	227

CAPÍTULO 8. VIGAS DE GRAN PERALTE.....	235
8.1 Dimensionamiento de vigas y cargas según las normas vigentes	235
8.2 Diseño por cortante	237
8.3 Ejemplos de diseño	238
8.4 Modelo de puntales y tensores	243
8.5 Hipótesis para utilizar el método.....	243
8.6 Regiones B y D	244
8.7 Procedimiento de diseño por el modelo de puntal y tirante.....	250
Bibliografía	255

INTRODUCCIÓN

La presente publicación es el complemento del libro *Diseño de estructuras de concreto armado. Tomo I*, es un compendio actualizado de acuerdo con el reglamento ACI-2011 y contiene múltiple información utilizada durante los años en el que autor ejerció la docencia a nivel pre y posgrado, tanto en el Perú como en otros países de Europa y América, así como su participación en numerosas obras con estructuras de concreto armado en diversos países.

En los primeros capítulos del libro *Diseño de estructuras de concreto armado. Tomo I* se efectúa un análisis conciso del desarrollo histórico del concreto, la proporción de los materiales constitutivos, el comportamiento básico a largo plazo y el desarrollo de factores de seguridad, que proporcionará una introducción adecuada al tema del concreto reforzado. También se desarrollan los experimentos fundamentales de laboratorio, el conocimiento esencial de la proporción de mezclas, los requerimientos de resistencia y de funcionamiento, y los conceptos de confiabilidad en cuanto al rendimiento de las estructuras, que son temas básicos para todo estudiante de ingeniería. El estudio del control de calidad y aseguramiento del mismo, proporcionará al lector una eficaz introducción al enfoque sistemático, necesario para administrar el desarrollo de sistemas estructurales de concreto.

Puesto que el concreto es un material no elástico, con la no linealidad de su comportamiento (que comienza en una etapa muy temprana de carga) se presenta un enfoque de resistencia última o «estado límite a proximidad de falla». Los elementos de concreto armado que no fueron considerados en el tomo I son considerados en este tomo, como Cimentaciones, Muros de contención, Escaleras, Losas armadas en dos sentidos, Muros de concreto armado y otros complementarios; este libro *Diseño de estructuras de concreto armado. Tomo II* proporciona información del diseño de la mayoría de los elementos que cubren los tratados y normas de concreto armado en los países del mundo y se complementa con el tomo I del mismo tratado.

El libro se divide en capítulos. En el capítulo de Cimentación se consideran los diferentes tipos de fundaciones utilizadas de acuerdo a la necesidad específica del proyecto. En el capítulo de Muros de contención se brinda información del análisis y diseño de los muros de contención utilizados en los proyectos de acuerdo al caso. En el capítulo de Escaleras se trata información importante porque la arquitectura a veces condiciona sus características de forma y de requisitos estructurales. Como complemento al capítulo de Losas armadas en un solo sentido del tomo I, este tratado cubre el diseño de las losas con tres o cuatro apoyos por requerimientos de condiciones de borde del proyecto. Se proporcionan, además, capítulos complementarios para el diseño de braquetes, ménsulas o consolas; así como el estudio del efecto de torsión y el diseño de vigas de gran peralte.

En la actualidad, la utilización de muros de concreto armado no solamente es importante como muros portantes sino es fundamental su en zonas sísmicas como muros de corte para resistir las fuerzas horizontales.

CIMENTACIONES

Las estructuras que se apoyan en el suelo, incluyendo edificios, puentes y represas, están formadas básicamente por dos partes. La parte superior (o superestructura) y la parte inferior (o cimentación). De esto se deduce que las cimentaciones son la parte de las estructuras que se encuentran entre la superestructura y el suelo (o roca) que le servirá de base o apoyo. La ingeniería de cimentaciones se conoce como el arte y la ciencia que trata de resolver los problemas de cimentaciones, aplicando criterios de ingeniería y los conocimientos de mecánica de suelos.

Las cimentaciones transmiten directamente las cargas de la estructura al suelo, por contacto directo, a través de columnas o muros, teniendo la cimentación la función de distribuir las cargas de tal forma que el suelo no sea sobrecargado, ni que sufra asentamientos mayores a los permitidos en el análisis estructural en estudio. En conclusión, el problema de diseño de cimentaciones requiere tener un conocimiento cabal del suelo soportante, y de la naturaleza y requerimientos de la superestructura, o interacción suelo-estructura o suelo-estructura-sismo.

Para asegurar un conocimiento del suelo en forma adecuada, es conveniente hacer pruebas y exploraciones en el laboratorio *in situ*; y de esta manera, luego de un adecuado procesamiento de los datos obtenidos, se podrá conocer las cargas que el suelo puede soportar en forma segura. Para fines de ingeniería, el terreno se clasifica generalmente en dos: rocas y suelos.

Las rocas están compuestas por acumulaciones de partículas unidas fuertemente, formando masas duras y frágiles.

Los suelos son formaciones de partículas separadas, no unidas rígidamente. Los espacios entre partículas son llenados por aire o agua.

No obstante, que en nuestro tratado se considere suelos de propiedades uniformes, el comportamiento de suelos heterogéneos en estratos más complejos se determinará por los mismos métodos de prueba y análisis.

Los suelos fallan, ya sea por corte o por asentamientos diferenciales. La capacidad portante permisible de suelos, es la intensidad máxima de carga neta que el suelo puede soportar, tomando en cuenta la capacidad portante, como la magnitud y tipo de asentamiento esperado, de acuerdo al acomodamiento que experimente la estructura.

1.1 Cargas de diseño en cimentaciones

Es necesario tener el conocimiento y criterio adecuados para decidir qué cargas deben tomarse en cuenta para el diseño de cimentaciones. Para estructuras de almacenamiento, como almacenes silos y tanques de agua; deberá, lógicamente, tomarse la carga total para la cual ha sido diseñada la superestructura con carga simultánea.

En otras estructuras deberá tomarse criterios de probabilidades para la ocurrencia de las cargas al mismo tiempo. En edificios industriales, cuando existen grandes cargas móviles, se diseña la zona específica de la estructura sometida a la peor conducción de cargas ubicadas en esa zona.

Cuando existan cargas horizontales temporales, tales como viento o sismo, se considerará el 100 % de las cargas verticales y el incremento de estas, debido a las fuerzas horizontales cuando excede el 25 % por este efecto, no así cuando no excede de esta cantidad, salvo que las especificaciones de diseño así lo indiquen.

Se considerará un factor de seguridad mínimo de 1.5 al levantamiento, y también 1.5 al volteo, a no ser que las especificaciones particulares de diseño del proyecto indiquen otros valores mayores.

1.1.1 Profundidad mínima de cimentación

Cuando la profundidad mínima de cimentación no fue determinada por consideraciones de capacidad portante o asentamiento, deberán tomarse en cuenta otros factores, los cuales determinarán este valor de profundidad mínima de cimentación.

En cimentaciones apoyadas en arcilla se recomienda una profundidad mínima de aproximadamente un metro; menores profundidades pueden sufrir movimientos, debido a agrietamientos por contracciones o por esponjamiento del suelo por efectos de cambios de humedad.

En caso de no permitir la cimentación ningún desplazamiento, se profundizará de 1.50 m a 1.80 m. Esto depende del tipo de arcilla. Los suelos tipo arenas arcilla o limos saturados sufren el fenómeno de congelamiento superficial, causando un hinchamiento por esta causa.

Estos efectos no son muy profundos y con unos 60 cm de profundidad de cimentación es suficiente, debiendo llegarse al metro cuando la capa freática o saturación llega a unos 60 cm de la superficie.

Cuando se comienza en suelos granosos o arenosos, se recomienda compactar la superficie en la que se apoyará la cimentación. No debe cimentarse en materiales orgánicos, turbas o fangos.

1.1.2 Capacidad portante o resistente de suelos

Como el diseño de cimentaciones consiste en encontrar un elemento que transmita carga de la superestructura al suelo de apoyo, sin que se produzca falla de corte, ni flujo plástico o desplazamiento lateral de suelo de la parte inferior de la cimentación, tampoco que se produzcan asentamientos exagerados o mayores que los permitidos; es necesario encontrar valores que indiquen las presiones o cargas máximas que los suelos puedan soportar. Entre otros métodos los más conocidos son:

- El de Bowssinesq y el de Westgard, aparte se tienen también métodos para encontrar los asentamientos, tanto inmediatos como los de consolidación, que son a través del tiempo.

1.2 Tipos de cimentaciones

El escoger el tipo de cimentación depende de la naturaleza del substrato. La ubicación de la superestructura, separación de columnas, ubicación de columnas, respecto a los linderos, asentamientos mínimos permisibles etc.

Entre las cimentaciones más comúnmente usadas se tienen las siguientes, lo cual no quiere decir que no existan otros tipos de cimentaciones, ya que hay variedad de cimentaciones especiales e incluso combinaciones entre diversos tipos de ellas, e incluso entre cimentaciones y muros, etc.

A. Cimentaciones superficiales

- a) Cimentaciones aisladas o zapatas aisladas
- b) Cimentaciones corridas para muros portantes
- c) Cimentaciones combinadas
- d) Cimentaciones conectadas
- e) Losas de cimentación

B. Cimentaciones profundas

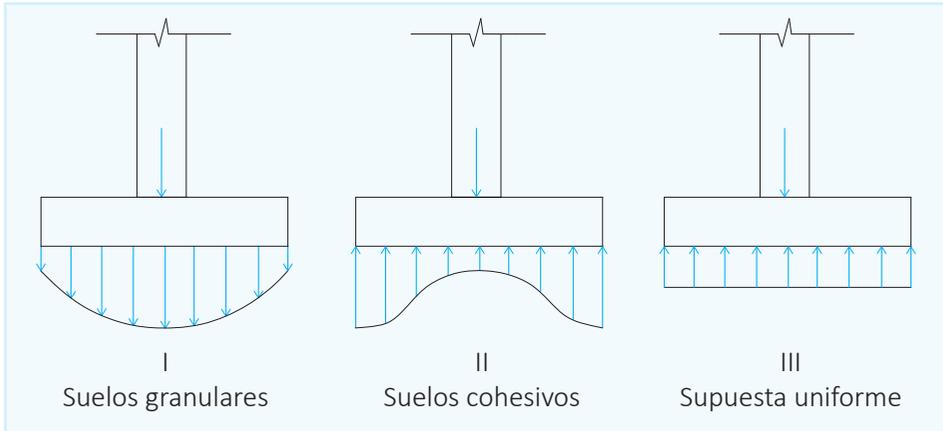
- a) Cimentación con pilotes o con pilares
- b) Cimentaciones con Caisons

1.3 Zapatas aisladas

Se llaman así a las zapatas que soportan una sola columna, pudiendo ser además, de acuerdo a las necesidades, zapatas con pedestal o zapatas con pendiente.

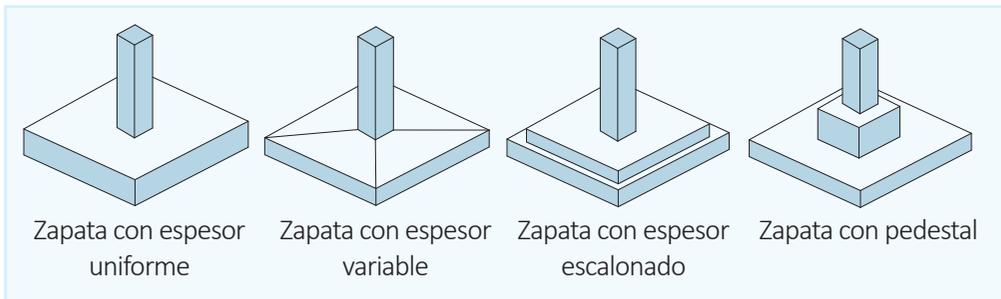
La distribución de presiones debajo de una zapata con una carga simétrica no es uniforme. La forma de distribución de presiones depende del tipo del material de apoyo y del grado de rigidez de la zapata (ver figura para suelos granulares y cohesivos).

Como la magnitud y forma de las presiones en las bases de las zapatas, en función del grado de rigidez de la zapata, tipo y condición de suelo, la resolución de este problema se hace bastante complejo. Una repartición lineal de presiones, la cual en la práctica demuestra tener variación con la repartición real de presiones (figura III).

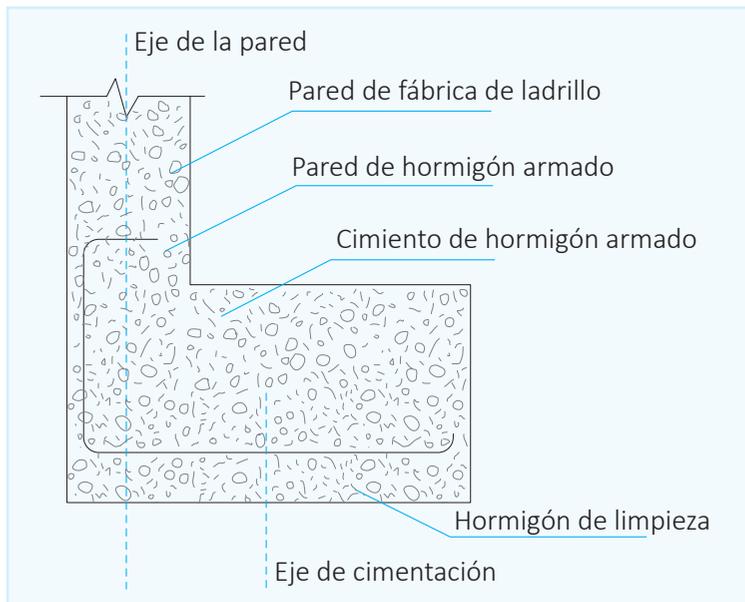


Por la ubicación de la columna con cargas verticales en la zapata en planta, pueden ser zapatas centradas o excéntricas. Asimismo, podrán presentar, además de la carga vertical "P", momentos en uno o dos ejes.

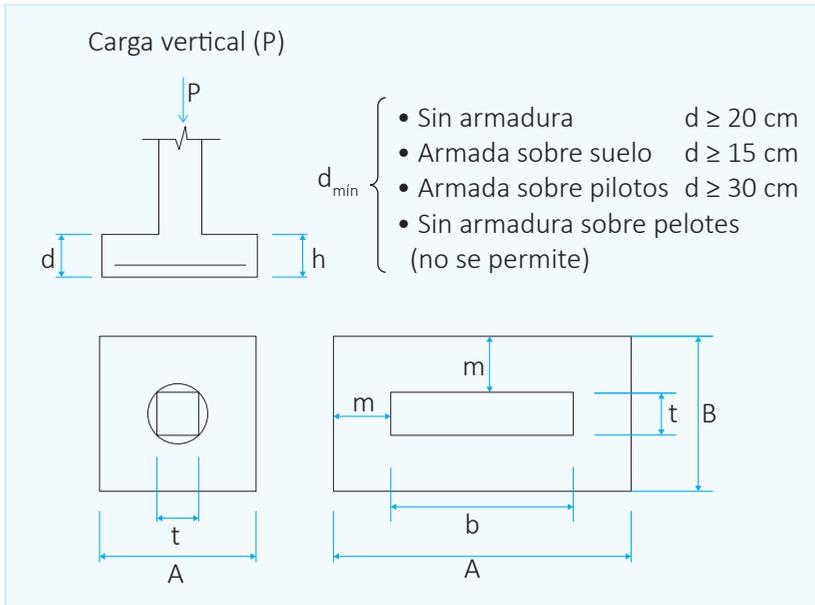
A. Zapatas centradas



B. Zapatas excéntricas



1.3.1 Zapatas aisladas y centradas



Diseño:

- Dimensionamiento en planta = área.
- Dimensionamiento en elevación = "d".
- Verificación por transferencia de esfuerzos.
- Verificación de adherencia y longitud de desarrollo.
- Cálculo de acero necesario por flexión = A_s
- Verificación por adherencia.

A. Dimensionamiento en planta

Cálculo del área de la zapata: " A_z "

$$A_z = \frac{P + P_p + P_n}{\sigma_t}$$

A_z = Área de la zapata.

P = Carga de servicio.

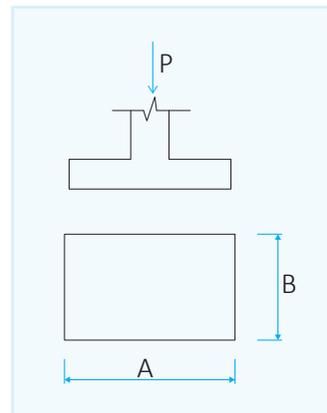
P_v = Suma de cargas verticales de servicio.

P_p = Peso propio de la zapata.

P_n = Cargas adicionales.

q_a = Presión admisible del suelo.

q_o = Presión por relleno.



$$A_z = \frac{P + P_p + P_n}{\sigma_t} = (b + 2m)(t + 2m)$$

Aproximadamente:

$$A = \sqrt{A_z} + \frac{1}{2}(b-t)$$

$$B = \sqrt{A_z} - \frac{1}{2}(b-t)$$

Pesos propios para un primer tanteo $f'c \geq 210 \text{ kg/cm}^2$

$q_a \text{ kg/cm}^2$	$P_p \text{ en \% de } P$
4	4 % de P
3	6 % de P
2	8 % de P
1	10 % de P

Si consideramos el relleno sobre la zapata, usaremos el mayor valor del área como área mínima entre las dos siguientes fórmulas:

a) Para cargas verticales no mayoradas "P_v" sin cargas laterales:

$$A_z = \frac{P_v}{(q_a - q_o)}$$

b) Para cargas verticales no mayoradas "P_v", incluyendo cargas horizontales:

$$A_z = \frac{P_v}{(1.33 q_a - q_o)}$$

B. Dimensionamiento en elevación

Cálculo de la altura de la zapata "d" mediante la verificación de cortantes:

- Cortante por punzonamiento
- Cortante por flexión

De los dos se tomará el valor "d" mayor:

a) Cortante por punzonamiento

Se verifica a la distancia "d/2" de la cara de la columna.

W_n = Presión real de suelo

$d \approx 0.6 \text{ m}$ a 0.7 m (primer tanteo)

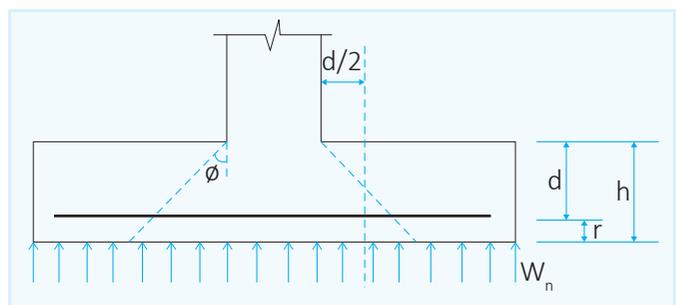
$$V_c = \frac{V_o}{b_o \cdot d}$$

V_c = Esfuerzo cortante actuante

V_o = Corte total actuante

b_o = Perímetro de zona de falla

$$b_o = 2(t + b + 2d)$$



d = Altura efectiva de la zapata

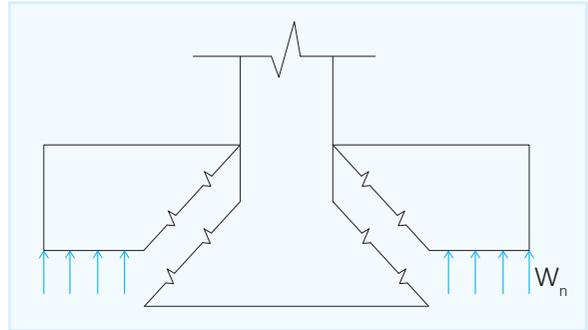
A_p = Área entre los bordes

$$b_o = A \cdot B - [(b + d)(t + d)]$$

$$V_o = q_n \cdot A_p$$

$$V_c = \frac{q_n [(A \cdot B) - (b + d)(t + d)]}{2d(b + t + 2d)}$$

V_u = Esfuerzo permisible de corte por punzonamiento.



a) Resistencia al corte usual por punzonamiento

$$V_c = \phi 1.1 \lambda \sqrt{f'_c}$$

b) Cuando las zapatas están sometidas a flexión biaxial y la relación $b/t \geq 2$

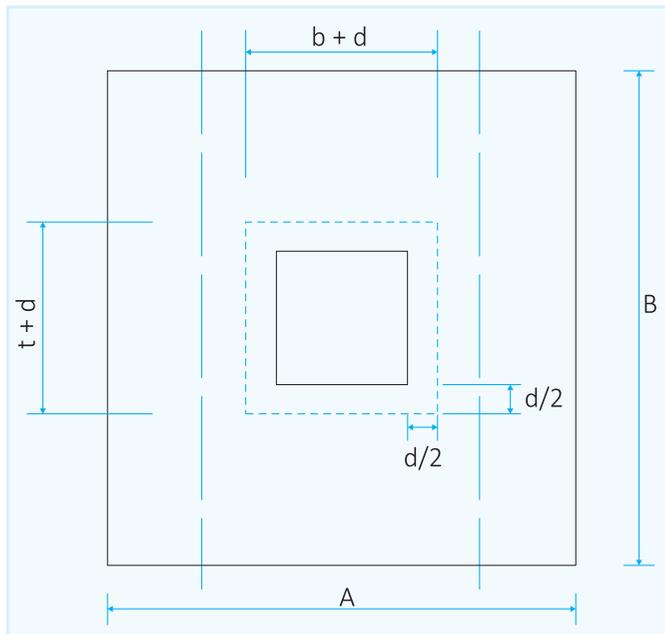
$$V_c = \phi 0.53 \lambda \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} \quad \text{Ec 11-31 ACI}$$

donde $\beta_c = \frac{\text{Lado mayor}}{\text{Lado menor}} = \frac{b}{t}$

c) El valor V_c aumenta si decrece b_o/d . Luego usar

$$V_c = \phi 0.27 \lambda \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c}$$

$$\phi = 0.85$$



Nota: Escoger el menor de a), b) y c).

$\alpha_s = 40$ columnas internas

$\alpha_s = 30$ columnas laterales

$\alpha_s = 20$ columnas en esquina

$\lambda = 1$ para concreto de peso normal

$\lambda = 0.85$ para concreto liviano (arena liviana)

$\lambda = 0.75$ para concreto liviano

Si $V_c = v_c b_o d$

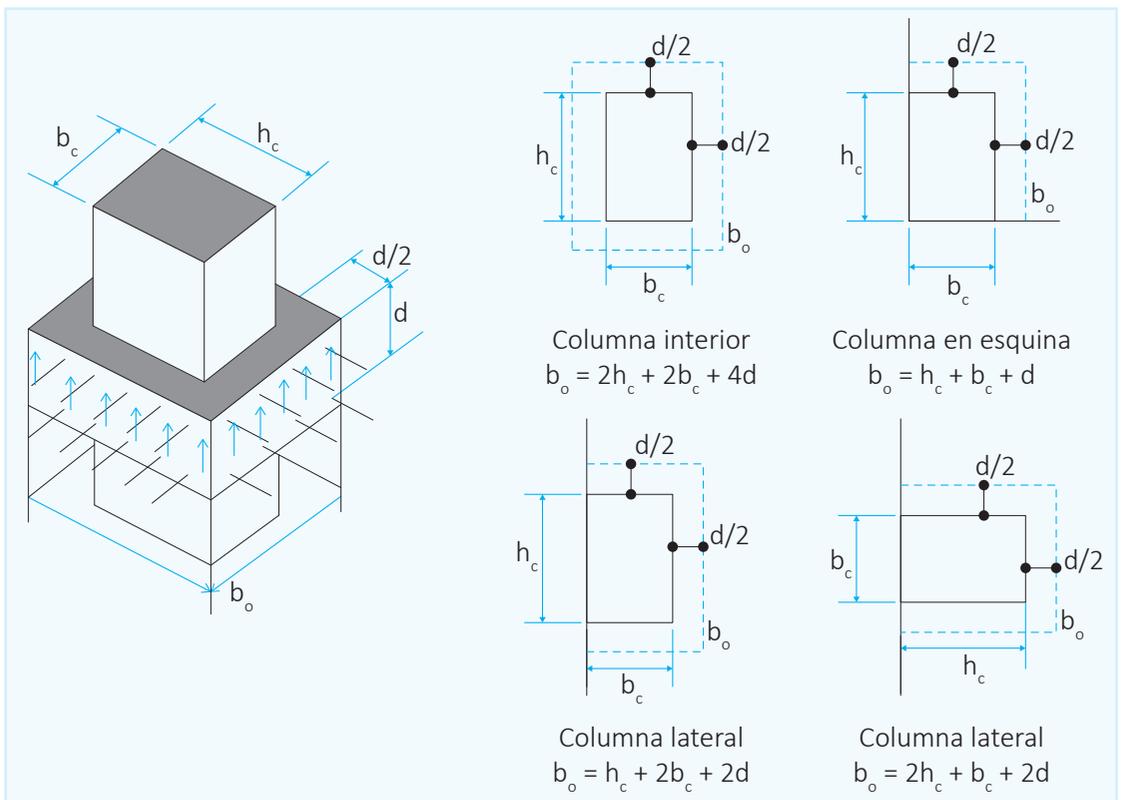
$$a) d = \frac{V_c}{\phi 1.1 \lambda \sqrt{f'_c}}$$

$$b) d = \frac{V_c}{\phi 0.53 \lambda \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \sqrt{f'_c}}$$

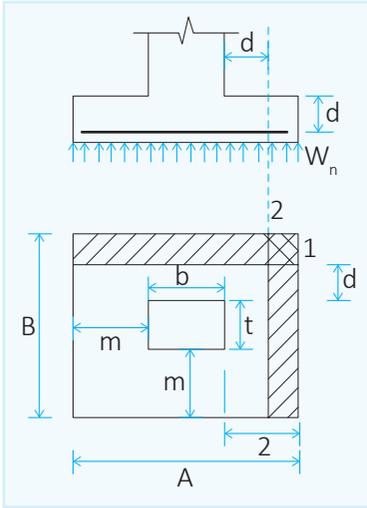
para $\beta_c = \frac{b}{t} > 2$

$$c) V_c = \phi 0.27 \lambda \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2\right) \sqrt{f'_c}$$

Nota: Escoger el mayor "d".



b) Cortante por flexión



Se verifica a la distancia “d” de la cara de la columna

$$V_{c1-1} = \frac{q_n A(m-d)}{A \cdot d} = \frac{q_n (m-d)}{d}$$

$$V_{c2-2} = \frac{q_n B(m-d)}{B \cdot d} = \frac{q_n (m-d)}{d}$$

V_{uc} = Esfuerzo permisible de corte por flexión

$$V_{uc} = \phi 0.53 \sqrt{f'_c} \quad \phi = 0.85$$

Debe cumplirse $V_c \leq V_{uc}$

C. Verificación por transferencia de esfuerzos

Verificación de aplastamiento

$$A_1 = b \cdot t$$

$$A_2 = b_2 \cdot t_2$$

f_a = Esfuerzo de aplastamiento actuante.

$$f_a = \frac{P}{A_1} = \frac{P}{b \cdot t}$$

Cuando $A_1 = A_2$

f_{au} = Esfuerzo de aplastamiento permisible.

$$f_{au} = 0.85 \phi \quad f'_c \phi = 0.7$$

Debe cumplirse $f_a < f_{au}$

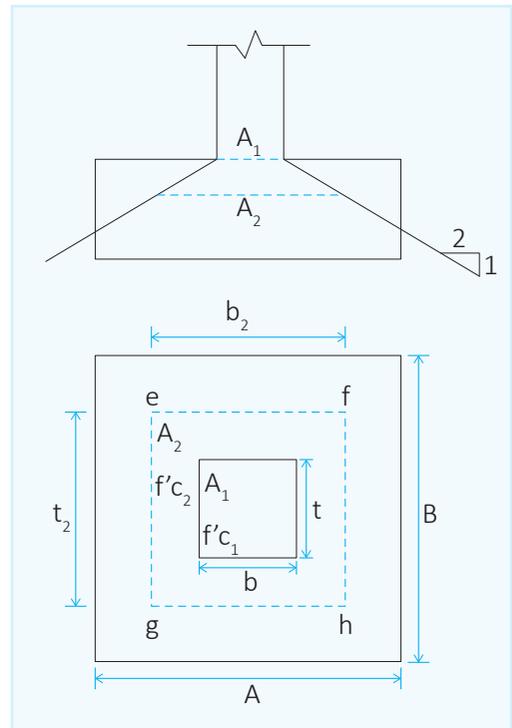
Cuando $A_1 < A_2$

$$f_a \leq f_{au} \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$$

Pero $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2$

Cuando no se cumplen las condiciones:

- Si $f_a > f_{au}$ { a) Colocar un pedestal
b) Colocar arranques o bastones



a) Colocar un pedestal.

$$A_1 = (b + 2x)(t + 2x) \quad (1)$$

$$A_1 = \frac{P_u}{f_a} = \frac{P_u}{f_{au}} \quad (2)$$

De (1) y (2): x

$$\frac{x}{2} < h_p \leq x$$

$$A_2 = e \cdot f \cdot g \cdot h$$

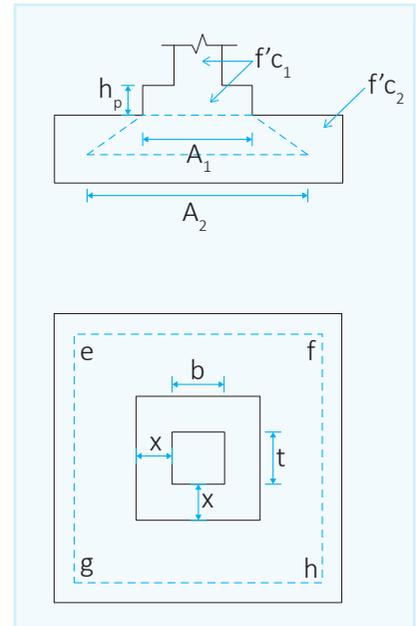
$$f_{au} = \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} (0.85) \phi f'c_2$$

$$\phi = 0.7$$

$$f_a = \frac{P_u}{A_1}$$

$$f_a \leq f_{au} \text{ (condición)}$$

$$\therefore f_a \leq \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} (0.85) \phi f'c_2$$



b) Colocar arranques o bastones.

A_{sd} = Área de acero de arranques.

$$f_a = \frac{P_u}{A_1}$$

Si $A_1 < A_2$

$$f_{au} = \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} (0.85) \phi f'c_2$$

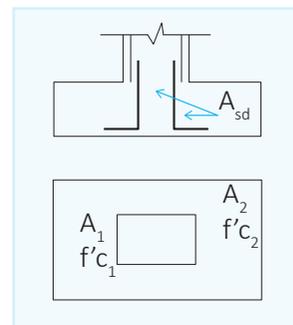
Zona crítica de corte por punzonamiento

$$\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2$$

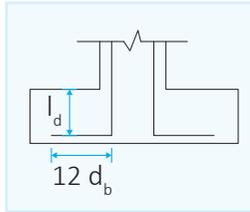
$$F = A_1 (f_a - f_{au})$$

$$A_{sd} = \frac{F}{\phi f_y} \begin{cases} \phi & 0.7 \text{ arranques en compresión} \\ \phi & 0.9 \text{ arranques en tracción} \end{cases}$$

Pero $A_{sd} \geq 0.005A_1$



D. Verificación de adherencia y longitud de desarrollo



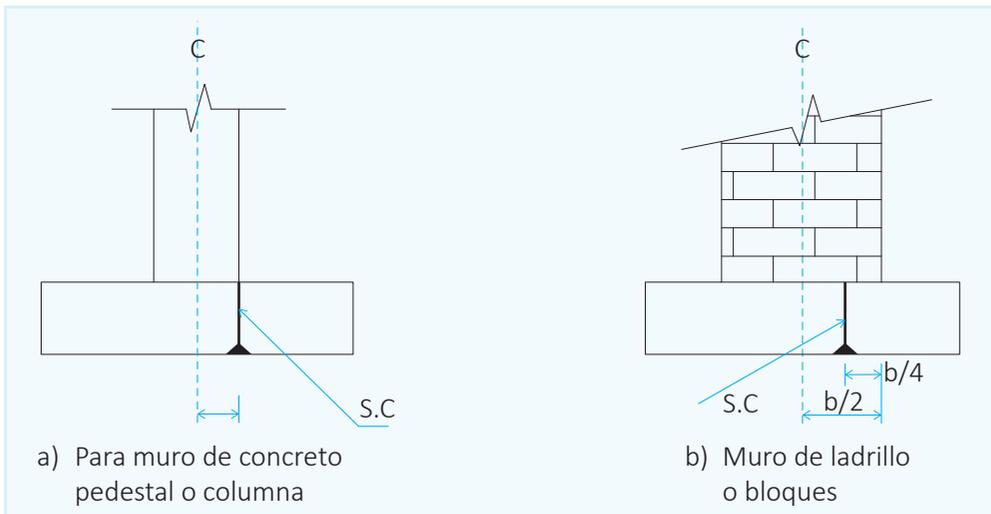
$$l_d \geq \begin{cases} \frac{0.0755 \Psi_c f_y d_b}{\lambda \sqrt{f'_c}} & (1) \\ 8 d_b & (2) \\ 15 \text{ cm} & (3) \end{cases}$$

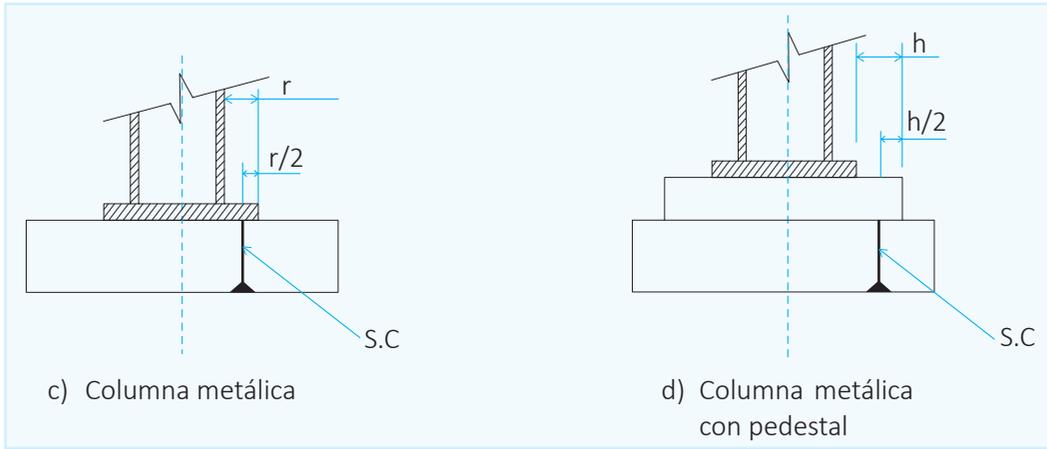
d_b = diámetro de una varilla

Factor	Descripción de las condiciones	Valor
Ubicación de la barra Ψ_τ	Varillas superiores	1.3
	Otras varillas	1.0
Tratamiento superficial del acero Ψ_c	Varillas o alambres con recubrimientos epóxico y recubrimiento menor que $3d_b$, y espaciamento libre menor que $6d_b$	1.5
	Otras varillas o alambres con recubrimiento epóxico	1.2
	Varillas sin recubrimiento epóxico	1.0
Diámetro de la barra Ψ_s	Alambres y varillas menores a la #6	0.8
	Varillas iguales y mayores a la #7	1.0
Agregado ligero λ	Concreto con agregado ligero	1.3
	Concreto con agregado ligero y f'_{ct} especificado	$1.77\sqrt{f'_c} / f'_{ct} \geq 1.0$
	Concreto con agregado convencional	1.0

E. Cálculo del área de acero "A_s" necesaria por flexión

Ubicación de la sección para el cálculo de flexión, en forma práctica calcular la adherencia en la misma sección.





$$Mu_{1-1} = \frac{q_n \cdot A(1^2)}{2} \quad \phi = 0.9$$

$$A_{s1} = \frac{Mu_{1-1}}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)} \quad a = \frac{A_{s1} \cdot f_y}{(0.85) f'_c \cdot b}$$

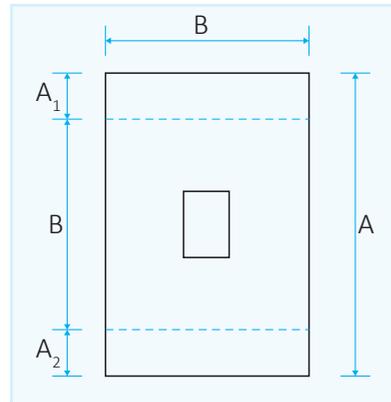
A_{s1} = Área total de acero

a_{s1} = Área de acero para la parte central "B"

$$a_{s1} = A_{s1} \times \frac{2}{\beta + 1}$$

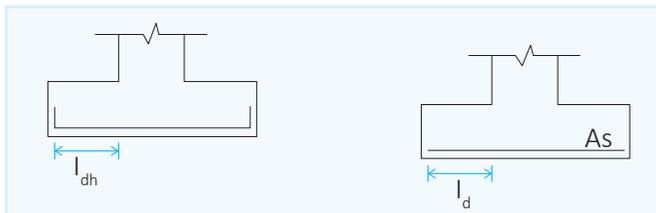
$$\beta = \frac{A}{B}$$

$$\frac{A_{s1} - a_{s1}}{2} = \text{para cada zona "A}_1\text{"}$$



F. Verificación por adherencia

La longitud de anclaje del acero en tensión está dada por:



$$I_d = \frac{d_b \cdot f_y}{3.54 \sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\Psi_t \Psi_c \Psi_s \lambda}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)}$$

$$I_d \geq 30 \text{ cm}$$

Donde:

Ψ_t : Factor ubicación de la barra

Ψ_c : Factor tratamiento superficial del acero

Ψ_s : Factor de diámetro de la barra

λ : Factor de agregado ligero

C_b : Recubrimiento o espaciamiento de la barra entre ejes, el que sea menor

K_{tr} : Índice de refuerzo transversal

$$\frac{(c + K_u)}{d_b} \leq 2.5$$

$$l_{dh} = \frac{0.0755 \Psi_c f_y d_b}{\lambda \sqrt{f'_c}}$$

$\Psi_t = 1$ } Para agregados
 $\lambda = 1$ } normales

$\Psi_c = 1.2$ para barra con refuerzo epóxico.
 $\lambda = 1.3$ para agregados livianos.

Factor	Descripción de las condiciones	Valor
Ψ_t	Ubicación de la barra Varillas superiores	1.3
	Otras varillas	1.0
Ψ_c	Tratamiento superficial del acero Varillas o alambres con recubrimientos epóxico y recubrimiento menor que $3d_b$, y espaciamiento libre menor que $6d_b$	1.5
	Otras varillas o alambres con recubrimiento epóxico	1.2
	Varillas sin recubrimiento epóxico	1.0
Ψ_s	Diámetro de la barra Alambres y varillas menores a la #6	0.8
	Varillas iguales y mayores a la #7	1.0
λ	Agregado ligero Concreto con agregado ligero	1.3
	Concreto con agregado ligero y f_{ct} especificado	$1.77\sqrt{f'_c} / f'_c \geq 1.0$
	Concreto con agregado convencional	1.0

Ejemplo: Diseñar una zapata aislada a carga vertical solamente.

$P = 100 \text{ Tn}$

$\sigma_t = 2 \text{ kg/cm}^2 = 20 \text{ Tn/m}^2$

Columna 40×40

$4 \phi 3/4$

$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

A. Dimensionamiento en planta

$$A_z = \frac{P + P_p + P_n}{\sigma_t}$$

$$P_p = \text{para } 2 \text{ kg/cm}^2 \quad 8 \% \text{ de } 100 = 8 \text{ Tn}$$

$$A_z = \frac{100 + 8}{20} = 5.4 \text{ m}^2$$

Usar 2.40 m × 2.40 m

B. Dimensionamiento en elevación "d"

a) Cortante por punzonamiento

I. Corte actuante

$$W_n = \frac{(108)(1.6)}{(2.4)(2.4)} = 30 \text{ Tn/m}^2 = 3 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_a = \frac{V_o}{b_o d} = \frac{30 \left[(2)(4^2) - (0.4 + 0.4)(0.4 + 0.4) \right]}{(0.8)(4)(0.4)} = 120 \text{ Tn/m}^2 = 12 \text{ kg/cm}^2$$

II. Corte admisible

$$a) V_a = 1.1 \phi \lambda \sqrt{f'_c}$$

$$V_a = 1.1(0.85)(1)\sqrt{210} = 13.55 \text{ kg/cm}^2$$

$$b) V_a = 0.27 \phi \lambda \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c}$$

$$V_a = 0.27(0.85)(1) \left[\frac{(40)(40)}{320} + 2 \right] \sqrt{210}$$

$$V_a = 23.28 \text{ kg/cm}^2$$

$$c) V_a = 0.53 \phi \lambda \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c}$$

$$V_a = 0.53(0.85)(1) \left(1 + \frac{2}{1} \right) \sqrt{210}$$

$$V_a = 19.58 \text{ kg/cm}^2$$

Comparando

I. Corte actuante < II. Corte admisible a, b y c

∴ Puede utilizarse **d = 40 cm**

b) Corte por flexión

$$V_{c1-1} = \frac{30(1-0.4)}{0.4} = 45 \text{ Tn/m}^2 = 4.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_{uc} = (0.85)(0.53)\sqrt{210} = 6.53 \text{ kg/cm}^2$$

$$6.53 \text{ kg/cm}^2 > 4.5 \text{ kg/cm}^2 \text{ OK}$$

C. Verificación por transferencia de esfuerzos

$$A_1 = (0.4)(0.4) = 0.16 \text{ m}^2$$

$$f_a = \frac{160}{0.16} = 1000 \text{ Tn/m}^2 = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{au} = (0.85)(0.7)(210) = 124.95 \text{ kg/cm}^2$$

Como $2 > \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} > 1$ Usamos $f_{au} = 124.95 \text{ kg/cm}^2$

Luego $124.95 > 100 \text{ kg/cm}^2$

∴ OK no hay necesidad de poner ni pedestal ni arranques o bastones.

D. No hay necesidad de verificar longitud de desarrollo por compresión de arranques.

E. Cálculo de área de acero por flexión

$$Mu_{1-1} = Mu_{2-2} = \frac{(30)(2.4)(1^2)}{2} = 36 \text{ Tn - m}$$

$$A_{s1} = \frac{3600000}{(0.9)(4200)\left(40 - \frac{8}{2}\right)} = 26.46 \text{ cm}^2 \quad a \approx \frac{d}{s}$$

$$a = \frac{(26.46)(4200)}{(0.85)(210)(240)} = 2.59 \text{ cm}$$

$$A_{s1} = \frac{3600000}{(0.9)(4200)\left(40 - \frac{2.59}{2}\right)} = 24.61 \text{ cm}^2 \approx 2.41$$

$A_{s1} = 25 \text{ cm}^2 \Rightarrow 13 \phi 5/8''$ Repartir en toda la zapata uniformemente por ser cuadrada.

1.3.2 Zapatas excéntricas

A. Zapatas aisladas sometidas a carga vertical, carga horizontal y momento

Este caso produce presiones variables en la base de la zapata debido a las cargas (P , M) actuantes.

Analizaremos los “dos” casos que pueden producirse.

- Presión total
- Presión parcial

Consideramos los siguientes valores:

$$P = P' + P_z + P_s$$

P = Peso total

$$M = M' + H \times L$$

P' = Carga vertical de la estructura

P_z = Carga de peso de la zapata

P_s = Peso del suelo de relleno

$$q = \frac{P}{\text{Área}} + \frac{M_c}{I}$$

$$M = P \cdot e$$

$$c = \frac{A}{z}$$

$$I = \frac{BA^3}{12}$$

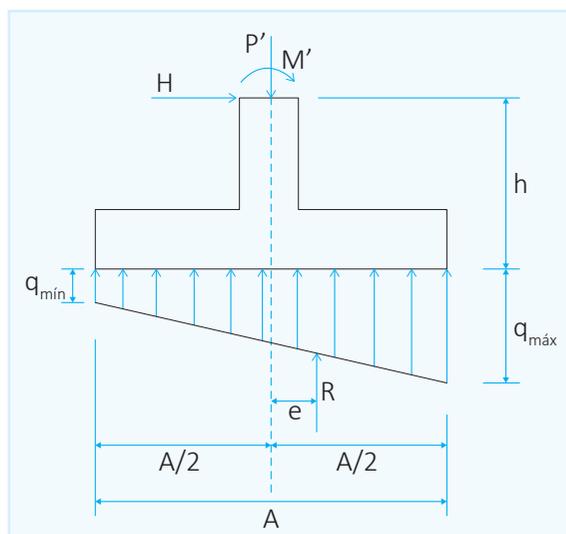
B = Ancho de la base

$$e = \frac{M}{P}$$

- Presión total $e \leq \frac{A}{6}$
- Presión parcial $e > \frac{A}{6}$

Caso (a): Presión total en la base

$$e \leq \frac{A}{6}$$



La carga "p" está ubicada en el tercio central de la base.

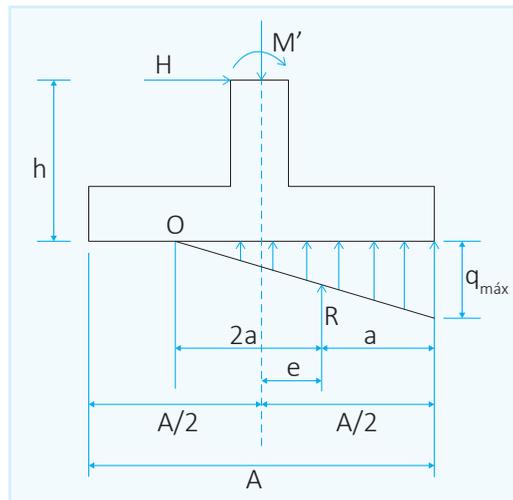
$$q_{\text{máx}} = \frac{P}{BA} + \frac{6M}{BA^2} = \frac{P}{BA} + \frac{6Pe}{BA^2}$$

$$q_{\text{mín}} = \frac{P}{BA} - \frac{6M}{BA^2} = \frac{P}{BA} - \frac{6Pe}{BA^2}$$

$$e = \frac{M' + H.L}{P}$$

Caso (b): Presión parcial en la base

$$e > \frac{A}{6}$$



La carga "P" está ubicada fuera del tercio central de la base.

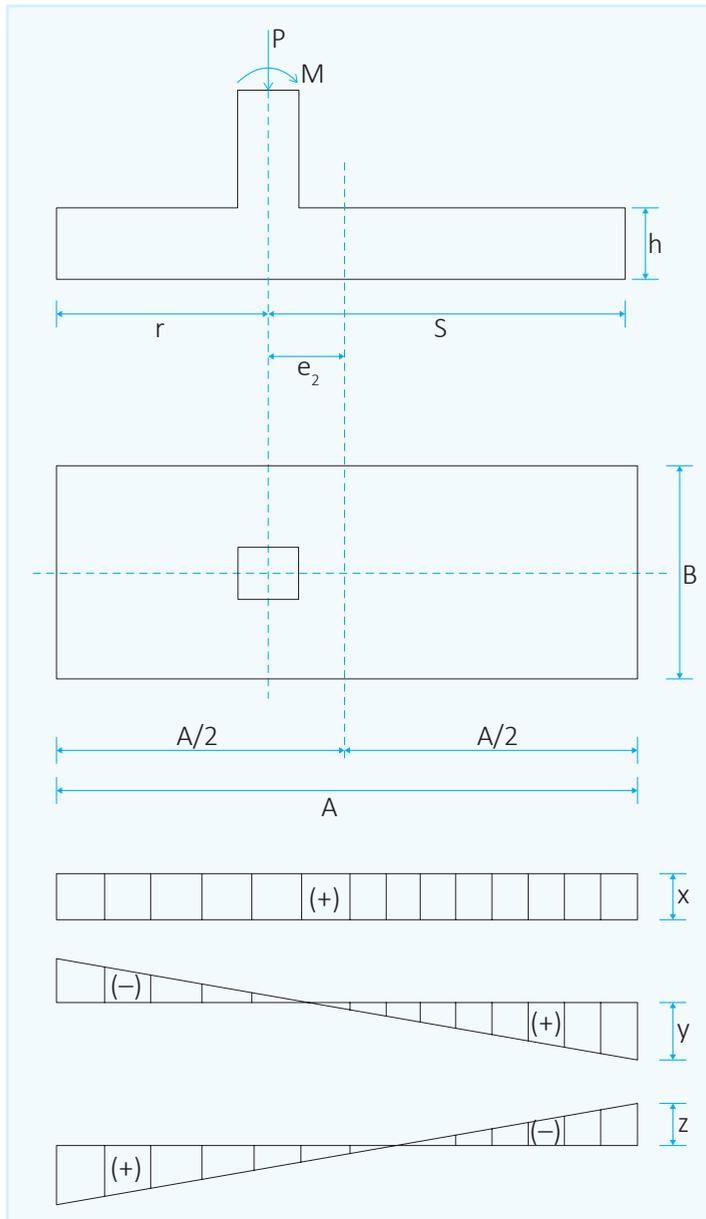
$$q_{\text{máx}} = \frac{4P}{3B(A-2e)} \quad , \quad q_{\text{mín}} = 0$$

Necesitamos encontrar la zona a compresión.

$$a = \frac{A}{2} - e$$

El punto "O" está a 3a del extremo.

Zapatas con columnas excéntricas, sujetas a carga horizontal, carga vertical y momento



Análisis para dimensionamiento de una zapata con columna sometida a P , M y H

$$e_1 = \frac{M}{P_{\text{col}}} \quad M = P_{\text{col}} \cdot e_1$$

$$q_{c.v} = \frac{P}{\text{Área}} = \frac{(P_{\text{col}} + P_{\text{base}} + P_{\text{suelo}})}{A \cdot B} = + X \quad (\text{por carga vertical})$$

$$q_M = \frac{MC}{I} = \frac{6P_{col}e_1}{B.A^2} = \pm Y \quad (\text{por momento})$$

$$q_e = \frac{6P_{col}e_2}{B.A^2} = \pm Z \quad (\text{por excentricidad de la columna})$$

Eje (1) con momento actuante

$$\frac{P}{\text{Área}} + \frac{6P_{col}e_1}{B.A^2} - \frac{6P_{col}e_2}{B.A^2} \leq q_{\text{admisible}} \quad (I)$$

Eje (1) sin momento actuante

$$\frac{P}{\text{Área}} - \frac{6P_{col}e_2}{B.A^2} \geq 0 \quad (II)$$

Eje (2) con momento actuante

$$\frac{P}{\text{Área}} - \frac{6P_{col}e_1}{B.A^2} + \frac{6P_{col}e_2}{B.A^2} \geq 0 \quad (III)$$

Eje (2) sin momento actuante

$$\frac{P}{\text{Área}} + \frac{6P_{col}e_2}{B.A^2} \leq q_{\text{admisible}} \quad (IV)$$

Igualando las ecuaciones (II) y (III)

$$\begin{aligned} \frac{P}{\text{Área}} - \frac{6P_{col}e_2}{B.A^2} &= \frac{P}{\text{Área}} - \frac{6P_{col}e_1}{B.A^2} + \frac{6P_{col}e_2}{B.A^2} \\ \frac{(2)(6)P_{col}e_2}{B.A^2} &= \frac{6P_{col}e_1}{B.A^2} \\ e_1 &= 2e_2 \end{aligned} \quad (V)$$

De la ecuación (II)

$$\begin{aligned} \frac{P}{\text{Área}} - \frac{6P_{col}e_2}{B.A^2} &= 0 \Rightarrow \frac{P}{\text{Área}} = \frac{6P_{col}e_2}{B.A^2} \\ e_2 &= \frac{P}{P_{col}} \cdot \frac{A}{6} \end{aligned}$$

Luego: e_2 debe ser aproximadamente $\frac{A}{6}$ para tener la base a compresión total.

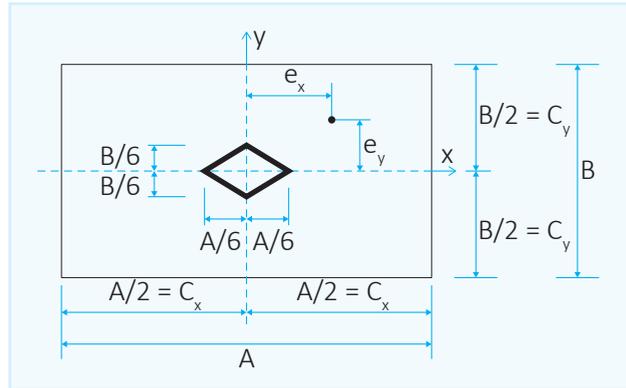
Reemplazando en la ecuación (V) tenemos:

$$e_1 \text{ aproximadamente} = \frac{A}{3}$$

La relación para la ubicación de la columna en la base $S = 2r$

B. Zapatas aisladas rectangulares sometidas a carga vertical y momento biaxial

Análisis de presión en la base.



$$q_{\text{máx}} = \frac{P}{A \cdot B} + \frac{M C_y}{I_x} + \frac{M_y C_x}{I_y}$$

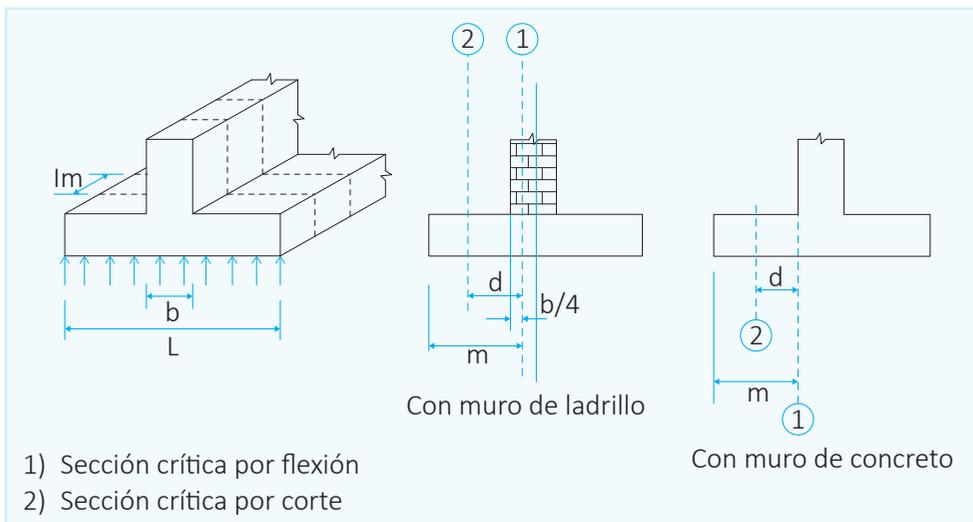
$$q_{\text{mín}} = \frac{P}{A \cdot B} - \frac{M C_y}{I_x} - \frac{M_y C_x}{I_y}$$

$$q_{\text{máx}} = \frac{P}{A \cdot B} + \frac{6 P e_x}{B \cdot A^2} + \frac{6 P e_y}{A \cdot B^2}$$

$$q_{\text{mín}} = \frac{P}{A \cdot B} - \frac{6 P e_x}{B \cdot A^2} - \frac{6 P e_y}{A \cdot B^2}$$

Cuando el punto de aplicación de la carga “p” está dentro del núcleo, la presión se produce en toda la base, sino será presión parcial.

1.4 Zapatas corridas



Corte

$$V_u = q_n(m-d)$$

$$V_v = \frac{V_u}{b_d}$$

$$\text{(Permissible) } V_{uc} = \phi(0.53)\sqrt{f'_c} \quad \phi = 0.85$$

$$V_{uc} \geq V_u$$

Momento

$$M_u = \frac{w_n m^2}{2}$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)} \quad a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad \phi = 0.9$$

1.5 Zapatas combinadas

Cuando una zapata soporta más de una columna o muro se conoce como zapata combinada, y se produce generalmente cuando hay restricción por linderos, ubicación de equipos o distancia de columnas, pudiendo ser de acuerdo al número de columnas que soporta la zapata: a) de dos columnas b) de más de dos columnas.

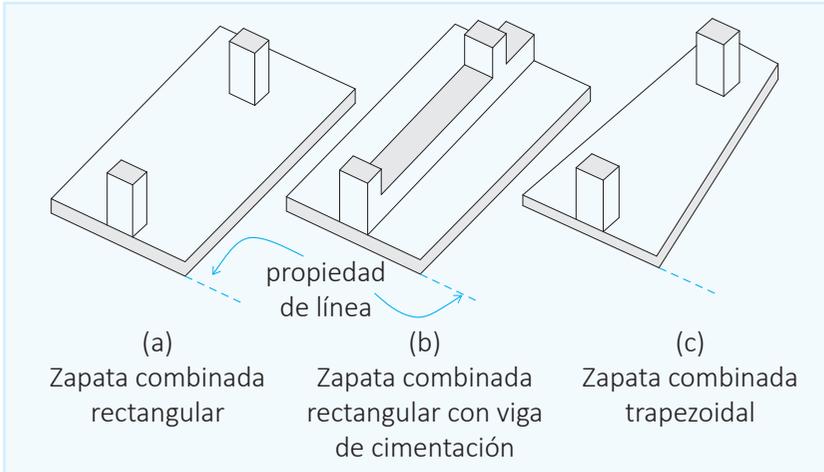
Existen dos posibilidades de acuerdo a la distribución de la presión de suelo en la base, pudiendo ser uniformemente repartida o variable en forma lineal; la primera, cuando la resultante de la presión del suelo coincide con la resultante de las cargas (centro de gravedad de la cimentación).

Asumir una distribución lineal en la presión del suelo, implica utilizar una zapata rígida en un suelo uniforme, estas premisas no se cumplen en el caso general, pero al analizar de esta manera dan resultados conservadores, por lo tanto, adecuados.

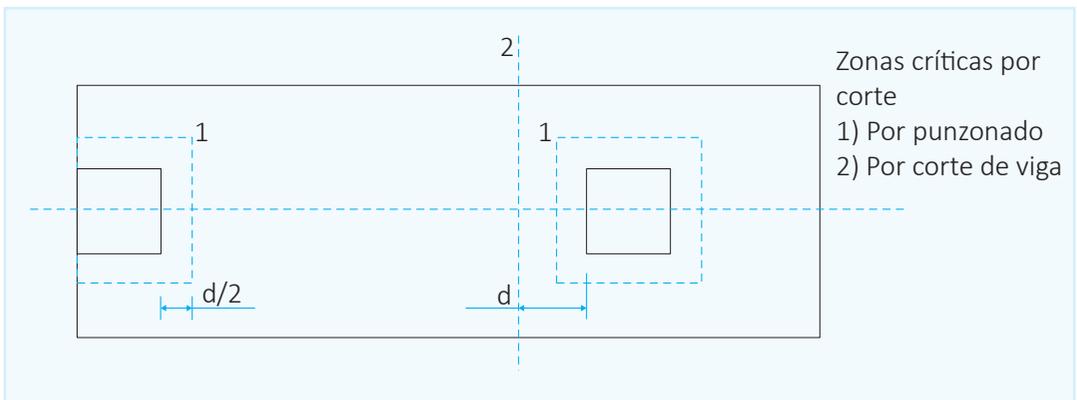
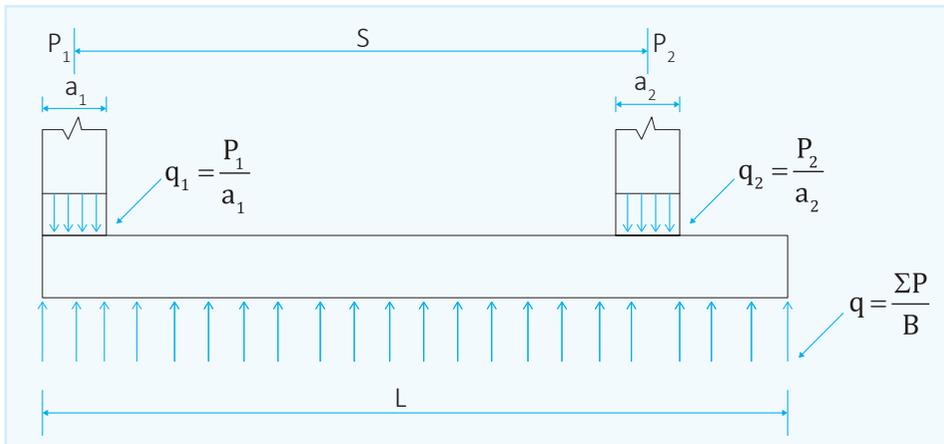
El diseño de la zapata combinada, considerándola rígida, consiste en primer lugar en diseñar la dimensión de la base; si solamente actúan cargas verticales y las dimensiones del área de terreno lo permiten, se procurará trabajar con la presión de suelo constante, lo que equivale, como se indicó, a hacer coincidir la resultante de las cargas verticales con el centroide de la zapata. En caso de tenerse cargas verticales y momentos, se trabajará con carga linealmente variable. En ambos casos se podrá obtener los diagramas de corte y momento. En base al diagrama de corte, y con los conceptos de corte flexión que toma la base (losa), se diseñará la altura de la zapata (hacer que el total del corte lo tome el concreto). Debe verificarse también el corte por punzonamiento, en base a las cargas de las columnas, y comparar la altura por este tipo de esfuerzo con el anterior. Usar el mayor valor de "d" de los dos.

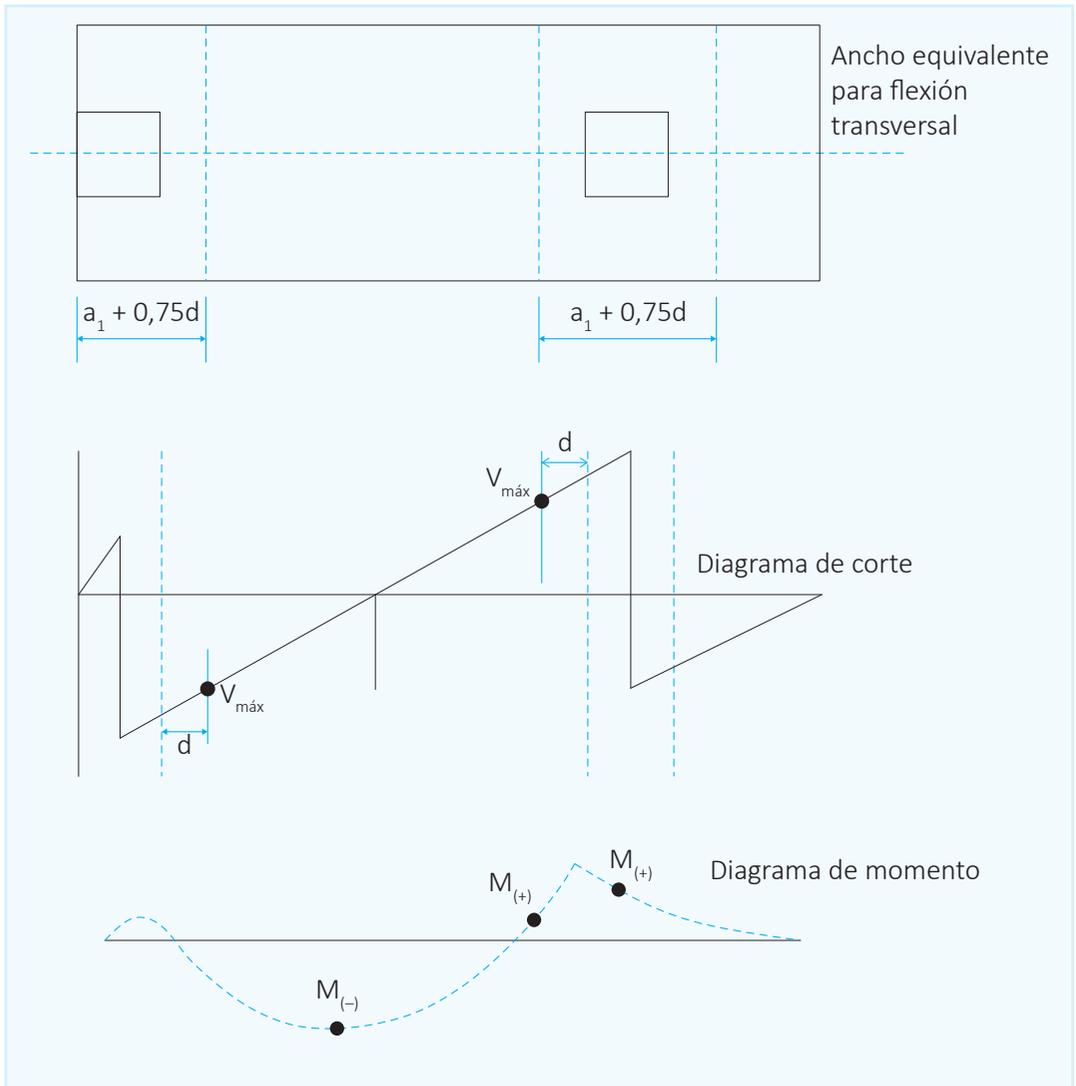
Los momentos del diagrama respectivo, tanto positivos como negativos, servirán para determinar las áreas de acero correspondientes en cada punto a lo largo de la cimentación.

En el sentido transversal, es evidente que el momento no será tomado por la cimentación en toda su longitud. La mayor parte del momento será tomada en la zona de columna; y de acuerdo a su ubicación será en columnas extremas ($a_1 + 0.75 d$) y en columnas internas será ($a_2 + 1.5 d$). Ver figura.



a) Rectangulares





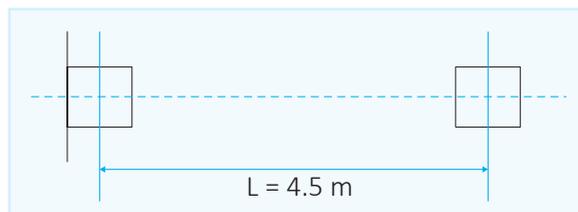
Ejemplo

Diseñar una zapata combinada para las cargas siguientes:

$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$
 $f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $q = 1 \text{ kg/cm}^2$
 $P_1 = 62 \text{ Tn}$
 $P_{U1} = 93 \text{ Tn}$

Col 1
 (30)(30)
 $4 \phi 7/8"$
 $P_2 = 97.67 \text{ Tn}$
 $P_{U2} = 146.5 \text{ Tn}$

Col 2
 (40)(40)
 $4 \phi 1"$



Solución

Paso 1

Convertir las cargas de servicio a cargas últimas.

$$P_u = P_{u1} + P_{u2} = 239.5 \text{ Tn}$$

$$P_1 + P_2 = 155 \text{ Tn}$$

Relación $\frac{P_u}{P_s} = \frac{239.5}{155} = 1.55$

$$q_{ult} = (1)(1.55) = 1.55 \text{ kg/cm}^2 = 15.5 \text{ Tn/m}^2$$

Se trabajará directamente con cargas últimas para encontrar "L".

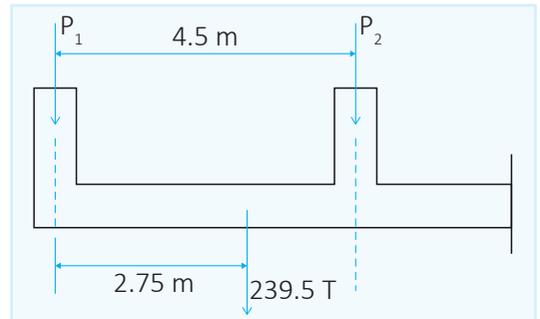
Paso 2

Encontrar "L" y "B"

$$(239.5)X = (146.5)(4.5)$$

$$X = 2.75 \text{ m}$$

Para que $P_u = 239.5 \text{ Tn}$ se ubique en el centro de la cimentación y así tener presión constante.



$$L = \left(2.75 + \frac{0.30}{2} \right) 2 = 5.8 \text{ m}$$

Paso 3

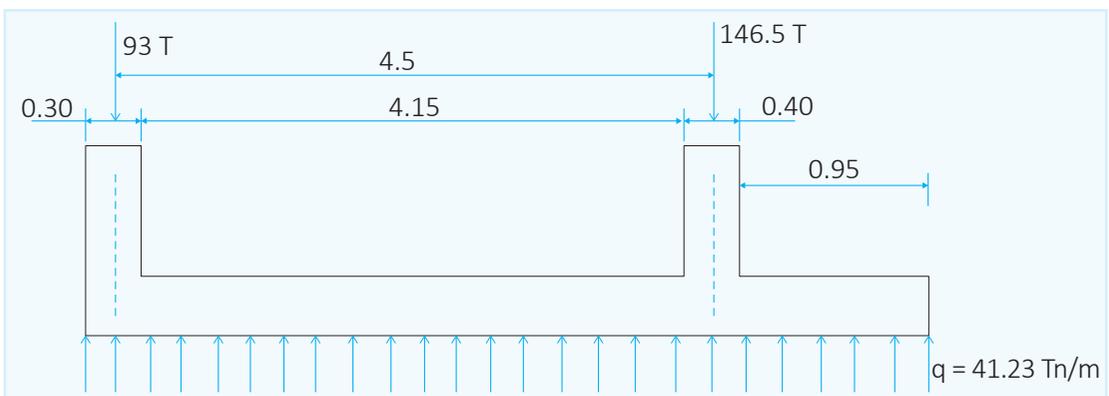
Encontrar "B"

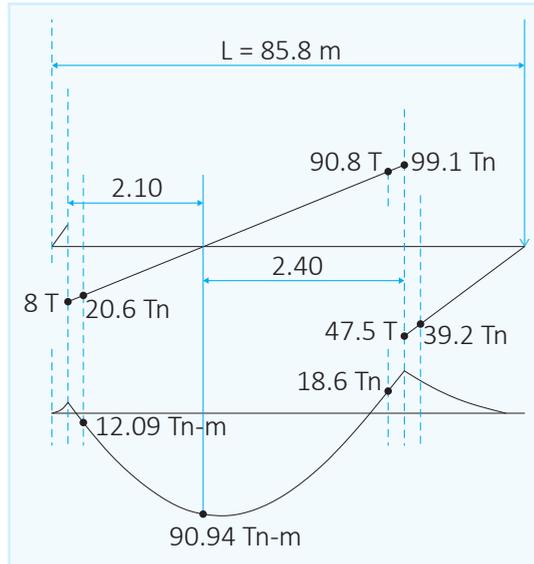
$$BL_q = 239.5 \text{ Tn}$$

$$B = \frac{239.5}{(5.1)(15.5)} = 2.66 \text{ m}$$

Paso 4

Diagramas de corte y momento





Paso 5

Encontrar altura "h" o "d"

- a) Corte viga
- b) Corte por punzonamiento

a) Corte viga : a distancia "d"

$$V_{\text{máx}} = 90.8 \text{ Tn}$$

$$B \text{ Vc } d = 90.8 - 41.23 \text{ d}$$

$$V_c \text{ (admisible)} = \phi(0.53) \sqrt{f'_c} = (0.85)(0.53) \sqrt{210} = 6.52 \text{ kg/cm}^2$$

$$2.66 (6.52)d = 90800 - 41.23 \text{ d}$$

$$d = 51.14 = 52 \text{ cm}$$

b) Corte por punzonado: a distancia "d/2"

Columna 1:

$$\text{Perímetro a } d/2: \left(30 + \frac{52}{2} \right) (2) + 30 + 52 = 194 \text{ cm}$$

$$\text{Área } A = (30 + 52)(30 + 26) = 4592 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = P_{\text{col}} - P_{\text{suelo}} = 93 - 0.46 \left(\frac{41.23}{2.66} \right) = 85.87 \text{ Tn}$$

$$V_c = 2 (6.52) = 13.04 \text{ kg/cm}^2 \text{ (admisible)}$$

$$V = \frac{V_1}{\text{Perímetro} \cdot d} = \frac{85870}{(194)(52)} = 8.51 \text{ kg/cm}^2$$

8.51 < 13.04 ∴ OK

Columna 2:

$$\text{Perímetro} = (40 + 52)(2) = 184 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = (40 + 52)^2 = 8464 \text{ cm}^2$$

$$V_2 = 146.5 - 0.85 \left(\frac{41.23}{2.66} \right) = 133.33 \text{ Tn}$$

$$V = \frac{133330}{(184)(52)} = 13.94 \text{ kg/cm}^2$$

$$13.94 > 13.04 \quad \therefore \text{aumentar "d"}$$

Para $d = 55 \text{ cm}$

$$\text{Perímetro} = (40 + 55)(2) = 190 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = (40 + 55)^2 = 9025 \text{ cm}^2$$

$$V_2 = 146.5 - 0.903 \left(\frac{41.23}{2.66} \right) = 132.5 \text{ Tn}$$

$$V = \frac{132500}{(190)(55)} = 12.68 \text{ kg/cm}^2$$

$$12.68 < 13.04 \quad \therefore \text{OK}$$

Diseño de $A_s(-)$ en tramo entre columnas

$$M_{u \text{ máx}} = 90.94 \text{ Tn - m}$$

$$A_s = \frac{(90.94)(10^5)}{(0.9)(4200) \left(55 - \frac{55/5}{2} \right)} = 48.60 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{(48.6)(4200)}{(0.85)(210)(266)} = 4.29$$

$$A_s = \frac{(90.94)(10^5)}{(0.9)(4200) \left(55 - \frac{4.29}{2} \right)} = 45.49 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{(45.49)(4200)}{(0.85)(210)(266)} = 4.02 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{(90.94)(105)}{(0.9)(4200) \left(55 - \frac{4.02}{2} \right)} = 45.40 \text{ cm}^2$$

Usar $16 \phi 3/4"$

$$\text{Pero } \rho_{\min} = \frac{14}{f_y}$$

$$A_s = \rho_{\min} \cdot b \cdot d = (0.00333)(266)(55) = 48.76 \text{ cm}^2$$

\therefore Usar $18 \phi 3/4"$

Diseño de $A_s (+)$ en zona de columna

$$M_u = 18.6 \text{ Tn} \cdot \text{m}$$

$$A_s = \frac{(18.6)(10^5)}{(0.9)(4200) \left(55 - \frac{4.02}{2} \right)} = 9.28 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{(9.28)(4200)}{(0.85)(210)(266)} = 0.82 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{(18.6)(10^5)}{(0.9)(4200) \left(55 - \frac{0.82}{2} \right)} = 45.40 \text{ cm}^2$$

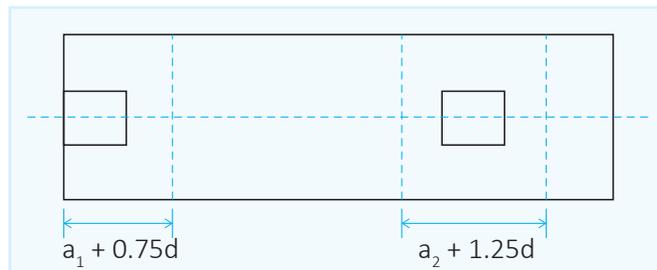
$$A_s = 9.01 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\min} = \frac{14}{4200} = 0.00333$$

$$A_{s\min} = (0.003333)(2.66)(55) = 48.76 \text{ cm}^2$$

Usar $18 \phi 3/4"$

Diseño de A_s en dirección transversal



$$a_1 + 0.75d = 55 + (0.75)(55) = 96.25 \text{ cm}$$

$$a_2 + 1.5d = 55 + (1.5)(55) = 137.5 \text{ cm}$$

$$q_1 = \frac{(93)(1000)}{(2.66)(96.25)} = 3.63 \text{ kg/cm}^2 = 36.3 \text{ Tn/m}^2$$

$$M_{1\max} = (36.3) \left(\frac{1.18}{2} \right)^2 = 25.27 \text{ Tn} \cdot \text{m/m}$$

$$q_2 = \frac{(146.5)(1000)}{(2.66)(137.5)} = 4.00 \text{ kg/cm}^2 = 40 \text{ Tn/m}^2$$

$$M_{2\text{máx}} = (40) \left(\frac{1.13}{2} \right)^2 = 25.54 \text{ Tn-m/m}$$

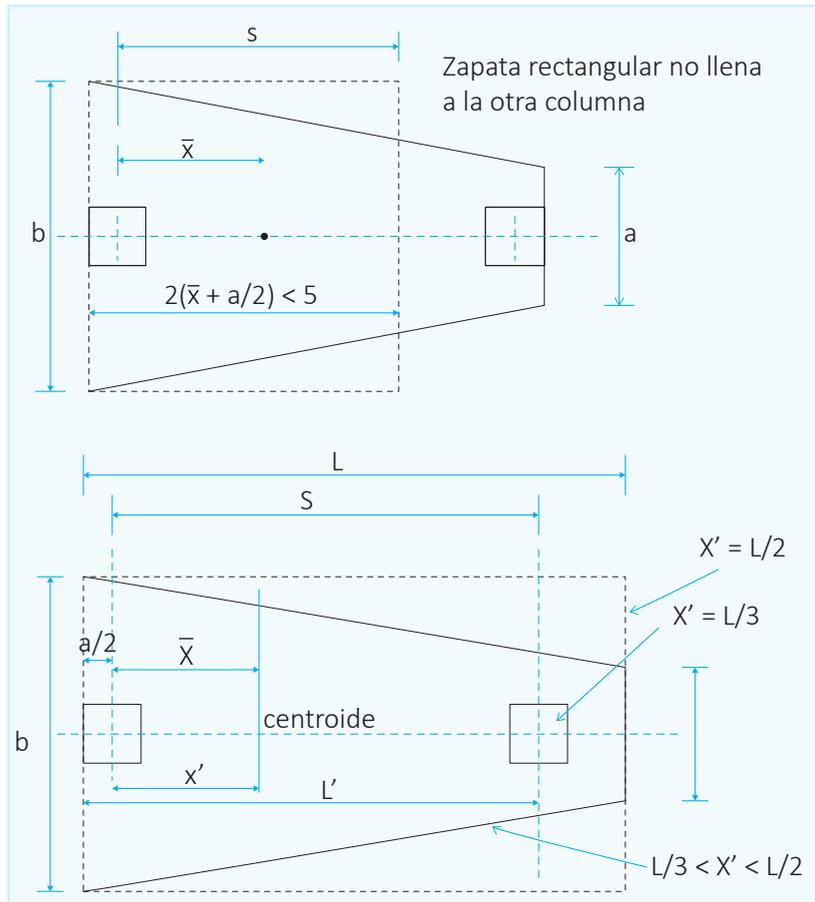
$$A_s = \frac{(25.54)(10^5)}{(0.9)(4200) \left(55 - \frac{4.02}{2} \right)} = 12.75 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\text{mín}} = 0.0033$$

$$A_s = (0.0033)(55)(100) = 18.32 \text{ cm}^2$$

∴ Usar 7 ϕ 3/4"

b) Trapezoidales



$$\text{Área} = A = \frac{a+b}{2} L$$

$$x' = \frac{L}{3} \cdot \frac{2a+b}{a+b}$$

$$\text{Condición } \frac{L}{3} < x' < \frac{L}{2}$$

Ejemplo

Diseñar una cimentación combinada trapezoidal

Datos:

Columnas: (46)(46) cm

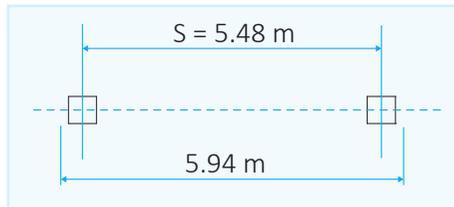
Cargas:	P1	P2
	$P_{M1} = 120 \text{ Tn}$	$P_{M2} = 90 \text{ Tn}$
	$P_{V1} = 81.6 \text{ Tn}$	$P_{V2} = 66 \text{ Tn}$

Materiales:

$$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$q = 1.9 \text{ kg/cm}^2$$



Paso 1

Encontrar: $q_{ult} P_u = 1.2(120 + 90) + 1.6(81.6 + 66) = 488.16 \text{ Tn}$

$$\text{Factor} = \frac{P_u}{P_s} = \frac{1.2 (120 + 90) + 1.6 (81.6 + 66)}{120 + 90 + 81.6 + 66} = 1.36$$

$$q_{ult} = (1.9)(1.36) = 2.58 \text{ kg/cm}^2$$

Paso 2

Dimensionamiento: $P_u \cdot \bar{x} = S \cdot P_{uz}$

$$(488.16)\bar{x} = 5.48 [1.2(90) + 1.6(66)]$$

$$\bar{x} = \frac{1176}{488.16} = 2.40 \text{ m}$$

$$x' = 2.40 + \frac{0.46}{2} = 2.63 \text{ m}$$

Hallar el área de la zapata:

$$A = \frac{a+b}{2} L = \frac{a+b}{2} (5.94)$$

Considerando q_{ult} y las cargas:

$$A = \frac{488.16}{2.58} = 18.92 \text{ m}^2$$

$$a + b = 6.37 \text{ m}$$

$$x' = \frac{L}{3} \cdot \frac{2a+b}{a+b} \Rightarrow \frac{2a+b}{a+b} = \frac{3x'}{L}$$

$$\frac{2a+b}{a+b} = \frac{3(2.63)}{5.94} = 1.32$$

Además $a + b = 6.37 \text{ m}$
 $b = 6.37 - a$

Reemplazando:

$$\frac{2a+6.37-a}{6.37} = 1.32$$

Resolviendo:

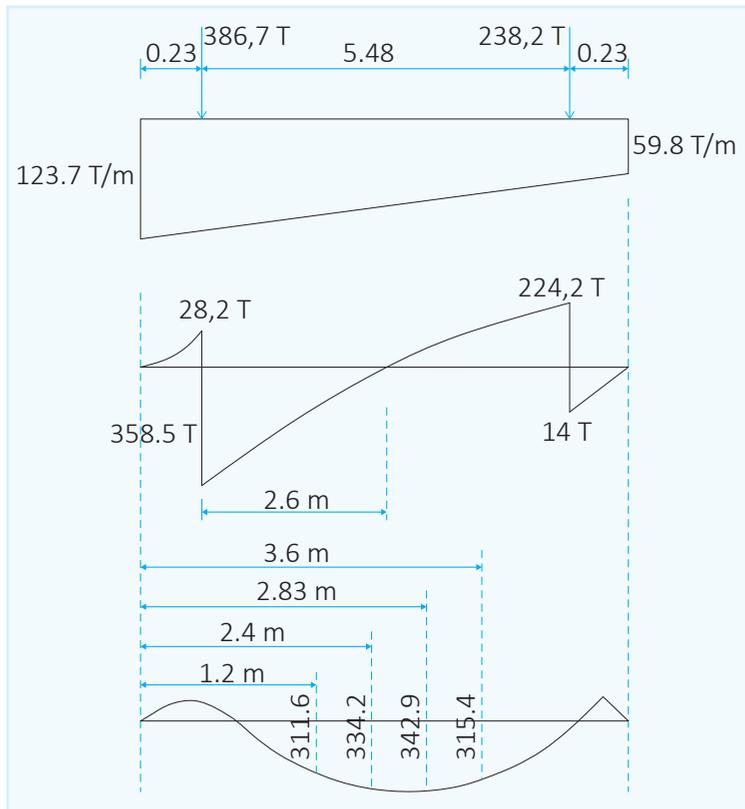
$$a = 2.03 \text{ m}$$

Sustituyendo:

$$b = 6.37 - 2.03 = 4.24 \text{ m}$$

Paso 3

Diagrama de corte y momento



- La altura efectiva "d", y
- El área de acero en cada zona se calculará de manera similar al ejemplo anterior, en base a los diagramas de corte y momento.

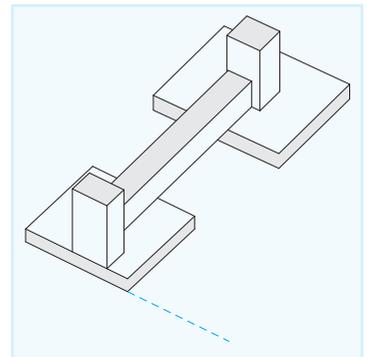
1.6 Zapatas conectadas

Se usan cuando se tiene por lo menos una zapata excéntrica para evitar invadir el terreno adyacente; esta excentricidad da como resultado una distribución no uniforme de presiones, que pueden originar incluso inclinación y volcamiento de la zapata.

Para balancear esta excentricidad, la zapata excéntrica es conectada por una viga a la zapata interior más cercana.

Ambas zapatas son dimensionadas de tal manera que, para cargas de servicio, la presión bajo cada una de ellas es uniforme y, además, de igual valor. Debe también procurarse que ambas zapatas tengan anchos similares para evitar asentamientos diferenciales.

Se usan estas zapatas, en lugar de las combinadas, cuando la distancia entre columnas es tan grande que la anterior resultaría muy delgada, dando lugar a momentos flectores muy altos, o donde $\bar{x} < L/3$ se asumirá una presión de suelo uniforme bajo las zapatas.



Esto significa que R_1 y R_2 actúan en el centroide de la zapata.

A. Tomando momentos con respecto a V_2 (sin considerar el peso de la viga)

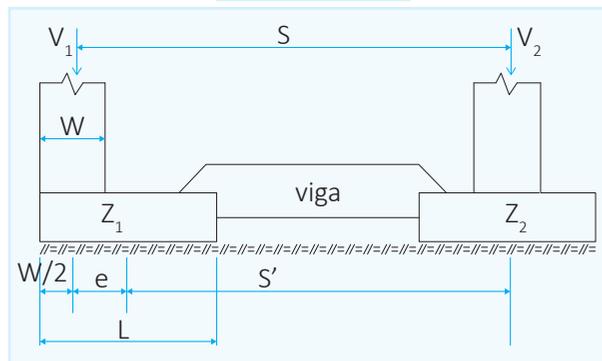
$$R_1 = V \frac{S}{S'}$$

B. De $\sum Fv = 0$ tenemos:

$$R_2 = V_1 + V_2 - R_1$$

C. Puede verse que, de acuerdo al valor "e" que se asuma, podrían obtenerse varios resultados.

$$L = 2 \left(e + \frac{w}{2} \right)$$



D. $B = \frac{R_1}{Lq_a}$

E. La viga debe ser lo suficientemente rígida para que transmita el momento de la columna 1 sin rotación.

$$\text{Para esto: } \frac{I_{\text{viga}}}{I_{\text{zapata}}} > 2 \quad \text{De la zapata 1}$$

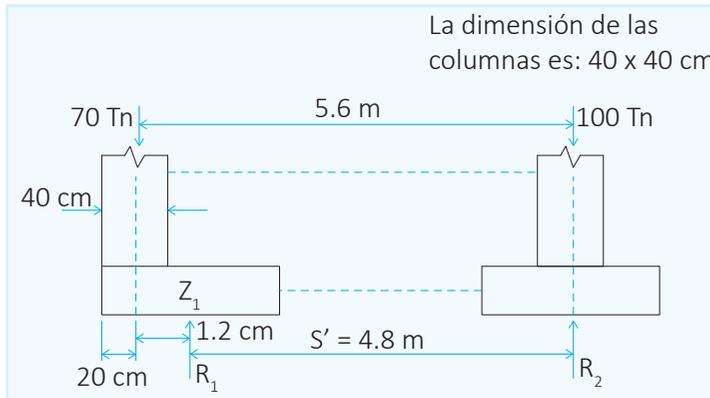
Ejemplo

Diseñar una zapata conectada para las siguientes condiciones:

$$V_1 = 70 \text{ Tn}$$

$$V_2 = 100 \text{ Tn}$$

$$T_t = 1 \text{ kg/cm}^2$$



$$\text{Asumir: } A'_{\text{aprox}} = \frac{P_1}{\sigma_1} = \frac{70000}{1} \Rightarrow L = 2.65 \text{ m}$$

$$e = 1.20 \text{ m}$$

$$\sum M_{R2} \Rightarrow R_1(4.8) = (70)(6)$$

$$R_1 = 87.50 \text{ Tn}$$

$$\sum M_{R1} \Rightarrow R_2 = V_2 - V_1 \left(\frac{e}{S'} \right) = 100 - 70 \left(\frac{1.2}{4.8} \right)$$

$$R_2 = 82.50 \text{ Tn}$$

$$\text{Verificación: } R_2 = V_1 + V_2 - R_1 = 70 + 100 - 87.5 = 82.5 \text{ Tn OK}$$

$$\text{Encontrar } A_1 = \frac{R_1}{q} = \frac{87.50}{10} = 8.75 \text{ m}^2$$

$$L = (1.2 + 0.2)(2) = 2.8 \text{ m}$$

$$B = \frac{8.75}{2.8} = 3.125 \approx 3.15 \text{ m}$$

$$q_1 = \frac{87.5}{(3.15)(2.8)} = 9.92 \text{ Tn/m}^2$$

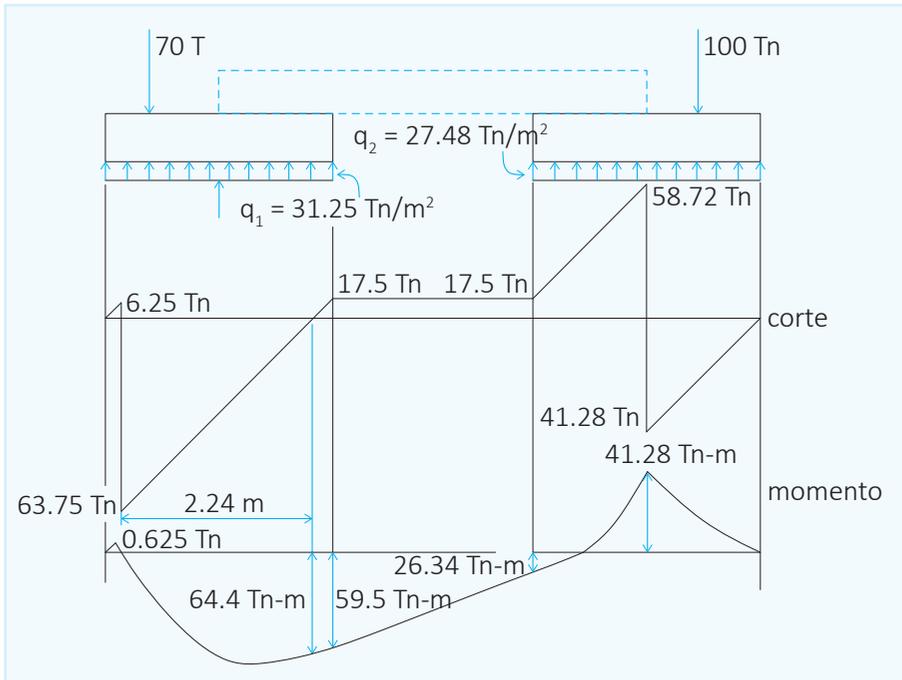
$$q_1 = 0.992 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_1 = 1 \text{ kg/cm}^2$$

- Dimensionar zapata Z_2

$$A_2 = \frac{87.50}{10} = 8.25 \text{ m}^2$$

$$B_2 = 8.25 \Rightarrow B = \sqrt{8.25} = 2.88 \text{ m} \Rightarrow \text{Usar } (3 \text{ m})(3 \text{ m})$$

$$q_2 = \frac{82.5}{(3)(3)} = 9.16 \text{ Tn/m}^2 = 9.16 \text{ kg/cm}^2$$



- Diseñar el acero máximo en zona de zapata para las vigas para momento máximo = 64.4 Tn - m

$$\therefore A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)} \quad a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

Considerar $\frac{I_{\text{viga}}}{I_{\text{zapata}}} > 2$

- Diseñar la viga para $M = 59.5 \text{ Tn-m}$
 $V = 17.5 \text{ Tn-m}$
- Diseñar las zapatas en elevación (similarmente a zapatas “aisladas”) tanto
Para (a) corte por flexión
Para (b) corte por punzonamiento

1.7 Losas de cimentación

Métodos aproximados para el diseño de losas de cimentación:

- Método convencional
- Método de diferencias finitas
- Método de elementos finitos

Solamente se desarrollará el primero de los nombrados:

A. Método convencional

Se usa cuando las columnas están espaciadas en forma similar unas con otras, tanto en el sentido "X" como en el "Y", y las cargas de las columnas no varían más del 20 %.

$$q = R \left(\frac{1}{A} \pm \frac{e_x \cdot X}{I_y} \pm \frac{e_y \cdot Y}{I_x} \right)$$

R = De las cargas de las columnas

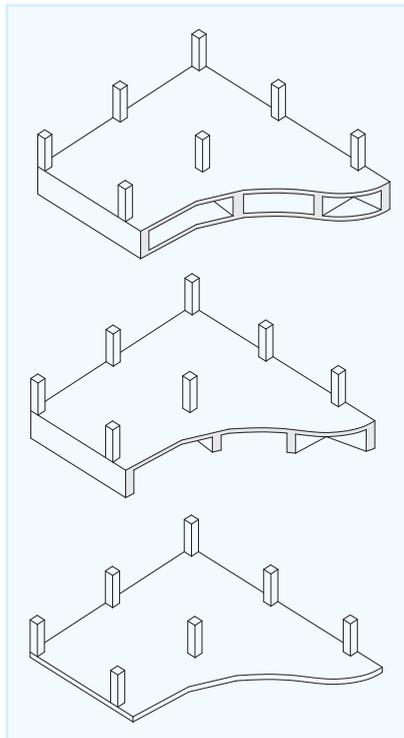
A = Área de la losa

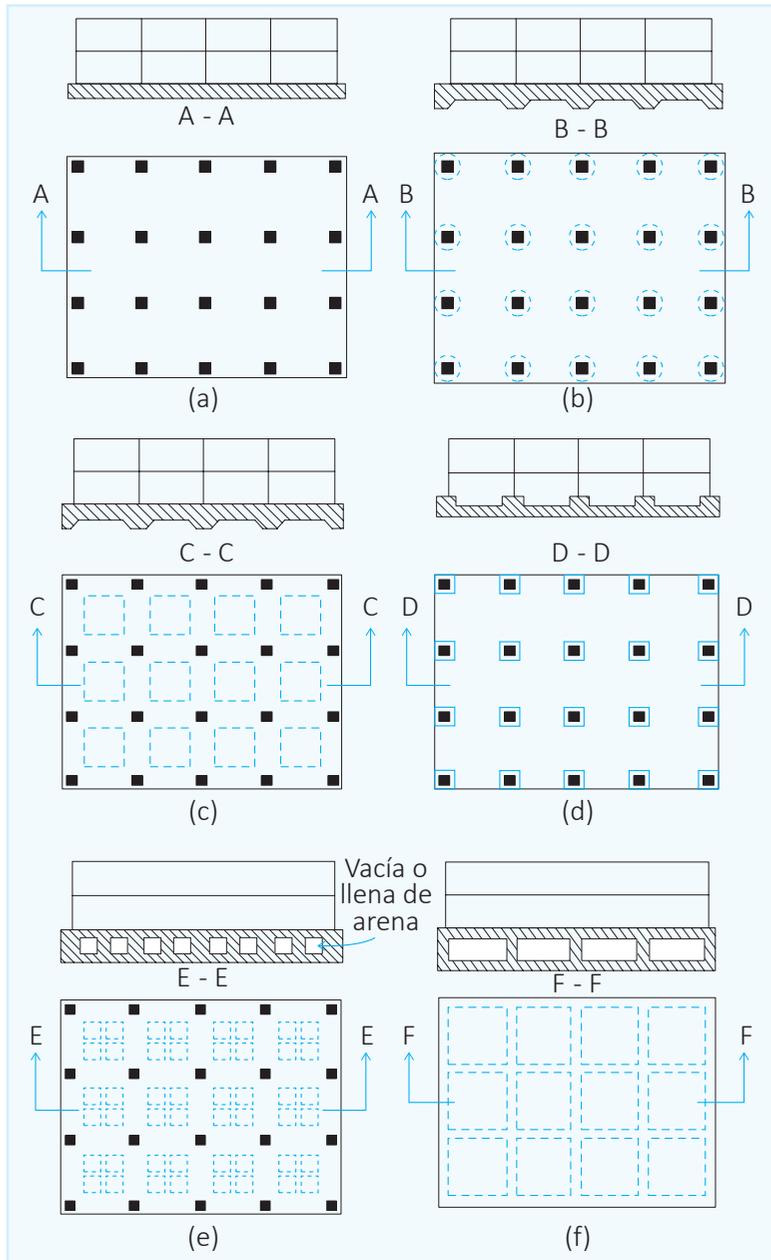
I_x, I_y = Momento de inercia en planta del área de la losa para "X" e "Y"

$$I_x = \frac{L \cdot B^3}{12} \quad ; \quad I_y = \frac{B \cdot L^3}{12}$$

e_x, e_y = Excentricidad de la resultante vertical con respecto al eje centroidal

Tipos de losas de cimentación





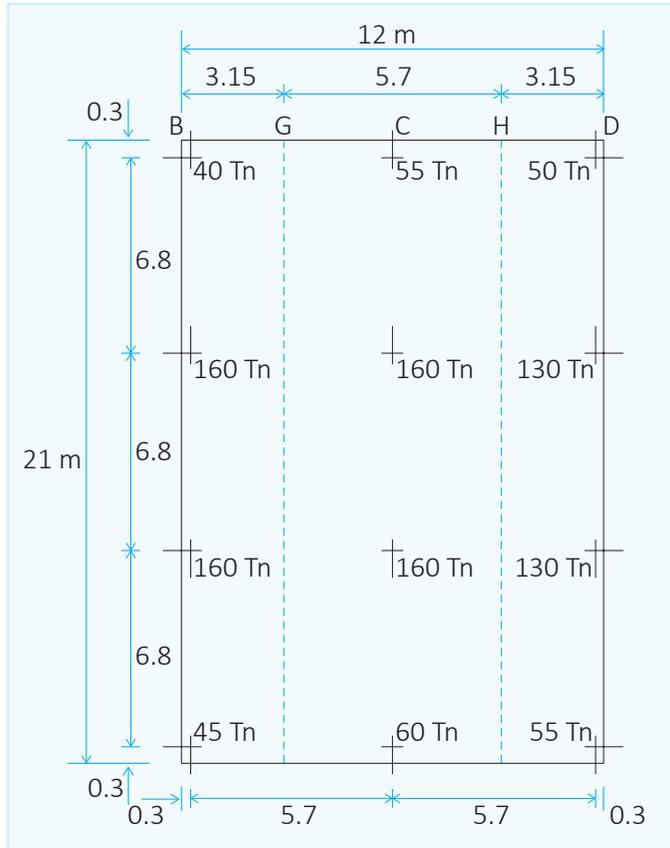
Ejemplo

Diseñar una losa de cimentación por el método convencional.

$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ columnas (40)(40)

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ $LF = \frac{P_u}{P_s} = 1.6$

$Tt = 1 \text{ kg/cm}^2$



Solución

Paso 1

Encontrar la magnitud y ubicación de la resultante.

$$P_T = 40 + 55 + 50 + 45 + 60 + 55 + 4(160) + 2(130) = 1205 \text{ Tn}$$

Cálculo de e_x

Tomar momentos con respecto al eje AB.

$$\bar{x} = 5.51 \text{ m}; e_x = - 0.19 \text{ (izquierda del centro)}$$

Cálculo de e_y

Tomar momentos con respecto al eje AE.

$$\bar{y} = 10.07 \text{ m}; e_y = - 0.13 \text{ (debajo del centro)}$$

Paso 2

Encontrar la presión del suelo en algunos puntos de la losa.

$$q = \frac{V}{A} \pm \frac{M_x Y}{I_x} \pm \frac{M_y X}{I_y} \quad (a)$$

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{12 (21)^3}{12} = 9261 \text{ M}^4$$

$$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{21 (12)^3}{12} = 3024 \text{ M}^4$$

$$M_x = (0.13) 1205 = 156.65 \text{ Tn-m}$$

$$M_y = (0.19) 1205 = 228.95 \text{ Tn-m}$$

Reemplazando en (a)

$$q = 4.78 \pm 0.0169 Y \pm 0.0757 X$$

Reemplazando valores para X e Y, se tiene la siguiente tabla para presiones en puntos representativos de la losa.

Tabla de presiones						
Punto	V/A	Y	X	0.0169 Y	0.0757 X	q (Tn/m ²)
A	4.78	-10.5	-6	+0.1775	+0.4542	5.4117
B	4.78	10.5	-6	-0.1775	+0.4542	5.0567
C	4.78	10.5	-	-0.1775	-	4.6025
D	4.78	10.5	6	-0.1775	-0.4542	4.1483
E	4.78	-10.5	6	+0.1775	-0.4542	4.5033
F	4.78	-10.5	-	+0.1775	-	4.9575
G	4.78	10.5	-2.85	-0.1775	+0.2157	4.8182
H	4.78	10.5	2.85	-0.1775	-0.2157	4.3868
I	4.78	-10.5	-2.85	+0.1775	+0.2157	5.1732
J	4.78	-10.5	2.85	+0.1775	-0.2157	4.7418

Paso 3

Encontrar la altura de la cimentación.

a) Por corte por punzonamiento

$$\text{Perímetro} = 2 \left(0.3 + \frac{0.4 + d}{2} \right) + 0.4 + d$$

$$\text{Perímetro} = 1.4 + 2d$$

$$P_u = \text{Perímetro} \cdot d \cdot V_u$$

$$V_{u \text{ máx}} = V_{uc}$$

$$V_{uc} = \phi 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} = (0.85)(0.27)(6)\sqrt{210}$$

$$V_{uc} = 19.95 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Pero } V_{ucm\acute{a}x} = \phi 1.1 \sqrt{f'_c} = (0.85)(1.1)\sqrt{210}$$

$$V_{ucm\acute{a}x} = 14.55 \text{ kg/cm}^2 \text{ (usar)}$$

$$\therefore (160)(1.6) = (1.4 + 2d) d \cdot V_{uc}$$

$$(160000)(1.6) = (140 + 2d) d (14.55)$$

$$256000 = 2037 d + 29.1 d^2$$

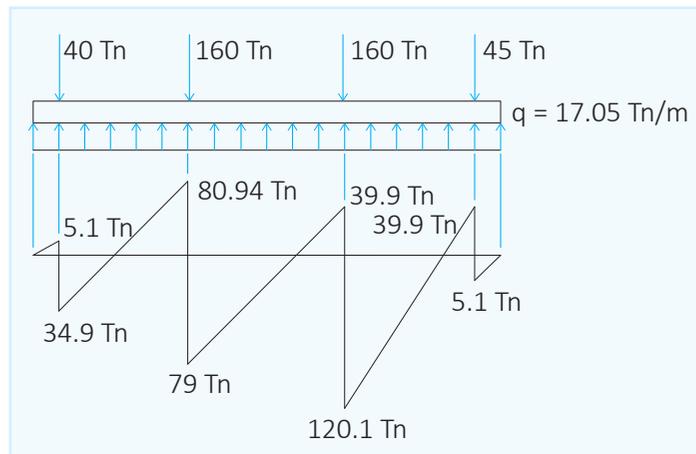
$$d^2 + 70 d - 8797.25 = 0$$

$$d = 66 \text{ cm}$$

b) Corte por flexión:

$$q_{m\acute{a}x} = 5.4117 \text{ Tn/m}^2 \text{ (franja ABGI)}$$

Asumir $V_{m\acute{a}x} = 190.1 \text{ Tn}$



$$V_u = \frac{120000}{(66)(315)} = 5.77 \text{ kg/cm}^2 \quad \phi = 0.85$$

$$V_{uc} = \phi 0.53 \sqrt{210} = 6.528 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_u < V_{uc} \therefore \text{OK}$$

Usar $d = 66 \text{ cm}$

Paso 4

Encontrar el acero longitudinal.

- Considerando la franja de losa como una viga continua, podrá tratarse como tal, pero deberán hacerse las correcciones respectivas por haberlas considerado individualmente para encontrar momentos.
- Puede hallarse los momentos flectores en forma simplificada.

- a) Para tramos interiores $\left\{ \begin{array}{l} \text{En columna } (-) \\ \text{En tramo } (+) \end{array} \right.$

$$M = \frac{w(1^2)}{10}$$

- b) Para tramos externos

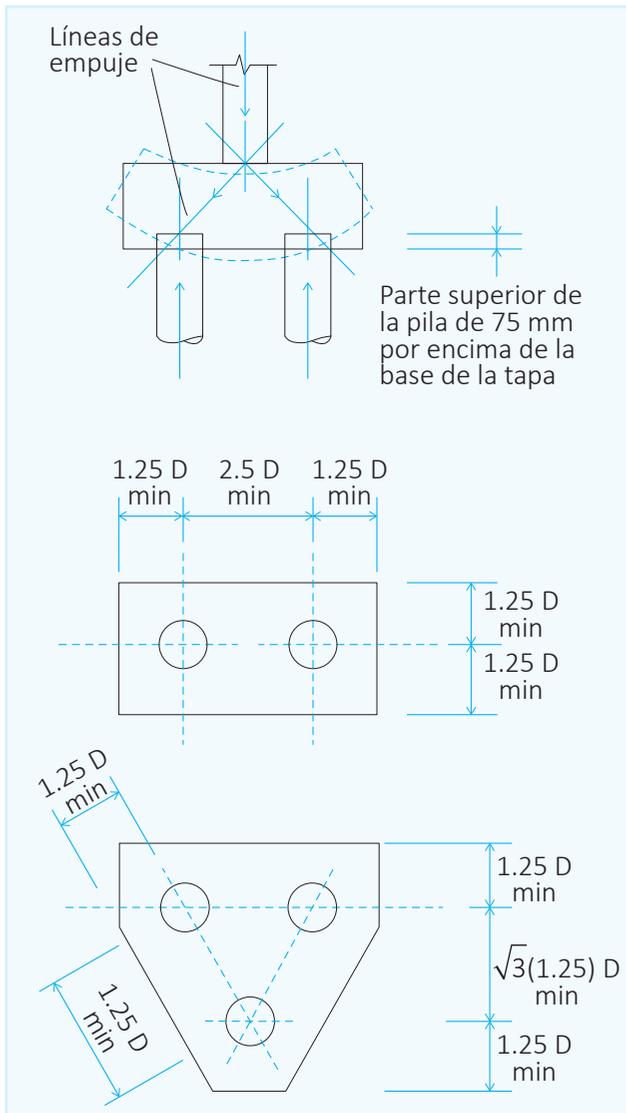
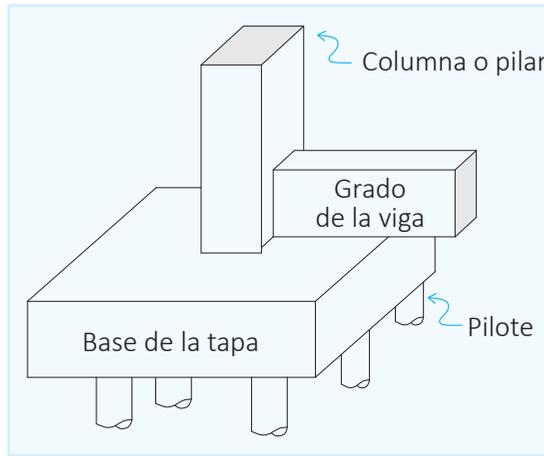
$$M = \frac{w(1^2)}{8} \text{ a } M = \frac{w(1^2)}{9}$$

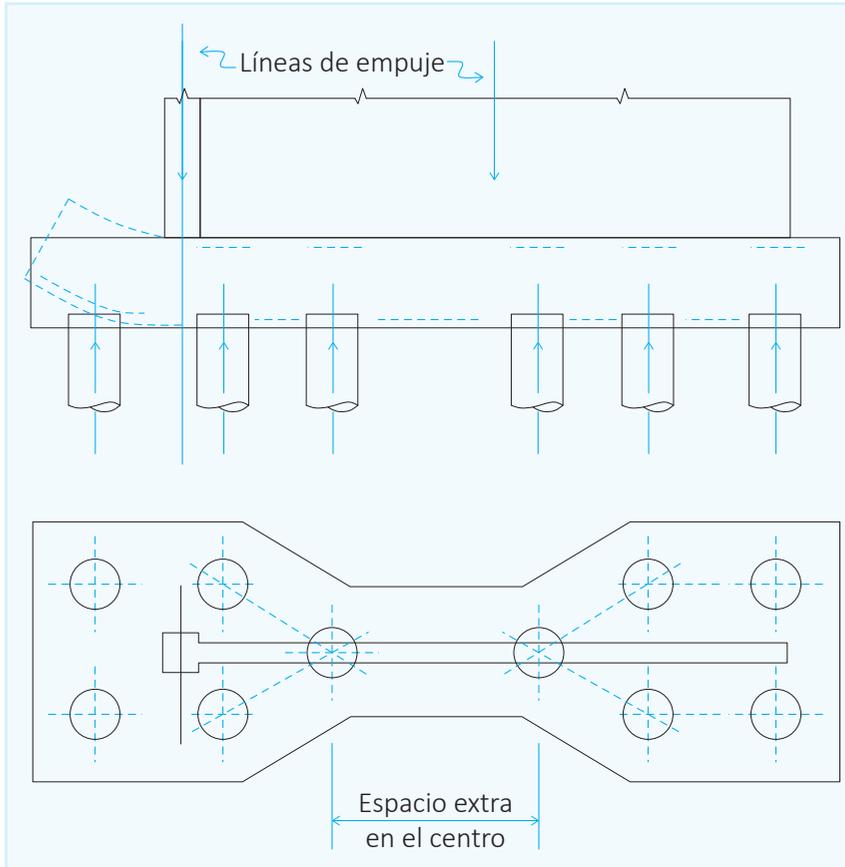
1.8 Cimentaciones con pilotes

A. Pilotes

Los pilotes son elementos estructurales relativamente largos y esbeltos, fabricados de concreto, acero o madera que utilizan para algunos de los siguientes fines:

1. Pilotes por punta: Transmiten las cargas de la estructura a través del agua, estratos blandos o rellenos no controlados, hasta capas más profundas de mayor capacidad de carga.
2. Pilotes por fricción: Transmiten las cargas a suelos relativamente blandos por medio de la fricción que se genera a lo largo de la superficie del pilote.
3. Pilotes de socavación: Atraviesan zonas del terreno expuestas a la socavación para prevenir y asegurar la estabilidad de la estructura que soportan.
4. Pilotes de compactación: Compacta los suelos, granula sueltos aumentando su densidad, lo que a su vez genera aumento en su capacidad de carga.
5. Pilotes de anclaje: Son pilotes que sirven para anclar estructuras sujetas a levantamiento por subpresión hidrostática, hinchamientos, empujes de tierra o cargas horizontales o inclinadas.
6. Pilotes de protección o dolphina: Sirven de protección a las estructuras mínimas, contra el impacto de barcos u otros objetos flotantes.





B. Capacidad de carga de pilotes en grupo

Para pilotes por punta sobre estratos duros no comprensibles, el asentamiento total que experimenta es igual al acortamiento elástico del pilote más la deformación por fluencia del material. Para este caso se cumple lo siguiente:

$$Q_g = N \cdot Q_p$$

Donde: Q_g = Carga de todo el grupo
 Q_p = Capacidad individual del pilote
 N = Número de pilotes en el grupo

Considerando iguales asentamientos para todos los pilotes, tomando cada una igual porcentaje de la carga total. Como en la práctica, el suelo no es incompresible, y las consideraciones serán diferentes a las de arriba.

Pocas veces se tienen pilotes aislados, normalmente se colocan en grupos, el trabajo del grupo depende del tipo de suelo, de la separación entre los pilotes y de la forma de ejecución de los mismos. Se exige una separación mínima entre pilotes, debido a que cuando se encuentran muy juntos, los efectos se traslapan, reduciéndose la capacidad individual del pilote.

Evidentemente, colocar los pilotes muy separados mejora la estabilidad lateral, pero por razones de economía no es posible, ya que los cabezales serían muy grandes. Por estas razones, aparece un nuevo término llamado: "eficiencia de grupo" " E_g ".

$$E_g = \frac{\text{capacidad real del grupo}}{\text{suma de capacidad individuales}}$$

Considerando el caso general que los pilotes trabajan tanto por fricción como por punta, tendremos:

$$Q_g = E_g \cdot N \cdot Q_u$$

Donde:

Q_u = Capacidad de carga última de un pilote

a) Eficiencia en suelos granulares

El efecto de hincado aumenta la densidad del suelo, luego los hincados muy cercanos se hacen dificultosos por estar el suelo más denso. El efecto de compactación de un pilote en arena suelta se extiende como máximo una distancia de cuatro diámetros. Se hincan inicialmente a los pilotes centrales y luego los periféricos.

Se tendrá, además, al grupo como una sola unidad, e incluso como una pila formada por el área de todo el conjunto, con una eficiencia mayor que la unidad. Se establece que para pilotes hincados o espaciamiento de dos diámetros tiene un valor de eficiencia $E_g = 2$ y para distancias de seis diámetros $E_g = 1$.

Para condiciones intermedias, se recomienda interpolar linealmente entre esos 2 valores. Estos valores son válidos también para pilotes de camisa vaciados en sitio. Para el caso de pilotes excavados en arena, no sucede la densificación del suelo, sino más bien se produce un aflojamiento, el cual da como resultado una eficiencia menor, pudiendo tomarse $E_g = 1$ para todos los casos.

b) Eficiencias en suelos cohesivos

El comportamiento de las arcillas es diferente a los suelos granulares, ya que los pilotes hincados, como los excavados, causan excesivo remoldeo del subsuelo, principalmente en las arcillas sensitivas. Existen muchas fórmulas para el cálculo de la eficiencia en arcillas, pero ninguna es realmente confiable porque no consideran todas las variables actuantes; se dará una tabla que considera también la separación de pilotes a ejes.

Valores de eficiencia en suelos cohesivos

Separación	Eficiencia E_g
10 D	1.00
8 D	0.95
6 D	0.90
5 D	0.85
4 D	0.75
3 D	0.65
2.5 D	0.55

Donde: D = diámetro del pilote

c) Grupos sometidos a levantamiento o fricción negativos

Cuando se presentan grupos de pilotes sujetos a fuerza de levantamiento, se toma como capacidad de carga Q_g el menor de los siguientes valores:

- La resistencia de un pilote simple por el número de pilotes del grupo.
- La resistencia del bloque, calculada como la suma de los siguientes términos:
 - Peso del cabezal más el de la tierra colocada arriba del mismo.
 - Peso del bloque de suelo comprendido en el grupo: longitud-ancho-altura.
 - Resistencia a la fricción a lo largo del perímetro del grupo.

Según Terzaghi-Peck, la carga Q_{fn} (fricción negativa) de todo el grupo debe ser la mayor de los dos siguientes conceptos:

- La fricción negativa que toma un pilote simple por el número de pilotes del mismo.
- La suma del peso del bloque del suelo comprendido en el grupo, más la fricción negativa que se genera a lo largo del área lateral del bloque.

d) Pilotes sujetos a fuerzas horizontales o inclinadas

En algunos casos, las fundaciones sobre pilotes están sometidas a cargas laterales provenientes de empujes de la estructura, debido a fuerzas de viento, sismo, presiones de tierra o agua.

Las normas venezolanas permiten lo siguiente al respecto:

“En suelos granulares o en suelos cohesivos húmedos, no se permitirá ninguna fuerza lateral superior a 500 kg sobre un pilote vertical, a menos que se demuestre, por medio de ensayos, que el pilote es capaz de soportar una fuerza lateral igual al doble de la que efectivamente deba resistir sin que el corrimiento en la superficie del suelo, y en dirección de la fuerza sea mayor a 1.5 cm, y que resiste la misma fuerza lateral sin que se produzca un desplazamiento a nivel de la superficie del terreno superior a 0.5 cm. En caso contrario, será necesario absorber las fuerzas laterales por medio de pilotes inclinados o por medio de otros sistemas. Los mismos criterios se aplicarán cuando el pilote forma parte del grupo”.

A continuación, se dan valores de pruebas de cargas horizontales hechas a pilotes verticales de concreto, que admiten movimientos laterales de seis milímetros.

Pilote de concreto	Extremo superior	Tipo de suelo	Carga admisible
Diámetro del pilote 40 cm	Libre o empotrado	Arena media	3.50 Tn
		Arena fina	2.75 Tn
		Arcilla media	2.50 Tn

La condición de empotramiento se consigue embebiendo el pilote 60 cm mínimo en el cabezal.

e) Arreglos de grupos de pilotes y separaciones mínimas

- Las normas prácticas para el cálculo de edificios exigen lo siguiente:
 - Separación mínima para los pilotes hincados que se apoyan sobre roca o grabadura ... 2 diámetros
 - Separación mínima para los pilotes por fricción ... 2.5 diámetros
 - Separación mínima para los pilotes excavados y vaciados en sitio ... 90 cm
- Según Terzaghi y Peck se tiene:
 - En pilotes resistentes de punta hincados hasta la roca o a través de estratos de arcilla blanda hasta la arena, poco después de haber cubierto la superficie natural con relleno ... 2.5 diámetro
 - En pilotes resistentes de punta, hincados a través de estratos menos comprensibles hasta alcanzar arena densa o en pilotes de fricción en arena suelta ... 3 diámetro
 - En pilotes resistentes de punta, hincados hasta alcanzar arcilla compacta o en pilotes de fricción, en arcilla blanda ... 3 a 3.5 diámetro

Los pilotes deben arreglarse en la forma geométrica más compacta posible, para lograr esfuerzos mínimos dentro del cabezal, aunque estos cabezales se construyen directamente sobre el terreno; en la práctica es conveniente suponer que no existe soporte.

f) Diseño de cabezales

Normalmente, la carga de una columna es tal que requiere ser soportada por un grupo de varios pilotes, de tal forma que no exceda la capacidad de soporte máxima de cada pilote. Por consiguiente, es necesario transferir correctamente la carga de la columna a los pilotes, de manera que cada pilote cargue su parte. Esta transferencia se consigue construyendo sobre el grupo de pilotes, un cabezal rígido y se asume:

- Que el cabezal es perfectamente rígido.
- Que existen articulaciones en las partes superiores de los pilotes.
- Que los asentamientos y la distribución de esfuerzos sea lineal.

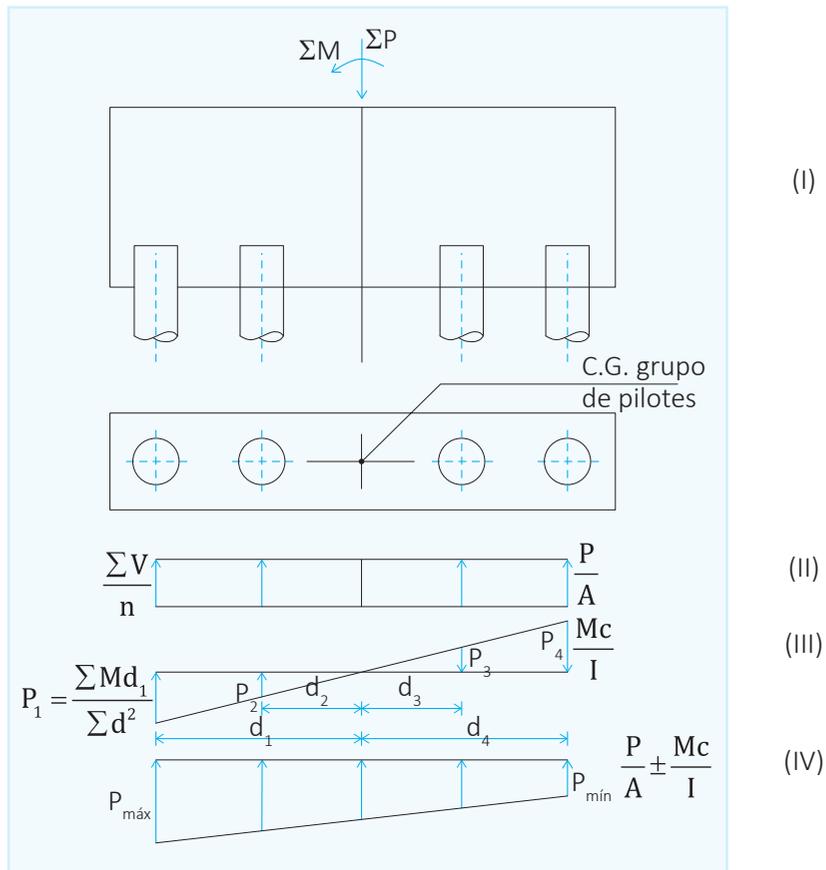
Evidentemente, lo dicho anteriormente no es absolutamente cierto, pero simplifica el diseño y, si bien en un principio pudiera ocurrir una repartición de cargas no muy uniforme en los pilotes, luego se producirá un reajuste de cargas sobre los pilotes que mantendrá finalmente el sistema en equilibrio, distribuyendo las cargas proporcionalmente.

Existen también otras formas de ordenación de grupos de pilotes, como para sostener muros o pantallas en zapatas corrida.

Los procedimientos de diseño son de naturaleza empírica. Existen principalmente dos métodos:

- Como elemento sometido a flexión y cortante.
- Como una estructura reticular o método de las bielas.

Cálculo de reacción de los pilotes sometidos a P y M



$$M = P_1 d_1 + P_2 d_2 + P_3 d_3 + P_4 d_4 \quad (1)$$

$$\frac{P_1}{d_1} = \frac{P_2}{d_2} = \frac{P_3}{d_3} = \frac{P_4}{d_4} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{\sum M \cdot d_1}{d^2} \\ P_2 &= \frac{P_1 \cdot d_2}{d_1} \\ P_3 &= \frac{P_1 \cdot d_3}{d_1} \\ P_4 &= \frac{P_1 \cdot d_4}{d_1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Sustituyendo P_2, P_3, P_4 en la ecuación (1)

$$\sum M = \frac{P_1 \cdot d_1^2}{d_1} + \frac{P_1 \cdot d_2^2}{d_1} = \frac{P_1 \cdot d_3^2}{d_1} + \frac{P_1 \cdot d_4^2}{d_1} \quad (4)$$

Resolviendo para P_1

$$P_1 = \frac{\sum M d \ell}{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2} = \frac{\sum M d \ell}{d^2} \quad (5)$$

Similarmente a lo hecho para P_1 podrá hacerse para cualquier otro pilote.

∴ La reacción total de cualquier pilote será:

$$P = \frac{\sum V}{N} \pm \frac{\sum M d}{\sum d^2} \quad (6)$$

Donde:

P = Reacción total de un pilote producida por P y M

$\sum V$ = Sumatoria de cargas verticales

$\sum M$ = Sumatoria de momentos respecto al centro de gravedad

$\sum M = V \cdot e$

N = Número de pilotes en el grupo

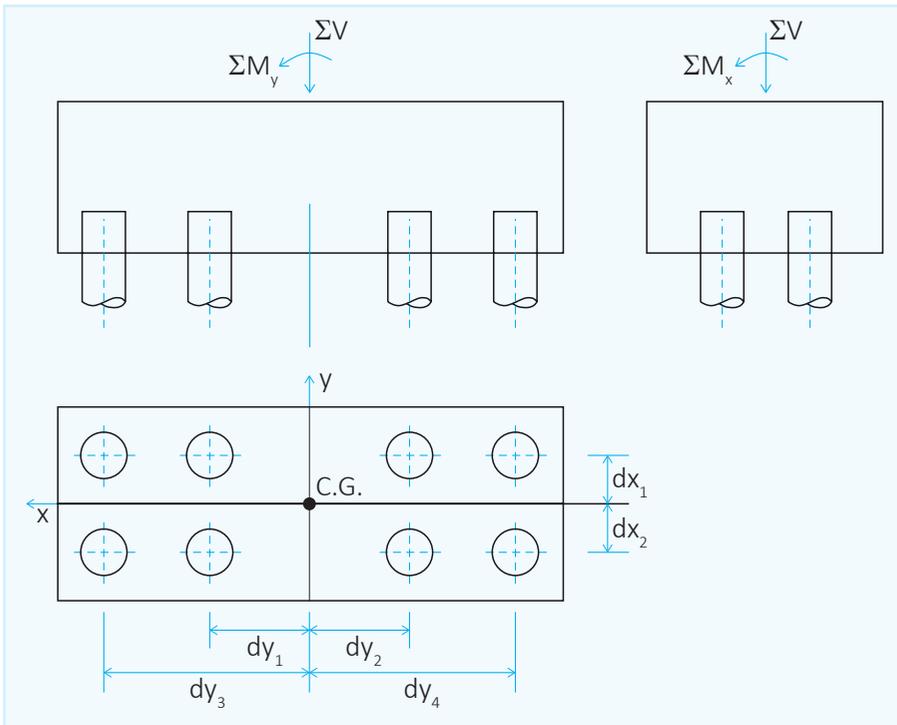
d = Distancia del centro de gravedad del grupo al pilote en estudio

$\sum d^2$ = Suma de las distancias al cuadrado el C.G. del grupo a cada pilote

Cálculo de la reacción de pilotes sometidos a P, M_x, M_y

Análogamente a los análisis de presiones realizados para zapatas aisladas, podemos concluir que cuando se tiene momentos en los dos sentidos, la ecuación general será:

$$P = \frac{\sum V}{N} \pm \frac{\sum M_x dx}{\sum d_x^2} \pm \frac{\sum M_y dy}{\sum d_y^2}$$



1.9 Recomendaciones particulares del código CEB

1.9.1 Resistencia al corte

El corte referencial será tomado igual a la componente normal de la resultante de las fuerzas aplicadas a uno u otro de la sección del cabezal limitado por la Sección de Referencia.

$$\text{Fuerza cortante} = T \leq 0.90 b_2 d \left(1 - \frac{a}{5d} \right) \sqrt{f'_c}$$

La sección de referencia se establece perpendicularmente a la superficie del cabezal, y su ancho está dado por:

$$b_2 = b + d$$

En donde “b” es la dimensión de la columna media, paralelamente a la sección, y “d” es la altura útil. La distancia “a” es la distancia desde el borde de columna al centro del pilote más alejado.

En Fig. 1.1 se indican los casos típicos para la consideración de las secciones de referencia.

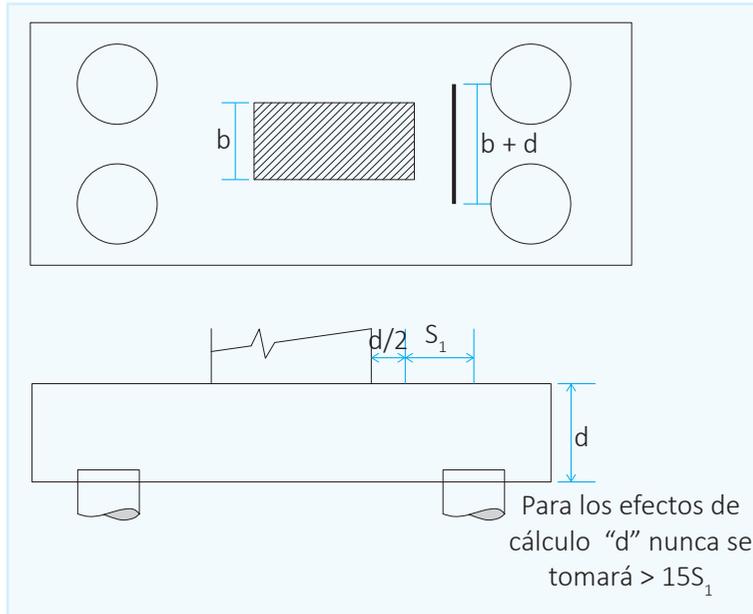
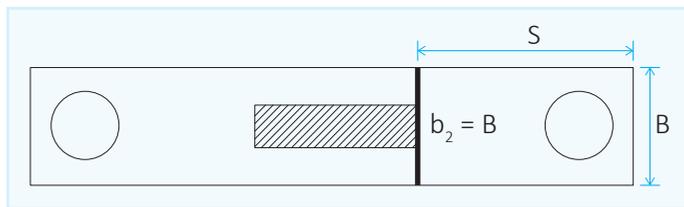
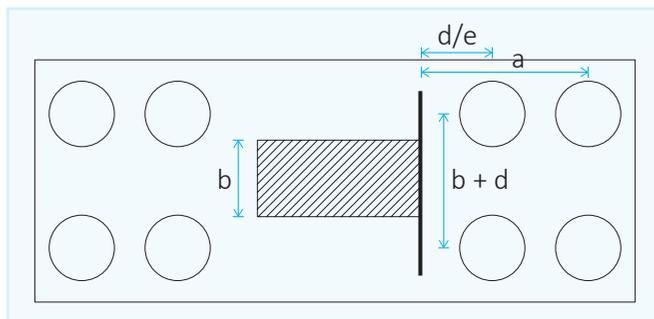


Fig. 1.1 Definición de la sección de referencia

Caso a: Cabezal con sección de referencia en posición normal



Caso b: Cabezales alargados ($5 > 1.5 B$)



Caso c: Cabezales con pilotes ubicados dentro de la sección de referencia

1.9.2 Resistencia local al corte

La resistencia local al corte será verificada en cualquier sección del cabezal, cuyas características geométricas y la localización de las reacciones puedan producir circunstancias muy desfavorables, como por ejemplo pilotes en las esquinas (Fig. 1.2). En este caso:

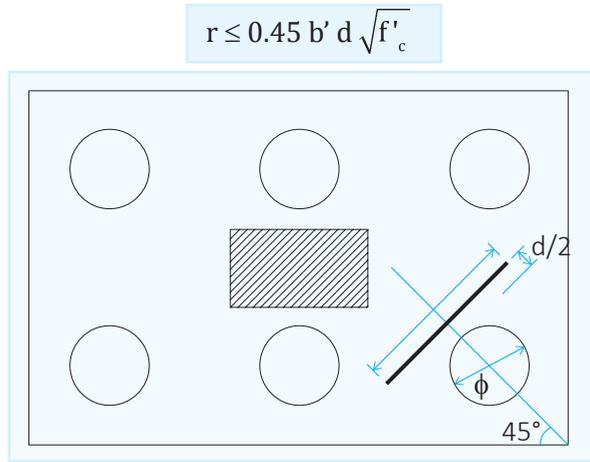


Fig. 1.2 Sección de referencia para efecto de corte local

1.9.3 Refuerzos secundarios

En principio, los refuerzos secundarios distribuidos horizontal y verticalmente no se requieren, excepto para cabezales sobre dos pilotes.

En Fig. 1.3 se indican los aceros secundarios mínimos para este caso.

El corte debe ser totalmente resistido por el concreto (nada por acero), excepto en cabezal de 2 pilotes.

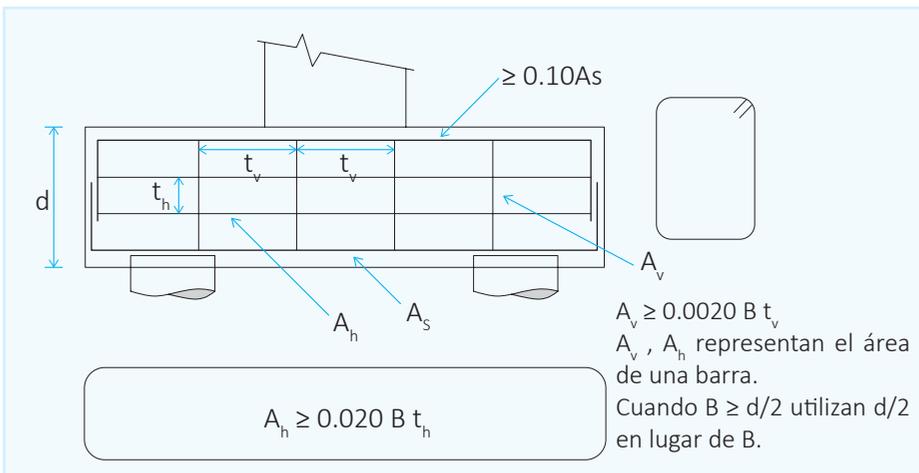


Fig. 1.3 Requisitos particulares para cabezales sobre dos pilotes

1.10 Diseño de cabezales de acuerdo a los criterios del código ACI

1.10.1 Verificación del corte y el punzonado

Siempre y cuando los pilotes estén lo suficientemente alejados de la columna como para que no estén incluidos total o parcialmente dentro de las secciones críticas establecidas para corte y punzonado (Fig. 1.4) la verificación es inmediata, y se hace mediante las fórmulas típicas utilizadas para zapatas.

El ACI exige que:

$$V_u \leq \phi(V_c + V_s)$$

Donde:

V_u = Corte último actuante

V_c = Corte resistido por el concreto

V_s = Corte resistido por el acero (no usar)

Por razones constructivas y económicas no es conveniente el uso de acero para absorber corte, en ese caso V_s es igual a cero.

Las resistencias definidas por el ACI son:

a) Para el efecto corte

Las secciones críticas se consideran a la distancia d .

$$V_c \leq 0.53\sqrt{f'_c} bd$$

A menos que se quiera hacer un cálculo más detallado o se desee disminuir la altura útil requerida:

$$V_c \leq \left(0.53\sqrt{f'_c} + 175\rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) bd$$

Pero nunca mayor de $0.93\sqrt{f'_c} bd$

$\rho_w = 0.0033 (A_{s\min})$ porque no se conoce, se asume y es suficiente.

Es esta fórmula ρ_w el porcentaje de acero a tracción en la sección analizada y V_u , M_u el corte y el momento últimos actuando simultáneamente en dicha sección.

En ningún caso de tomarse el factor $\frac{V_u d}{M_u}$ mayor de 1.0.

b) Para el efecto de punzonado

Las secciones críticas se consideran a la distancia $d/2$.

$$V_c \leq 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d$$

Pero nunca mayor de $1.06 \sqrt{f'_c} b_o d$

Donde:

β_c = Relación entre el lado mayor y el lado menor del área donde se concreta la carga

b_o = Perímetro de la sección crítica

En una mayoría de los casos prácticos se presenta el problema de la poca separación entre pilotes y el gran espesor de los cabezales, lo cual ocasiona que las secciones críticas incluyan parcial o totalmente a los pilotes (Fig. 1.5). En esos casos el ACI no especifica requerimientos específicos. Sin embargo, de acuerdo con investigaciones recientes, se pueden utilizar para el diseño los criterios dados a continuación.

A. Criterio de corte para vigas de mucha altura

En estos casos pueden utilizarse los requisitos del artículo 11.8 el cual anexa. En las figuras que se presentan a continuación se indican casos típicos, aunque se hace la advertencia de que en los cabezales sobre dos pilotes no está muy correcta la aplicación de estos requisitos, ya que se puede suponer mejor un comportamiento en forma de ménsulas.

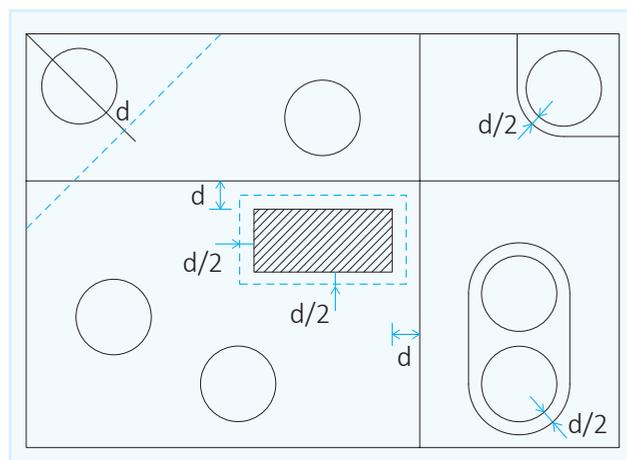


Fig. 1.4(a) Secciones críticas para corte y punzonado

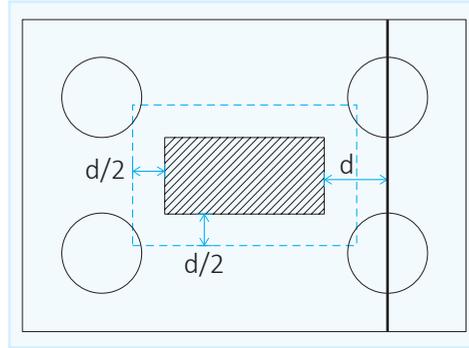
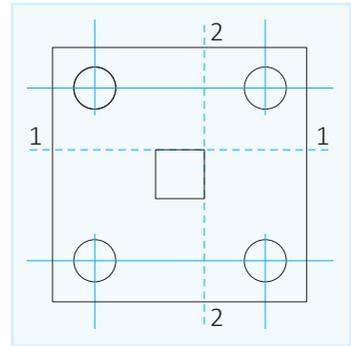


Fig. 1.4(b) Caso donde los pilotes quedan comprendidos dentro de las secciones críticas

a) Diseño de cabezales como elementos sometidos a flexión y cortante

- Zona crítica por flexión:

Se consideran los pilotes actuando como cargas puntuales sobre la zapata zonas críticas (1-1) (2-2). Igualmente, en las otras dos caras opuestas de la columna.

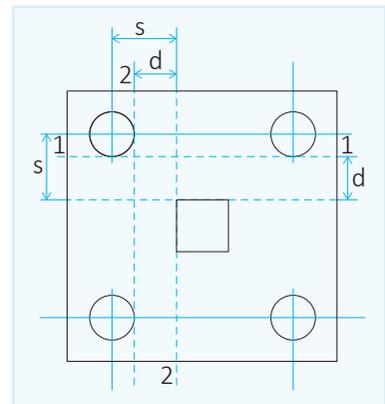


- Zona crítica de corte por flexión (1-1)(2-2)

Si $d > 5$

$$V_c \leq \left(\frac{d}{5}\right) \left(3.5 - 2.5 \frac{M_u}{V_u d}\right) \left(0.5 \sqrt{f'_c} + 175 \rho_w \frac{V_u d}{M_u}\right) b d$$

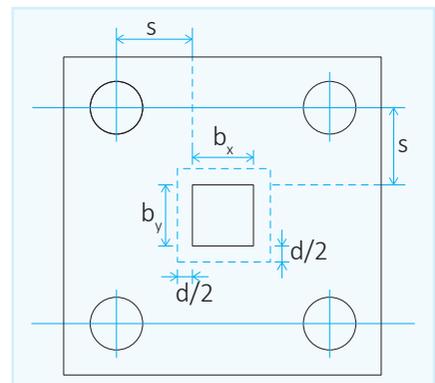
Pero no mayor de $2.5 \sqrt{f'_c} b d$



- Zona crítica de corte por punzonamiento

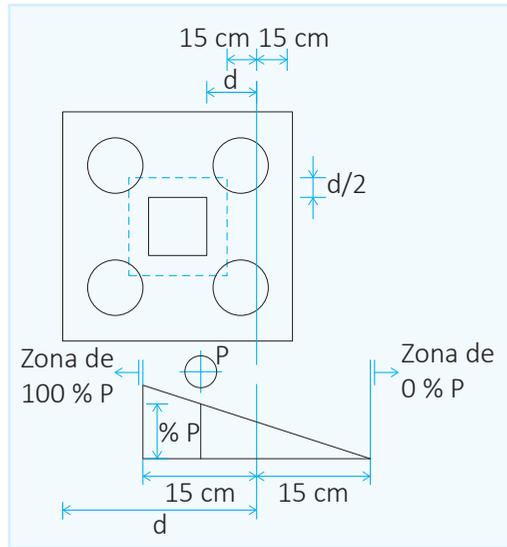
Si $\frac{d}{2} > 5$, $b_o = 2b_x + 2b_y$

$$V_c \leq \left(\frac{d}{5}\right) \left(1 + \frac{d}{b_x}\right) \left(0.53 \sqrt{f'_c}\right) b d \leq 8.5 \sqrt{f'_c} b_o d$$



Consideraciones por cortante

- Todo pilote ubicado dentro de 15 cm de su zona crítica no transmite carga.
- Todo pilote ubicado fuera de 15 cm de su zona crítica transmite carga plena.



Punzonamiento del pilote

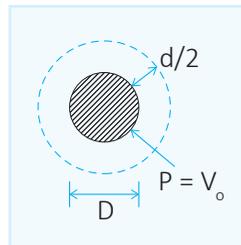
$$b_o = \pi(D + d)$$

d = Peralte del cabezal

D = Diámetro del pilote

$P = V_o$ = Carga del pilote

$$V_c = \frac{V_o}{b_o d}$$



1.11 Requisitos especiales para miembros a flexión de gran altura

1.11.1 Notación

a = Luz de corte, distancia entre una carga concentrada y la cara del apoyo.

A_v = Área del refuerzo para corte dentro de una distancia s , o área del refuerzo para corte perpendicular al refuerzo, para tracciones de flexión, dentro de una distancia s ; en el caso de miembros a flexión, dentro de una distancia “ s ”; en el caso de miembros a flexión de gran altura, cm^2 .

A_{vh} = Área del refuerzo para corte, paralelo al refuerzo para tracciones de flexión, dentro de una distancia s^2 , cm^2 .

b = Ancho de la cara comprimida de un miembro, cm .

b_w = Ancho del alma, o diámetro en el caso de una sección circular, cm .

- d = Distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal a tracción, pero no necesariamente menor de $0.80d$; el caso de miembros preformados, d (cuando se trata de secciones circulares, d no necesita ser menor que la distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del refuerzo a tracción en la mitad opuesta del miembro).
- f'_c = Resistencia especificada a compresión del concreto k/cm^2 .
- f_y = Resistencia especificada a la cedencia del acero no presentado, k/cm^2 .
- h = Espesor total del miembro cm .
- l_n = Luz libre medida cara a cara entre los apoyos, cm .
- M_u = Momento factorado en una sección.
- s = Espaciamiento del refuerzo por corte o por torsión en la dirección paralela al refuerzo longitudinal, cm .
- s_2 = Espaciamiento del refuerzo por corte o por torsión en la dirección perpendicular al refuerzo longitudinal, cm .
- V_c = Resistencia nominal al corte suplida por el concreto.
- V_n = Resistencia nominal al corte.
- V_s = Resistencia nominal al corte suplida por el refuerzo para corte.
- V_u = Fuerza de corte factorada en una sección.
- $\rho_w = \frac{A_s}{b_w d}$
- ϕ = Factor de reducción de la resistencia. (0.85 para corte y torsión).

1.11.2 Requisitos especiales para miembros a flexión de gran altura

- a) Los requisitos de la sección 11.8 aplicarán a miembros con $\frac{l_n}{d}$ menor de 5 , y cargados en el tope o en la cara comprimida.
- b) El diseño por corte de miembros a flexión de gran altura estará basado en las ecuaciones (I) y (II), donde la resistencia al corte V_c estará de acuerdo con la sección (e) y (f) y la resistencia al corte V_s lo estará con la sección (g).

$$V_u \leq \phi V_n \quad (I)$$

$$V_n = V_c + V_s \quad (II)$$

- c) La resistencia al corte V_n para miembros a flexión de gran altura no se tomará mayor de $2.1\sqrt{f'_c} b_w d$.

Cuando $\frac{l_n}{d}$ es menor de 2 .

Cuando $\frac{l_n}{d}$ está entre 2 y 5 :

$$V_n = 0.18 \left(10 + \frac{l_n}{d} \right) \sqrt{f'_c} b_w d \quad (III)$$

- d) La sección crítica para corte, medida a partir de la cara del apoyo, se tomará a una distancia de $0.15 l_n$ para vigas uniformemente cargadas, y de $(0.50a)$ para vigas con cargas concentradas, pero no mayor de "d".
- e) A menos que se efectúe un cálculo más detallado de acuerdo con la sección (f).

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (IV)$$

- f) La resistencia al corte V_c puede ser calculada por:

$$V_c = \left(3.5 - 2.5 \frac{M_v}{V_v \cdot d} \right) \left(0.5 \sqrt{f'_c} + 176 \rho_w \frac{V_u \cdot d}{M_u} \right) b_w d \quad (11.3)$$

Salvo que el término $\left(3.5 - 2.5 \frac{M_u}{V_u \cdot d} \right)$; no excederá de 2.5 y que V_c no se tomará mayor a $1.6 \sqrt{f'_c} b_w d$, M_u es el momento factorado actuando simultáneamente con V_u en la sección crítica definida en la sección (d).

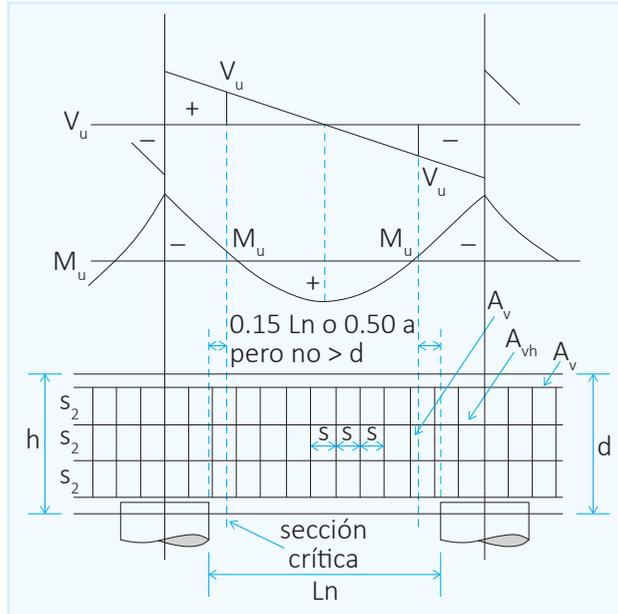
- g) Cuando la fuerza cortante factorada V_u supere a la resistencia al corte ϕV_c , se proveerá refuerzo para el corte a fin de satisfacer las ecuaciones correspondientes, donde la resistencia al corte V_s será calculada mediante:

$$V_s = \left[\frac{A_v}{s} \left(\frac{1 + l_n/d}{12} \right) + \frac{A_{vh}}{s_2} \left(\frac{11 - l_n/d}{12} \right) \right] f_y d$$

En esta fórmula, A_v es el área de refuerzo para corte perpendicular al refuerzo para tracciones por flexión dentro de una distancia s , y A_{vh} es el área de refuerzo para corte paralelo al refuerzo de flexión dentro de una distancia s_2 .

- h) El área de refuerzo al corte A_v no será menor de $0.0015 b_w s$, y s no excederá de $\frac{d}{5}$ ni de 45 cm.
- i) El área de refuerzo al corte A_{vh} no será menor de $0.0025 b_w s_2$, y s_2 no excederá de $\frac{d}{3}$ ni de 45 cm.
- j) El área de refuerzo al corte requerido en la sección crítica definida en la sección (d) se dispondrá en toda la luz.

1.11.3 Observaciones



$$A_v \geq 0.0015 b s s \leq \frac{d}{5} < 45 \text{ cm}$$

$$A_{vh} \geq 0.0015 b s_2 s_2 \leq \frac{d}{3} < 45 \text{ cm}$$

$$\phi(V_c + V_s) \geq V_u$$

Verificar previamente:

$$\text{Para } \frac{ln}{d} \leq 2: \frac{V_u}{\phi} \leq 2.16 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\text{Para } \frac{ln}{d} \text{ comprendido entre 2 y 5: } \frac{V_u}{\phi} = 0.18 \left(10 + \frac{ln}{d} \right) \sqrt{f'_c} b_w d$$

A menos que se efectúe un cálculo más detallado mediante la fórmula (11.29):

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

Por otra parte:

$$V_s = \left[\frac{A_v}{s} \left(\frac{1 + ln/d}{12} \right) + \frac{A_{vh}}{s_2} \left(\frac{11 - ln/d}{12} \right) \right] f_y d$$

Observación:

No sería prudente tomar en cuenta el efecto de A_{vh} , ya que este acero no se puede anclar lo suficiente como garantizar su contribución a la resistencia al corte.

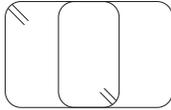
Para estribos simples (2 ramas):



$$\phi 3/8 \quad A_v = 1.42 \text{ cm}^2$$

$$\phi 1/2 \quad A_v = 2.54 \text{ cm}^2$$

Para estribos dobles (4 ramas):



$$\phi 3/8 \quad A_v = 2.84 \text{ cm}^2$$

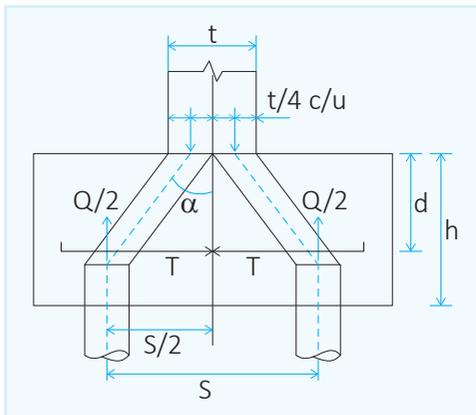
$$\phi 1/2 \quad A_v = 5.08 \text{ cm}^2$$

Cálculo por el método de las bielas

Consideraciones:

- Debido a la rigidez del cabezal, se supone la generación de un sistema de bielas.
- Cargas superiores son transmitidas hasta el acero en tracción.
- Sistema de bielas y acero en tracción deben estar en equilibrio.

Caso (a): Cabezal de dos pilotes



$$T = \frac{Q}{2} \tan \alpha = \frac{Q \left(\frac{S}{2} - \frac{t}{4} \right)}{d}$$

$$T = \frac{Q(2S - t)}{8d}$$

$$A_s = \frac{T}{f_s} \quad f_s = \phi f_y$$

$$\phi = 0.6$$

Ejemplo

Calcular el cabezal para dos pilotes que soporten:

$P = 220 \text{ Tn}$ (inc. el peso propio)

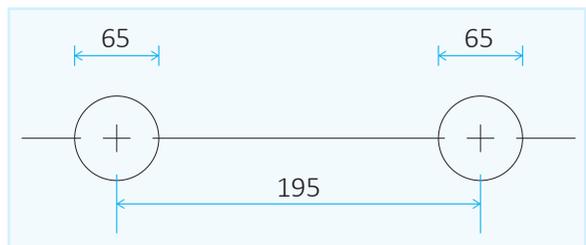
$D = 65 \text{ cm c/u}$ (diámetro de pilotes)

$P_{c/p} = 110 \text{ Tn}$ (peso que soporta cada pilote)

Columna: (75)(75) cm

$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



Asumiendo:

$$d = \frac{195}{2} = 97.3 \approx 100 \text{ cm}$$

$$h = 110 + 7 + 10 = 117 \text{ cm}$$

Ancho del cabezal:

$$65 + (2)(15) = 95 \text{ cm}$$

A. Por el método de corte y momento

a) Corte por flexión

$$d = 100 \text{ cm}$$

$$m = \frac{290 - 75}{2} = 107.5 \text{ cm}$$

Distancia de la carga a la carga de la columna

$$\frac{195 - 75}{2} + 15 = 75 \text{ cm}$$

Luego $100 > 75$ \therefore No hay cargas

b) Corte por punzonamiento

$$\frac{d}{2} = 50 \text{ cm} \qquad \frac{d}{2} + 15 = 65 \text{ cm}$$

$$a = \frac{1}{2} (1.95 - 0.75) = 60 \text{ cm}$$

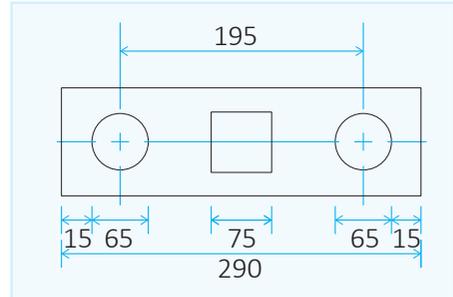
$60 < 65 \text{ cm}$ \therefore interpolar linealmente

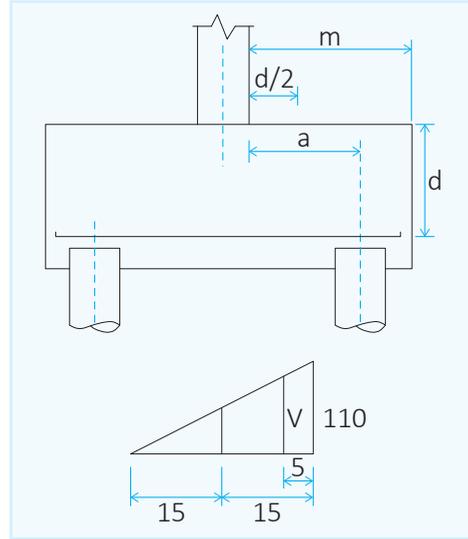
$$V = (110) \left(\frac{25}{30} \right) = 91.7 \text{ Tn}$$

$$V_c = \frac{91700}{(95)(100)} = 9.65 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_{uc} = 1.06 \phi \sqrt{f'_c} = (1.06)(0.85)\sqrt{210} = 13.06 \text{ kg/cm}^2$$

$$9.65 < 13.06 \text{ kg/cm}^2 \quad \therefore \text{OK}$$





Momento flector en la cara de la columna

$$M = (110)(0.60) = 66000 \text{ k-m}$$

$$A_s = \frac{6600000}{(0.9)(4200)(0.9)d} = 19.4 \text{ cm}^2$$

$$P_{\min} = 31.67 \text{ cm}^2 \Rightarrow 9 \phi \frac{7}{8}$$

Cálculo de la longitud de adherencia

$$l_d \begin{cases} l_d = \frac{(0.06)(3.879)(4200)}{210} = 67.46 \text{ cm} \\ l_d = (0.006)(2.223)(4200) = 56.01 \text{ cm} \\ l_d = 30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{d\min} = 67.46 \text{ cm (permisible)}$$

$$l_d = \frac{2.9 - 0.75}{2} - 0.075 = 1.00 \text{ m}$$

$$100 > 67,46 \therefore \text{OK}$$

B. Aplicando el método de las "Bielas"

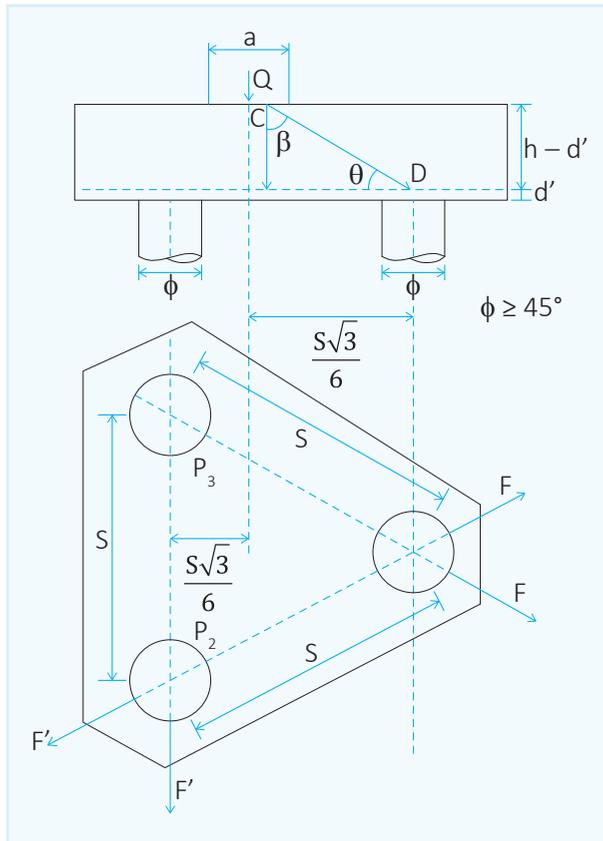
$$Q = 220 \text{ Tn} \quad S = 1.95 \text{ m} \quad t = 0.75 \text{ m} \quad d = 1.00 \text{ m}$$

$$T = \frac{220[(2)(1.95) - 0.75]}{(8)(1.00)} = 86.6 \text{ Tn}$$

$$A_s = \frac{86600}{(0.6)(4200)} = 34.46 \text{ cm}^2 \Rightarrow 9 \phi \frac{7}{8}$$

Caso (b): Cabezal de tres pilotes

Las mismas condiciones generales que para dos pilotes:



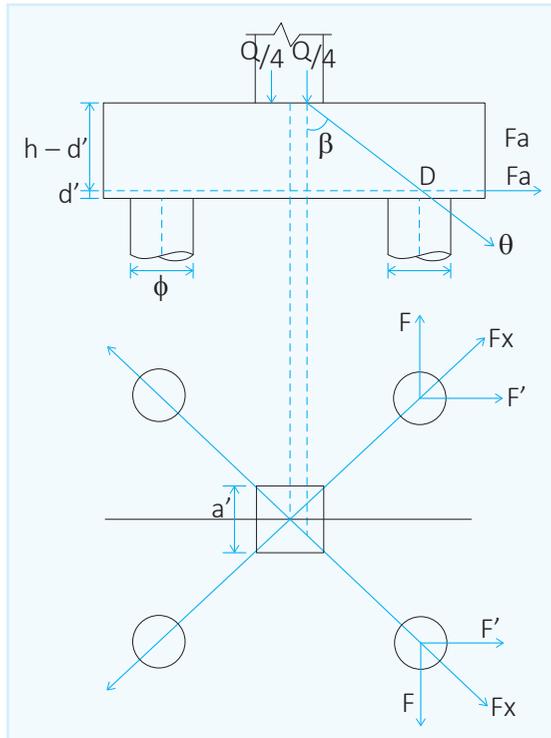
Considerando las dimensiones de la columna cuadrada:

$$F = \frac{QS}{9(h-d')} \left(1 - 0.553 \frac{a'}{S} \right)$$

$$F = \frac{QS}{9(h-d')} \left(1 - 0.544 \frac{a'}{S} \right)$$

Caso (c): Cabezal de cuatro pilotes

Similar a 2 y 3 pilotes:

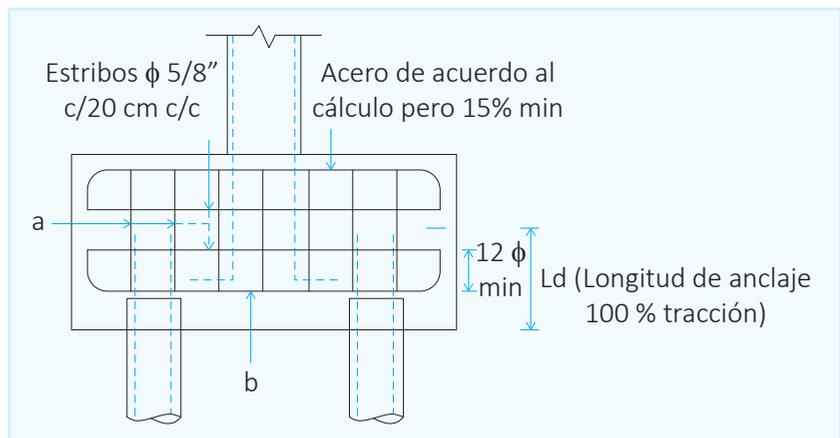


Considerando las dimensiones de una columna cuadrada:

$$F = \frac{QS}{8(h-d')} \left(1 - \frac{a'}{2S} \right)$$

Detalles para refuerzo de cabezales

Para cabezales pequeños grupos de 2 y 4 pilotes



- a) Estribos 0.2% del área en planta
- b) Acero de acuerdo al cálculo pero 15 % mín.

MUROS DE CONTENCIÓN

Son estructuras usadas para dar estabilidad al suelo u otros materiales, donde las condiciones del proyecto no les permiten continuar con su pendiente natural; se usan generalmente para soportar volúmenes de suelo, almacenamientos de mineral y agua.

De acuerdo a su forma, naturaleza y características se pueden clasificar en seis grupos:

1. Muros de gravedad
2. Muros en voladizo
3. Muros de contrafuerte
4. Muros de contención para puentes
5. Muros de sótano
6. Tablestacas

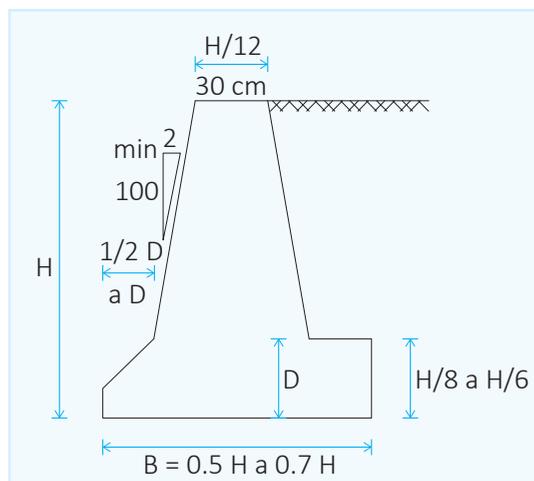
2.1 Muros de gravedad

Depende de su peso propio para la estabilidad del mismo, pudiendo ser de concreto o mampostería.

Generalmente, los muros de gravedad son de forma trapezoidal, pudiendo variar la parte posterior del elemento por ahorro de material. Las dimensiones del elemento deben ser tales que la resultante de las cargas caiga dentro del tercio medio de la base.

A. Predimensionado

Puede predimensionarse con los siguientes coeficientes:

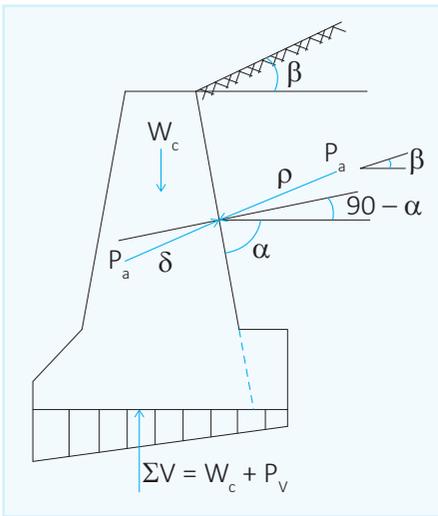


a) Cálculo de empujes laterales

La fuerza de empuje lateral de suelo o presión activa de suelo puede ser calculada por el método de: Coulomb o Rankine.

- Método de Coulomb: Se asume un deslizamiento muy pequeño en la cara posterior del muro, y la presión del suelo actúa normal al plano de la cara.
- Método de Rankine: Se incrementará un peso adicional del suelo comprendido entre el plano vertical y la inclinación de la cara del muro.

• Análisis de Coulomb



ϕ = Ángulo de fricción interna del material.

δ = Ángulo de fricción del muro

$$P_h = P_a \cos(90^\circ - \alpha + \delta)$$

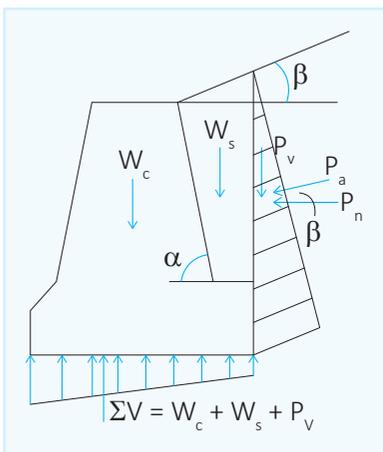
$$P_v = P_a \sin(90^\circ - \alpha + \delta)$$

R = Resultante de fuerzas verticales hacia abajo.

$$\bar{x} = \frac{\sum M \text{volteo}}{R}$$

$$P_a = 0.5 \gamma H^2 K_a$$

• Análisis de Rankine



$$K_a = \cos\beta \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi}}$$

$$P_v = P_a \sin\beta$$

$$P_h = P_a \cos\beta$$

$$P_a = 0.5 \gamma H^2 K_a$$

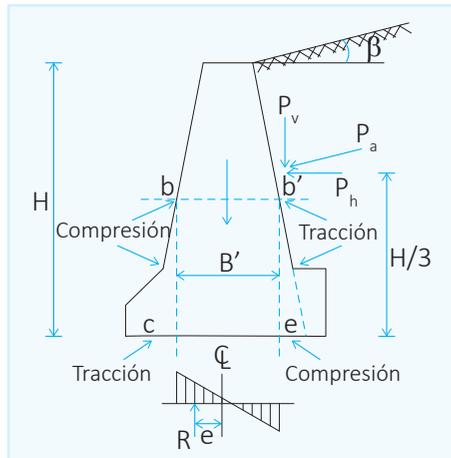
e = Excentricidad

$$e = \frac{B}{2} - \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum M \text{volteo}}{R}$$

B. Verificación de estabilidad y resistencia

- a. Ubicar puntos críticos.
- b. Cálculo de presiones.
- c. Verificación de estabilidad del muro.
- d. Ubicación de la resultante en la base.
- e. Cálculo de la presión actuante sobre el suelo.
- f. Verificación de corte y tensión en la punta.
- g. Verificación de esfuerzos en la unión del muro y la base.



$$f'_c = \frac{V}{100B'} \left(1 + \frac{6e}{B'} \right) \leq f_{cp}$$

$$f'_t = \frac{V}{100B'} \left(1 - \frac{6e}{B'} \right) \leq f_{tp}$$

R = Varía con la sección tomada.

En cualquier plano horizontal como bb' el corte (V) es:

$$V = \frac{PL}{100B'} \leq V_c$$

1. Esfuerzos permisibles

Flexión: $f_{tp} = 1.33 \phi \sqrt{f'_c}$ $\phi = 0.65$

Compresión: $f_{cp} = 0.85 \phi \sqrt{f'_c}$ $\phi = 0.70$

Cortante: $V_{cp} = 0.53 \phi \sqrt{f'_c}$ $\phi = 0.85$

2. Calcular el empuje de suelo usando el concepto de Rankine:

$$K_a = \cos\beta \cdot \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi}}$$

Para $\beta = 0 \Rightarrow$ usar $K_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{a} \right)$

$$P_a = 0.5 \gamma H^2 K_a$$

$$P_{ah} = P_a \cos \beta$$

$$P_{av} = P_a \sen \beta$$

W = Pesos de elementos = volumen $\times \gamma$

γ = Peso específico del material

3. Cálculo de la estabilidad del muro:

Σv = suma de pesos verticales

$$\text{Por volteo} = \frac{\Sigma M_{\text{estabilizantes}}}{\Sigma M_{\text{volteo}}} \geq \text{F.S.}$$

Deslizamiento f = coeficiente $\cdot \tan \phi$

$$F_R = f \times \Sigma v \quad (\text{admisible})$$

$$\frac{F_R}{P_a h} \geq \text{F.S.}$$

4. Ubicación de la resultante en la base (M respecto al punto O)

$$\bar{x} = \frac{\Sigma M_{\text{est}} - \Sigma M_{\text{volteo}}}{\Sigma V} \quad e = \frac{B}{2} - \bar{x}$$

5. Cálculo de la presión actuante sobre el suelo

$$q = \frac{\Sigma v}{L} \left(1 \pm \frac{6e}{L} \right) \begin{cases} q_{\text{máx}} \\ q_{\text{mín}} \end{cases}$$

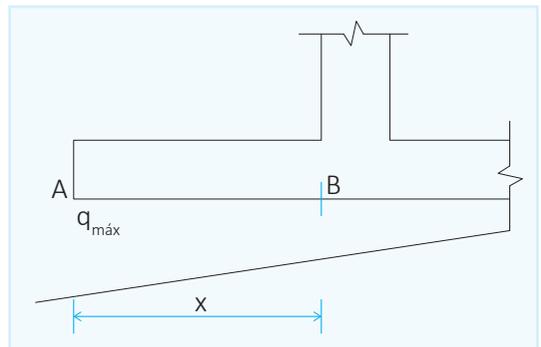
6. Verificación de corte y tensión en la punta

$$V = q_1 x + (q_{\text{máx}} - q_1) \frac{x}{2} \quad (\text{actuante})$$

$$M = q_1 \frac{x^2}{2} - (q_{\text{máx}} - q_1) \frac{x^2}{3} \quad (\text{actuante})$$

$$x = \overline{AB}$$

$$f_{c1} = \frac{M_c}{I} = \frac{6M}{bh^2} \quad (\text{actuante})$$



$$V_c = 0.53 \phi \sqrt{f'_c} \quad (\text{admisible}) \quad \phi = 0.85$$

$$f_f = 1.33 \phi \sqrt{f'_c} \quad (\text{admisible}) \quad \phi = 0.65$$

$$f_c = 0.85 \phi \sqrt{f'_c} \quad (\text{admisible}) \quad \phi = 0.70$$

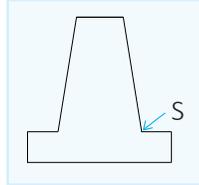
7. Verificar esfuerzos en tracción en la unión del muro y la base.

No considerar $\frac{P}{A}$, debido a P_{av} ni el peso del muro.

Usar los momentos, debido a P_{ah} , P_{av} y W y sumar momentos en Punto S.

$$f_{\text{tensión}} = \frac{6M}{bh^2}$$

$$f_{\text{compresión}} = \frac{P}{A} + \frac{6M}{bh^2}$$



Ejemplo

Diseñar un muro de contención de gravedad para sostener un embarcadero de 5.50 m. La base del muro está sobre un suelo de $\phi = 36^\circ$, $\gamma = 1922 \text{ kg/m}^3$.

El relleno tiene una pendiente de 10° con la horizontal un $\phi = 32^\circ$, $\gamma = 1762 \text{ kg/m}^3$. La capacidad portante del suelo es 3 kg/cm^2 . La base estará enterrada a 1.22 m. $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$.

F.S. (volteo) = 1.5 F.S. (deslizamiento) = 1.8

Solución: dimensionamiento

a) Cálculo del empuje lateral de suelo.

Usando la fórmula de Rankine:

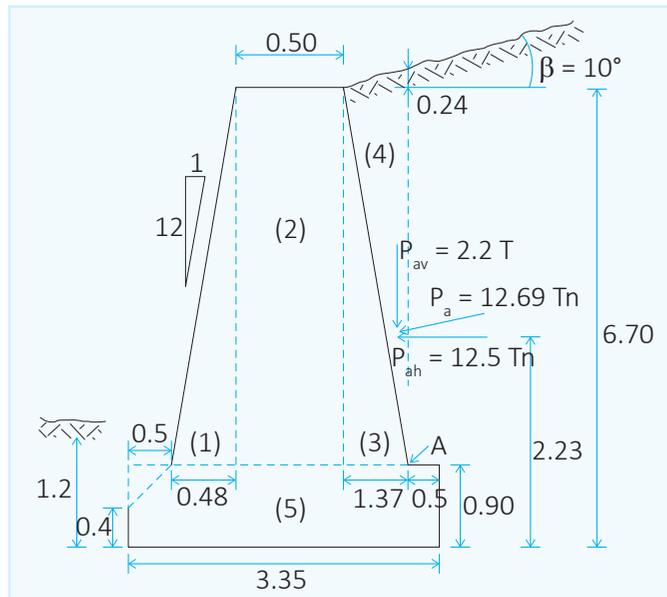
$$K_a = 0.321$$

$$P_a = 0.5 \gamma H^2 K_a = 0.5 (1.762) (6.7)^2 (0.321) = 12.69 \text{ Tn/m}$$

$$P_{ah} = 12.69 \cos 10^\circ = 12.50 \text{ Tn}$$

$$P_{av} = 12.69 \sin 10^\circ = 2.20 \text{ Tn}$$

$$W = 0.5 (6.04)(1.762)(1.37) = 7.29 \text{ Tn}$$



b) Cálculo de la estabilidad del muro.

Por volteo

Cálculo de factor de seguridad: momento respecto a la punta.

Zona	Peso (Tn)	Brazo (m)	Momento (Tn-m)
1	$0.5(0.48)(5.8)(2.4) = 3.34$	0.82	2.74
2	$0.5(5.8)(2.4) = 6.96$	1.23	8.56
3	$0.5(1.57)(5.8)(2.4) = 9.54$	1.94	18.51
4	$W = 7.29$	2.39	17.42
5	$(\text{aprox.}) 3.35(0.9)(2.4) = 7.24$	1.68	12.16
	$P_{av} = 2.20$	2.54	5.59
$\Sigma V = 36.57 \text{ Tn}$			$\Sigma M = 64.98 \text{ Tn-m}$

Momento de volteo: $12.50(2.23) = 27.88 \text{ Tn-m}$

$$\text{Factor de seguridad} = \frac{64.98}{27.88} = 2.33 > 1.5 \quad \therefore \text{OK}$$

Por deslizamiento

$$f = 0.9 \tan \phi = 0.9 \tan 36^\circ = 0.65$$

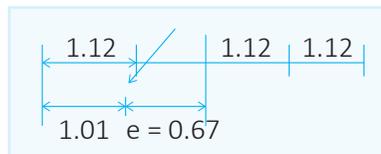
$$F_R = (36.57)(0.65) = 23.77 \text{ Tn}$$

$$\text{Factor de seguridad} = \frac{23.77}{12.50} = 1.90 > 1.80 \quad \therefore \text{OK}$$

Ubicación de la resultante en la base

$$\bar{x} = \frac{64.98 - 27.88}{36.57} = 1.01 \text{ m}$$

$$e = \frac{3.35}{2} - 1.01 = 0.67 \text{ m}$$



La resultante cae levemente fuera del 1/3 central.

c) Cálculo de la presión del suelo.

$$q = \frac{V}{L} \pm \frac{V6e}{L^2} = \frac{36.57}{3.35} \pm \frac{(36.57)(6)(0.67)}{3.35^2}$$

$$q = 10.92 \pm 13.1$$

$$q_{\text{máx}} = 24.02 \text{ Tn/m}^2 \Rightarrow 2.4 \text{ kg/cm}^2 < 3 \text{ kg/cm}^2 \quad \therefore \text{OK}$$

$$q_{\text{mín}} = -2.18 \text{ Tn/m}^2 \Rightarrow -0.22 \text{ kg/cm}^2$$

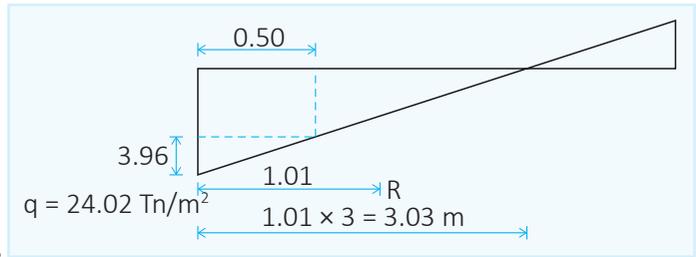
d) Verificación de corte y tracción por presión en la punta.

$$\frac{3.03}{0.50} = \frac{24.02}{x}$$

$$x = 3.96$$

$$q = 24.02 \text{ Tn/m}^2$$

$$q_1 = 24.02 - 3.96 = 20.06 \text{ Tn/m}^2$$



$$V = (20.06)(0.5) + (3.96)\left(\frac{0.5}{2}\right) = 11.02 \text{ Tn}$$

$$V = \frac{11020}{(90)(100)} = 1.22 \text{ kg/cm}^2$$

$$M = (20.06)\left(\frac{0.5^2}{2}\right) + (3.96)(0.5^2)\left[\frac{2}{(2)(3)}\right] = 2.84 \text{ Tn-m}$$

$$V_c = 0.53 \phi \sqrt{f'_c} = (0.53)(0.85) \sqrt{210} = 6.53 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_t = 1.33 \phi \sqrt{f'_c} = (1.33)(0.65) \sqrt{210} = 12.53 \text{ kg/cm}^2$$

$$V = \frac{(11020)(2)}{(90)(100)} = 2.44 \text{ kg/cm}^2 < 6.53 \text{ kg/cm}^2 \therefore \text{OK}$$

$$f = \frac{MC}{I} = \frac{6M}{bh^2} = \frac{(6)(284000)(2)}{(100)(90^2)} = 4.21 \text{ kg/cm}^2 < 12.53 \text{ kg/cm}^2 \therefore \text{OK}$$

e) Verificar esfuerzos en la intersección del muro con la base:

No considerar P/A , debido a P_{av} y peso de muro. Incluir momentos, debido a P_{ah} , P_{av} y W .

$$\sum MA \text{ usar factor} = 2$$

$$M = 12.5(2.23 - 0.9) + 2.20(0.31) + 7.29(0.46) = 20.66 \text{ Tn-m}$$

$$f = \frac{(6)(2066000)(2)}{(100)(235)^2} = 4.49 \text{ kg/cm}^2 < 12.53 \text{ kg/cm}^2 \therefore \text{OK}$$

El esfuerzo a compresión será:

$$f_c = \frac{P}{A} + \frac{6M}{bh^2}$$

$$f_{c \text{ admisible}} = 0.85 \phi f'_c \quad \phi = 0.70$$

2.2 Muros en voladizo

Es un muro de concreto armado que actúa similarmente a una losa en voladizo, con el objeto de contener la fuerza que se produce por empuje del suelo ubicado detrás del muro, el que se asume está en pendiente natural. La estabilidad de este muro depende parcialmente del peso del suelo ubicado sobre la base del muro. Especialmente en la zona del talón.

2.2.1 Estabilidad de muros

a) Estabilidad al desplazamiento

La verificación prevé la posibilidad de falla de un muro de contención al sufrir deslizamiento entre la base del muro y el suelo en que la base se apoya. Las fuerzas que impiden esta falla son:

1. La fricción entre la base y el suelo.
2. El suelo que da una fuerza inversa a la de deslizamiento por acción de presión pasiva y actúa en la punta del muro.
3. El uso de una cuña en caso que la fricción no sea suficiente:

$W_s =$ Peso del relleno $W_c =$ Peso del concreto

$$P_p = \frac{1}{2} H^2 K_p$$

$$F_r = R \operatorname{tg} \phi' + C' B + P_p$$

$$F.S. = \frac{F_r}{P_h} \geq 1.5$$

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

$$P_h = P_a \cos \beta$$

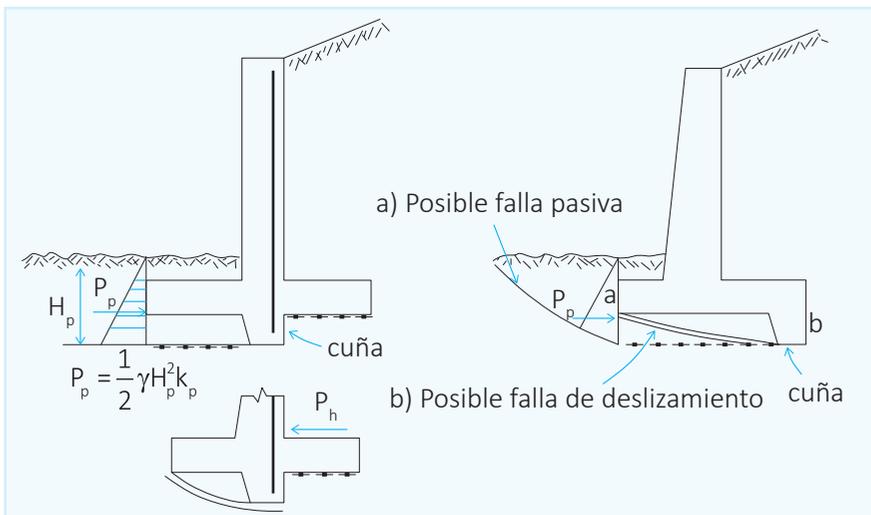
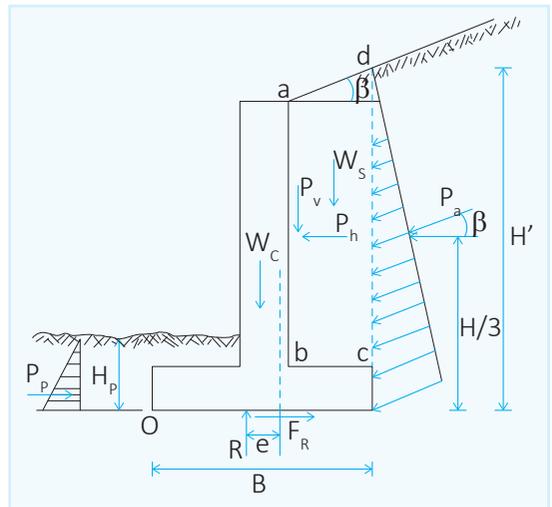
$$P_v = P_a \sin \beta$$

$$R = W_s + W_c + P_v$$

$$F_R = f_R$$

$$f = 0.67 \operatorname{tg} \phi$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \tan \phi \ a \\ c' = 0.75 \ c \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} c' = 0.5 \ c \ a \end{array} \right.$$



Los factores de seguridad serán como mínimo los siguientes:

Para suelos granulares F.S. ≥ 1.5

Para suelos cohesivos F.S. ≥ 2.0

$$\therefore F.S._{(\text{deslizamiento})} = \frac{\sum F \text{ resistentes}}{\sum F \text{ desestabilizantes}}$$

b) Estabilidad al volteo

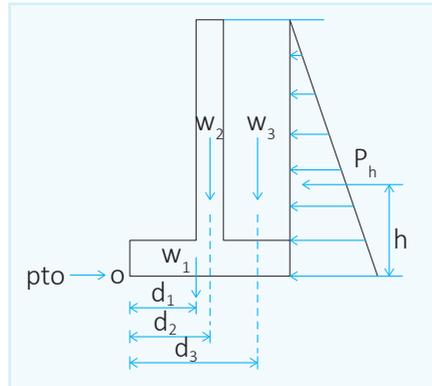
Tomar momentos respecto a "o"

$$F.S._{(\text{volteo})} = \frac{\sum M \text{ estabilizantes}}{\sum M \text{ volteo}}$$

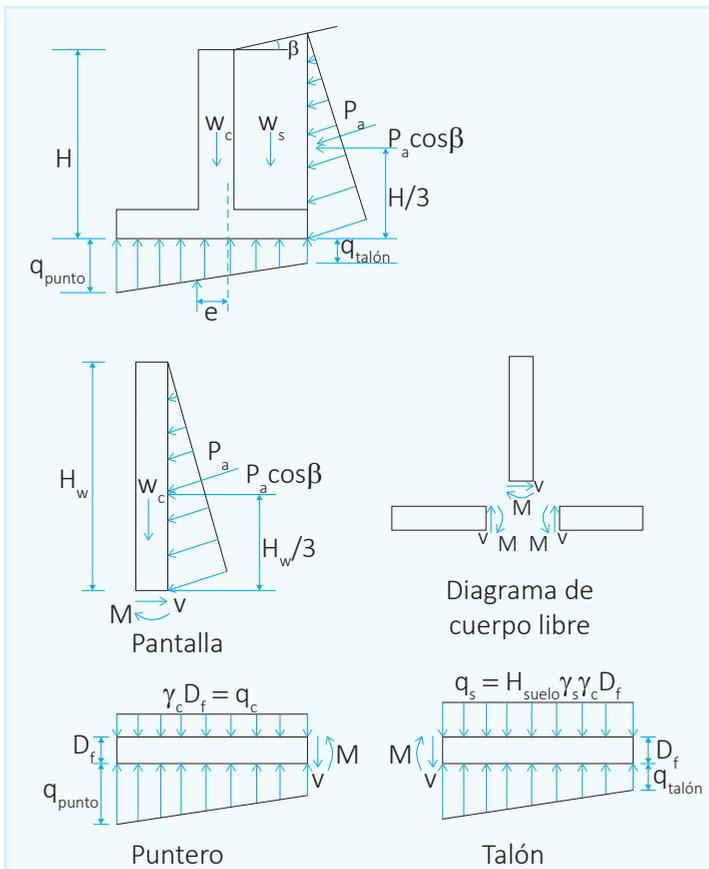
$$\sum M \text{ volteo} = P_h \cdot h \dots$$

$$\sum M_{\text{EST}} = W_1 d_1 + W_2 d_2 + W_3 d_3$$

$$F.S._{\text{MIN}} = 1.5$$

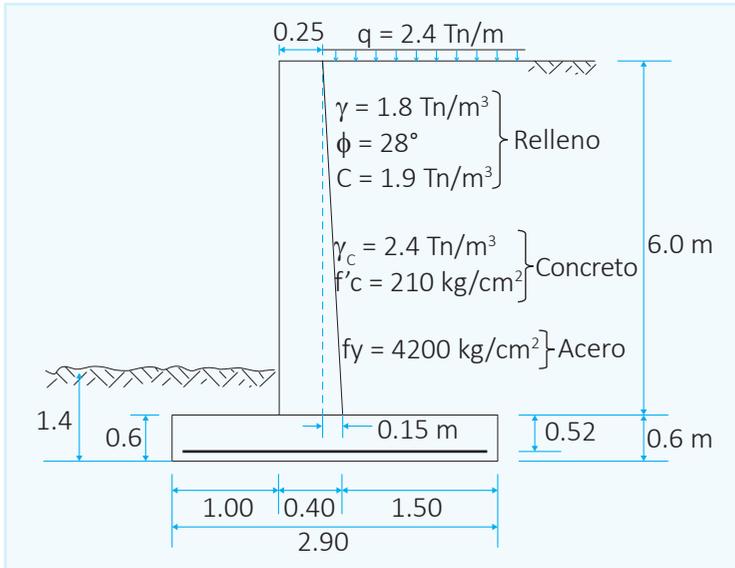


Verificación de presión admisible del suelo



Ejemplo

Calcular un muro de contención para las siguientes condiciones: $H = 6.6$ m y predimensionado según el mostrado inicialmente.



Solución

1. Encontrar ϕ equivalente para suelos granulares.

$$q = \gamma H K_a - 2c\sqrt{K_a} = \gamma H K'_a$$

Por Rankine: $K_a = 0.361 \Rightarrow$ para $\phi = 28^\circ$

$$q = 1.8(6.6)(0.361) - 2(1.9)\sqrt{0.361} = 2.01$$

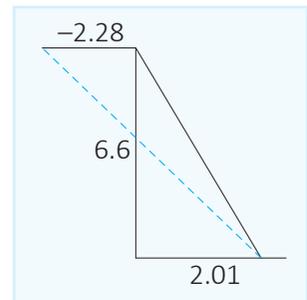
$$q = 2.01 \text{ Tn/m}^2$$

$$K'_a = \frac{2.01}{(6.6)(1.8)} = 0.169 \approx 0.17$$

Si $\phi = 45.16^\circ$

$$45^\circ - \phi/2 = 22.42^\circ$$

Usar $\phi = 45^\circ \Rightarrow K'_a = 0.172$



2. Calcular P_a .

$$P_a = (0.5 \gamma H^2 + q H) K'_a$$

$$P_a = (0.5)(1.8)(6.62) + 2.4(6.6) = 0.172$$

$$P_a = (6.74 + 2.73) = 9.47 \text{ Tn}$$

3. Calcular estabilidad al volteo.

$$W_1 = (1.5)(2.4) + (6)(1.5)(1.8) = 19.8 \text{ Tn}$$

$$W_2 = (2.4)(0.25)(6) = 3.6 \text{ Tn}$$

$$W_3 = [(6)(2.4 + 1.8)(0.5) + 2.4](0.15) = 2.25 \text{ Tn}$$

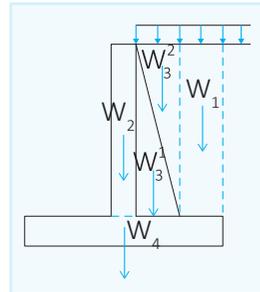
$$W_4 = (2.4)(0.6)(2.90) = 4.2 \text{ Tn}$$

W T	W T	Brazo (m)	M (Tn-m)
W_1	19.80	2.15	42.57
W_2	3.60	1.125	4.05
W_3	2.25	1.325	2.98
W_4	4.20	1.450	6.09
	$\Sigma W = 29.85$		$\Sigma W = 55.70$

La ubicación de P_a será:

$$\bar{y} = \frac{6.74 (6.6/3) + 2.73 (6.6/2)}{9.47}$$

$$\bar{y} = \frac{14.83 + 9.0}{9.47} = 20.84 \text{ m}$$



El F.S. de volteo es:

$$F.S. = \frac{M_v}{M_o} = \frac{55.70}{23.86} = 2.33 > 1.5 \therefore \text{OK}$$

4. Calcular estabilidad al deslizamiento.

$$C' = 0.67c = 0.67(3.517) = 2.356$$

$$\tan\phi = \tan 34^\circ = 0.675$$

$$F_r = C'B + F_v \tan\phi = 2.356(2.90) + 29.85(0.675) = 6.83 + 20.15$$

$$F_r = 26.98 \text{ Tn}$$

$$F.S. = \frac{F_r}{F_d} = \frac{26.98}{9.47} = 2.84 > 2 \therefore \text{OK}$$

5. Ubicación de la resultante en la base: Tomando momentos respecto a la punta.

$$\Sigma M = M_v - M_o = 55.70 - 23.86 = 31.84 \text{ Tn-m}$$

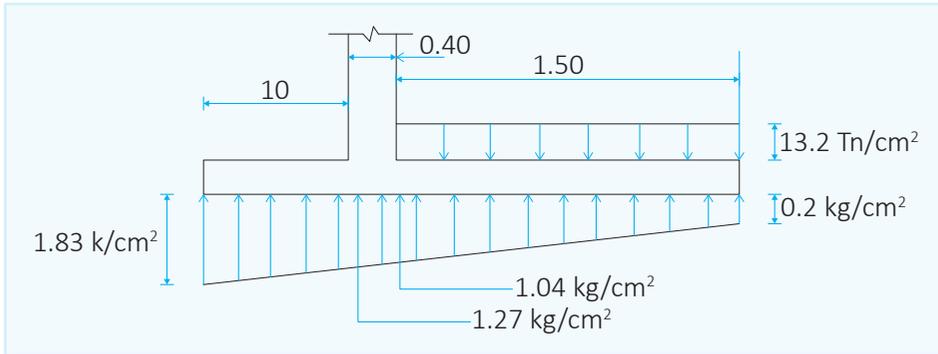
$$x = \frac{\Sigma M}{\Sigma F_v} = \frac{31.84}{29.85} = 1.07 \text{ m (de la punta)}$$

$$e = B/2 - x = 2.9/2 - 1.07 = 1.45 - 1.07 = 0.38 \text{ m}$$

$$L/6 = 2.90/6 = 0.48 \text{ m} > 0.38 \therefore \text{está dentro del } 1/3 \text{ central.}$$

6. Calcular la presión actuante.

$$1 = \frac{\sum W}{B} \left(1 \pm \frac{G_e}{B} \right) = \frac{29.85}{2.9} \left[1 \pm \frac{(6)(0.38)}{2.9} \right] = \begin{cases} q_{\text{máx}} = 1.83 < 2 \quad \therefore \text{OK} \\ q_{\text{mín}} = 0.20 \end{cases}$$



7. Cálculo de esfuerzos: En una franja de un metro.

En la punta:

$$M_{\text{máx}} = (12.7) \left(\frac{1^2}{2} \right) + \left[\frac{(5.6)(1)}{2} \right] \left(\frac{2}{3} \right) = 8.22 \text{ Tn-m/m}$$

$$V_{\text{máx}} = (12.7)(1) + (5.6) \left(\frac{1}{2} \right) = 15.5 \text{ Tn/m} \Rightarrow V = \frac{15500}{(100)(52)} = 2.98 \text{ kg/cm}^2$$

En el talón:

$$M_{\text{máx}} = (2.8) \left(\frac{1.5^2}{2} \right) + (8.4) \left(\frac{1.5}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \right) (1.5) = 9.45 \text{ Tn-m/m}$$

$$V_{\text{máx}} = (2.8)(1.5) + (8.4) \left(\frac{1.5}{2} \right) = 10.5 \text{ Tn/m}$$

$$V = \frac{10500}{(100)(52)} = 2.02 \text{ kg/cm}^2$$

En la pantalla:

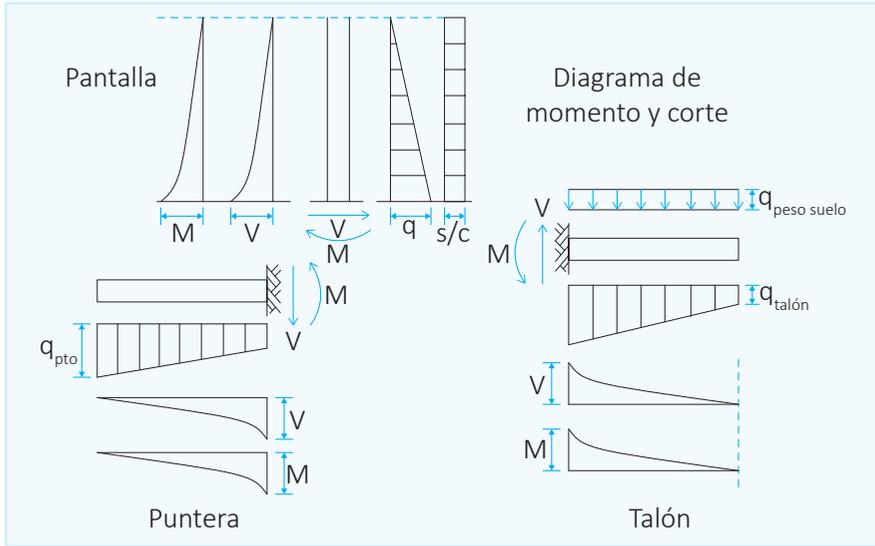
$$M_{\text{máx}} = P_a \cdot h$$

$$P_a = (0.5 \gamma H^2 + qH) K'a = [(0.5)(1.8)(6^2) + (2.4)(6)] 0.172 = 8.04 \text{ Tn}$$

$$h = \left(\frac{6}{3} \right) (1) = 2 \text{ m}$$

$$M_{\text{máx}} = (8.04)(2) = 16.08 \text{ Tn-m/m}$$

$$V = 16.08 \text{ Tn/m} \quad \therefore V = \frac{16080}{(100)(35)} = 4.59 \text{ kg/cm}^2$$



Corte admisible (mín)

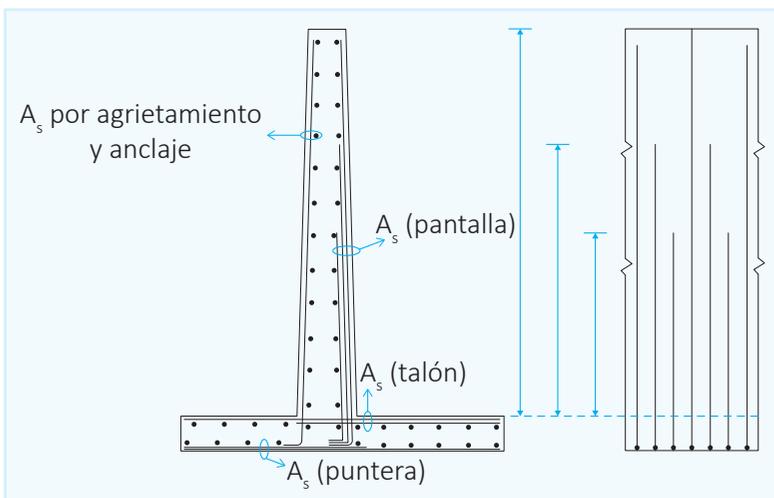
$$V = \phi 0.53 \sqrt{f'_c}$$

$$V = (0.85)(0.53)\sqrt{210} = 6.53 \text{ kg/cm}^2$$

Comparando $\left\{ \begin{array}{l} \text{Punta} \Rightarrow 2.98 < 6.53 \\ \text{Talón} \Rightarrow 2.02 < 6.53 \\ \text{Pantalla} \Rightarrow 4.59 < 6.53 \end{array} \right. \therefore \text{cumple}$

Refuerzo:

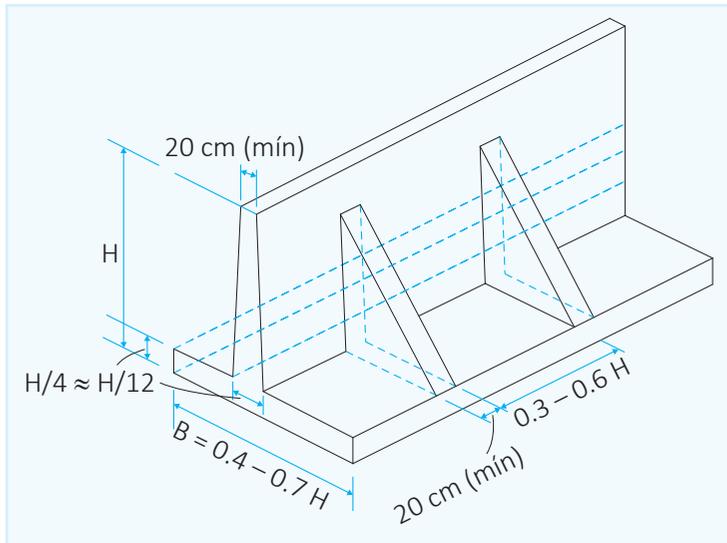
(Véase vigas losas y columnas) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Punta} \Rightarrow M = 8.22 \text{ Tn-m} \Rightarrow 8 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 5/8'' \\ \text{c}/25 \text{ cm} \\ \text{Talón} \Rightarrow M = 9.45 \text{ Tn-m} \Rightarrow 8 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 5/8'' \\ \text{c}/25 \text{ cm} \\ \text{Pantalla} \Rightarrow M = 16.08 \text{ Tn-m} \Rightarrow 10 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 5/8'' \\ \text{c}/25 \text{ cm} \end{array} \right.$



2.3 Muros de contrafuerte

Se recomienda el uso de contrafuertes en muros que pasan los 6 m de altura, por razones estructurales y económicas.

Se da un predimensionado que puede ser afinado en un posterior cálculo.

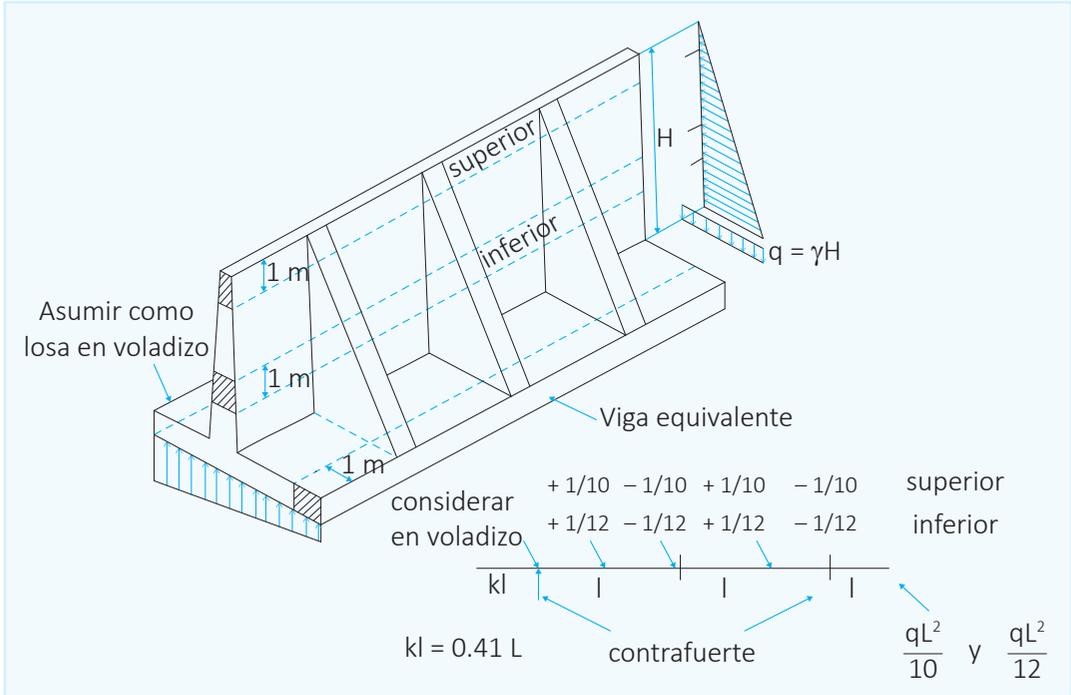


A. Diseño del muro

Se desprecia inicialmente el peso propio del muro, el diseño más exacto se consigue usando la teoría de placas, lo que sofisticada y complica el diseño, pudiendo usarse por consiguiente métodos simplificados que sintetizan el diseño, aunque encarezca la estructura. Para el caso de la pantalla y el talón, puede considerarse estos elementos como losas continuas apoyadas en vigas o muros (que son los contrafuertes).

La distribución de momentos en los apoyos se hace por cualquier método de distribución de momentos, pero por simplificación, debido a que en las luces similares pueden usarse coeficientes, se trabajan con franjas de ancho unitario. La **verificación de estabilidad es igual que el muro en voladizo**.

La punta se diseñará como losa en voladizo.



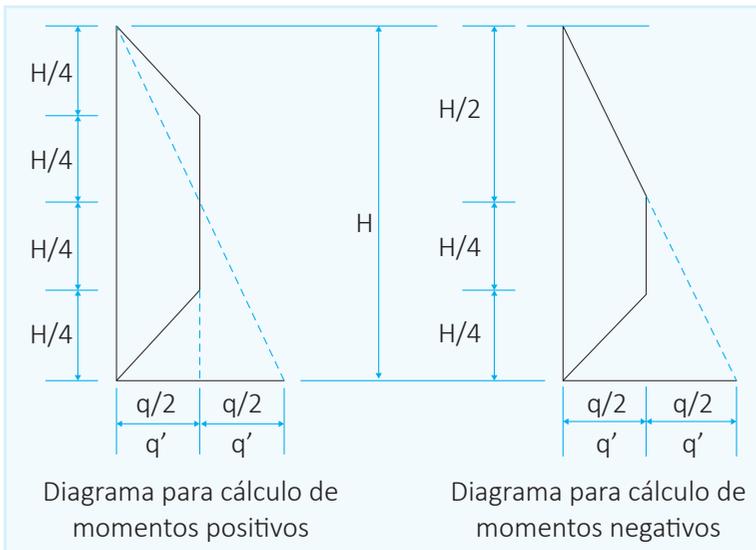
Usar $\frac{qL^2}{10}$ para franja superior.

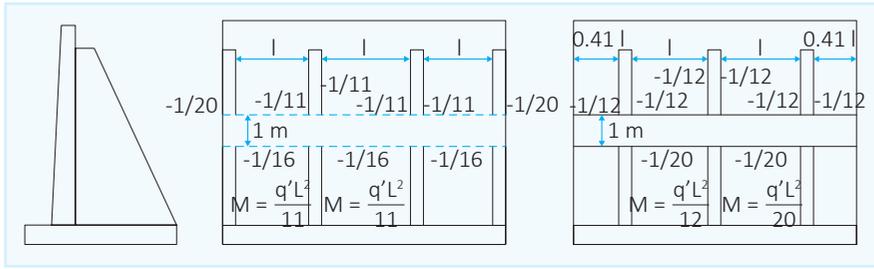
Usar $\frac{qL^2}{12}$ para franja inferior.

Usar $\frac{qL^2}{10}$ para todas las franjas en la base (talón).

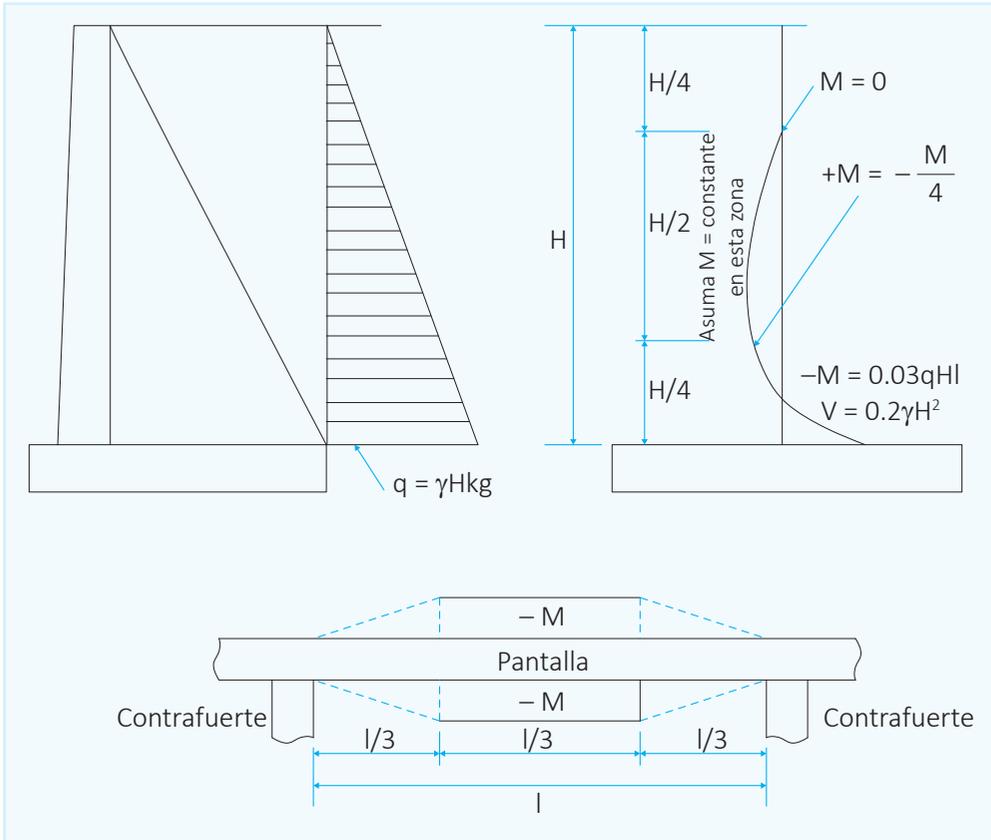
$q =$ valor promedio.

B. Momentos flectores horizontales



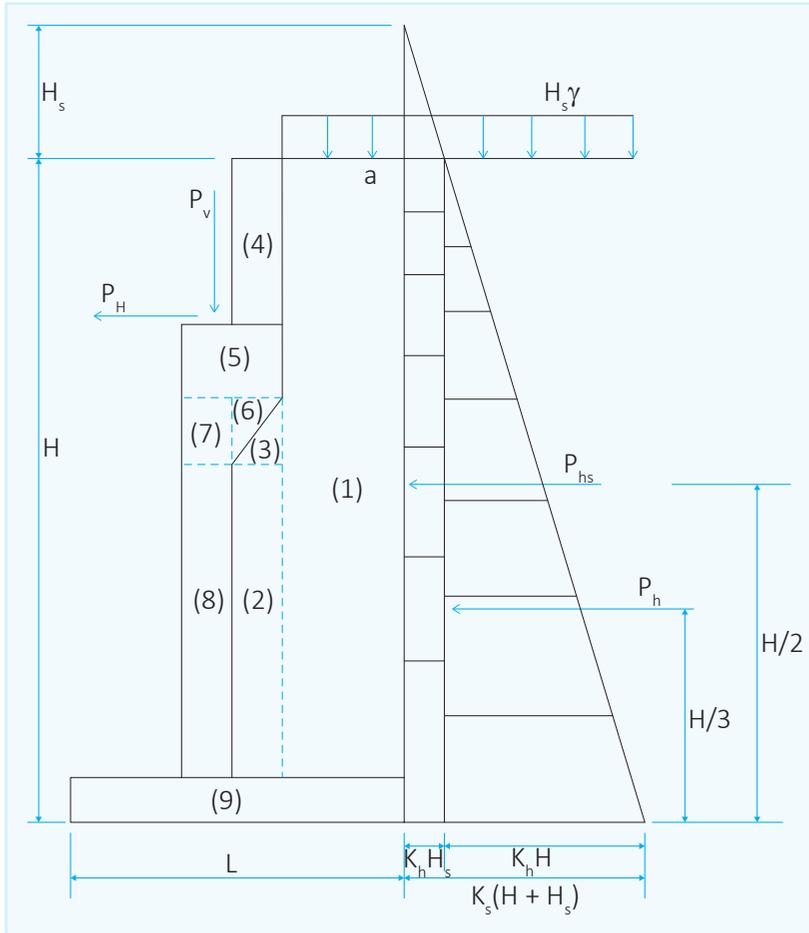


C. Distribución vertical y horizontal de momentos



2.4 Muros de contención para puentes

Se consideran las siguientes cargas para su análisis:



A. Cálculo de estabilidad

Área	Fuerza	Fuerzas verticales Brazo	Momento
1	P_1	X_1	$P_1 X_1$
↓	↓	↓	↓
9	P_9	X_9	$P_9 X_9$
P_v	P_v	X_v	$P_v X_v$
$\Sigma_v = \Sigma P_i + P_v$			ΣM_{av}

Fuerzas horizontales			
P_H	P_H	X_H	$P_H X_H$
P_{hs}	P_{hs}	X_{hs}	$P_{hs} X_{hs}$
P_h	P_h	X_h	$P_h X_h$
ΣH			ΣM_{AH}

$$\Sigma M_A = \Sigma M_{av} + \Sigma M_{AH}$$

a) Ubicación de la resultante en la base:

$$\text{Respecto al punto A} \Rightarrow x = \frac{\sum MA}{\sum V} \Rightarrow e = x - \frac{L}{2}$$

debe ser $e < \frac{L}{6}$

b) Presión del suelo en la base:

$$q_{\text{máx}} = \frac{\sum V}{L} \left(1 + \frac{6e}{L} \right) \text{ Debe ser } q_{\text{máx}} \leq \sigma_{\text{ad}}$$

c) Deslizamiento

$$f = u \sum v \Rightarrow \text{F.S.} = \frac{f}{\sum H}$$

Debe ser $\text{F.S.} \geq 1.5$

2.5 Muros de sótano

$$E = 1/2 q^h$$

$$H_A = 1/3 E = 1/6 q^h$$

$$H_B = 2/3 E = 1/3 q^h$$

$$q_x = \gamma_s X K_A = q/h X$$

$$V_x = H_A - \left(\frac{q}{h} X \right) \frac{X}{2}$$

h = puede ser tomado desde el nivel del piso.

Encontrar $M_{\text{máx}}$

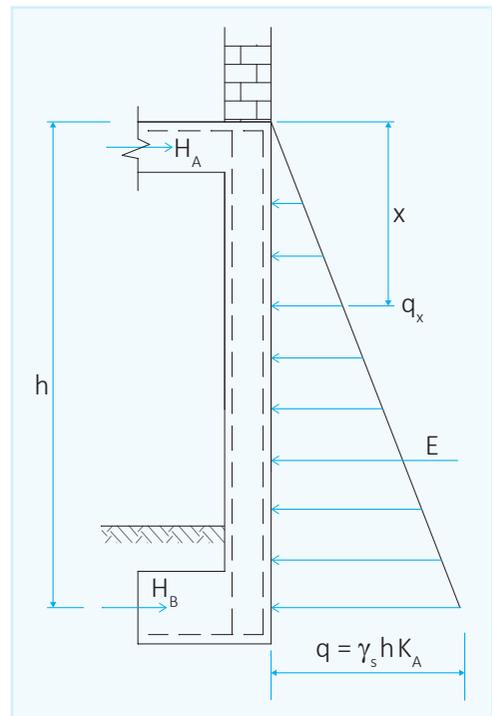
Haciendo $V_x = 0 \Rightarrow M_{\text{máx}}$

$$V_x = H_A - \left(\frac{q}{h} X \right) \frac{X}{2} = 0 \Rightarrow X^2 = \frac{2H_A \cdot h}{q}$$

Sabemos que $H_A = \frac{1}{6} qh$

$$\therefore X^2 = \frac{2h(1/6)qh}{q} = \frac{1}{3} h^2$$

$$X = \sqrt{1/3} h = 0.576 h$$



$$M_{\text{máx}} = Ha \cdot X \left(\frac{q}{h} X \right) \frac{X^2}{6}$$

$$M_{\text{máx}} = Ha (0.576 h) - \frac{q}{h} \left(\frac{0.576 h^3}{6} \right)$$

$$(P_{\text{mín}})_{\text{horizontal}} = 0.0025 (b \cdot e)$$

$$(P_{\text{mín}})_{\text{vertical}} = 0.0015 (b \cdot e)$$

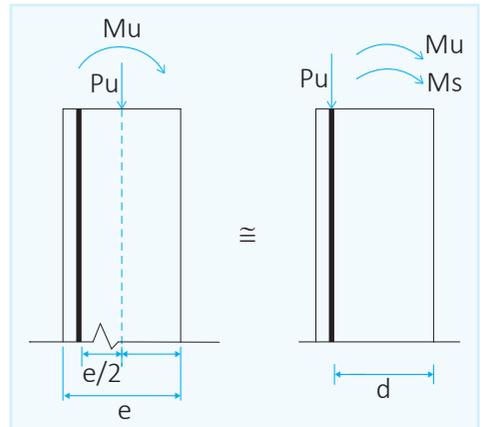
Si $e \geq 25 \text{ cm} \Rightarrow$ se colocará armadura en dos caras.

Si $e < 25 \text{ cm} \Rightarrow$ puede colocarse armadura en una cara.

$$M_{\text{diseño}} = M_u + M_s$$

$$A_s = \left(\frac{M_{\text{diseño}}}{\phi f_y (d - a/2)} - \frac{P_u}{\phi f_y} \right)$$

$$\phi = 0.9$$



2.6 Tablestacas

Estos elementos de retención pueden estar en voladizo cuando la altura del relleno no es muy grande. Cuando la altura es significativa hay necesidad de colocar tirantes para aminorar el esfuerzo en el empotramiento y la deflexión horizontal en la parte superior.

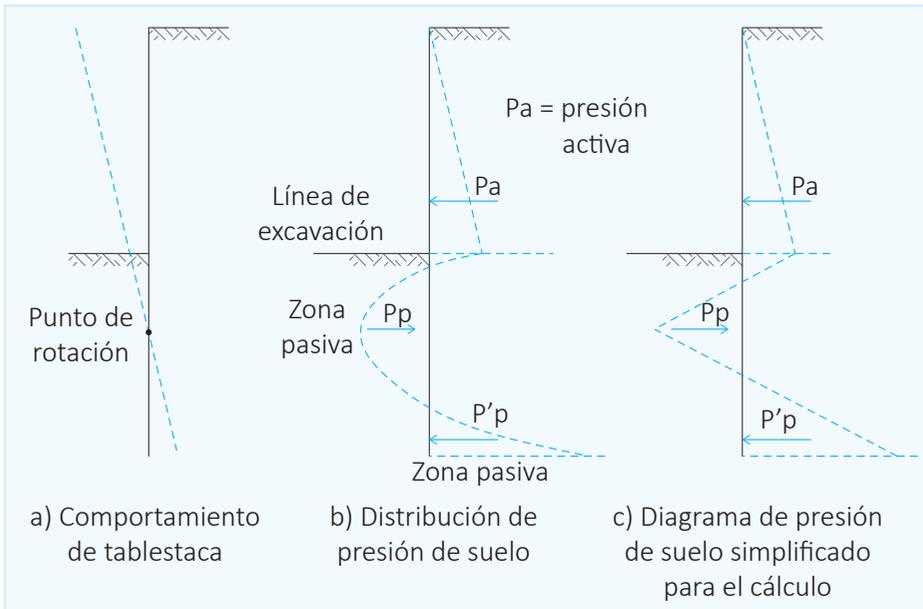
Las tablestacas pueden ser de madera, de concreto armado y especialmente de acero. La solución manual es simplificada, se tiene una alternativa de solución por elementos finitos que nos proporciona lo siguiente:

- Deflexión horizontal.
- Cálculo del cambio de geometría del muro (línea de excavación).
- Cálculo de la presión lateral pasiva para verificar si la solución es posible.
- Efectos en el aumento de la profundidad de empotramiento.
- Facilidad para usar suelos granulares-cohesivos, porque en la solución clásica generalmente se trabaja con suelos granulares o cohesivos.

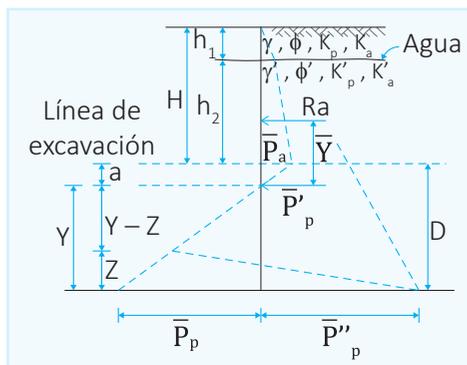
En el caso nuestro, solamente veremos tablestacas de acero por ser las más usuales actualmente.

A. Tablestacas en voladizo

a) En suelos granulares



En el diagrama superior se nota el comportamiento de las presiones activas y pasivas, y su cambio de una zona a otra. Para solucionar este problema, requiere resolverse una ecuación de cuarto grado para la profundidad del empotramiento. No es muy complicada la resolución cuando se considera el mismo ángulo ϕ para la base y para el relleno.



Si ϕ es igual por encima y por debajo del nivel freático $K'_p = K_p, K'_a = K_a$

$$a = \frac{\bar{P}_a}{\gamma'(K'_p - K'_a)} = \frac{\bar{P}_a}{C}$$

$$\bar{P}_p = CY$$

$$\bar{P}'_p = \gamma h_1 K'_p + (h_2 + a) \gamma' K'_p - \gamma'_a K'_a$$

$$\bar{P}''_p = \bar{P}'_p + CY$$

El punto "O" se encuentra a la distancia "a" presión = 0:

$$a = \frac{\bar{P}_a}{\gamma'(K'_p - K'_a)} = \frac{\bar{P}_a}{\gamma'K'} = \frac{\bar{P}_a}{C} \quad (I)$$

"Z" se encuentra en función de Y por estática ($\Sigma F_H = 0$):

$$R_a + \left(\bar{P}_p + \bar{P}_p''\right) \frac{Z}{2} - \bar{P}_p \frac{Y}{2} = 0 \quad (II)$$

Resolviendo por Z encontramos:

$$Z = \frac{\bar{P}_p Y - 2R_a}{\bar{P}_p + \bar{P}_p''} \quad (III)$$

Sumando momentos, en la base de la tablestaca en función de Y y Z:

$$R_a(Y + \bar{Y}) + \frac{2}{3}(\bar{P}_p + \bar{P}_p'') \frac{Z}{2} - \bar{P}_p \left(\frac{Y}{2}\right) \left(\frac{Y}{3}\right) = 0 \quad (IV)$$

Simplificando:

$$6R_a(Y + \bar{Y}) + Z^2(\bar{P}_p + \bar{P}_p'') - \bar{P}_p Y^2 = 0 \quad (V)$$

Sustituyendo (III) en (V) para encontrar "Y":

La siguiente ecuación puede usarse en suelo húmedo o seco:

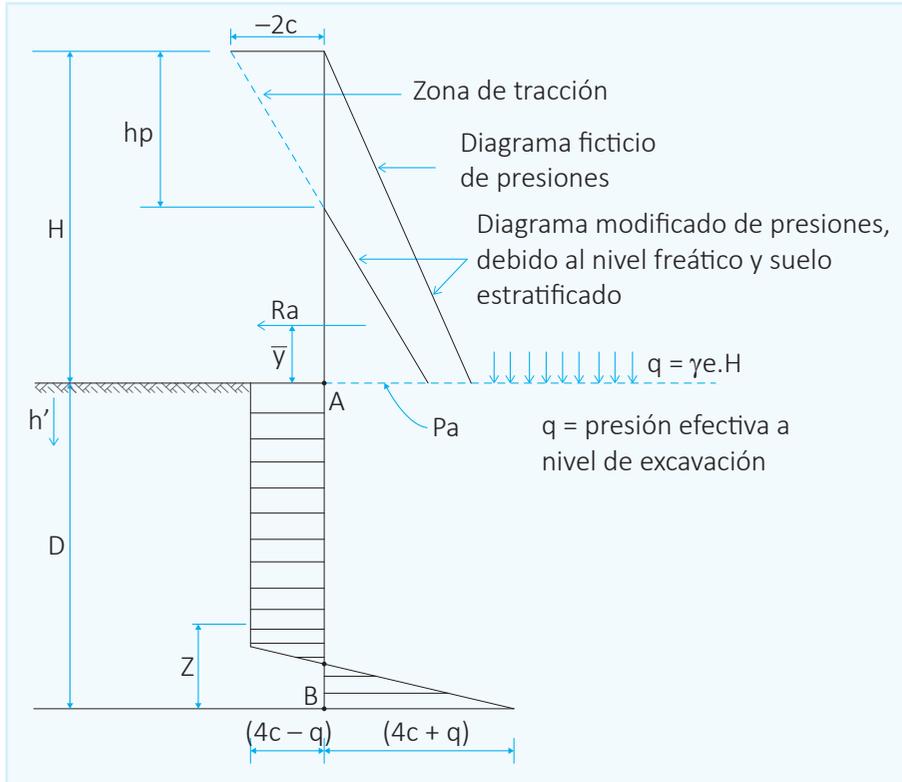
$$Y^4 + Y^3 \left(\frac{\bar{P}_p'}{C}\right) - Y^2 \left(\frac{8R_a}{C}\right) - Y \left[\frac{6R_a}{C}(2\bar{Y}C + \bar{P}_p')\right] \frac{6R_a Y P'_p + 4R_a^2}{C^2} = 0$$

Simplificando:

$$Y^4 - Y^2 \left(\frac{8R_a}{C}\right) - Y \left(\frac{12R_a Y}{C}\right) - \frac{4R_a^2}{C^2} = 0$$

b) Tablestacas en suelos cohesivos

Se calcula de modo similar al caso de suelos granulares, pero se debe tener en cuenta, además, algunos fenómenos para este caso particular. Se forman grietas y se llenan de agua por efecto de la consolidación, aumentando la presión lateral considerablemente. Generalmente, el material de empotramiento es arcilloso o cohesivo en algún grado; en cambio, el material de relleno será generalmente granular y puede ser también cohesivo.



$$\sigma_p = \gamma_e h' \tan^2(45^\circ + \phi/2) + 2 C \tan(45^\circ + \phi/2)$$

$$\sigma_p = q + 2c \text{ (para } \phi = 0)$$

$$\sigma_a = q - 2c$$

Sabemos que:

$$\sigma_a = \bar{q} \tan^2(45^\circ \phi/2) - 2c \tan(45^\circ \phi/2)$$

$$\sigma_a = \bar{q} K_a - 2c \sqrt{K_a}$$

$$\sigma_p = \bar{q} \tan^2(45^\circ \phi/2) + 2c \tan(45^\circ + \phi/2)$$

$$\sigma_p = \bar{q} K_p - 2c \sqrt{K_p}$$

En el punto "A", a la izquierda de la tablestaca, al nivel de la línea de excavación $\bar{q} = 0$

La presión neta en "A" será:

$$\sigma_p - \sigma_a = 2c - (\bar{q} - 2c) = 4c - q$$

Si $\phi \neq 0$

Usar: $\left. \begin{matrix} (\gamma_e h K_a) \\ (\gamma_e h K_p) \end{matrix} \right\}$ En lugar de \bar{q}

En el punto "B"

Sabiendo que $K_a = K_p = 1.0$

Las fuerzas son:

$$\sigma_p = q + \gamma_e D + 2c \text{ (a la izquierda)}$$

$$\sigma_a = \gamma_e D - 2c \text{ (a la derecha)}$$

Sumando presiones ($\sigma_p - \sigma_a$) tenemos:

$$\gamma_e D + \bar{q} + 2c - (\gamma_e D - 2c) = 4c + \bar{q} \text{ (a la izquierda)}$$

Haciendo $\Sigma F_H = 0$ para la estabilidad del muro y sumando áreas de presiones se tiene:

$$R_a + \frac{Z}{2}(4c - \bar{q} + 4c + \bar{q}) - D(4c - \bar{q}) = 0 \quad (a)$$

Resolviendo para Z:

$$Z = \frac{D(4c - \bar{q}) - R_a}{4c} \quad (b)$$

En cualquier punto $\Sigma M = 0$, \therefore haciendo $M_{base} = 0$

$$R_a = (Y + D) - D^2/2 (4c + q) + Z^2/3 (4c) = 0 \quad (c)$$

Reemplazando (b) en (c) y simplificando

$$D^2 (4c - \bar{q}) - 2 D R_a - \frac{R_a (12C\bar{Y} + R_a)}{2c + q} = 0$$

Todas las variables que aparecen en las ecuaciones son las que se muestran en la figura inicial, usando presión efectiva en el nivel de excavación = q.

La longitud de empotramiento de la tablestaca "D" puede ir aumentándose entre un 20 a 40 %. La cohesión "C" usada en las ecuaciones puede ser dividida por un factor de seguridad de 1.5 a 2, lo que directamente aumentará la longitud "D" encontrada.

Para este criterio debe considerarse el concepto de factor de estabilidad que se verá para el caso de tablestacas ancladas en su parte superior, en caso contrario, se puede llegar al criterio errado de que no podrá construirse tablestacas si la cohesión del suelo es:

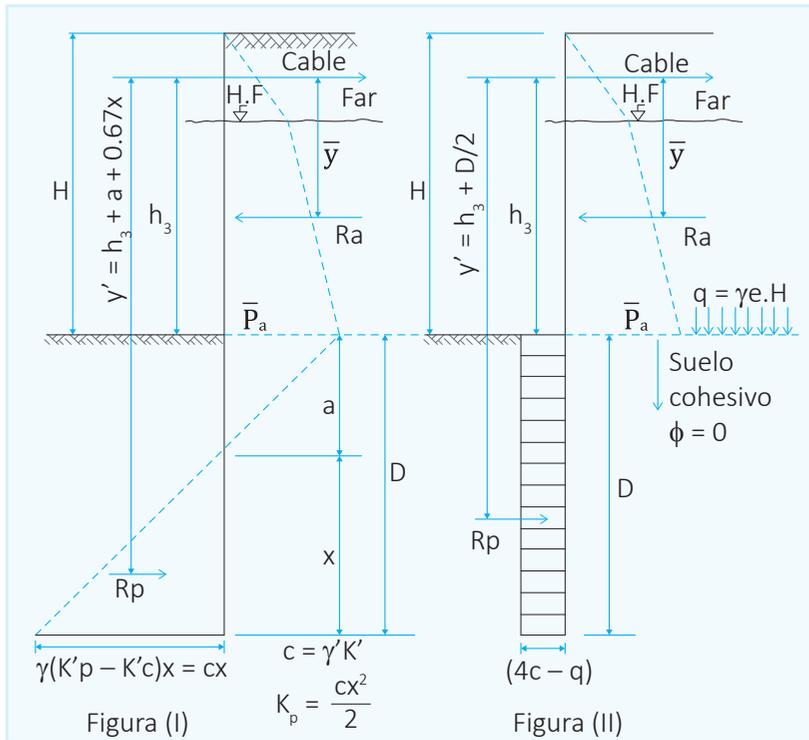
$$\frac{4c}{F} \leq q$$

2.6.1 Tablestacas con cables de anclaje

(Método de soporte de tierra suelta)

El anclaje permite reducir la deformación horizontal, el momento flector y la profundidad de penetración “D” y puede usar más de un cable cuando el muro es muy alto. El método de tierra suelta asume que la tablestaca es rígida y rota al nivel de anclaje, que es donde se produce la falla.

Se considera presión pasiva del suelo al frente del muro y presión activa detrás del muro. Luego del cálculo teórico, de amplificarse el valor “D” entre 20 y 40 % o K_p , puede dividirse entre 1.5 a 2 como factor de seguridad.



De Fig (I) la distancia “a” de la línea de excavación al punto de presión cero es:

$$a = \frac{\bar{P}_a}{\gamma'K'} = \frac{\bar{P}_a}{C}$$

ΣM respecto al anclaje:

$$Y' R_p = \bar{Y} R_a$$

Reemplazando valores de Fig. (I):

$$\bar{Y} R_a = C \frac{X^2}{2} (h_3 + a + 2/3x)$$

Ordenando la ecuación:

$$2X^3 + 3X^2 (h_3 + a) - \frac{6 R_a \bar{Y}}{C} = 0$$

$$F_{\text{horizontales}} F_a = R_a - R_p$$

La altura de empotramiento es:

$$D = X + a$$

De Fig. (II) suelo debajo de la línea de excavación Cohesivo $\phi = 0$ o seco y haciendo ΣM enclaje

$$R_a Y - D (4c - q) (h_3 + D/2) = 0$$

Ordenando:

$$D^2 + 2D h_3 - \frac{2\bar{Y}R_a}{4C - \bar{q}} = 0$$

Las fuerzas en el anclaje son $F_a = R_a - R_p$

De Fig. (II), si la presión pasiva $t_p \leq 0$, el muro es inestable sucede cuando

$$\frac{C}{\bar{q}} = \frac{C}{\gamma H} \leq 0.25$$

Para un relleno determinado, hay valor crítico de "H", debajo del cual no puede construirse un muro estable en arcilla. Al valor c/q se le conoce como valor de estabilidad.

$$S_n = C/\bar{q} ; S_n = \text{número o valor de estabilidad}$$

Si se considera la adherencia del muro en los cálculos (Ca), el número de estabilidad puede calcularse como:

$$S_n = \frac{C}{\bar{q}} \sqrt{1 + \frac{Ca}{C}}$$

Para $Ca = 0.56 C$ el valor de raíz será:

$$\sqrt{1 + \frac{Ca}{C}} = 1.25$$

∴ El número de estabilidad se puede calcular como:

$$S_n = \frac{1.25C}{\bar{q}}$$

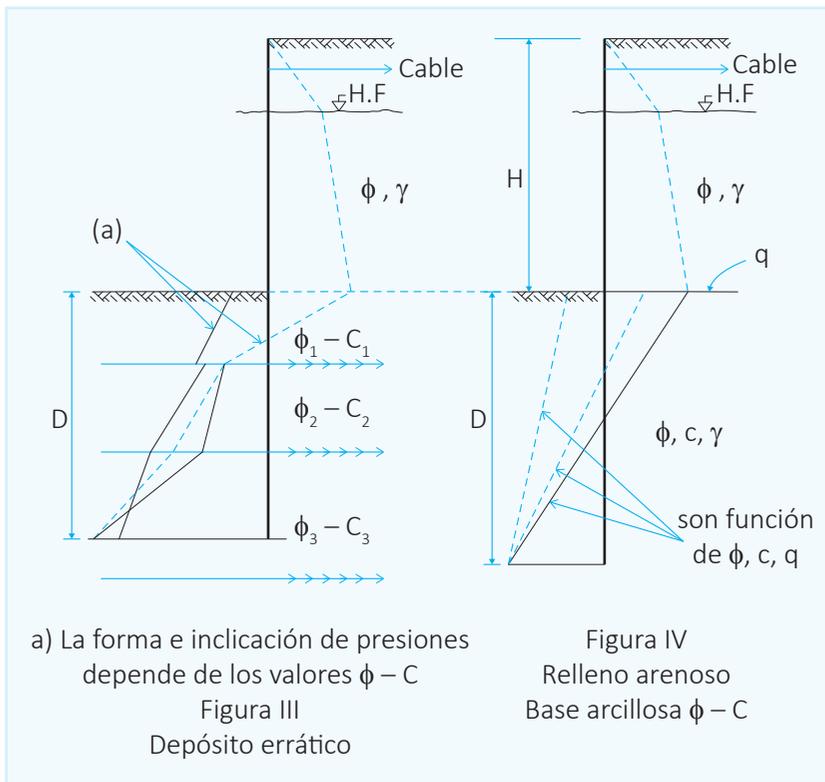
Para F.S. = 1, $C/\bar{q} = 0.25 \Rightarrow S_n = 0.31$

(Considerando adherencia del muro)

Para tablestacas diseñadas en arcilla tenemos:

$$S_n = (0.3) F$$

Se recomienda el uso del método de tierra-suelta en lugar de los otros métodos clásicos porque es más simple, puede incluso usarse para casos de suelos $[\phi-C]$. En Fig. (III) se muestra el diagrama de presiones en depósitos de suelos erráticos $[\phi-C]$.



ESCALERAS

Las escaleras son elementos importantes en una edificación y necesitan ser analizadas con detenimiento no solamente como estructuras aislada en sí, sino también como parte de un todo, especialmente, en el comportamiento sísmico. Por ello, se requiere tomar en cuenta los criterios adecuados para que las escaleras se encuentren lo suficientemente aisladas o ubicadas de modo que se pueda hacer un análisis con consideraciones lo más aproximado a la realidad.

Se tienen escaleras desde las estructuralmente más simples, como son las de un tramo o dos tramos apoyadas longitudinalmente, y diseñadas como una losa cualquiera con armadura en un solo sentido; escaleras apoyadas transversalmente; escaleras con escalones en voladizo o las más sofisticadas, como las autoportantes o helicoidales.

Podríamos mencionar, además, desde un punto de vista constructivo, las escaleras vaciadas en sitio o las prefabricadas que puedan ser en su totalidad del tramo o por peldaños.

3.1 Dimensionamiento de escaleras y cargas según las normas vigentes

A. Dimensionamiento

- Los tramos de escalera tendrán como máximo 16 pasos continuos sin descanso intermedio.
- Los descansos intermedios deberán tener una longitud mínima de 90 cm.
- Las escaleras en centros comerciales no tendrán tramos mayores de 16 alturas ni descansos menores al ancho del tramo. Su ancho mínimo será de 1.20 m y el máximo de 2.40 m.

L = Luz (m)

P = paso

cp = Contrapaso

t = $L/25 \sim L/20$

$P(\text{mín}) = 25 \text{ cm}$

$2cp + p = 60 \sim 64 \text{ cm}$

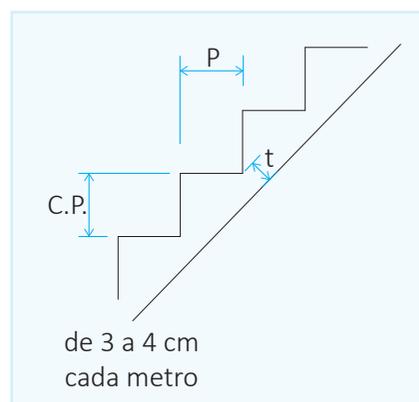
Contrapaso MIN:

18 ~ 20 cm (Secundarias)

13 ~ 15 cm (Monumentales)

15 ~ 17.5 (Edificios)

18 cm (máx.) (locales comerciales)



Anchos mínimos

Viviendas	1.00 m
Secundarias	0.80 m
Auxiliares o de servicio	0.70 m
Caracol	0.60 m
Edificios	1.20 m
Locales Comerciales	1.20 m

B. Cargas según las normas vigentes

a. Sobrecargas

De acuerdo al uso ver reglamento nacional de edificaciones (RNE)

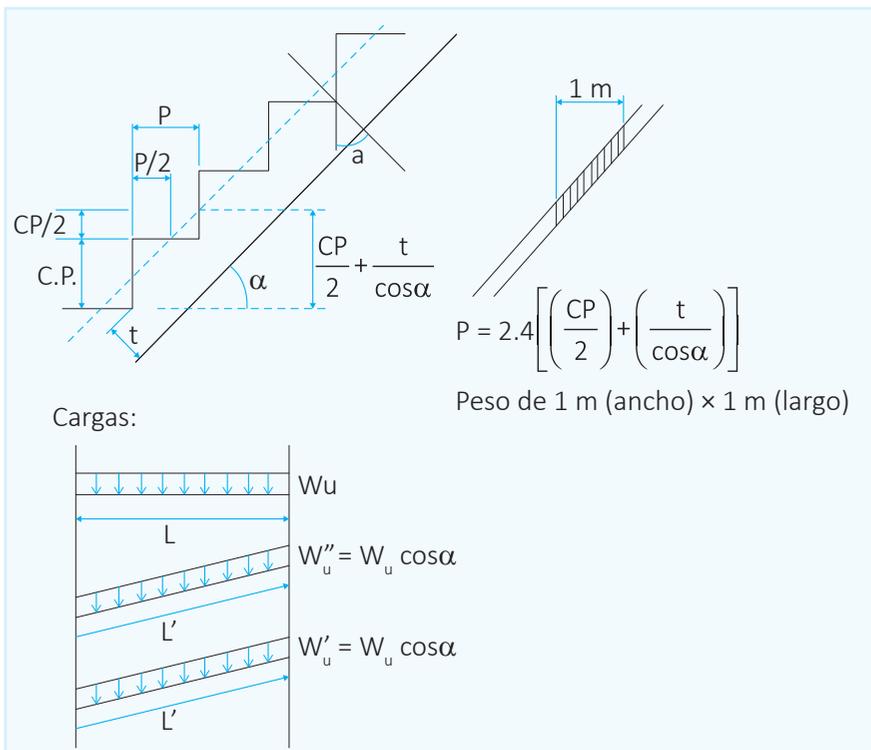
- Escalera secundaria 200 kg/m²
- Viviendas (RNC) y edificios residenciales 200 kg/m²
- Viviendas y edificios residenciales 250 kg/m² ~ 300kg/m²
(se usa comúnmente)
- Edificios públicos 400 kg/m²
- Edificios de oficina 500 kg/m²
- Tribunas 500 kg/m²

Nota: El RNC especifica solamente:

- Viviendas y edificios residenciales 200 kg/m²
- Otros 500 kg/m²

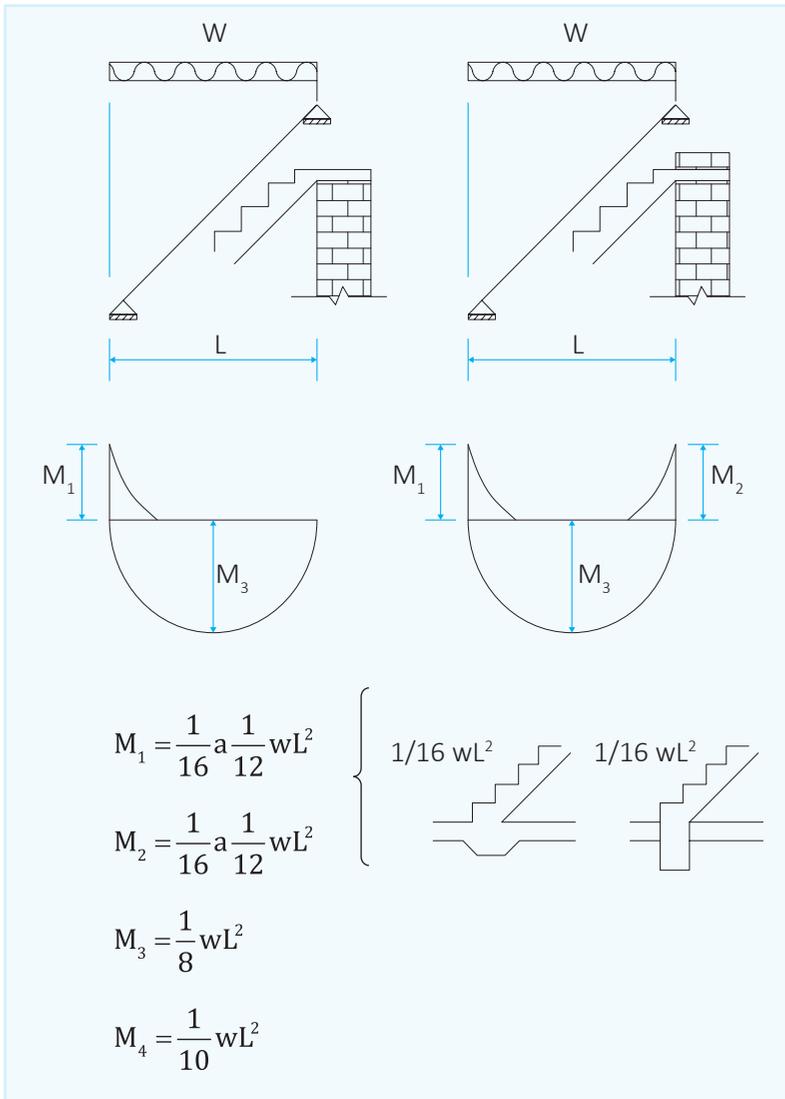
a. Acabado: Se usa 100 kg/m².

b. Peso propio: Se utiliza el peso de la estructura.



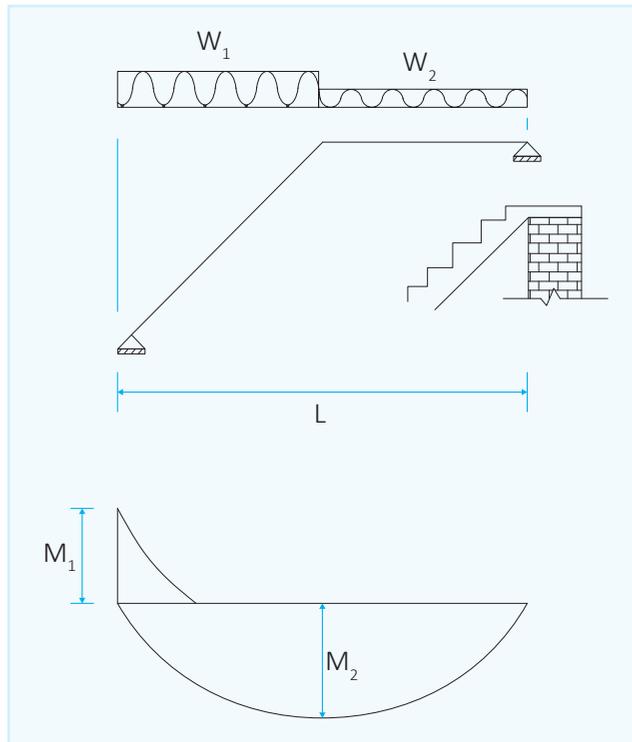
3.2 Tipos de escaleras

3.2.1 Escalera de un solo tramo



3.2.2 Escalera de dos tramos

a) Apoyo superior deslizante

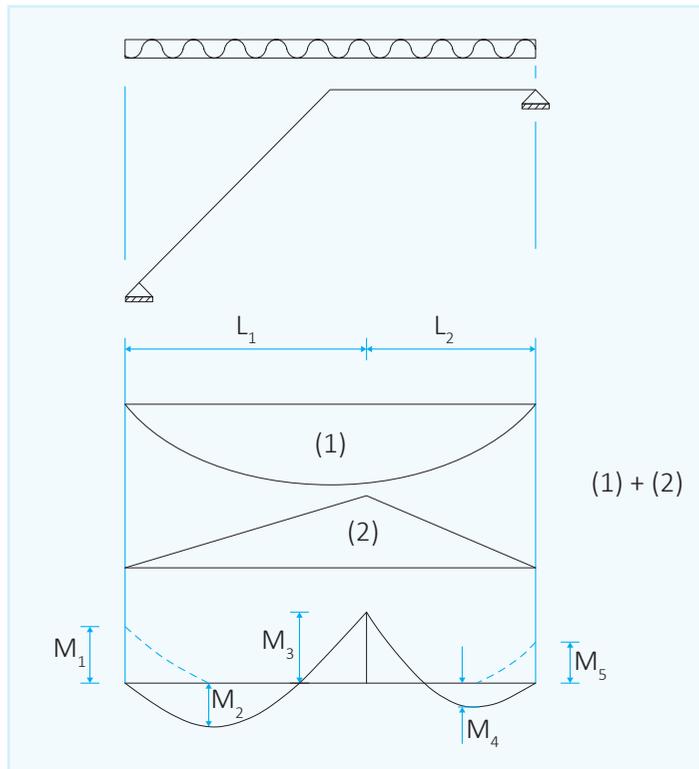


$$M_1 = \frac{1}{16} a \frac{1}{12} w L^2 \Rightarrow w \text{ ó } \frac{w_1 + w_2}{2}$$

$$M_2 = \frac{1}{16} a \frac{1}{12} w L^2 \text{ ó } \frac{1}{8} \left(\frac{w_1 + w_2}{2} \right) L^2$$

$M_1 = \text{ver tipo de apoyo}$

b) Escalera con apoyos fijos



$$M_1 = \frac{1}{16} a \frac{1}{12} wL^2$$

$$M_2 = \frac{1}{10} wL_1^2$$

$$M_3 = \frac{1}{9} w \left(\frac{L_1 + L_2}{2} \right)^2$$

$$M_4 = \frac{1}{10} wL_2^2$$

$$M_5 = \frac{1}{16} a \frac{1}{12} wL_2^2$$

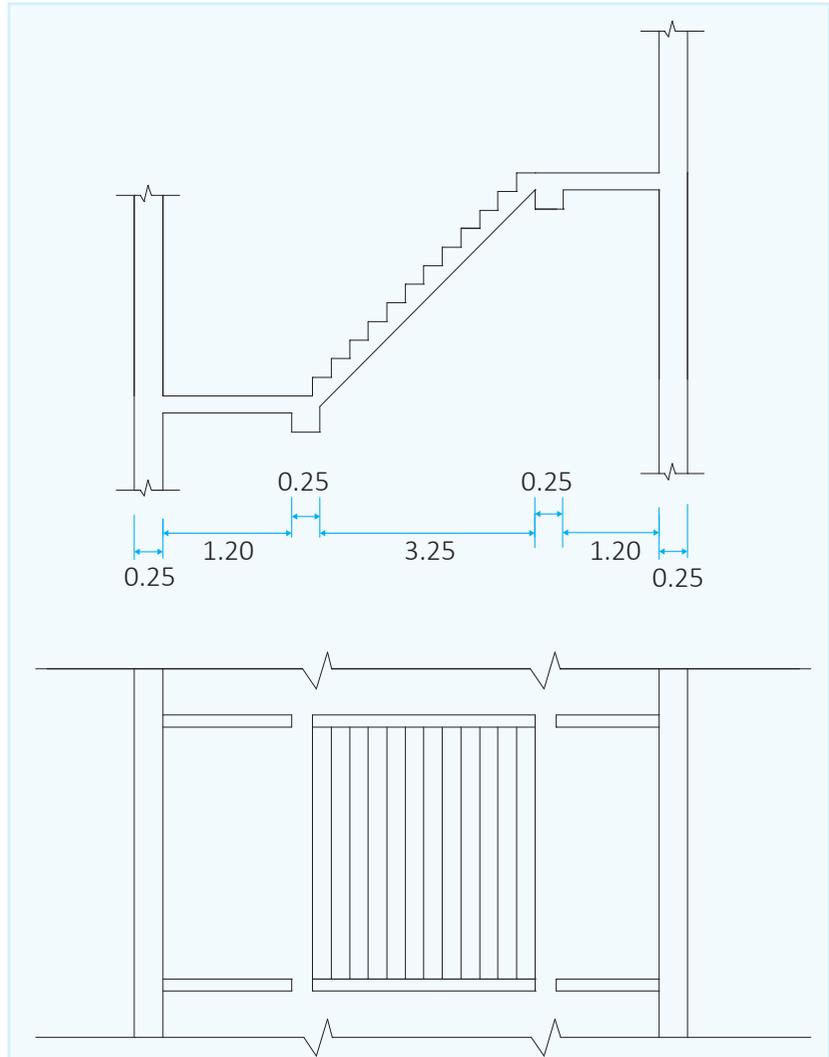
Ejemplo

Diseñar una escalera para un edificio de oficinas con la rampa apoyada en vigas.

$$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$s/c = 500 \text{ kg/m}^2$$



a) Predimensionado

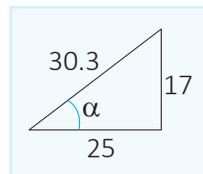
$$T = (3)(3.50) = 10.5 \text{ cm}$$

$$T = \frac{325}{25} = 13 \text{ cm}$$

Usar 13 cm

$$T_1 = \frac{13}{\frac{25}{30.3}} = 15.76 \text{ cm}$$

$$h = \frac{17}{2} + 15.8 = 24.3 \text{ cm}$$



$$\cos \alpha = \frac{25}{30.3} = 0.83$$

$$\alpha = 34.21^\circ$$

b) Cargas

$$p.p = 2400 (24.3) = 583.2 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{acabado} \quad 100.0 \text{ kg/m}^2$$

$$W_{cm} = 683.2 \text{ kg/m}^2$$

Nota: Según ACI 2011 ($W_u = 1.2 \text{ CM} + 1.6 \text{ CV}$)

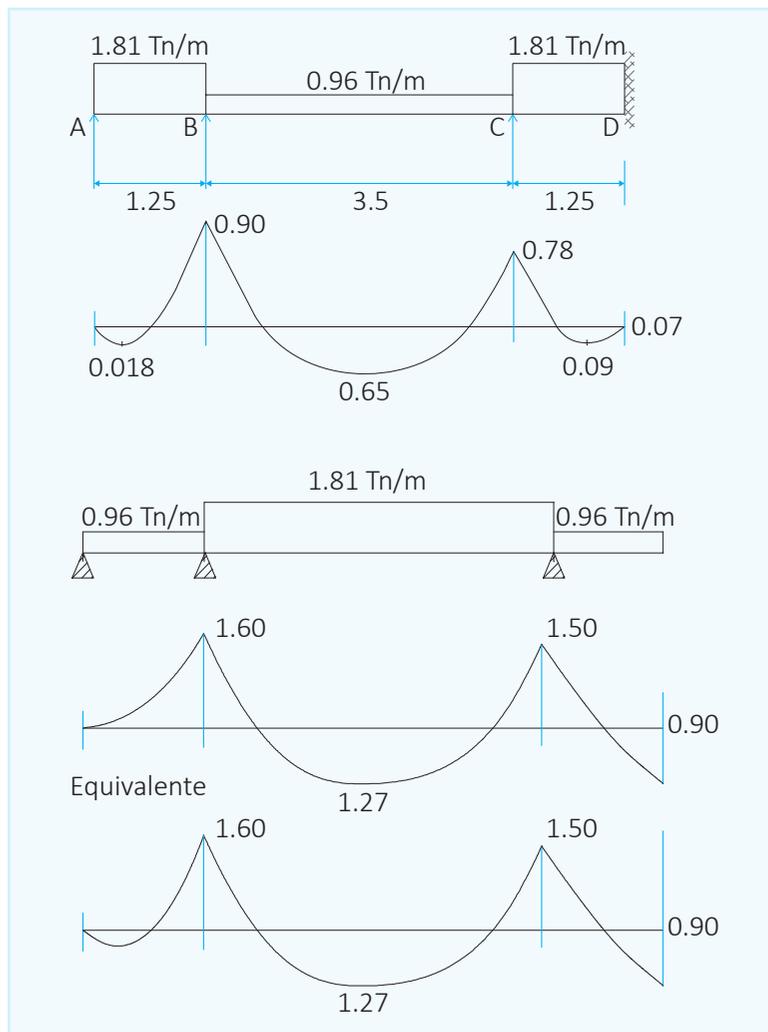
Según normas peruanas ($W_u = 1.5 \text{ CM} + 1.8 \text{ CV}$)

$$W_{1u} = 1.4 (683.2) + 1.7 (500) = 956.5 + 800 \quad \left(\begin{array}{l} \text{Normas ACI anteriores} \\ W_u (1.4 \text{ CM} + 1.7 \text{ CV}) \end{array} \right)$$

$$W_{1u} = 1806.5 \text{ kg/m}^2$$

Calculando los momentos:

Por Cross y para diversos estados de carga.



Encontrar áreas de acero

$$\left. \begin{array}{l} \text{Para } M_{\text{máx}} (-) = 1.6 \text{ Tn-m} \\ d = 13 - 3 = 10 \text{ cm} \end{array} \right\} A_s = 4.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Para } M_{\text{máx}} (+) = 1.27 \text{ Tn-m} \\ d = 10 \text{ cm} \end{array} \right\} A_s = 3.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s \text{ mín}} = (0.0018)(100)(10) = 1.8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Verificación de corte (más crítico)

$$V = \frac{W_{ul}}{2} - \frac{1}{L} (M_{BC} + M_{CB})$$

$$V = \frac{1.8 \cos^2 \alpha (3.5)}{2 \cos \alpha (3.5)} - \cos \alpha (1.6 + 1.5)$$

$$V = 2.18 - 0.74 = 1.44 \text{ Tn-m/m}$$

$$M + \frac{W_u x^2}{2} - V = 0$$

$$1.6 + \frac{1.81 x^2}{2} - 2.28 = 0$$

$$x = 0.87 \text{ m}$$

$$Ld = 0.87 + 0.10 = 0.97 \text{ usar } 1.00 \text{ m}$$

Chequeo por corte:

$$Vd = \frac{WL}{2} - Wd = W \cos^2 \alpha \left(\frac{L \cos \alpha}{2} - d \right)$$

$$Vd = 1.81 \cos^2 \alpha \left(\frac{3.5 \cos \alpha}{2} - 10 \right) = 1.66 \text{ Tn} = V_u$$

$$V_c = \phi (0.53) \sqrt{f'_c} = (0.85)(0.53) \sqrt{210}$$

$$V_c = 6.53 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_c = (6.53)(10)(100) = 6.5 \text{ Tn}$$

$$V_c > V_u \therefore \text{OK}$$

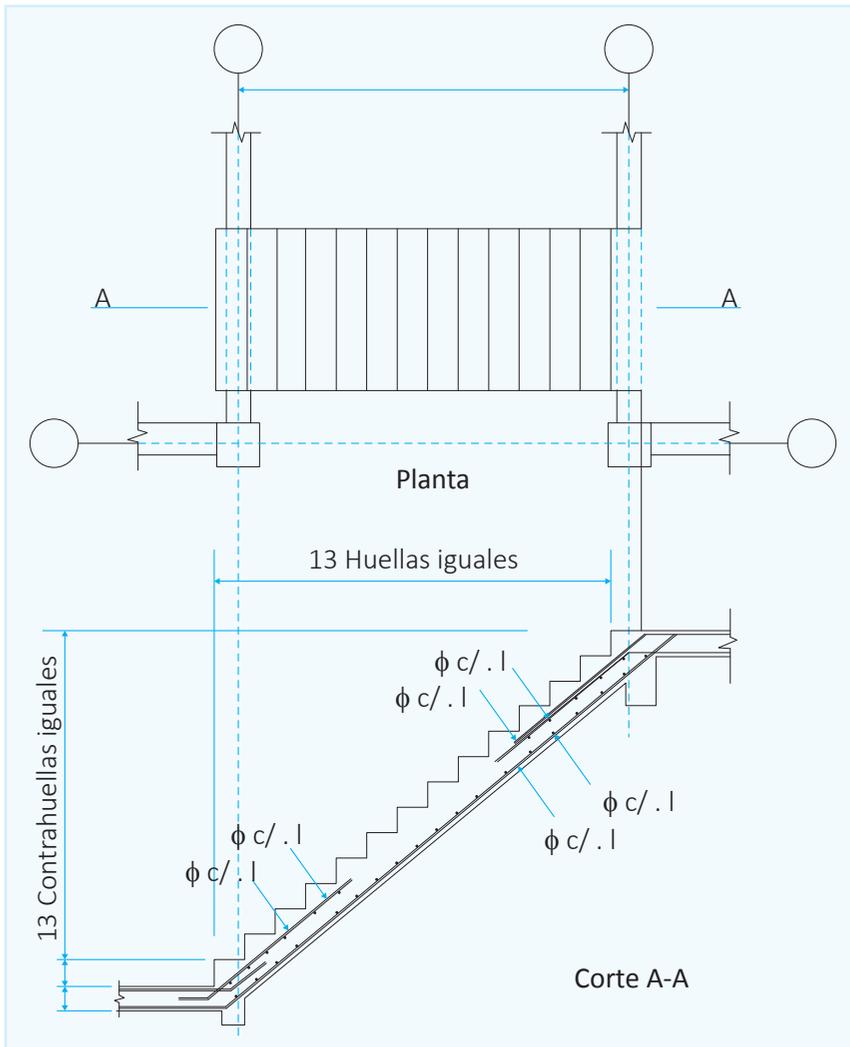


Fig. 3.1 Escalera de un solo tramo (armada longitudinalmente)

Ejemplo: Diseñar una escalera de dos tramos

Luz de la rampa proyectada = 2 m

Luz del descanso = 1 m

$\alpha = 30^\circ$

Análisis de cargas

S/C = 200 kg/m²

Acabados = 100 kg/m²

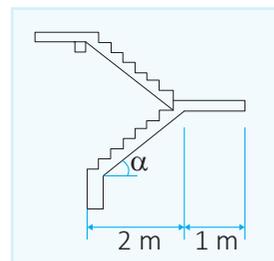
$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$W_u = 1.4 W_{CM} + 1.7 W_{CV}$ (Normas anteriores ACI)

Nota: Según ACI 2011 ($W_u = 1.2 CM + 1.6 CV$)

Según normas peruanas ($W_u = 1.5 CM + 1.8 CV$)



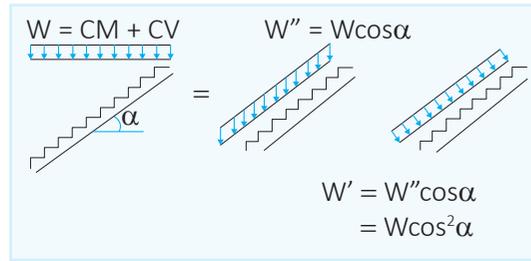
a. Predimensionado

$$L = 2 \text{ m}$$

$$t = (3)(2) = 6 \text{ cm}$$

$$t = \frac{200}{25} = 8 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{Usar } t = 8 \text{ cm}$$



b. Cargas

$$W_{CM} = \text{P.P.} + \text{acabados}$$

$$\text{P.P.} = 2400 \left(\frac{\text{C.P.}}{2} + \frac{t}{2 \cos \alpha} \right)$$

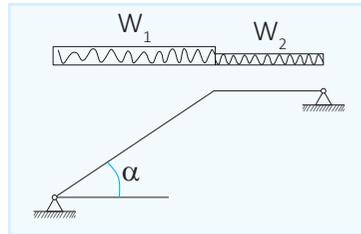
$$\text{P.P.} = 2400 \left(\frac{0.175}{2} + \frac{0.08}{0.89} \right)$$

$$\text{P.P.} = 425.52 \text{ kg/m}^2$$

$$W_{CM} = 425.5 + 100 = 525.5$$

$$W_{1U} = 1.4(525.5) + 1.7(200) = 1065.7 \text{ kg/m}^2$$

$$W_{2U} = 1.4(292) + 1.7(200) = 748.8 \text{ kg/m}^2$$



c. Momentos

Cálculo de rigideces

$$K_1 = \left(\frac{I}{L_1} \right) \left(\frac{3}{4} \right) \Rightarrow K_1 = \frac{I}{L_1} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$K_2 = \left(\frac{I}{L_2} \right) \left(\frac{3}{4} \right) \Rightarrow K_2 = \frac{I}{L_2} = \frac{1}{1} = 1.0$$

$$d_1 = \frac{0.5}{1.5} = 0.333$$

$$(Me)_1 = \left(\frac{1}{8} \right) (2^2) (1065.7) = 532.85 \text{ kg-m}$$

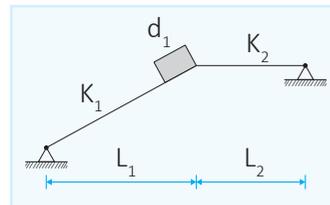
$$(Me)_2 = \left(\frac{1}{8} \right) (1^2) (7.48) = 93.6 \text{ kg-m}$$

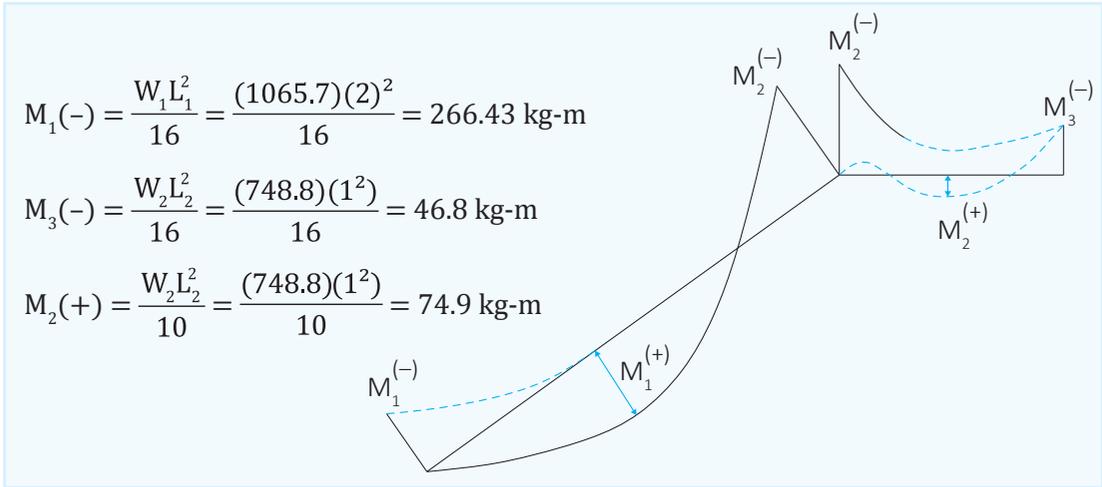
$$(Me)_1 - (Me)_2 = 439.25 \text{ kg-m}$$

$$M_2(-) = 532 - 0.333(439) = 386 \text{ kg-m}$$

$$M_1(+)= 532 - \frac{386}{2} = 339 \text{ kg-m}$$

$$M_2(+)= \text{queda negativo (no existe)}$$





$$M_1(-) = \frac{W_1 L_1^2}{16} = \frac{(1065.7)(2)^2}{16} = 266.43 \text{ kg-m}$$

$$M_3(-) = \frac{W_2 L_2^2}{16} = \frac{(748.8)(1^2)}{16} = 46.8 \text{ kg-m}$$

$$M_2(+)= \frac{W_2 L_2^2}{10} = \frac{(748.8)(1^2)}{10} = 74.9 \text{ kg-m}$$

d. Cálculo de áreas de acero

Usando las fórmulas siguientes:

$$M_u = \phi Asfy (d - a/2) \quad \phi = 0.9$$

$$a = \frac{Asfy}{0.85f'_c b}$$

$$As_{min} = (0.0018)(5)(100) = 0.9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Usar $d = t$ - recubrimiento

$$d = 8 - 3 = 5 \text{ cm}$$

$$M_1^{(+)} = 339 \text{ kg-m} \quad As = 1.88 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$M_2^{(+)} = 74.9 \text{ kg-m} \quad As = 0.40 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ usar } 0.9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$M_2^{(-)} = 386 \text{ kg-m} \quad As = 2.16 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$M_1^{(-)} = 266.43 \text{ kg-m} \quad As = 1.46 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$M_3^{(-)} = 46.8 \text{ kg-m} \quad As \Rightarrow \text{usar } 0.9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Acero de repartición transversal: $As = 0.9 \text{ cm}^2/\text{m}$

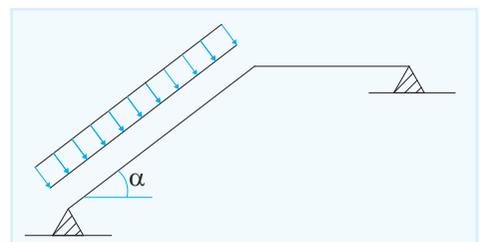
e. Verificación de corte a la distancia “d”

$$V_d = \frac{WL}{2 \cos \alpha} - Wd = 1.07 \cos^2 \alpha (2/2 \cos \alpha - 0.05)$$

$$V_d = 0.88 \text{ Tn}$$

$$V_c = \phi (0.53) \sqrt{210}(100)(5) = 3.26 \text{ Tn}$$

$V_c > V_u \therefore$ es espesor adecuado



3.2.3 Escalera ortopoligonales

Debido a su geometría, se deduce que su análisis es diferente a los casos anteriores. Se puede considerar como una estructura aporticada de un vano. Se podrá, por lo tanto, utilizar el método de analogía de la columna. Por efectos de exactitud, sus apoyos sin empotramientos y considerado:

Por deflexiones angulares.

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\delta}{L} \right)$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left(2\theta_B - \theta_A - \frac{3\delta}{L} \right)$$

ϕ_A, ϕ_B = Giros en los extremos

δ = Deflexión de un extremo respecto al otro

El criterio se fundamenta en la analogía entre esfuerzos que se producen en una columna corta y los momentos que se producen en un pórtico.

Método de analogía de la columna

Consiste en el isomorfismo entre las fórmulas correspondientes a los momentos hiperestáticos en la estructura de un solo vano y de las tensiones en la sección principal de una pieza prismática corta, solicitada a compresión excéntrica.

La sección de la columna se obtiene distribuyendo alrededor del eje de la estructura y centrado con él un ancho igual a la inversa del momento de inercia por el coeficiente de elasticidad.

La carga a la que se somete tiene por valor unitario, a lo largo de un segmento transversal, el momento isostático que corresponde a esa sección en la estructura real.

M_T = Momento total

M_S = Momento en cualquier punto correspondiente a la estructura isostática

$$M_A = \left[\frac{P}{A} + \frac{My - Mx \frac{I_x Y}{I_x}}{I_y - \frac{I^2_{xY}}{I_x}} X + \frac{Mx - My \frac{I_x Y}{I_y}}{I_x - \frac{I^2_{xY}}{I_y}} Y \right]$$

Donde:

$$I_x = \int Y^2 dA = \int \frac{Y^2 ds}{EI}$$

$$I_{xy} = \int xy dA = \int \frac{xy ds}{EI}$$

$$I_y = \int x^2 dA = \int \frac{x^2 ds}{EI}$$

$$M_x = P_y$$

$$M_y = P_x$$

$$W_u = 1.4(CM) + 1.7(CV)$$

$$W_u = 1.4(163) + 1.7(138) = 228.2 + 234.6 = 462.8 \text{ g}$$

$$P = W_u = 463 \text{ kg}$$

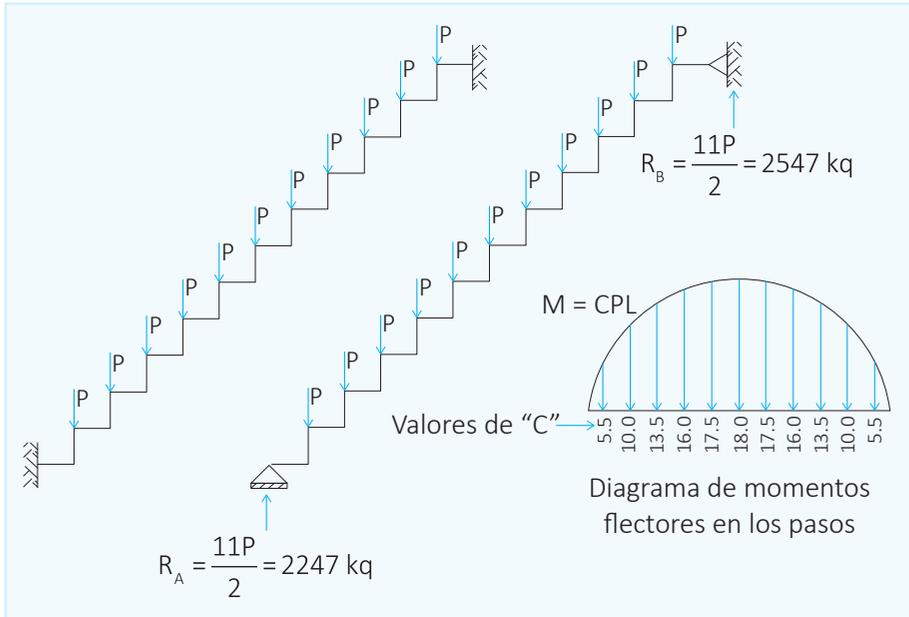
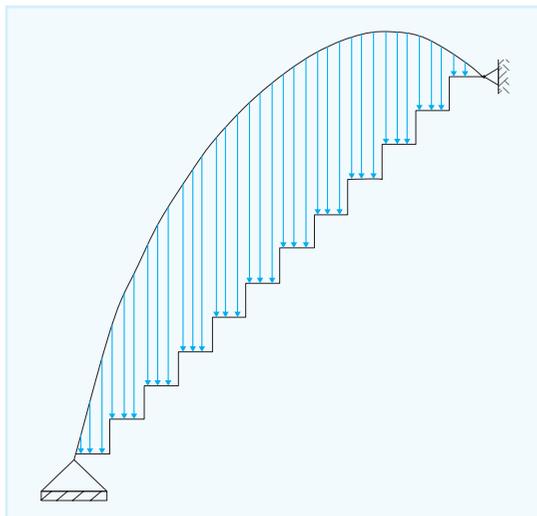


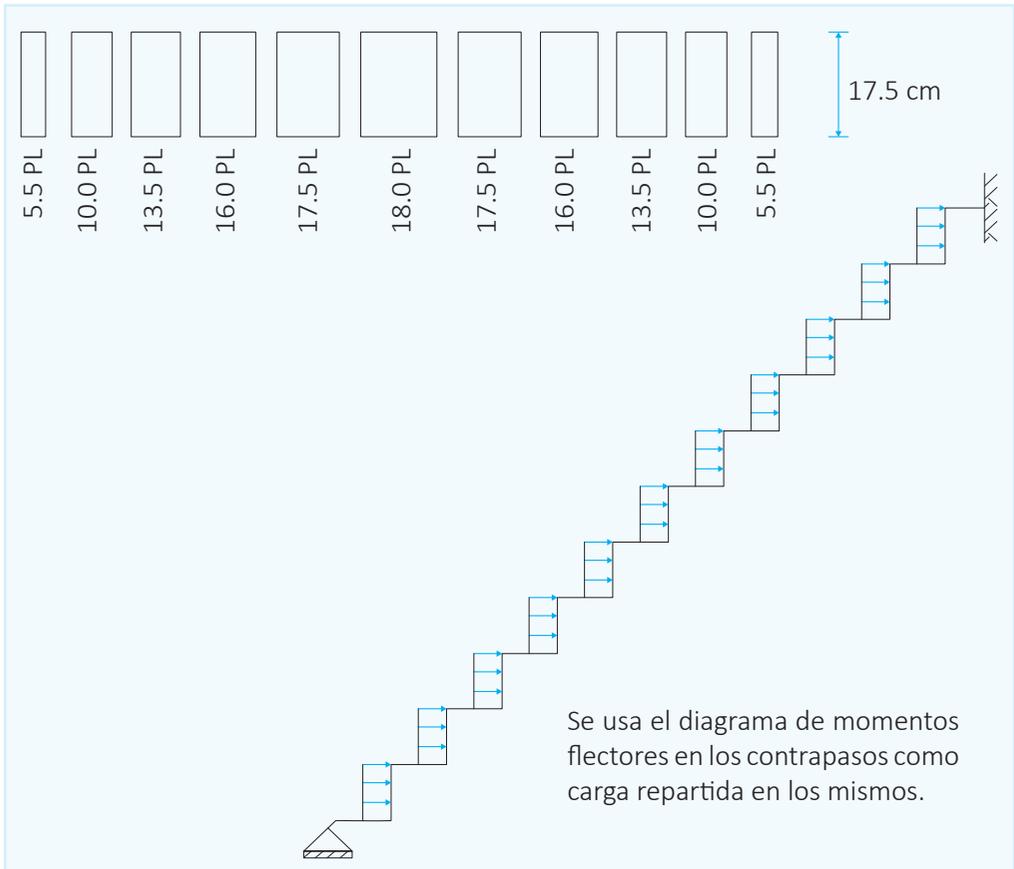
Fig. 3.2

a) Diagrama de los momentos flectores en los pasos (continuación)

Se usa el diagrama de momentos flectores en los pasos como carga repartida en los mismos.



b) Diagrama de momentos flectores en los contrapisos

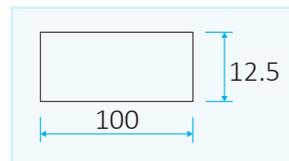


c) Cálculo de inercia

$$I_{\text{paso}} = \frac{1}{12} (100)(12.5)^3 = 16,276.04 \text{ cm}^4$$

$$I_{c.p.} = \frac{1}{12} (100)(12.5)^3 = 16,276.04 \text{ cm}^4$$

$$I_p = I_{cp} = 1$$



Al ser simétrica la escalera no hay excentricidad, por lo tanto, no existe M_x ni M_y , luego solo se tendrá el primer término de la ecuación para este efecto igual a P/A .

$$P_r = \frac{\sum \text{Área del trapecio}}{EI} + \frac{\sum \text{Área del rectángulo}}{EI}$$

A = Área de la columna análoga

$$EIP_1 = \left(\frac{5.5}{2} + \frac{5.5+10}{2} + \frac{10+13.5}{2} + \frac{13.5+16}{2} + \frac{16+17.5}{2} + \frac{17.5+18}{2} \right) 2PL^2$$

$$EIP_2 = (5.5 + 10 + 13.5 + 16 + 17.5 + 18)2PL_a^2$$

$$P_1 = 4862$$

$$P_2 = 3041.8$$

$$P_1 + P_2 = 7903.8$$

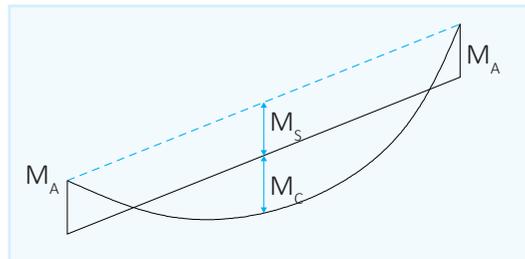
$$A = 12(0.275) + 11(0.175) = 5.23$$

$$M_A = 7903.8 = 1511.2 \text{ kg-m}$$

$$M_c = M_s - M_A$$

$$M_s = 18 PL = (18)(463)(0.275) = 2291.9 \text{ kg-m}$$

$$M_c = 2291.9 - 1511.2 = 780.7 \text{ kg-m}$$



d) Cálculo de "As"

Con $b = 100 \text{ cm}$

$$d = 17.5 - 3.5 = 14 \text{ cm}$$

$$M_A = 1511.2 \text{ kg-m}$$

$$As = \frac{1511.20}{(0.9)(4200) \left(\underbrace{d - \frac{a}{2}}_{(0.9)(14)} \right)} = 3.17 \text{ cm}^2$$

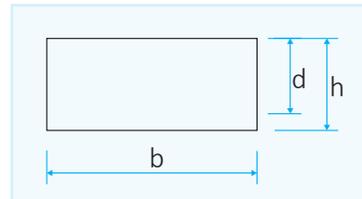
$$a = \frac{(3.17)(4200)}{(0.85)(210)(100)} = 0.75 \text{ cm}^2$$

$$As = \frac{1511.20}{(0.9)(4200) \left(14 - \frac{0.75}{2} \right)} = 2.93 \text{ cm}^2$$

$$As_{\min} = (0.0018)(14)(100) = 2.54 \text{ cm}^2$$

$$\text{Usar } As = 2.93 \text{ cm}^2 \Rightarrow 2.93/0.71 = 4.13$$

Usar $5 \phi 3/8''$



e) Verificaciones: Como viga con cargas puntuales

$A(n-1)$ = Fuerzas

n = Número de espacios

L/n = Separación entre fuerzas



$$M_A = M_B = - \frac{PL(n^2 - 1)}{12n} = - \frac{(463)(3.30)(12^2 - 1)}{12(12)} = 1517.3 \text{ Tn-m}$$

Comparando con el método de analogía de la columna 1511.2 Tn-m y 1517.3 Tn-m son bastante aproximados.

3.2.4 Escaleras apoyadas transversalmente

a) Escaleras continuas

Son escaleras cuyos escalones se apoyan en sus extremos de modo que se soportan como vigas independientes cada uno de ellos. Sus apoyos pueden ser considerados empotrados o simplemente apoyados de acuerdo a su condición de borde.

a) Articulados

$M_A = M_B = 1/24 WL^2$ $M = 1/8 \text{ a } 1/9 WL^2$

b) Empotradas

$M_A = M_B = \frac{WL^2}{12}$ $M = \frac{1}{12} WL^2$

c) Empotrada- Articulada

$M_A = \frac{WL^2}{10}$ $\frac{WL^2}{10}$

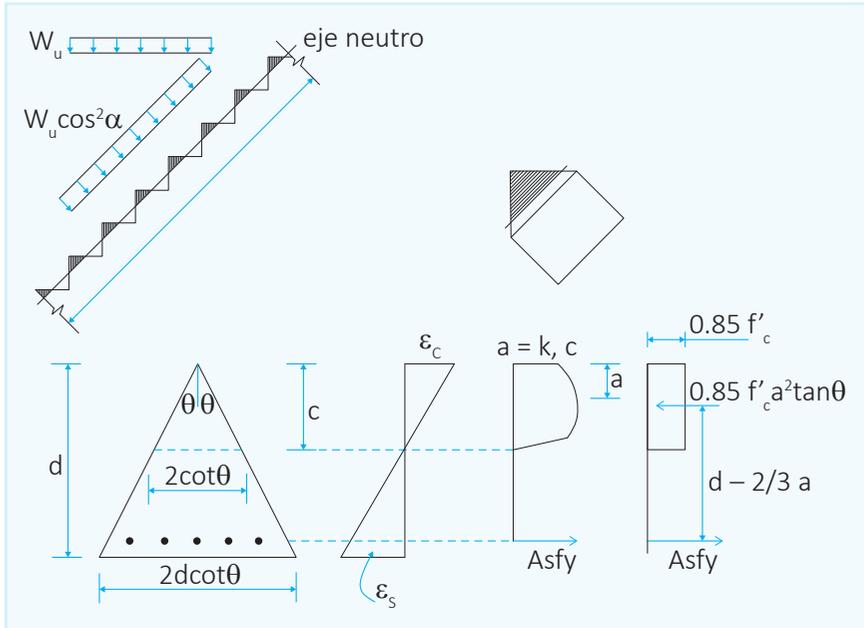
$M_A = \frac{WL^2}{24}$

d) En voladizo

$M_A = \frac{WL^2}{2}$

Diseño para momento positivo (Luz) (M+)

Se diseña como viga triangular con carga perpendicular a la inclinación de la escalera, debido a la posición del eje neutro.



Haciendo: Tracción = Compresión

$$0.85 f'_c a^2 \tan\theta = A_s f_y$$

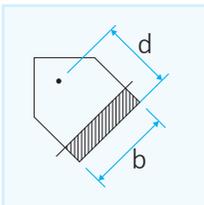
$$a = \sqrt{\frac{A_s \cdot f_y}{0.85 f'_c \tan \theta}}$$

Momentos respecto al centroide de compresión:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{20}{3} \right)}$$

Diseño para momento negativo (apoyos)

Se diseña como viga rectangular por la ubicación del eje neutro.



$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)} ; a = \sqrt{\frac{A_s \cdot f_y}{0.85 f'_c b}}$$

Verificación por corte

Se verifica corte a la distancia “d”

$$V_c \geq V_u$$

Si no cumple se aumenta “d”.

Ejemplo

Diseñar la siguiente escalera para un edificio de oficinas. La escalera está apoyada en muros de ladrillo.

$$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$S/c = 500 \text{ kg/m}^2$$

Peso propio:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{17}{30}\right) = 0.5667$$

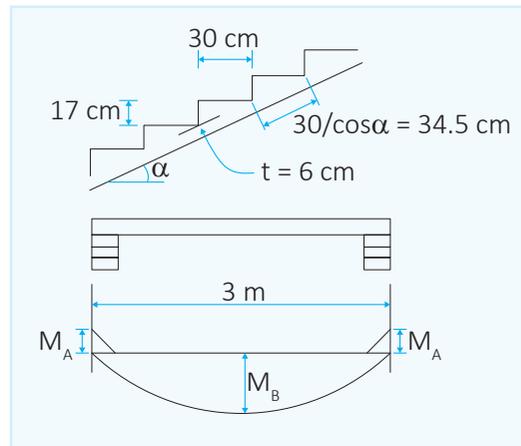
$$\alpha = 29.54^\circ$$

$$t = 6 \text{ cm}$$

$$t_1 = 6 / \cos\alpha = \frac{6}{0.87} = 6.9 \text{ cm}$$

$$tm = 17 + \frac{6.9}{2} = 20.45 \text{ cm}$$

$$P.P. = (0.2045)(400) = 490 \text{ kg/m}^2$$



Cálculo de cargas:

$$\text{Carga muerta: P.P.} = 490 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{acabados} = 100 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Q.C.M} = 590 \text{ kg/m}^2$$

$$S/C = CV = 500 \text{ k/m}^2$$

$$W_u = 1.4 \text{ C.M.} + 1.7 \text{ C.V.}$$

Nota: Según ACI 2011 ($W_u = 1.2 \text{ CM} + 1.6 \text{ CV}$)

Según normas peruanas ($W_u = 1.5 \text{ CM} + 1.8 \text{ CV}$)

$$W_u = 1.4(590) + 1.7(500) = 826 + 850$$

$$W_u = 1676 \text{ kg/m}^2$$

$$W'_u = W_u \cos^2 29.54^\circ = 1268.6 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Luego: } W'_u \text{ (por paso)} = (1268.6) \left(\frac{34.5}{100}\right) = 437.67 \text{ kg/m}$$

a) Cálculo de momentos positivos (luz del tramo)

$$M_u^{(+)} = \frac{w\ell^2}{8} \Rightarrow \frac{(437.67)(3)^2}{8} = 492.4 \text{ kg-m}$$

Cálculo del área de acero

Asumimos una viga triangular

$$d'' = 3 \text{ cm}$$

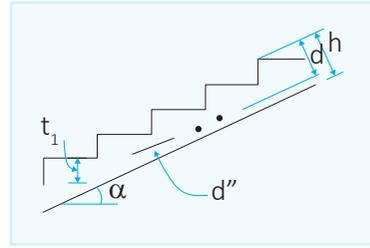
$$h' = P + t_1 = 17 + 6.9 = 23.9 \text{ cm}$$

$$h = h' \cos$$

$$h = (23.9)(0.87) = 20.8 \text{ cm}$$

$$d = h - d' = 20.8 - 3 = 17.8 \text{ cm}$$

$$\beta = 45^\circ \quad \tan \beta = 1$$



Para $M_u = 429.4 \text{ kg-m} \Rightarrow a = d/s = 3.5 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{2a}{3} \right)} = \frac{49240}{(0.9)(4200) \left[17.8 - \frac{(2)(3.5)}{3} \right]} = 0.84 \text{ cm}^2$$

$$a = \sqrt{\frac{(0.84)(4200)}{(0.85)(210)(1)}}$$

$$A_s = \frac{49240}{(0.9)(4200) \left[17.8 - \frac{(2)(4.45)}{3} \right]} = 0.88 \text{ cm}^2$$

$$\therefore A_s = 0.88 \text{ cm}^2$$

b) Cálculo de momentos negativos (apoyos)

$$M_v^{(-)} = W\ell^2 = 437.67(3)^2 = 164.13 \text{ kg-m}$$

$$d = 17.8 \text{ cm} \quad b = 34.5 \Rightarrow \text{usar } d = h/2 = 23.9/2 = 11.95 \text{ m}$$

$$\text{usar } A_{s_{\min}} = (0.0018b)d = (0.0018)(34.5)(11.95) = 0.74 \text{ cm}^2$$

Verificación de corte:

$$V_d = 437.67(3/2 - 0.178) = 578.6 \text{ kg}$$

$$V_c = 0.53 \phi \sqrt{210} = 6.53 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_u = \frac{578}{(0.85)(34.5)(11.95)} = 1.67 \text{ kg/cm}^2$$

$$1.65 < 6.53 \therefore \text{OK}$$

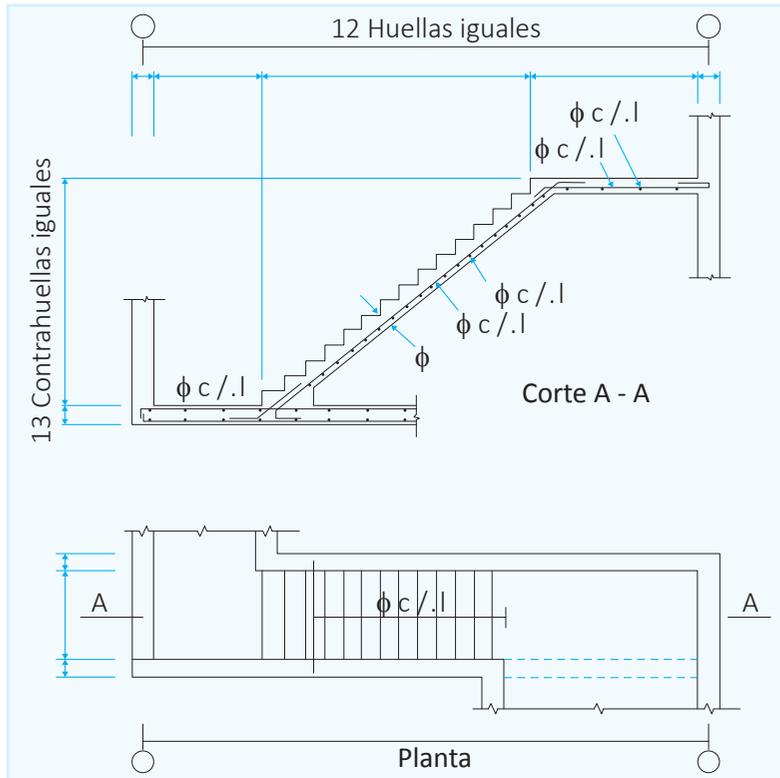


Fig. 3.3 Escalera apoyada en los extremos laterales (armada transversalmente)

3.2.5 Escaleras autoportantes

En lo posible se debe evitar construir este tipo de escaleras debido a sus características de comportamiento estructural con mayor complicación que las anteriormente tratadas.

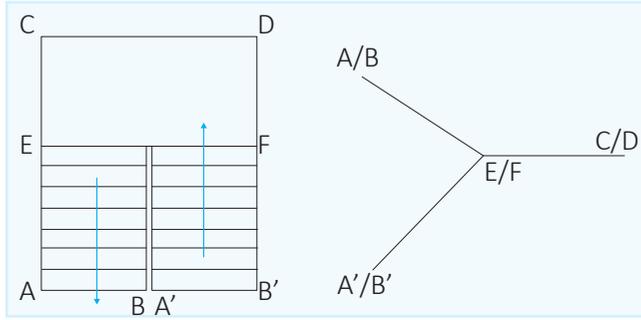
Sus características geométricas, específicamente, el descanso en voladizo y la congestión de carga dinámica que puede producirse en este al producirse un sismo, afectando significativamente no solamente al descanso sino al tramo inferior, al tramo superior y a los apoyos, en especial al superior; conciben que su uso se deba hacer solo en casos especiales.

Escaleras de estas características, construidas últimamente en varios países, han sido aliviadas al máximo en su peso propio, utilizando casetones en el descanso sin disminuir su rigidez ni resistencia.

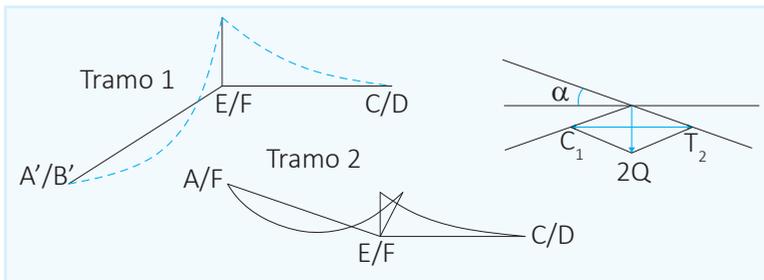
- Análisis

Se analiza como una estructura aporricada con un nodo en el descanso el cual transfiere, además, un momento torsor. Es necesario considerar adecuadamente las condiciones de borde, especialmente el apoyo superior y su grado de fijación (desplazamiento), tanto horizontal como vertical.

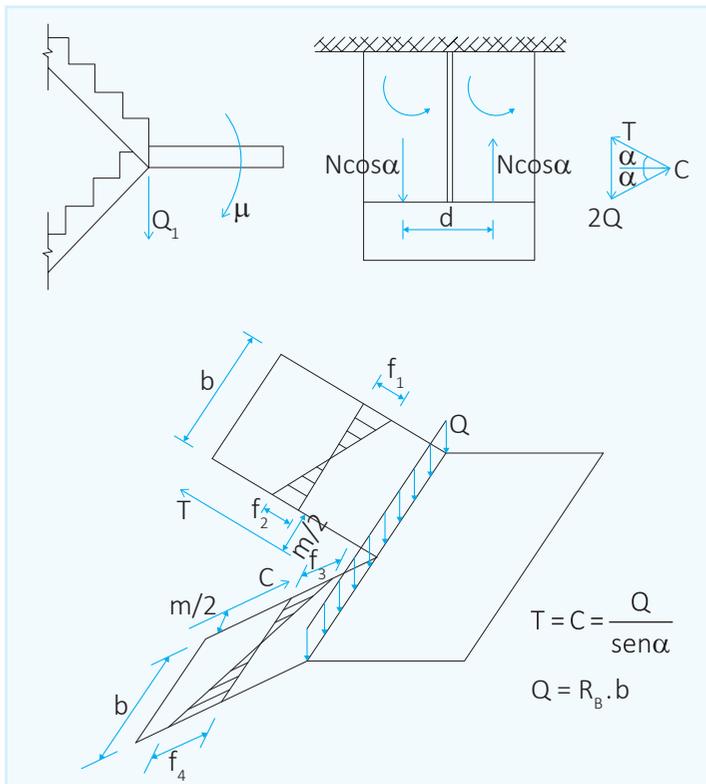
Si el punto E/F de convergencia entre elementos no sufre traslación, se puede considerar fijo; en caso contrario, tendrá que considerarse el desplazamiento de este punto y puede desarrollarse este problema por el teorema de castigliario con respecto a la energía de deformación.



Considerando que el punto E/F no se desplaza, se puede asumir este punto como un apoyo ficticio; por lo tanto, tenemos el siguiente diagrama de momentos:



Al considerarse el apoyo A/B, se puede notar que se desarrollan dos fuerzas bien definidas: tracción (T) y compresión (C) en los tramos superior e inferior, respectivamente.



Debido a que las fuerzas C y T son excéntricas en ambas rampas, se puede ubicar la fuerza C y T, respectivamente, en el centro de cada rampa al adicionarse su momento respectivo debido a la excentricidad.

Luego: $T(\text{centrado}) = T + M(e)$

$$T_c = T + T \left(\frac{b+m}{2} \right)$$

Cálculos de esfuerzos:

$$f_1 = \frac{T}{A} \pm \frac{My}{I}$$

$$f_1 = \frac{T}{tb} \pm \frac{T(b+m)/2 (b/2)}{1/12 tb^3} = \frac{T}{tb} - \frac{3T(b+m)}{tb^2}$$

$$f_1 = \frac{T}{tb} \pm \left[1 - \frac{3(b+m)}{b} \right]$$

$$f_1 = \frac{R_B}{t \operatorname{sen} \alpha} \left[1 - \frac{3(b+m)}{b} \right]$$

Análogamente:

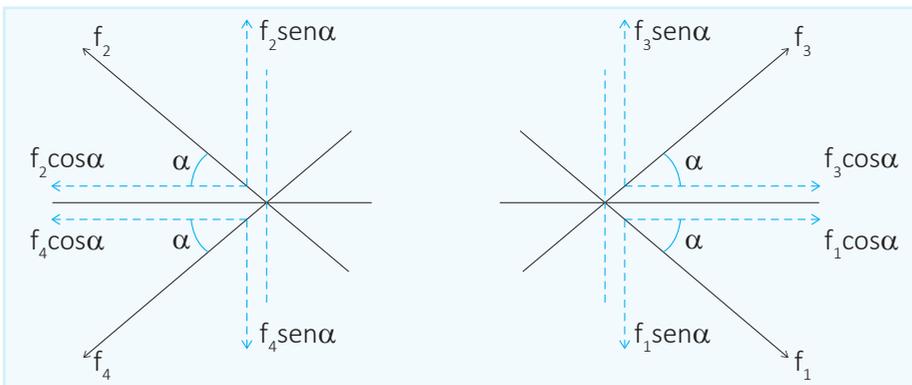
$$f_2 = \frac{R_B}{t \operatorname{sen} \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)}{b} \right]$$

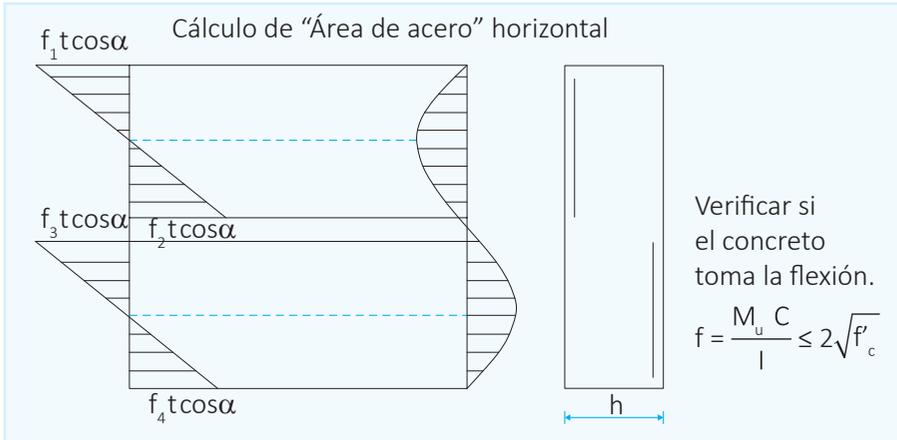
con la fuerza "c" hacemos una relación similar:

$$f_2 = - \frac{R_B}{t \operatorname{sen} \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)}{b} \right]$$

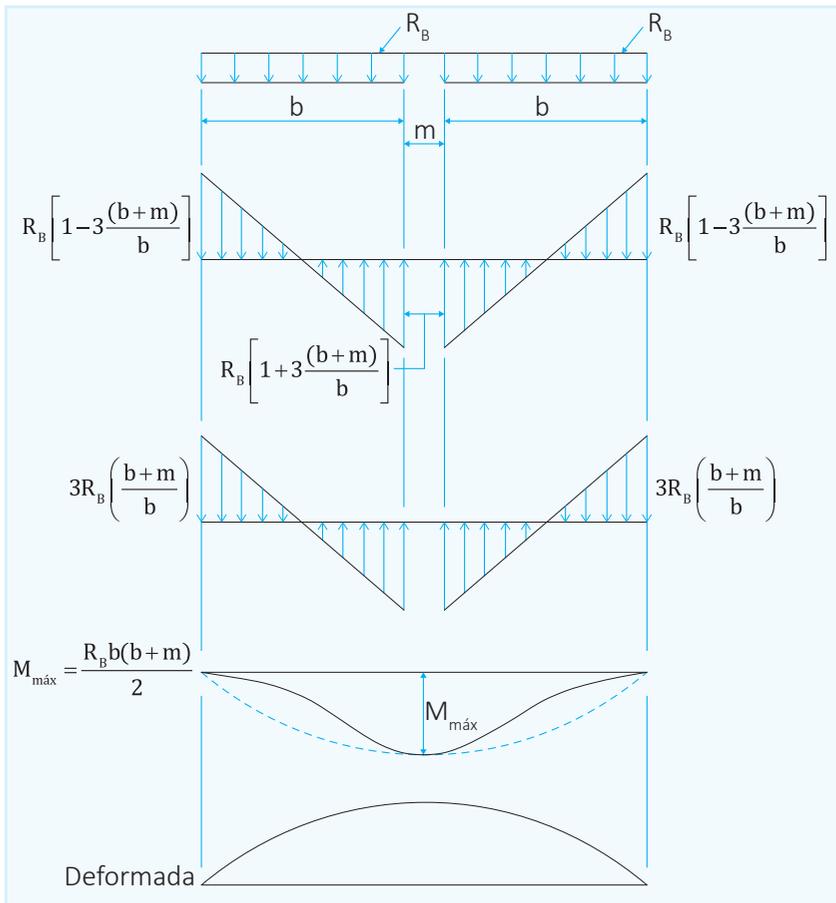
$$f_2 = - \frac{R_B}{t \operatorname{sen} \alpha} \left[1 - \frac{3(b+m)}{b} \right]$$

Encontramos la proyección horizontal de estos esfuerzos para el cálculo del descanso.





Cálculo del "acero vertical" en el descanso



Sumando todos los componentes, pues son iguales, se tiene que:

$$F = \frac{3}{4} RB (b + m)$$

Y el momento será:

$$M_u = F \cdot \frac{2b}{3} = \frac{R_B b}{2} (b + m)$$

Al sumar los dos efectos se considera solo la torsión debido a que es la más crítica. La armadura en el descanso se coloca en la mitad de este ya que es la parte más crítica, en el resto se pone "As" mínimo.

En los lados internos de la rampa se coloca acero debido a que existe una fuerza de tirantamiento que forma un momento alrededor del eje de la escalera, ello hace que en la rampa se produzcan esfuerzos de flexocompresión.

Estos esfuerzos se chequean por la fórmula:

$$f = \pm \frac{M}{b^2 h} + \frac{F}{bh}$$

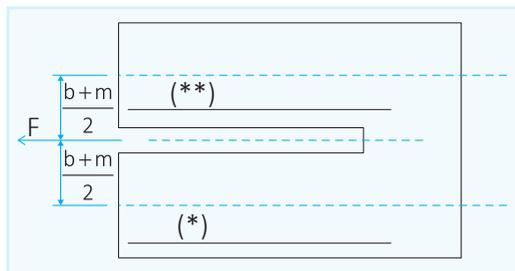
Si este $f \leq f_{\text{máx}}$ permisible que es $0.65 \sqrt{f'_c}$, no requiere armadura.

Y si es mayor se diseña por flexocompresión y flexotracción.

Chequeo por flexocompresión (*) y flexotracción (**)

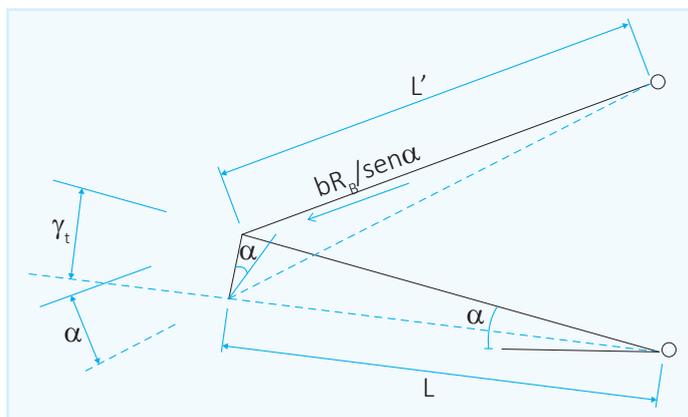
$$M_u = \frac{F (b+m)}{2}$$

Donde: $F = \frac{R_B b}{\text{sen } \alpha}$



Armadura de empotramiento

El efecto de deflexión aumenta la flexión de las dos rampas y no se puede despreciar aun siendo pequeña.



El efecto de torsión se va a despreciar por ser pequeña, pues lo puede absorber el concreto.

De aquí sabemos que: $\delta_1 = \frac{PL}{EA} = \frac{R_B L'}{\text{sen}^2 \alpha E t}$

También:

$$f = \frac{MC}{I}$$

$$I = \frac{tb^3}{12}$$

$$M = \frac{R_B b (b+m)}{2 \text{sen} \alpha} = \frac{b (b+m) (R_B)}{2 \text{sen} \alpha}$$

$$f = \frac{b (b+m) R_B}{2 \text{sen} \alpha \left(\frac{tb^3}{12} \right)} \quad (C)$$

$$f = \frac{6 R_B (b+m)}{2 \text{sen} \alpha t b^2} \quad (C)$$

Tomando solo la mitad:

$$f = \frac{3 R_B (b+m)}{\text{sen} \alpha t b^2} \quad (C)$$

Pero $C = \frac{(b+m)}{\text{sen} \alpha}$

$$f = \frac{3 R_B (b+m)^2}{t b^2 \text{sen}^2 \alpha}$$

$$\delta_2 = \frac{3 R_B (b+m)^2 L}{E t b^2 \text{sen}^2 \alpha}$$

Sumando: $\delta_t = \delta_1 + \delta_2$

$$\delta_t = \frac{R_B L'}{E t \text{sen}^2 \alpha} \left[1 + \frac{3 (b+m)^2}{b^2} \right]$$

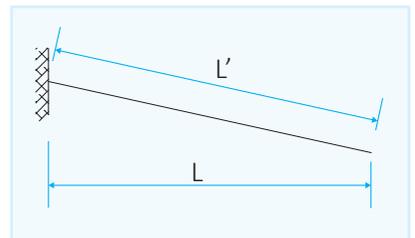
Haciendo una analogía

$$\delta_t = \frac{R'_B L'^2 L^1}{3 E \left(\frac{t^3}{12} \right)} = \frac{4 R'_B L'^2 L^1}{E t^3}$$

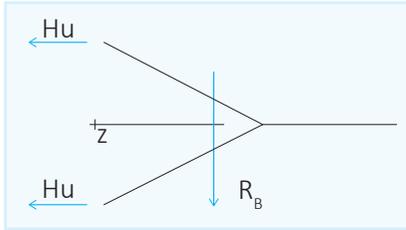
$$\frac{4 R'_B L'^2 L^1}{E t^3} = \frac{R_B L'}{E t \text{sen}^2 \alpha} \left[1 + \frac{3 (b+m)^2}{b^2} \right]$$

$$R'_B = \frac{R_B t^2}{4 L^2 \text{sen}^2 \alpha} \left[1 + \frac{3 (b+m)}{b^2} \right]$$

$$M = R'_B L$$



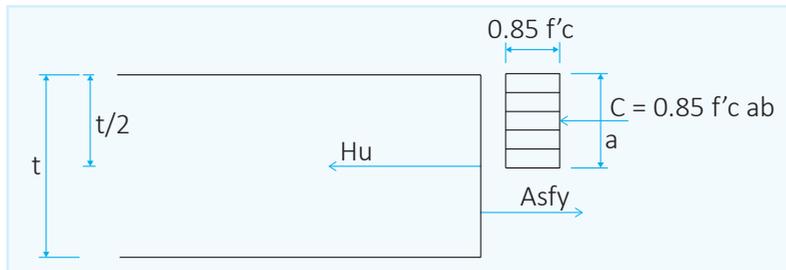
Armadura por tracción



$$A_s = \frac{H_u}{f_y}$$

$$H_u = \frac{R_B z}{H}$$

Armadura de flexión en el empotramiento



Por suma de fuerzas

$$0.85 f'_c ab + H'u = Asfy$$

$$a = \frac{Asfy - H'u}{0.85 f'_c b}$$

Por suma de momentos

$$Asfy (d - c/2) - H'u/\phi \left(\frac{t}{2} - \frac{a}{2} \right) = \frac{M_u}{\phi}$$

$$A_s = \frac{M_u + H'u (t/2 - a/2)}{\phi f_y (d - a/2)}$$

Se considera la mayor armadura.

Ejemplo

Diseñar la siguiente escalera autoportante.

$$P = 18 \text{ cm}$$

$$CP = \frac{280}{18} = 16 \text{ cm}$$

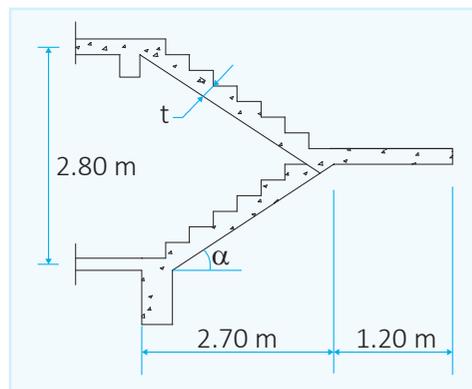
Predimensionado del espesor

$$t = L/20 = 270/20 = 13.5 \text{ cm}$$

Usar $t = 15 \text{ cm}$

$$t_1 = t \cos \alpha$$

$$\alpha = 30^\circ$$



Como la escalera entra perpendicular al sentido del techado, su análisis se puede considerar articulado conservadoramente.

Si fuera paralelo al sentido del techado, se podría considerar empotrado.

- Las cargas en las rampas son:

$$p.p. = (0.252)(2400) = 604.8 \text{ kg/m}^2$$

$$p.t. \text{ --- } = 50.0 \text{ kg/m}^2$$

$$W_D = 654.8 \text{ kg/m}^2$$

$$S/c = W_L = 500.0 \text{ kg/m}^2$$

$$W_u = 1.5(654.8) + 1.8(500) \text{ (Coeficientes del reglamento peruano) Según ACI 2011}$$

$$(W_u = 1.2 \text{ CM} + 1.6 \text{ CV})$$

$$W_u = 1.4 W_D + 1.7 W_L \dots \text{ (ACI)}$$

$$W_u = 1882.2 \text{ kg/m}^2$$

- Las cargas en el descanso

$$p.p. = \left(\frac{0.20 + 0.10}{2} \right) 2400 = 360 \text{ kg/m}^2$$

$$p.t. \text{ --- } = 50 \text{ kg/m}^2$$

$$410 \text{ kg/m}^2$$

$$W_u = 1.5(410) + 1.8(500)$$

$$W_u = 1515 \text{ kg/m}^2$$

- Momentos longitudinales

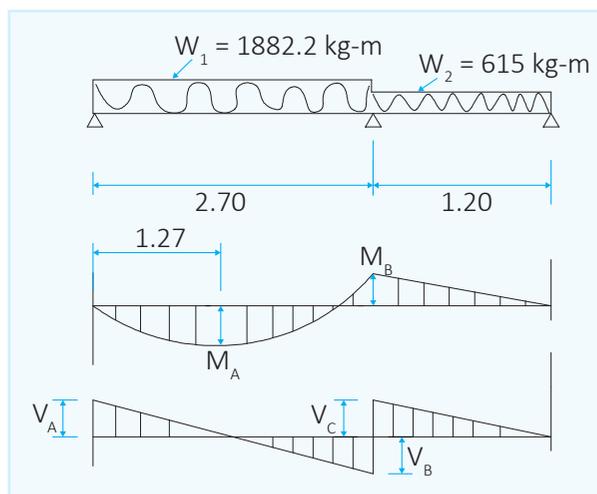
Caso I

$$M_A^{(+)} = 1500 \text{ kg-m}$$

$$M_B^{(-)} = 440 \text{ kg-m}$$

$$V_A = 2.38 \text{ Tn}$$

$$V_B = 2.70 \text{ Tn}$$



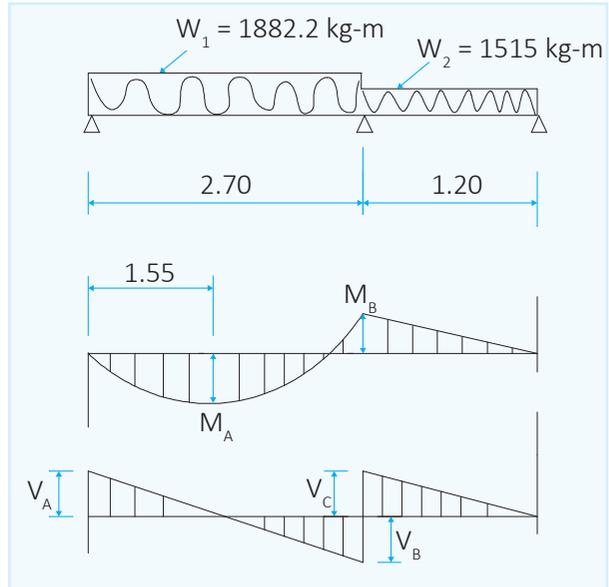
Caso II: Sobrecarga también en el descanso

$$M_B^{(-)} = 1090 \text{ kg-m}$$

$$V_B = 2940 \text{ kg}$$

$$M_A^{(+)} = 1100 \text{ kg-m}$$

$$V_A = 2140 \text{ kg}$$



Como $h = 15 \text{ cm}$
 $d = 12 \text{ cm}$; $d = 15 - 3 = 12 \text{ cm}$

Calculando $A_s^{(+)} \Rightarrow M = 1500 \text{ kg-m} \Rightarrow A_s = 3.67 \text{ cm}^2$ por metro $3 \phi 1/2''$

Calculando $A_s^{(-)} \Rightarrow M = 1090 \text{ kg-m} \Rightarrow A_s = 2.67 \text{ cm}^2$ por metro $4 \phi 3/8''$

$$A_{s_{\min}} = (0.0018)(12)(100) = 2.16 \text{ cm}^2$$

Armadura transversal en el descanso

$$M^{(-)} = \frac{R_B b (b+m)}{2} = \frac{(2.94)(1.2)(1.2+0.10)}{2} = 2293.2 \text{ kg-m}$$

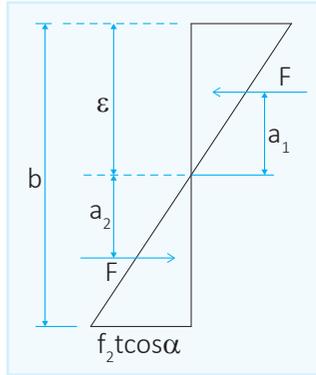
$$M^{(-)} = 2293.2 \text{ kg-m} \Rightarrow d = 12 \Rightarrow A_s^{(-)} = 5.62 \Rightarrow 3 \phi 5/8''$$

$$f_1 t \cos \alpha = \frac{R_B}{\tan \alpha} \left[1 - \frac{3(b+m)}{b} \right] = \frac{2940}{\frac{1.4}{2.7}} \left[1 - \frac{3(1.2+0.1)}{1.2} \right] = 12.757 \text{ kg/m}$$

$$f_2 t \cos \alpha = \frac{2940}{\frac{1.4}{2.7}} \left[1 + \frac{3(1.2+0.1)}{1.2} \right] = 24097.5 \text{ kg/m}$$

$$f_3 t \cos \alpha = -\frac{R_B}{\tan \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)}{b} \right] = -\frac{2940}{\frac{1.4}{2.7}} \left[1 + \frac{3(1.2+0.1)}{1.2} \right] = -24097.5 \text{ kg/m}$$

$$f_4 t \cos \alpha = -\frac{2940}{\frac{1.4}{2.7}} \left[1 - \frac{3(1.2+0.1)}{1.2} \right] = 12757.5 \text{ kg/m}$$



$$\epsilon = b \frac{f_1}{f_1 + f_2}$$

$$\epsilon = 1.2 \frac{-12757.5}{-12757.5 + 24097.5}$$

$$\epsilon = 1.35 \text{ m}$$

Calculando las fuerzas se tiene:

$$F_1 = 1/2 f_1 t \cos \alpha (\epsilon) = \frac{12757.5}{2} (1.35) = -8611.31 \text{ kg}$$

$$F_2 = 1/2 f_2 t \cos \alpha (\epsilon) = \frac{24097.5}{2} (1.35) = 16265.81 \text{ kg}$$

$$F_3 = -16265.81 \text{ kg}$$

$$F_4 = 8611.31 \text{ kg}$$

Calculando momentos se tiene:

$$M = F_2 a_2 - F_1 a_1$$

$$M = F_4 a_4 - F_3 a_3$$

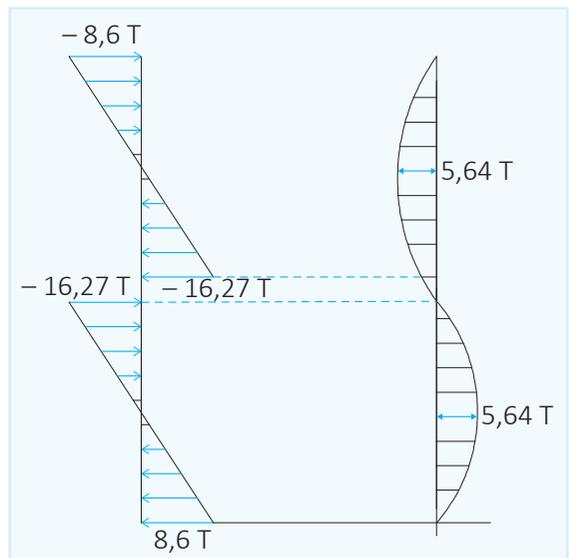
Donde:

$$a_1 = b - \frac{\epsilon}{3} = a_3$$

$$a_2 = b - \frac{\epsilon}{3} = a_4$$

$$M = 16.27 \left(\frac{1.2 - 1.35}{3} \right) + 8.6 \left(\frac{1.2 - 1.35}{3} \right)$$

$$M = 5.64 \text{ Tn-m}$$



Verificando si el concreto toma este momento

$$f = \frac{M_u c}{I} \leq 2\sqrt{f'_c}$$

$$I = 1/12 bh^3 = 1/12 (150)(20)^3 = 100,000 \text{ cm}^4$$

$$c = 10 \text{ cm}$$

$$f = \frac{(564000)(10)}{100000} = 56.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 2\sqrt{f'_c} = 2\sqrt{210} = 28.98 \text{ kg/cm}^2$$

$$56.4 > 28.98$$

∴ El esfuerzo no lo toma el concreto

Con un $M = 5.64$ y $d = 1.2 - 0.05 = 1.15 \text{ m}$

$$A_s = 1.44 \text{ cm}^2 \Rightarrow 2 \phi 3/8''$$

Flexotracción para la rampa superior

$$M = \frac{F(b+m)}{2}$$

$$F = \frac{R_B b}{\text{sen } \alpha} = \frac{(2940)(1.2)}{\frac{1.4}{3.2}} = 8064 \text{ kg}$$

$$M = \frac{(8064)(1.2+0.10)}{2} = 5241.6 \text{ kg-m}$$

Flexotracción para la rampa inferior

$$F = \frac{R_A b}{\text{sen } \alpha} = \frac{(2380)(1.2)}{\frac{1.4}{3.2}} = 6528 \text{ kg}$$

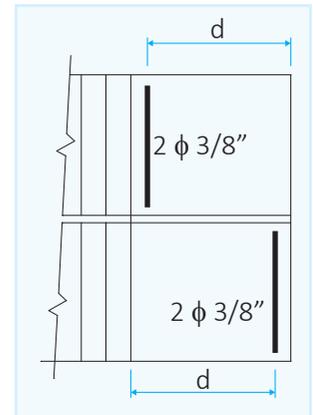
$$M = \frac{F(b+m)}{2} = \frac{(6528)(1.2+0.10)}{2} = 4243.2 \text{ kg-m}$$

Para flexocompresión ∴ usar $M = 5241.6 \text{ kg-m}$

$$f = \pm \frac{6M}{tb^2} + \frac{F}{tb} = \pm \frac{(6)(524160)}{15(120)^2} + \frac{8064}{(15)(120)}$$

$$f = \begin{cases} 19.04 \text{ kg/cm}^2 < 0.85f'_c \text{ esfuerzo permisible en compresión} \\ -10.08 \text{ kg/cm}^2 < -12.49 \text{ esfuerzo permisible en tracción} \end{cases}$$

∴ Pasa en flexocompresión en tracción



Por flexotracción

$$f = \pm \frac{6M}{tb^2} - \frac{F}{tb} = \pm \frac{(6)(524160)}{15(120)^2} - \frac{8064}{(15)(120)}$$

$$f = \begin{cases} +10.08 < 178.5 \text{ pasa por compresión} \\ -19.04 < -12.49 \text{ no pasa por tracción} \end{cases}$$

$$A_s = \frac{M_u - T_u (h/2 - 1/2)}{f_y (d - a/2)}$$

$$h = 120 \text{ cm}$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

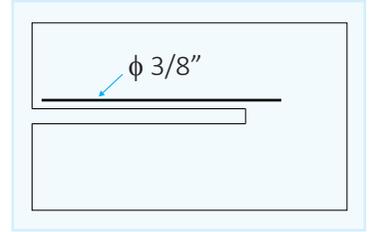
$$d = 115 \text{ cm}$$

$$\text{Si } d - a/2 = 0.9 d$$

$$d - a/2 = (0.9)(115) = 104 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{524160 - 8064 [120/2 - (0.1)(115)]}{(0.9)(4200)(104)}$$

$$A_s = 0.34 \text{ cm}^2 \Rightarrow (1 \phi 3/8")$$



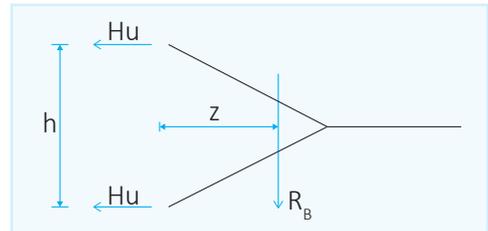
Armadura por tensión

$$A_s = \frac{M_u}{f_y}$$

$$H_u = \frac{R_B z}{h}$$

$$H_u = \frac{(2.94)(2.7)}{2.8} = 2.8 \text{ Tn}$$

$$A_s = \frac{2800}{(0.9)(4200)} = 0.83 \text{ cm}^2$$



Calculando "M" \Rightarrow de empotramiento: $M_u = R'_B \cdot L$

$$R'_B = \frac{R_B t^2}{4L^2 \text{sen}^2 \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)^2}{b^2} \right]$$

$$R'_B = \frac{(4.525)(0.20^2)}{(4)(2.7^2)(1/2)^2} \left[1 + \frac{3(1.20+0.10)^2}{1.2^2} \right]$$

$$R'_B = 0.11 \text{ T}$$

$$M = (0.11)(1.2) = 0.13 \text{ Tn} \cdot \text{m}$$

$$\therefore A_s = \frac{M_u + H'_u (t/2 - a/2)}{\phi f_y (d - a/2)}$$

$$H'_u = \frac{2.8}{\sqrt{3}/2} = 3.2$$

Primer tanteo con $a = 8 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{13000 + 3200(15/2 - 8/2)}{(0.9)(4200)(12 - 8/2)} = \frac{11200}{30240} = 0.37$$

$$a = \frac{A_s f_y - H'_u}{0.85 f'_c b} = \frac{(0.37)(4200) - (3200)}{0.85(175)(100)} = 0.1$$

$$A_s = 13000 + 3200(7.4) = 36680 = 0.68 \text{ cm}^2$$

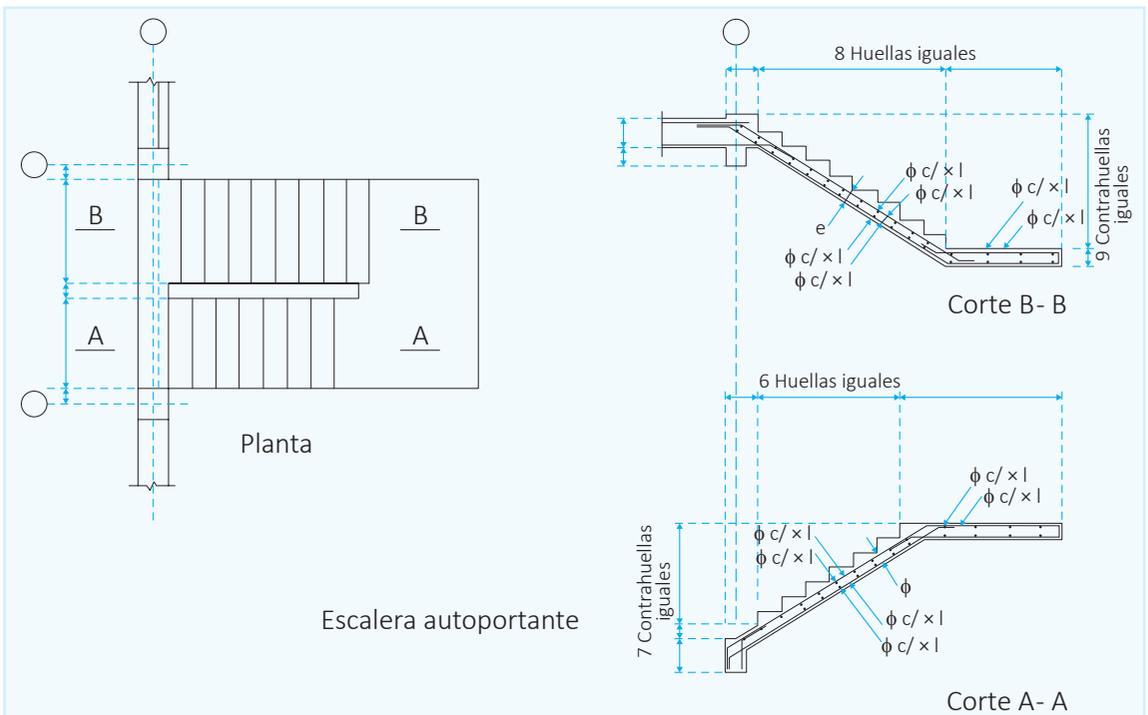


Fig. 3.4

3.2.6 Escaleras helicoidales

Una escalera helicoidal en su análisis comprende el estudio de momentos torsores, momentos flectores y fuerzas de corte. Una escalera helicoidal puede tener descanso intermedio o no, habiéndose desarrollado métodos que pueden analizar cualquiera de estos tipos de escalera, ya sea mediante cálculos matemáticos, tablas o gráficos de líneas de influencia.

El problema se simplifica cuando se transforman estas escaleras para su análisis en una escalera rectilínea en el plano horizontal de proyección. Así, si se toma un escalón cualquiera, en este existen, en general, un momento flector, un momento torsor y una fuerza de corte vertical.

Para una carga uniformemente repartida en todo el paño, siempre y cuando exista simetría de carga y estructura, se observa que el momento torsor y la fuerza de corte se anulan en el medio del paño. Existen varios métodos para su análisis, los más conocidos son los siguientes:

- a) Método de Bergman
- b) Método de Nicolski
- c) Método de Mattock
- d) Método de Morgan
- e) Método de Scordelis
- f) Método de Arya y Prakash
- g) Método de Menn

Solamente se desarrollará el primero de los nombrados:

A. Método de Bergman

Con la aplicación del trabajo virtual para una viga finita curva de radio "R" constante, se obtiene la siguiente expresión para M_c , que es el momento flector en el medio cuando la viga se encuentra empotrada en los extremos.

$$M_o = WR^2 \left[\frac{2(K+1)\text{sen}\theta - 2K \cos\theta}{(K+1)\theta - (K-1)\text{sen}\theta \cos\theta} - 1 \right]$$

Donde:

θ = Mitad del ángulo central

K = EI/GJ relación de flexión a torsión (de giro)

W = Carga total ($W_D + W_L$) por metro de paño, medida a lo largo de la longitud proyectada en el plano

Esta fórmula para M_c se puede escribir como:

$$M_c = WR^2 (U - 1)$$

Donde U representa la parte fraccionada izquierda de la anterior expresión, U es vista como una función solo de K y θ . Para cualquier losa de sección particular, K podrá obtenerse de la siguiente tabla.

Tabla 3.1

$b \geq h$		$h \geq b$	
b/h	k	h/b	k
1.0	1.39	1.0	1.39
1.2	1.18	1.2	1.70
1.5	1.00	1.5	2.25
2.0	0.86	2.0	3.42
2.5	0.79	2.5	4.92
3.0	0.75	3.0	6.70
4.0	0.70	4.0	11.15
5.0	0.68	5.0	16.85
7.0	0.65	-	-
10.0	0.63	-	-
0	0.59	-	-

Donde: b = Ancho, h = Altura

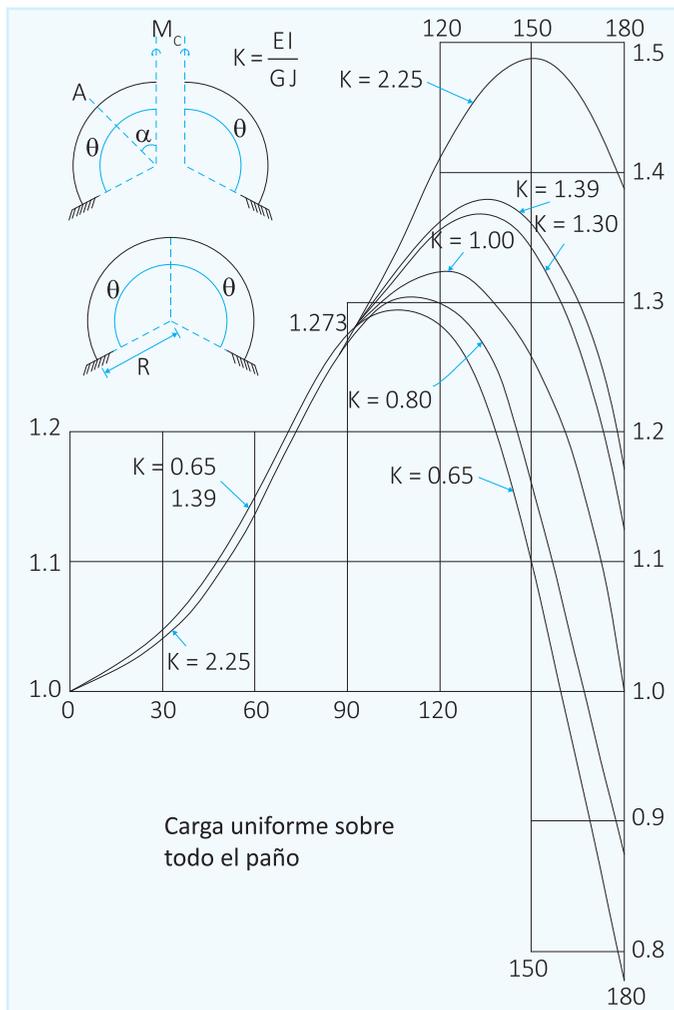


Fig 3.5

Momento flector "M"

En el medio paño $M = M_c = WR^2 (U - 1)$

En cualquier sección $A = M = M_A = WR^2 (U \cos\alpha - 1)$

Momento torsor "T"

En el medio paño $T - T_c = 0$

En cualquier sección A , $T = T_A = WR^2 (U \operatorname{sen}\alpha - \alpha^*)$

Corte vertical

$$V = Wr\alpha^* (= 0 \text{ en la mitad del paño})$$

Nota: α^* es en radianes (1 radian = 57.3 grados)

Respectivamente, el momento flector y el momento torsor, en cualquier sección "A" localizada en una distancia angular de α , desde el medio paño por medio de expresiones dadas.

Análisis de acero por flexión

Según el reglamento del ACI-83, el A_s necesario por flexión resulta de obtener el momento último de cargas vivas y muertas magnificadas, y aplicarle un factor de reducción.

Así:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)}$$

Donde a viene a ser la longitud del rectángulo de Whitney, y generalmente se halla por aproximaciones sucesivas, mediante la fórmula:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

Es decir, es un método que se realiza por tanteos. As nos da determinado número de barras de acero, tanto negativas como positivas que se colocan arriba o abajo. El hecho de que se coloquen a todo el largo del escalón depende de la magnitud del momento, tomándose en cuenta que generalmente se hace llegar a los extremos un 50 % del A_s necesario en el medio para los momentos positivos. Igualmente para los momentos negativos.

Refuerzo por corte

El estribaje generalmente no se realiza por un requerimiento estructura, sino que se estriba con un A_s mínimo para sujetar el acero longitudinal. El chequeo por corte viene de la comparación del corte que resiste el concreto.

$$v_c = \phi 0.53 \sqrt{f'_c}$$

Con el corte actuante a la distancia “d”:

$$v_u = \frac{V_u}{bd}$$

Cuando $v_u > v_c$, es necesario calcular el estribaje necesario.

Generalmente, este es mínimo ya que el corte es más determinante en vigas sometidas a grandes cargas.

Corte y torsión

Según el análisis del momento, el torsor se puede determinar si se necesita estribos, además de la fuerza de corte debido a la torsión.

El esfuerzo torsor y el esfuerzo de corte están dados por las fórmulas:

$$\tau_u = \frac{3Mt}{\phi \sum x^2 y}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi bd}$$

Donde x e y son las dimensiones de la sección analizada, esto se compara con el esfuerzo torsor siguiente:

$$\tau_{\min} = 0.398 \sqrt{f'_c}$$

Si $\tau_u > \tau_{\min}$, es necesario diseñar también por torsión.

Tenemos un M_t actuante, el resistente será:

$$Mt_c = \phi \tau_c \frac{\sum x^2 y}{3}$$

Donde:

$$\tau_c = \frac{0.636 \sqrt{f'_c}}{\sqrt{1 + \left(1.2 \frac{v_u}{\tau_u}\right)^2}} \approx 0.2 \tau_{\max}$$

$$V_c = \phi v_c b d$$

Donde:

$$v_c = \frac{0.53 \sqrt{f'_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\tau_u}{1.2 v_u}\right)^2}}$$

Calculamos el momento torsor tomado por la armadura (Mt_s), como también en el área de acero para estribos por torsión (A_o)

$$Mt_s = Mt_u - Mt_c$$

$$\frac{A_o}{s} = \frac{Mt_s}{\phi R X_1 Y_1 f_y} \text{ donde } R = 0.66 + 0.33 \frac{Y_1}{X_1} \leq 1.5$$

Calculamos el cortante tomado por los estribos

$$V_s = V_u - V_c$$

$$\frac{A_s}{s} = \frac{V_s}{\phi d f_y}$$

El área total de estribos será:

$$2 \frac{A_o}{s} + \frac{A_v}{s} \geq 3.52 \text{ b/fy}$$

Verificando:

$$s \leq \frac{x_1 + y_1}{4}$$

$$s \leq 30$$

Calculamos el acero longitudinal

$A_1 = \frac{2A_o}{s} (x_1 + y_1)$ pero no menor que:

$$A_1 = \frac{28.12}{f_y} \times \left(\frac{\tau_u}{\tau_u + v_u} \right) - \frac{2A_o}{s} (x_1 + y_1) \quad (1)$$

$$\frac{2A_o}{s} \geq 3.52 \text{ b/fy} \quad (2)$$

Debemos mencionar, también, que el uso del valor del momento torsor, sin ninguna modificación, es erróneo. Los valores computados son las magnitudes del momento en el plano vertical y no en el plano inclinado actual de la sección de la escalera. Por ello, es permisible para el diseñador reducir este valor de (m_t) y corte, multiplicándolo por $\cos \lambda$ (donde λ es el ángulo vertical entre la horizontal) y una tangente al eje longitudinal de la real inclinación del escalón.

Problema

Diseñar la escalera por el método de Bergman.

Datos:

$$2\theta = 180^\circ$$

$$b = 120 \text{ cm}$$

$$h = t = 22 \text{ cm}$$

$$R = 2$$

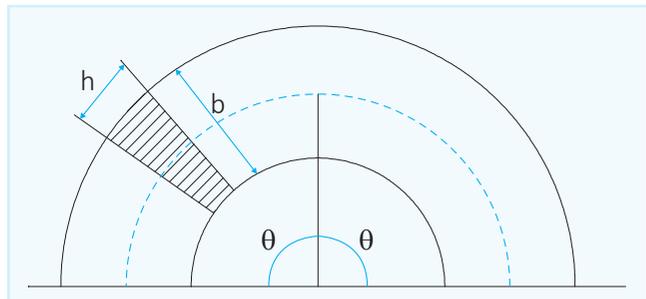
$$f'_c = 175 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$s/c = 350 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{acabados} = 100 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{"h" de escaleras} = 3.00 \text{ m}$$



Metrado de cargas:

$$p.p. = \frac{0.22}{\cos 30^\circ}(2.4) = 0.61 \text{ Tn/m}^2$$

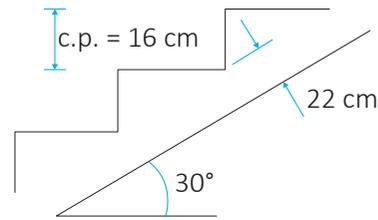
$$\frac{0.16}{2}(2.4) = 0.19 \text{ Tn/m}^2$$

$$\text{Acabados } 0.10 \text{ Tn/m}^2$$

$$W_d = 0.90 \text{ Tn/m}^2$$

$$W_L = s/c = 0.35 \text{ Tn/m}^2$$

$$W_u = 1.5(0.9) + 1.8(0.35) = 1.98 \text{ Tn/m}^2 \text{ (Normas peruanas)}$$



por el ancho de la escalera

$$W_u = (1.98)(1.2) = 2.38 \text{ Tn/m}$$

Por intermedio de tablas hallamos K:

$$\frac{b}{h} = \frac{1.20}{0.22} = 5.45$$

Donde:

$$\left. \begin{array}{l} \theta = 90^\circ \\ K = 0.665 \end{array} \right\} U = 1.273$$

Momento de flexión:

a. Para $\alpha = 0^\circ$

$$M_c = WR^2 (U - 1)$$

$$M_c = (2.38)(2^2)(1.273 - 1)$$

$$M_c = 2.6 \text{ Tn-m}$$

b. Para $\alpha = 90^\circ$

$$M = WR^2 (U \cos \alpha - 1) = - (2.38)(2^2)$$

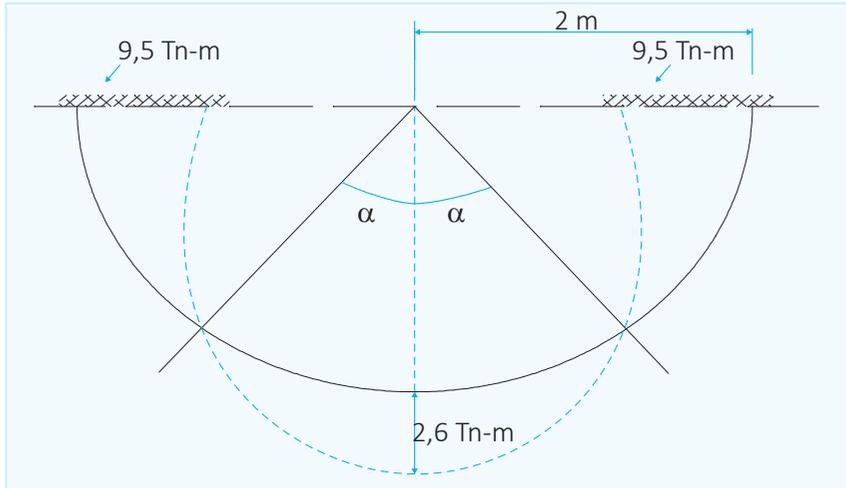
$$M = - 9.5 \text{ Tn-m}$$

Punto de inflexión:

$$\text{haciendo } WR^2 (U \cos \alpha - 1) = 0$$

$$\cos = \frac{1}{U} = \frac{1}{1.273} = 0.785$$

Donde $\alpha = 38.33^\circ$



Calcular "As"

$$M^{(-)} = -9.5 \text{ Tn-m} \Rightarrow As^{(-)} = 14.55 \text{ cm}^2$$

$$M^{(+)} = 2.6 \text{ Tn-m} \Rightarrow As^{(+)} = 3.98 \text{ cm}^2$$

Momento de torsión:

a) Para $\alpha = 90^\circ$

$$T_A = WR^2 (U \operatorname{sen} \alpha - \alpha^*)$$

$$T_A = (2.38)(2^2)[(1.273)(1) - (1.57)]$$

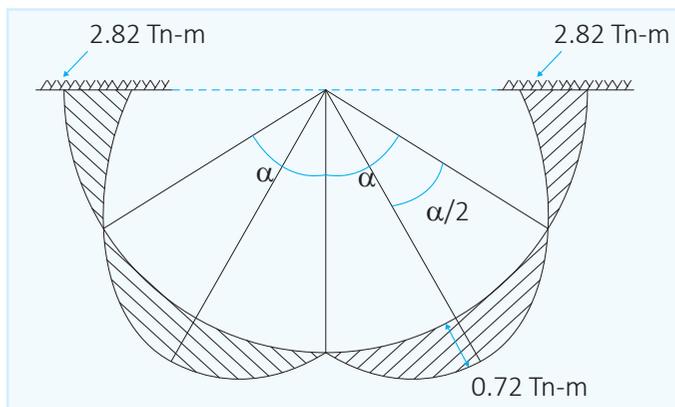
$$T_A = 2.82 \text{ Tn-m}$$

b) Punto de inflexión

$$WR^2 (U \operatorname{sen} \alpha - \alpha^*) = 0$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \alpha^* - \frac{\alpha^{*3}}{3!} + \frac{\alpha^{*5}}{5!} - \frac{\alpha^{*7}}{7!}$$

$$\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha^*} = \frac{1}{U} = 1 - \frac{\alpha^2}{6}$$



$$\alpha = \left(1 - \frac{1}{U}\right)6 = 1.139 \text{ rad}$$

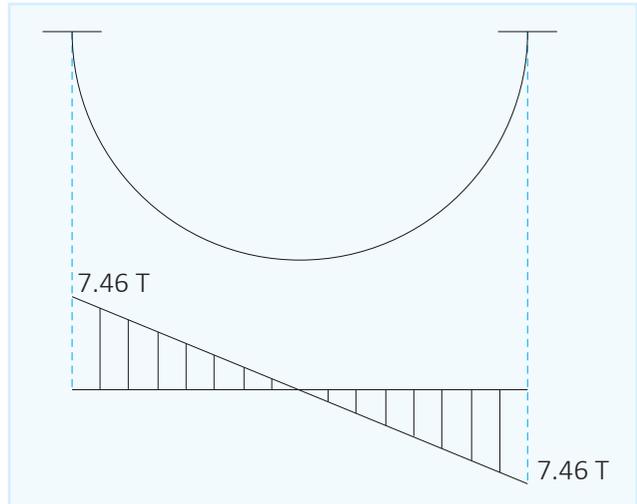
$$\alpha = (1.139)(57.3^\circ)$$

$$\alpha = 65.2^\circ$$

Corte

En el apoyo

$$V = WR \alpha^*$$



Diseño por corte y torsión

El momento torsor es: $M_t = 2.82 \text{ Tn}\cdot\text{m}$

El corte en el apoyo es: $V = 7.46 \text{ Tn}$

$$\lambda = 30^\circ$$

Verificando si se diseña por torsión. Se hará a la cara del apoyo el corte y la torsión debido a que "d" es muy pequeño.

$$\text{Transformándolo } Mt_1 = M_t \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} (2.82)$$

$$Mt_1 = 2.44 \text{ Tn}\cdot\text{m}$$

$$V = 7.46 \text{ Tn} \Rightarrow V_1 = 7.46 \cos 30^\circ = 7.46 \frac{\sqrt{3}}{2} = 6.46 \text{ Tn}$$

Donde:

$$\tau_u = \frac{3M_t}{\phi \sum x^2 y} = \frac{3(244000)}{0.85(82^2)(120)}$$

$$\tau_u = 14.79 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\min} = 0.398 \sqrt{f'_c} = 5.27 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_u > \tau_{\min} \Rightarrow \text{se diseña por torsión}$$

$$\tau_{\max} = \frac{3.18 \sqrt{f'_c}}{\sqrt{1 + \left(1.2 \frac{\gamma_u}{\tau_u}\right)^2}}$$

Donde:

$$\gamma_u = \frac{V_u}{\phi b d} = \frac{6460}{(0.85)(120)(19)} = 3.33 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{3.18\sqrt{175}}{\sqrt{1 + \left[(1.2) \left(\frac{3.33}{14.79} \right) \right]}}$$

$$\tau_{\text{máx}} = 37.22 \text{ kg/cm}^2$$

$\tau_{\text{máx}} > \tau_u$ \therefore Las dimensiones son correctas.

$$\tau_c = 0.2 \tau_{\text{máx}} = (0.2)(37.22) = 7.44 \text{ kg/cm}^2$$

$\tau_c < \tau_u$ \therefore Necesita armadura por torsión.

Diseño por corte y torsión

$$Mt_s = Mt_u - Mt_c$$

$$Mt_c = \phi \tau_c \frac{\sum x^2 y}{3} = (0.85)(7.44) \left[\frac{(22^2)(120)}{3} \right]$$

$$Mt_c = 1.8 \text{ Tn-m}$$

$$\therefore Mt_s = 2.44 - 1.8 = 0.64 \text{ Tn-m}$$

$$\frac{A_o}{s} = \frac{Mt_s}{\phi R x_1 y_1 f_1}$$

$$R = 0.66 + 0.33 y_1/x_1 \leq 1.5$$

$$R = 0.66 + 0.33(12/16) = 2.9 > 1.5$$

Se toma $R = 1.5$

$$\frac{A_o}{s} = \frac{64000}{(0.85)(1.5)(112)(16)(4200)} = 0.007 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$V = (2.38)(2)(1.57)$$

$$V = 7.46 \text{ Tn}$$

Por corte

$$V_s = V_u - V_c$$

$$V_c = \phi v_c b d = (0.85) \frac{0.53\sqrt{175}}{\sqrt{1 + \frac{1}{0.25}}} (19)(120)$$

$$V_c = 6.3 \text{ Tn}$$

$$V_u = (3.33)(0.85)(19)(120) = 6.7 \text{ Tn}$$

$$V_s = 6.7 - 6.3 = 0.4 \text{ Tn}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{400}{(0.85)(19)(4200)} = 0.006 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

Para tener estribos de 2 ramas

$$\frac{2A_o}{s} + \frac{A_v}{s} = 2(0.007) + 0.006 = 0.020 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

El estribo mínimo

$$(3.52) \frac{b}{f_y} = (3.52) \left(\frac{120}{4200} \right) = 0.10 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$0.10 > 0.020 \therefore$ Se usa estribo mínimo.

Se toma 0.10 cm^2 estribos (mínimos)

Para $1/2$ (2 ramales)

$$A = 2.49$$

$$s = \frac{2.49}{0.10} = 24.9 \text{ cm}$$

$$s = 25 \text{ cm}$$

El " A_1 " por torsión

Vemos si $2 \frac{A_o}{s} \geq 3.52 b/f_y$

Como $3.52 b/f_y = 0.10$

$$\frac{2A_o}{s} = 0.032 \therefore \text{ Usamos } 0.10$$

$$A_1 = \left[\frac{28.12 \times \left(\frac{\tau_u}{\tau_u + v_u} \right) - \frac{2A_o}{s}}{f_y} \right] (x_1 + y_1)$$

$$A_1 = \left[\frac{28.12 (22)}{400} \left(\frac{14.79}{14.79 + 3.33} \right) - 0.014 \right] (112 + 16)$$

$$A_1 = 13.95 \text{ cm}^3$$

$$A_1 = \frac{2A_o}{s} (x_1 + y_1) = 0.014 (16 + 112)$$

$$A_1 = 1.80 \text{ cm}^2$$

El " A_{s_T} " total negativo será:

$$A_{s_T} = A_s + \frac{A_1}{2} = 14.55 + 0.90 = 15.45 \text{ cm}^2$$

El " A_s " positivo = $\frac{A_1}{2} = 0.90 \text{ cm}^2$

Cálculo del " A_s " de anclaje

$$W_u = 2.38 \text{ Tn/m}$$

$$P_u = (2.38)(0.25)$$

$$P_u = 0.6 \text{ Tn}$$

$$H_u = \frac{P_u z}{h}$$

Donde:

$$z = 2 \text{ m}$$

$$h = 3 \text{ m}$$

$$H_u = \frac{(0.6)(2)}{3}$$

$$H_u = 0.4 \text{ Tn}$$

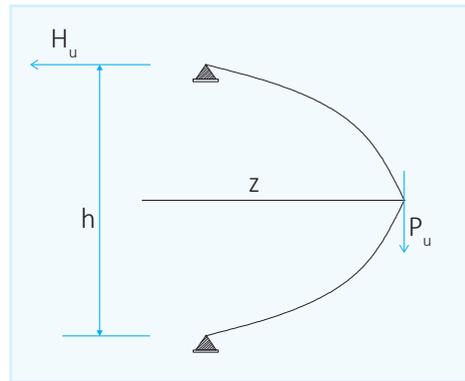
por lo que " A_s " será

$$A_s \geq \frac{H_u}{\phi f_y} = \frac{400}{(0.9)(4200)}$$

$$A_s = 0.11 \text{ cm}^2$$

$$L_d \begin{cases} L = 200 = 12.5 \text{ cm} \\ \text{para } \phi 5/8'' \\ 12 d_b = 19.05 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\therefore L_d \approx 20 \text{ cm}$$



Además:

$$L_d \geq \begin{cases} 0.0594 A_b f_y / \sqrt{f'_c} = (0.0594)(2)(4200) / \sqrt{175} = 38 \text{ cm} \\ 0.00569 d_b f_y = (0.00569)(1.59)(4200) = 37.8 \text{ cm} \end{cases}$$

∴ A) Para refuerzo de capa superior $f_1 = 1.4$

B) Cuando $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ $f_2 = 1$

C) Cuando las varillas están separadas más de 15 cm $f_3 = 0.8$

Por lo tanto:

$$L_d = (1.4)(1)(0.8)(38) = 47.88 \Rightarrow 48 \text{ cm}$$

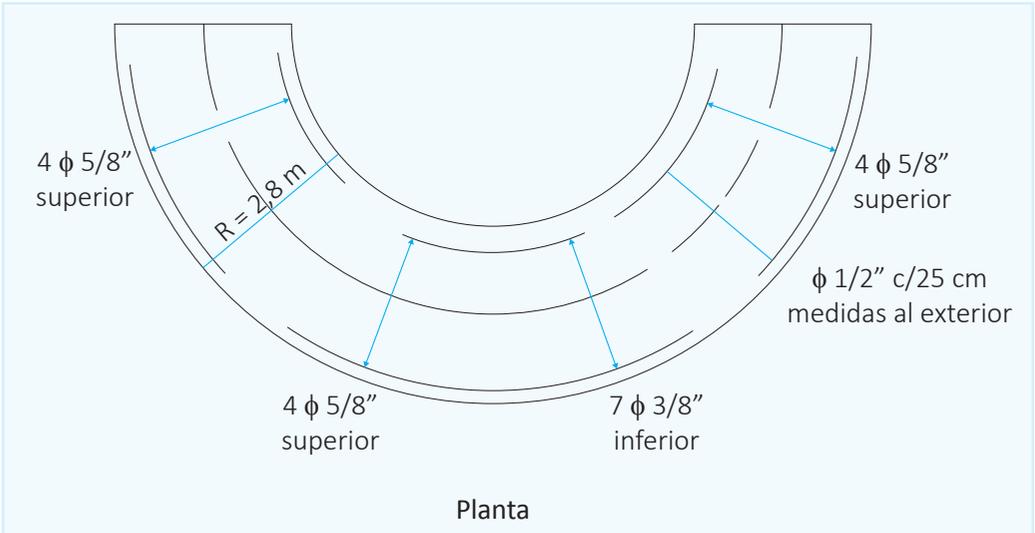


Fig. 3.6

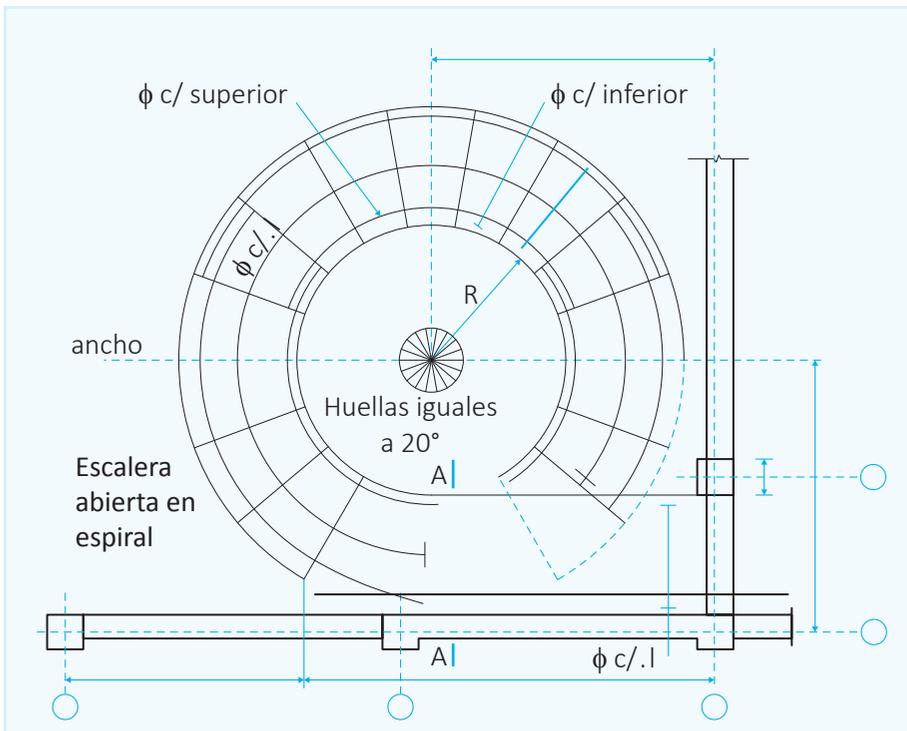


Fig. 3.7

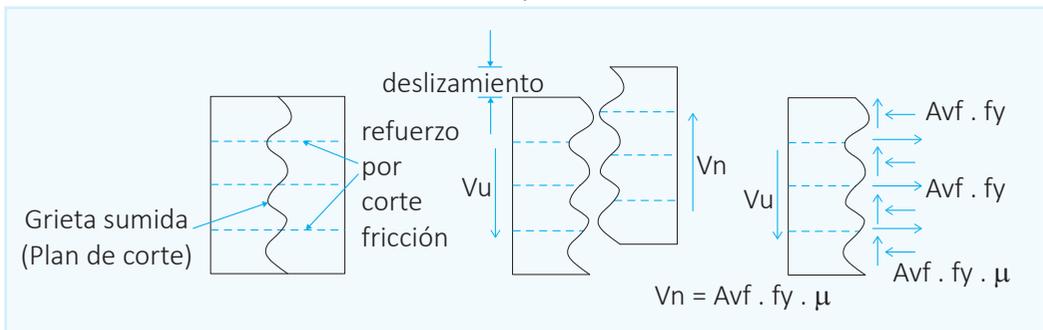
CORTE-FRICCIÓN Y BRAQUETES O CONSOLAS

4.1 Corte-fricción

La teoría de corte-fricción proporciona la información adecuada para diseñar elementos sometidos a corte directo cuando no es conveniente diseñarlos por tracción diagonal, como es el caso de braquetes, ménsulas, consolas o, en general, conexiones en construcciones prefabricadas.

La simplicidad del criterio permite visualizar el comportamiento estructural en el miembro o en la conexión. Se asume que aparece una grieta en una sección no esperada; por consiguiente, empezará a ocurrir una fricción o deslizamiento entre las caras de la grieta apareada, siendo la rugosidad de la grieta la que evite (o trate de evitar) la separación de las caras. Esta separación es resistida por el acero de refuerzo (A_{vf}) perpendicular a la grieta (se ha comprobado en pruebas de laboratorio que basta una separación de 0.25 mm entre las caras, para que el acero $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$ desarrolle su esfuerzo de fluencia).

Por lo tanto, esta fuerza de unión entre las caras es igual a ($A_{vf} \cdot f_y$) la cual justamente actuará como fuerza de fricción paralela a la grieta ($A_{vf} \cdot f_y \cdot u$) para resistir el deslizamiento.



Se utiliza el diseño a corte-fricción cuando el corte directo es transferido a través de un plano determinado. La aplicación correcta de este método de diseño a corte-fricción depende de la ubicación adecuada de la grieta.

La sección 11.6 del ACI-11 ha sufrido bastantes modificaciones en lo que se refiere a corte-fricción, específicamente, en lo siguiente:

- Cuando el refuerzo por corte-fricción es colocado a un ángulo diferente de 90° al plano de corte.
- Cuando el concreto es vaciado contra concreto ya endurecido, sin que su superficie se haya hecho áspera intencionalmente.
- Cuando se usa concreto ligero.

Adicionalmente, se menciona la posibilidad de algún método de diseño, sustentado por pruebas como la que se incluye en el comentario de las normas sección 11.6.3. Más adelante, veremos un método modificado para este tipo de diseños: el PCI. Este tiene otro método bastante usado que puede verse en el manual de diseño del PCI. Incluye tablas simplificadoras.

La manera más conservadora de diseñar a corte-fricción es usando la norma ACI-11, sección 11.6.4. La parte 11.6.3 del ACI-11 incluye los llamados «otros métodos» con un resumen.

Las recomendaciones de la sección 11.6.5 a 11.6.10 pueden aplicarse prácticamente para cualquier método de diseño a corte-fricción. La sección 11.9 trata específicamente el diseño de braquetes, ménsulas o consolas, referidos a la sección 11.6.

Método de diseño a corte-fricción (sección 11.6.4)

V_u = Fuerza cortante factorizada en la sección $V_u \leq \phi \cdot V_n$

V_n = Resistencia nominal al cortante. $V_n = V_c + V_s$

V_c = Resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto. Ver sección 11.3

V_s = Resistencia nominal proporcionada por el refuerzo a cortante. Sección 11.4.

$$V_u \leq \phi \cdot A_{vf} \cdot f_y \cdot u$$

μ = Es un coeficiente efectivo de fricción que da valores conservadores

A_{vf} = Área del refuerzo a corte fricción perpendicular al plano de falla

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu} \quad (1)$$

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y (\mu \operatorname{sen} \alpha f + \operatorname{cos} \alpha f)} \quad (2)$$

Esta fórmula usa refuerzo a corte-fricción inclinado hacia el plano de corte. Las primeras fórmulas de " A_{vf} " vienen de códigos anteriores. Actualmente, los mecanismos de resistencia al corte directo son más complejos, debido a que el comportamiento, comodowell y la resistencia cohesiva aparente contribuyen al esfuerzo de corte directo.

Los valores de " μ " según la sección 11.6.4.3 son:

- Concreto vaciado monolíticamente: 1.4λ
- Concreto vaciado sobre concreto endurecido, con superficie intencionalmente áspera como se especifica en la sección 11.6.9 del reglamento ACI-11: 1.0λ
- Concreto vaciado sobre concreto endurecido, no intencionalmente áspero: 0.6λ
- Concreto anclado a acero estructural laminado, mediante pernos de cabeza o mediante varillas de refuerzo (sección 11.6.10): 0.7λ

Nota: Para concreto ligero, véase sección 11.8.3.2.2. Como en códigos anteriores, el corte " V_n " no puede ser mayor de $0.2 f'_c$ ni 56 kg/cm^2 por el área de la sección de concreto resistiendo transferencia de corte.

$\lambda = 1.00$ para concreto normal

$\lambda = 0.85$ para concreto ligero con arena

$\lambda = 0.75$ para concreto todo ligero

Y, además, se tiene la segunda fórmula (2) “ A_{vf} ” para casos de plano de corte a un ángulo αf que no sea 90. Esta fórmula resuelve la fuerza total de tracción ($A_{vf} \cdot f_y$) en dos componentes:

1. Componente de fuerza tipo grampa ($A_{vf} \cdot f_y \cdot \text{sen} \alpha f$), con una fuerza de fricción ($A_{vf} \cdot f_y \cdot \text{sen} \alpha f \cdot \mu$).
2. Componente que contribuye directamente por la inclinación del refuerzo a corte-fricción ($A_{vf} \cdot f_y \cdot \text{cos} \alpha f$).

$$V_n = A_{vf} \cdot f_y \cdot \text{sen} \alpha f \cdot \mu + A_{vf} \cdot f_y \cdot \text{cos} \alpha f$$

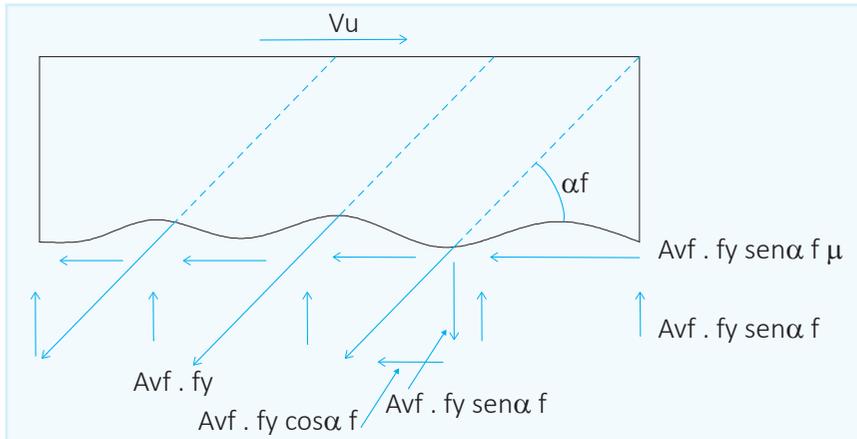


Fig. 4.1 Refuerzo de corte-fricción inclinado

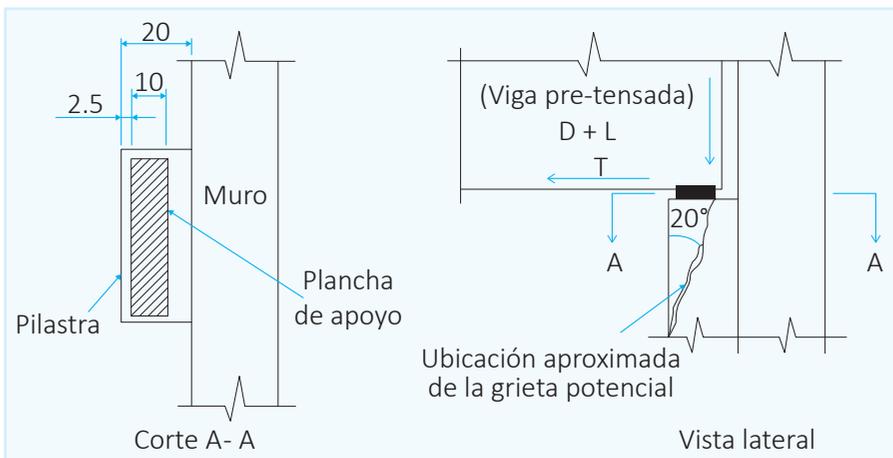
Ejemplo

Diseñar a corte-fricción para un comportamiento de grieta en plano inclinado, para el soporte (pilastra) mostrado en la figura, que soporta una viga. Diseñar por transferencia de corte a través del plano de la grieta potencial.

En casos de apoyos en extremos, la grieta tiende a producirse en un ángulo de 20° desde la dirección de la aplicación de la fuerza. Las reacciones de la viga son:

$$C_M = 12 \text{ T} \quad C_v = 15 \text{ T}$$

$T = 10 \text{ T}$ (debido a contracción y cambios de temperatura)



a) Amplificación de cargas por rotura

$$R_u = 1.4 D + 1.7 L = 1.4 (12) + 1.7 (15) = 16.8 + 25.5$$

$$R_u = 42.3 \text{ Tn}$$

Efectos de contracción y temperatura

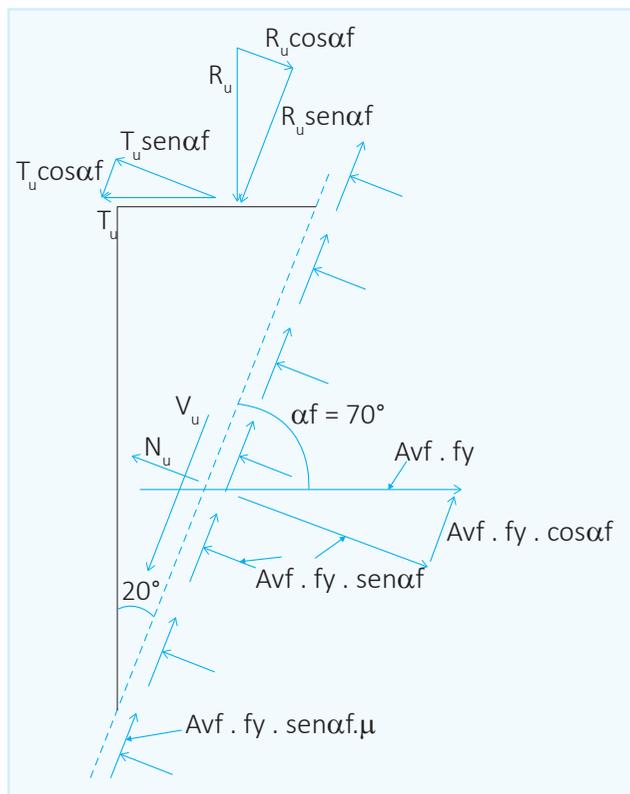
$$T_v = 1.7 (10) = 17 \text{ Tv}$$

Pero no menos que:

$$0.2 (P_v) = 0.2 (42.3) = 8.46 \text{ Tv}$$

La carga horizontal "T" está afectada por el mayor coeficiente para carga viva debido a que el grado de confianza para determinar los efectos de temperatura y contracción, de ahí viene el valor de 20 % de la reacción de la viga.

b) Analizar las condiciones de carga a lo largo del plano de la grieta potencial.



Fuerza directa de transferencia de corte a lo largo del plano de corte.

$$V_u = R_u \text{ sen } \alpha_f + T_u \text{ cos } \alpha_f$$

$$V_u = 42.3 (\text{sen } 70^\circ) + 17 (\text{cos } 70^\circ) = 39.75 + 5.81$$

$$V_u = 45.56 \text{ Tn}$$

Tracción o compresión neta en el plano de corte.

$$N_u = T_u \text{sen} \alpha f - R_u \text{cos} \alpha f$$

$$N_u = 17(\text{sen } 70^\circ) - 42.3(\text{cos } 70^\circ) = 15.98 - 14.47$$

$$N_u = 1.58 T_n \text{ (tracción neta) (+)}$$

Si fuera compresión neta (-), no se usaría para reducir el (A_{vf}) requerido, debido al grado de ocurrencia al evaluar los efectos de contracción y temperatura. La sección 11.6.7 permite reducir " A_{vf} " solamente por compresión neta permanente.

c) Refuerzo de corte-fricción para resistir transferencia de corte directo.

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y (\mu \text{sen} \alpha f + \text{cos} \alpha f)}$$

$$A_{vf} = \frac{45.560}{(0.85)(4200)(1.4 \text{sen} 70^\circ + \text{cos} 70^\circ)} = 7.70 \text{ cm}^2$$

d) Refuerzo para resistir tracción neta.

$$A_n = \frac{N_u}{\phi f_y (\text{sen} \alpha f)} = \frac{1580}{(0.85)(4200)(\text{sen} 70^\circ)} = 0.47 \text{ cm}^2$$

e) Sumar " A_{vf} " y " A_n " para distribución uniforme a lo largo de la grieta potencial.

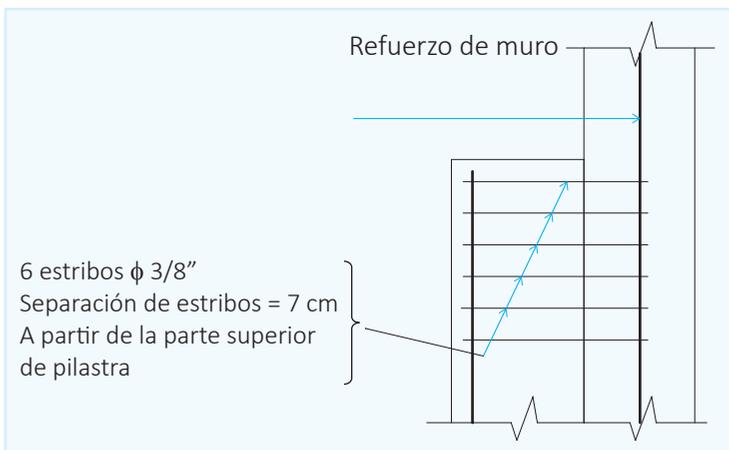
$$A_s = 7.70 + 0.47 = 8.17 \text{ cm}^2$$

Usar estribos ϕ 3/8 cerrados. (2 ramas por estribo)

$$\text{N.º de estribos requeridos} = \frac{8.17}{(2)(0.71)} = 5.75$$

Usar seis estribos a lo largo del plano de la grieta potencial.

Profundidad aproximada de apoyo = $12.5(\tan 70^\circ)$



f) Verificar otro estado de carga para CM + contracción y temperatura.

Usar factor de carga = 0.9 para carga muerta para maximizar la tensión neta en el plano de corte.

$$R_u = 0.9 D = 0.9(15) = 13.5 \text{ Tn}$$

$$T_u = 17 \text{ Tn}$$

$$V_u = 13.5 (\text{sen } 70^\circ) + 17 (\text{cos } 70^\circ) = 12.7 + 5.81 = 18.51 \text{ Tn}$$

$$N_u = 17 (\text{sen } 70^\circ) - 13.5 (\text{cos } 70^\circ) = 15.97 - 4.62 = 11.35 \text{ Tn}$$

$$A_{vf} = \frac{18.510}{(0.85)(4200)(1.4 \text{sen } 70^\circ + \text{cos } 70^\circ)} = 3.13 \text{ cm}^2$$

$$A_n = \frac{11350}{(0.85)(4200)(\text{sen } 70^\circ)} = 3.38 \text{ cm}^2$$

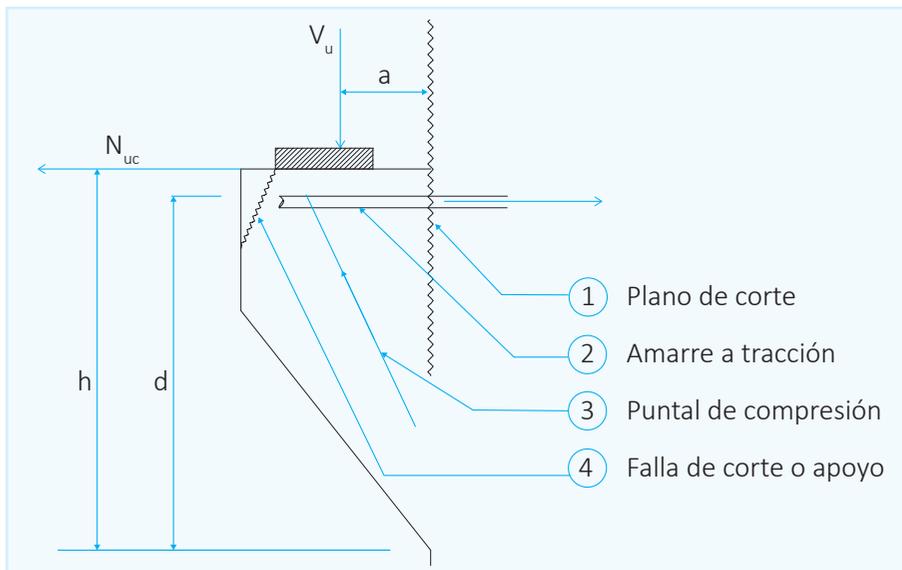
$$A_s = 3.13 + 3.38 = 6.51 \text{ cm}^2 < 8.17 \text{ (parte "e")}$$

Usar $A_s = 8.17 \text{ cm}^2$ (manda CV + CM)

4.2 Diseño, reglamentación y detallamiento de braquetes, consolas o ménsulas según el código ACI

El nuevo procedimiento de diseño toma en cuenta la acción de viga de peralte alto o estructura simple, en estos elementos de corta longitud, pero se deben tomar en cuenta las cuatro posibilidades de falla siguientes:

- 1) Falla de corte directo en la zona de unión entre braquete y soporte.
- 2) Fluencia del amarre a tracción, debido a momento y tracción directa.
- 3) Aplastamiento del "puntal" a compresión.
- 4) Falla de corte o apoyo localizada bajo el área cargada.



A. Comportamiento estructural de una ménsula

La información de diseño de la sección 11.8 (ACI-11) es aplicable solamente para miembros que cumplan la siguiente relación ($a_v/d \leq 1$), debido a que para mayores valores de “ a_v ” se producen grietas por tensión diagonal, y el uso de refuerzo horizontal de corte no será suficiente.

Otra limitación es que cumpla la relación $N_{uc} < V_u$, ya que para el caso inverso no se dispone de pruebas efectuadas.

B. Resumen de consolas según el código del ACI

Las consolas, braquetes o ménsulas son elementos que se utilizan con mayor frecuencia en fábricas o estructuras prefabricadas. Similares a vigas con voladizo o cantiliver, cuya relación luz de cortante/peralte es cercana a la unidad, por lo que su comportamiento es similar al de las vigas peraltadas; por ello, el diseño está controlado por esfuerzo cortante y no por tensión diagonal, por eso el código establece consideraciones especiales para ellas.

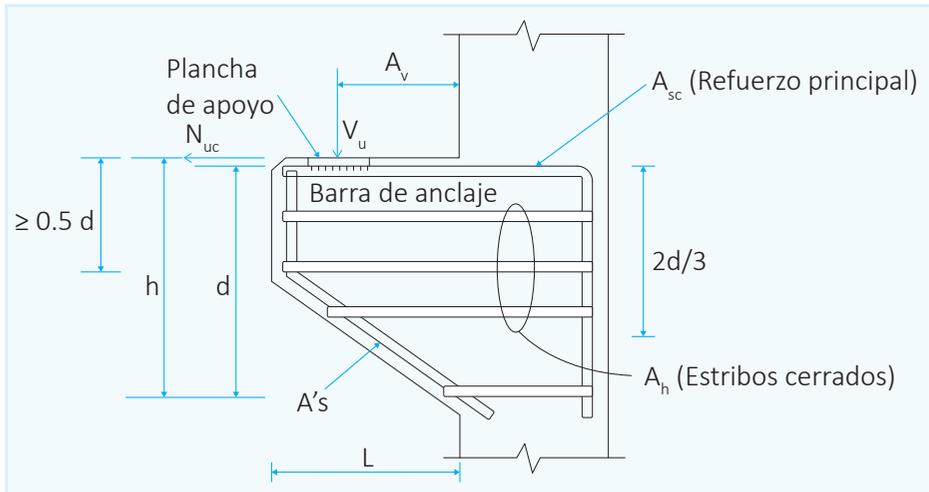


Fig. 4.2 Elementos y notación en consolas

Debe darse $\frac{a_v}{d} \leq 1$

$$N_{uc} \leq V_u$$

Si $a_v > d \Rightarrow$ las grietas son inclinadas no verticales.

\therefore Los estribos horizontales no son efectivos.

La sección de la cara de apoyo se diseña para resistir simultáneamente la fuerza cortante V_u , la fuerza de tensión horizontal N_{uc} y el momento flector M_u , el cual es igual a:

$$M_u = [V_u a_v + N_{uc}(h - d)]$$

El factor de reducción $\phi = 0.75$ pues el diseño por esfuerzo cortante es el determinante.

El peralte del borde exterior de la consola debe ser la mitad del peralte efectivo en la cara del apoyo para evitar que la cara exterior del braquete se desprenda por fisuramiento bajo el punto de aplicación de la carga.

El procedimiento de diseño consta de dos etapas: determinación del acero requerido por cortante, tensión horizontal y momento flector independientemente, y superposición del refuerzo determinado para cada solicitación.

La fuerza cortante es resistida por el mecanismo de corte-fricción y el refuerzo A_{vf} se determina con los criterios presentados en la sección 6.5; sin embargo, para el caso particular de consolas, la resistencia nominal al corte está limitada del siguiente modo:

Para concretos normales:

$$\begin{aligned} V_n &\leq 0.2 f'_c b_w d \\ V_n &\leq 110 b_w d \\ V_n &\leq (34 + 0.08 f'_c) b_w d \\ 34.34 \text{ cm} &\approx 35 \text{ cm} \end{aligned}$$

Para concretos elaborados en base a agregados ligeros o arena liviana:

$$\begin{aligned} V_n &\leq (0.2 - 0.07a_v/d) f'_c b_w d \\ V_n &\leq (55 - 20a_v/d) b_w d \end{aligned}$$

El refuerzo A_f , para resistir M_u , se calcula con los criterios desarrollados en el capítulo de flexión. Se evalúa el parámetro R_u y se determina la cuantía de acero. El refuerzo A_n destinado a resistir la carga N_{uc} horizontal se estima a través de la siguiente expresión:

$$N_{uc} \leq \phi A_n f_y$$

N_{uc} no debe considerarse menor que $0.2 V^u$, a menos que se tomen provisiones que garanticen la ausencia total de esta carga. La fuerza N_{uc} se considerará siempre como carga viva, pues las solicitaciones horizontales son muy difíciles de estimar, pero nunca será mayor que V_u .

Conocidos los valores de A_{vf} , A_f y A_n , se procederá a la determinación de A_{sc} y A_h , refuerzo requerido cuando se considera el efecto simultáneo del corte, la tracción horizontal y el momento flector. Los resultados de ensayos efectuados por Alan H. Mattock y otros sugieren que $(A_{sc} + A_h)$, requerido a través de la cara de apoyo de la consola, deberá ser mayor que $(A_{vf} + A_n)$ y mayor que $(1.5 A_f + A_n)$. Estas dos condiciones son satisfechas por las siguientes desigualdades referidas a A_{sc} y A_h :

$$\begin{aligned} A_{sc} &\geq (A_f + A_n) \\ A_{sc} &\geq (2A_{vf}/3 + A_n) \\ A_h &\geq 0.5(A_{sc} - A_n) \end{aligned}$$

El refuerzo A_h , constituido por estribos cerrados, será distribuido dentro de los 2/3 superiores del peralte efectivo en la cara del apoyo.

Para el refuerzo principal, se define una cuantía mínima que previene el agrietamiento súbito bajo la acción de la tensión producida por M_u y N_{uc} , la cual es igual a:

$$\rho = \frac{A_{sc}}{b_w d} \geq 0.04 \frac{f'_c}{f_y}$$

Este refuerzo se debe anclar adecuadamente tanto en la cara de apoyo como en la cara exterior. En la cara del apoyo, se toman las mismas provisiones que para cualquier viga sometida a flexión. En el extremo, se le suele soldar a una varilla de acero transversal de diámetro igual o mayor. La soldadura debe diseñarse para permitir que el refuerzo alcance su esfuerzo de fluencia. En Fig. 4.2 (a) se muestra el detalle de la soldadura usada, satisfactoriamente, en los ensayos efectuados por Mattock. El acero principal también puede anclarse, doblándolo horizontalmente como se muestra en Fig. 4.2 (b).

La plancha de apoyo tiene, generalmente, el ancho de la consola que, por lo general, es el mismo que el de la columna que la sostiene. Su longitud se determina a través de la siguiente expresión:

$$l = \frac{V_u}{0.85 f'_c \phi b_w}$$

Donde: b_w : Ancho de la plancha de apoyo

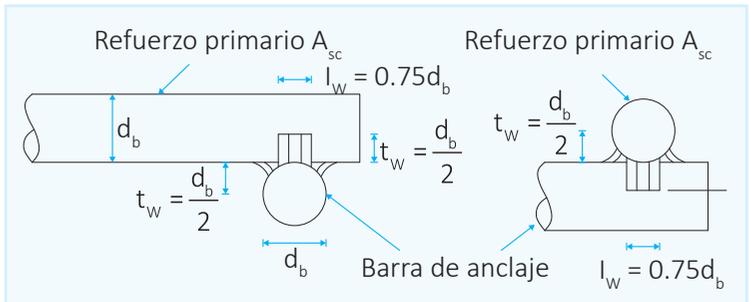


Fig. 4.2(a) Soldadura utilizada para anclar el refuerzo principal en consolas

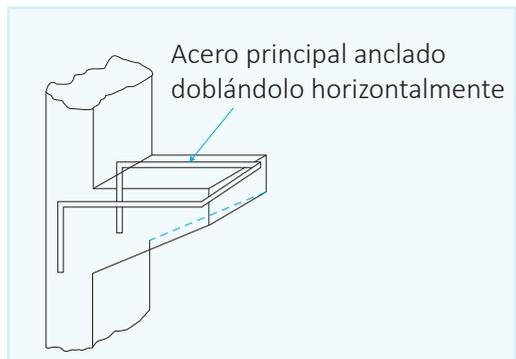


Fig. 4.2(b) Anclaje horizontal del refuerzo principal en consolas

En este caso, $\phi = 0.65$ pues el concreto se diseña para resistir el aplastamiento. No se considera 0.75 como se indicó líneas arriba, pues la plancha de apoyo no forma parte del diseño de la consola propiamente dicha. Si el braquete se diseña para fuerzas horizontales N_{uc} , la plancha de apoyo debe soldarse al refuerzo A_s . En todos los casos, se recomienda que la distancia de la plancha al borde de la consola sea mayor que 5 cm .

Por otro lado, la proyección del borde exterior del apoyo no deberá extenderse más allá de la cara interior de la varilla de acero transversal de anclaje si este existe, ni más allá de la porción recta del acero principal.

Las varillas ubicadas en la zona de compresión de la consola (A'_s) no son contempladas por el código; sin embargo, se acostumbra tomar: $A'_s \geq 0.002 b_w L$, o en su defecto, 2 varillas #4, donde L es la distancia de la cara del apoyo al borde de la consola. El diámetro de este refuerzo debe ser mayor o igual que el de los estribos horizontales.

Ejemplo

Diseñar un pedestal con las dimensiones mínimas para soportar una viga, sabiendo que viene unido a una columna cuadrada de 35 cm de lado. Se tiene una fuerza horizontal de 10 Tn por efectos de deslizamiento, temperatura y contracción, anclado por soldadura.

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

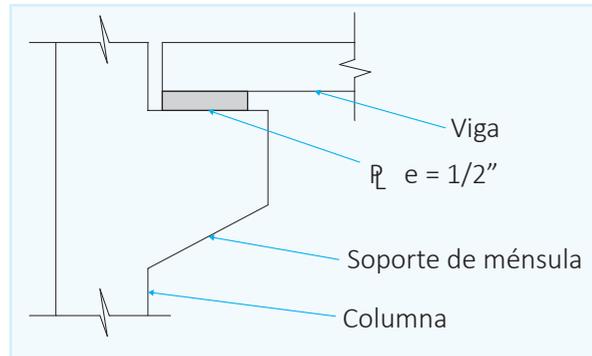
$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Reacciones de la viga

$$CM = 12 \text{ Tn}$$

$$CV = 18 \text{ Tn}$$

$$T = 10 \text{ Tn}$$



a) Las dimensiones del apoyo de acuerdo al esfuerzo permisible, sección 10.15, teniendo un ancho de 35 cm .

$$V_u = 1.4 (12) + 1.7 (18) = 16.8 + 30.6 = 47.4 \text{ Tn}$$

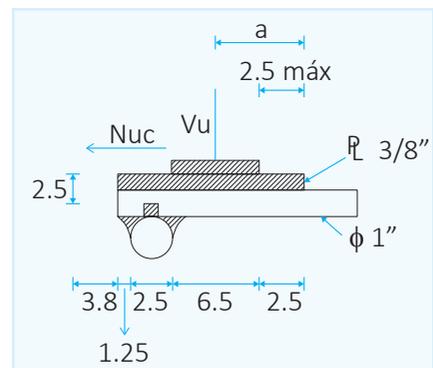
$$V_u \leq \phi P_n b = \phi (0.85)(350)(A_1)$$

$$A_1 = \frac{47400}{(0.70)(0.85)(350)} = 227.6 \text{ cm}^2$$

$$\text{Longitud de apoyo} = \frac{227.6}{35} = 6.5 \text{ cm}$$

Usar un apoyo de $(6.5 \text{ cm})(35 \text{ cm})$

$$N_{uc} = 1.7(10) = 17 \text{ Tn (como carga viva)}$$



- b) Encontrar “a” con 2.5 cm de luz máxima del extremo de la viga.

La reacción de la viga se considera a 1/3 de la plancha de apoyo.

$$a = 2/3 (6.5) + 2.5 = 6.83 \text{ cm}$$

Usar a = 7.5 cm máximo

- c) Hallar la altura total de la ménsula por criterio de esfuerzo límite de transferencia de corte “ V_n ” para:

$$f'_c = 350 \text{ k/cm}^2, V_{n(\text{máx})} = 56 \text{ bwd}$$

$$V_u \leq \phi V_n = \phi 56 b_w d = 47400$$

$$d = 47400 = 28.45 \text{ cm}$$

$$(0.85)(56)(35)$$

Considerando barras $\phi 1''$ más la tolerancia

$$h = 28.45 + 2.5 = 30.95 \text{ cm} \Rightarrow \text{usar } h = 31 \text{ cm}$$

Para diseño usaremos de = 31 - 25 = 28.5 cm

$$a/d = 7.5/28.5 = 0.263$$

- d) Hallar refuerzo de corte-fricción “ A_{vf} ”

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu} = \frac{47400}{(0.85)(4200)(1.4)(1)} = 9.48 \text{ cm}^2$$

$\mu = 1.4 \lambda$ (concreto vaciado monolíticamente)

$\lambda = 1$ (concreto normal)

- e) Encontrar refuerzo por flexión (momento) “ A_f ”

$$M_u = V_u a + N_{uc} (h - d)$$

$$M_u = 47.5 (0.075) + 17 (0.31 - 0.285) = 3.56 + 0.425$$

$$M_u = 3.99 \text{ T-m}$$

$$A_f = \frac{399000}{(0.85)(4200)(0.9)(28.5)} = 4.36 \text{ cm}^2$$

f) Encontrar refuerzo directo a tracción " A_n "

$$A_n = \frac{N_{uc}}{\phi f_y} = \frac{17000}{(0.85)(4200)} = 4.76 \text{ cm}^2$$

g) Determinar el área de refuerzo de tracción principal " A_s ", que se tomará la mayor de las siguientes relaciones.

$$\text{I. } A_s = (A_f + A_n) = 4.36 + 4.76 = 9.12 \text{ cm}^2$$

$$\text{II. } A_s = (2A_u/3 + A_n) = (2/9.48 + 4.76) = 11.1 \text{ cm}^2$$

$$\therefore A_s = 11.1 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Usar } 2 \phi 1.1/8''$$

Verificar As_{\min}

$$\rho_{\min} = 0.04(f'_c / f_y) = 0.00333$$

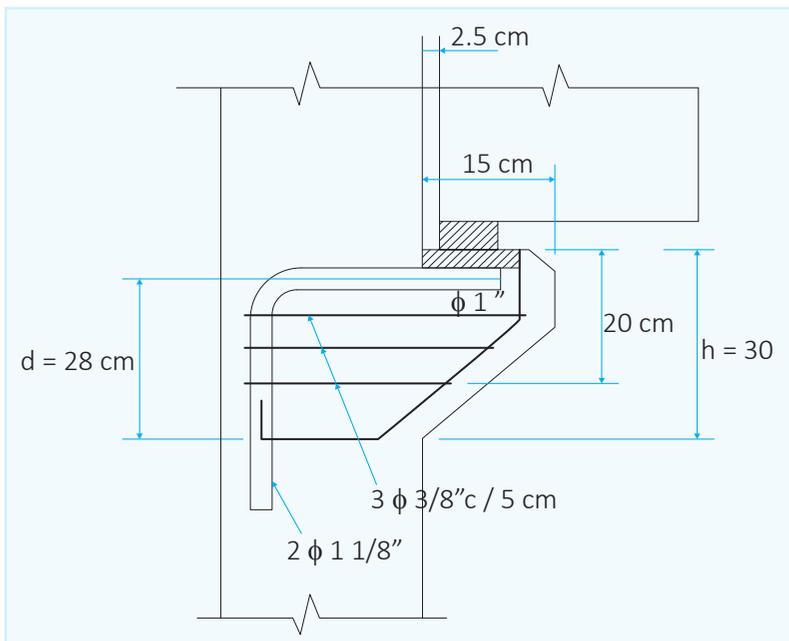
$$As_{\min} = (0.00333)(35)(28.5) = 3.32 \text{ cm}^2 < 11.1 \text{ cm}^2$$

h) Verificación del refuerzo por corte: " A_h "

$$A_h = 0.5(A_s - A_n) = 0.5(11.1 - 4.76) = 3.17 \text{ cm}^2$$

Usar $3 \phi 3/8'' \Rightarrow A_s = 4.26 \text{ cm}^2 \Rightarrow (6)(0.71)$

Ubicar los estribos a $2/3$ de altura adyacente al " A_s "



LOSAS ARMADAS EN DOS SENTIDOS

Existen varios tipos de losas armadas en dos direcciones. Las más antiguas, estudiadas en códigos, por ejemplo del ACI-63, son las losas planas apoyadas en vigas. Este método todavía es aceptable actualmente, aunque el reglamento ACI-11 no lo menciona en las normas peruanas.

En la actualidad se utilizan losas planas sin vigas, losas planas con capiteles o ábacos, losas con casetones. Todas ellas se usan de acuerdo al caso específico, ya sea por requerimientos de altura del piso, espesor de losa, necesidades de instalaciones, facilidades constructivas, limitaciones del esfuerzo-cortante, luces entre apoyos, magnitud de cargas vivas y/o cargas muertas, etc.

El Código ACI considera dos tipos de análisis para losas armadas en dos sentidos:

- El método directo de diseño y;
- El método del marco o pórtico equivalente

Además se considera el método de los coeficientes utilizados en el ACI-63, el mismo que nunca fue prohibido.

Los tres métodos indicados están concebidos con métodos aproximados al análisis.

El proyectista puede utilizar métodos más exactos de análisis en base a soluciones numéricas como líneas de influencia u otros métodos teóricos siempre y cuando cumpla con los criterios de seguridad y servicio solicitados por el ACI.

5.1 Control de deflexiones y cálculo del espesor mínimo de la losa según el ACI-11

Las normas ACI nos proporcionan unas relaciones mínimas (espesor/luz del tramo) para cálculos normales o comúnmente utilizados, para evitar efectuar análisis muy complejos en estos casos.

No es necesario calcular las deflexiones en sistemas de losas armadas en dos direcciones cuando cumplen los valores límites dados en la tabla 9.5 (a), y las fórmulas (9-12) y (9-13) del reglamento ACI-11, cuyo resumen se proporciona en la tabla 9.5 (b) y 9.5 (c).

5.2 Espesores mínimos para losas armadas en dos direcciones

(además véase referencia 3 Concreto Armado II)

El espesor mínimo de losas o elementos diseñados en dos direcciones se rige con el artículo 9.5.3 de acuerdo con los requerimientos del ACI capítulo 13 numeral 13.6.1.2.

- a) Espesor de losas sin vigas: ACI 9.5.3.2 o 9.5.3.4
- b) Espesor de losas con vigas: ACI 9.5.3.3 o 9.5.3.4

Tabla ACI 9.5 (a) Máximas deflexiones aceptadas

Tabla ACI 9.5 (b) y ACI 9.5 (c) Espesores mínimos de losas sin vigas interiores *

fy kg/cm ² **	Losas sin ábacos ***			Losas con ábacos ***		
	Paneles exteriores		Paneles Interiores	Paneles exteriores		Paneles Interiores
	Sin vigas de borde	Con vigas de borde ****		Sin vigas de borde	Con vigas de borde ****	
280	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{40}$	$\frac{l_n}{40}$
420	$\frac{l_n}{30}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$
520	$\frac{l_n}{28}$	$\frac{l_n}{31}$	$\frac{l_n}{31}$	$\frac{l_n}{31}$	$\frac{l_n}{34}$	$\frac{l_n}{34}$

* Para elementos en dos direcciones, l_n es la longitud de luz libre en la luz mayor medido cara a cara de los soportes en losas sin vigas y cara a cara de las vigas u otros tipos de soportes de acuerdo al caso.

** Para f_y entre los valores dados en la tabla, el espesor mínimo debe ser determinado por interpolación lineal.

*** Los ábacos son según ACI 13.2.5.

**** Losas con vigas entre columnas a lo largo de bordes exteriores. El valor de α_f para la viga de borde no debe ser menor de 0.8.

5.2.1 Para losas sin vigas interiores que se soportan en sus apoyos y tengan una relación de larga a corta dimensión no mayor de 2, el espesor mínimo se calculará de acuerdo a la Tabla 9.5 (c) y no habrá de ser menor de los siguientes valores:

- Losas sin ábacos (ACI 13.2.5): 12.5 cm
- Losas con ábacos (ACI 13.2.5): 10.0 cm

5.2.2 Para losas con vigas que se desarrollan entre los soportes en todas los lados, el espesor mínimo "h" será:

- Para $\alpha_{fm} \leq 0.2$ utilizar 2.1
- Para $\alpha_{fm} > 0.2$ pero no mayor que 2.0

h será mayor o igual que lo siguiente:

$$h = \frac{l_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 5\beta(\alpha_{fm} - 0.2)} \quad (\text{Ecuación 9-12 ACI})$$

$$h \geq 12.5 \text{ cm}$$

Donde: α_{fm} = Promedio de los valores α_f para todas las vigas en los bordes del panel

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1}(1)}{\alpha_{f2}(1)} \leq 5.0$$

α_{f1} = α_f en dirección de L1

α_{f2} = α_f en dirección de L2

$$\alpha_f = \frac{Ecb \cdot Ib}{Ecs \cdot Is}$$

Donde:

α_f = Relación de rigidez flexionante de la sección de la viga a la rigidez flexionante del ancho de la losa rigidizada lateralmente entre ejes de paneles adyacentes (si existiera) a cada lado de la viga

Ecb = Módulo de elasticidad de la viga de concreto

Ecs = Módulo de elasticidad de losa de concreto

Ib = Momento de inercia de la sección de la viga con respecto al eje centroidal (cm⁴)

Is = Momento de inercia de la sección total de la losa respecto al eje centroidal definido al calcular α_f y βt (cm⁴)

c) Para $\alpha_{fm} > 0.2$

h será mayor o igual a:

$$h = \frac{\ell_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta} \quad (\text{Ecuación 9-13 ACI})$$

$$h \geq 9.0 \text{ cm}$$

d) En bordes discontinuos, una viga de borde será colocada con una relación de rigidez

$$\alpha_{fm} > 0.80$$

El valor h_{min} de las ecuaciones (9-12) y (9-13) del ACI deberá ser incrementado por lo menos en un 10 % en el panel con borde discontinuo.

ℓ_n = en (b) y (c) es la longitud de luz libre en la dirección mayor medida de cara a cara de vigas.

β = en (b) y (c) es la relación libre entre larga a corta direcciones.

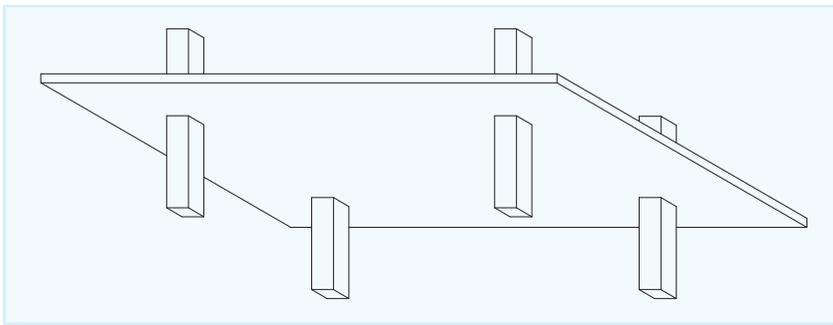
- El mínimo espesor de losa dado por (2), (2.1) y (2.2) podría darse cuando no excede la deflexión de la Tabla ACI 9.5 (b).

La deflexión se calculará teniendo en consideración el tamaño y la forma del panel, condiciones de apoyo y las condiciones de borde de los paneles.

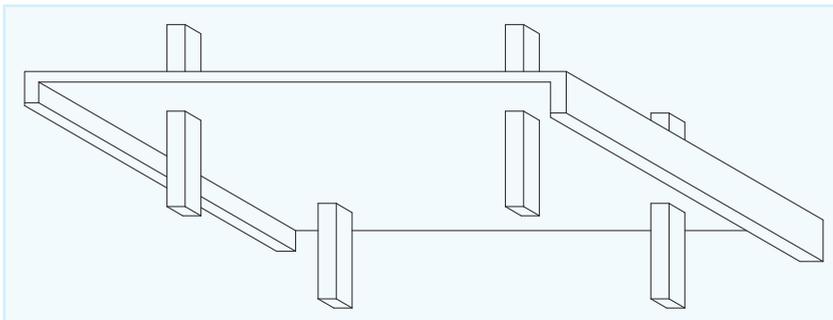
- El valor E_c de acuerdo a (ACI 851)
- El valor de I_e será según (ACI 9-8)
- Otros valores serán permitidos si salen de cálculos de deflexiones de acuerdo a pruebas de compresión
- Deflexiones a largo tiempo adicionales se calcularán con (ACI 9.5.2.5)

Gráfico 1
Espesor mínimo para diferentes tipos de losas

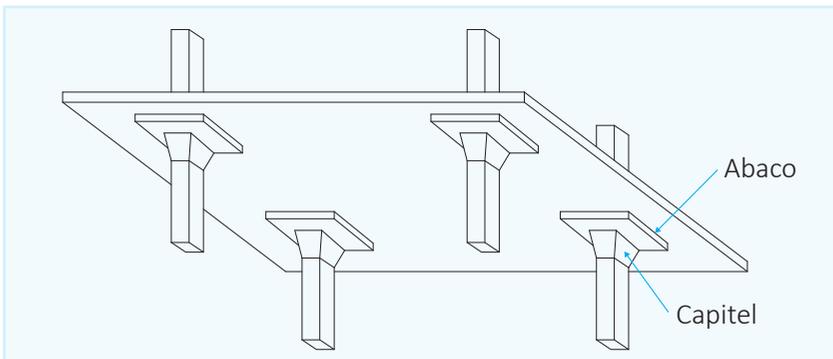
A = Losa plana armada en dos sentidos



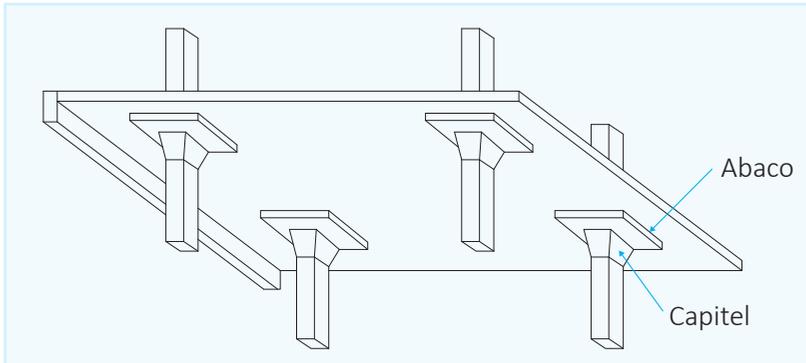
a) Losa plana con vigas de borde



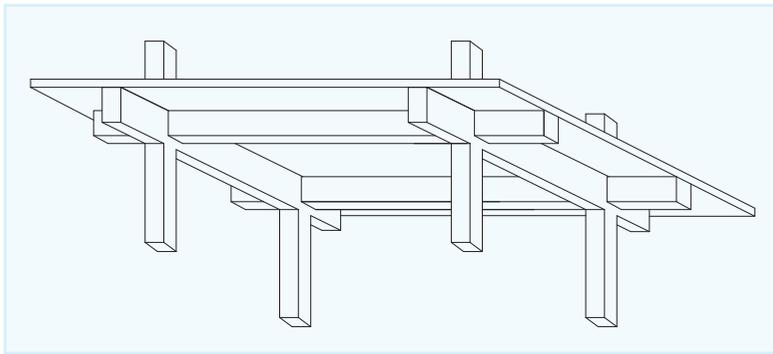
b) Losa plana con capiteles y/o ábacos



c) Losa plana con capiteles y ábacos, y con vigas de borde (opcional)



B = Losas armadas en dos sentidos con vigas (paneles- cuadrados- rectangulares)



C = Losas armadas en dos sentidos con casetones

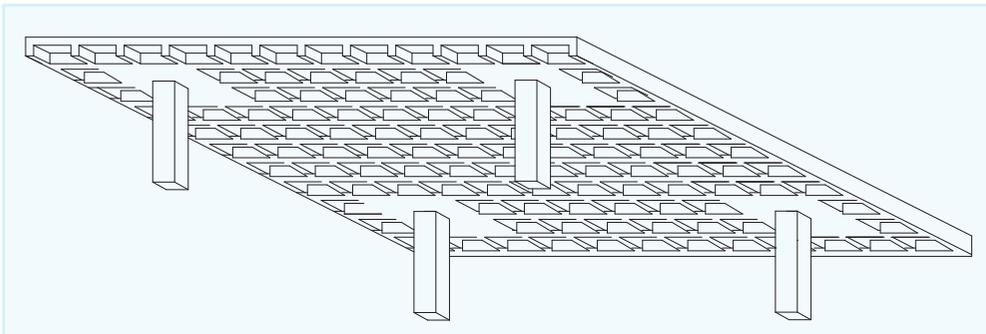


Gráfico I
Espesor mínimo para losas armadas en dos sentidos

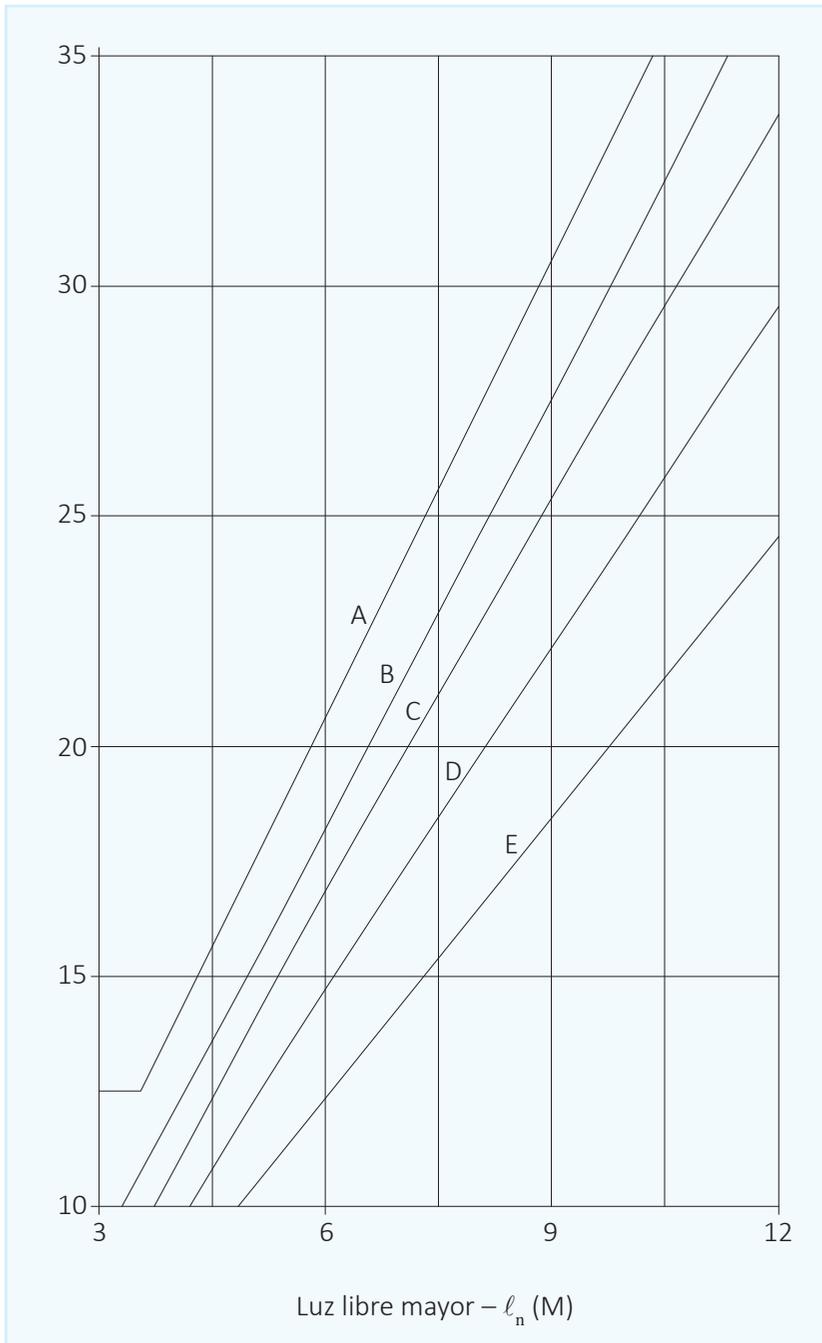


Tabla 9.5 (a) Deflexiones máximas permisibles calculadas ACI-11

Tipo de elemento	Deflexión considerada	Límite de deflexión
Azoteas planas que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.	Deflexión instantánea debido a la carga viva, L	$\frac{\ell^*}{180}$
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.	Deflexión instantánea debido a la carga viva, L	$\frac{\ell^\ddagger}{360}$
Sistema de entrepiso o azotea que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.	La parte de la deflexión total ocurre después de la unión de los elementos no estructurales. La suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas sostenidas, y la deflexión inmediata debido a cualquier carga viva adicional ‡	$\frac{\ell^\dagger}{480}$
Sistema de entrepiso o azotea que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.		$\frac{\ell^\S}{240}$

- * Este límite no tiene por objeto constituirse en un resguardo contra el estancamiento de aguas. Este último se debe verificar mediante cálculos de deflexiones adecuados, incluyendo las deflexiones adicionales debidas al agua estancada, y considerando los efectos a largo plazo de todas las cargas sostenidas, la contraflecha, las tolerancias de construcción y la confiabilidad en las preparaciones para el drenaje.
- ‡ Las deflexiones a largo plazo deben determinarse de acuerdo con la sección 9.5.2.5 a la 9.5.4.2, pero se pueden reducir según la cantidad de la deflexión que ocurra antes de unir los elementos no estructurales. Esta cantidad se determinará basándose en los datos de ingeniería aceptables, con relación a las características tiempo-deformación de elementos similares a los que se están considerando.
- † Este límite se puede exceder si se toman medidas adecuadas para prevenir daños en elementos apoyados o unidos.
- § Pero no mayor que la tolerancia establecida para los elementos no estructurales. Este límite se puede exceder si se proporciona una contraflecha, de modo que la deflexión total menos la contraflecha no exceda dicho límite.

Tabla 9.5 (c) Espesores mínimos para losas armadas en dos direcciones (Acero $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$)

LOSAS ARMADAS EN DOS DIRECCIONES		h_{\min}
Losa plana	$h_{\min} = 13 \text{ cm}$	$l_n/30$
* Losa plana con vigas de borde		$l_n/33$
** Losa plana con capiteles y ábaco	$h_{\min} = 10 \text{ cm}$	$l_n/33$
** Losa plana con capiteles y ábacos con vigas de borde		$l_n/36$
*** Losa plana con vigas con paneles cuadrados	$h_{\min} = 9 \text{ cm}$	$l_n/40.7$
*** Losa plana con vigas con paneles rectangulares (2:1)		$l_n/49.3$

* Relación viga de borde a rigidez de losa.

$$\alpha = 0.8$$

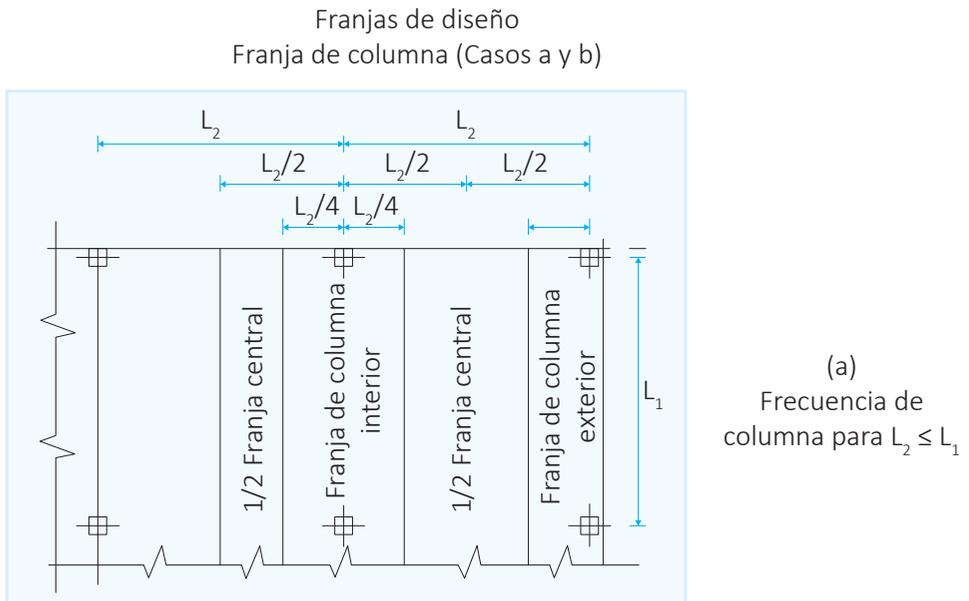
** Longitud de ábaco $> 1/3$, espesor $\geq 1.25 h$

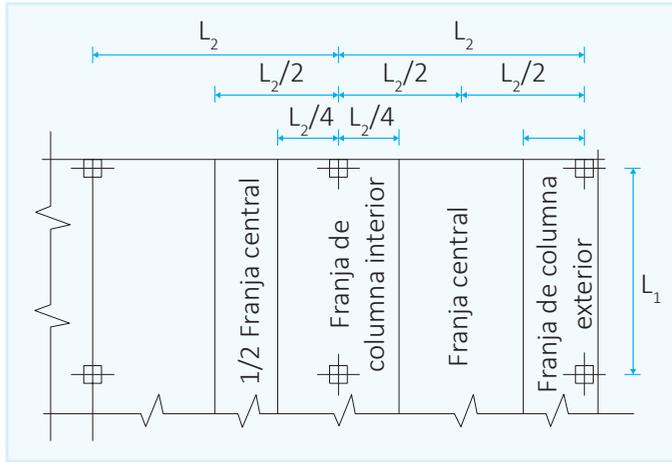
*** Relación viga a losa promedio $\alpha_m = 2.0$

5.3 Definiciones

A. Franja de diseño

Esta definición que se puede utilizar tanto para (1), el método directo, como para (2), método del pórtico equivalente consiste en dos franjas de diseño (a), franjas de columna, y (b), franjas centrales, las cuales se ven gráficamente en el siguiente dibujo.





(b)
Frecuencia de columna para $L_2 > L_1$

B. Sección efectiva de la viga

Para sistemas de losas con vigas entre apoyos, las vigas incluyen porciones de las losas a manera de alas. Los dos métodos de diseño se analizan considerando la sección efectiva de la viga, como se muestra en el dibujo siguiente:

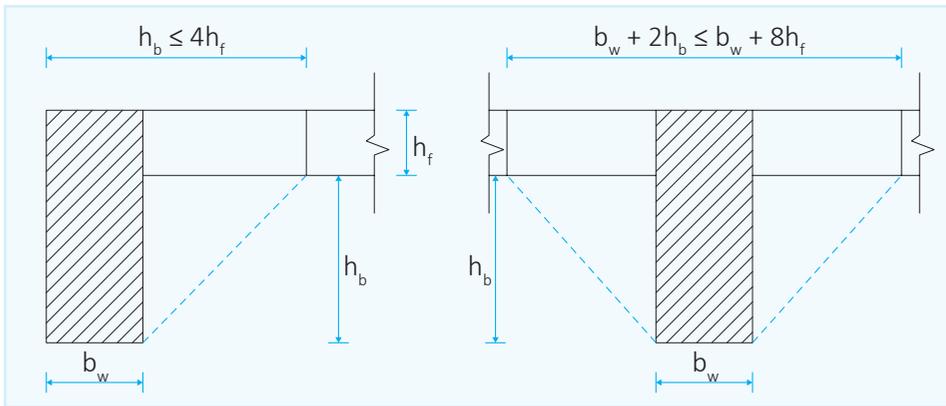


Fig. 5.1 Secciones efectivas de vigas

C. Procedimientos de diseño

a) Análisis por cargas de gravedad

Como se mencionó anteriormente, podemos mencionar los siguientes procedimientos recomendados por los códigos ACI y la norma E-060:

- Método directo
- Método del pórtico equivalente
- Método de los coeficientes

Estos métodos se utilizan para casos de edificios con columnas y/o muros ubicados básicamente formando figuras ortogonales. Los apoyos no deberán tener deflexión o asentamientos.

b) Análisis por cargas laterales

Cuando se efectúe el análisis de estructuras por cargas laterales, deberá tomarse en cuenta el efecto de agrietamiento de losas y el refuerzo en la rigidez de los elementos de la estructura.

El método del Pórtico equivalente está dado para ser utilizado para cargas gravitacionales, pero podría ser adaptado para ser utilizado para análisis por cargas laterales, si se considera la reducción de rigidez de la losa-viga. La rigidez de la losa no solamente será afectada por el agrietamiento, también tendrán incidencia algunos parámetros, como las relaciones ℓ_2/ℓ_1 , C_1/ℓ_1 , C_2/ℓ_1 y la concentración de refuerzo en el ancho de la losa (ACI sección 13.3.3.2) para momentos desbalanceados. Transferidos por flexión, este aumento en la concentración de refuerzo aumenta la rigidez al prevenir fluencia prematura y debilitamiento en las losas cerca a los apoyos en columnas. Es importante conocer la rigidez verdadera, o real, debido a que un aumento en el desplazamiento lateral de la estructura afecta los valores de momentos en las columnas especialmente en edificios de varios pisos no arriostrados.

Debido a la dificultad para calcular el efecto que causa el agrietamiento en la rigidez; por ejemplo, para asumir conservadamente una rigidez en una losa agrietada con poca armadura, será suficiente considerar la cuarta parte de la rigidez basada en el área total de concreto. (KSb/4)

5.3.1 Corte en losas armadas en dos sentidos

El corte no es crítico en losas apoyadas en vigas o en muros; en cambio, es de mucha importancia en losas apoyadas directamente en columnas, la verificación de corte es imprescindible, porque generalmente este esfuerzo es crítico en este tipo de losas, tanto el corte por flexión y más aún el «corte por punzonamiento».

5.3.2 Transferencia de momento en uniones losa-columna

La transferencia de momento entre losa y columna se produce a la combinación de flexión y excentricidad de corte. El corte, debido a la transferencia de momento, se asume que actúa en una sección crítica a la distancia $d/2$ de la cara de la columna. La misma sección crítica alrededor de columna que la usada para corte directo o por punzonado. La porción del momento transferido por flexión se asume que se produce en un ancho de losa igual al ancho transversal de la columna "C2", más 1.5 veces el espesor de la losa en cada lado de la columna. La porción del momento total desbalanceado " M_u ", a ser transferido por excentricidad de corte y por flexión, se da en las siguientes ecuaciones:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$

Donde ($\gamma_v M_u$) se considera que es transferido por excentricidad de corte y ($\gamma_f M_u$) se considera transferido por flexión. Si observamos la siguiente curva para γ_v y γ_f , vemos que para $b_1 = b_2$, el ($\gamma_v M_u = 0.40 M_u$), luego 40 % del momento es transferido por excentricidad de corte y 60 % por flexión ($\gamma_f M_u = 0.60 M_u$), donde “ M_u ” es el momento de transferencia en el centroide de la sección crítica. El momento “ M_u ” es el apoyo exterior de la losa-columna y no será considerada en el centroide de la sección crítica de transferencia.

En el método del pórtico equivalente, los momentos se consideran en el eje central de la columna. En el método directo de diseño, los momentos se calculan en la cara del apoyo.

Debido a la naturaleza de los cálculos aproximados, es suficiente considerar los valores de momentos en el eje central o en la cara del apoyo. El valor del esfuerzo de corte mayorado en la sección crítica de transferencia, es la suma del corte directo y del corte causado por transferencia de momento.

$$V_u = \frac{V_u}{A_c} + \gamma_v M_u \frac{C}{J} \quad \text{o} \quad V_u = \frac{V_u}{A_c} - \gamma_v M_u \frac{C'}{J}$$

Para losas apoyadas en columnas cuadradas

$$V_u = \phi 1.1 \sqrt{f'_c}$$

Donde:

A_c = Área de la sección crítica

C o C' = Distancia del centroide de la sección crítica a la cara de la sección donde se está calculando el esfuerzo

J = Propiedad de la sección crítica, análoga al momento polar de inercia

Más adelante se analizarán los dos métodos que contemplan las normas ACI-11 para resolver los problemas de losas armadas en dos direcciones; también se considera el método de los coeficientes, conocido como el método del ACI-63.

En el método directo se tiene los siguientes puntos adicionales:

a) Se define más claramente la fracción del momento desbalanceado transferido por flexión entre una losa y una columna, la ecuación:

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{b_1/b_2}} \quad \text{define más claramente}$$

las dimensiones del perímetro crítico de corte para columnas de esquina y de borde. Este cambio viene acompañado por la ecuación:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{b_1/b_2}}$$

para la fracción de momento, transferido por excentricidad de corte.

5.3.3 Notación para ACI-11

b_1 = Ancho de la sección crítica, medido en la dirección del tramo para el que se determinaron los momentos, cm.

b_2 = Ancho de la sección crítica, medido en dirección perpendicular a " b_1 ", cm.

M_u = Momento último en la sección.

c_1 = Dimensión de una columna, capitel o cartela rectangular o rectangular equivalente, medida en la dirección del claro para el cual se determinan los momentos, cm.

c_2 = Dimensión de una columna, capitel o cartela rectangular o rectangular equivalente, medida transversalmente a la dirección del claro para el cual se determinan los momentos, cm.

c = Constante de la sección transversal, para definir las propiedades torsionantes de losas y vigas.

d = Distancia de la fibra extrema en compresión al centroide del refuerzo sujeto a tensión, cm.

E_{cb} = Módulo de elasticidad del concreto de una viga.

E_{cc} = Módulo de elasticidad del concreto de una columna.

E_{cs} = Módulo de elasticidad del concreto de una losa.

h = Peralte total del miembro, cm.

I_b = Momento de inercia de la sección total de una viga respecto al eje centroidal en cm^4 .

I_c = Momento de inercia de la sección total de la columna.

I_s = Momento de inercia de la sección total de la losa respecto al eje centroidal, se define calculando α_f y β_t en cm^4 .

$h3/12$ veces el ancho de la losa definido en las notaciones de α y βt

K_b = Rigidez a la flexión de la viga; momento entre rotación unitaria.

K_c = Rigidez a la flexión de la columna, momento entre rotación unitaria.

K_{ec} = Rigidez a la flexión de una columna equivalente; momento entre rotación unitaria. Véase la Ec. (13-7).

K_s = Rigidez a la flexión de la losa; momento entre rotación unitaria.

K_t = Rigidez a la torsión de un miembro sujeto a torsión; momento entre rotación unitaria.

ℓ_n = Longitud del claro libre en la dirección en que se determinan los momentos, medida de paño a paño de los apoyos.

ℓ_1 = Longitud del claro en la dirección en que se determinan los momentos, medida de centro a centro de los apoyos.

ℓ_2 = Longitud del claro transversal a ℓ_1 , medida de centro a centro de los apoyos. Véase también las secciones 13.6.2.3 y 13.6.2.4.

M_o = Momento total estático afectado por el factor de carga.

w_u = Carga afectada por el factor de carga por unidad de área.

w_d = Carga muerta afectada por el factor de carga por unidad de área.

w_l = Carga viva afectada por el factor de carga por unidad de área.

x = Menor dimensión de la parte rectangular de una sección transversal.

y = Mayor dimensión de la parte rectangular de una sección transversal.

α_{fm} = Relación de la rigidez a la flexión de la sección de la viga a la rigidez a la flexión de una franja de losa, limitada lateralmente por los ejes centrales de los tableros adyacentes (si los hay) en cada lado de la viga.

$$[E_{cb} \cdot \ell_b] \div [E_{cs} \cdot \ell_s]$$

α_c = Relación de rigidez a la flexión de las columnas arriba y abajo de la losa, a la rigidez a la flexión combinada de las losas y vigas en una unión, considerada en la dirección del claro para el cual se determinan los momentos.

$$\frac{\sum K_c}{\sum(K_s + K_b)}$$

α_{\min} = α_c mínimo para satisfacer la sección 13.6.10 (a)

α_{ec} = Relación de la rigidez a la flexión de una columna equivalente a la rigidez a la flexión combinada de losas y vigas en una unión, considerada en la dirección del claro para el cual se determinan los momentos.

$$\frac{\sum K_{ec}}{\sum(K_s + K_b)}$$

A_a = α en la dirección ℓ_1

α_2 = α en la dirección ℓ_2

βa = Relación de la carga muerta por unidad de área a la carga viva por unidad de área (en cada caso, sin factores de carga).

βt = Relación de la rigidez a la torsión de la sección de la viga de borde, a la rigidez a la flexión de una franja de losa, cuyo ancho es igual a la longitud del claro de la viga de centro a centro de los apoyos.

$$\frac{E_{cb} \cdot c}{2E_{cs} / s}$$

δs = Factor que se define en la Ec. (13.5). Véase la sección 13.6.10.

γ_f = Fracción del momento desequilibrado transmitido por flexión en la unión losa/columna. Véase la sección 13.3.3.2.

5.3.4 Recomendaciones especiales para losas y zapatas

El esfuerzo de corte en losas o zapatas será gobernado por alguno de los dos criterios de corte (el más crítico): (a) corte viga o (b) corte por punzonamiento.

El corte viga no tiene mayor variación con las normas anteriores; en cambio, el corte por punzonamiento presenta algunas variaciones, las cuales se exponen a continuación.

El corte se basa en las fórmulas generales:

$$V_u \leq \phi V_n \text{ (sin refuerzo)}$$

$$V_{u1} = \phi V_{c1} = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$d = \frac{V_{u1}}{\phi 0.53 \sqrt{f'_c} b_w}$$

$$V_n = V_c + V_s \text{ (con refuerzo)}$$

Cálculo de “ V_c ” (corte dado por el concreto)

Para losas o zapatas no preesforzadas, escoger el valor menor de los tres siguientes:

$$a) V_c = 0.53 \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \lambda$$

$$\text{Donde } \beta_c = \frac{\text{lado mayor}}{\text{lado menor}} > 2$$

b_o = perímetro de la sección crítica

$$b) V_c = 0.27 \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_o d \lambda$$

Para columnas interiores $\alpha_s = 40$

Para columnas laterales $\alpha_s = 30$

Para columnas en esquinas $\alpha_s = 20$

$$c) V_c = 1.1 \sqrt{f'_c} b_o d \lambda$$

5.3.5 Transferencia de momentos en conexiones losa-columna

Cuando las cargas de gravedad, viento, sismo o cualquier otra carga lateral causa la transferencia de momento desbalanceado “ M_u ”, entre una losa y la columna, una fracción ($\gamma_f M_u$) del momento desbalanceado será transmitida por flexión, de acuerdo a los requerimientos por flexión del reglamento de acuerdo a la fórmula.

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \sqrt{(2/3) b_1 / b_2}}$$

Lo que resta del momento desbalanceado dado por “ $\gamma_v M_u$ ” se considerará a ser transferido por excentricidad de corte respecto al centroide de la sección crítica definida en la ubicación de la columna en la losa, donde:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + \sqrt{(2/3) b_1 / b_2}}$$

A partir de esta información, los esfuerzos cortantes debidos a la transferencia de momento por excentricidad del cortante varían linealmente respecto al centroide de la sección crítica descrita en el último párrafo y deben sumarse a las fuerzas cortantes usuales factorizadas. (En otras palabras, se tiene el caso usual de cortante por penetración, además de una torsión debida a la transferencia del momento que incrementa el cortante). Los esfuerzos de corte resultantes no deben exceder a $\phi V_n = \frac{\phi V_c}{b_o d}$ para miembros sin refuerzo para cortante ni a $\phi V_n = \frac{\phi (V_c + V_s)}{b_o d}$ para miembros con refuerzo para cortante que no sean crucetas de cortante. V_c en las dos ecuaciones anteriores es el menor valor de las ecuaciones 11-33, 11-34 u 11-35 del ACI.

5.4 Diseño de losas armadas en dos sentidos por el método directo

5.4.1 Generalidades

El método directo de diseño es un procedimiento aproximado de diseño para analizar sistemas de losas armadas en dos direcciones, en pórticos ortogonales sujetos solamente a cargas de gravedad. Debido a que es un método aproximado, el método está limitado a sistemas de losas con cargas razonablemente cargadas, y con continuidad entre paneles. Para losas que no cumplan con las limitaciones que se mencionarán, deberán ser calculadas por el método de pórtico equivalente.

Limitaciones (sección 13.6.1)

- Debe existir un mínimo de tres claros continuos en cada dirección.
- Los tableros deben ser rectangulares, con una relación de claro mayor a claro menor, centro a centro de los apoyos dentro de un tablero, no mayor de 2.

Las longitudes sucesivas de los claros de centro a centro de los apoyos en cada dirección, no deben diferir del claro mayor en más de 1/3.

- Las columnas pueden estar desalineadas un máximo de 10 % del claro (en la dirección del deslizamiento), a partir de cualquier eje que una los centros de columnas sucesivas.

- Todas las cargas deben ser únicamente de gravedad y estar distribuidas de manera uniforme en todo el tablero. La carga viva no debe exceder de dos veces la carga muerta.
- Para un tablero con vigas entre apoyos en todos los lados, la rigidez relativa de las vigas en dos direcciones perpendiculares no debe ser menor que 0.2 ni mayor que 5.0.

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} \ell_2^2}{\alpha_{f2} \ell_1^2} \leq 5.0$$

- Como lo indica la sección 8.4, la redistribución de momentos no debe aplicarse a los sistemas de losas diseñadas por medio del método de diseño directo (sección 13.6.7).
- Pueden aceptarse variaciones de las limitaciones de la sección 13.6.1 siempre que se demuestre, por medio del análisis, que satisfacen los requisitos de la sección 13.3.1.

Las normas ACI-11 introducen básicamente tres variaciones fundamentales con referencia a normas anteriores, la referencia que se hace a determinado número de sección se refiere al reglamento ACI 318-11.

- a) Se simplifica este método al anularse todos los cálculos de rigideces para obtener los momentos de diseño en el último tramo. Se proporciona la tabla de la sección 13.6.3.3 (Tabla I) de este libro, que da coeficientes de distribución de momentos de la luz total extrema, la cual reemplaza a las expresiones de distribución en función de “ α ” (relación de rigideces).

Este cambio nos proporciona la ecuación 13.4 para transferencia de momento desbalanceado entre la losa y la columna interior, que también se simplifica al no usar el valor “ α ”.

$$M_u = 0.07 [(q_{DU} + 0.5 q_{LU}) \ell_2 \ell_n^2 - q'_{DU} \ell'_2 (\ell'_n)^2]$$

Donde: q'_{DU} , ℓ'_2 y ℓ'_n se refieren al tramo más corto.

Este método directo es verdaderamente tal, porque los momentos de diseño se determinan directamente por coeficientes.

También la sección 13.6.3.2 da nuevos procedimientos para transferencia de momento entre losa y una columna extrema, cuando se usan los coeficientes aproximados de momento de la mencionada sección.

- b) Se agrega información para comportamiento y análisis de pórticos no arriostrados, sometidos a cargas laterales, permitiendo combinar momentos debido a cargas de gravedad, ya sea que son evaluados por el método directo o el de pórtico equivalente y momentos, por un análisis de carga horizontal.
- c) Una nueva limitación la cual indica que ambos métodos de diseño, el directo y el de pórtico equivalente están limitados, ya que su aplicación es solamente para edificios con columnas y/o muros que descansan en una base ortogonal, y que las líneas longitudinales de columnas sean perpendiculares a las horizontales.

5.4.2 Diseño de la losa

El método directo consiste en analizar la losa, dividiéndola en “franjas de diseño”, las cuales, por su ubicación, pueden ser franjas de columnas y franjas intermedias y se definen así:

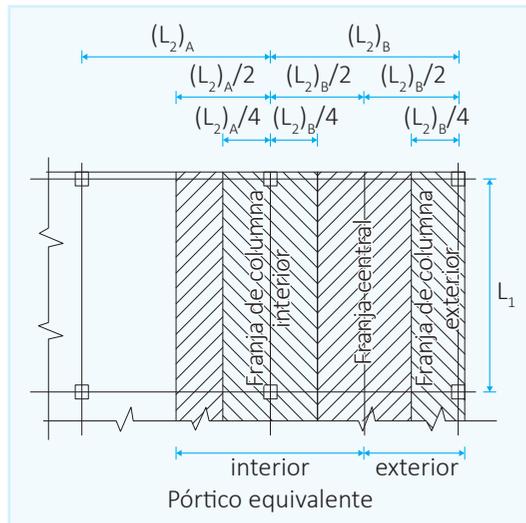
a) Franja de columna

Es una franja de diseño con un ancho a cada lado del eje de la columna igual a $0.25\ell_2$ o $0.25\ell_1$, el que sea menor. Las franjas de columna incluyen las vigas, si las hay.

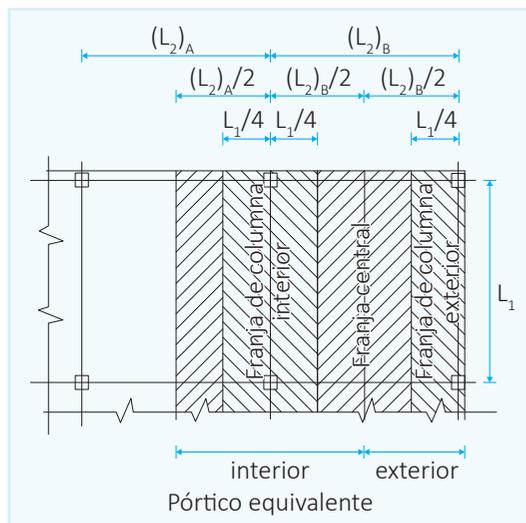
b) Franja central

Es una franja de diseño limitada por dos franjas de columna. Se especifica que la franja de columna sea en función de la luz más corta entre ℓ_1 y ℓ_2 , porque existe la tendencia de concentrar el momento en la línea de columna cuando la luz de la franja es menor que su ancho.

a) Franja de columna $L_2 \leq L_1$



b) Franja de columna $L_2 > L_1$



5.4.3 Diseño preliminar

Para iniciar el método de análisis directo, tiene que efectuarse un predimensionado del espesor "h" mínimo, en función de las deflexiones máximas permitidas. Esta información se obtiene en la sección 9.5.3 del Reglamento ACI-11, que dice:

El peralte mínimo de losas, u otros elementos en dos direcciones, diseñados de acuerdo con las disposiciones del capítulo 13, y que tengan una relación de claro largo a claro corto no mayor de 2, debe estar regido por las 3 ecuaciones siguientes y las recomendaciones que a continuación se dan: Véase sección 5.2.2.

Es recomendable en losas sin vigas verificar corte de la losa en las vecindades de columnas de otros elementos de soporte de acuerdo a las normas especiales para losas en la sección 11.11.

Luego de determinar el espesor se procede a encontrar el momento estático factorizado en cada tramo, dividiendo el momento estático total factorizado entre momentos negativo y positivo en cada tramo, distribuyendo dichos momentos en las franjas de columna y franjas intermedias en cada tramo.

a) Cálculo de momentos estáticos factorizados totales para un tramo

El momento estático total factorizado es la suma absoluta de momentos positivos y momentos negativos promedio basados en una carga uniformemente distribuida a través de la franja de diseño, entre caras de apoyos en la dirección que los momentos han sido calculados.

El momento estático factorizado total para un tramo se escribe:

$$M_o = 1/8 q_u \cdot \ell_2 \cdot \ell_n^2$$

ℓ_n = Luz libre entre caras de soportes en la dirección que se calculan los momentos

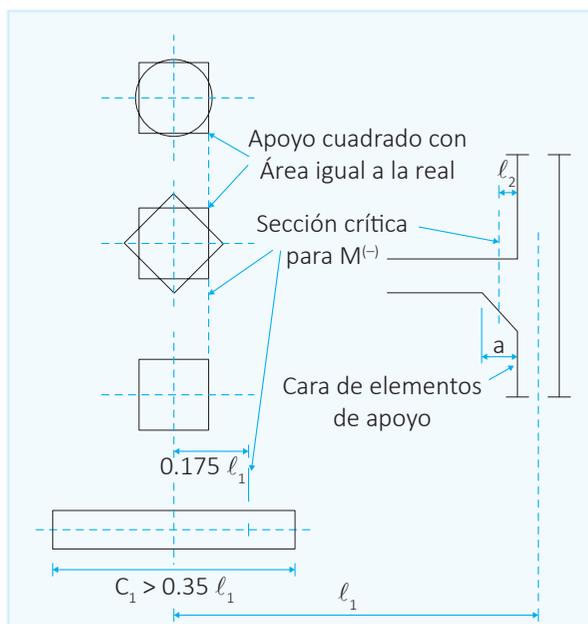


Fig. 5.2 Secciones críticas para $M(+)$

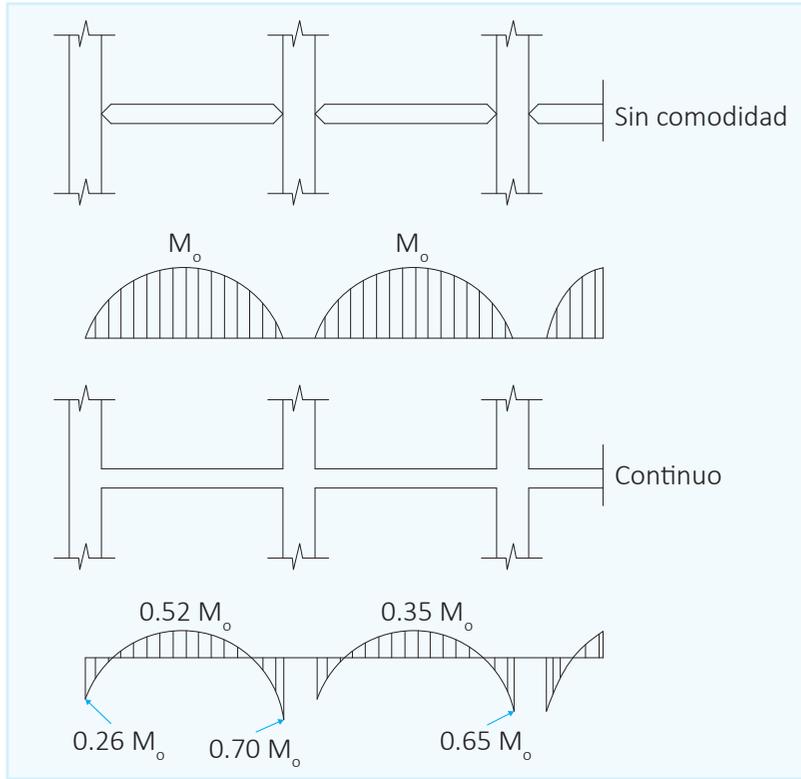


Fig. 5.3 Momentos en franjas de diseño

b) Momentos negativos y positivos factorizados

El momento estático total en cada tramo es dividido en momentos de diseños positivos y negativos.

Se muestran los momentos de los tramos finales para losas o placas planas sin vigas intermedias ni vigas de borde. Para otras condiciones de tramos finales, el momento estático total (M_o) se distribuirá como sigue.

En un tramo final, el momento total estático factorizado (M_o) debe distribuirse como se indica a continuación:

Tabla (I)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Borde exterior no restringido	Losas con vigas entre todos los apoyos	Losas sin vigas entre los apoyos interiores		Borde exterior totalmente restringido
			Sin vigas de borde	Con vigas de borde	
Interior negativo	0.75	0.70	0.70	0.70	0.65
Positivo	0.63	0.57	0.52	0.50	0.35
Exterior negativo	0	0.16	0.26	0.30	0.65

Transferencia de carga entre losa y columna extrema

La transferencia de carga directa, entre una losa plana y la columna, es una de las condiciones de diseño más críticas en estos sistemas de losas planas sin vigas.

El esfuerzo de corte en la conexión losa-columna es específicamente lo crítico, por lo cual debe analizarse con mucho cuidado. Puede inclusive admitirse algún error en la distribución de momentos, o en el refuerzo colocado, pero un error en el diseño por corte es imperdonable, y este ha sido el causante de muchos accidentes. La situación más delicada es el caso de conexión entre losa plana sin vigas de borde y columna extrema. La transferencia de cargas es más crítica porque el momento negativo total deberá ser transferido a la columna, la sección 13.6.3.6 analiza esta situación.

Para asegurar un esfuerzo de corte adecuado cuando se usan los valores aproximados de la sección 13.6.3.3.

El esfuerzo total nominal de momento M_n , proporcionado por la franja de columna, debe ser usado como la fracción del momento desbalanceado transferido por excentricidad de corte ($\gamma_v M_n$), de acuerdo a las secciones 11.12.2.3 y 11.12.2.4 (para tramos finales de losas sin vigas extremas, la franja de columna será dimensionada para resistir el momento factorizado negativo exterior total). El momento " M_n " requerido para evaluar el esfuerzo de corte en losas, obtenido del momento transferido por excentricidad de corte, se ilustra en la siguiente figura.

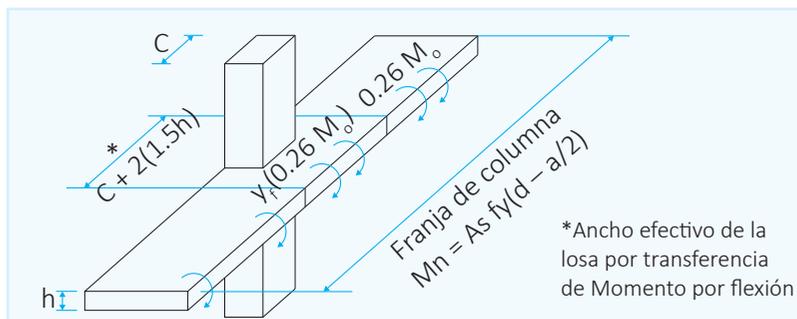


Fig 5.4 Esfuerzo de momento nominal para franja de columna para calcular $\gamma_v M_n = (1 - \gamma_f) M_n$

El refuerzo total ubicado en la franja de columna, incluye el refuerzo adicional concentrado en la columna para resistir la fracción del momento desbalanceado transferido por flexión $\gamma_f M_n = \gamma_f (0.26 M_o)$, donde el coeficiente de momento (0.26) de la Tabla (I).

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} \left\{ \begin{array}{l} c_1 + d = b_1 \\ c_2 + d = b_2 \end{array} \right.$$

Momentos factorizados en franjas de columnas

El valor de los momentos factorizados, negativos y positivos, a ser resistidos por una franja de columna, como se definió en la figura (I), depende de la rigidez relativa de la viga a losa y del ancho a largo, en un panel en la dirección de la luz, en la cual se determinan los momentos, excepto cuando el soporte tiene un ancho transversal muy grande.

Requiere la franja de columna en el exterior de un tramo final, para resistir el momento negativo total factorizado en la franja de diseño, a no ser que se coloquen vigas de borde en la losa, cuando el ancho transversal del soporte es igual o mayor que 3/4 del ancho de la franja de diseño.

Los porcentajes de los momentos negativos y positivos totales a ser resistidos por una franja de columna se obtendrán de la siguiente tabla:

% Del momento factorizado negativo interior

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$\alpha f_1 l_2/l_1 = 0$	75	75	75
$\alpha f_1 l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45

% Del momento factorizado negativo exterior

l_2/l_1		0.5	1.0	2.0
$\alpha f_1 l_2/l_1 \geq 0$	$\beta t = 0$	100	100	100
	$\beta t \geq 2.5$	90	75	45

% De momentos positivos factorizados

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$\alpha f_1 l_2/l_1 = 0$	60	60	60
$\alpha f_1 l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45

Pueden usarse también las siguientes ecuaciones:

En apoyo interior:

$$75 + 30 (\alpha_1 l_2/l_1) (1 - l_2/l_1) \quad (I)$$

En apoyo exterior:

$$100 - 10 \beta t + 12 \beta t (\alpha_1 l_2/l_1) (1 - l_2/l_1) \quad (II)$$

Positivo:

$$60 + 30 (\alpha_1 l_2/l_1) (1.5 - l_2/l_1) \quad (III)$$

Cuando $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1 > 1.0 \Rightarrow$ usar 1.0

Cuando $\beta_t > 2.5 \Rightarrow$ usar 2.5 en ecuación (III)

Para losas sin vigas entre soportes ($\alpha = 0$) para losas sin vigas de borde ($\beta_t = 0$).

La distribución para los momentos negativos y positivos totales en la franja de columna es:

interior = 75 %, exterior = 100 % y positivo = 60 %.

Para losas con vigas entre apoyos, la distribución depende de la relación de rigideces de viga a losa, y para vigas de borde, la relación de rigidez torsional de la viga de borde a la rigidez a flexión de la losa.

$$I_b = (b a^3 / 12) f \quad \alpha = (E_{cb} I_b) / (E_{cs} I_s)$$

$$I_s = \ell \cdot h^3 / 12 \quad \alpha = (E_{cb} / E_{cs}) (b / \ell) (a / h)^3 f$$

$$c = (1 - 0.63 x / y) (x^3 y / 3)$$

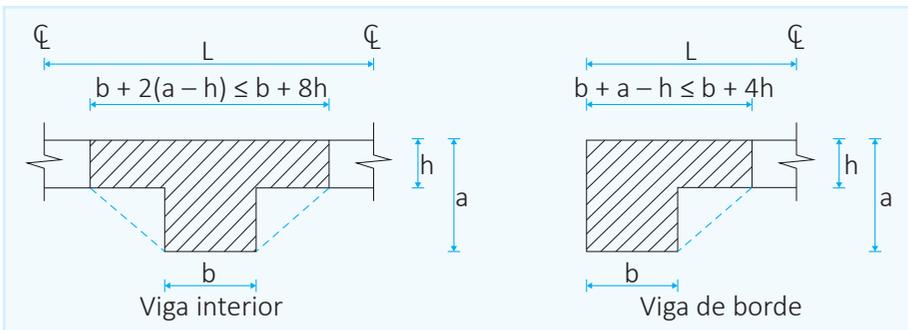
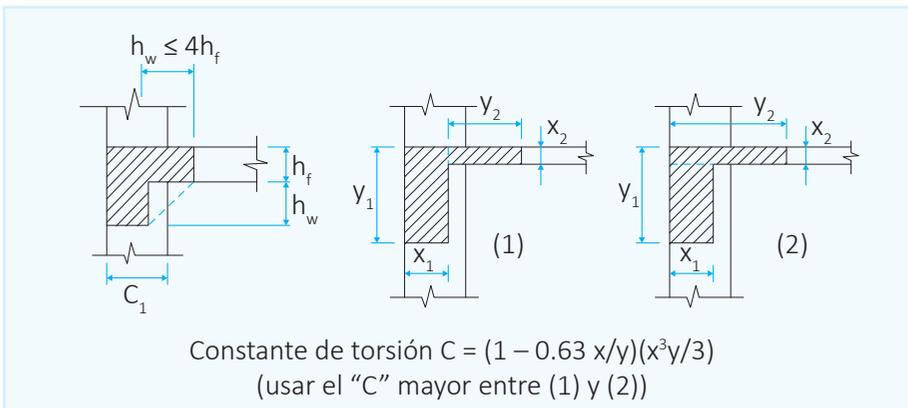


Fig. 5.5 Relación de rigideces para secciones de vigas y losas



Momentos factorizados en vigas

Cuando una franja de diseño tiene vigas entre columnas, el momento factorizado asignado a la franja de columna debe ser distribuido entre la losa y la sección de viga de la franja de columna. La magnitud del momento factorizado en la franja de columna a ser resistida por la viga varía linealmente entre “cero” y 85 %, proporcionalmente a la variación de $(\alpha_f l_2 / l_1)$ entre “cero” y 1.0.

Cuando $(\alpha_f l_2 / l_1) \geq 1 \Rightarrow$ la viga resistirá el 85 % del momento total de la franja de columna, además la sección de la viga resistirá cargas aplicadas directamente sobre ella, esta parte fue revisada en las normas ACI-11 sección 13.6.5.3.

Momentos factorizados en franjas centrales

Los momentos factorizados, no tomados por las franjas de columna, serán tomados por las franjas centrales, a excepción de las franjas centrales adyacentes o paralelas con un borde apoyado en un muro, donde el momento a ser resistido es dos veces el momento factorizado a la franja central adyacente a la franja exterior de diseño (Fig. I).

Momentos factorizados en columnas y muros

Las columnas y los muros de apoyo deberán resistir todos los momentos negativos transferidos por las losas.

Para columnas a muros interiores, puede utilizarse la ecuación:

$$M_i = 0.07 [(q_D + 0.5 q_L) l_2 l_n^2 - q'_D l'_2 (l_n)^2]$$

(Donde: q'_D , l'_2 y l_n^2 se refieren al tramo más corto).

Esta ecuación sirve para ser usada para transferencia de momentos desbalanceados, debido a cargas de gravedad, salvo que se haga un análisis considerando los efectos de cargas distribuidas y tramos desiguales adyacentes, puede apreciarse que se ha simplificado al evitarse el uso del valor α (rigidez) en el Código-11, utilizándose solamente la luz y cargas de gravedad, esta ecuación se simplifica aún más para casos de luces iguales, tanto transversales como adyacentes, y queda así:

$$M_i = 0.07 (0.5 q_L l_2 l_n^2)$$

Para columnas o muros soportantes exteriores.

El momento negativo total factorizado de la losa de la Tabla (I) es transferido directamente a los miembros soportantes. El cambio en el momento de la cara del soporte, al centro del mismo, puede considerarse de poca garantía, debido al uso de coeficientes aproximados; por lo tanto, es suficiente el uso de los coeficientes de la Tabla (I).

Las columnas ubicadas debajo o sobre la losa deben tomar un porcentaje del momento de soporte, basado en la rigidez relativa de la columna, en proporción a las longitudes de las columnas citadas.

Recomendaciones para efectos de cargas repartidas

Cuando “ β_a ” —relación entre carga muerta a carga viva (sin incremento por carga última)— es menor que “dos”, puede despreciarse en el análisis el incremento de momento por efecto de cargas repartidas, siempre que sean ubicadas columnas suficientemente rígidas. Si las columnas por debajo y por encima de la losa no llegan a la rigidez mínima (α_{\min}) de la tabla (II), y la relación de cargas es menor que 2, los momentos positivos factorizados deben ser incrementados por el coeficiente δs calculado en la siguiente ecuación:

$$\delta s = 1 + \frac{2 - \beta_a}{4 + \beta_a} \left(1 - \frac{\alpha_c}{\alpha_{\min}} \right)$$

Problema

Calcular los momentos de diseño por el método directo en la dirección achurada para una losa armada en dos sentidos, ubicada en un piso intermedio. El edificio tiene pantallas o muros de corte que toman la fuerza de sismo, y la losa no tiene vigas de borde ni ábacos.

Altura del piso = 2.70 m

Columnas = (40 cm)(40 cm)

Carga muerta = 700 kg/m²

Carga viva = 200 kg/m²

$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Solución

1. Predimensionado de la losa

a) Por deflexión

Dado que los paños tienen idénticas dimensiones, el cálculo de la altura mínima debe realizar sobre un paño exterior sin ábaco y sin viga de borde.

Usando la Tabla 9.5 (c) del ACI-11

$$h = \ell_n / 30 = (5.0 - 0.4) / 30 = 0.1533 \text{ m} = 15.33 \text{ cm}$$

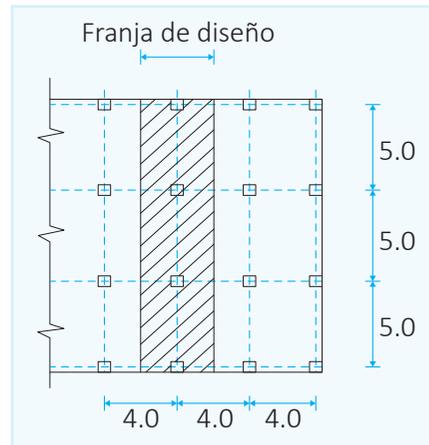
Según ACI 9.5.3.2 el h_{\min} para losas sin ábacos es 12.50 cm

Usar $h = 15.33 \text{ cm}$ por ser mayor.

Las normas en esa misma sección nos indican que para losas sin vigas de borde, y para losas con bordes discontinuos, deberán ser aumentadas un mínimo de 10% de su espesor.

$$h = (15.33)(1.10) = 16.86 \text{ cm}$$

\therefore Usar $h = 17 \text{ cm}$



b) Verificar esfuerzo de corte

• Carga última

$$q_D = 700 \text{ kg/m}^2$$

$$q_L = 200 \text{ kg/m}^2$$

Carga última

$$q_u = (1.2)q_D + (1.6)q_L = (1.2)(700) + (1.6)(200)$$

$$q_u = 1160 \text{ kg/m}^2 = 1.16 \text{ Tn/m}^2$$

• Corte flexión

Considerar una franja de 1 m de ancho a la distancia “d” de la cara de la columna de apoyo.

Asumir $\phi = 1/2''$ y un recubrimiento de 2 cm

$$d = h - \text{recubrimiento} - \frac{\phi}{2}$$

$$d = 17 - 2 - \frac{1.27}{2}$$

$$d = 14.37 \text{ cm} = 0.144 \text{ m}$$

$$V_u = q_u \left(\frac{\ell_n}{2} - d \right)$$

$$V_u = 1.16 \left(\frac{4.60}{2} - 0.144 \right) = 2.50 \text{ Tn}$$

$$\phi V_c = \phi 0.53 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d = (0.75)(0.53)(1)\sqrt{210} (200)(14.37) = 16.56 \text{ Tn}$$

$$V_u < \phi V_c \therefore \text{OK}$$

• Corte por punzonado

A la distancia “d/2”

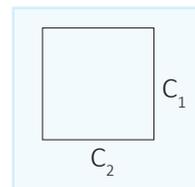
$$\text{Área tributaria} = (4.60)(3.60) = 16.56 \text{ m}^2 \quad (1)$$

$$\text{Área en planta encerrada por el perímetro crítico} = \left[0.40 + (2) \left(\frac{0.144}{2} \right) \right]^2 = 0.30 \text{ m}^2 \quad (2)$$

$$V_u = q_u [(1) - (2)]$$

$$V_u = 1.16 (16.56 - 0.30) = 18.862 \text{ Tn}$$

$$V_c = 0.53 \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \lambda \sqrt{f'_c} b_o d ; \text{ donde } \beta_c = \frac{C_1}{C_2} ; C_1 \geq C_2$$



Donde b_o = perímetro de la sección crítica.

$$b_o = 4 \left[40 + (2) \left(\frac{14.37}{2} \right) \right] = 217.5 \text{ m}$$

$$V_c = (0.53) \left(1 + \frac{2}{1} \right) (1) \sqrt{210} (217.5)(14.37) = 72.01 \text{ Tn}$$

Pero no mayor que

$$V_c = 1.1 \sqrt{f'_c} b_o d$$

$$V_c = 1.1 \sqrt{210} (217.5)(14.37) = 49.82 \text{ Tn}$$

Luego usar $\phi V_c = (0.75)(49.82) = 37.37 \text{ Tn}$

$$V_u < \phi V_c \quad \therefore \text{OK}$$

Por consiguiente $h = 17 \text{ cm}$ cumple por deflexión y corte.

2. Verificar los límites para el uso del método directo de diseño.
 - a) Hay tres tramos continuos como mínimo en cada dirección.
 - b) La relación del tramo largo al corto es $1.25 < 2.0$.
 - c) Las longitudes de luces continuas son iguales.
 - d) Las columnas están centradas.
 - e) Las cargas son uniformemente distribuidas con una relación de carga viva a carga muerta de $0.29 < 3.0$.
 - f) Es un sistema de losas sin vigas.
3. Cálculo de los momentos factorizados en la losa.

- a) Momento factorizado total por tramo

$$M_o = \frac{q_u \ell_2 \ell_n^2}{8} = \frac{(1.16)(4)(4.60^2)}{8}$$

$$M_o = 12.27 \text{ Tn-m}$$

- b) Momentos factorizados negativos y positivos

Tramo exterior (losa plana sin viga de borde):

$$\text{Momento negativo exterior} = 0.26 M_o = 3.19 \text{ Tn-m}$$

$$\text{Momento positivo} = 0.52 M_o = 6.38 \text{ Tn-m}$$

$$\text{Momento negativo interior} = 0.70 M_o = 8.59 \text{ Tn-m}$$

Tramo interno:

$$\text{Momento negativo} = 0.65 M_o = 7.98 \text{ Tn-m}$$

$$\text{Momento positivo} = 0.35 M_o = 4.30 \text{ Tn-m}$$

Los momentos factorizados, positivo y negativo pueden modificarse en un 10 % siempre que el momento estático total para un tablero, en la dirección considerada, no sea menor que el requerido en la ecuación:

$$M_o = \frac{q_u \ell_2 \ell_n^2}{8}$$

4. Distribución de los momentos factorizados en franjas de columnas y franjas centrales.

Momento	Momento (1) Factorizado	Franja de columna		(3) Dos medias franjas centrales
		% (2)	Momento	
Tramo exterior				
Negativo exterior	3.19	100	3.19	0
Positivo	6.38	60	3.83	2.55
Negativo interior	8.59	75	6.44	2.15
Tramo interior				
Negativo	7.98	75	5.99	1.99
Positivo	4.30	60	2.58	1.72

(1) Hallado anteriormente.

(2) Para losas planas sin vigas.

(3) Al valor del momento factorizado, no tomado por la franja de columna, se le asignarán dos mitades de franjas centrales.

5. Verificar por criterio de carga repartida.

$$\beta_a = \frac{q_D}{q_L} = \frac{\text{Carga muerta}}{\text{Carga viva}} = \frac{700}{200} = 3.50$$

Cuando $\beta_a \geq 2$ el efecto de carga repartida se puede despreciar.

6. Momentos factorizados en columnas.

a) Columnas interiores (con iguales luces transversales y adyacentes)

$$M_i = 0.07 (0.5 q_L \ell_2 \ell_n^2)$$

$$M_i = 0.07 (0.5)(0.2)(4.00)(4.60^2)$$

$$M_i = 0.59 \text{ Tn-m}$$

Para una columna superior e inferior de la losa, en sección y altura.

$$M_c = \frac{0.59}{2} = 0.295 \text{ Tn-m}$$

Este momento se combina con la carga axial factorizada (en cada piso) para el diseño de la columnas interiores.

b) Columnas exteriores

El momento negativo exterior de la losa debe ser transmitido en su totalidad, directamente a la columna:

$$M_u = 3.19 \text{ Tn-m}$$

Debido a la igualdad de sección y altura de columnas en la columna superior y la inferior de la losa.

$$M_c = \frac{3.19}{2} = 1.60 \text{ Tn-m}$$

Este momento está combinado con la carga axial factorizado para cada piso, para el diseño de columnas exteriores.

7. Transmisión del corte y momento a la columna exterior, debido a la carga de gravedad.

a) Hallar la transferencia de la fuerza de corte factorizada a la columna exterior.

$$V_u = \frac{q_u \ell_1 \ell_2}{2} = \frac{(1.16)(5.00)(4.00)}{2} = 11.60 \text{ Tn}$$

b) Cálculo del momento desbalanceado, transmitido a la columna exterior:

Cuando se usaron los coeficientes aproximados de momento para encontrar los momentos exteriores (Capítulo 13 del ACI-11), se requiere que la fracción del momento desbalanceado debido a la excentricidad de corte, debe basarse en el esfuerzo de momento nominal total de franja de columna " M_n ". El refuerzo total colocado en la franja de columna, incluye la armadura adicional concentrada en la columna para resistir la fracción del momento desbalanceado, transferido por flexión $\gamma_f M_u$, donde M_u es el momento negativo exterior factorizado de la losa. Para una losa sin viga de borde, el momento total $M_u = 3.19 \text{ Tn-m}$ es tomado por la franja de columna. (Véase la sección 7.12.1 del ACI-11). Para refuerzos en franjas centrales y franjas de columna.

$$\text{Para } f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 \quad \rho_{\min} = 0.0018$$

Separación máxima entre varillas $\Rightarrow 2 h_{\text{losa}}$

$$2h = (2)(17) = 34 \text{ cm}$$

$$b_w = \frac{4.00}{2} = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$$

$$A_{s,\min} = \rho b_w d = (0.0018)(200)(14.37) = 5.17 \text{ cm}^2$$

Usar 4 ϕ 1/2"

$$\text{Separación} = \frac{200}{6} = 33.3 < 34 \text{ cm}$$

Usar ϕ 1/2" cada 33 cm

Cálculo del refuerzo negativo total en la franja de columna para $M_u = 3.19 \text{ Tn}\cdot\text{m}$ (Véase tablas referenciales del Anexo 1, nos da menos de A_s requerido por cuantía mínima)

\therefore Usar $A_s \Rightarrow \phi$ 1/2" cada 33 cm en la franja de columna.

El espaciamiento del refuerzo en la franja central ϕ 1/2" puede ser también 33 cm, incluyendo parte de la franja de columnas fuera de la sección de transferencia del momento desbalanceado:

$$\text{Ancho efectivo de la losa} = b = c_2 + 2(1.5h) = 40 + 2(1.5)(17) = 91 \text{ cm}$$

El refuerzo adicional requerido sobre la columna, con un ancho efectivo de losa de 91 cm, para resistir parte del momento desbalanceado transferido por flexión que es calculado con la ecuación:

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}}$$

La cual para columnas cuadradas da $\gamma_f = 60 \%$

$\gamma_f \cdot M_u = (0.60)(3.19) = 1.914 \text{ Tn}\cdot\text{m}$ será transferido en el ancho efectivo de losa de 91 cm. Le aumentamos dos barras ϕ 1/2" sobre la columna, y verificamos el momento que toman esas cuatro barras en una losa de 91 cm de ancho.

$$A_s = 4(1.29) = 5.16 \text{ cm}^2$$

$$M_n = 0.9 A_s f_y (d - a/2)$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{5.16}{(91)(14.37)} = 0.00395$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{(5.16)(4200)}{(0.85)(210)(91)} = 1.33 \text{ cm}$$

$$M_n = (0.9)(5.16)(4200) \left(14.37 - \frac{1.33}{2} \right) = 2.67 \text{ Tn}\cdot\text{m}$$

$$\phi M_n = 0.9(2.67) = 2.403 \text{ Tn-m}$$

$$\gamma_f \cdot M_u = (0.60)(3.19) = 1.914 \text{ Tn-m}$$

$$2.403 > 1.914 \quad \therefore \text{OK}$$

La fracción de momento desbalanceado, transferido por excentricidad de corte, debe provenir del esfuerzo por momento nominal total (M_n), encontrado en la franja de columna.

Para $6 + 2 = 8$ barras de $\phi 1/2''$

$$A_s = 8 (1.29) = 10.32 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{(10.32)(4200)}{(0.85)(210)(91)} = 2.67 \text{ cm}$$

$$M_n = (0.9)(10.32)(4200) \left(14.37 - \frac{2.67}{2} \right)$$

$$M_n = 5.08 \text{ Tn-m}$$

Assumiendo " M_n " al centroide de la sección crítica de transferencia.

c) Esfuerzo de corte combinado en la cara interna de la sección crítica de transferencia.

$$V_u = \frac{V_u}{Ac} + \frac{(\gamma_v M_n)}{J/C}$$

$$a = c_1 + \frac{d}{2} = 40 + \frac{14.37}{2} = 47.19 \text{ cm}$$

$$b = c_2 + d = 40 + 14.37 = 54.37 \text{ cm}$$

$$C = \frac{a^2}{2a+b} = \frac{(47.19)^2}{2(47.19) + 54.37} = 14.97 \text{ cm}$$

$$Ac = (2a+b)d = [(2)(47.19) + 54.37](14.37) = 2137.54 \text{ cm}^2$$

$$J/C = \left[\frac{2ad(a+2b) + \frac{d^3(2a+b)}{a}}{6} \right]$$

$$J/C = \left[\frac{(2)(47.19)(14.37)(47.19 + (2)(54.37)) + \frac{14.37^3((2)(47.19) + 54.37)}{47.19}}{6} \right]$$

$$J/C = 36805.36 \text{ cm}^3$$

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{40 + 14.37}{40 + 14.37}}} = 0.40$$

$$V_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_n C}{J}$$

$$V_u = \frac{11600}{2019.40} + \left[\frac{(0.40)(508000)}{36805.36} \right] = 11.27 \text{ kg/cm}^2$$

d) Cálculo del esfuerzo de corte combinado, en la cara exterior de la sección crítica de transferencia.

$$V_u = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v M_n C'}{J}$$

$$V_u = \frac{11600}{2019.40} - \left[\frac{(0.4)(508000)}{16003.43} \right] = 5.90 - 12.07$$

$$V_u = 6.17 \text{ kg/cm}^2$$

$$C' = a - c = 47.19 - 14.97 = 32.22 \text{ cm}$$

$$J/C' = (J/C) (C/C') = (36805.36) \left(\frac{14.97}{32.22} \right)$$

$$J/C' = 17100.44 \text{ cm}^3$$

e) Verificación del esfuerzo de corte permisible.

$$\phi V_n = \phi(1.10) \sqrt{210}$$

$$\phi V_n = (0.75)(1.10)(14.49) = 11.96 \text{ kg/cm}^2$$

$$11.96 \text{ kg/cm}^2 > 11.27 \text{ kg/cm}^2$$

∴ OK

5.5 Método del pórtico equivalente

El diseño de un sistema de losas, por medio del método del pórtico equivalente, debe basarse en las suposiciones dadas en (5.5.1) a (5.5.5), y todas las secciones de losas y elementos de apoyo deben ser diseñadas para los momentos y cortantes así obtenidos.

Cuando se utilicen capiteles en las columnas, se permitirá tomar en consideración su contribución a la rigidez y a la resistencia a flexión y cortante.

Se permite despreciar las deformaciones axiales en las columnas y losas, debido a esfuerzos directos, y las deformaciones por cortante.

5.5.1 Pórtico equivalente

Debe considerarse que la estructura está constituida por pórticos equivalentes a lo largo de los ejes de columnas longitudinales y transversales, a lo largo de toda la estructura.

Cada pórtico debe consistir en una fila de columnas o apoyos y franjas de viga-losa, limitadas lateralmente por el eje central del panel, a cada lado del eje de columnas o apoyos.

Debe suponerse que las columnas o apoyos están unidas a las franjas de viga-losa mediante elementos torsionales transversales a la dirección del vano, para el cual se están determinando los momentos, extendiéndose hasta los ejes centrales de los paneles adyacentes a cada lado de la columna.

Los pórticos adyacentes y paralelos a un borde deben estar limitados por dicho borde y el eje central del panel adyacente.

Cada pórtico adyacente equivalente puede analizarse como un todo. Alternativamente, para cargas gravitacionales, se permite un análisis independiente de cada piso o cubierta con los extremos lejanos de las columnas, considerados como empotrados.

Cuando las vigas-losa son analizadas separadamente, se permite determinar el momento en un apoyo dado, suponiendo que la viga-losa está empotrada en cualquier apoyo, distante dos vanos del considerado, siempre que la losa continúe más allá de dicho punto.

5.5.2 Vigas-losa

Se permite determinar el momento de inercia del sistema de vigas-losa en cualquier sección transversal fuera del nudo o capitel de la columna, usando el área bruta de concreto.

Debe tenerse en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo de los ejes de los sistemas de vigas-losa.

El momento de inercia de vigas-losa, desde el centro de la columna hasta la cara de la columna, ménsula o capitel, debe suponerse igual al momento de inercia del sistema de vigas-losa en la cara de la columna, ménsula o capitel, dividido por $(1 - c_2/\ell_2)^2$; donde c_2 y ℓ_2 se miden transversalmente a la dirección del vano para el cual se determinan los momentos.

5.5.3 Columnas

Se permite determinar el momento de inercia de las columnas en cualquier sección transversal fuera de nudos o capiteles de columnas, usando el área bruta de concreto.

Debe tenerse en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo de los ejes de las columnas.

El momento de inercia de las columnas en el nudo, desde la parte superior a la parte inferior del sistema viga-losa, debe suponerse infinito.

5.5.4 Elementos torsionales

Deben suponerse elementos torsionales con una sección transversal constante en toda su longitud, que consiste en la mayor de (a), (b) y (c):

- Una porción de losa que tenga un ancho igual al de la columna, ménsula o capitel, en la dirección del vano para el cual se determinan los momentos, o
- Para sistemas monolíticos o totalmente compuestos, la porción de losa especificada en (a) más la parte de la viga transversal arriba y debajo de la losa, y
- Para elementos monolíticos o totalmente compuestos, una viga incluye la parte de losa que está situada a cada lado de la viga, a una distancia igual a la proyección de la viga hacia arriba o hacia debajo de la losa, la que sea mayor, pero no mayor que cuatro veces el espesor de la losa.

Cuando las vigas se unen a las columnas en la dirección del vano para el cual se determinan los momentos, la rigidez torsional debe multiplicarse por la relación entre el momento de inercia de la losa con la viga y el momento de inercia de la losa sin la viga.

5.5.5 Disposiciones de la carga viva

Cuando se conoce la disposición de la carga, el pórtico equivalente debe analizarse para dicha carga.

Cuando la carga viva no mayorada sea variable, pero no exceda de $3/4$ de la carga muerta no mayorada; o bien la naturaleza de la carga viva sea tal que todos los paneles se carguen simultáneamente, se permite suponer que se producen los momentos mayorados máximos en todas las secciones con la carga viva mayorada total, actuando en todo el sistema de losa.

Para condiciones de cargas distintas a las definidas en el párrafo anterior, se puede suponer que el momento máximo positivo mayorado cerca del centro de la luz del panel ocurre con $3/4$ del total de la carga viva mayorada, colocada sobre el panel y sobre paneles alternos; y se permite suponer que el momento máximo negativo mayorado de la losa en un apoyo se produce con $3/4$ del total de la carga viva mayorada colocada solamente en los paneles adyacentes.

Los momentos mayorados no deben considerarse menores que los que se presentan con la carga viva total mayorada, distribuida en todos los paneles.

5.5.6 Momentos mayorados

En apoyos interiores, la sección crítica para el momento negativo mayorado (tanto en la franja de columna como en las franjas centrales), debe tomarse en el borde de los apoyos rectilíneos, pero a no más de $0.175 \ell_1$ del centro de la columna.

En los apoyos exteriores provistos de ménsulas o capiteles, la sección crítica para el momento negativo mayorado en el vano perpendicular a un borde debe considerarse situada a una distancia del borde del elemento de soporte no mayor de $1/2$ de la proyección de la ménsula, o capitel, más allá de la cara del elemento de apoyo.

Los apoyos circulares, o en forma de polígono regular, deben tratarse como apoyos cuadrados que tengan la misma área, con el objeto de localizar la sección crítica para el momento negativo de diseño.

Cuando se analicen sistemas de losas que cumplan con las siguientes limitaciones por medio del método del pórtico equivalente:

- Deben existir un mínimo de tres vanos continuos en cada dirección.
- Los paneles de las losas deben ser rectangulares, con una relación entre la luz mayor y menor, medidas a centro de los apoyos del panel, no mayor de dos.

Las longitudes de las luces contiguas medidas centro a centro de los apoyos en cada dirección no deben diferir de la luz mayor en más de un tercio.

- Las columnas pueden estar desalineadas hasta un 10 % de la luz (medido en la dirección del desalineamiento), con respecto a cualquier eje que pase por el centro de columnas sucesivas.
- Todas las cargas deben ser únicamente gravitacionales y estar uniformemente distribuidas en todo el panel. La carga viva no mayorada no debe exceder de dos veces la carga muerta no mayorada.
- Para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la ecuación:

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} \ell_2^2}{\alpha_{f2} \ell_1^2} \leq 5.0$$

Para las dos direcciones perpendiculares.

Donde α_{f1} y α_{f2} se calculan de acuerdo con la ecuación:

$$\alpha_f = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$

- La redistribución de momentos, como lo permite 8.4, no debe aplicarse a los sistemas de losas diseñadas por medio del método de diseño directo.
- Se permiten variaciones de las limitaciones, siempre que se demuestre por medio de análisis que se satisfacen los requisitos de 13.5.1.

Se permite reducir los momentos calculados resultantes en una proporción tal que la suma absoluta de los momentos positivos y el promedio de los momentos negativos utilizados para el diseño, no excedan el valor obtenido con la ecuación:

$$M_o = \frac{q_u \ell_2 \ell_n^2}{8}$$

Se permite la distribución de los momentos en las secciones críticas de la franja viga-losa de cada pórtico a las franjas de columna, vigas y franjas centrales de acuerdo con lo establecido en 13.6.4, 13.6.5, 13.6.6, si se cumple con los requisitos de 13.6.1.6.

5.6 Propiedades de las vigas losas

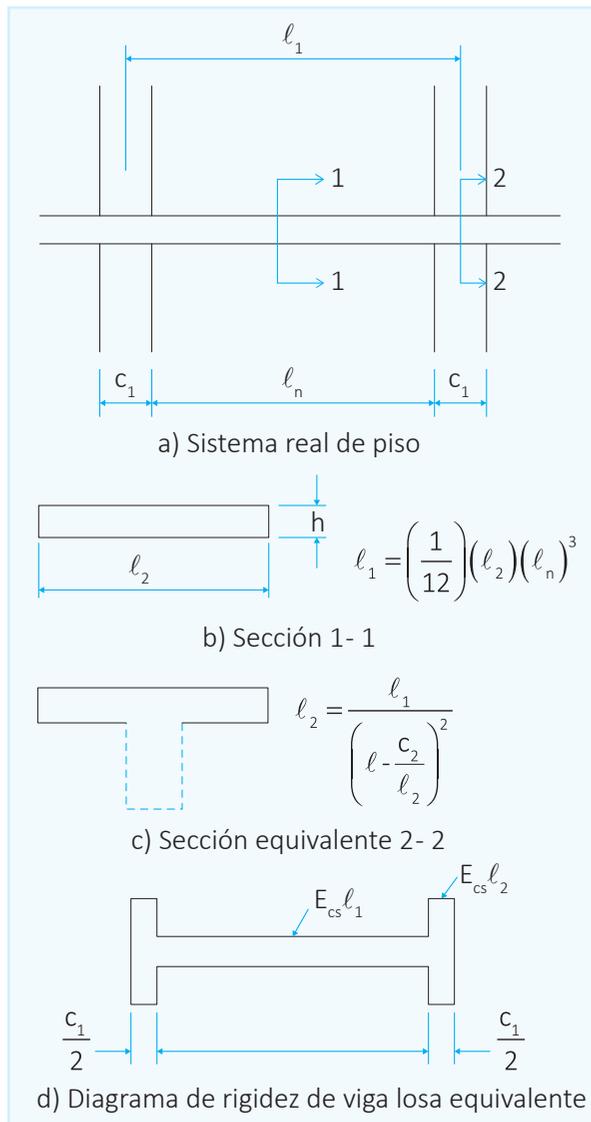


Fig. 5.6 Sistema de losa sin viga

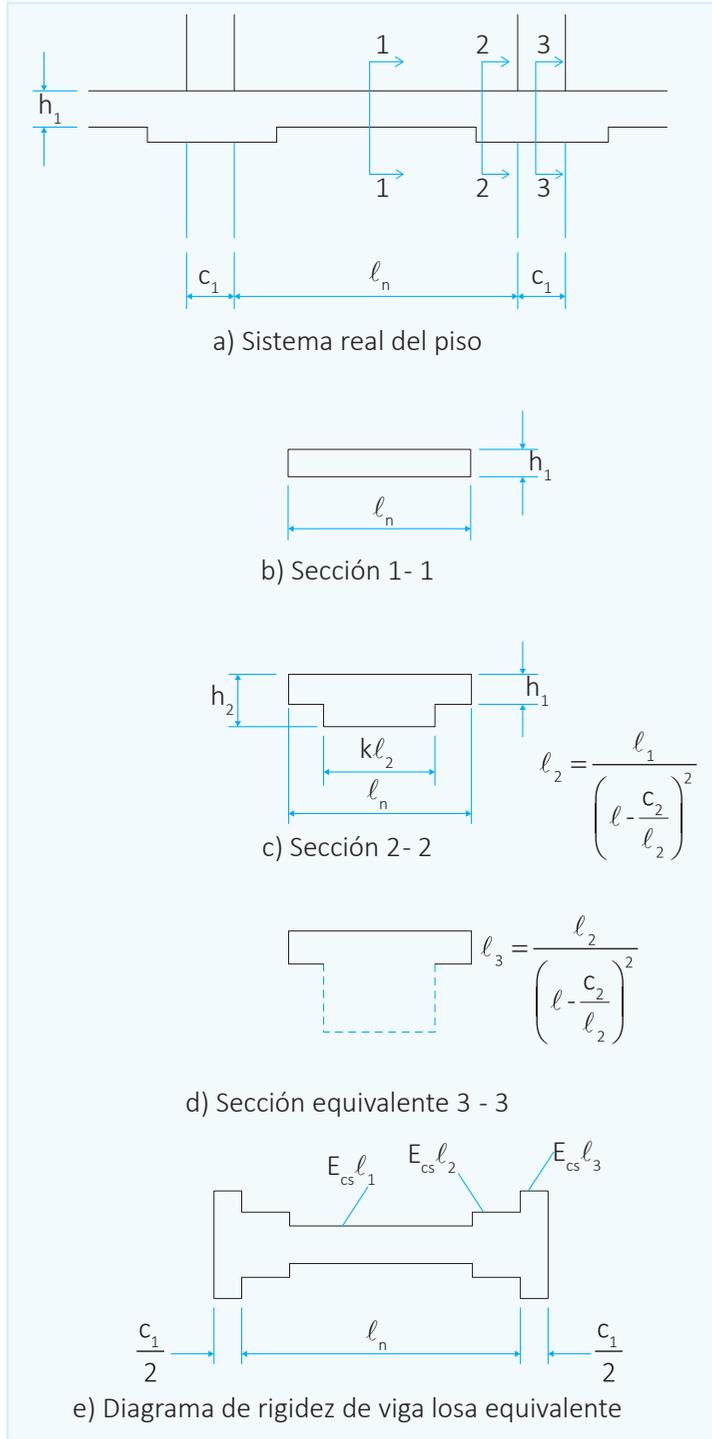
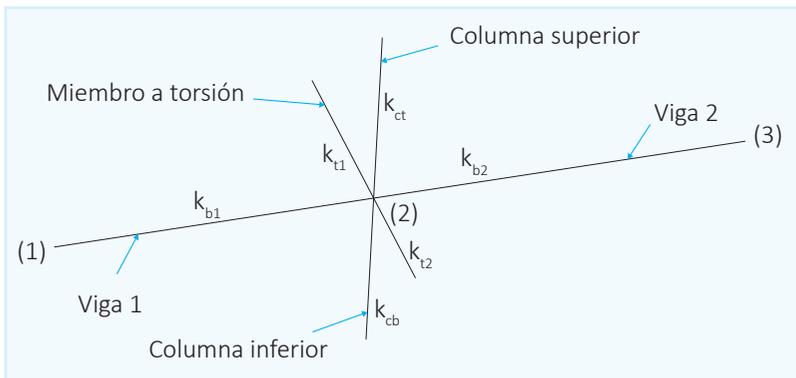
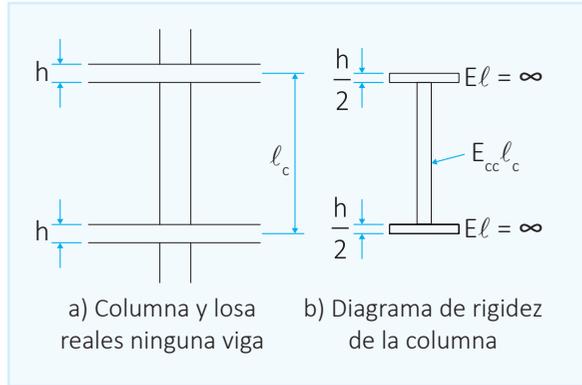


Fig. 5.6 Sistema de losa con ábacos

5.7 Propiedades de columnas

$$K_t = \sum \frac{9E_{cs} C}{l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3}$$



Si no hay una viga unida a la columna considerada, se usará como viga efectiva una parte de la losa igual al ancho de la columna o capitel. Si una viga está conectada a la columna, se supondrá una viga T o una L con patines de anchos iguales a la proyección de la viga arriba o debajo de la losa, pero no mayor que cuatro veces el espesor de la losa.

La flexibilidad de la columna equivalente es igual al recíproco de su rigidez, como sigue:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{\sum K_t}$$

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{K_{ct} + K_{cb}} + \frac{1}{K_c + K_t}$$

Si despejamos de esta expresión la rigidez equivalente de la columna y multiplicamos por K_c , se obtiene:

$$K_{ec} = \frac{(K_{ct} + K_{cb})(K_t + K_t)}{(K_{ct} + K_{cb}) + (K_t + K_t)}$$

Un examen de esta breve deducción muestra que la flexibilidad a torsión del nodo columna losa, reduce la capacidad del nodo para transmitir momentos.

Después de que se obtiene el valor de K_{ec} , los factores de distribución pueden calcularse como sigue; con referencia nuevamente a la figura anterior:

$$\text{DF para la viga 2-1} = \frac{K_{b1}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

$$\text{DF para la viga 2-3} = \frac{K_{b2}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

$$\text{DF para la columna superior} = \frac{K_{ec} / 2}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

Nota: Este método del pórtico equivalente es recomendable procesarlo con programas de computadora debido a la complejidad de desarrollarlo en forma manual.

TORSIÓN

Los efectos del esfuerzo producido por el comportamiento de la estructura a torsión pueden ser muy importantes en casos como por ejemplo vigas de borde, losas cerca de columnas exteriores, escaleras en espiral o en cualquier caso de excentricidad en la ubicación de la carga. Varios investigadores entre ellos P. Ferguson, Lessing, Ludin y Liafin han estudiado este problema, el primero de los nombrados, realizó un análisis elástico y otro plástico para torsión, encontrando resultados bastante parecidos aunque dio su preferencia por el análisis plástico. El reglamento ACI recomienda un valor (T_u) que es bastante aproximado a los análisis mencionados anteriormente.

Debido a que las grietas producidas por torque, corte y momento son diferentes, es necesario analizarlas en forma combinada. Normalmente se verifica el comportamiento para corte y torsión combinados teniendo en cuenta que la torsión producirá grietas laterales en la viga antes de que se produzca el corte aunque no incide en forma muy significativa.

El Reglamento ACI-11 expresa la relación en función del momento torsional factorizado directamente, usando la ecuación básica de esfuerzo por momento torsional.

$$T_u \leq \phi T_n$$

$$T_u \leq \phi T_c + \phi T_s$$

Donde:

ϕT_n = Esfuerzo por momento torsor

ϕT_c = Esfuerzo por momento torsor resistido por el concreto

ϕT_s = Esfuerzo por momento torsor resistido por el acero de refuerzo

Actualmente, los factores de seguridad son menores que antes y los elementos son de menor tamaño por lo que la torsión tiene mayor incidencia e importancia.

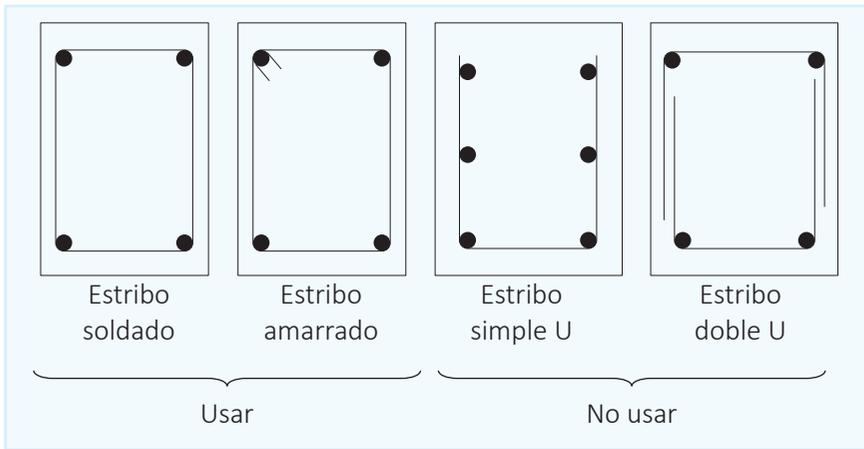
Cuando un elemento de concreto simple está sometido a torsión pura, se agrietará y fallará a lo largo de líneas espirales a 45° debido a la tensión diagonal que corresponde a los esfuerzos de torsión.

Cuando las fuerzas cortantes y de torsión máximas se presentan en zonas en que los momentos flexionantes son pequeños, en esos casos es de importancia la interacción del cortante con la torsión para el diseño.

Los elementos de concreto armado sometidos a fuerzas de torsión de magnitud considerable pueden tener falla repentina sino tuvieran refuerzo por torsión, si bien este refuerzo no impide se produzcan grietas por tensión diagonal pero protege la falla violenta.

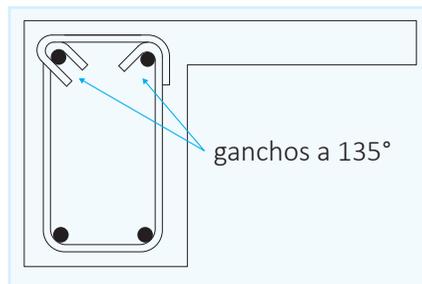
La armadura, tanto las varillas longitudinales como los estribos cerrados, interceptan las grietas de tensión diagonal que se producen en las superficies de los elementos sometidos a fuerzas torsionales.

El peso de estribos para cortante es adecuado para torsión, especialmente los estribos tipo U. Los estribos deben ser cerrados ya sean soldados para darle continuidad o doblando sus extremos alrededor de la varilla longitudinal.

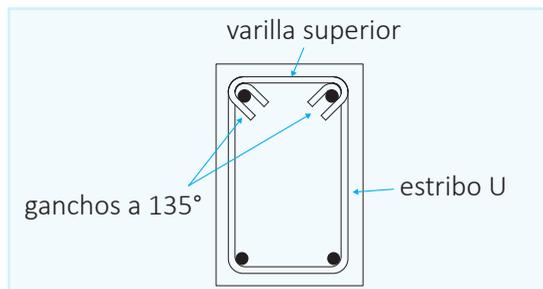


6.1 Estribos recomendables

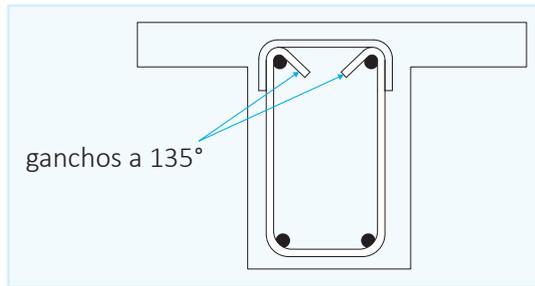
- a) Sin concreto de confinamiento en ninguno de los dos lados; ganchos a 135° necesarios en ambos extremos de la varilla superior.



- b) Confinamiento lateral proporcionado por la losa en el lado derecho; gancho a 90° permitido en ese lado para la varilla superior.



- c) Confinamiento lateral proporcionado en ambos lados por la losa de concreto; ganchos a 90° permitidos en ambos extremos de la varilla superior.



La resistencia de los estribos cerrados no se puede desarrollar, a menos de que se coloque un refuerzo longitudinal adicional. Las varillas longitudinales deben espaciarse uniformemente alrededor de la parte interna de los estribos, a distancia máxima de 30 cm una de otra. Se debe colocar como mínimo una varilla en cada esquina de los estribos para proporcionar anclaje a las ramas de los mismos, si el concreto en las esquinas se aplastase, los estribos se deslizarían formándose grietas torsionales aun mayores. Estas varillas longitudinales deben tener diámetros de al menos igual a 0.042 veces el espaciamiento de los estribos. Su diámetro será igual o mayor que $3/8''$.

6.2 Tipos de momentos torsionales considerados

1. Torsión de equilibrio: En una estructura estáticamente determinada hay solo una forma que un momento de torsión se puede transmitir a los soportes. Esta torsión, que se denomina torsión de equilibrio o torsión estáticamente determinada, no admite una redistribución de fuerzas internas o por un giro del elemento. La figura muestra una viga de borde que soporta un techo en voladizo de concreto. La viga de borde debe diseñarse para resistir el momento de torsión total que den los cálculos.
2. Torsión de compatibilidad: Se le llama torsión estáticamente indeterminada o torsión de compatibilidad, cuando parte de la estructura bajo consideración se tuerce para mantener las deformaciones de la estructura compatibles.

El momento de torsión en una zona dada de una estructura estáticamente indeterminada se puede reducir considerablemente si esa parte de la estructura se agrieta bajo la torsión y "cede" o gira. Se producirá una redistribución de fuerzas en la estructura.

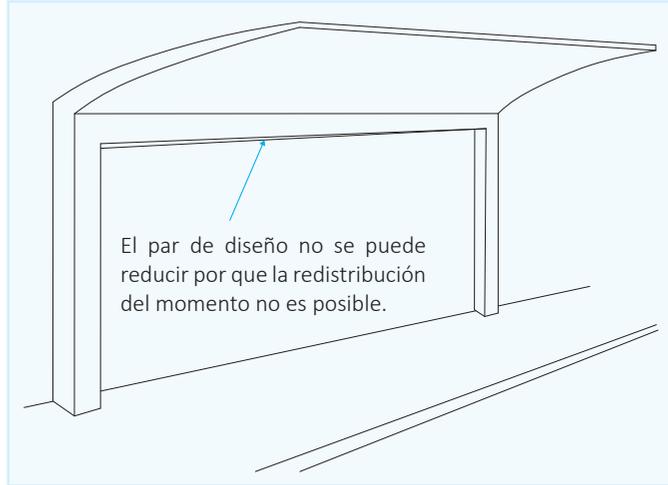


Fig. 6.1 Torsión de equilibrio

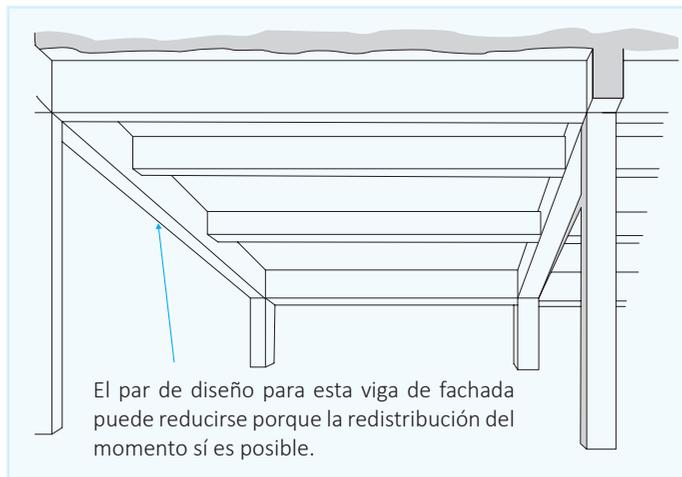


Fig. 6.2 Torsión de compatibilidad

En una estructura estáticamente indeterminada el momento máximo factorizado T_u se puede reducir como sigue en los miembros no preesforzados. El agrietamiento torsional ocurrirá cuando el esfuerzo principal de tensión alcance la resistencia por tensión del concreto en compresión-tensión biaxial. Este valor de agrietamiento se toma igual a $\lambda\sqrt{f'_c}$ luego, el par de torsión de agrietamiento, T_u , es

$$T_u = \phi \lambda \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right)$$

Donde:

T_u = Momento máximo factorizado

A_{cp} = Área encerrada por el perímetro exterior de la sección transversal de concreto

p_{cp} = Perímetro exterior de esa sección transversal

Cuando los miembros de concreto reforzado están sujetos a fuerzas axiales de tensión o de compresión, T_u debe calcularse como sigue, donde N_u es la fuerza axial factorizada tomada como positiva si la fuerza es de compresión y negativa si es de tensión.

$$T_u = \phi \lambda \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{N_u}{\lambda \sqrt{f'_c}}}$$

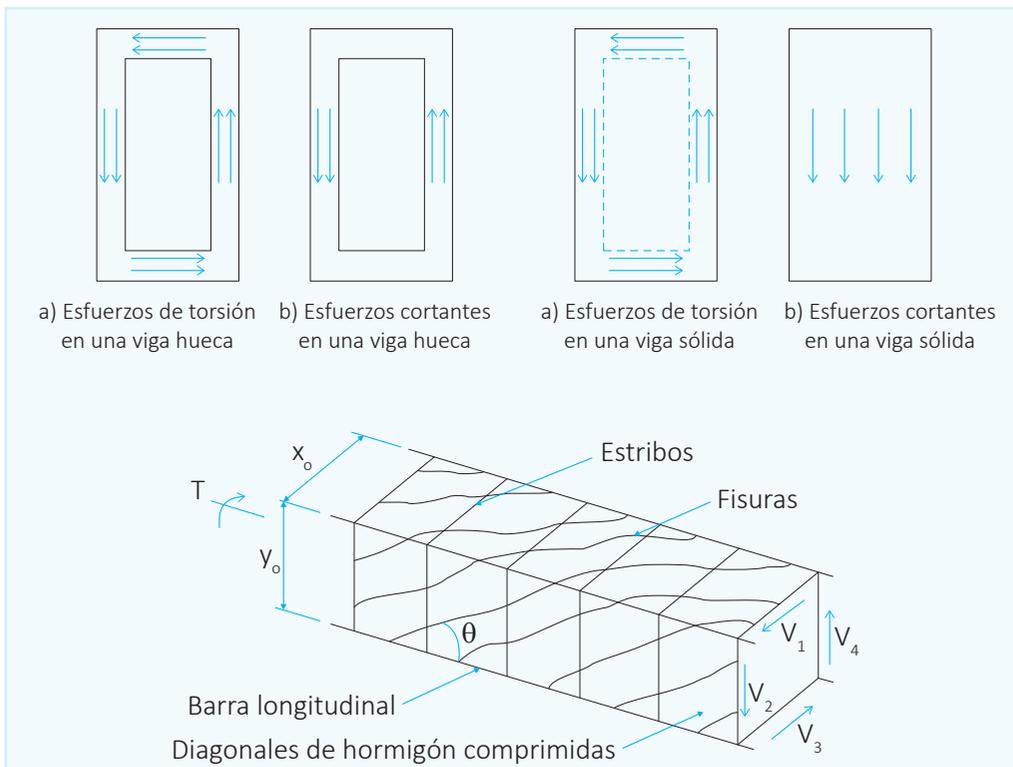
Después de que ocurre el agrietamiento, los momentos de torsión en la viga de fachada mostrada en la figura se reducen, como resultado de la redistribución de las fuerzas internas. En consecuencia, el momento de torsión usado para diseño en la viga de fachada puede reducirse.

6.3 Diseño por torsión según ACI

Los esfuerzos de torsión se suman a los esfuerzos cortantes en un lado de un miembro y se restan en el otro lado.

Los esfuerzos de torsión del centro de una viga sólida son pequeños, por lo que en las vigas huecas sí los espesores de pared cumplen ciertos requisitos del ACI, tienen casi las mismas resistencias por torsión que las vigas sólidas con las mismas dimensiones exteriores.

En las secciones sólidas, los esfuerzos cortantes debido a la torsión T_u están concentrados en un “tubo” exterior del miembro, los esfuerzos cortantes debidos a V_u son repartidos a través del ancho de la sección sólida, ver figura.



En suma, los dos tipos de esfuerzos cortantes (debido a la fuerza de corte y a torsión) se combinan usando una expresión de raíz cuadrada que se verá adelante.

Después del agrietamiento, la resistencia por torsión del concreto no es considerable. Las grietas por torsión tienden a describir espirales alrededor de los miembros, tanto en secciones huecas o sólidas localizados aproximadamente en ángulos de 45° con respecto a los bordes longitudinales de dichos elementos, la torsión es resistida por una armadura espacial imaginaria situada en el tubo exterior del elemento. La armadura que se muestra en la figura, donde el acero longitudinal en las esquinas del miembro y los estribos transversales cerrados actúan como miembros a tensión en la armadura, mientras que el concreto diagonal entre los estribos actúa como puntal a compresión, el concreto agrietado toma los esfuerzos de compresión.

El diseño por torsión se basa en la analogía de una armadura tubular espacial de pared delgada, en la cual se desprecia el núcleo interior del concreto del elemento. Después de que la torsión ha ocasionado el agrietamiento de un elemento, el esfuerzo de torsión es proporcionada casi por completo por los estribos cerrados y el refuerzo longitudinal ubicado cerca de la superficie del elemento. Una vez que ocurre el agrietamiento, la resistencia es despreciable a la torsión. Para el cortante el concreto toma la misma cantidad de cortante que antes de agrietarse.

Según el ACI, el agrietamiento por torsión ocurre cuando el esfuerzo principal de tensión alcanza el valor $\lambda\sqrt{f'_c}$. El ACI establece que los efectos de torsión pueden despreciarse en elementos no preesforzados, que es aproximadamente $\frac{1}{4}$ del par de agrietamiento de un elemento.

$$T_u < 0.27\phi\lambda\sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) = \frac{1}{4} T_u$$

Para estructuras estáticamente indeterminadas, donde pueden ocurrir reducciones en los momentos de torsión por la redistribución de las fuerzas internas, el código ACI permite reducir el momento de torsión máximo factorizado, al siguiente valor:

$$\phi\lambda \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$$

Si el par calculado para un miembro es mayor que el valor anterior, este puede usarse en el diseño; si los momentos de torsión se reducen, será necesario redistribuir estos momentos a los elementos adyacentes. El comentario del ACI dice que cuando la disposición de las estructuras impone rotaciones por torsión considerables dentro de una longitud corta de un miembro (como cuando un par grande está situado cerca de una columna rígida), deberá usarse un análisis más exacto.

Para elementos aislados con alas o sin ellos (vigas T), A_{cp} es igual al área de las secciones transversales completas (incluida el área de cualquier abertura en los miembros huecos) y p_{cp} representa los perímetros de las secciones transversales completas. Si una viga es vaciada monóticamente con una losa, puede suponerse que los valores de A_{cp} y p_{cp} incluyen parte de las losas adyacentes de las secciones T o \perp resultantes. Los anchos de las losas que pueden incluirse como partes de las vigas se describen en la sección 13.2.5 y 13.2.6 del ACI y se ilustran en la figura siguiente. Esos anchos o extensiones no deben exceder las proyecciones de las vigas arriba o debajo de la losa ni cuatro veces el espesor de la losa, escoger el menor.

Cuando se tiene una torsión considerable, puede resultar más económico seleccionar una viga mayor, de manera que no tenga que usarse un refuerzo de torsión. Una viga así puede resultar más económica que una menor con los estribos cerrados y el acero longitudinal adicional requeridos en el diseño por torsión. En otras ocasiones, tal procedimiento puede no ser económico y algunas veces las consideraciones arquitectónicas pueden dictar el uso de secciones menores.

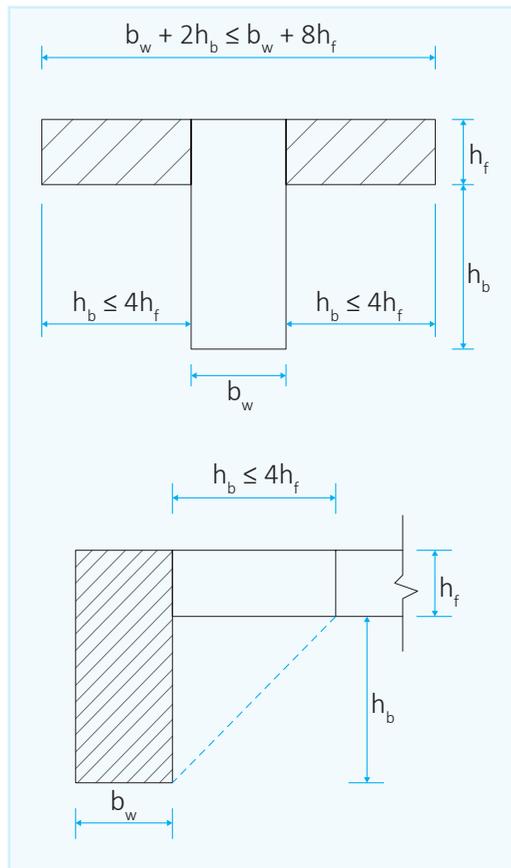


Fig. 6.3 Partes de vigas T monolíticas que pueden usarse en los cálculos de torsión

6.4 Resistencia al momento por torsión

Las dimensiones de los elementos sometidos a cortante y torsión están normados por el ACI con el objetivo de reducir el agrietamiento y prevenir el aplastamiento de la superficie del concreto causados por los esfuerzos inclinados de compresión. En las ecuaciones siguientes, del ACI, en los que los términos de la izquierda representan los esfuerzos cortantes debidos a la fuerza de cortante y a la torsión. La suma de estos dos esfuerzos en un miembro no debe exceder el esfuerzo que ocasione el agrietamiento por cortante $2.2\sqrt{f'_c}$ según R11.6.3 del ACI. En estas expresiones, $V_c = 0.53\lambda\sqrt{f'_c}b_w d$ (Sección 11.5.3.1 del ACI). Para secciones sólidas

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1.7A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2\sqrt{f'_c}\right) \quad \text{ACI 11.18}$$

Para secciones huecas

$$\left(\frac{V_u}{b_w d}\right) + \left(\frac{T_u p_h}{1.7A_{oh}^2}\right) \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2\sqrt{f'_c}\right) \quad \text{ACI 11.19}$$

Si el espesor de la pared de una sección hueca es menor que A_{oh}/p_h el segundo término en las ecuaciones 11-19 del ACI no debe tomarse como $T_u p_h / 1.7A_{oh}^2$ sino como $T_u / 1.7A_{oh}$ en que t es el espesor de la pared donde se están revisando los esfuerzos (11.5.3.3 del ACI).

Otro requisito que se da en la sección 11.5.4.4 para secciones huecas, es que la distancia de la línea central del refuerzo transversal por torsión a la cara interior de la pared no debe ser menor que $0.5 A_{oh}/p_h$. En esta expresión, p_h es el perímetro de la línea central del refuerzo de torsión cerrado más externo, mientras que A_{oh} es el área de la sección transversal del miembro encerrado por esta línea central. Las letras oh (siglas de outsidehoop) significan aro exterior (de estribos).

Además de la torsión tomada por el concreto, la resistencia a la torsión de las vigas de concreto reforzado puede incrementarse en gran medida colocando refuerzo de torsión que consiste en estribos cerrados y varillas longitudinales.

$$\text{Si } T_u = \phi \lambda \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right) \quad \text{según ACI 11.5.1}$$

$$\text{usar } (A_v + 2A_t) = 0.20 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \geq \frac{3.50 b_w s}{f_{yt}} \quad \text{Ecuación ACI 11-23}$$

A_v es el área de refuerzo requerido por cortante en una distancia que es la distancia entre estribos. A_v es el área de ambas ramas de un estribo de dos (o para todas las ramas de un estribo). El valor A_t es el área de los estribos necesaria por torsión, es para solo una rama del estribo. Luego el valor de $A_v + 2A_t$ es el área total de ambas ramas del estribo (para estribos de dos ramas) por cortante más torsión. El ACI considera conveniente usar iguales áreas de acero en los estribos y en el acero longitudinal adicional, así ambos participarán por igual en la resistencia a los momentos de torsión.

El área de estribos A_t para resistir la torsión se calculará así:

$$T_n = \frac{2A_o A_t f_{yt}}{s} \cot \theta \quad \text{Ecuación ACI 11-21}$$

Normalmente, esta ecuación se escribe en la siguiente forma, por facilidad:

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_n}{2A_o f_{yt} \cot \theta}$$

El refuerzo transversal se basa en la resistencia T_n por momento de torsión, que es igual a T_u/ϕ . El término A_o representa el área total encerrada por la trayectoria del flujo cortante alrededor del perímetro.

Donde:

$$T_n = \frac{T_u}{\phi}$$

A_o = Área total encerrada por la trayectoria del flujo cortante alrededor del perímetro del tubo

$A_o = 0.85 A_{oh}$ (o calcular por análisis)

A_{oh} = Área encerrada por los estribos encerrados más exteriores (Ver en figura inferior)

θ = Ángulo de las diagonales a compresión del concreto en la armadura espacial

$\theta = 30^\circ \leq 60^\circ$ pudiendo considerarse:

- a) 45° para elementos no preesforzados o con menos preesfuerzo que el punto (b)
- b) 37.5° para elementos preesforzados con una fuerza de preesfuerzo no menor que el 40 % de esfuerzo en tracción del refuerzo longitudinal.

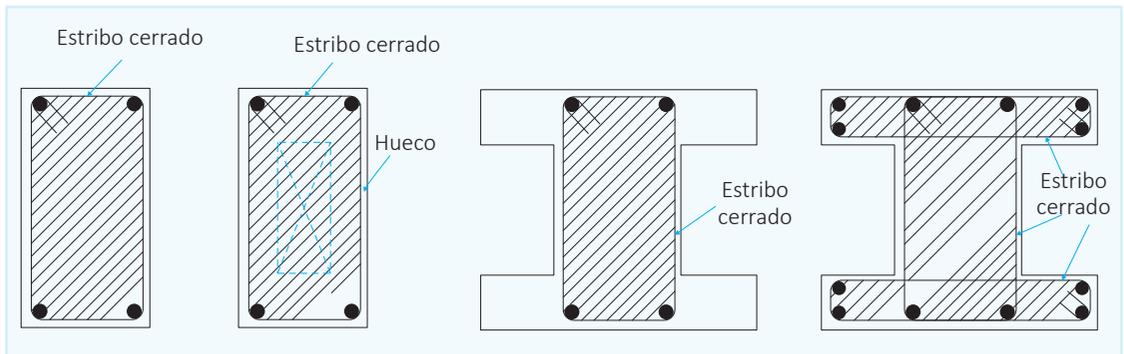
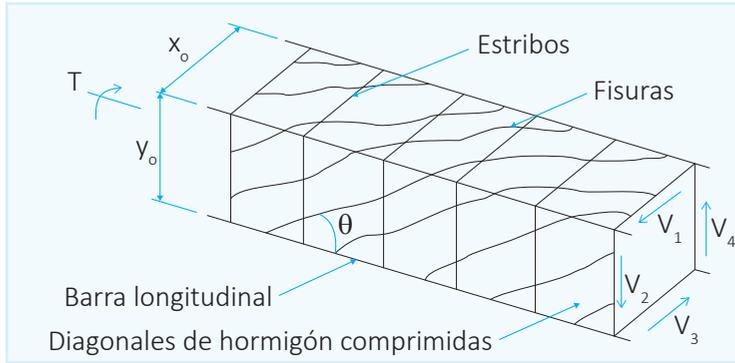


Fig. 6.4 Valores de A_{oh}



De acuerdo al comentario (R11.5.3.8) del ACI, las áreas requeridas de estribos por cortante y torsión se suman como sigue para un estribo de dos ramas:

$$\text{Total} \left(\frac{A_{v+t}}{s} \right) = \frac{A_v}{s} + \frac{2A_t}{s}$$

- La separación del refuerzo transversal por torsión no debe ser mayor que $p_h/8$ o 30 cm.
- p_h perímetro de la línea central del refuerzo transversal cerrado más externo (11.5.6.1 del ACI)
- Las separaciones máximas entre estribos por cortante de $d/2$ y $d/4$, ver secciones 11.4.5.1 y 11.4.5.3 del ACI.

Se ha visto que los especímenes de concreto reforzado con menos de aproximadamente 1 % de refuerzo por torsión por volumen, cargados a torsión pura, fallan tan pronto como ocurre el agrietamiento por torsión. El porcentaje es menor para miembros sometidos a torsión y a cortante. La ecuación proporciona un área total mínima de refuerzo longitudinal por torsión, se basa en usar aproximadamente 0.5 % de refuerzo de torsión por volumen. En esta expresión, A_{cp} es el área encerrada por la sección transversal exterior de concreto.

$$A_{l,\min} = \frac{1.33 \sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{s} \right) p_h \frac{f_{yt}}{f_y} \quad \text{Ecuación ACI 11-24}$$

Donde $\frac{A_t}{s} \geq \frac{1.75 b_w}{f_{yt}}$

El refuerzo longitudinal por torsión debe anclarse en ambos extremos. Ver sección 11.5.4.3 ACI. La torsión máxima actúa generalmente en los extremos de las vigas y, por lo tanto, las varillas longitudinales de torsión deben anclarse para su resistencia de fluencia en la cara de los soportes. Para hacer esto, puede ser necesario usar ganchos o varillas horizontales en forma de U con empalmes traslapados con el refuerzo longitudinal de torsión. Se usa extender el refuerzo del fondo de las vigas de fachada sometidas a torsión por 15 cm hacia dentro de los soportes, a pesar de que esto no es suficiente.

6.4.1 Otros requisitos del ACI a tenerse en cuenta

Debe tenerse en cuenta todos los requerimientos solicitados por el ACI pero en especial los siguientes:

1. Las secciones localizadas a una distancia menor que “d” de la cara del soporte pueden diseñarse para el par de torsión a una distancia d, sin embargo, si existe un par concentrado dentro de esta distancia, la sección crítica de diseño estará en la cara del soporte (11.5.2.4 del ACI).
2. La resistencia de diseño por fluencia del refuerzo de torsión para miembros no preesforzados no debe ser mayor que 4200 kg/cm^2 . El propósito de este valor máximo es limitar el ancho de las grietas diagonales (11.5.3.4 del ACI).
3. La tensión longitudinal creada por los momentos de torsión es parcialmente compensada en las zonas de compresión por la flexión de los miembros. En estas zonas, el área calculada del refuerzo longitudinal por torsión puede reducirse en una cantidad igual a $M_u / (0.9d f_y)$, de acuerdo con la sección 11.5.3.9 del ACI. En esta expresión, M_u es el momento factorizado que actúa en la sección en combinación con T_u . Sin embargo, el refuerzo proporcionado no debe ser menor que los valores mínimos requeridos en las secciones 11.5.5.3 y 11.5.6.2 del ACI.
4. El refuerzo longitudinal debe distribuirse alrededor del perímetro interior de los estribos cerrados y debe espaciarse a no más de 30 cm. Debe colocarse por lo menos una varilla en cada esquina de los estribos para proporcionar anclaje para las ramas del estribo. Estas varillas deben ser del #3 o mayores en tamaño y deben tener diámetros no menores que 0.042 veces la separación entre los estribos (11.5.6.2 del ACI).
5. El refuerzo de torsión debe proporcionarse para una distancia no menor que $b_t + d$ más allá del punto en que teóricamente ya no se requiere. El término b_t representa el ancho de aquella parte de la sección transversal del miembro que contiene los estribos cerrados de torsión (11.5.6.3 del ACI).

Problema

Diseñar por refuerzo por torsión una viga de (35 cm)(70 cm) con estribos de ϕ 1/2" (#13) y un recubrimiento libre de 4 cm.

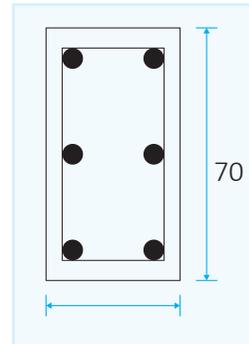
$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_u = 20 \text{ Tn}$$

$$T_u = 3 \text{ Tn-m}$$

$$A_s = 20 \text{ cm}^2 \text{ para } M_u$$



1. Verificar si se requiere refuerzo por torsión.

$$A_{cp} = (35)(70) = 2450 \text{ cm}^2$$

$$p_{cp} = 2(35 + 70) = 210 \text{ cm}$$

$$T_u = \phi 0.27 \sqrt{f'_c} \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} = (0.75)(0.27) \sqrt{280} \frac{(2450)^2}{210} = 0.96 \text{ Tn-m}$$

$$T_u = 0.96 \text{ Tn-m} < 3 \text{ Tn-m} \quad \therefore \text{ Se necesita refuerzo por tracción}$$

2. Calcular las propiedades de la sección de la viga.

- Recubrimiento libre = 4 cm

- Estribos acero #13 $\Rightarrow \phi = 1.27$

$$x_1 = 35 - 2 \left(4 + \frac{1.27}{2} \right) = 35 - 9.27 = 25.73 \text{ cm}$$

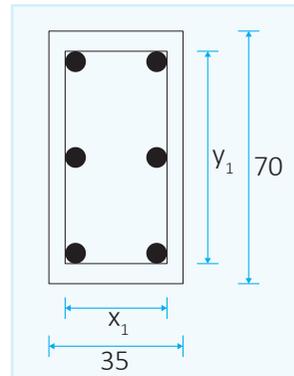
$$y_1 = 70 - 2 \left(4 + \frac{1.27}{2} \right) = 70 - 9.27 = 60.73 \text{ cm}$$

$$A_{oh} = (25.73)(60.73) = 1562.58 \text{ cm}^2$$

$$A_o = 0.85 A_{oh} = (0.85)(1562.58) = 1328.19 \text{ cm}^2$$

$$d = 70 - 4 - 1.27 - \frac{2.54}{2} = 63.46 \text{ cm}$$

$$p_h = 2(x_1 + y_1) = 2(25.73 + 60.73) = 172.92 \text{ cm}$$



3. Verificar si la sección de concreto es suficiente para soportar T_u .

$$V_c = 0.53\lambda\sqrt{f'_c}b_w d$$

$$V_c = 0.53(1)\sqrt{280}(35)(63.46)$$

$$V_c = 19679.40 \text{ kg} = 19.68 \text{ Tn}$$

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1.7A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2\sqrt{f'_c}\right)$$

$$\sqrt{\left[\frac{20000}{(35)(63.46)}\right]^2 + \left[\frac{(300000)(172.92)}{1.7(1562.58)^2}\right]^2} \leq 0.75 \left[\frac{19679.40}{(35)(63.46)} + 2\sqrt{280}\right]$$

$$15.40 \leq 31.74$$

4. Cálculo del refuerzo transversal.

$$T_n = \frac{T_u}{\phi} = \frac{3.00}{0.75} = 4.00 \text{ Tn-m}$$

Considerando $\theta = 45^\circ$ (Artículo 11.5.3.6 (a) ACI)

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_n}{2A_o f_{yt} \cot \theta} = \frac{400000}{2(1328.19)(4200)(1)}$$

$$\frac{A_t}{s} = 0.0358 \text{ cm}^2/\text{cm}, \text{ para una rama de estribo}$$

5. Cálculo del área de refuerzo necesario.

$$V_u = 20 \text{ T} > \frac{1}{2}V_c \Rightarrow \frac{1}{2}V_c = \frac{1}{2}(19.68) = 9.84 \text{ Tn}$$

$20 \text{ Tn} > 9.84 \text{ Tn} \therefore$ Se requiere refuerzo por Corte

$$V_s = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi} = \frac{20.00 - 0.75(19.68)}{0.75} = 6.98 \text{ Tn}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_y d} = \frac{6980}{(4200)(63.46)} = 0.026 \text{ cm}^2/\text{cm}, \text{ para una rama de estribo}$$

usando estribos #13 ($A = 1.29 \text{ cm}^2$)

6. Selección de estribos.

$$\frac{A_v}{s} + \frac{2A_t}{s} = 0.026 + 2(0.0358) = 0.0976 \text{ cm}^2/\text{cm}, \text{ para una rama de estribo}$$

usando estribos #13 ($A = 1.29 \text{ cm}_2$)

$$s = \frac{2(1.29)}{0.0976} = 26.43 \text{ cm}$$

Separación máxima de estribos (Permisible)

$$s_{\text{máx}} = \frac{p_h}{8} = \frac{172.92}{8} = 21.61 \text{ cm} \approx 20 \text{ cm}$$

Área mínima de estribos (Permisible)

$$(A_v + 2A_t) = 0.20 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}}$$

$$\text{pero} \geq \frac{3.50 b_w s}{f_{yt}}$$

$$(A_v + 2A_t) = 0.20 \sqrt{280} \frac{(35)(20)}{4200} = 0.557 \text{ cm}^2$$

$$\text{pero} \geq \frac{3.50 b_w s}{f_{yt}} = \frac{3.50(35)(20)}{4200} = 0.583 \text{ cm}^2$$

usando 2 ramas de estribos $(2)(1.29) = 2.58 \text{ cm}^2 > 0.583 \text{ cm}^2$

∴ OK

7. Calcular el refuerzo longitudinal por torsión.

$$A_l = \frac{A_t}{s} p_h \frac{f_{yt}}{f_y} \cot^2 \theta \quad \text{Ecuación 11-22 ACI}$$

$$A_l = 0.0358(172.92) \left(\frac{4200}{4200} \right) (1)^2 = 6.19 \text{ cm}^2$$

Área mínima longitudinal

$$A_{l,\text{min}} = \frac{1.33 \sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{s} \right) p_h \frac{f_{yt}}{f_y}$$

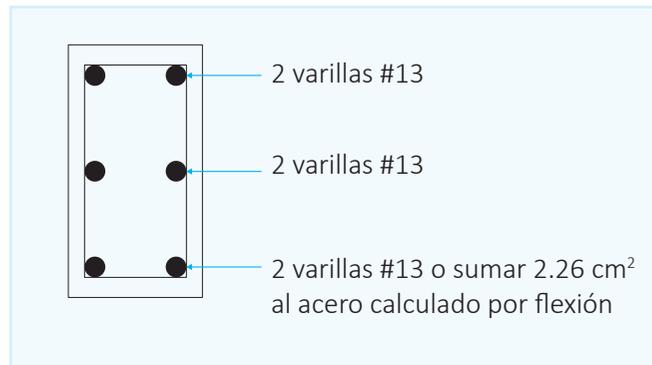
$$A_{l,\min} = \frac{1.33\sqrt{280}(2450)}{4200} - (0.0358)(172.92)\left(\frac{4200}{4200}\right)$$

$$A_{l,\min} = 6.78 \text{ cm}^2$$

usar $A_{l,\min} = 6.78 \text{ cm}^2$

Repartir el acero longitudinal en los 4 vértices internos de los estribos y verticalmente entre ellos.

$$\text{usar } \frac{1}{3} \text{ en cada zona} \Rightarrow \frac{6.78}{3} = 2.26 \text{ cm}^2$$



MUROS

El uso de muros aumenta cada día debido a la utilidad que proporcionan y a las cargas que son capaces de resistir así como debido a la restricción al desplazamiento lateral que proporcionan.

Se tiene la posibilidad de escoger el método para su diseño, pudiendo hacerse como:

- a) Diseño de muros como elementos a compresión, usando el método de esfuerzos a flexión y carga axial.
- b) Diseño de muros por el método empírico (muros de corte).

Estos muros han sido comúnmente denominados “muros de corte”, aunque esa denominación no es la más exacta a pesar de que en la mayoría de los casos toman las cargas horizontales y cortantes, prácticamente en la totalidad del edificio.

Hay que tomar en consideración que, actualmente, se usan muros de corte o pantallas con numerosas aberturas, como también muros acoplados, lo cual hace más complicado su diseño.

Por otra parte, en planta presentan varias formas geométricas, las cuales, al ser analizadas con los diagramas de interacción (P-M) similarmente a las columnas, nos proporcionarán información para encontrar valores, especialmente del acero de refuerzo.

7.1 Diseño de muros como elementos a compresión

Cuando el muro a diseñarse no satisface las condiciones de la sección 14.4 del Código ACI-11, y en especial cuando esté sujeto a cargas laterales, los muros deberán diseñarse como elementos a compresión y flexión, con los requerimientos del Capítulo 10 (similar a columnas).

El refuerzo mínimo para estos casos es el siguiente:

El refuerzo mínimo será de acuerdo a (A) y (B), salvo se necesite acero adicional por corte.

A) La relación mínima del área de refuerzo vertical al área de concreto (P_t) debe ser:

- 0.0012 para varillas corrugadas no mayores que ϕ 5/8" con un $f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$.
- 0.0015 para otras varillas corrugadas.
- 0.0012 para malla de alambre soldado (liso o corrugado) no mayor de W31 o D31 (MW200 o MD200).

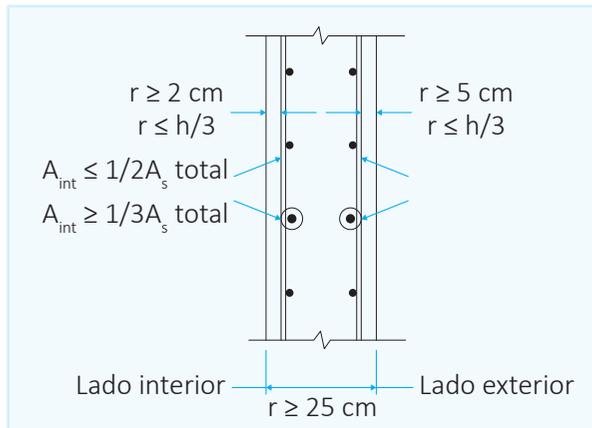
B) La relación mínima del área de refuerzo horizontal al área neta del concreto debe ser:

- 0.002 para varillas corrugadas no mayores que $\phi 5/8"$ (#16) con un $f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$.
- 0.002 para malla de alambre soldado (liso o corrugado), no mayor de W31 o D31 (MW200 o MD200).
- 0.0025 para otras varillas corrugadas.

Los valores dados son para muros separados a 7 m o menos, para valores mayores ver la siguiente tabla:

Distancia entre juntas	Refuerzo mínimo
7 – 9 m	0.0025 b h
9 – 12 m	0.0030 b h
12 – 15 m	0.0035 b h
15 – 20 m	0.0040 b h

- S_H y $S_V \leq 3 h$ o 45 cm
- A_{SV} no necesita A_{SH} si $\rho_v < 0.01$ o si A_{SV} no trabaja a compresión.
- Si $h \geq 25 \text{ cm}$, A_s distribuirse en dos capas.
- Si $h < 25 \text{ cm}$, A_s distribuirse en dos capas hacerlo por agrietamiento si el espaciamiento y recubrimiento lo permitan.
- Si el muro presenta aberturas colocar min 2 $\phi 5/8$ paralelas a sus lados mayores a 60 cm cada lado por fluencia y en los vértices acero diagonal.



C) Para muros con espesor $\geq 25 \text{ cm}$ (excepto muros de sótano) debe tenerse refuerzo en cada dirección colocado en dos filas paralelas con las caras del muro de acuerdo a lo siguiente:

- Una fila de no menos de 1/2 y no más de 2/3 del refuerzo total requerido para cada dirección, el cual será colocado a no menos de 5 cm ni más de 1/3 del espesor del muro de la cara exterior.
- La otra fila, consistente en el resto del refuerzo requerido en esa dirección será colocado a no menos de 2 cm y no más de 1/3 de espesor del muro desde la cara exterior del muro.

- D) El refuerzo vertical y horizontal deberá tener una separación máxima de 3 veces el espesor del muro ni mayor que 45 cm.
- E) No será necesario usar estribos alrededor del refuerzo vertical si la cuantía $\rho \leq 0.01$ o si el refuerzo vertical no es requerido por compresión.
- F) Además de los refuerzos dados en (A) y (B) para varillas mayores a $\phi 5/8$ en dos filas y en 2 direcciones así como en una sola fila y dos direcciones se colocará acero adicional en los marcos y transversal en los vértices.

I. Método de análisis riguroso

Considera inclusive la esbeltez variable del muro de acuerdo a la sección 10.10.1 del ACI-11:

El diseño de elementos sujetos a compresión debe basarse en las fuerzas y momentos determinados por un análisis de la estructura. Dicho análisis debe tomar la influencia de las cargas axiales y el momento de inercia variable en la rigidez del elemento y en los momentos de empotramiento; el efecto de las deflexiones sobre los momentos, las fuerzas y los efectos de la duración de las cargas.

II. Método del cálculo aproximado de esbeltez

Del Reglamento ACI-11.

ℓ_u = Longitud libre de un elemento sujeto a compresión.

k = Valor del factor de longitud efectiva.

$k = 1$ (para elementos a compresión arriostrados).

$k > 1$ (para elementos a compresión no arriostrados, considerando el agrietamiento y el refuerzo con rigidez relativa).

r = Radio de giro (calcular a partir de la sección total de concreto).

$r = (0.30)h$ (dimensión total en sentido de la estabilidad del muro).

Efectos de esbeltez:

Elementos arriostrados:

$$\text{Si } \frac{k \ell_u}{r} \leq 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40 \text{ (no considerarse esbeltez)} \quad (\text{I})$$

Elementos no arriostrados:

$$\text{Si } \frac{k \ell_u}{r} \leq 22 \text{ (no considerar esbeltez)}$$

$$\text{Para } \frac{k \ell_u}{r} > 100 \text{ (emplear el análisis exacto)} \quad (\text{II})$$

Amplificación de momentos:

Se diseñarán para P_u , M_c

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s} \quad (III)$$

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \left(\frac{P_u}{0.75 P_c} \right)} \geq 1.0 \quad (IV)$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} \geq 1.0 \quad (V)$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(K \ell_u)^2} \quad (VI)$$

P_u y $P_c \Rightarrow$ son sumatoria de columnas en un piso.

δ_b y $\delta_s \Rightarrow$ deben calcularse en pórticos no arriostrados.

$\delta_s = 1 \Rightarrow$ para pórticos arriostrados.

Solución

Al calcular $P_c \Rightarrow k$ deberá calcularse con la sección 10.11.2.1 (ACI-11), para δ_b y para δ_s usar la sección 10.11.2.2.

Para muros con 2 mallas de acero:

$$EI = \frac{0.2 E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_d} \quad (VII)$$

O en forma simplificada:

$$EI = \frac{0.4 E_c I_g}{1 + \beta_d} \quad (VIII)$$

$$\beta_d = \frac{\text{Momento por carga muerta}}{\text{Momento por carga total}} \quad (IX)$$

Para elementos arriostrados:

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \quad (X)$$

Para los otros casos:

$$C_m = 1$$

Cuando no hay momento en ambos extremos del elemento sujeto a compresión, o que las excentricidades del extremo calculadas son menores que $(1.5 + 0.03h)$ en cm.

$M_{2b} \Rightarrow$ en $M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s}$ debe estar basada en una excentricidad mínima de $(1.5 + 0.03h)$ en cm, alrededor de cada eje principal por separado.

La relación M_1 y M_2 en la ecuación de "X" se encuentra así:

- Si excentricidades en los extremos $< (1.5 + 0.03h)$ -Usar M_1 y M_2 (momentos en los extremos) para M_1/M_2 Ecuación "X".
- Si se observa que no hay M_1 o M_2 ; $M_1/M_2 = 1$

Si no hay momento en ambos extremos de un elemento a compresión no arriostrado, o las excentricidades son menores que $(1.5 + 0.03h) M_{2s}$ de la ecuación (III), deberá basarse en una excentricidad mínima, igual a $(1.5 + 0.03h)$ alrededor de cada eje principal por separado.

Cuando la esbeltez del muro excede el límite para la aplicación del cálculo de la esbeltez, hecho por la sección 10.11. ACI-11 ($k \ell_u/h \geq 30$), se requerirá un cálculo más detallado como el enunciado en sección 10.10.1 (ACI-11); en el ejemplo 1 se dará información de muros para ($20 < k \ell_u/h < 50$) con espesores entre 14 y 24 cm, que tengan una o dos capas de armadura.

7.2 Diseño empírico de muros

Este método se usa cuando la resultante de las cargas verticales está ubicada en el 1/3 central del espesor del muro, y cuando el espesor es por lo menos 1/25 de la altura libre o longitud de muro (usar el valor menor). Cualquier carga lateral del muro afectará para determinar la excentricidad "efectiva" de la carga vertical resultante. Además, solo se aplica para muros sólidos. Este método, como puede notarse, es prácticamente usado solo para muros sometidos a carga vertical únicamente, o para excentricidades relativamente pequeñas.

La ecuación para ϕP_{nw} considera efectos de excentricidad y esbeltez. Se escoge el factor de excentricidad = 0.55 para similitud con los del método del capítulo 10 (ACI-11) $e = h/6$.

El valor $P_{min} = 0.0015$ sirve principalmente para control de grietas por contracción y temperatura.

Límites para el diseño empírico

- El diseño será para cargas con $e \leq h/3$.
- Cuando la carga está a $e = h/6$ se considera $P_u =$ carga concentrada.
- $P_u \leq P_{nw}$

$$P_{nw} \leq 0.55 \phi f'_c A_g \left[1 - \left(\frac{k \ell_c}{32h} \right)^2 \right]$$

Donde $\phi = 0.65$

“k” será:

Para muros arriostrados:

- Con restricción en la rotación en 1 o 2 extremos: **0.8**
- No restringidos con la rotación en ambos extremos: **1.0**

Para muros no arriostrados (para evitar el desplazamiento lateral): **2.0**

$$1) \left. \begin{array}{l} h \geq \ell_c / 25 \\ h \geq 4 \text{ cm} \end{array} \right\} h = \text{ancho del muro}$$

- Muros de sótano y muros de cimentación $h \geq 20 \text{ cm}$
- Muros exteriores de sótano, muros de cimentación y muros no portantes $h \geq 20 \text{ cm}$

2) Los muros deben tener armadura vertical y longitudinal.

$$\rho_{\text{longitudinal}} \geq 0.0025$$

$$\rho_{\text{vertical}} \geq 0.0015$$

En muros con $h \geq 25 \text{ cm}$ usar dos capas de armadura.

3) La longitud efectiva para la reacción en cada columna no debe exceder de la distancia centro a centro entre las reacciones, ni el ancho del apoyo + 4h.

4) El muro debe estar anclado al piso, a columnas u otros elementos de la estructura.

Ejemplo

Diseñar un muro que soporte vigas prefabricadas de un techo separados a **2 m**. El ancho de apoyo de cada viga es **25 cm**, el muro está restringido en sus extremos y es empotrado en la base.

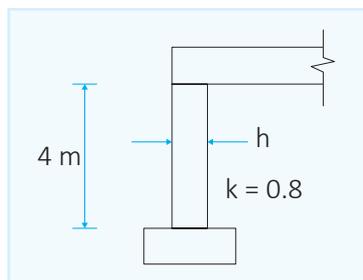
$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Peso de vigas:

$$q_D = 20 \text{ Tn}$$

$$q_L = 6 \text{ Tn}$$



Solución

1. Calcular el espesor del muro.

$$h = \frac{400}{25} = 16 \text{ cm} \Rightarrow \text{Usar } 20 \text{ cm por facilidad constructiva}$$

2. Calcular cargas últimas.

$$q_u = 1.2(20) + 1.6(6) = 33.60 \text{ Tn}$$

3. Por resistencia de aplastamiento de una viga sobre el concreto.

$$\phi(0.85 f'_c A_1) = 0.65(0.85)(210)(20)(25) = 58012.5 \text{ kg} = 58.01 \text{ Tn} > 33.60 \text{ Tn}$$

4. Separación c/c de vigas = 2 m

$$\text{Ancho de apoyo de diseño} + 4h = 25 + 4(20) = 105 \text{ cm}$$

5. Resistencia de diseño del muro.

$$\phi P_{nw} = 0.55 \phi f'_c A_g \left[1 - \left(\frac{k \ell_c}{32h} \right)^2 \right] \quad 14.1 \text{ ACI}$$

$$\phi P_{nw} = 0.55(0.65)(210)(20)(80) \left\{ 1 - \left[\frac{(0.8)(400)}{(32)(20)} \right]^2 \right\}$$

$$\phi P_{nw} = 90090 \text{ kg} = 90.09 \text{ Tn} > 33.6 \text{ T}$$

6. Calcular el acero.

- Separación máxima = $(3)(20) = 60 \text{ cm}$
- $A_{s,\text{vertical}} = (0.0012)(20)(10) = 0.24 \text{ cm}^2/10 \text{ cm} \Rightarrow \phi 1/2 @ 50 \text{ cm}$
- $A_{s,\text{horizontal}} = (0.0020)(20)(10) = 0.40 \text{ cm}^2/10 \text{ cm} \Rightarrow \phi 1/2 @ 30 \text{ cm}$

7.3 Método general de diseño de muros

Si "P" es única fuera del 1/3 central, parte de su sección estará sometida a tracción y, por lo tanto, se diseña siguiendo los criterios presentados en el capítulo 10 del ACI.

Utilizando los criterios de esbeltez, además:

$$\frac{k \ell_u}{r} < 100$$

$$EI = \frac{E_c I_g}{\beta} \left[0.5 - \frac{e}{h} \right]$$

$$\frac{0.1 E_c I_g}{\beta} \leq EI \leq \frac{0.4 E_c I_g}{\beta}$$

Donde:

E_c = Módulo de elasticidad del concreto

I_g = Momento de inercia de la sección bruta

β = Parámetro igual a $(0.9 + 0.5\beta_d^2 - 12\rho)$

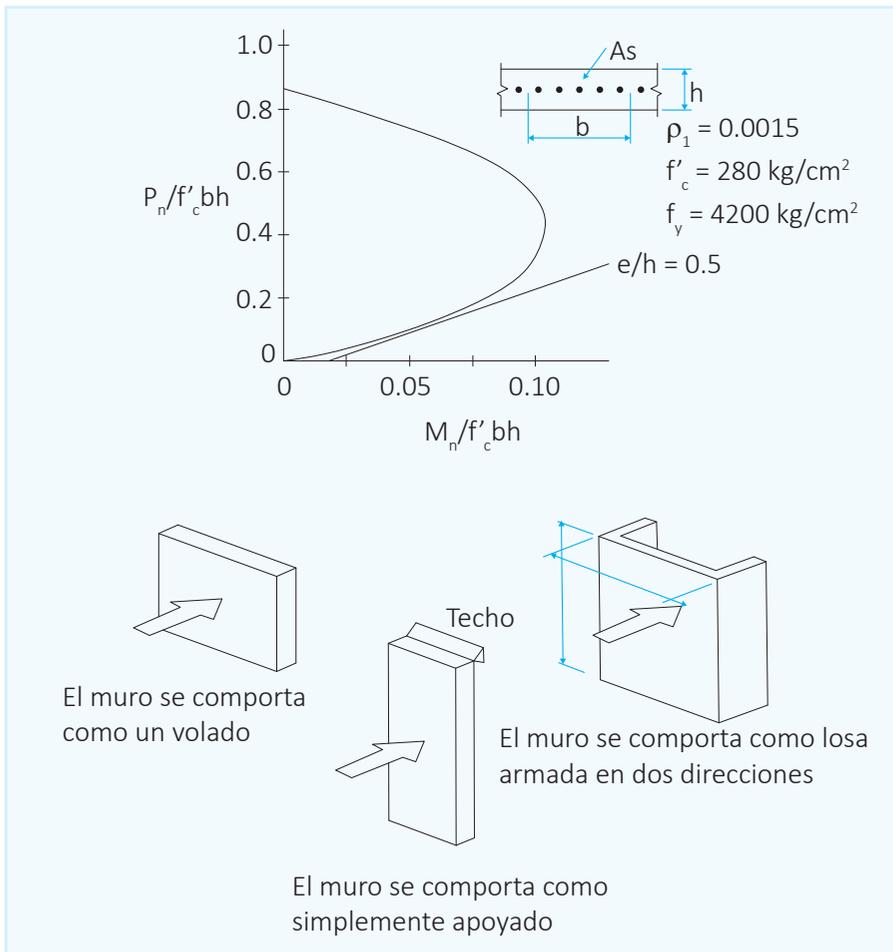
β_d = Parámetro definido en la sección 10.4.2

ρ = Cuantía de acero vertical respecto al área bruta de concreto

e = Excentricidad de la carga axial

h = Espesor del muro

- Si los muros están sometidos solamente a flexión por cargas horizontales usar capítulo 5 del ACI.
- Si los muros están sometidos a carga axial y momento, usar los diagramas de interacción similares que para columnas hay en todos los manuales de diseño.



Caso I: Esfuerzo cortante generado por cargas perpendiculares al muro.

Se considera que el muro actúa como una losa según en relación de lados:

- Losa armada en un sentido (Cap. 9 ACI)
- Losa armada en dos sentidos (Cap. 15 ACI)

Nota: Si existen vigas solitarias contra el muro verificar corte por punzonado Cap. 15.8 ACI.

Caso II: Esfuerzo cortante generado por cargas paralelas a la cara del muro.

Cuando la carga actúa en el plano del muro, la resistencia del concreto al corte se determina a través de las siguientes expresiones:

$$V_c = 0.88 \sqrt{f'_c} h d + \frac{N_u d}{4 \ell_w} \quad (11-3) \text{ (ACI-Ec(11-29))}$$

$$V_c = \left[0.16 \sqrt{f'_c} + \frac{\ell_w (0.33 \sqrt{f'_c} + 0.2 N_u / \ell_w h)}{\frac{M_u}{V_u} - \frac{\ell_w}{2}} \right] h d \quad (11-4) \text{ (ACI-Ec(11-30))}$$

Donde:

N_u = Carga axial amplificada en el muro, positiva si es de compresión y negativa en caso contrario

M_u = Momento flector amplificado en la sección analizada

V_u = Fuerza cortante amplificada en la sección analizada

d = Peralte efectivo del muro en la dirección paralela a sus caras, estimado en $0.8 \ell_w$ (ACI-11.10.4)

ℓ_w = Longitud del muro

Cuando el término $M_u/V_u - \ell_w/2$ es negativo, la ecuación (11-3)(ACI-Ec(11-29)) no se aplica.

Si el muro está sometido a compresión, la resistencia del concreto puede ser estimada mediante la siguiente expresión que es más sencilla y práctica:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} h d \quad (11-5)$$

Si el muro resiste tracción se puede emplear:

$$V_c = 0.53 \left(1 + \frac{0.029 N_u}{A_g} \right) \sqrt{f'_c} b_w d \quad (11-6) \text{ (ACI-Ec(11-8))}$$

Donde N_u es negativo

En este caso, b_w es el espesor del muro de concreto.

El Código del ACI recomienda que la resistencia del concreto al corte entre el apoyo y la sección crítica ubicada a h_{sc} de él se considere igual que la estimada para dicha sección (ACI-11.10.7).

El parámetro h_{sc} está dado por el menor de:

$$h_{sc} \leq \frac{\ell_w}{2}$$

$$h_{sc} \leq \frac{h_w}{2}$$

Donde h_w : Altura del muro

La resistencia nominal del muro, será menor que (ACI – 11.10.3):

$$V_n \leq 2.7 \sqrt{f'_c} h d \quad (11-7)$$

El refuerzo por corte en muros está compuesto por varillas, verticales y horizontales. Si la fuerza cortante última es menor que $\phi V_c/2$, el muro se proveerá con el refuerzo mínimo definido en la sección 11.1. Si es mayor que $\phi V_c/2$ y menor que ϕV_c , la cuantía mínima de refuerzo horizontal ρ_t será ≤ 0.0025 y el espaciamiento del acero será menor que $\ell_w/5$, $3h$ y 45 cm .

Si la fuerza cortante última es mayor que ϕV_c , el área de acero horizontal se determinará con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{V_s S}{f_y d} = \frac{(V_n - V_c) S}{f_y d} \quad (11-8)$$

Donde:

A_v = Área de refuerzo horizontal por corte en una franja de muro de longitud s_2 . Debe verificarse que no sea menor que el mínimo definido en el párrafo anterior.

La cuantía de refuerzo vertical, ρ_t respecto a una sección bruta horizontal, deberá cumplir:

$$\rho_t \geq 0.0025 + 0.5 \left(25 - \frac{h_w}{\ell_w} \right) (\rho_t - 0.0025) \quad (11-9)$$

La cuantía vertical mínima ρ_t será ≥ 0.0025 pero no es necesario que sea mayor que la cuantía horizontal. El espaciamiento del refuerzo vertical será menor que $\ell_w/3$, $3h$ y 45 cm . Estos requerimientos deberán ser satisfechos también cuando $\phi V_c/2 < V_u < \phi V_c$.

El acero vertical requerido por corte es adicional al requerido por flexocompresión.

En los muros cuya relación altura/longitud es pequeña la condición crítica de diseño es el corte. Por el contrario, si esta relación es grande, la flexión gobierna el diseño. En los muros bajos, el esfuerzo vertical por corte es el más efectivo, mientras que en los altos, ocurre a la inversa.

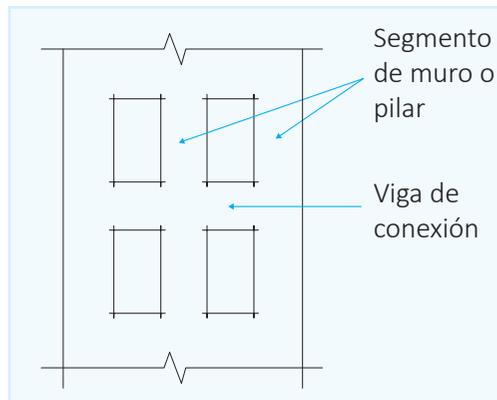
Esta condición se refleja en la relación (11-9) donde para $h_w/(\ell_w < 0.5)$ la cuantía de refuerzo vertical y horizontal es la misma. En caso que $h_w/(\ell_w > 2.5)$, la cuantía de refuerzo vertical es mínima.

Para muros que tengan una altura igual o menor que dos veces su largo, el muro se puede diseñar de acuerdo al apéndice A del reglamento pero cumpliendo siempre los aceros mínimos especificados para armaduras verticales y horizontal y sus espaciamientos máximos.

7.4 Diseño alternativo de muros esbeltos

Este método tiene por objeto seguir las pautas del UBC y está basado en estudios experimentales, principalmente aplicados a muros prefabricados y es alternativo al método general de elementos esbeltos a compresión.

Si el panel tiene ventanas u otras aberturas se considerará que no tiene sección constante en toda su altura.



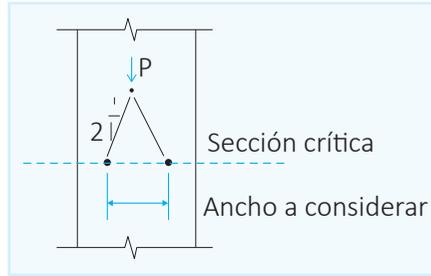
Si el muro tiene aberturas, se llama segmento de muro o pilar, el elemento vertical entre aberturas y viga de conexión al elemento horizontal entre dos aberturas.

Se deberá estudiar los esfuerzos en estos dos elementos adicionalmente a los del muro.

Si la tracción por flexión controla el diseño del muro estos requisitos cumplen el diseño general.

Los muros que se diseñan por este método alternativo deben cumplir los siguientes requisitos:

- El panel del muro se diseñará como simplemente apoyado, cargado axialmente y sujeto a una carga lateral uniforme, y que los máximos momentos y deflexiones ocurren a la mitad de la luz.
- La sección transversal es constante en toda la altura del panel.
- La cuantía del refuerzo $\rho_t = A_s / \ell_w d$ será igual o menor que $0.6 \rho_b$.
- El refuerzo debe desarrollar una resistencia de diseño $\phi M_n \geq M_{cr}$ (ACI-Ec-14-2) calculándolo para las cargas verticales y horizontales donde $M_{cr} = f_r I_g / y_t$ donde $f_r = 2\sqrt{f'_c}$ e y_t = distancia del eje neutro a la fibra más traccionada.
- Las cargas concentradas aplicadas encima de la sección de diseño se asume que se distribuyen en un ancho igual al ancho de la carga más un ancho a cada lado que aumenta con una pendiente de 2 vertical por 1 horizontal por debajo de la sección de diseño, pero no mayor que la distancia entre cargas concentradas y que no se extienda más allá de los bordes del panel.



f) El esfuerzo vertical en la sección crítica a mitad de altura:

$$P_u/A_g \text{ será } \leq 0.06 f_c$$

g) El muro será controlado por tracción.

El momento de diseño para la combinación de flexión y fuerza axial en la sección crítica será:

$$M_u \leq \phi M_n \quad (\text{ACI 14-3})$$

Donde:

$$M_u = M_{ua} + P_u \Delta_u \quad (\text{ACI 14-4})$$

M_{ua} = Momento en la sección crítica debido a las cargas horizontales amplificadas o alternativamente. En estas ecuaciones se toma $\phi = 0.65$

$$M_u = \frac{M_{ua}}{1 - \frac{5P_u \ell_c^2}{(0.75)(48)E_c I_{cr}}} = \frac{M_{ua}}{1 - \frac{5P_u \ell_c^2}{36E_c I_{cr}}} \quad (\text{ACI 14-6})$$

$$\Delta_u = \frac{5M_u \ell_c^2}{(0.75)(48)E_c I_{cr}} = \frac{5M_u \ell_c^2}{36E_c I_{cr}} \quad (\text{ACI 14-5})$$

$$I_{cr} = \frac{E_s}{E_c} \left(A_s + \frac{P_u h}{2f_y d} \right) (d-c)^2 + \frac{\ell_w c^3}{3} \quad (\text{ACI 14-7})$$

En la fórmula E_s/E_c será ≥ 6 y c = distancia de la fibra más comprimida al eje neutro.

A_s = Área del refuerzo

h) La flecha en la sección crítica incluyendo los efectos de cargas verticales y horizontales, sin amplificar incluyendo los efectos $P\Delta$, cumplirá.

$$\Delta_s = \frac{5M \ell_c^2}{48E_c I_e} \quad (\text{ACI 14.8})$$

Donde ℓ_c es la altura del muro y

$$M = \frac{M_{sa}}{1 - \frac{5P_s \ell_c^2}{48E_c I_e}} \quad (\text{ACI 14.9})$$

En esta fórmula M_{sa} = momento máximo de las fuerzas sin amplificar, sin incluir el efecto $P\Delta$ y P_s es la carga axial sin amplificar.

Δ_s debe ser $\leq \ell_c/150$

I_e se calculará con la fórmula (ACI 9 – 7) cambiando M_a por M .

$$I_e \leq \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 \right] I_{cr}$$

Deflexión máxima Δ_s debido a cargas de servicio incluyendo los efectos $P\Delta$ no excederá $\ell_c/150$.

Si M_a = momento máximo en media altura del muro debido a cargas laterales de servicio y carga verticales excéntricas, incluyendo los efectos de $P\Delta$, exceden $2/3 M_{cr}$, Δ_s se calculará con la ecuación siguiente 14-8.

$$\Delta_s = \frac{2}{3} \Delta_{cr} + \frac{\left[M_a - \frac{2}{3} M_{cr} \right]}{\left[M_n - \frac{2}{3} M_{cr} \right]} \left[\Delta_n - \frac{2}{3} \Delta_{cr} \right] \quad (\text{ACI 14-8})$$

Si M_a no excede $2/3 M_{cr}$, Δ_s se calculará con la ecuación ACI 14-9

$$\Delta_s = \left(\frac{M_a}{M_{cr}} \right) \Delta_{cr} \quad (\text{ACI 14-9})$$

Donde:

$$\Delta_{cr} = \frac{5M_{cr} \ell_c^2}{48E_c I_g} \quad (\text{ACI 14-10})$$

$$\Delta_n = \frac{5M_n \ell_c^2}{48E_c I_{cr}} \quad (\text{ACI 14-11})$$

M_a se calculará por iteraciones de deflexiones.

Si los muros esbeltos se diseñan para calcular sismo E, la siguiente ecuación se usará para calcular la deflexión lateral por cargas de servicio.

$$D + 0.5 L + 0.7 E$$

7.5 Comportamiento de muros en voladizo

7.5.1 Muros altos con secciones transversales rectangulares

El comportamiento de un muro de corte en voladizo es similar a una viga de concreto armado en voladizo, con la particularidad de que el extremo sometido a compresión puede sufrir inestabilidad, aunque este efecto es tomado por las losas de piso, que actúan como diafragmas y dan apoyo lateral; por lo tanto, la longitud crítica, con respecto al pandeo, es igual a la altura de los pisos.

Las cargas verticales de gravedad, sumadas a las cargas horizontales por sismo y los momentos que estas últimas generan, permiten analizar estos muros como elementos sometidos a P - M, pudiendo generarse diagramas de interacción similares a los elaborados para análisis de columnas.

7.6 Diseño de muros de corte (pantallas) a flexión

En zonas de baja sismicidad se puede proporcionar $\rho = 0.0025$ en ambas direcciones en toda la sección transversal, con la disposición de acero; de esta manera no se consigue una distribución eficiente, ya que muchas varillas operan con un brazo de palanca interno relativamente pequeño. Además, la curvatura máxima y, por lo tanto, la ductilidad de curvatura, se reduce a medida que se aumenta la cantidad de acero a flexión.

Mediante investigaciones realizadas y el gráfico que se ve a continuación notamos lo beneficioso por resistencia y ductilidad que resultó el caso II.

Caso I: Repartición completa y constante en toda la sección.

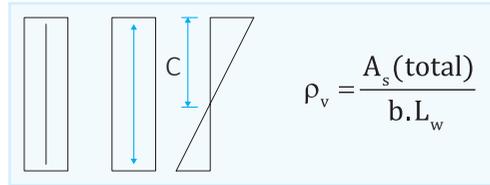
Caso II: Repartición $\rho = 0.0025$ en el 80 % interior del peralte, el resto en los extremos 10 % y 10 %.

Por la gran área de concreto en los muros, es difícil llegar a una falla balanceada; por tanto, se aumenta la capacidad de momentos por fuerzas de gravedad en muros de corte. Debe indicarse que la carga axial reduce la ductilidad.

Si se quiere aumentar la ductilidad en el muro, especialmente en la base para (P y M) máximos, debe compararse el muro similarmente a las columnas con estribos, este confinamiento es esencial por lo menos en las zonas extremas, donde las deformaciones del concreto superan 0.003, consiguiendo de esta manera evitarse el pandeo de las varillas y la cedencia compresión, similar a las columnas, lo que es importante en zona de articulación plástica que puede extenderse inclusive en la altura completa de un piso o más.

Con los criterios analizados, puede calcularse la resistencia a flexión de un muro de corte que contenga refuerzo vertical distribuido uniformemente y sujeto a carga axial. Y haciendo algunas simplificaciones se tiene:

$$M_u = 0.5 A_s f_y L_w \left(1 + \frac{N_u}{A_s f_y} \right) \left(1 - \frac{C}{L_w} \right)$$



Donde:

N_u = Carga axial

A_s = Área de acero distribuida uniformemente en el muro

L_w = Longitud total del muro

Considerando la inestabilidad del muro puede (por consideración de muros delgados) analizarse los extremos como columnas separadas con la dimensión crítica el ancho del muro, y puede inclusive aumentarse la rigidez por flexión del muro, llegando inclusive a un muro tipo "I".

El cálculo de " A_s " de estos muros se hacen usando los criterios y los diagramas de interacción (P - M), similares a las columnas, que existen en varias publicaciones del ACI, PCA, etc.; o pueden confeccionarse con las ecuaciones respectivas de columnas para casos específicos.

7.7 Fallas por fisuración

Puede evaluarse la resistencia a cortante en forma similar a las vigas. Como ayuda a la resistencia a cortante, tenemos la carga axial (compresión); y como efecto de disminución de resistencia, la aceleración vertical por sismo en la base del muro, donde es posible la cedencia del acero a flexión del muro en ambas caras. Puede desprejarse la contribución del concreto a la resistencia a cortante cuando el esfuerzo P_u/A_g (compresión) en el área total del muro es menor que $0.2 f'_c$; y, a su vez, deberá colocarse estribos (similares que en columna) por lo menos en la zona de la articulación plástica en la base del muro, para transmitir toda la fuerza cortante.

El $\rho_{\min} = 0.0025$ en dirección horizontal resiste un esfuerzo cortante nominal de $0.53 \sqrt{f'_c}$. El concreto resistirá esta misma cantidad cuando el acero a flexión esté en el rango elástico.

En las partes superiores reforzadas nominalmente de los muros de corte en voladizo y rectangulares, se dispondrá de un refuerzo equivalente a $1.06 \sqrt{f'_c}$, que frecuentemente es más que suficiente. Para aplicarse la ecuación de corte nominal $v = \frac{w}{b_w d}$, no es necesario tomar " d " $< 0.8 L_w$.

Es necesario considerar el efecto de agrietamiento diagonal en la distribución de esfuerzos a flexión en el acero.

Ejemplo

Diseñar el siguiente muro por el método empírico de diseño. El muro soporta vigas "T" prefabricadas, separadas a 1.20 m a centros, el alma de estas vigas es 10 cm. El desplazamiento superior del muro está restringido y su altura es de 4.50 m.

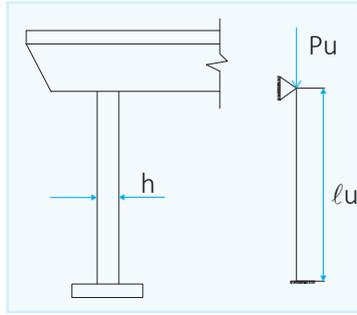
$$q_D = 17.5 \text{ Tn}$$

$$q_L = 7.44 \text{ Tn}$$

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Predimensionado del muro



$$\left. \begin{array}{l} h > l_u/25 = 4.50/25 = 18 \text{ cm} \\ h_{\min} > 10 \text{ cm} \end{array} \right\} \text{ Usar } 18 \text{ cm}$$

Calcular cargas

$$P_u = 1.2 q_D + 1.6 q_L$$

$$P_u = (1.2)(17.5) + (1.6)(7.44) = 21 + 11.9 = 32.9 \text{ Tn}$$

Calcular esfuerzo de aplastamiento en el concreto

$$b = 20 \text{ cm, asumir: } b = 18 \text{ cm (apoyo efectivo)}$$

$$\text{Área cargada } A_1 = (18)(18) = 324 \text{ cm}^2$$

$$\phi(0.85f'_c A_1) = 0.65 (0.85)(280)(324) = 50122.8 \text{ kg}$$

$$32.9 \text{ Tn} < 50.1 \text{ Tn} \therefore \text{OK}$$

Calcular esfuerzo de diseño del muro

a) Ancho efectivo del muro soportante

$$18 + (4)(18) = 90 \text{ cm} \quad \text{Usar } 90 \text{ cm}$$

b) Distancia a centros de apoyos = 2.40 m

$$\phi P_{nw} = (0.55)(0.65)(280)(18)(90) \left\{ 1 - \left[\frac{(0.8)(450)}{(32)(18)} \right]^2 \right\}$$

$$\phi P_{nw} = 98817.47 \text{ kg}$$

$$P_u \leq \phi P_{nw}$$

$$32.9 \text{ Tn} < 98.8 \text{ Tn}$$

Calcular refuerzo (Usar una sola capa)

$$A_s \text{ (vertical)} = (0.0012)(100)(18) = 2.16 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s \text{ (horizontal)} = (0.0020)(100)(18) = 3.6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Espaciamiento

$$3h = (3)(18) = 54 \text{ cm}$$

$$\text{mín} = 45 \text{ cm}$$

Usar:

Refuerzo vertical: $2.16/1.29 = 1.7 \Rightarrow \phi 1/2 @ 45 \text{ cm}$

Refuerzo horizontal: $3.6/1.29 = 2.8 \Rightarrow \phi 1/2 @ 33 \text{ cm}$

Ejemplo

Diseñar el siguiente muro como elemento a compresión para un techo con vigas "T". El apoyo tiene un ancho de 10 cm, y sus alas 1.20 m.

$$\left. \begin{aligned} q_D &= 250 \text{ kg/m}^2 \\ q_L &= 120 \text{ kg/m}^2 \end{aligned} \right\} \text{Techo}$$

$$e = 15 \text{ cm}$$

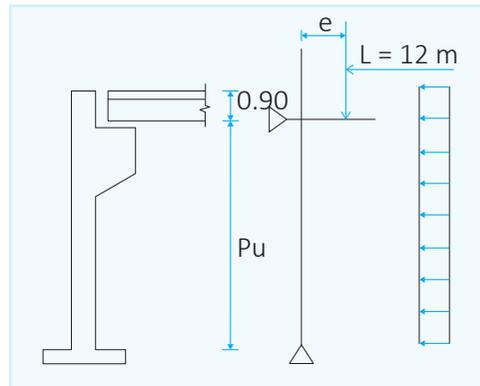
$$\ell_u = 4.8 \text{ m}$$

$$k = 1.0$$

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$wc = 2400 \text{ kg/m}^3$$



Predimensionado y tanteo de "A_s"

Probar:

$$h = \frac{\ell_u}{25} = \frac{480}{25} = 20 \text{ cm}$$

Probar:

$$h = 20 \text{ cm}, e = 15 \text{ cm}, A_s = \phi 1/2" @ 25 \text{ cm}$$

$$\rho = \frac{5.16}{(100)(20)} = 0.0026$$

Ancho efectivo del muro soportante para el apoyo del techo.

- a) $10 + 4(20) = 90 \text{ cm}$
 - b) Distancia entre apoyos = 120 cm
- } Usar 90 cm

Calcular de cargas y combinaciones de ellas

Cargas en muro por metro de longitud.

$$q_D = (250)(6) \left(\frac{1.20}{0.90} \right) = 2000 \text{ kg/m}^2$$

$$q_L = (120)(6) \left(\frac{1.20}{0.90} \right) = 778 \text{ kg/m}^2$$

Peso del muro a $h/2$:

$$2400 (2.2+0.9)(0.20) = 1488 \text{ kg/m}^2 = 1.5 \text{ Tn/m}^2$$

Combinación de carga: $q_u = 1.2 q_d + 1.6 q_l$

$$q_u = 1.2(2 + 1.5) + 1.6(0.78) = 5.45 \text{ Tn/m}$$

$$P_u = (6)(0.90)(5.45) = 29.43 \text{ Tn}$$

$$M_u = (1.2)(2)(0.15) + (1.6)(0.78)(0.15)$$

$$M_u = 0.36 + 0.19 = 0.55 \text{ Tn-m}$$

$$\beta_d = \frac{M_{ud}}{M_u} = \frac{0.36}{0.55} = 0.66$$

Calcular la esbeltez del muro

$$k \ell_u / r = (1)(480) / (0.3)(20) = 80$$

$80 < 100$, calcular " δ_b "

$$\delta_b = \text{cm} / [1 - (P_u / 0.75 P_c)] \geq 1$$

Donde:

$$EI = 0.4 \left(\frac{E_c I_g}{1 + \beta_d} \right)$$

$$E_c = 15100 \sqrt{f'_c} = 15100 \sqrt{280} = 252671.3 \text{ kg/cm}^2$$

$$I_g = \frac{(100)(20^3)}{12} = 66666.67 \text{ cm}^4$$

$$EI = 0.4 \left[\frac{(252671.3)(66666.67)}{1 + 0.66} \right]$$

$$EI = 4058976909.78 \text{ kg-cm}^2 = 405.90 \text{ Tn-m}^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(K \ell_u)^2} = \frac{\pi^2 (405.90)}{[(1)(4.80)]^2} = 173.70 \text{ Tn}$$

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \left(\frac{P_u}{0.75 P_c} \right)} 1.0$$

$$\delta_b = \frac{1.00}{1 - \left[\frac{29.43}{0.75 (173.70)} \right]} 1.0$$

$$M_c = \delta_b M_u$$

$$M_c = 1.29(0.55) = 0.71 \text{ Tn-m}$$

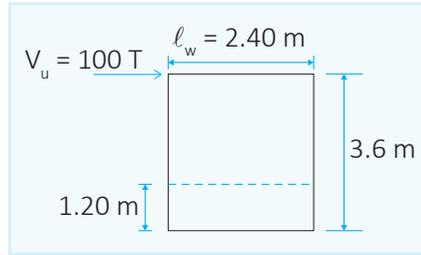
Ejemplo

Diseñar el siguiente muro a corte y flexión.

$h = 20 \text{ cm}$

$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



Solución

Calcular corte máximo admisible.

$$V_u \leq \phi V_n$$

$$V_u \leq \phi 2.65 \sqrt{f'_c} h d$$

$$V_u \leq (0.85)(2.65) \sqrt{210} (2.40)(0.8)(20) = 156.680 \text{ kg}$$

$$100 \text{ Tn} < 125.34 \text{ Tn} \text{ Usar } h = 20 \text{ cm}$$

Calcular corte que toma el concreto

Sección crítica por corte:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\ell_w}{2} &= \frac{2.40}{2} = 1.20 \\ \frac{h_w}{2} &= \frac{3.60}{2} = 1.80 \end{aligned} \right\} \text{ Usar } 1.20 \text{ m}$$

$$V_c = (0.87) \sqrt{f'_c} \cdot h \cdot d + N_u d / 4 \ell_w$$

$$V_c = (0.87) \sqrt{210} (20)(0.8)(240) = 48412.8 \text{ kg}$$

$$V_c = 48.41 \text{ Tn}$$

$$V_c = \left[0.16 \sqrt{f'_c} + \frac{\ell_w (0.33 \sqrt{f'_c} + 0.2 N_u / \ell_w h)}{\frac{M_u}{V_u} - \frac{\ell_w}{2}} \right] h d$$

$$V_c = \left[0.16 \sqrt{210} + \frac{240 (0.33 \sqrt{210})}{\frac{240 V_u}{V_u} - \frac{240}{2}} \right] (20)(192) = 45613.9 \approx 45.6 \text{ Tn}$$

Donde:

$$N_u = 0$$

$$M_u = (360 - 120) V_u = 240 V_u$$

Luego:

$$V_u = 100 \text{ T} > V_c/2 = 0.85 (45.6)/2 = 19.38 \text{ Tn}$$

∴ Se necesita refuerzo por corte.

Calcular refuerzo horizontal por corte.

$$V_u \leq \phi V_n$$

$$\leq \phi (V_c + V_s)$$

$$\leq \phi V_c + \phi (A_v f_y d)/S_2$$

$$\text{Para } \frac{A_v}{S_2} = \left(\frac{V_u - V_c}{\phi f_y d} \right) = \frac{[100 - (0.85)(45.6)] (10^3)}{(0.85)(4200)(192)} = 0.0893$$

Para

$$2 \phi 3/8" \Rightarrow S_2 = (2) 0.71/0.0893 = 15.9 \text{ cm}$$

$$2 \phi 1/2" \Rightarrow S_2 = (2) 1.29/0.0893 = 28.9 \text{ cm}$$

$$2 \phi 5/8" \Rightarrow S_2 = (2) 2.0/0.0893 = 44.8 \text{ cm}$$

Espaciamiento máximo no mayor que:

$$\ell_w/5 = 240/5 = 48 \text{ cm}$$

$$3h = (3)(20) = 60 \text{ cm}$$

$$45 \text{ cm}$$

Usar $2 \phi 1/2" @ 28 \text{ cm}$

$$\text{Verificar: } \rho_h = \frac{A_v}{A_g} = \frac{2 \times 1.29}{20 \times 28} = 0.0046 > 0.0025 \therefore \text{OK}$$

Calcular acero vertical de refuerzo.

$$\rho_h = 0.0025 + 0.5 (2.5 - h_w/\ell_w) (\rho_h - 0.0025)$$

$$\rho_h = 0.0025 + 0.5 (2.5 - 360/240) (0.0046 - 0.0025)$$

$$\rho_h = 0.00355$$

Usar $2 \phi 1/2" @ 28$

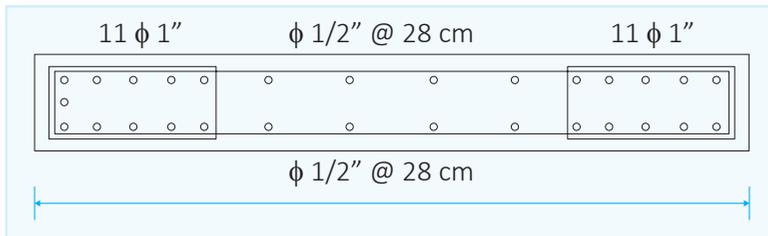
Cálculo a flexión.

$$M_u = V_u h_w = (100)(360) = 360 \text{ Tn}$$

Usando tablas, gráficos o fórmula de flexión.

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)} \quad \text{y} \quad a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$A_s = 55 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Usar } 11 \phi 1''$$



VIGAS DE GRAN PERALTE

Son las vigas que tienen una relación peralte/espesor elevada y una relación claro de corte o claro libre/peralte de 2 a 2.5 como máximo.

A diferencia de las vigas normales que se comportan unidimensionalmente, las vigas en estudio se comportan en forma bidimensional. Por lo tanto, las secciones planas antes de la flexión no permanecen planas después de la flexión. La distribución de la deformación resultante se considera no lineal y las deformaciones por cortante no consideradas, y son muy importantes comparadas con las flexión pura; luego, el bloque de esfuerzos será no lineal, inclusive en la etapa elástica.

En el estado límite de carga última, la distribución del esfuerzo en compresión no es de forma parabólica como en las vigas normales.

Las normas peruanas limitan la relación a:

$$\begin{aligned} \ell_n / h &\leq 2.5 && \text{para vigas continuas} \\ \ell_n / h &\leq 2.0 && \text{para vigas de un solo tramo} \\ \ell_n &= \text{luz libre y } h = \text{altura total} \end{aligned}$$

8.1 Dimensionamiento de vigas y cargas según las normas vigentes

Se puede usar alguno de los dos procedimientos siguientes:

- Analizando la distribución de esfuerzos de flexión en las secciones críticas por algún método reconocido de análisis.

Ubicar acero que tome el íntegro de la tracción “ N_u ”.

$$N_u \leq \phi A_s f_y$$

- Por los métodos usuales para vigas normales, de manera que:

$$M_u \leq \phi A_s f_y Z$$

Z = Es el brazo del par interno.

En vigas de un solo tramo:

$$\begin{aligned} Z &= 0.2 (L + 2h) && \text{si } 1.0 \leq L / h \leq 2.0 \\ Z &= 0.6 L && \text{si } L / h < 1.0 \end{aligned}$$

En vigas continuas (momento positivo o negativo):

$$\begin{aligned} Z &= 0.2 (L + 1.5h) & \text{si } 1.0 \leq L / h \leq 2.5 \\ Z &= 0.5 L & \text{si } L / h < 1.0 \end{aligned}$$

L = distancia centro a centro entre apoyos

$$L \leq 1.15 \ell_n$$

- La ubicación del refuerzo será en la $y = 0.25 < 0.05 L < 0.20 h$ en la parte baja de la viga.
- El área mínima de acero por flexión será:
 - a) " A_s " necesario para que el momento resistente de la sección sea, por lo menos, 1.5 el momento de agrietamiento de la sección no agrietada (M_{cr}).

$$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I_g}{rt} \cdot f_r = 2 \sqrt{f'_c}$$

- b) El " A_s " (mínimo) en secciones rectangulares será:

$$A_{s,\min} = \frac{0.7 \sqrt{f'_c}}{f_y} b \cdot d$$

- c) El área de refuerzo positivo o negativo, en cada zona del elemento, será 1/3 mayor de la necesaria por análisis.
- Considerar restricción lateral para caras en compresión, si no la tuviera se puede producir pandeo lateral.

$$\ell_n \leq 40 b$$

ℓ_n = Separación máxima entre apoyos laterales

b = Ancho menor del ala o cara en compresión

- Distribución " A_s ".

- a) Para momento positivo

- Vigas de un tramo

Colocar refuerzo completo y anclar en los apoyos, de manera que desarrolle no menos del 80 % del esfuerzo a fluencia.

El refuerzo se distribuye en una franja de altura igual a $0.25h - 0.05 L$ (medida de la cara inferior de la viga), pero no mayor que $0.2 L$.

- Vigas continuas
 - Se distribuirá en altura similarmente a las vigas de un tramo prolongándose, recto en todo el tramo.
 - Los empalmes se harán en los apoyos.

b) Para momento negativo

- Prolongar en los tramos adyacentes, no menos del 50 % del refuerzo calculado.
- Cortar el resto del refuerzo a $0.4 h$ o $0.4 L$ a la cara del apoyo.
- Se distribuye el refuerzo negativo en dos franjas paralelas al eje.
 La primera $0.5 [(L/h) - 1] A_s$ ubicada a $0.2 h$
 La segunda A_s (restante) ubicada a $0.6 h$
- Si $L/h < 1$ colocar A_s nominal.

8.2 Diseño por cortante

Cuando se tienen vigas por una relación $\ell_n/d < 5$ con carga en la cara opuesta a los apoyos, produciéndose puntales en compresión, la resistencia al corte “ V_c ” será:

$$V_u \leq \phi V_n$$

$$V_n = V_c + V_s$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

ó

$$V_c = (3.5 - 2.5 M_u / V_u d) (0.5 \sqrt{f'_c} + 176 p_w V_u d / M_u) b_w d$$

Excepto que:

$$(3.5 - 2.5 M_u / V_u d) \leq 2.5$$

$$V_c = 1.6 \sqrt{f'_c} b_w d$$

e M_u = Momento amplificado que ocurre simultáneamente con V_u en la sección crítica

Cuando $V_u > \phi V_c$ colocar refuerzo para “ V_s ”

$$V_s = f_y d \left[\frac{A_v (1 + \ell_n / d)}{12 S_v} + \frac{A_{vh} (11 - \ell_n / d)}{12 S_h} \right]$$

Donde:

A_v = Área del refuerzo por corte perpendicular al refuerzo de flexión a una separación S_v .

A_{vh} = Área del refuerzo por corte paralelo al refuerzo de flexión espaciado a S_h .

Además:

$$V_n \leq 2.1 \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{para } \ell_n/d < 2$$

$$V_n \leq 0.18 (10 + \ell_n/d) \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{para } 2 \leq \ell_n/d \leq 5$$

También:

- La cuantía del refuerzo horizontal por corte > 0.0025 .
- Su espaciamiento $< d/3$ o 45 cm.
- El refuerzo en la sección crítica por corte repetirlo en todo el tramo.
- Cuando $\ell_n/d < 5$ y las cargas se apliquen en los lados o en la parte inferior de la viga, se calculará el refuerzo por corte igual que en las vigas de poco peralte.

Sección crítica por cortante:

- Para cargas uniformemente repartidas:
Se ubicará a $0.15 \ell_n$ (medida a la cara del apoyo).
- Para cargas concentradas:
Se ubicará a 0.5 veces la distancia entre la carga concentrada más próxima y la cara del apoyo, pero siempre igual o menor que "d".

8.3 Ejemplos de diseño

Ejemplo 1

Diseñar la siguiente viga de gran peralte:

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\ell_n = 3\text{m}$$

$$q_L = 132.81 \text{ Tn/m}$$

$$h = 1.80 \text{ m}$$

$$b = 0.50\text{m}$$

Solución

Por flexión:

a) Verificar si la viga es de gran peralte

$$\text{Suponer } d = 0.9h = 0.9(1.80) = 1.62\text{m}$$

$$\ell_n/d = 3/1.62 = 1.85 \quad 1.85 < 2 \text{ (flexión)}$$

$$1.85 < 5 \text{ (corte)}$$

$$q_d = \text{Peso propio de la viga} = (1.8)(0.5)(1)(2.4) + \text{acabados} = 2.52 \text{ Tn/m}$$

$$q_u = 1.2(2.56) + 1.6 (132.81) = 215.52 \text{ Tn/m}$$

Distancia de la sección crítica:

$$0.15 \ell_n = 0.15(3) = 0.45 \text{ m (corte)}$$

$$L = 1.15(\ell_n) = 1.15(3) = 3.45 \text{ m}$$

Momento externo último:

$$M_u = \frac{q_u \ell_n^2}{8} = \frac{(215.52)(3)^2}{8} = 242.46 \text{ Tn-m}$$

$$L/h = 3.45/1.80 = 1.92 < 2$$

$$jd = 0.2 [3.45 + 2 (1.80)] = 1.41 \text{ m}$$

$$A_s = \frac{24246}{(0.9) (1.41)(4200)} = 45.49 \text{ cm}^2 \Rightarrow 8 \phi \#9$$

$$(8)(6.45) = 51.6 \text{ cm}^2$$

Utilizar 4 varillas de 1 1/8" en cada caso.

Esta armadura se distribuirá en:

$$y = 0.25 h - 0.05 L = 0.25(1.8) - 0.05(3.45) = 0.277 \text{ m}$$

$$y < 0.20 h \Rightarrow 0.277 < 0.2(1.8) = 0.36 \quad \therefore \text{cumple}$$

Separación vertical del acero en flexión.

$$27.7/3 = 9.23 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$$

Por cortante:

a) Verificar por corte:

$$\ell_n/d = 3/1.62 = 1.85 < 5$$

b) Calcular:

$$x = 0.15 \ell_n = 0.15 (3) = 0.45 \text{ m}$$

c) Calcular la fuerza cortante en sección crítica:

$$V_u = \frac{(215.52)(3)}{2} - (215.52)(0.45) = 226.3 \text{ Tn}$$

d) Calcular "V_n" para $\ell_n / d < 2$:

$$\phi V_n = (2.1 \sqrt{f'_c}) b_w d$$

$$\phi V_n = 0.85 [(2.1) \sqrt{280} (50)(162)] = 2419.37 \text{ Tn}$$

$$241.94 > 226.3 \quad \therefore \text{OK}$$

Usando la fórmula más exacta:

$$V_c = (3.5) - (2.5 M_u / V_u d) (0.5 \sqrt{f'_c}) + 176 p_w V_u d / M_u$$

$$b_w d \leq 1.6 \sqrt{f'_c} b_w d$$

Excepto que:

$$(3.5 - 2.5 M_u / V_u d) \leq 2.5$$

$$M_u = \frac{(215.52)(3)}{2} (0.45) - \frac{(215.52)(0.45)^2}{2} = 123.66$$

$$M_u = 0.337 T_n - m$$

$$M_u / V_u d = (123.66 / 226.3)(1.62) = 0.3373$$

$$3.5 - 2.5 M_u / V_u d = 3.5 - 2.5(0.3373)$$

$$2.657 > 2.5 \Rightarrow \text{Utilizar } 2.5$$

$$p_w = (51.6/50)(162) = 0.0064$$

$$V_u d / M_u = 2.965$$

Cálculo de "V_c" (corte que toma el concreto):

$$V_c = 2.5 (0.5 \sqrt{f'_c} + 176 p_w V_u d / M_u) b_w d$$

$$V_c = 2.5 [(0.5) \sqrt{280} + (176)(0.0064)(2.965)] (50)(162)$$

$$V_c = 237041.96 \text{ kg} = 237.04 \text{ Tn}$$

$$1.6 f'_c b_w d = (1.6) \sqrt{280} (50)(162) = 216.9 \text{ Tn}$$

$$216.9 \text{ Tn} < 237.04 \text{ Tn} \therefore \text{Luego usar } 216.9 \text{ Tn}$$

e) Cálculo de refuerzo por cortante:

$$\phi V_s = V_u - \phi V_c$$

$$V_s = (V_u / \phi) - V_c = 226.3 / 0.85 - 216.9 = 49.335 \text{ Tn}$$

Suponiendo varillas de $\phi 3/8" \Rightarrow \phi = 0.95 \text{ cm}$ verticales y horizontales:

$$V_s = f_y d \left[\frac{A_v (1 + \ell_n / d)}{12 S_v} + \frac{A_{vh} (11 - \ell_n / d)}{12 S_h} \right]$$

Asumiendo una misma separación $S = S_v = S_h$

$$\text{Área} = 2 \phi 3/8" = (2)(0.713) = 1.426 \text{ cm}^2$$

$$49335 = f_y d \left[\frac{(0.713)(2)(1+3/1.62)}{12S} + \frac{(0.713)(2)(11-3/1.62)}{12S} \right]$$

$$S = 19.668 \text{ cm} \Rightarrow \text{Usar } 19 \text{ cm}$$

- Comparar en varillas verticales con: $\begin{cases} S_v = d/5 = 32.4 \\ 45 \text{ cm} \end{cases}$
- Comparar en varillas horizontales con: $\begin{cases} S_h = d/3 = 54 \text{ cm} \\ 45 \text{ cm} \end{cases}$

Usar $S = 19 \text{ cm} \Rightarrow S = S_h = S_v = 19 \text{ cm}$

- Acero mínimo:

$$A_v = 0.0015 b S_v = (0.0015)(50)(19) = 1.425 < 1.426 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 0.0025 b S_h = (0.025)(50)(19) = 2.375 > 1.426 \text{ cm}^2$$

Como " A_{vh} " no cumple con el mínimo:

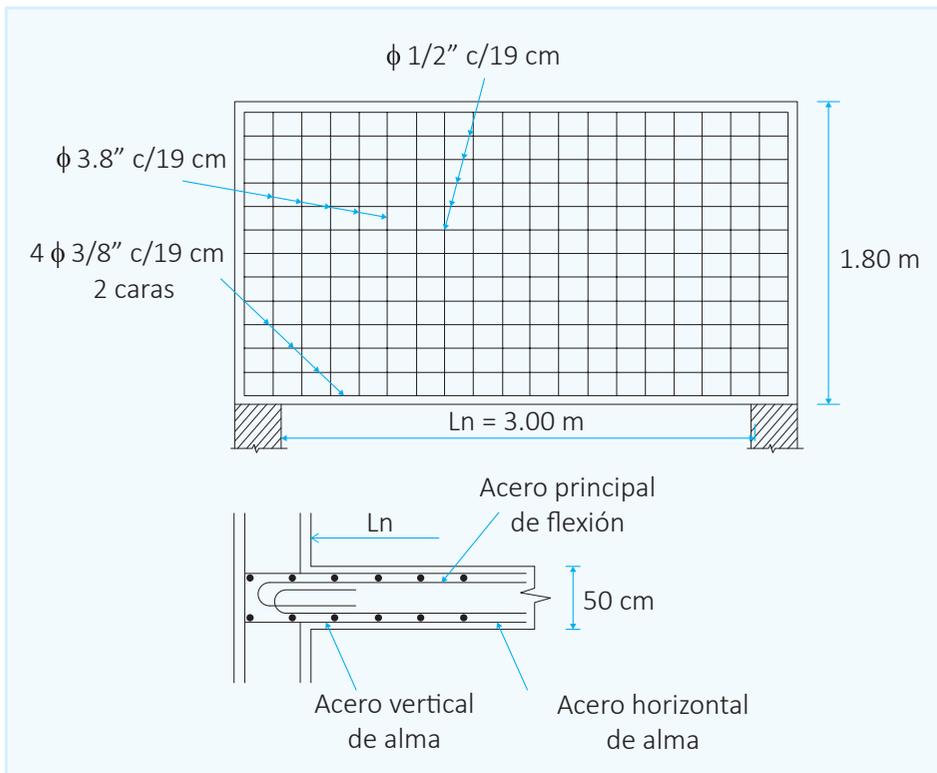
Luego usar $2 \phi 1/2" \Rightarrow \text{Área} = (2)(1.267) = 2.534 \text{ cm}^2$

$$49335 = (4200)(162) \left[\frac{(0.713)(2)(1+3/1.62)}{12S} + \frac{(0.713)(2)(11-3/1.62)}{12S} \right]$$

$$0.0725 = \frac{0.3389}{S} + \frac{1.9318}{S}$$

$$S = 31.32 \text{ cm} < 54 \text{ cm} \\ > 45 \text{ cm}$$

Cumple: Luego usar $\phi 1/2"$ cada 19 cm



Ejemplo 2

Considerar la alternativa asumiendo la viga del ejemplo anterior continua.

Para momentos en el claro:

$$(-)M_u = \frac{q_u \ell_n^2}{16} = \frac{215.52(3)^2}{16} = 121.223 \text{ Tn-m}$$

$$(-)M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{121.223}{0.9} = 134.7 \text{ Tn-m}$$

Calcular el valor para "jd" igual a viga simple:

$$jd = 1.41 \text{ m}$$

$$A_s = (13469/4200)(141) = 22.74 \text{ cm}^2$$

Comparar con: $A_s = 14/f_y b d$ (cuantía mínima)

$$A_s = (14)(50)(180) = 30 \text{ cm}^2$$

$$22.74 < 30 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Luego usar: } A(s,\text{mín})$$

Usar $6 \phi 1" = 30.40 \text{ cm}^2$ OK

Para $(-)\ M_u$

$$(-)M_u = \frac{q_u \ell_n^2}{12} = \frac{215.52(3)^2}{12} = 161.65 \text{ Tn-m}$$

$$(-)M_n = \frac{161.65}{\phi} = \frac{161.65}{0.9} = 179.61 \text{ Tn-m}$$

$$L = 1.15 L_n = 1.15(3) = 3.45 \text{ m}$$

$$jd = 0.2 (L + 0.5 h) = 0.2[(3.45 + (1.5)(1.80)] = 1.23 \text{ m}$$

$$(-) A_s = \left(\frac{17961}{4200} \right) (123) = 34.77 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 0.5 (L/h-1)A_s = 0.5(3.45/1.80 - 1)(34.77) = 15.94 \text{ cm}^2$$

En $h_1 = (0.2)(1.80) = 0.36 \text{ cm}$ (20 % superior)

$$A_{s2} = A_s - A_{s1} = 34.77 - 15.94 = 18.83$$

En $h_2 = 180 - 36 - 36 = 108$ (60 % restante)

8.4 Modelo de puntales y tensores

El modelo de puntales y tensores puede utilizarse para el análisis y diseño de elementos de concreto reforzado y preesforzado, especialmente en las regiones sometidas a altos niveles de esfuerzos. Es útil para comprender el funcionamiento del concreto y el acero de refuerzo. Permite visualizar el flujo de fuerzas internas y provee de un adecuado sistema estructural para transmitir estas fuerzas en base a puntales, tensores y nudos.

Las dimensiones de los puntales y tensores se diseñarán a partir de esfuerzos permisibles de compresión del concreto y del agrietamiento del concreto, del acero de refuerzo y del confinamiento del concreto.

8.5 Hipótesis para utilizar el método

El modelo de puntales y tensores es una aproximación del análisis al límite para el diseño de concreto estructural. Es una solución estática o del límite inferior de la teoría de la plasticidad. Este modelo constituye un posible sistema de fuerzas en equilibrio de una estructura en su carga última y, si es dimensionado, en forma correcta, representa el límite inferior de la verdadera resistencia de la misma y debe cumplirse lo siguiente:

- La falla se debe a la formación de un mecanismo resultante de la fluencia de uno o más de los estribos.
- El agrietamiento del concreto no ocurre antes de la fluencia de los estribos. Esto, se previene limitando el nivel de esfuerzos en el concreto.
- Solo se presentan fuerzas uniaxiales en los puntales y tensores.
- Todas las cargas externas son aplicadas en nudos del modelo supuesto.
- El refuerzo se detalla adecuadamente para prevenir fallas locales de adherencia.

Su uso permite tener en cuenta, de manera directa y simultánea, la interacción del cortante y la flexión. En estos modelos para los miembros a compresión llamados puntales, que representan los flujos de esfuerzos de compresión; tensores uniaxiales, para los esfuerzos de tracción; y los nudos donde confluyen las cargas externas, los puntales y los tensores. Ver Fig. 8.1.

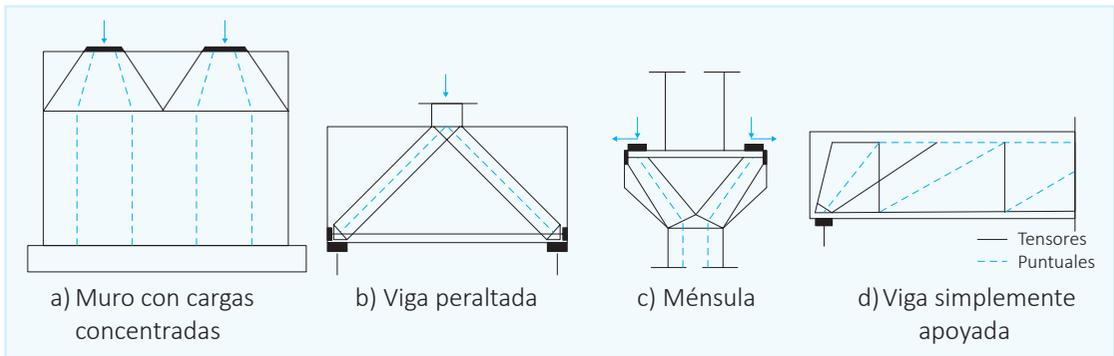


Fig. 8.1 Elementos modelados con puntales y tensores

8.6 Regiones B y D

Los modelos de puntales y tensores son, a menudo, divididos en dos categorías con base en las regiones de la estructura en las cuales son aplicados. La distinción está basada en la distribución de esfuerzos elásticos dentro de la misma y aunque estos no son necesariamente representativos de la distribución real de esfuerzos, se emplean con fines de clasificación.

Las regiones en las que el flujo de esfuerzos de compresión es uniforme, se denominan regiones B y pueden ser diseñadas con base en la analogía o modelo elástico de la armadura. Esto, en el caso de diseño por corte de una viga, permite modelarla como una armadura con cuerdas paralelas en la que la cuerda inferior representa el refuerzo longitudinal, la cuerda superior representa la zona a compresión del concreto y el flujo de esfuerzos de compresión en las regiones B, es idealizado como una serie de puntales paralelos. El diseño de esta zona puede hacerse también empleando métodos a base de secciones.

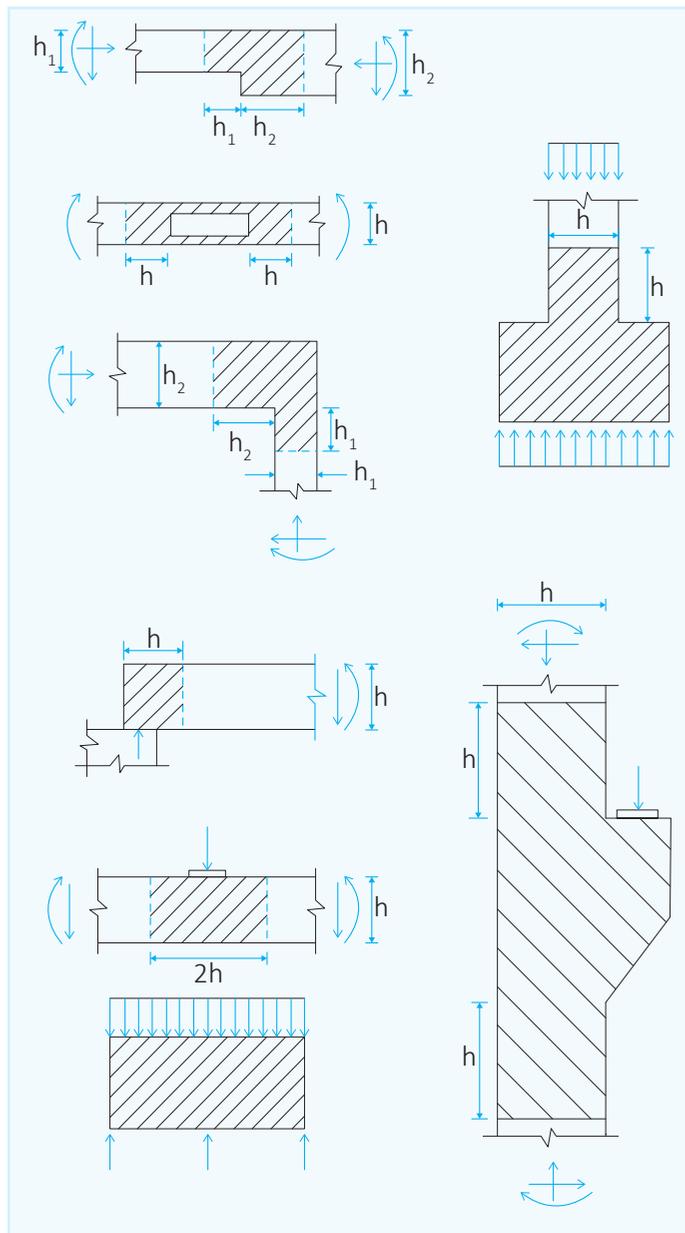


Fig. 8.2 Regiones de discontinuidad, regiones D

Según el ACI, las regiones D son aquellas partes de los miembros localizadas cerca de las cargas concentradas y las reacciones. También incluyen nudos y cartelas y otros sitios donde se presentan cambios repentinos en la sección transversal del miembro tales como los orificios que están presentes en los miembros.

De acuerdo con el principio de Saint-Venant, las perturbaciones locales tales como aquellas causadas por las cargas concentradas tienden a disiparse en una distancia aproximadamente igual al peralte del miembro. La siguiente figura muestra varias regiones típicas B y D.

Sección D = La sección plana no permanece plana después de la deformación (áreas sombreadas)

Sección B = La sección plana permanece plana después de la deformación

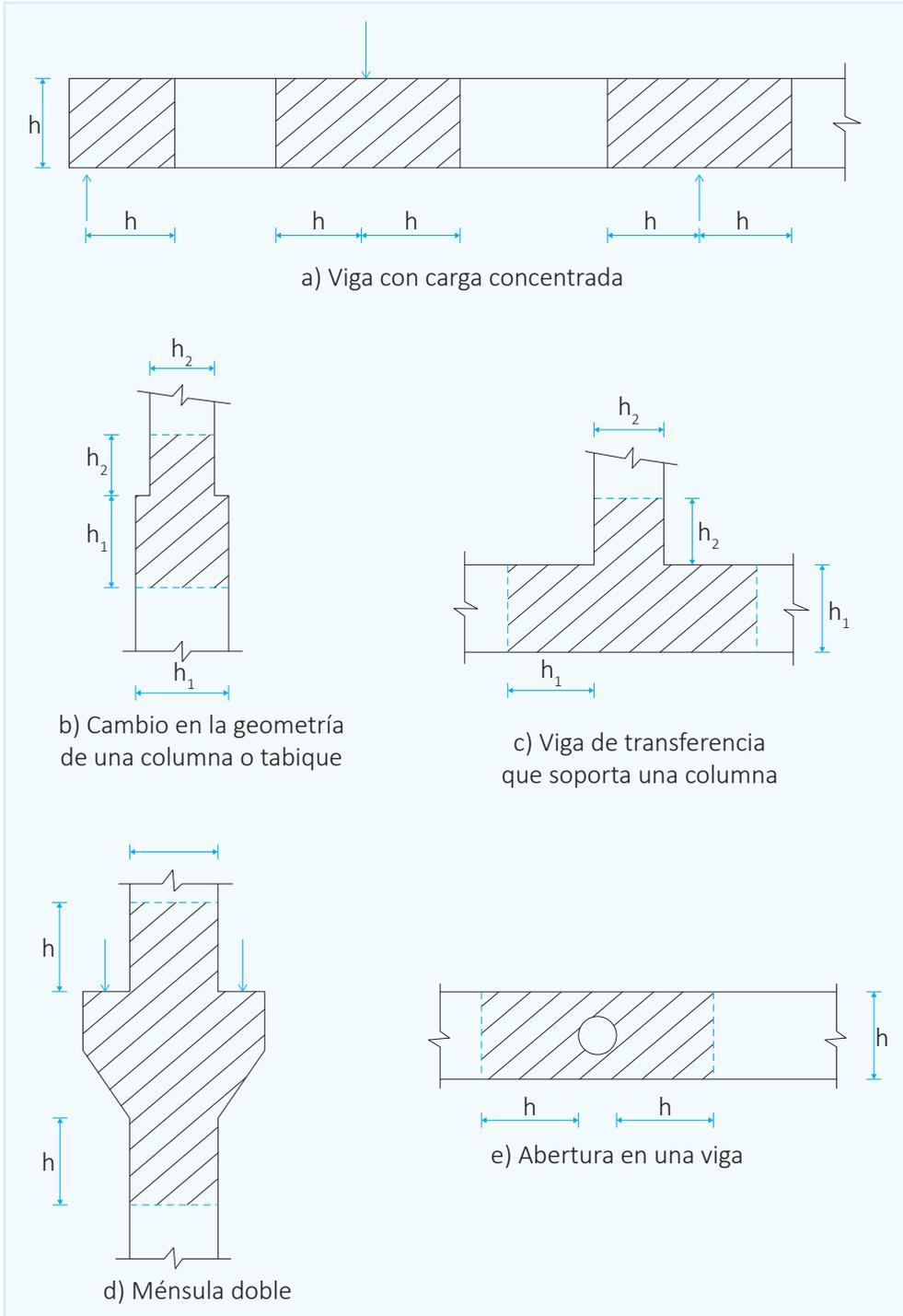


Fig. 8.3 Regiones B y D

La subdivisión de una estructura en partes B y D es importante para entender las fuerzas internas sobre la misma. Para clasificarlas apropiadamente, deben considerarse tanto geometría como cargas. Con el objeto de identificar las regiones B y D en una estructura, Schlaich y otros (1987) proponen:

- Reemplazar la estructura real por una estructura ficticia cargada de manera que cumpla con la hipótesis de Bernoulli y satisfaga el equilibrio de las fuerzas en las secciones;
- Seleccionar un estado de esfuerzos en equilibrio, que se superponga a la estructura obtenida y satisfaga las condiciones de borde originales; y
- Aplicar el principio de Saint-Venant y encontrar la distancia a la que los esfuerzos resultantes de la superposición –paso b)– son despreciables. Esta distancia define el ámbito de la región D y es aproximadamente equivalente a un peralte.

En la siguiente figura 8.4 se presenta la transición de una viga de esbelta a peraltada, con la disminución de la relación a/d . Se observa como el elemento llega a convertirse por completo en una región D en la que las suposiciones normales de distribución uniforme de esfuerzos de corte y deformaciones planas no son apropiadas.

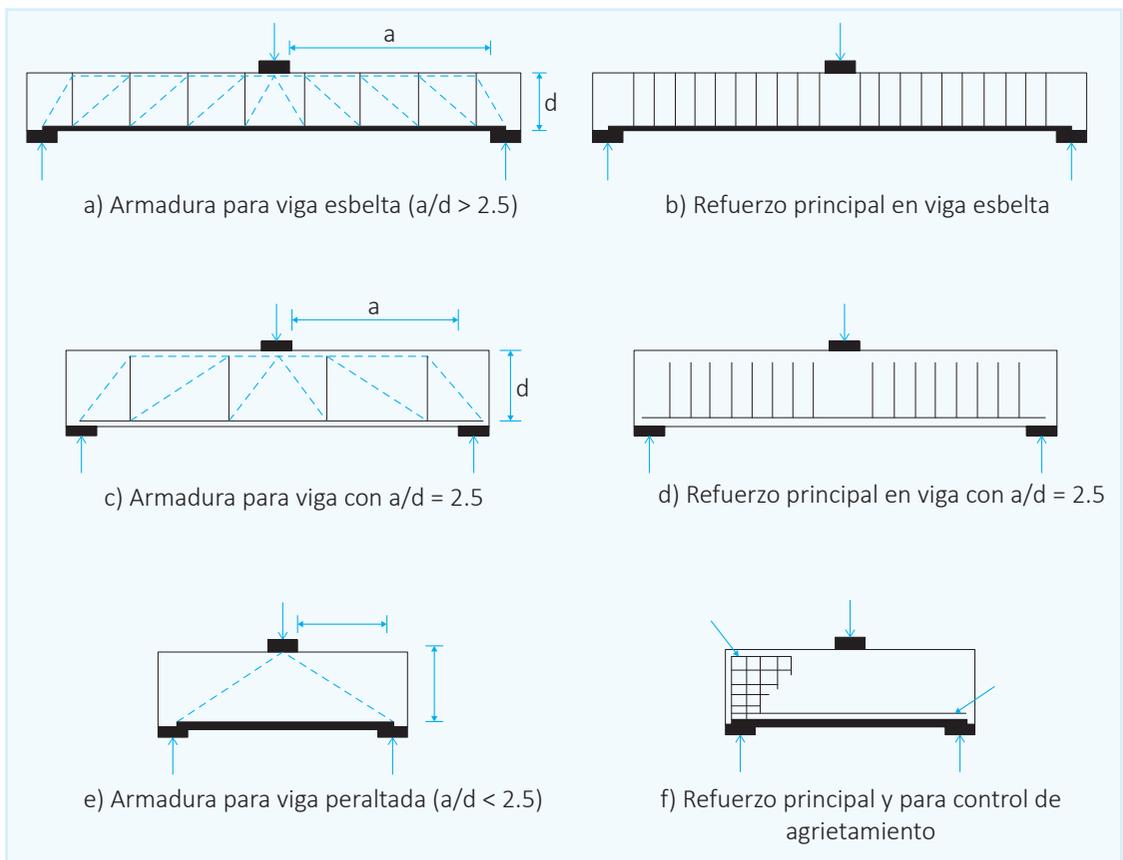


Fig. 8.4 Transición de una viga esbelta a peraltada

En la siguiente figura se presentan las trayectorias y distribuciones de esfuerzos y el modelo de puntales y tensores correspondiente de una viga peraltada, con relación a/d tal que constituye por completo una región D.

Para el diseño de este tipo de secciones es particularmente útil el modelo de puntales y tensores ya que, por ejemplo, en elementos con relaciones claro de cortante a peralte menores que 2.5, el comportamiento está determinado por la acción de puntal y tensor y, tal como lo presentaron Collins y Mitchell (1991) empleando resultados experimentales de Kani, una predicción con MPT resulta más aproximada a los resultados experimentales que una empleando métodos de análisis por secciones. Para valores $a/d > 2.5$, la resistencia predicha con MPT decae rápidamente con a/d y resulta muy por debajo del comportamiento real.

Mientras tanto, un modelo de diseño por secciones, que incluye la contribución del concreto, V_c , causada por los esfuerzos de tensión en el concreto, es más apropiado.

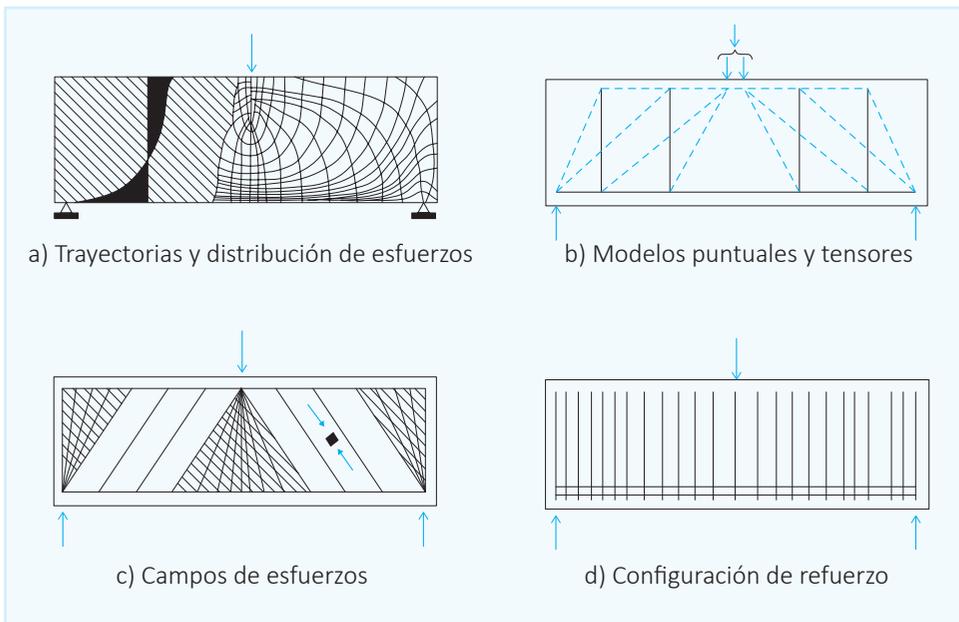


Fig. 8.5 Características y modelado de una región D (adaptada de Barton y otros, 1931)

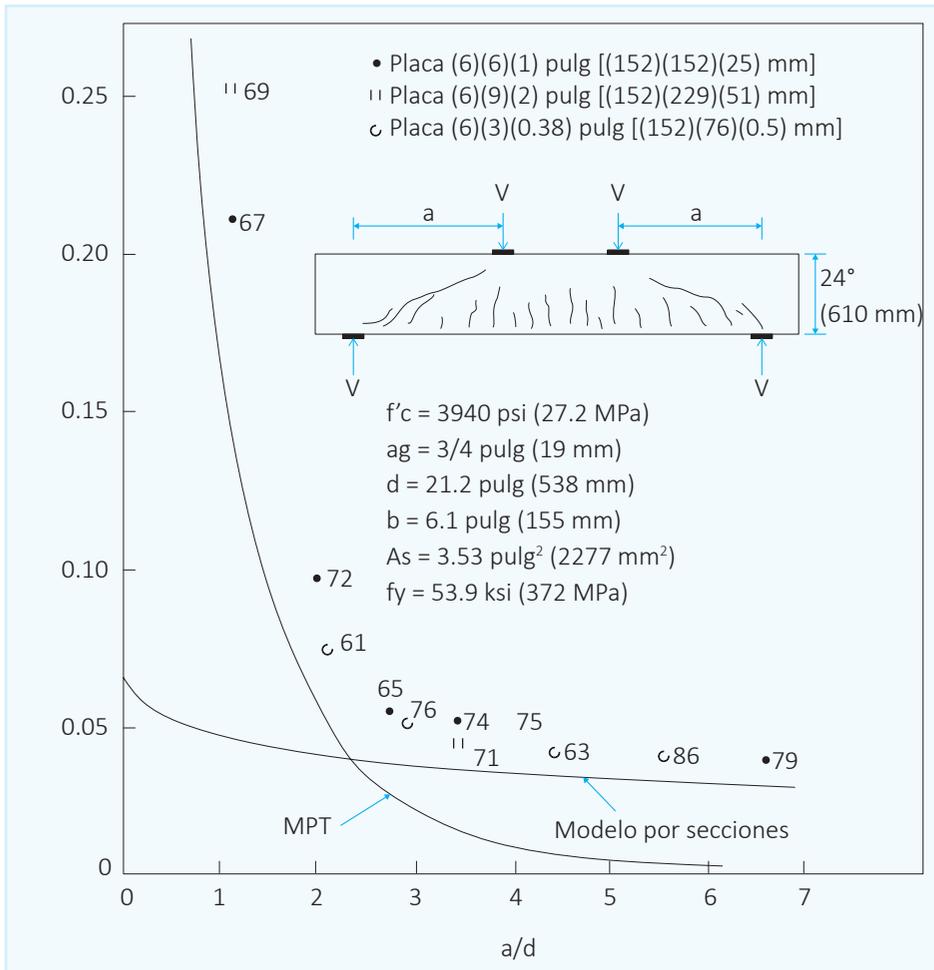


Fig. 8.6 Aplicabilidad de métodos de análisis por secciones vs. MPT para series de vigas probadas por Kani (adaptada de Collins y Mitchell, 1991)

El modelo de puntales y tensores puede emplearse también para el análisis de elementos con trayectorias de esfuerzos en tres dimensiones. La siguiente figura 8.7 ilustra un caso particular del modelo de puntales y tensores y la armadura en tres dimensiones, propuestos por Adebar y otros (1990). Por otro lado, la incorporación del análisis con MPT para problemas de torsión puede considerarse un caso especial de modelos 3D.

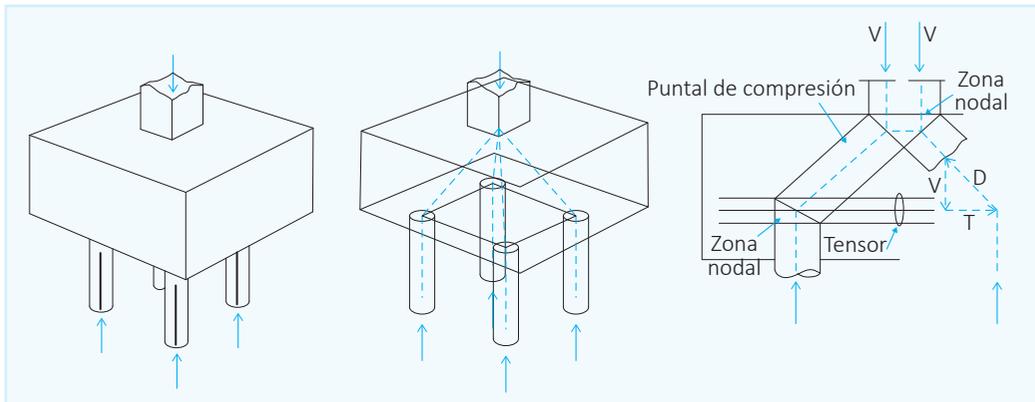


Fig. 8.7

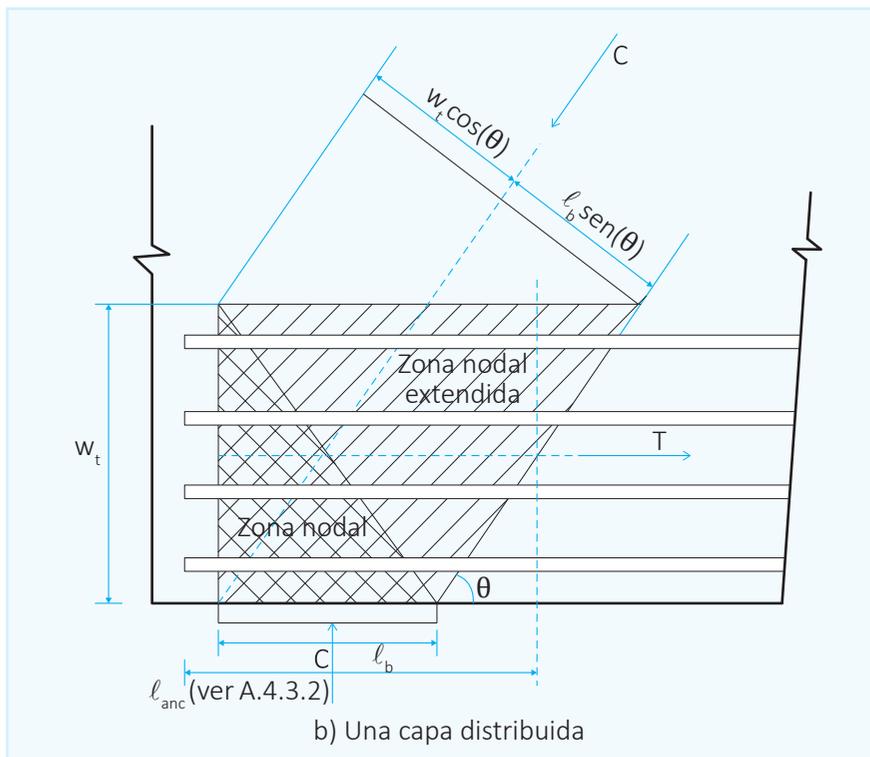
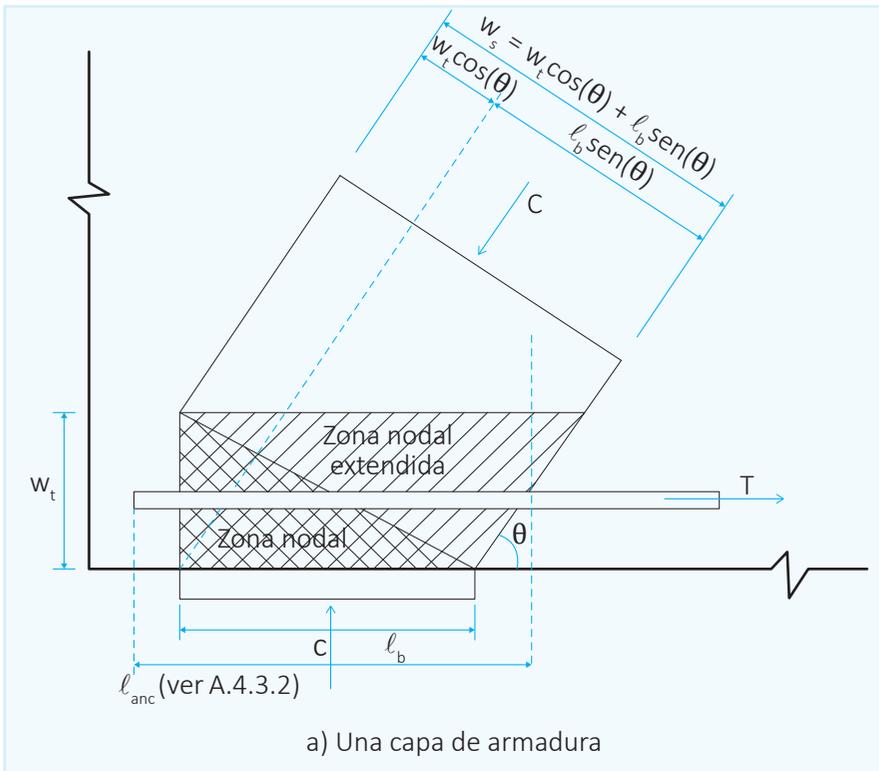
8.7 Procedimiento de diseño por el modelo de puntal y tirante

1. Se diseña la región D en los elementos de concreto modelando o idealizando el elemento o la región comparando con un tijeral.

El modelo de tijeral estará compuesto por puntales, tirantes y nudos como se definió anteriormente.

Este modelo deberá poder transferir las cargas últimas a los soportes adyacentes en la región B.

2. Se determina la geometría del tijeral en este modelo los puntales y tirantes deben estar en equilibrios con las cargas aplicadas y las reacciones, además deberán tomarse en cuenta las dimensiones de los puntales, tirantes y nudos.
3. Los tensores se permitirán cuando crucen los puntales y estos deben cruzar o traslapar solo en los nudos.
4. Se determina las áreas de carga y de reacciones para que los esfuerzos estén debajo de los límites permitidos, con lo que calculan las medidas l_b y w_t de los nodos. Ver figuras.



5. El diseño de puntales, tirantes y nudos se basa en

$$\phi F_n \geq F_u \quad \text{ACI (A-1)}$$

F_u = Fuerza última que actúa en el puntal, el tensor o el nudo (una cara) a tracción o compresión

F_n = Fuerza nominal del puntal, tensor o zona nodal

$\phi = 0.75$ (ACI 9.3.2.6)

Esfuerzo con puntales

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} \quad \text{ACI (A-2)}$$

En los dos extremos del puntal donde;

A_{cs} = Área transversal en el extremo del puntal

F_{ns} = El esfuerzo nominal a compresión de un puntal sin refuerzo longitudinal

f_{ce} = Usar el menor esfuerzo de las alternativas (a) y (b)

$$f_{ce} = 0.85 \beta_n f'_c \quad \text{ACI (A-8)}$$

$\beta_n = 1$ para los nudos limitados por área de reacción o de puntales

$\beta_n = 0.8$ para nudos que anclan un tirante

$\beta_n = 0.6$ para nudos que anclan dos o más tirantes

6. Conocidos ℓ_b y w_t se obtiene el ancho del puntal w_s

$$w_s = w_t \cos\theta + \ell_b \operatorname{sen}\theta$$

7. Se determina la longitud de anclaje del tirante ℓ_{anc}

8. Se calcula la fuerza en el tirante

$$F_{ut} = \phi F_{nt} \quad \text{(ACI A-1)}$$

Donde: $\phi = 0.75$

$$F_{nt} = A_{ts} f_y \quad \text{(ACI A-6)}$$

$$F_{nt} = A_{ts} f_y + A_{tp} (f_{se} + \Delta f_p)$$

Donde:

$$(f_{se} + \Delta f_p) \leq f_{py}$$

$A_{tp} = 0$ para elementos no preesforzados

$\Delta f_p = 4200 \text{ kg/cm}^2$ para anclaje de refuerzo preesforzado

$\Delta f_p = 700 \text{ kg/cm}^2$ de refuerzo preesforzado no anclado

Nota: Otros valores se tienen que justificar.

9. Se calculan las fuerzas en el puntal

$$F_{us} = \phi F_{ns} \quad \text{Donde: } \phi = 0.75$$

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} \quad \text{ACI (A-2)}$$

$$f_{ce} = 0.85 \beta_s f'_c \quad \text{ACI (A.3)}$$

$$f_{ce} = 0.85 \beta_n f'_c \quad \text{del nodo} \quad \text{ACI (A-8)}$$

$\beta_s = 1.00$ para puntales de sección transversal uniforme en toda la longitud del puntal

$\beta_s = 0.75$ para puntales con refuerzo que cumple A.3.3 o sea con refuerzo en dos direcciones como se indica en la figura siguiente considerando la fuerza de compresión en el puntal con una dimensión de 2 longitudinal por 1 transversal.

Para concretos $f'_c \leq 420 \text{ kg/cm}^2$

$$\sum \frac{A_{si}}{b_s s_i} \text{sen} \alpha_1 \geq 0.003 \quad \text{ACI (A-4)}$$

$\beta_s = 0.6 \lambda$ para puntales sin refuerzo que cumplan con lo anterior donde e' es el factor para concretos livianos

$\lambda = 1$ para concreto normal

$\lambda = 0.85$ para concreto con arena liviana

$\lambda = 0.75$ para concreto con agregados livianos

$\beta_s = 0.4$ para puntales en tracción o en las alas en tracción de los elementos

$\beta_s = 0.6$ para todos los otros casos

10. Se puede aumentar la resistencia del puntal colocándoles fierros en compresión, anclado en ambos extremos y con refuerzo en espiral o estribos que cumplan las especificaciones para columnas. En este caso

$$F_{ns} = f_{cu} A_{cs} + A'_s f'_s \quad \text{ACI (A-5)}$$

Donde: f'_s es el refuerzo en el fierro en compresión

Se puede considerar también que hay refuerzo cuando se colocan fierros verticales y horizontales y $f'_c \leq 420 \text{ kg/cm}^2$ y se debe cumplir:

$$\sum \frac{A_{si}}{b_s s_i} \text{sen} \alpha_1 \geq 0.003 \quad \text{ACI (A-4)}$$

Si la armadura es una sola $\alpha \geq 40^\circ$

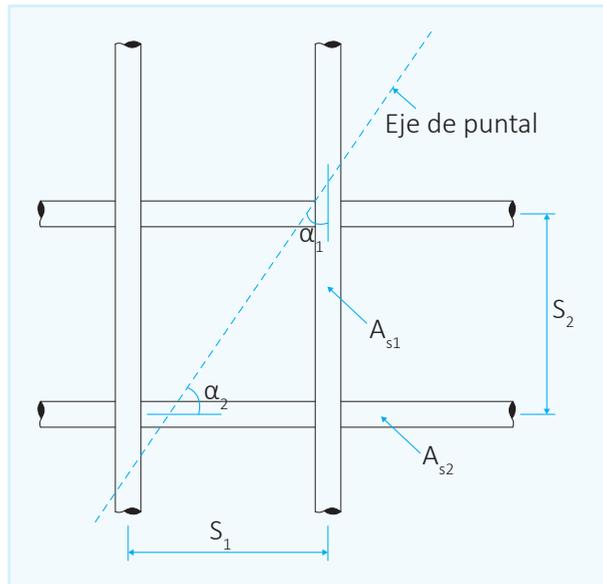


Fig. 8.8 Reforzamiento de apuntalamiento cruzado

BIBLIOGRAFÍA

Ortega, J. (2006). *Manual de estructuras de concreto armado*. Lima: CAPECO.

Ortega, J. (2006). *Inspección de estructuras de concreto armado*. Lima: CAPECO.

Ortega, J. (2005). *Diseño de estructuras de concreto armado*. Lima: CAPECO.

Mc Cormac, J. y Brown, R. (2011). *Diseño de concreto reforzado*. 8va. ed. México: Alfaomega.

Rosenblueth, E.; Chopra, A.; Newmark, N.; Steva, L.; Del Buen, O.; Park, R.; Paulay, TL; Priestley, M.; Whitman, R.; Brilak, J.; Goldbeg, A. y Rukos, E. (1980). *Design of earthquake resistant structures*. London: Pentech Press.

Nilson, A. y Darwin, D. (2009). *Design of concrete structures*. 14th. ed. EE. UU.: McGraw-Hill Higher Education.

Nawy, E. (2008). *Reinforced concrete*. 6th. ed. EE. UU.: Prentice Hall.

Faber, J. y Mead. F. (1961). *Reinforced concrete*. London: E. & F.N. Spon Ltd.

Reynolds y Steedman. (2007). *Reinforced concrete designer's handbook*. 11th. ed. London: CRC Press.

Fintel, M. (1975). *Handbook of concrete engineering*. EE. UU.: Van Nostrand Reinhold Company.

Park, R. y Paulay, T. (1975). *Reinforced concrete structures*. EE. UU.: Wiley.

Impreso en los talleres gráficos de



Surquillo