SIGUENOS EN

UDHCONECTA.COM

LIBROS DIGITALES - EXAMENES - RECURSOS MULTIPLES

! RECUERDE¡

PUEDE ENCONTRAR MAS CONTENIDO EN

NUESTRO SITIO WEB

JAIME ERNESTO DÍAZ ORTIZ

Mecánica de los fluidos e hidráulica

Melissa Avila Dávila
Ing. Ambiental

Programa Editorial Universidad del Valle

Universidad del Valle
Programa Editorial

Título: ***Mecánica de Fluidos e Hidráulica***
Autor: ***Jaime Ernesto Díaz Ortiz***
ISBN: 958-670-493-9
Primera edición

Rector de la Universidad del Valle: Iván E. Ramos C.
Director del Programa Editorial: Víctor Hugo Dueñas R.
Diseño de carátula: U.V. Media

Impreso en Artes Gráficas del Valle Ltda.

Universidad del Valle
Ciudad Universitaria, Meléndez
A.A. 025360
Cali, Colombia
Teléfono: 321 2227 - Telefax: 339 2470
E-mail: editorial@univalle.edu.co

Cali, Colombia
Abril de 2006

TABLA DE CONTENIDO

Introducción 7

Capítulo I
Propiedades de los fluidos 9

Capítulo II
Estática de fluidos 17

Capítulo III
Fuerzas hidrostáticas sobre superficies 29

Capítulo IV
Empuje y flotación 55

Capítulo V
Translación y rotación de masas líquidas 65

Capítulo VI
Análisis dimensional y semejanza hidráulica 73

Capítulo VII
Fundamentos del flujo de fluidos 89

Capítulo VIII
Flujo de fluidos en tuberías 123

Capítulo IX
Sistemas complejos de tuberías 153

Capítulo X
Medidas en flujo de fluidos 187

Capítulo XI
Flujo en canales abiertos 215

Capítulo XII
Fuerzas desarrolladas por los fluidos en movimiento 251

Capítulo XIII
Maquinaria hidráulica 273

Tablas 283

Bibliografía 291

INTRODUCCIÓN

Algunas obras de carácter científico – técnico, intentan presentar un contenido amplio de los temas, con el fin de imprimirle la universalidad del conocimiento necesaria para introducir a los interesados, en los aspectos necesarios que permitan su comprensión y profundización. El principal esfuerzo de éste libro esta enfocado a apoyar y reforzar los conocimientos de los estudiantes en las áreas de la mecánica de los fluidos y de la hidráulica, utilizando soluciones explicadas de numerosos problemas o situaciones que abarcan de manera muy amplia, la mayor parte de los conceptos teóricos necesarios para la cabal comprensión de dichos temas. Para apoyar este esfuerzo se presenta en cada uno de los capítulos que componen el texto, una introducción teórica breve que precisa y recuerda los conocimientos básicos necesarios para la compresión de las soluciones a los problemas presentados. Los ejercicios se encuentran propuestos en la segunda y tercera edición del libro MECÁNICA DE LOS FLUIDOS E HIDRÁULICA, cuyo autor es RANALD GILES Y OTROS, en un libro que ha sido publicado por la editorial Mc Graw Hill. El presente texto de estudio pretende servir de apoyo y complemento a los estudiantes de ingeniería, para el estudio y la comprensión de los conocimientos adquiridos en los cursos de Mecánica de los Fluidos. Por lo tanto, el texto de por si no constituye ni pretende convertirse en un libro clásico de Mecánica de los fluidos, sino en una herramienta auxiliar que facilite el estudio de dicha ciencia.

El libro hace énfasis en el manejo y presentación adecuada de las dimensiones, con el fin de preparar a los estudiantes en la manipulación de los diferentes sistemas dimensionales con los cuales trabaja la ingeniería.

Algunos de los problemas del capítulo II correspondientes a las fuerzas aplicadas sobre superficies planas y curvas, han sido desarrollados aplicando diferentes métodos. La intención de esto, es familiarizar a los estudiantes con distintas formas de análisis, de tal manera que la solución a dichos problemas utilice métodos presentados en cursos correspondientes a la física clásica en las áreas de la estática y la mecánica de los fluidos. De esta manera se busca complementar y comparar diferentes soluciones propuestas por la Física en la solución de problemas, con el fin de mejorar el aporte didáctico del libro y facilitar la compresión y el aprendizaje de los diferentes temas planteados en los cursos de Mecánica de Fluidos.

En total se presenta una solución didáctica y secuencial de 345 problemas, que abarcan todos los conocimientos teóricos expuestos en un curso tradicional de Mecánica de Fluidos.

Con relación a la bibliografía, es conveniente aclarar que se utilizó como punto de referencia para ayudar a mejorar la comprensión de algunos de los problemas solucionados.

Finalmente el autor agradece a las personas que han intervenido en la revisión de este libro y en los aportes realizados para mejorarlo.

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

La mecánica de los fluidos como una de las ciencias básicas en la ingeniería, es una rama de la mecánica que se aplica al estudio del comportamiento de los fluidos, ya sea que éstos se encuentren en reposo o en movimiento. Para su debida comprensión, su estudio debe iniciarse con el conocimiento de las propiedades físicas de los fluidos, entre las cuales las más destacadas son la densidad y la viscosidad, ya que estas se emplean comúnmente en los cálculos de los escurrimientos en distintos tipos de conductos.

DENSIDAD

La densidad de un cuerpo es la relación que existe entre la masa del mismo dividida por su unidad de volumen.

$$densidad(\rho) = \frac{masa}{volumen}$$

En el sistema internacional de unidades la densidad del agua es de 1000 kg/m^3 a una temperatura de 4°C.

La densidad relativa de un cuerpo es un número adimensional establecido por la relación entre el peso de un cuerpo y el peso de un volumen igual de una sustancia que se toma como referencia. Los sólidos y líquidos toman como referencia al agua a una temperatura de 20°C, mientras que los gases se refieren al aire a una temperatura de 0°C y una atmósfera de presión, como condiciones normales o estándar.

PESO ESPECÍFICO

El peso específico de una sustancia se puede definir como la relación entre el peso de la sustancia por su unidad de volumen.

$$peso \quad específico(\gamma) = \frac{peso}{volumen}$$

Problema

Si la densidad de un líquido es de 835 kg/m³, determinar su peso específico y su densidad relativa.

$$\gamma = \rho \times g = 835\ \text{kg/m}^3 \times 9.81\ \text{m/s}^2 \cong 8.2\ \text{kN}$$

$$\text{D.R.} = \frac{\gamma_{sustancia}}{\gamma_{agua}} = \frac{835}{1000} = 0.835$$

Problema

Comprobar los valores de la densidad y del peso específico del aire a 30°C dados en la Tabla 1(B).

$$\gamma = \frac{P}{TR} = \frac{10336\ \text{kg/m}^2}{303°\text{K} \times 29.3\ \text{m/°K}} = 1.1642\ \text{kg/m}^3$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1.1642\ \text{kg/m}^3}{9.81\ \text{m/s}} = 0.1186\ \text{kg.seg}^2/\text{m}^3.\text{m} = 0.1186\ \text{UTM/m}$$

Problema

Comprobar los valores de los pesos específicos del anhídrido carbónico y del nitrógeno dados en la Tabla 1(A).

$$\gamma = \frac{P}{R.T} = \frac{1\ \text{atmósfera}}{19.2\ \text{m/°K}(273.33°\text{K} + \text{C})} = \frac{1.033\ \text{kg/cm}^2 \times 10^4\ \text{cm}^2/\text{m}^2}{19.2 \times 193.33}$$

$$= 1.83525\ \text{kg/m}^3$$

$$\gamma = \frac{1.033\ \text{kg/cm}^2 \times 10^4\ \text{cm}^2/\text{m}^2}{30.3 \times 293.33} = 1.1630\ \text{kg/m}^3$$

Problema

A qué presión tendrá el aire un peso específico de 18.7 kN/m³ si la temperatura es de 49 °C?

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow P_1 = 1.033\text{kg/m}^2 \times \frac{18.7}{1.09416} \cong 176\ \text{kPa}$$

Viscosidad

La viscosidad de un fluido indica el movimiento relativo entre sus moléculas, debido a la fricción o rozamiento entre las mismas y se puede definir como la propiedad que determina la cantidad de resistencia opuesta a las fuerzas cortantes. Esta propiedad es la responsable por la resistencia a la deformación de los fluidos. En los gases disueltos, esta propiedad es importante cuando se trabaja con grandes presiones.

Algunos líquidos presentan esta propiedad con mayor intensidad que otros, por ejemplo ciertos aceites pesados, las melazas y el alquitrán fluyen más lentamente que el agua y el alcohol.

Newton formuló una ley que explica el comportamiento de la viscosidad en los fluidos que se que se mueven en trayectorias rectas o paralelas. Esta ley indica que el esfuerzo de corte de un fluido, es proporcional a la viscosidad para una rapidez de deformación angular dada.

Es importante destacar la influencia de la temperatura en la diferencia de comportamiento entre la viscosidad de un gas y un líquido. El aumento de temperatura incrementa la viscosidad de un gas y la disminuye en un líquido. Esto se debe a que en un líquido, predominan las fuerzas de cohesión que existen entre las moléculas, las cuales son mayores que en un gas y por tanto la cohesión parece ser la causa predominante de la viscosidad. Por el contrario en un gas el efecto dominante para determinar la resistencia al corte, corresponde a la transferencia en la cantidad de movimiento, la cual se incrementa directamente con la temperatura. Para presiones comunes, la viscosidad es independiente de la presión. La viscosidad así definida, se conoce como viscosidad absoluta o dinámica.

Existe otra manera de expresar la viscosidad de una sustancia y es la llamada viscosidad cinemática que relaciona la viscosidad absoluta con la densidad.

$$Viscosidad\ cinemática(\nu) = \frac{viscosidad\ absoluta(\mu)}{densidad(\rho)}$$

Problema

Determinar la viscosidad absoluta del mercurio en kg-s/m² si en poises es igual a 0.0158?

$\mu_{Hg} = 0.0158_{\text{ poises}}$

$$1\,\text{Poise} = \frac{1}{98.1}\ kg - s/m^2$$

$$\mu_{Hg} = 16.1 \times 10^{-4}\ kg - s/m^2$$

Problema

Si la viscosidad absoluta de un aceite es de 510 poises. ¿Cuál es la viscosidad en el sistema kg-m-s?

$\mu_{aceite} = 510_{\text{ poises}}$

$$\mu_{aceite} = 510\,\frac{\text{Poises}}{1\,\text{Poises}} \times \frac{1}{98.1}\,\text{kg - s/m}^2 = 5.210\,\text{kg - s/m}^2$$

Problema

Qué valores tiene la viscosidad absoluta y cinemática en el sistema técnico de unidades (kg-m-s) de un aceite que tiene una viscosidad Saybolt de 155 segundos y una densidad relativa de 0.932?

$$\text{Para } 1 > 100 \Rightarrow \mu(\text{Poises}) = \left(0.0022t - \frac{1.35}{155}\right) * 0.932$$

$$\mu = 0.309\,\text{Poises} = 3.156 \times 10^{-3}\,\text{kg - s/m}^2$$

$$\text{Para } 1 > 100 \Rightarrow \nu(\text{stoke}) = 0.0022 \times 155 - \frac{1{,}35}{155}$$

$$\nu = 0.332\,\text{stokes} = 0.332\,\text{m}^2/\text{s} \times 1\text{m}^2/10^4\,\text{cm}^2$$

$$\nu = 33.2 \times 10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s}$$

Problema

Dos superficies planas de grandes dimensiones están separadas 25 mm y el espacio entre ellas está lleno con un líquido cuya viscosidad absoluta es 0.10 kg. seg/m^2. Suponiendo que el gradiente de velocidades es lineal, ¿Qué fuerza se requiere para arrastrar una placa de muy poco espesor y 40 dm^2 de área a la velocidad constante de 32 cm/s si la plaza dista 8 mm de una de las superficies?

$$\tau = \mu\frac{dv}{dy} = \mu\frac{v}{y}.$$

$$\tau = \frac{F}{A}$$

Por producirse dos esfuerzos cortantes, se necesitan dos fuerzas para mover la placa.

$F_T = F_1 + F_2$

$$F_1 = 0.10\,\text{kg - s/m}^2 \times 0.4\,\text{m}^2 \times \frac{0.32\,\text{m/s}}{0.017\text{m}} = 0.75\,\text{kg}$$

$$F_2 = 0.10\,\text{kg - s/m}^2 \times 0.4\,\text{m}^2 \times \frac{0.32\,\text{m/s}}{0.008\text{m}} = 1.6\,\text{kg}$$

$$F_T = 0.75 + 1.6 = 2.35\,\text{kg}$$

$$\mu = 0.2\,\text{kg/m}^2 \times \frac{0.0005\,\text{m}}{0.03\,\text{m/s}} = 3.3 \times 10^{-3}\,\text{kg - s/m}^2$$

Isotermia e Isentropía

En el estudio del comportamiento de los fluidos, especialmente gases, en algunas ocasiones se producen condiciones de trabajo en las cuales, se mantiene constante la temperatura (isotérmica) y en otras no existe intercambio de calor entre el gas y su entorno (adiabáticas o isentrópicas).

En el caso de condiciones isotérmicas, la aplicación de la ley de los gases ideales, es adecuada para explicar las relaciones que se producen entre volumen y presión. Para condiciones adiabáticas, se introduce en la ecuación de los gases una constante k, que relaciona los calores específicos de las sustancias a presión y volumen constante. Esta constante se conoce con el nombre del exponente adiabático.

Problema

Dos metros cúbicos de aire, inicialmente a la presión atmosférica, se comprimen hasta ocupar 0.500 m^3. Para una comprensión isotérmica, ¿Cuál será la presión final?

$$P_1\forall_1 = P_2\forall_2 \Rightarrow P_2 = P_1\frac{\forall_1}{\forall_2} = 1.033\,\text{kg/cm}^2 \times \frac{2\,\text{m}^3}{0{,}5\,\text{m}^3} = 4.132\,\text{kg/cm}^2$$

Problema

En el problema anterior, ¿Cuál será la presión final si no hay pérdidas de calor durante la compresión?

$$P_1\forall_1^K = P_2\forall_2^K$$

K = 1.4 de tabla 1(A) Mecánica - Hidráulica de Fluidos R. Giles

$$P_2 = P_1\left(\frac{\forall_1}{\forall_2}\right)^K = 1.033\,x\left(\frac{2}{00.5}\right)^{1.4} = 7.20\,kg/cm^2$$

Tensión Superficial

Otra propiedad que se destaca en el estudio de los fluidos es la tensión superficial, que indica la cantidad de trabajo que debe realizarse para llevar una molécula del interior de un líquido hasta la superficie. La propiedad se produce debido a la acción de las diferentes fuerzas a que se encuentra sometida una molécula colocada en la superficie de un líquido.

Problema

¿Qué fuerza será necesaria para separar de la superficie del agua a 20°C, un aro de alambre fino de 45 mm de diámetro? El peso del alambre es despreciable.

La tensión superficial (τ) es de $7.42*10^{-3}$ kg/m

$$Perímetro\ del\ aro = 2\pi r = 2\pi\frac{(0.045)}{2} = 0.14137\,m$$

$$F = 2*Tensión\ superficial*Perímetro$$

$$F = 2*7.42*10^{-3}\,kg/m*0.14137\,m$$

$$F = 2.098*10^{-3}\,kg*9.81\,m/s^2$$

$$F = 0.0206\,N$$

Capilaridad

Cuando se trabaja en medios porosos con diámetros menores de 10 mm, es importante considerar una propiedad llamada capilaridad, que consiste en la capacidad que tiene una columna de un líquido para ascender y descender en un medio poroso. La capilaridad está influenciada por la tensión superficial y depende de las magnitudes relativas entre las fuerzas de cohesión del líquido y las fuerzas de adhesión del líquido y las paredes del medio.

Problema

¿Qué diámetro mínimo tendrá un tubo de vidrio para que el agua a 20°C no supere 0.9 mm?

$$Para\,T = 20^\circ C \Rightarrow \tau = 7.42*10^{-3}\,kg/m$$

$$h = \frac{2\tau\cos\sigma}{\gamma*r}$$

$$\gamma = 998\,kg/m$$

$$r = \frac{2\tau\cos\sigma}{\tau h}$$

$$r = \frac{2*0.00742*}{998*0.0009}$$

$$r = 1.65*10^{-3}\,m$$

$$d = 2r = 2*1.65*10^{-3}\,m = 33.1\,mm$$

Módulo de Elasticidad Volumétrica

La compresibilidad en un fluido se encuentra expresada por un modulo, llamado de elasticidad volumétrica. Expresa la relación entre la variación de la presión con respecto a la variación de volumen por unidad de volumen.

Problema

Determinar la variación de volumen de 0.28317 m³ de agua a 26.7°C cuando se somete a una presión de 35.0 kg/cm². El módulo volumétrico de elasticidad a esa temperatura es igual, aproximadamente, a 22.750 kg/cm².

$$E = -\frac{dp}{dv/v}$$

$$dv = -\frac{35\,kg/cm^2*0.28317\,m^3}{22750\,kg/cm^2}$$

$$dv = -\frac{35\,kg/cm*10^4\,cm^2/m*0.28317\,m^3}{22750\,kg/cm^2*10^4\,cm^2/m^2}$$

$$dv = 0.436*10^{-3}\,m^3$$

Problema

¿Qué presión se ha de aplicar, aproximadamente, al agua para reducir su volumen en un 1.25% si su módulo volumétrico de elasticidad es 2.19 Gpa?

$$E=-\frac{dp}{dv/v}$$

$$dp=-E\frac{dv}{v}$$

Presión inicial = 2.19 GPa * 1 = 2.19 GPa

Presión final = 2.19 GPa * (1 - 0.0125) = 2.1626 GPa

Presión aplicada = Presión inicial - Presión final

Presión aplicada = 2.19 GPa - 2.1626 GPa = 0.0274 GPa

ESTÁTICA DE FLUIDOS

CONCEPTO DE PRESIÓN

De manera particular la presión puede expresarse como presión manométrica y presión absoluta. Estos conceptos de la presión se encuentran referidos a un nivel de presión determinado(nivel de referencia de la presión), que en el caso de la presión absoluta es cero, que es la mínima presión alcanzable cuando se tiene el vació absoluto. Las presiones manométricas se encuentran referidas a la presión atmosférica.

MANÓMETROS

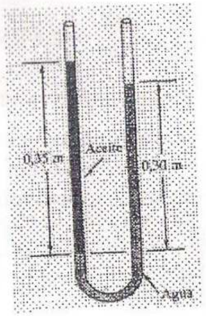
Los manómetros son dispositivos que se utilizan para medir la presión. Existen diferentes dispositivos para medir la presión entre los cuales es conveniente mencionar el medidor de Bourdon y los manómetros de columna de líquido.

El medidor de Bourdon es un dispositivo mecánico, de tipo metálico, que en general se encuentra comercialmente y que basa su principio de funcionamiento en la capacidad para medir la diferencia de presión entre el exterior y el interior de un tubo elíptico, conectado a una aguja por medio de un resorte, encargándose la aguja de señalar en una carátula la presión registrada para cada situación particular.

Los manómetros de columna líquida, miden diferencias de presión más pequeñas, referidas a la presión atmosférica, al determinar la longitud de una columna de líquido. Generalmente el dispositivo más sencillo para medir la presión atmosférica es el tubo piezométrico, el cual debe tener por lo menos 10 mm de diámetro con el fin de disminuir los efectos debidos a la capilaridad. En algunas ocasiones el tubo piezométrico adopta una forma de U, con el objeto de facilitar la determinación de la presión y en otras la instalación de un tubo piezométrico entre dos recipientes, permite determinar la diferencia de presión entre los fluidos que ocupan los recipientes. Cuando se requiere medir presiones muy pequeñas, se utilizan manómetros de tubo inclinado, el cual permite una escala amplia de lectura.

Problema

En la figura se muestra un tubo de vidrio en U abierto a la atmósfera por los dos extremos. Si el tubo contiene aceite y agua, tal como se muestra, determinar la densidad relativa del aceite.



P_{aceite} = Presión por peso específico de la columna de aceite

$$P_{aceite} = \gamma_{aceite} * h = \gamma_{aceite} * 0.35$$

P_{agua} = Presión por peso específico de la columna de agua

$$P_{agua} = \gamma_{agua} * h = 1000 * 0.3\,m$$

$$P_{aceite} = P_{agua}$$

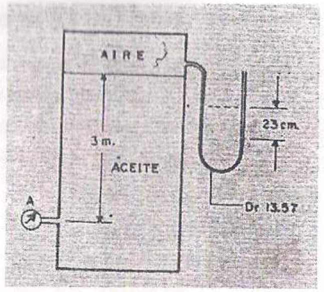
$$\gamma_{aceite} * 0.35 = 1000 * 0.3$$

$$\gamma_{aceite} = \frac{1000 * 0.3}{0.35} = 857\,kg/m^3$$

$$\text{Densidad relativa} = \frac{857}{1000} = 0.86$$

Problema

El depósito de la figura contiene un aceite de densidad relativa 0.750. Determinar la lectura del manómetro A en kg/cm^2.



Tomando en el piezómetro un nivel de referencia aa´

$$P_a = P_{aire} + \gamma_{sustancia} \text{ x } 0.23\,m$$

$$P_a^1 = P_{atmosferica}$$

$$P_a = P_a^1$$

$$P_{aire} + \gamma_{sustancia} \text{ x } 0.23 = P_{atmosferica}$$

Tomando como nivel de referencia la presión atmosférica

$$P_{aire} + \gamma_{sustancia} \text{ x } 0.23 = 0$$

$$P_{aire} = -3121.1\,kg/m^2$$

$$P_{A(Manometrica)} = P_{aire} + \gamma_{aceite} \text{ x } 3\,m$$

$$P_A = -3121.1\,kg/m^2 + 750\,kg/m^3 \text{ x } 3\,m = -8.711 \text{x} 10^{-2}\,kg/cm^2$$

Problema

Un depósito cerrado contiene 60 cm de mercurio, 150 cm de agua y 240 cm de un aceite de densidad relativa 0.750, conteniendo aire el espacio sobre el aceite. Si la presión manométrica en el fondo del depósito es de 3.00 kg/cm^2, ¿cuál será la lectura manométrica en la parte superior del depósito?

$$P_A = P_B + \gamma_{aceite} \text{ x } 8 \text{ pies} + \gamma_{agua} \text{ x } 5 \text{ pies} + \gamma_{Hg} \text{ x } 2 \text{ pies}$$

$$P_B = P_A - (\gamma_{aceite}) \text{ x } 8 \text{ pies} + \gamma_{agua} \text{ x } 5 \text{ pies} + \gamma_{Hg} \text{ x } 2 \text{ pies}$$

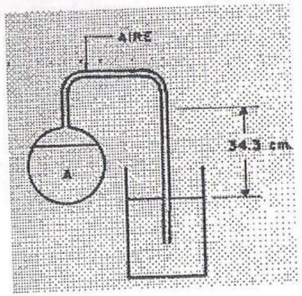
$$P_B = 23{,}5\,PSI$$

P_A = Presión abajo

P_B = Presión arriba

Problema

Con referencia a la figura, el punto A está 53 cm por debajo de la superficie de un líquido con densidad relativa 1.25 en el recipiente. ¿Cuál es la presión manométrica en A si el mercurio asciende 34.30 cm en el tubo?



$$P_A = P_a + \gamma_s \times 0.53\,\text{m}$$

$$P_0' = P_a' + \gamma_{Hg} \times 0.343$$

$$P_{ao} = P_{\text{atmosferica}} = 0$$

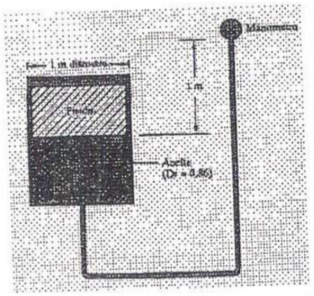
$$P_0' = P_{ao} \Rightarrow P_a' = -46545\ \text{kg/m}^2$$

$$P_a' = P_a$$

$$P_A = -46545\ \text{kg/m}^2 + 662.5\ \text{kg/m}^2 \cong -0.4\ \text{kg/cm}^2$$

Problema

En la figura, calcular el peso del pistón si la lectura de presión manométrica es de 70 Kpa.



$$\text{Presión pistón} = \frac{\text{Peso pistón}}{\pi\, d^{2/4}}$$

$$\text{Presión aceite} = \text{Presión manómetro} + \text{Presión columna}$$

$$\text{Presión aceite} = 70000\ \text{N/m}^2 + 860\,kg/m^3 * 1m * 9.81\,m/s^2$$

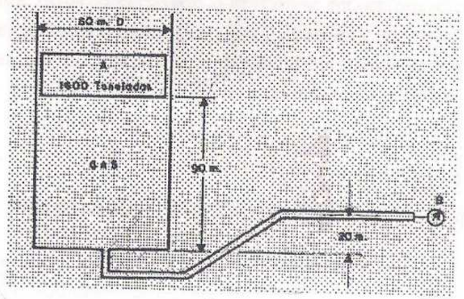
$$\text{Presión aceite} = 70000\ \text{N/m}^2 + 8437\,N/m^2 = 78436.6\,N/m^2$$

$$\text{Presión pistón} = \text{Presión aceite}$$

$$\text{Peso pistón} = 78.4\ \text{KN/m}^2 * \pi \frac{(1)^2}{4} = 61.6\ \text{KN}$$

Problema

Despreciando el rozamiento entre el pistón A y el cilindro que contiene el gas, determinar la presión manométrica en B, en cm de agua. Suponer que el gas y el aire tienen pesos específicos constantes e iguales, respectivamente, a 0560.



$$P_a = P_A + \gamma_g \times 90\,\text{m}$$

$$P_A = \frac{4 \times 1600000\ \text{kg}}{\pi (D)^2} = 565.8\ \text{kg/m}^2$$

$$P_a = 565.8\ \text{kg/m}^2 + 50.4\ \text{kg/m}^2 = 616.2\ \text{kg/m}^2$$

$$P_a' = P_B\ \gamma_{gas} \times 20\,\text{m} \Rightarrow P_a = P_a'$$

$$P_B = 612.2\ \text{kg/m}^2 - \gamma_{gas} \times 20\text{m} = 605\ \text{kg/m}^2 = 0.605\,\text{m (columna agua)}$$

Problema

Los recipientes A y B que contienen aceite y glicerina de densidades relativas 0.780 y 1.250, respectivamente, están conectados mediante un manómetro diferencial. El mercurio del manómetro está a una elevación de 50 cm en el lado de A y a una elevación de 35 cm en el lado de B. Si la cota de la superficie libre de la glicerina en el depósito B es de 6.40 m. ¿A qué cota está la superficie libre del aceite en él recipiente A?

$$P_a = P_{aire} + \gamma_B\,(6.05m) = 10336\ kg/m^2 + 1250\ kg/m^3 x\ 6.05m = 17898{,}5\ kg/m^2$$

$$P_o^{\prime} = P_{aire} + \gamma_A x h^{\prime} + \gamma_{Hg} x\ 0.15\ m = 10336\ kg/m^2 + 780h^{\prime} + 13590\ kg/m^3 x\ 0.15m$$

$$P_o^{\prime} = 123745\ kg/m^2 + 780h$$

$$P_o = P_o^{\prime} \Rightarrow h = 7.08m$$

$$h_{total} = h^{\prime} + 0.5m = 7.58m$$

Esta es la altura de la superficie libre en el tanque A, y la distancia h será la superficie libre del aceite.

Problema

Un depósito A, a una elevación de 2.50 m contiene agua a una presión de 1.05 kg/cm². o depósito B, a una elevación de 3.70 m contiene un líquido a una presión de 0.70 kg/seg². Si la lectura de un manómetro diferencial es de 30 cm de mercurio, estando la parte más baja en el lado de A y a una costa de 30 cm, determinar la densidad relativa del líquido contenido en B.

$$P_a = \gamma_{aguas}\ (2{,}5m - 0.3m) + 10500\ kg/m^2 = 12700\ kg/m^2$$

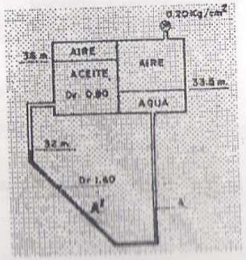
$$P_a^{\prime} = 7000\ kg/m^2 + 13600\ x\ 0.3 + \gamma_{liquido}(3.7 - 0.6)m$$

$$P_a = P_a^{\prime} \Rightarrow \gamma_{liquido} = 522.58\ kg/m^3$$

$$D.R. = 0.525$$

Problema

El aire del recipiente de la izquierda de la figura está a una presión de - 23 cm de mercurio. Determinar la cota del líquido manométrico en la parte derecha en A.



Para un nivel de referencia AA′ en el tubo piezométrico

$$P_A = 0.20\ kg/cm^2 + \gamma_{H_2O}\,(33.5 - 32) + \gamma_{H_2O} * h \qquad (1)$$

El aire del recipiente de la izquierda está a -23 cm de mercurio.
76 cm de mercurio equivalen a 10336 kg/m²
- 23 cm de mercurio equivalen a -3128 kg/m²

$$P_A^{\prime} = -3128\,kg/m^2 + \gamma_{aire}(36 - 32) + \gamma_{liquidomanometrico} \qquad (2)$$

Igualando (1) = (2)

$$2000\ \ kg/m^2 + \gamma_{H_2O}\ x\ 1.5m + \gamma_{H_2O}h = 3128\,kg/m^2 + \gamma_{aceite}\,4 + \gamma_{liquido\ manometrico}\,h$$

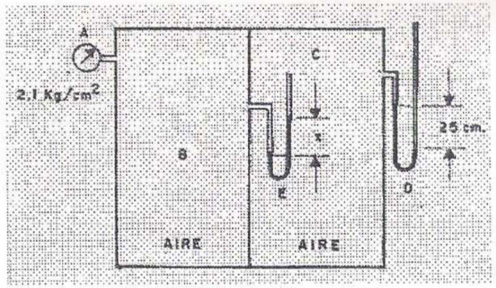
$$2000 + 1500 + 3128 - 3200 = (1600 - 1000)h$$

$$h = 5.71m$$

Cota del punto a = 32 m - 5.71 m = 26.3 m

Problema

Los compartimentos B y C de la siguiente figura están cerrados y llenos de aire. La lectura barométrica en 1.020 Kg/cm². Cuándo los manómetros A y D marcan las lecturas indicadas, ¿Qué valor tendrá X en el manómetro E de mercurio?



Se toman dos niveles de referencia. El primero (1-1′) en el piezómetro exterior y el segundo (3-3′) en el piezómetro interior.

$P_3 = 2.1\ \text{kg/cm}^2$

$P_3' = P_c + \gamma_{Hg} X$

$P_3 = P_3'$

$P_1 = P_{\text{atmosferic a}}$

$P_1' = P_c + \gamma_{Hg}\ x\ 0.25$

$P_1 = P_1'$

$P_c = P_1 - \gamma_{Hg}\ x\ 0.25$

$P_c = -\gamma_{Hg}\ x\ 0.25$

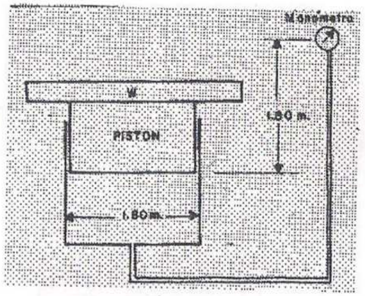
$P_3' = -\gamma_{Hg}\ x\ 0.25 + \gamma_{Hg} X$

$2.1\ \text{kg/cm}^2 = -\gamma_{Hg}\, x 0.25 + \gamma_{Hg} X$

$X = 1.80\ \text{m}$

Problema

El cilindro y el tubo mostrados en la figura contienen aceite de densidad relativa 0,902. Para una lectura manométrica de 2.20 kg/cm². ¿Cuál es el peso total del pistón y la placa W?



$P_a' = P_A + \gamma_{aceite}\ 6\ \text{pies}$

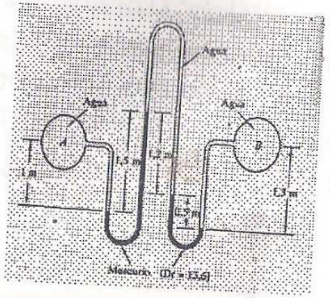
$P_a = \dfrac{\text{Peso(pistón + w)}}{A_{cilindro}}$

$P_a = P_a'$

$Peso\ (\text{pistón} + \text{W}) = 136405\ \text{lb}$

Problema

Determinar la presión diferencial entre las tuberías A y B para la lectura del manómetro diferencial que se muestra en la figura.



$P_A = P_B - \gamma_{agua} * 1.3 + \gamma_{Hg} * 0.5 + \gamma_{agua} * 1.2 - \gamma_{Hg} * 1.5 + \gamma_{agua} * 1.0$

$P_A - P_B = -\gamma_{Hg} * 1.0 + \gamma_{agua} * 0.9$

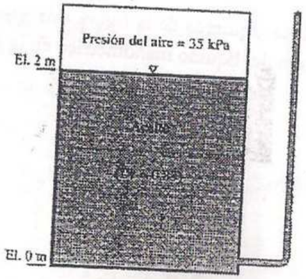
$P_A - P_B = -13600 * 1.0 + 10000.9$

$P_A - P_B = -13600\, kg/m^2 + 900\, kg/m^2$

$P_A - P_B = -12400\, kg/m^2 * 9.81\, m/seg \cong 124.6\, kPa$

Problema

En la figura se muestra un depósito cerrado que contiene aceite bajo presión de un colchón de aire. Determinar la elevación de la superficie libre del aceite en el piezómetro conectado.



Presión columna de aceite = Presión aire

$$P_1 = 35\,kPa + \gamma_{aceite} * 2$$

$$P_1 = 35\,kPa + 830 * 2 * 9.81$$

$$P_1 = 51284.6\,Pa$$

$$P_1^I = \gamma_{aceite} * X$$

$$P_1 = P_1^I$$

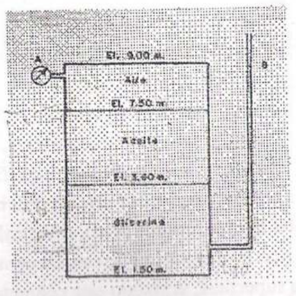
$$51284.6 = \gamma_{aceite} * X$$

$$X = \frac{51284.6}{\gamma_{aceite}}$$

$$X = \frac{51284.6\,N/m^2}{830 * 9.81\,N/m} \cong 6.30\ m$$

Problema

Con referencia a la siguiente figura, ¿qué presión manométrica de A hará que la glicerina suba hasta el nivel B? Los pesos específicos del aceite y glicerina son 832 y 1250 kg/m³, respectivamente.



$$P_c = P_E = (90 - 3.6)x1250\,\text{kg/m}^3 = 6750\,\text{kg/m}^2$$

$$P_D = P_c - (\gamma_{aceite}\ \text{x h}) = 6750 - (75 - 3.6)x832\,\text{kg/m}^2 = 3505.2\,\text{kg/m}^2 = 0.35\,kg/cm^2$$

Problema

Para levantar una plataforma de 10 toneladas se utiliza un gato hidráulico. Si en el pistón actúa una presión de 12 kg/cm² y es transmitida por un aceite de densidad relativa 0.810, ¿qué diámetro se requiere?

$$P_{pistón} = \frac{peso}{área}$$

$$12\ \text{kg/cm}^2 = \frac{10000\ \text{kg}}{\frac{\pi D^2}{4}}$$

Despejando el diámetro

D= 32.57 cm

Problema

Si el peso específico de la glicerina es 1260 kg/m³, qué presión de succión se requerirá para elevar la glicerina 22 cm en un tubo de 12,50 mm de diámetro?

Presión = γH

$$\text{Presion} = 1260\ \text{kg/m}^3(-0.22\text{m}) = -277.2\ \text{kg/m}^2$$

El resultado negativo indica que se presenta una succión

En una gota de agua, actúa la tensión superficial, dando lugar a una presión en el interior de la gota, superior a la presión del exterior. Para el análisis de esta situación se realiza un balance de las fuerzas que están actuando sobre la superficie de una gota de agua, descomponiendo las fuerzas en los componentes en los tres ejes, lo cual permite relacionar la fuerza que actúa sobre la gota de agua, considerando una proyección sobre una superficie plana, con la fuerza de tensión superficial que actúa sobre el perímetro de la gota

Problema

¿Cuál es el valor de la presión interior en una gota de lluvia de 1,50 mm de diámetro si la temperatura es de 21°C?

$$\sigma = \frac{1}{4} pd$$

$$P = 19.6664 kg / m^2$$

Interpolando para T = 21°C

T	σ
20	0.007380
21	0.007374
25	0.007350

CAPÍTULO III

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES

La acción de una fuerza ejercida sobre una superficie plana, da como resultado una presión, que en el caso de un líquido, determina la existencia de numerosas fuerzas distribuidas normalmente sobre la superficie que se encuentra en contacto con el líquido. Sin embargo desde el punto de vista de análisis estático, es conveniente reemplazar éstas fuerzas, por una fuerza resultante única equivalente.

En el caso de una superficie horizontal, ésta se encuentra expuesta a una presión constante. Cuando la superficie es inclinada con relación a la superficie del fluido en reposo, la línea de acción de la fuerza resultante, se localizará no en el centro de gravedad de la superficie, sino en punto llamado el centro de presión, el cual se encuentra localizado en la superficie, a una distancia mayor desde la superficie libre, que la distancia al centro de gravedad de la placa.

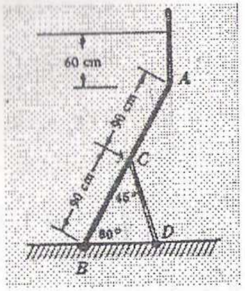
La determinación del centro de presión de una superficie sumergida puede ser determinada, aplicando el teorema de loas momentos, en el cual el momento de la fuerza resultante con relàción a un punto de referencia, debe ser igual a los momentos de las fuerzas elementales que ejercen su acción sobre la superficie.

Cuando un líquido en reposo actúa sobre una superficie curva, la fuerza resultante producida por el efecto del líquido sobre la placa, está conformada por dos componentes. Una componente de tipo horizontal que se calcula como la fuerza ejercida sobre la proyección vertical de la superficie, actuando esta componente sobre el centro de presión de la proyección vertical y otra componente de tipo vertical, que corresponde a la fuerza hidrostática o peso del líquido ejercida por el cuerpo, que actúa sobre el centro de gravedad del volumen.

En las presas, las fuerzas hidrostáticas tienden a producir deslizamientos horizontales y volcamientos que en las presas de gravedad deben ser contrarrestados por una adecuada distribución de cargas volumétricas. En estos casos es conveniente considerar la estabilidad de la presa, para lo cual deben determinarse coeficientes de seguridad contra el volcamiento y el deslizamiento y la presión sobre la base de la presa

Problema

Encontrar para la compuerta, AB de 2.5 m de longitud, la fuerza de comprensión sobre el apoyo CD, por la presión del agua. (B, C y D son puntos articulados)



Solución al problema por la metodología formulada en el estudio de la estática:

La fuerza total ejercida por el agua sobre la compuerta AB se puede aplicar en un solo punto. Ese punto es llamado el centro de gravedad del sistema.

W1 = (1000) (0.6) (0.9) (2.5) = 1350 kilogramos

W2 = (1000) (0.5) (0.9) • (1.56) (2.5) = 1753.7 kilogramos

$\Sigma Mx = \bar{y}\,\Sigma W = \Sigma\,\bar{y}\,W \qquad \Sigma Mx = \bar{x}\,\Sigma W = \Sigma\,\bar{y}\,W$

$\Sigma Mx = \bar{y}\,\Sigma A = \Sigma\,\bar{y}\,A \qquad \Sigma My = \bar{x}\,\Sigma A = \Sigma\,\bar{x}\,A$

Componente de peso	Area (m^2)	$\bar{x}$ (m)	$\bar{x}$ A (m^3)
Rectángulo 1	0.54	0.45	0.24
Triángulo 1	0.70	0.30	0.21
Σ	1.24		0.45

$\bar{x}\,\Sigma A = \Sigma\,\bar{x}\,A$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma\,\bar{x}\,A}{\Sigma A} = 0.36 \text{ m}$$

El peso (w), se encuentra aplicado a 0.36 m del punto B

$W_T = W_1 + W_2 = 3103.7$ Kilogramos fuerza.

Componente Empuje	Area (m^2)	$\bar{y}$ (m)	$\bar{y}$ a (m^3)
Rectángulo	0.94	0.78	0.73
Triángulo	1.22	0.52	0.63
Σ	2.16		1.36

$\bar{y}\,\Sigma A = \Sigma\,\bar{y}\,A$

$$\bar{y} = \frac{1.36}{2.16} = 0.63 \text{ m}$$

El empuje (E) se encuentra aplicado a 0.63 m del punto B

$E_T = E_1 + E_2 = 5375.8$ kg

Realizando simetría de momentos con respecto al punto B

$+\uparrow \Sigma M_B = 0$

$-W_T(0.36) - E_T(0.63) + R(0.64) = 0$

$$R = \frac{(3103.7)(0.36) + (5375.8)(0.63)}{0.64} = 7.037 \text{ kg}$$

$$F_R = \sqrt{(3104)^2 + (5378)^2} \approx 6210 \text{ kg}$$

Solución al problema por métodos planteados en mecánica de fluidos:

$$\text{Sen } 60^0 = \frac{h_{cg}}{Y_{cg}}$$

$h_{cg} = Y_{cg}\text{ Sen } 60^0 = 0.9 \text{ Sen } 60^0 = 0.78 \text{ m}$

$h_{cg\ total} = 0.60 + 0.78 = 1.38 \text{ m}$

$$Y_{cg\ total} = \frac{h_{cg\ total}}{\text{Sen } 60^0} = 1.59 \text{ m}$$

$$F=\gamma\ h_{cg\ total}\ A=1000*1.38*(1.8*2.5)=6210\ kg$$

$$I_{cg}=\frac{bh^3}{12}=\frac{2.5\,(1.8)^3}{12}=1.215\ m^4$$

$$Y_{cp}=Y_{cg\ total}+\frac{I_{cg}}{Y_{cgT}\ A}=1.59+\frac{1.215}{1.59\,(1.8*2.5)}=1.76\ m$$

Longitud total 00^1

$$Sen\ 60^0=\frac{h_{cg}}{Y_{cg}}$$

$$Y_{cg}=\frac{0.6}{Sen\ 60^0}=0.69\ m$$

longitud Total $0B' = 0.69 + 1.8 = 2.49$ m

Longitud brazo $B'B = 0^1B - Y_{cgT} = 2.49 - 1.76 = 0.73$ m

$$Cos\ 45^0=\frac{F}{F_1}$$

$$F_X = F_1\ Cos\ 45^0$$

Tomando momentos con respecto del punto B

$F \cdot 0.73 = F_1\ Cos\ 45^0 \cdot 0.9$

$F_1 = 7140$ kg

Problema

Una compuerta rectangular AB de 3.6 m de alto y 1.5 m de ancho, está colocada verticalmente y puesta a 0.15 m abajo del centro de gravedad de la compuerta. La profundidad total es de 6 m. ¿Cuál es la fuerza F horizontal que debe ser aplicada en la base de la compuerta para encontrar el equilibrio?

$$F_1=\gamma\ \left[(6-3.6)+1.8\right]*(3.6*1.5)$$

$$F_1 = 22680\ Kg$$

$$Y_{cg}=2.4+\frac{3.6}{2}=4.2\ m$$

$$Y_{cp}=\frac{1.5\,(3.6)^2/12}{4.2\,(3.6*1.5)}+4.2=4.46\ m$$

$Y = Y_T - Y_{cp} = 6 - 4.46 = 1.54$ m

$x + y = 1.65$ m

$x = 1.65 - 1.54 = 0.11$ m

Tomando momentos con respecto al eje de giro

$F_1\ X = F * 1.65$

$$F=\frac{22680\ x\ 0.11}{1.65}=1473\ kg$$

Segundo método

$E_1 = 2.4\,\gamma * 3.6 * 1.5 = 12960$ kg , $b_1 = 0.15$ m

$$E_2=\frac{3.6\,\gamma * 3.6 * 1.5}{2}=9720\ kg\ ,\quad b_2=0.45\ m$$

$b_3 = 1.65$ m

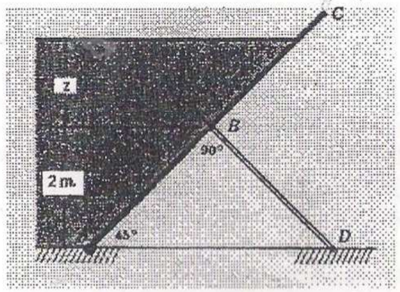
$+\uparrow \Sigma M$ eje giro $= 0$

$-E_1 * b_1 + E_2 * b_2 - F * b_3 = 0$

$F = 1473$ kg

Problema

Encontrar la dimensión Z para que la tensión en la barra BD, no supere por 8000 kg, cuando el ancho de la compuerta es de 1.2m y considerando que los puntos B y D están articulados.



Solución al problema por métodos planteados en estática:

$$\text{Peso (W)} = \gamma * \text{Area} * h = \gamma * \text{Area} * L$$

$$\text{base} = 2 + Z$$

$$\text{altura} = 2 + Z$$

$$\text{Peso (W)} = \gamma * \frac{(2+Z)}{2} * 1.2 = 0.6\ \gamma\ (2+Z)^2\ , \qquad bw = \frac{(2+Z)}{3}$$

$$\text{Empuje (E)} = \gamma\ \frac{h^2}{2} * L = \gamma\ \frac{(2+Z)^2}{2} * 1.2 = 0.6(2+Z)^2,\ \ b_E = \frac{(2+Z)}{3}$$

$$+\uparrow \Sigma MA = 0$$

$$F * \text{brazo} - \text{Peso} * \text{brazo} - \text{Empuje} * \text{brazo} = 0$$

$$8000 * \frac{2}{\text{Sen } 45^0} - 0.6\gamma\ (2+Z)^2 * \frac{(2+Z)}{3} - 0.6\gamma\ (2+Z)^2 * \frac{(2+Z)}{3} = 0$$

$$22627 - 0.4\gamma\ (2+Z)^3 = 0$$

$$Z = 1.84 \text{ m}$$

Solución al problema por métodos planteados en mecánica de fluidos

$$\text{Cos } 45^0 = \frac{h_{cg}}{Y_{cg}}$$

$$h_{cg} = y_{cg} \text{ Cos } 45^0$$

$$\text{Cos } 45^0 = \frac{h_T}{Y_T}$$

$$h_T = Y_T \text{ Cos } 45^0$$

$$y_T = 2\,Y_{cg}$$

$$F = \gamma * hcg * A$$

$$F = \gamma\ Y_{cg} \text{ Cos } 45^0\ (1.2\ y_T)$$

$$Y_T = Y_{cp} + y_{brazo}$$

$$Y_{cp} = \frac{I_{cg}}{AY_{cg}} + Y_{cg}$$

$$I_{cg} = \frac{bh^3}{12} = \frac{1.2\,(Y_T)^3}{12} = 0.1\,Y_T^{\ 3}$$

$$y_{cp} = \frac{0.1Y_T^{\ 3}}{1.2y_T\ \frac{Y_T}{2}} + \frac{Y_T}{2} = 0.67\ Y_T$$

$$Y_{brazo} = Y_T - Y_{cp} = Y_T - 0.67\ Y_T = 0.33\ Y_T$$

$$\text{Cos } 45^0 = \frac{2}{h}$$

$$h = 2 \text{ Cos } 45^0 = 2.83\text{m}$$

$$+\uparrow \Sigma MA = 0$$

$$-F * y_{brazo} + Fh = 0$$

$$\gamma\ \frac{Y_T}{2} * \text{Cos } 45^0 * 1.2Y_T * 0.33Y_T = 8000 * 2.83$$

$$Y_T = 5.45\text{m}$$

$$h_T = 3.85\text{m}$$

$$Z = h_T - 2 = 1.85 \text{ m}$$

Problema

Un aceite de densidad relativa 0.3 actúa sobre un área triangular cuyo vértice está en la superficie del aceite. El área del triángulo es de 3. m de base por 2.7 m de altura. Un área rectangular de 3.6 m de base y 2.4 m de altura se une al área triangular y está sumergida en agua. Encontrar el módulo y posición de la fuerza resultante para el área entera.

Fuerza sobre el aceite

$$F = 800 * \left(\frac{2}{3} * 2.7\right)\left(\frac{2.7 * 3.6}{2}\right) = \ 6998.4 \text{ kg}$$

Fuerza sobre el agua

$$F = PA$$

$$F = (\gamma_{\ aceite} * h_{cg} + \gamma_{\ agua} * h_{cg})A$$

$$F = \left(2.7 * 800 + \frac{2.4}{2} * 1000\right)(3.6 * 2.4) = \ 29030.4 \text{ kg}$$

Fuerza Total = 6998.4 + 29030.4 = 36028.8 kg

Punto de aplicación del empuje ejercido por el aceite

$$Y_{cp} = \frac{I_{cg}}{Y_{cg}} + Y_{cg}$$

Pero $Y_{cg} = h_{cg}$

$$I_{cg} = \frac{bh^3}{36} = \frac{3.6(2.7)^3}{36} = 1.9683\ m^4$$

$$Y_{cp} = \frac{1.9683}{1.8\left(\frac{2.7*3.6}{2}\right)} + 1.8 = 2.025\ m$$

Punto de aplicación del empuje ejercido por el agua

Tomando un nivel imaginario del aceite y convirtiendo éste a un nivel equivalente de agua.

$$h_{cg} = 2.16 + \frac{2.4}{2} = 3.36\ m$$

$$Y_{cp} = \frac{bh^3/_{12}}{Y_{cg}A} + y_{cg} = \frac{(3.6)(2.4)^3/_{12}}{3.36(2.4)(3.6)} + 3.36 = 3.5\,m$$

Realizando una diferencia entre la superficie original del aceite y la columna equivalente del agua:

2.7 m - 2.16 m = 0.54 m

El punto de aplicación de la fuerza Y_{cp}, se toma con respecto del original

$Y_{cp} = 3.5\ m + 0.54\ m = 4.04\ m$

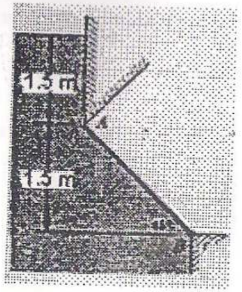
Por suma de momentos

6998.4 * 2.025 + 29030.4 * 4.04 = 36028.8 * y

y = 3.63 m

Problema

La compuerta AB está fija en B y tiene 1.2 m de ancho. ¿Qué fuerza vertical, aplicada en su centro de gravedad, será necesaria para mantener la compuerta en equilibrio, si pesa 200 kg?



Rectángulo

Empuje = Presión * Área

$Empuje_1 = 3\gamma\ (1.5*1.2) = 5400\ kg,\qquad be_1 = \frac{h}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.75\ m$

$Empuje_2 = 1.5\gamma\ (1.5*1.2) = 2700\ kg,\qquad be_2 = \frac{h}{3} = \frac{1.5}{3} = 0.50\ m$

$Peso = 2000\ kg,\qquad bw = \frac{1.5}{2} = 0.75\ m$

que es la fuerza aplicada para mantener la compuerta cerrada

tomando momentos alrededor del punto B

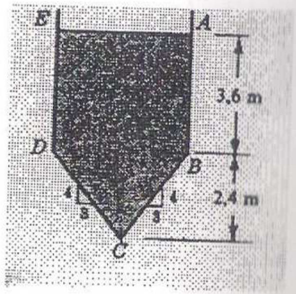
$+\uparrow \Sigma Mb = 0$

$5400 * 0.75 + 2700 * 0.5 = 2000 * 0.75 + F * 0.75$

$F = 5200\ kg$

Problema

En un tanque de 6 m de longitud y una sección transversal, el agua está en el nivel AE, encuentre: a) La fuerza total que actúa en el lado BC b) la fuerza total que actúa sobre el área ABCDE en magnitud y posición.



$$F_1 = 1000 * \frac{3.6}{2} * (3.6*3.6) = 23328 \text{ kg}$$

$$Y_{cp_1} = \frac{I_{cg}}{AY_{cg}} + Y_{cg} = \frac{3.6*(3..6)^3/12}{(3.6*3.6)*1.8} + 1.8 = 2.4 \text{ m}$$

$$F_2 = 1000*\left(3.6+\frac{2.4}{3}\right)*\left(\frac{3.6*2.4}{2}\right) = 19008 \text{ kg}$$

$$Y_{cp_2} = \frac{3.6*(2.4)^3/36}{(3.6*2.4)*\left(3.6+\frac{2.4}{3}\right)} + \left(3.6+\frac{2.4}{3}\right) = 4.47 \text{ m}$$

$F_{total} = F_1 + F_2 = 42.336$ kg

Tomando momentos con respecto al punto 0

$23328 * 2.4 + 19008 * 4.47 = 42336 * Y_{cp}$

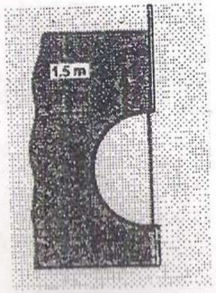
$Y_{cp} = 3.33$ m

Fuerza total sobre la superficie ABCDE

$F = 1000 * (3.6 + 1.2) * (3.6) = 86400$ kg

Problema

En la figura por encima de la compuerta en semicírculo de 1.2 m de diámetro, hay una altura de agua de 90 cm. La profundidad del cilindro es de 1.0 m. Si el coeficiente de fricción entre la compuerta y las guías es de 0.1 determine la fuerza P requerida para elevar la compuerta que pesa 500 kg.



$Fr = \mu N$

$N = Fh = \gamma * h_{cg} * A = 1000*(1.5+0.6)*(1.2*1) = 2520$ kg

$Fr = 0.1*2520 = 252$ kg

$Fv = \text{Peso Volumen desalojado} = \gamma \quad V = \gamma \quad AL = \gamma \quad \frac{\pi r^2}{2} L$

$$Fv = \frac{\gamma \pi (0.6)^2}{2} * 1 = 565.5 \text{ kg}$$

$+\uparrow \Sigma Fy = 0$

$Fv + P - W - Fr = 0$

$P = 500 + 252 - 565.5 = 186.5$ kg

Problema

Un depósito de paredes laterales contiene un 1 m de mercurio y 5.5 m de agua. Determinar la fuerza total sobre una porción cuadrada de 0.5 m por 0.5 m, la mitad de la cual se encuentra sumergida en el mercurio: Los lados del cuadrado están situados vertical y horizontales respectivamente.

$E_1 = \text{Presión} * \text{Área} = \gamma \quad h * (\text{base} * \text{altura})$ rectángulo

$E_1 = 5.25\gamma * (0.250.5) = 656.25$ kg

$$E_2 = 0.25\ \gamma * \frac{(0.25*0.5)}{2} = 15.63kg$$

$E_3 = 5.5\gamma * (0.25*0.5) = 687.5$ kg

$$E_4 = 0.25\gamma_{hg} * \frac{(0.25*0.5)}{2} = 212.5 \text{ kg}$$

$E_T = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = 1572$ kg

$$Y_{cg_1} = 5.25 + \frac{0.25}{2} = 5.375 \text{ m}$$

$$Y_{cg_2} = 5.5 + \frac{0.25}{2} = 5.625 \text{ m}$$

Haciendosumatoriade momentos

$+\uparrow \Sigma M = 0$

$1572 * Y_{cg} = 671.875 * 5.375 + 900 * 5.625$

$Y_{cg} = 5.52$ m

Problema

Un triángulo isósceles que tiene 6 m de base y 8 m de altura está sumergido verticalmente en un aceite de D.R. = 0.8, con su eje de simetría horizontal. Si la altura del aceite sobre el eje horizontal es de 4.3 m, determine la fuerza total sobre una de las caras del triángulo y localice verticalmente el centro de presión.

$$F=\gamma\ h_{cg}\ A=800*\left(1.3+\frac{6.0}{2}\right)*\left(\frac{8.6}{2}\right)=82560\,kg$$

$$L=\sqrt{3^2+8^2}\ =8.54\,m$$

$$\cos\theta\ =\frac{8}{8.54}$$

$$\theta\ =20.44^0$$

$$\operatorname{Sen}\theta\ =\frac{1.3}{h}$$

$$h=3.72\,m=Y_{cg}$$

$$Y_{cp}=\frac{bh^3/36}{A\,Y_{cg}}+Y_{cg}=\frac{6(8)^3/36}{24*3.72}+3.72=4.68\,m$$

Problema

Qué tan abajo de la superficie del agua puede ser sumergido un cubo de 4 m de lado, para que el centro de presión este 0.25 m por debajo del centro de gravedad. ¿Cuál será la fuerza-total sobre el cuadrado?

$$Y_{cp}-Y_{cg}=0.25\ m$$
$$Y_{cp}=0.25+Y_{cg}\ (1)$$

$$Y_{cp}=\frac{I_{cg}}{Y_{cg}\,A}+Y_{cg}\ \ (2)$$

Igualando (1) y (2)

$$\frac{I_{cg}}{A\,Y_{cg}}+Y_{cg}=0.25+Y_{cg}$$

$$Y_{cg}=\frac{I_{cg}}{0.25\,A}=\frac{2*(2)^3/12}{0.25\,(2*2)}=1.33$$

$$Y_{cg\ total}\ =1.33\ +4=5.33\ \ m$$

$$Y_{cg}\ =h+\frac{lado}{2}$$

$$h=5.33\ -2=3.33\ \ m$$

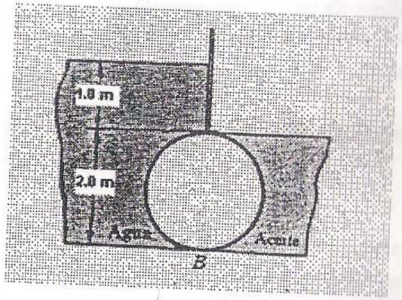
$$F=1000\ *5.33\ *16=85333\ \ kg$$

Problema

En la figura el cilindro de radio = 1 m y 2 m de longitud está sumergido e izquierda y a la derecha en un aceite de densidad relativa 0.8. Calcular: a) normal en el punto B si el cilindro pesa 6000 kg. b) la fuerza horizontal debid y al agua si el nivel del aceite desciende 0.5m

a) Fuerza normal (N) en el punto B

Peso del volumen del líquido desalojado



$$W=\gamma\ \ V=\gamma\ \ *\ A*L=\gamma\ \ *\frac{\pi\ r^2}{2}*L$$

$$\text{Empuje del agua}\ =1000\ \frac{kg}{m^3}*\frac{\pi\ \ (1)^2}{2}*(m^2)*2m\ =3142\ \ kg$$

$$\text{Empuje del aceite}\ =800\ \frac{kg}{m^3}*\frac{\pi\ \ (1)^2}{2}*(m^2)*2m\ =2513\ \ kg$$

$$+\uparrow\ \Sigma\ Fy=0$$

$$-W+N+W_{agua}+W_{aceite}=0$$

$$N=W_{cilindro}-W_{agua}-W_{aceite}$$

$$N=6000\ -3142\ -2513\ =345\ \ kg$$

$$\xrightarrow{+}$$

$$\Sigma\ F_4\ \ \text{(Agua)}$$

$$Q = 1.84(3.6)(0.33)^{1.5} = 1.26\ m^3/s$$

$$C_{120}; Q_{100} = \frac{100}{120} x1260 = 1050\ L/s$$

$$S_{90} = \frac{5.5}{1000} x2.400 = 13.2m$$

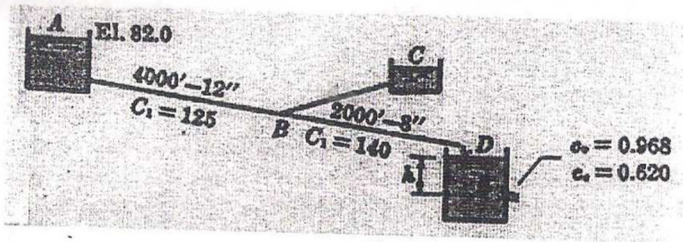
$$C_{130};\ Q_{100} = \frac{100}{130} x1260 = 970\ L/s$$

$$S_{40} = \frac{21}{1000} x2400 = 50.4\ \text{m}$$

$$H_B = 13.2 + 50.4 = 63.6m$$

Problema

En la figura la elevación de la línea de altura piezométricas en B es 15 m y las tuberías BC y BD están dispuestas de modo que el caudal se divida por igual a partir de B. ¿Cuál es la elevación de la extremidad de la tubería en D y cuál es la altura de carga que habrá sobre el orificio E de 10 cm de diámetro?



Pérdida AB = (24.6-15) = 9.6 m.

$$\frac{9.6}{1200} x1000 = \frac{8m}{1000\,m}$$

$$S_{30} = \frac{8}{1000}\ \text{y D = 30 cm};\quad Q = 88\ L/s$$

$$Q_{130} = 44\ L/s$$

$$C_{140}; Q_{140} = \frac{100}{140} x44 = 31.5 \frac{L.}{s}$$

$$Q = 31.5\ L/s,\quad D = 20\ \text{cm.}$$

$$S_{20} = \frac{9m}{1000} x600 = 5.4m$$

$$Cota\ \text{D} = \text{Cota B} - S_{20} = 15m - 5.4 = 9.6m$$

$$C = CuxCc = 0.968x0.620 = 0.6$$

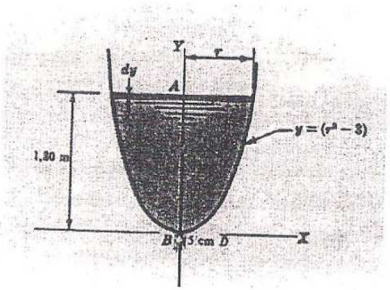
$$Q = C\, A_o \sqrt{2gh}$$

$$h = \left(\frac{Q}{C\, A_o \sqrt{2g}}\right)^2 = \left(\frac{0.044 \text{ x } 4}{0.6 \text{ x } \pi(0.1)^2 \sqrt{19.62}}\right)^2$$

$$h = 4.44\ \text{m}$$

Problema

Para el depósito representado en la figura empleando un coeficiente medio de descarga de 0.65 para el orificio de 5 cm de diámetro. ¿cuánto tiempo tardará en bajar el nivel del líquido 1.2 m?



$$h_1 = 1.8\ \text{m}$$

$$h_2 = 1.2\ \text{m}$$

$$C = 0.65$$

$$A_o = \frac{\pi(0.05)^2}{4}$$

$A_r = 3.29\ \text{m}^2$ *por* integración

este valor de A_T

Corrección $(1+\frac{B}{2}) \Rightarrow (1+\frac{3}{2})$

$$F_1 = \gamma \; h_{cg} \; A = 1000\left(1+\frac{2}{1}\right)*(2*2) = 8000 \text{ kg}$$

$\overset{+}{\longleftarrow}$

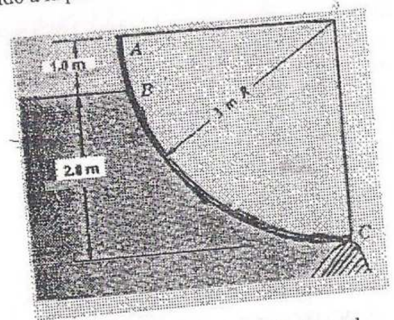
ΣFx (aceite)

$$F_2 = \gamma \; h_{cg} \; A = 800*\left(\frac{1.5}{2}\right)*(1.5*2) = 1800 \text{ kg}$$

$$F_{\text{neta Horizontal}} = 8000 - 1800 = 6200 \text{ kg}$$

Problema

Para una longitud de 3 m de la compuerta, determine el momento no balanceado para la bisagra o debido a la posición del agua en el nivel A



Y = distancia vertical a la cual actúa la fuerza horizontal

$$Y = \frac{OB}{2} + 1 = \frac{2}{2} + 1 = 2 \text{ m del punto C}$$

$Y = 1$ m del punto 0

X = distancia horizontal a la que actua la fuerza vertical

$$X = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4*3}{3\pi} = 1.27 \text{ m}$$

$$F_H = \gamma \; h_{cg} \; \overline{Acb}$$

$$F_H = 1000*1.5*(3*4) = 18000 \text{ kg}$$

$$F_V = \gamma * \frac{\pi \; r^2}{4} * L = \vartheta \; V$$

$$F_V = 1000*\left(\frac{\pi * 3^2}{4}\right)*4 = 28274.3 \text{ kg}$$

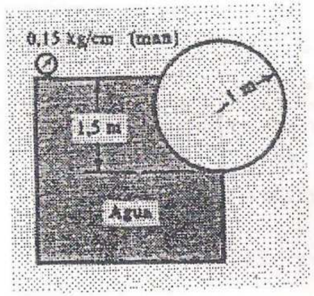
$$+\uparrow \Sigma M_0 = 0$$

$$M_{\emptyset} - 18000*1 + 28274.3*1.27 = 0$$

$$+\downarrow M_{\emptyset} = 17908 \text{ Kg - m}$$

Problema

Un tanque cuya sección transversal se muestra en la figura tiene 2 m de longitud y se encuentra en un tanque lleno de agua sometido a presión. Encuentre los componentes de la fuerza requerida para mantener el cilindro en posición despreciando el peso del cilindro.



$$F_{A1} = \gamma \; *0.75*(1.5*2) = 2250 \text{ kg}$$

$$F_{H2} = P*A = 1500*1.5*2.0 = 4500 \text{ kg}$$

$$F_{HT} = 6750 \text{ kg}$$

$$\text{Sen } 60^0 = \frac{x}{1}$$

$$x = 1* \text{ Sen } 60^0 = 0.87 \text{ m}$$

$$Fv_1 = PA = 1500*(0.87*2) = 2610 \text{ kg}$$

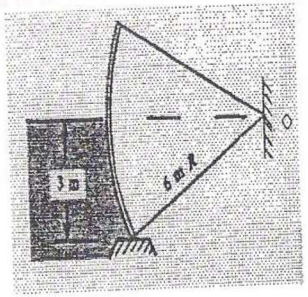
$$Fv_2 = \gamma \; V = \gamma \; * \text{ Area} * \text{Profundidad} = 1500*1{,}047*2 = 2094 \text{ kg}$$

$$\text{Área} = \frac{\pi \; r^2}{4} + \frac{1}{3}\frac{\pi \; r^2}{4} = 1{,}047 \text{ m}^2$$

$$F_{\text{TOTAL VERTICAL}} = 2610 + 2094 = 4704 \text{ kg}$$

Problema

Determinar por metro de longitud, los componentes horizontales y verticales del agua a presión que actúa sobre la compuerta tipo Tainter.



$$F_H = 1000 \bullet 1.5 \bullet 3 = 4500 \text{ kg}$$

$$F_V = \gamma \ V = \gamma \ \bullet A \bullet L$$

Área Neta = Área sector circular - Área triangular

$$\text{Área Sector Circular} = \pi \ r^2 \ \theta = \frac{\pi \ r^2 \ (\pi/6)}{2\pi} = \frac{\pi \ (6)^2 \ (\pi/6)}{2\pi} = 9.43 \text{ m}^2$$

$$\cos 30^0 = \frac{x}{6} \rightarrow x = 6 \cos 30^0 = 5.20 \text{ m}$$

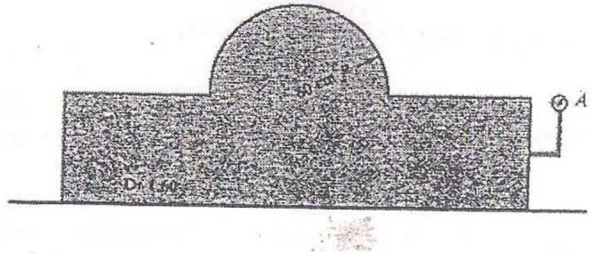
$$\text{Área Triangulo} = \frac{5.20 * 3}{2} = 7.80 \text{ m}^2$$

$$\text{Área Neta} = 9.43 - 7.80 = 1.63 \text{ m}^2$$

$$F_V = 1000 * 1.63 * 1 = 1630 \text{ kg}$$

Problema

Determinar la fuerza vertical que actúa sobre la bóveda semicilíndrica, cuando la presión manométrica leída en A es de 0.6 kg/cm². La bóveda tiene 2 m de longitud



$$P = \gamma \ h$$

$$h = \frac{P}{\gamma} = \frac{6000 \text{ kg}/m^2}{1600 \text{ kg/m}^3} = 3.75 \text{ m}$$

Fuerza Vertical (F_V) = Empuje - Peso

F_V = (Presión • Área) - Peso semicilindro

$$F_V = (\gamma \ h \bullet D \bullet L) - \frac{\gamma \pi \ r^2 \ L}{2}$$

$$F_V = (1600 \bullet 3.75 \bullet 1.2 \bullet 2) - \frac{(\gamma \ \pi \ \bullet \overline{0.6} \bullet 2)}{2}$$

$$F_V = 12590 \text{ kg}$$

Problema

Si la bóveda del problema anterior es ahora hemisférica y el diámetro es de 1.2 m ¿Cual es el valor de la fuerza vertical sobre la misma?

$$F_v = \gamma \ v$$

Volumen neto (V_n) = Volumen cilindro circular - Volumen media esfera

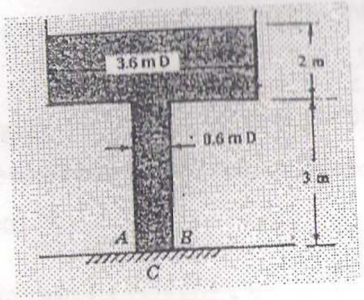
$$V_n = h * \pi \ r^2 - \frac{1}{2}\frac{4}{3}\pi \ r^3$$

$$V_n = (3.75 * \pi \ (0.36) - \left(\frac{2}{3} * \pi \ * 0.216\right) = 3.79 \text{ m}^3$$

$$F = 1600 * 3.79 = 6064 \text{ kg}$$

Problema

Determinar la fuerza ejercida por el agua sobre la sección AB de 0.6 m de diámetro y la fuerza total en el plano C.



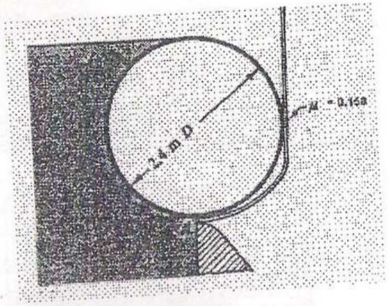
$$\text{Fuerza sobre } AB = 1000 * 5 * \frac{\pi\ r^2}{4} = \frac{1000 * 5 * \pi * 0.36}{4} = 1414\ \text{kg}$$

$$\text{Fuerza total sobre } C = \gamma \left[\frac{\pi\ r^2\ h_1}{4} + \frac{\pi\ r^2\ h_2}{4}\right]$$

$$\text{F total sobre } C = 21.21\ \text{kg}$$

Problema

El cilindro mostrado en la figura es de 3 m de longitud. Asumiendo una condición hermética en el punto A y que el cilindro no rota, cual será el peso requerido del cilindro, para impedir el movimiento ascendente?



$$+\uparrow \Sigma Fy = 0$$

Peso + Fuerza Fricción - Empuje = 0

Peso = Empuje - Fuerza fricción

$$\text{Fuerza horizontal} = 1000 * 1.2 * 2.4 * 3 = 8640\ \text{kg}$$

$$\text{Fuerza Fricción} = \mu * \text{Fuerza horizontal} = 0.15 * 8640 = 1296\ \text{kg}$$

$$\text{Empuje} = \gamma\ V = 1000 * \frac{\pi\ d^2}{8} * 3 = 6786\ \text{kg}$$

$$\text{Peso} = 6786 - 1296 = 5490\ \text{kg}$$

Problema

Un tubo de madera de 1 m de diámetro interior es sujetado por bandas de acero de 10 cm de ancho y 1.5 cm de espesor. Para una tensión permitida de 1200 kg/cm² del acero y presión interna de 1.2 kg/cm². Determinar el espaciamiento de las bandas.

Dos veces la tensión total - sumatoria de todas las componentes horizontales de las fuerzas = 0

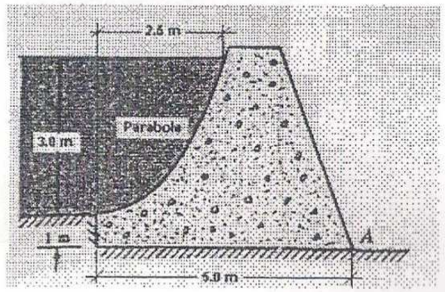
2 (Área Acero • Tensión del Acero) = p' • Proyección Z del semicilindro

$$2\left(0.1\ \text{m} * 0.013\ \text{m} * 1200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 10^4 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}\right) = 12 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 10^4 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2} * 1\ \text{m} * (y)\ (\text{m})$$

$$y = 0.36\ \text{m}$$

Problema

Para un dique de contención de sección parabólica, que momento en el punto A por m de longitud del mismo se origina por la exclusiva acción de los 3 metros de profundidad del agua?



El peso específico del agua del mar es 1025 kg/m³.

$$F_H = \gamma\ h_{cg}\ A = 1025\frac{kg}{m^3} * 1.5\,m * \left(\frac{3*1}{2}\right) = 2306.25\,kg$$

$$Y_{cp} = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3}*3 = 2\,m$$

$$\text{Área parabola} = \frac{2}{3}*(2.5)(3) = 5\,m^2$$

$$\text{Peso agua }(W_A) = \gamma * V = \gamma * A * L = 1025\frac{kg}{m^2} * 5\,m^2 * 1\,m = 5125\,kg$$

$$X_{cg} = \frac{3a}{8} = \frac{3*2.5}{8} = 0.94\,m$$

$X = 5 - 0.94 = 4.06\,m$ a la izquierda del punto A

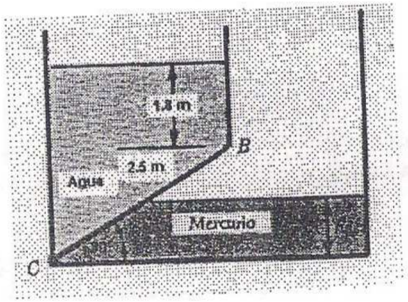
$$+\uparrow \Sigma M_A = 0$$

$$-M_A - 5125*4.06 + 2306.25*2 = 0$$

$$M_A = 16200\,kg$$

Problema

El tanque de la figura tiene 3 metros de longitud y el fondo indicado tiene 2.5 m de ancho. ¿Cuál es la profundidad de mercurio que causa el momento resultante en el punto C debido al líquido de 14000 kg-m en el sentido contrario a las manecillas del reloj?



$$a = 2.5\,\text{Sen}\,30^0 = 1.25\,m$$

$$\text{Cos}\,30^0 = \frac{b}{2.5}$$

$$b = 2.5\,\text{Cos}\,30^0 = 2.17\,m$$

$$\text{Área rectángulo }(W_1) = 1000\frac{kg}{m^3} * 2.17\,m * 1.8\,m * 3\,m = 11691\,kg$$

$$\text{brazo} = \frac{2.17}{2} = 1.09\,m$$

$$\text{Peso triángulo} = 1000\frac{kg}{m^3} * \frac{2.17*1.25}{2}\,m^2 * 3m = 4069\,kg$$

$$\text{brazo} = \frac{b}{3} = \frac{2.17}{3} = 0.72\,m$$

$$\text{Empuje} = \text{Presión} * \text{Área} = \gamma\ \ h * \text{altura} * \text{longitud}$$

$$\text{Empuje} = 13600\frac{kg}{m^3} * h(m) * \frac{h}{2}(m) * 3m = 20400\,h^2\,kg$$

$$\text{brazo} = \frac{h}{3}$$

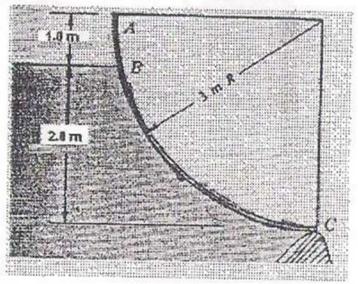
$$+\uparrow \Sigma M_C = 0$$

$$11691*1.09 + 4069*0.72 - 20400\,h^2 * \frac{h}{3} = 14000$$

$$h = 0.63\,m$$

Problema

La compuerta de la figura tiene 6 m de longitud ¿Qué valores tienen las reacciones en el eje 0 debidas a la acción del agua? Comprobar que el par respecto de 0 es nulo.



$$\text{Cos}\,\alpha = \left(\frac{1}{3}\right) = 70^0 32'$$

$$\alpha/2 = 35^0\,16'$$

$$b = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2.83\ \text{m}$$

$$\text{Área} = h * L = 2 * 6 = 12\ \text{m}^2$$

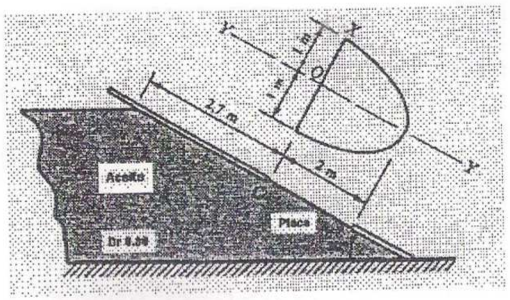
$$F_4 = \gamma\, h_{cg}\ A = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * \left(\frac{2}{2}\right)\text{m} * 12\ \text{m}^2 = 12000\ \text{kg}$$

$$\text{Área del sector circular} = \frac{\alpha}{2} * \frac{\pi}{180} * (3)^2 = 5.55\ \text{m}^2$$

$$F_V = \gamma\ \ V = \alpha\ * A * L = 1000\ \text{kg} * 5.55\ \text{m}^2 * 6\ \text{m} = 33300\ \text{kg}$$

Problema

Una placa plana con un eje de giro en C tiene una forma exterior dada por la siguiente ecuación $x^2 + 0.5y = 1$ ¿Cual es la fuerza del aceite sobre la placa y cual es el momento respecto a C debido a la acción del agua?



$Y = 4.7\ \text{Sen}\ 30^0 = 2.35\ \text{m}$

$X = 4.7\ \text{Cos}\ 30^0 = 4.07\ \text{m}$

$$\text{Empuje Aceite} = \gamma\ \ v = \gamma\ \ h\,A = 800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 2.35\ \text{m} * (2*1)\ \text{m}^2 = 3760\ \text{kg}$$

$$\text{Empuje Agua} = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 2.35\ \text{m} * (2*1)\ \text{m}^2 = 4700\ \text{kg}$$

$$\text{Peso Agua} = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * \left(\frac{4.07 * 2.35}{2}\right)\text{m}^2 * 1\text{m} = 4782.25\ \text{kg}$$

$$\text{Brazo del empuje} = \bar{x} = \frac{2.35}{3} = 0.78\ \text{m}$$

$$\text{brazo}_C = 1.0\ \text{m} - 0.78\ \text{m} = 0.22\ \text{m}$$

$$\text{brazo del peso} = \bar{y} = \frac{4.07}{3} = 1.36\ \text{m}$$

$$\text{brazo}_C = 2.34 - 1.36 = 0.983\ \text{m}$$

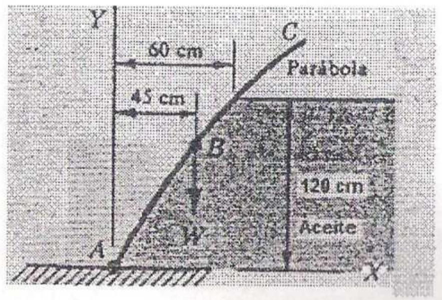
$$+\uparrow \Sigma\, Mc = 0$$

$$-4700 * 0.22 - 4782.25 * 0.983 + Mc = 0$$

$$Mc = 5735\ \text{kg - m}$$

Problema

La compuerta ABC de forma parabólica puede girar alrededor de A y está sometida a la acción de un aceite de peso específico 800 kg/m³. Si el centro de gravedad de la compuerta está en B ¿Qué peso debe tener la compuerta por metro de longitud (perpendicular al dibujo) para que esté en equilibrio? El vértice de la parábola es A.-



$$\frac{\bar{x}}{a} = \frac{3}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{3a}{4} = \frac{3}{4} * 0.6 = 0.45\ \text{m}$$

$$\bar{y} = \frac{3h}{10} = \frac{3}{10} * 1.2 = 0.36\ \text{m}$$

$$\text{Empujé}_H = 800\,\frac{\text{kg}}{\text{m}} * 1.2\ \text{m} * 1 * 1\,(\text{m}^3) = 960\ \text{kg}$$

$$\text{Empuje}_V = 800\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{0.6 * 1.2}{2} * 1\,(\text{m}^3) = 192\ \text{kg}$$

$$+\uparrow \Sigma\, \text{Ma} = 0$$

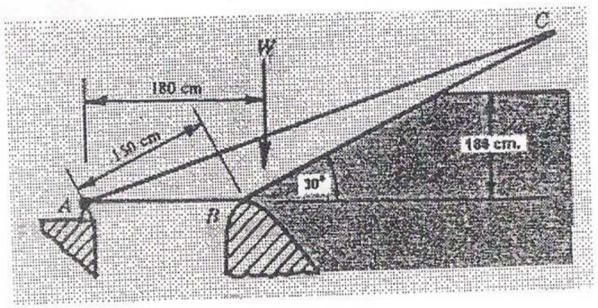
$$\bar{x} * W_B + \bar{y} * E_H - E_V * \bar{x} = 0$$

$$-0.45\ W_B + 960 * 0.36 - 192 * 0.45 = 0$$

$$W_B = 576\ \text{kg/m}$$

Problema

La compuerta automática ABC pesa 3300 kg/m de longitud y su centro de gravedad está situado a 180 cm a la derecha del eje de giro A ¿se abrirá la compuerta con la profundidad que se muestra en la figura?



$$\text{Empuje del agua} = 1.8\gamma \quad * 1.8 * 1 = 3240\ \text{kg}$$

$$\text{brazo del empuje} = \frac{1.8}{3} = 0.6\ \text{m} \quad \text{a partir de la base}$$

$$\text{Peso Compuerta} = 3300\,\frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$+\uparrow \Sigma \text{Ma} = 0$$

$$\text{Ma} - W * 1.8 + 3240 * 0.6 = 0$$

$$\text{Ma} = 3240 * 0.6 + W * 1.8 = -1944\ \text{kg - m} + 5940\ \text{kg - m}$$

$$\text{Ma} = 3996\ \text{kg - m/m de longitud}$$

La compuerta si se abre.

EMPUJE Y FLOTACION

ESTABILIDAD DE CUERPOS SUMERGIDOS Y FLOTANTES

Para que un cuerpo sumergido tenga estabilidad. El centro de gravedad del mismo debe estar directamente debajo del centro del empuje o centro de gravedad del líquido desplazado. Cuando los dos puntos coinciden, el cuerpo se encuentra en un equilibrio neutro.

En la estabilidad de cilindros y esferas flotantes el centro de gravedad del cuerpo debe estar por debajo del centro de empuje.

En otros cuerpos flotantes como en el caso de embarcaciones la estabilidad depende de la capacidad de la nave para mantener alineado el centro de gravedad y el centro de empuje.

Problema

Un objeto pesa 30 kg. en el aire y 19 kg. en el agua; determinar su volumen y su densidad relativa.

$\sum f y = 0$

$19 - 30 + PV = 0$

PV= 11 kg.

$$Dr = \frac{\text{Peso objeto}}{\text{Peso de un volumen agua}}$$

$$Dr = \frac{30\,kg.}{11\,kg}$$

$Dr = 2.73$

Empuje = Peso líquido desplazado

11 kg. = 1000 kg/m^3 x V

Volumen = $1.1 \times 10^{-2}\,m^3$

Problema

Un cuerpo pesa 30 kg en el aire y 19 kg sumergido en un aceite con una densidad relativa (Dr) igual 0.750, determinar su volumen y densidad relativa.

$\Sigma f y = 0$

$-30 + 19 + PV = 0$

$PV = 11$ kg.

$11 \text{ kg} = 750 \text{ kg./m}^3 \times V$

$V = 0.0147 \text{ m}^3$

$$Dr = \frac{30 \text{ kg}}{11.025 \text{ kg}}$$

$Dr = 2.72$

Problema

Si el peso específico del aluminio es 2700 kg/m³. ¿Cuánto pesará una esfera de 30 cm de diámetro sumergida en agua? Cuánto si está sumergido en un aceite de densidad relativa (Dr = 0.750)?

$V = 4/3 \times \pi \times r^3$

$V = 0.01 \text{ m}^3$

$W(ESF) = 2700 \text{ kg/m}^3 \times 0.01 \text{ m}^3$

$W = 38.17$ kg

$\Sigma F y = 0$

$14.14 \text{ kg.} - 38.17 \text{ kg.} + T = 0$

$T_{(H2O)} = 24.03$ kg.

$PV = 1000 * 0.01$

$PV_{(H2O)} = 14.14$ kg.

$\Sigma F y = 0$

$10.60 \text{ kg.} - 38.17 \text{ kg.} + T = 0$

$T_{(AC)} = 27.57$ kg.

$PV = 750 * 0.01$

$PV_{(AC)} = 10.60$ kg.

Problema

Un cubo de aluminio de 15 cm. De arista pesa 5.5 kg sumergido en agua. ¿Qué peso aparente tendrá al sumergirlo en un líquido de densidad relativa = 1.25?

$\Sigma Fy = 0$

$W = (0.15\text{m})^3 \times 2700 \text{ kg/m}^3$

$W = 9.11$ kg

$P.\ V = V \times \gamma$

$P.\ V = 3.37 \times 10^{-3} \times 1{,}25$

$P.\ V = 4.21$ kg

$55 \text{ Kg} - 9.11 \text{ kg} + PV = 0$

$P.\ V = 3.61$ kg

$\Sigma F y = 0$

$T - 9.11 \text{ kg.} + 4.21 \text{ kg} = 0$

$T = 4.89$ kg

Problema

Un bloque de piedra pesa 60 kg y al introducirlo en un depósito cuadrado de 60 cm de lado, lleno de agua, el bloque pesa 33 kg. ¿Qué altura se elevará el agua en el depósito?

$P.V = 60 \text{ kg.} - 33 \text{ kg.}$

$P.V = 27$ kg

$27 \text{ Kg.} = 1000 \text{ kg/m}^3 \times V$

$V \text{ (bloque)} = 0.027 \text{ m}^3$

$V_{(cubo)} = 0.16 \text{ m}^3$

$V_T = 0.027 + 0.216$

$V_T = 0.243 \text{ m}^3 = A \times L$

$0.243 \text{ m}^3 = (0.6 \text{ m} + h) \times 0.6\text{m} \times 0.6\text{m}$

$0.243 \text{ m}^3 = (0.6 + h) \times 0.36$

$0.243 = 0.216 + 0.36 \text{ h}$

$h = 0.075\text{m} = 7.5 \text{ cm.}$

Problema

Un cilindro hueco de 1m de diámetro y 1.5 de altura pesa 400 kg. a). Cuántos kg de plomo de peso específico = 11200 kg/m³, deben unirse al fondo por su parte exterior para que el cilindro flote verticalmente con 1m del mismo sumergido? b). Cuántos kg se necesitan si se colocan en el interior del cilindro?

a)

$P.V_{(PB)} = 1000 \times V$

$\Sigma Fy = 0$

$-400 - V \times 11200 + 785{,}4 + 1000 \times V = 0$

$385.4 = V(10200)$

$V = 0.037 \text{ m}^3$

$W = V \times \gamma$

$W = 0.037 \text{ m}^3 \times 11200 \text{ kg/m}^3$

$W = 423.18$ kg

b).

$P * V = 1000 \text{ kg/m}^3 \times 0.7854 \text{ m}^3$

$P * V = 785.4$ kg.

$\Sigma Fy = 0$

$400 - W + 785.4 \text{ kg.} = 0$

$W = 386.4$ kg.

Problema

Un hidrómetro pesa 11 gramos y el área de la sección recta de su vástago es 0.16 cm^2. ¿Cuál es la diferencia de alturas sumergidas en dos líquidos de densidad relativa 1.25 y 0.90 respectivamente?

$0.011\ kg = 1250 \times V$

$8.8 \times 10^{-6}\ m^3 = V$

Peso hidrómetro = peso líquido desplazado

$0.011\ kg = 900\ kg/m^3 \times [8.8 \times 10^{-6} m^3 + (1.6 \times 10^{-5} h)]$

$0.011 = 7.92 \times 10^{-3} + 1.44 \times 10^{-2} h$

$h = 0.214 m = 21.39\ cm.$

Problema

¿Qué longitud debe tener un tablón de 7.5 cm por 30 cm de sección y densidad relativa 0.5 en agua salada para soportar un niño que pesa 45 kg.?

$W = 500 \times (0,3 \times 0,075 \times L)$

$W = 11,25\ L\ (kg.)$

$P * V = 1025 \times 0,02 \times L$

$P * V = 23.06\ kg.$

$L(11.81) = 45$

$L = 381\ m.$

$\sum Fy = 0$

$23.06\ L - 11.25\ L = 45$

Problema

Un cuerpo que tiene un volumen de 170 dm^3 requiere una fuerza de 27 kg para mantenerlo sumergido en agua, si para mantenerlo sumergido en otro líquido se necesita una fuerza de 16 kg. ¿Cuál es la densidad relativa de este último líquido?

$170\ dm^3 = 0,17\ m^3$

$P * V = 1000\ kg/m^3 \times 0.17\ m^3$

$W = 841.18\ kg/m^3 \times 0.17\ m^3$

$P * V = 170\ kg$

$\sum Fy = 0$

$\sum Fy = 0$

$0.17\gamma + 27 - 170 = 0$

$\gamma = 841.18\ kg.$

$P * V = Dr \times 1000 \times 0.17$

$W = 143\ kg.$

$$Dr = \frac{159\ kg}{176\ kg} = 0.935$$

$P.V - 143 - 16\ kg = 0$

$P.V = 159\ kg.$

Problema

Un barco de carga de 3m de profundidad tiene una sección recta trapezoidal de base superior e inferior de 9m y 6m. La gabarra tiene 15 m de longitud y las caras de proa y popa son verticales. Determinar: a). Su peso si la altura sumergida en agua es de 1.8 m y b). La profundidad del calado si la gabarra transporta 86 toneladas de piedra.

a).

$$\frac{3}{1.5} = \frac{1.8}{X} \rightarrow X = 0.9\,m$$

$$\frac{3}{1.5} = \frac{1.8}{X}$$

$X = 0.9\ m.$

$$V = \frac{[6 + (0.9 \times 2 + 6)]1.8}{2} \times 15$$

$V = 186,3\ m^3$

$W = 186300\ kg$

$W = V \times \gamma$

$W = 186,3\ m^3 \times 1000\ kg/m^3$

b) La densidad relative (Dr) de una piedra = 2.25

$\gamma = 2250\ kg/m^3$

$W = V \times \gamma$

$$\frac{3}{1.5} = \frac{h}{X} \rightarrow h = 2X$$

B (base mayor) = 2X + 6

$$\frac{3}{1.5} = \frac{h}{x}$$

$h = 2X$

B (base mayor) = 2X + 6

$$V = \frac{86000\ Kg}{2250\ Kg/m^3} = 38.22\ m^3$$

$V_T = V_1 + V_2$

$V_T = 186,3\ m^3 + 38.22\ m^3$

$V_T = 224.52\ m^3$

$V = A \times L$

$$224.52\ m^3 = \frac{[6 + (2X + 6)]2X}{2} \times 15$$

$29.94 = 12X + 4X^2 + 12X$

$4X^2 + 24X - 29.94 = 0$

$h = 2X$

$h = 2(1.06)$

$h = 2.12\ m.$

Problema

Una esfera de 120 cm de diámetro flota en agua salada ($W = 1025\ kg/m^3$), la mitad de ella sumergida. ¿Qué peso mínimo de cemento ($W = 2400\ kg/m^3$), utilizado como anclaje, será necesario para sumergir completamente la esfera?

$P * V = 1025\ Kg/m^3 \times 0.45$

$P * V = 462,7\ kg$

$P * V = W_{(esfera)}$

$\Sigma Fy = 0$

$927.4 + 025V = 463.7 + 2400\ V$

$1375V = 463.7$

$V = 0.337\ m^3$

$W = V \times \gamma$

$W = 0.337\ m^3 \times 2400\ kg/m^3$

$W = 810\ kg$

Problema

Un iceberg de peso específico $912\ kg/m^3$ flota en el océano ($1025\ kg/m^3$) emergiendo del agua un volumen de $600 m^3$. ¿Cuál es el volumen total del iceberg?

$W = V \times \gamma$

$W = 600 m^3 \times 912\ kg/m^3$

$W = 547200\ kg$

$P * V = 1025\ kg/m^3 \times V$

$\Sigma Fy = 0$

$PV - W + 547200\ kg = 0$

$PV = V \times 912 + 547200$

$1025 \times V = V \times 912 + 547200$

$V(1025 - 912) = 547000$

$V(113) = 547200$

$V = 4842.5\ m^3$

$V_T = 600\ m^3 + 4842.5\ m^3$

$V_T = 5442.5\ m^3$

Problema

Un globo vacío y su equipo pesa 50 kg, al inflarlo con un gas de peso específico $0.553\ kg/m^3$, el globo adopta esfera de 6m de diámetro. ¿Cuál es la máxima carga que puede elevar el globo si el $W = 1.230\ kg/m^3$ del aire?

$W = V \times \gamma$

$W = 4/3 \times \pi \times (3)^3 \times 0.553\ kg/m^3$

$W = 62.54\ kg$

$P * V = 113.09\ m^3 \times 1.230\ kg/m^3$

$P * V = 139.1\ kg$

$\Sigma Fy = 0$

$-W - 62.54 - 50 + 139.1 = 0$

$W = 26.56\ kg$

Problema

Un flotador cúbico de 120 cm de lado pesa 180 kg y se ancla por medio de un bloque de cemento que pesa 680 kg en el aire, la baja está sumergida 23 cm, cuando la cadena que la une al bloque de cemento está tensa. ¿Qué subida del nivel de agua hará separarse del fondo del bloque de cemento ($W = 2400\ kg/m^3$)

$P * V = 0,23 \times 1,2 \times 1,2 \times 1025$

$P * V = 339.48\ kg$

$W = V \times \gamma$

$P * V = 0.28 \times 1025 = 287\ kg$

$$V = \frac{680\ kg}{2400\ kg/m^3}$$

$$V = 0,28\ m^3$$

$P * V_{(T)} = 287\ Kg + 339.48\ kg = 626.28\ kg$

$\Sigma Fy = 0$

$-180 - 680 + 287 + (1025 + 1,44 \times (0,23+h)) = 0$

$1476\ (0,23+h) = 573$

$337.5 + 1476h = 573$

$h = 0.158\ m = 16\ cm.$

Problema

Un barco de carga de forma paralelepípedo de dimensiones 6 m de ancho, 18 m de longitud y 3m de altura, peso 160000 kg, flota en agua salada ($1025\ kg/m^3$) y el centro de gravedad cargado está 1.35 m por debajo de la parte superior de la barca. a). Sitúa el centro de empuje cuando flota horizontalmente en agua tranquila, b). Cuando ha girado 10° alrededor del eje longitudinal y c). Determinar el metacentro para la inclinación de 10°.

a).

$W = P * V$

$160000\ kg = P * V$

$W = V \times \gamma$ $\qquad W = V \times \gamma$ $\qquad V = A \times L$

$$P = \frac{160000\ kg}{324 m^3} = 493{,}83 \frac{kg}{m^3} \qquad 160000 = V \times 1025$$

$$V = \frac{160000}{1025} = 156 m^3$$

$156 m^3 = 18 m \times 6 m \times h$

$h = 1.445\ m$

$P * V = 1025\ (156\ m^3) = 160000\ kg.$

$C_{emp} = (1{,}445\ m)/2 = 0{,}723\ m.$

b).

$$\frac{Sen\ 10^0}{X} = \frac{Sen\ 80^0}{6}$$

$X = 1.06\ m$

$GR = 3 - (1.35 + 0.53)$

$GR = 1.12\ m$

$$\frac{1{,}06}{6} = \frac{X}{3}$$

$P * V = V \times \gamma$ $\qquad X = 0{,}53\ m$

$$P * V = \frac{6 \times 1.06}{2} \times 18 \times 102.5$$

$P * V = 58671\ kg$

$A_c = A_R + R_c$

$A_c = 3.046 + 0.3527\ Sen\ 10^o = 3.222\ m$

$A_F = A_R + R_F$

$A_F = 3.046 + 1.12\ Sen\ 10^o = 3.606\ m$

$F_C = A_F - A_C = 0.384\ m$

c).

$MG = GR - RM$

$MG = 1.12 - 0.0612 \times Sen\ 10^o = 1.109\ m.$

Problema

Un cubo de aluminio de 15 cm. De lado está suspendido de un resorte. La mitad del cubo está sumergido en el aceite de densidad relativa de 0.8 y la otra mitad en agua. Determinar la fuerza de tracción en el resorte si el peso específico del aluminio es de 2640 kg/m³

$P * V_{(H2O)} = 1000 \times 1.68 \times 10^{-3}$

$P * V_{(H2O)} = 1.68\ kg$

$P * V_{(AC)} = 800 \times 1.68 \times 10^{-3}$

$P * V_{(AC)} = 1.35\ kg$

$P * V_{(TOTAL)} = 3.038\ kg$

$\Sigma fy = 0$

$Tr + PV - W = 0$

$Tr = W - PV$

$Tr = 891 - 3.038$

$Tr = 5.872\ kg.$

Problema

Si el cubo del problema anterior estuviera sumergido la mitad en aceite y la otra mitad en el aire. ¿Qué valor tendría la fuerza de tracción sobre el resorte?

$PV_{(Aceite)} = 800 \times 1.68 \times 10^{-3}$

$PV_{(AC)} = 1.35\ kg.$

$PV_{(Aire)} = 1.23 \times 1.68 \times 10^{-3}$

$PV_{(Aire)} = 0.00207\ kg$

$PV_{(T)} = 1.35207\ kg.$

$\Sigma fy = 0$

$Tr + PV - W = 0$

$Tr = W - PV$

$Tr = 8.91 - 1.3507\ kg$

$Tr = 7.56\ kg.$

TRASLACIÓN Y ROTACIÓN DE MASAS LÍQUIDAS

En algunas situaciones un fluido puede estar sometido a una aceleración constante, es decir sin movimiento relativo entre sus partículas, como en algunos casos cuando esta expuesto a movimientos de traslación y rotación.

Cuando esto sucede específicamente en el caso de movimientos horizontales, la superficie libre del líquido adopta una posición inclinada y en este caso la pendiente de la superficie libre se determina con la relación entre la aceleración lineal del recipiente y la aceleración de la gravedad.

Cuando el movimiento es vertical, se producen variaciones dentro del volumen del líquido, de tal forma que la presión en cualquier punto del mismo, se determina considerando el producto de la presión hidrostática por la relación entre la aceleración del recipiente y la aceleración de la gravedad, incrementada o disminuida en una unidad, dependiendo si la aceleración se produce en sentido ascendente o descendente.

Cuando una masa de un fluido rota en un recipiente abierto, la forma de la superficie libre del líquido, que gira con el recipiente que lo contiene, adopta la forma de un paralelepípedo de revolución, de tal manera que cualquier plano vertical que pasa por el eje de revolución corta a la superficie libre según una parábola.

En los recipientes cerrados como las bombas y las turbinas, la rotación de una masa de un fluido, genera un incremento en la presión entre un punto situado en el eje y otro a una distancia x del eje, en el plano horizontal.

Problema

Un recipiente parcialmente lleno de agua está sometido horizontalmente a una aceleración constante. La inclinación de la superficie libre es de 30°. ¿A qué aceleración está sometido el recipiente?

$$Tangente.\theta = \frac{\text{Aceleración lineal del recipiente, } m/\ s^2}{\textit{Aceleración} \text{ de la gravedad, m}/\ s^2}$$

Despejando la fórmula:

Tangente $30^\circ \times 9.81 \text{ m/s}^2 = 5.66 \text{ m/s}^2$

Problema

Un depósito abierto de sección cuadrada de 1.80 m de lado, pesa 350 kg y contiene 90 cm de agua. Está sometido a la acción de una fuerza no equilibrada de 1060 kg, paralela a uno de los lados. ¿Cuál debe ser la altura de las paredes del depósito para que no se derrame el agua? ¿Qué valor tiene la fuerza que actúa sobre la pared donde la profundidad es mayor?

F = m.a

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1060}{350} = 3.03\frac{m}{s^2}$$

$$Tan\,\theta = \frac{3.03\,{}^{m}/_{s^2}}{9.8\frac{m}{s^2}} \qquad \theta = 17.18^\circ$$

$$d = 0.9 - Y = 0.9 - 0.9 \text{ Tan } 17.18^\circ = 0.62m$$

a). 1.8 - 0.62 = 1.18 m.

b). $P_{AB} = \gamma\, h_{cg} A = 1000\left(\frac{1.18}{2}\right)(1.18x1.8) = 1253\ kg$

Problema

Un depósito abierto de 9 m de longitud, 1.20 m de ancho y 1.20 m de profundidad está lleno con 1.00 m de aceite de densidad relativa de 0.822, se acelera en la dirección de su longitud uniformemente desde el reposo hasta una velocidad de 14 m/s. ¿Cuál es el intervalo de tiempo mínimo para acelerar el depósito hasta dicha velocidad sin que se derrame el líquido?

a). $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{t}$

$$\text{Tan.}\theta = \frac{a}{g} = \frac{v}{gt} = \frac{0.2}{4.5} \therefore \quad t = \frac{v(4.5)}{g(0.2)} = \frac{(14)(45)}{(9.8)(0.2)}$$

$$t = 32.1 \text{ s}$$

Problema

Un depósito rectangular abierto de 1.50 m de ancho, 3.0 m de longitud y 1.80 m de profundidad, que contiene 1.20 m de agua, se acelera horizontalmente, paralelo a su longitud a 4.90 m/s². ¿Qué volumen de agua se derrama?

$$Tan.\theta = \frac{a}{g} = \frac{4.9}{9.8} = 0.5$$

La diferencia de niveles entre los extremos de la superficie = 3 Tan.θ, es decir que 3(0.5)=1.5 m.

Por lo tanto $Y = \frac{1.5}{2} = 0.75\,m$

d = 1.2 - Y = 1.2 - 0.75 = 0.45 m.

Como la profundidad aumenta en 1.95 - 1.8 = 0.15 entonces el volumen derramado es:

$$1..5\left[\frac{1}{2}(3)(1.5 - 1.2)\right] = 0.675\,m^3$$

Problema

¿A qué aceleración debe someterse el depósito del problema anterior para que sea nula la profundidad en la arista anterior?

$$Tan.\theta = \frac{1.8}{3} = \frac{a}{g}$$

$$a = \frac{1.8}{3}g = \frac{1.8}{3}(9.8)$$

a = 5.88 m/s²

Problema

Un depósito abierto que contiene agua, está sometido a una aceleración de 4.90 m/s² hacia abajo sobre un plano inclinado 15°. ¿Cuál es el ángulo de inclinación de la superficie libre?

$$Cot.\theta = \tan.\alpha + \frac{g}{a_x \cos\alpha}\ \textit{hacia arriba}$$

$$\text{Cot.}\theta = \text{Tan } 15° + \frac{9.8}{4.9 \text{ Cos.} 15°} = 0.2679 + 2.07 = 2.3385$$

$$\frac{1}{Tan.\theta} = 2.3385; \quad \text{Tan.}\theta = \frac{1}{2.3385} = 0.42762$$

θ = Arc. Tan. 0.427624 θ = 23.15°

$$Cot.\theta = -\text{Tan.}\alpha + \frac{g}{a_x \text{ Cos.}\alpha}\ \text{hacia abajo}$$

$$\theta = 29.019°$$

Problema

Un recipiente que contiene aceite de densidad relativa 0.762 se mueve verticalmente hacia arriba con una aceleración de + 2.45 m/s^2. ¿Qué presión existe en una profundidad de 180 cm?

$$P = \gamma\ h\left(1 \pm \frac{a}{g}\right)$$

$$P = 762\frac{kg}{m^3}x1.8m\left(1 + \frac{2.45\, m/s^2}{9.8\, m/s^s}\right) = 1715\, kg/m^2$$

Problema

Si en el problema 7 la aceleración es de -2.45 m/s^2. ¿Cuál es la presión a una profundidad de 180 cm?

$$P = \gamma\ h\left(1 - \frac{a}{g}\right);\ \text{P} = 762\,\text{kg/m}^3 x1.8m\left(1 - \frac{2.45m/s^2}{9.8\,m/s^2}\right) = 1029\,kg/m^2$$

Problema

Una fuerza vertical no equilibrada y dirigida hacia arriba de módulo 30 kg, acelera un volumen de 45 litros de agua. Si el agua ocupa una profundidad de 90 cm en un depósito cilíndrico, cuál es la fuerza que actúa sobre el fondo del depósito?

El peso del agua es W = V g = (4.5 x $10^{-3}m^3$)1000 kg/m^3

W = 45 kg

$$F = \frac{W}{g}a$$

$$30Kg = \frac{45\,kg}{9.8\,m/s^2}a \ \therefore$$

$$a = 6.53\, m/s^2$$

V = Ah

45 x $10^{-3}m^3$ = A (90 x 10^{-2}m)

A = 0.05 m^2

Para el movimiento vertical la presión en el fondo es:

$$P = Wh\left(1 + \frac{a}{g}\right)$$

La fuerza es $F^1 = PA$

$$F^1 = Wh\left(1 + \frac{a}{g}\right)A$$

$$F^1 = 1000(90x10^{-2})\left(1 + \frac{6.53}{9.8}\right)(0.05m^2)$$

$$F^1 = 75\,kg$$

Problema

Un depósito abierto cilíndrico de 120 cm de diámetro y 180 cm de profundidad se llena de agua y se le hace girar a 60 rpm. ¿Qué volumen de líquido se derrama y cuál es la profundidad en el eje?

Área del fondo del cilindro = A = πr^2

$$A = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$A = \frac{\pi}{4}D^2$$

W = 60 rpm

$$W = 60\ \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ seg}} = 2\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$Y = \frac{W^2}{29}x^2 = \frac{(2\pi)^2}{2(9.8)}(6.0x10^{-2})^2 = 0.725\,m$$

Por lo tanto, S está a 1.8 m - 0.725m = 1.0748 m

El volumen del líquido derramado es:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{4}D^2Y\right]=\frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{4}(1.2)^2(0.725)\right]=0.4100\,m^3$$

Problema

¿A qué velocidad debe girar el depósito del problema 10 para que en el centro del fondo del depósito la profundidad del agua sea nula? El origen S ahora coincide con el punto C, entonces:

$$Y=1.8=\frac{W^2}{2g}X^2$$

$$1.8=\frac{W^2}{2(9.8)}(0.6)^2$$

$$W=9.899\frac{rad}{s}$$

$$\mathrm{W}=9.90\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Problema

Un recipiente cerrado, de 60 cm de diámetro está totalmente lleno de agua. Si el recipiente está girando a 1200 rpm, ¿qué incremento sufrirá la presión en la circunferencia de la parte superior del depósito?

$$W=1200rpm=1200\frac{2\pi\mathrm{rad}}{60\,\mathrm{s}}=40\pi\frac{rad}{s}$$

$$X=\frac{D}{2}=\frac{60cm.}{2}=30cm=0.3m$$

$$P=W\frac{W^2}{2g}X^2$$

$$P=\frac{1000}{10^4}\frac{(40\pi)^2}{2(9.8)}(0.3)^2=7.25\,kg/cm^2$$

Problema

Un recipiente abierto de 46 cm de diámetro y lleno de agua está girando alrededor de su eje vertical a tal velocidad que la superior del agua a 10 cm del eje forma un ángulo.de 40° con la horizontal. Calcular la velocidad de rotación.

De la segunda Ley de Newton F = m.a

(1). $P\,\mathrm{sen}\,\theta=\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{g}}XW^2$

(2). $P\cos\theta=\mathrm{W}$

Dividiendo (1) por (2)

$$Tan\,\theta=\frac{\mathrm{XW}^2}{g}$$

$$\mathrm{W}=\sqrt{\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{X}}Tan.\theta}=\sqrt{\frac{9.8}{0.1}Tan.40^o}=9.068\frac{rad}{s}$$

$$\mathrm{W}=9.07\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Problema

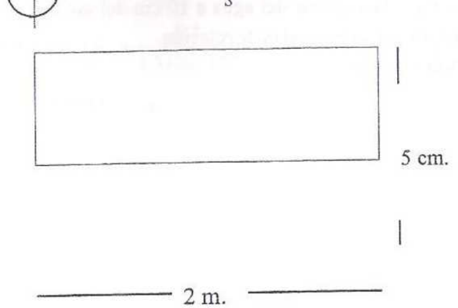
Un tubo en U con codos en ángulo recto tiene 32 cm. de anchura y contiene mercurio que asciende 24 cm. en cada rama cuando el tubo está en reposo. ¿A qué velocidad debe girar el tubo alrededor de un eje vertical que dista 8 cm de uno de los brazos, para que el tubo del brazo más próximo al eje quede sin mercurio?

$$W=\frac{2\sqrt{2gh}}{\sqrt{(r_2{}^2-r_1{}^2)}}=2\sqrt{\frac{2x9.8x0.48}{(0.4)^2\text{'}(0.08)^2}}=15.65\,\mathrm{rad/s}$$

Problema

Un tubo de 2m de longitud y 5 cm de diámetro tiene sus extremos cerrados y está lleno de agua a una presión de 0.88 kg/cm². Situado en posición horizontal se le hace girar alrededor de un eje vertical que pasa por uno de sus extremos a una velocidad de 3 rad/s. ¿Cuál será la presión en el extremo más alejado del eje de giro?

$$W = 3\frac{rad}{s}$$



$$P = P_o + W W^2 / 2g\, X^2$$

$$P = 8800\, kg/m^2 + 1000\frac{(3)^2}{2(9.8)}(2)^2 = 10634.9\, kg/m^2$$

$$W = 1500\,\text{rpm} = 1500\frac{2\pi\,\text{rad}}{60\,\text{s}} = 50\pi\frac{rad}{s}$$

$$Y = \frac{(50\pi)^2}{29}x^2 = \frac{(50\pi)}{2(9.8)}(0.75)^2 = 708.1\,\text{m}$$

CAPÍTULO VI

ANÁLISIS DIMENSIONAL Y SEMEJANZA HIDRÁULICA

El estudio de la teoría adimensional permite aplicar resultados experimentales obtenidos en condiciones limitadas a situaciones de diferentes condiciones geométricas y en muchos casos con propiedades diferentes de los fluidos a las que se tuvieron en las condiciones iniciales. De esta manera se pueden generalizar resultados experimentales, permitiendo describir y verificar fenómenos que de otra manera sería imposible predecir. Un ejemplo destacado de las muchas aplicaciones que permite la teoría, son los modelos físicos que se pueden desarrollar sobre presas de almacenamiento de agua, para analizar las consecuencias geodinámicas, hidráulicas y estructurales que conlleva la construcción de una obra de ingeniería como esta. De esta manera se pueden conocer y predecir los posibles problemas que pueden generarse, adoptar oportunamente los correctivos necesarios, disminuyendo así los riesgos de la construcción y minimizar los costos.

El estudio de la teoría adimensional, relaciona matemáticamente las dimensiones de magnitudes físicas fundamentales, de tal forma que se puedan establecer relaciones para la construcción de modelos físicos que intenten representar fielmente el comportamiento de un prototipo, reproduciendo a escala, las características geométricas y las restricciones de semejanza cinemática y dinámica.

De esta forma la teoría del análisis dimensional, establece semejanzas geométricas, cinemáticas y dinámicas entre dimensiones correspondientes, que reflejen adecuadamente los distintas variables en cada situación en particular.

Igualmente permite establecer relaciones entre las fuerzas de inercia debidas a la presión, las fuerzas viscosas, las gravitatorias, las elásticas y las de tensión superficial, determinando una serie de parámetros adimensionales que describen el comportamiento de los fluidos, como los números de Euler, Reynolds, Weber, Match y Froude.

Problema

Demostrar mediante los métodos del análisis dimensional que la energía cinética (Ec) de un cuerpo es igual a K.M.V.

Ec α F(M.V.)

$MV^2 = KMV$

donde K es coeficiente adimensional, determinado generalmente por experimentos, o por experimentos físicos.

$M^1 (LT^{-1})^2 = K M^a V^b$

$M^1 L T^{-2} = K M^a L^b T^{-b}$

Igualando los exponentes de M, L, T,:

a = 1

b = 2 Y-b = -2 donde b = 2

Sustituyendo los valores

$Ec = K M (L^2 T^{-2})$

$Ec = K M (L T^{-1})$

$Ec = KMV^2$

Problema

Mediante los métodos del análisis dimensional probar que la fuerza centrífuga viene dada por $K.M.V^2/r$.

$Fc = f(MV^2r) \Rightarrow$ La fuerza centrífuga (Fc) viene dada por MLT^{-2}

$MLT^{-2} = KM^aV^2br^c$

$MLT^{-2}=Km^a (LT^{-1})^{2b}L^c$

$MLT^2 = Km^a L^{2b+c} F^{-2b}$

Igualando las ecuaciones:

a = 1

1 = 2b+c

- 2 = - 2b

b = 1

1 = 2+c

c = -1

Reemplazando en Fc

$$Fc = KMV^2r^{-1} \Rightarrow Fc = \frac{KMV^2}{r}$$

Problema

Un cuerpo cae libremente una distancia X partiendo del reposo. Desarrollar una ecuación para la velocidad.

Aquí: a = g

Área bajo la curva = distancia recorrida

$$S = \frac{base \text{ x altura}}{2}$$

$$S = \frac{(t-0)(V-0)}{2}$$

$$S = \frac{Vt}{2}$$

Además:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V-0}{t-0} = \frac{V}{t}$$

donde:

$$t = \frac{V}{a}$$

Remplazando

$$S = \frac{V \text{ x } V}{2a}$$

$$2aS = V^2$$

$$\sqrt{2as} = V$$

Pero a = g

$$\sqrt{2gs} = V$$

$$\sqrt{2}\ \sqrt{gs} = V$$

$$como\ \sqrt{2} = cte. = K$$

$$V = K\sqrt{gs}$$

Problema

Un cuerpo cae libremente durante un tiempo T partiendo del reposo. Desarrollar una ecuación para la velocidad.

$V = k\sqrt{gs}$

$S = \frac{VT}{2}$

$V = K\sqrt{g\frac{VT}{2}}$

Elevando al cuadrado:

$V^2 = kg\frac{VT}{2}$

$\frac{V^2}{V} = \frac{KgT}{2}$

$K = \sqrt{2}$

$V = \frac{\sqrt{2}gT}{2}$

$K = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$V = KgT$

Problema

Desarrollar una expresión que dé la frecuencia de un péndulo simple, suponiendo que es función de la longitud, de la masa del péndulo y de la aceleración de la gravedad.

$F \approx -\mathrm{mg}\,\theta \approx -(mg/L)\,s$

$K = \mathrm{mg/L}$

$\left(\sqrt{K/m}\,(t+L)+\theta_o = \sqrt{K/m}+\theta_o = \right)+2\pi$

$t \cong 2\pi\sqrt{m/k}$

$t \cong 2\pi\sqrt{\frac{m/mg}{L}}$

$t \cong 2\pi\sqrt{L/g}$

$F = \frac{L}{t}$

$F = \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{\frac{mg}{L}}{m}}$ Se puede llamar a $\frac{1}{2\pi}$ *como* constante.

$F = K\sqrt{\frac{g}{L}}$

Problema

Suponiendo que el caudal Q sobre un vertedero rectangular varía directamente con la longitud L, y es función de la altura de carga total H y de la aceleración de la gravedad g, establecer la fórmula del vertedero.

$Q = LF(H^a, gb)$

$L^3T^{-1} = (L)(L^a)(L^b t^{-2b})$

Para T: $-1 = -2b$

$b = \frac{1}{2}$

Para L: $3 = 1 + a + b$

$3 - 1 - \frac{1}{2} = a$

$a = 3/2$

$Q = KL\ H^{3/2}g^{1/2}$

Problema

Establecer la fórmula que da la distancia recorrida S por un cuerpo que cae libremente, suponiendo que dicha distancia depende de la velocidad inicial V, el tiempo T y la aceleración de la gravedad g.

$S = F(V.T.g) = K(V^a, T^b, g^c)$

$S = K(L^a T^{-a})(T^b)(L^c T^{-2c})$

$F^oL^1 T^o = (L^a T^{-a})(T^b)(L^c T^{-2c})$

$1 = a + c$

$0 = -a + b - 2c \Rightarrow 1 - c = a$

$-1+c+b-2c = 0$

$-1 - c + b = 0$

$c = b - 1$

$1 - (b-1) = a$

$2 - b = a$

Reemplazando: $S = KVT\left(\frac{Tg}{V}\right)^{b}$

Problema

Establecer la expresión del número de Froude al ser éste función de la velocidad, la aceleración de la gravedad y de la longitud.

$NF = f(V,g,L)$

$NF = K(V^a, g^b, L^c)$

$F^O L^O T^O = (L^a T^{-a})(L^b T - 2^b)(L^c)$

$0 = a + b + c$

$0 = -a - 2b$

$a = -2b$

$-2b + b + c = 0$

$-b + c = 0$

$-b = -c$

$b = c$

$a + c + a = 0$

$a + 2a = 0$

$a = -2c$

$NF = K(V^{-2c} g^c L^c)$

$$NF = K\left(\frac{V^2}{Lg}\right)^{-c}$$

Problema

Establecer si la expresión del número de Weber, es función de la velocidad, la densidad, de la longitud y de la tensión superficial.

$N_w \sim f(V,P,L,\sigma)$

$F^o L^o T^o = (LT^{-1})^a (Fl^{-4}T^2)^b (L)^c (FL^{-1})^d$

$F^o L^o T^o = (F^{b+d})(L^{a-4b+c-d})(T^{-a+2b})$

$b+d = 0 \rightarrow b = -d$

$-a + 2b = 0 \rightarrow a = -2d$

$a - 4b + c - d = 0 \rightarrow c = -d$

$F^o L^o T^o = (LT^{-1})^{-2d} (Fl^{-4}T^2)^{-d} (L)^{-d} (FL^{-1})^d$

$N_w = V^{-2d} F^{-d} L^{-d} \sigma^d$

$$N_w = \left(\frac{PLV^2}{\sigma}\right)^{-d}$$

Problema

Establecer un número adimensional que sea función de la aceleración de la gravedad g, la tensión superficial, la viscosidad absoluta μ y la densidad p.

Densidad:	$\delta = FT^2L^{-4}$
Viscosidad:	Absoluta $\mu = FTL^{-2}$
Tensión superficial:	$T = FL^{-1}$
Gravedad g =	LT^{-2}

$FLT = K(gV\mu p)$

$FLT = K(LT^{-2})(FL^{-1})(FL^{-2}T)(FT^2L^{-4})$

$FLT = (L^a T^{-2a})(F^bL^{-b})(F^cT^cL^{-2c})(F^dT^{2d}L^{-4d})$

$L^{a-b-2c-4d}\ T^{-2a+c+2d}\ F^{b+c+d}$

$0 = b+c+d$

$0 = a-b-2c-4d$

$0 = -2a + c + 2d$

$N_o = Kg^{b+2c+4d}\mu^{-2a+2d}\rho^{\frac{2a+c}{2}}\sigma^{-d}$

$N_o = K(\sigma^3\rho/g\mu^4)^d$

Problema

Suponiendo que la fuerza de arrastre o resistencia de un barco es función de la viscosidad absoluta μ y de densidad p del fluido, de la velocidad V, la aceleración de la gravedad g y del tamaño (longitudinal L) del barco. Establecer la fórmula que da la resistencia.

$F = FL^2$ $\qquad FL^{-2} = (F^aT^aL^{-2a})(F^bT^{2b}L^{-4b})(L^cT^{-c})(L^d T^{-2d})(L^e)$

$\mu = F T L^{-2}$

$\rho = FT^2 L^{-4}$ $\qquad a = -b, \quad c = -b, \quad d = -b$

$V = LT^{-1}$ $\qquad K_E = K\left(\frac{VL\rho}{\mu}\right)^{-b}$

$g = LT^{-2}$ $\qquad F = K\rho^a M^b L^C V^d$

$F = K\rho^{1-b}$ $\qquad \mu^b L^{2-b} V^{2-b}$

$$F = (2K R_E)\rho L^2 \frac{V^2}{2}$$

Resistencia o F de arrastre es C_p

$$F_A = C_D \rho_A \frac{V^2}{2}$$

En el número de fronde interviene la gravedad.

$$NF = \frac{V^2}{g.L} \Rightarrow NF = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

$$= F = (2KR_E)\rho L^2 \frac{V^2}{2g}$$

$$\text{Si } F = 2K\left[K\left(\frac{VL\rho}{\mu}\right)^{-b}\right]PL^2\frac{V^2}{2}$$

$$F = K\left(R_E^{-a}\ N_F^{-d}\ PV^2\ L^2\right)$$

Problema

Resolver el problema anterior incluyendo los efectos de la compresibilidad mediante la magnitud celeridad c, velocidad de propagación del sonido.

$F = (\rho, M, L, V, W)$

$F = K^1\ (\rho^a, M^b, L^c, V^d, W^e)$

$F^1\ L^o\ T^o \rightarrow (F^a\ T^{2a}\ L^{-4a})\ (F^b\ T^b\ L^{-2b})\ (L^d\ T^{-d})\ (L^e\ T^{-e})L^c$

y $1=a+b$; $0=-4a-2b+c+d+e$; $0 = 2a + b - d - e$

$a = 1 - b$; $d = 2 - b$; $c = 2 - b$; $c = 1 - b$

Luego: $F = K^1\ R_e^{-b}\ N_m^{-d}\ \rho A\ V^2/_2$

Problema

Demostrar que para orificios geométricamente semejantes, la relación de velocidades es esencialmente igual a la raíz cuadrada de la relación de alturas de carga.

$$V = \sqrt{2gH}$$

$$V = \sqrt{2g}\ \sqrt{H}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{2gH_1}}{\sqrt{2gH_2}} = \frac{\sqrt{2g}\ \sqrt{H_1}}{\sqrt{2g}\ \sqrt{H_2}}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{H_1}}{\sqrt{H_2}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{H_1}}{\sqrt{H_2}}$$

Problema

Demostrar que las relaciones de tiempo y de velocidades, cuando la magnitud predominante es la tensión superficial, vienen dadas por:

$$T_r = \sqrt{L_r^3 x \frac{\rho_r}{\sigma_r}} \qquad V_r = \sqrt{\frac{\sigma_r}{L_r\rho_r}} \text{ respectivamente}$$

$$T_R = \sqrt{L_R^3\ x\frac{P_R}{\sigma_R}} = \sqrt{L^3 x\frac{FL^{-4}T^2}{FL^{-1}}} = \sqrt{L^3\ L^{-3}\ T^2} = T$$

$$V_R = \sqrt{\frac{\sigma_R}{L_R\rho_R}} == \sqrt{\frac{FL^{-1}}{LFL^{-4}T^2}} = \sqrt{\frac{T^{-2}}{L^{-2}}} = \sqrt{\frac{L^2}{T^2}} = V$$

Problema

Demostrar que las relaciones de tiempos y velocidades cuando los efectos predominantes son los elásticos, vienen dadas por:

$$T_r = \frac{L_r}{\sqrt{E_r/\rho_r}} \text{ y } V_r = \sqrt{\frac{E_r}{\rho_r}}$$

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{E_m A_m}{E_p\ A_p} = \frac{E_m L_m^2}{E_p L_p^{\ 2}} = E_r L_r^2\ \{\text{elasticidad}\}$$

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{E_m A_m}{E_p A_p} = \frac{\rho_m}{\rho_p} = \frac{L^3{}_m}{L_\rho^{\ 3}} = \frac{L_r}{T_r^{\ 2}} = P_r L_r^3 . \frac{L_r}{T_r^{\ 2}}\ \{\text{inercia}\}$$

Igualando las fuerzas obtenidas

$$T_r^2 = \frac{\gamma_r L_r^2}{E_r} \Rightarrow T_r = \sqrt{\frac{\gamma_r L_r^{\ 2}}{E_r}}$$

$$T_r = \frac{L_r}{\sqrt{E^{\cdot}/\gamma_r}}$$

Dividiendo por $T_r^{\ 2}$:

$$\frac{Tr^2}{Tr^2} = \frac{\gamma r Lr^2}{ErTr^{-2}} \Rightarrow \text{como } Vr^2 = \frac{Lr^2}{Tr^2} \text{entonces} \frac{\rho_r}{Er} V_2^r \Rightarrow Vr^2 = \frac{Er}{\gamma_r} \Rightarrow Vr = \sqrt{\frac{E_r}{\rho_r}}$$

Problema

El modelo de un aliviadero se construye a una escala 1:36. Si en el modelo la velocidad y caudal desaguado son respectivamente 0.40 m/seg. y 62 l/seg. Cuáles son los valores correspondientes en el prototipo?

$$\frac{\text{Longitud del modelo}}{\text{Longitud del prototipo}} = \text{Long.Real} = \text{Lr}$$

$$\Rightarrow \text{Le} = \frac{1}{36}$$

$$\text{Qp} = \frac{\text{Qm}}{\text{Lr}^{5/2}}$$

$$\text{Qp} = \frac{62}{\left(\frac{1}{36}\right)^{5/2}}$$

$$\text{Qp} = 482112 \text{ L/s.} \frac{\text{Lm}^3}{1000\text{L}}$$

$$\text{Qp} = 482.1 \, \text{m}^3/_{\text{s}}$$

$$\frac{\text{Vm}}{\text{Vp}} = \sqrt{\text{Lr}}$$

$$\text{Vp} = \frac{0.40\text{m/s}}{\sqrt{1/36}}$$

$$\text{Vp} = 2{,}40\text{m/s}$$

Problema

A qué velocidad debe ensayarse en un túnel aerodinámico un modelo de ala de ión de 15 cm. de cuerda para que el número de Reynolds sea el mismo que en el ototipo de 90 cm de cuerda y que se mueve a una velocidad de 150 km/h? En el túnel aire está a la presión atmosférica.

Por semejanza geométrica entre el modelo y el prototipo

$$\frac{\text{Lmodelo}}{\text{L prototipo}} = \text{L}_{\text{rel}}$$

Entre el modelo y prototipo existe semejanza cinemática

Luego la relación será:

$$\frac{\text{Vmodelo}}{\text{V prototipo}} = \text{V real}$$

Igualmente en los números de Reynolds para el modelo y prototipo se utilizan unidades iguales para la velocidad y la longitud

$$Vm.Lm = Vp.Lp$$

$$Vm = \frac{Vp.Lp}{Lm} = \frac{150 \text{ Km/h x 90 cm.}}{15cm}$$

$$Vm = 900 \, \text{Km}/_{\text{hora}}$$

Problema

A través de una tubería de 15 cm de diámetro fluye un aceite (r =5.65 x 10^{-6} m^2/s) a una velocidad de 4 m/s. A qué velocidad debe circular agua a 15° C a través de una tubería de 30 cm de diámetro para que los números de Reynolds sean iguales?

$$\left(\frac{V_1 D_1}{\nu_1}\right)_{Aceite} = \left(\frac{V_2 D_2}{\nu_2}\right)_{Agua}$$

$$V_2 = V_1 \frac{D_1}{D_2} \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

$$V_2 = \frac{4m}{s} x \frac{15cm}{30cm} x \frac{1.10 \text{ x } 10^{-6} \text{ m}^2/s}{5.65 \text{ x } 10^{-6} \, m^2/s} = 0.41 \text{ m/s}$$

Problema

A 15° C fluye gasolina a 4 m/s por una tubería de 10 cm. Qué diámetro debe tener una tubería para transportar agua a 15° C a una velocidad de 2 m/s para que los números de Reynolds sean los mismos?

Gasolina: (T° = 15°C)

ν = 0.683 x 10^6 m^2/s

v = 4 m/s

d = 10 cm. = 0.1 m.

$$\text{d} = \frac{4 \, m/_s \; x0.1 \text{ m/s. x } 1.142 \text{ x } 10^6 \text{ m}^2/s}{2 \, m/_s \, x \, 0.683 \text{ x } 10^6 \, m^2/s} = 0.33 \text{ cm.}$$

Problema

Agua a 15° C fluye a 4 m/s a través de una tubería de 15 cm. Para que exista semejanza dinámica, (a) ¿A qué velocidad debe fluir un fuel-oil medio a 27°C por una tubería de 30 cm? (b). Qué diámetro de tubería utilizaría si la velocidad del fuel-oil fuera de 20 m/s?

$$R_e = \left(\frac{V_1 D_1}{\nu_1}\right)_{Agua} = \left(\frac{V_2 D_2}{\nu_2}\right)_{Fuel-oil}$$

$$V_2 = \frac{\nu_2}{\nu_1}\frac{D_1}{D_2} V_1 = 5.24 \text{ m/s.}$$

$$D_2 = \frac{\nu_2}{\nu_1}\frac{D_1}{D_2} D_1 = 7.86 \text{ cm.}$$

$$V_2 = \frac{3.308}{1.142} \text{ x } \frac{15}{30} x4 = 5.79 \text{ m/s.}$$

Problema

Un modelo es ensayado en atmósfera de aire normal a 20°C y a una velocidad de 30.0 m/s. ¿A qué velocidad debe ensayarse sumergido totalmente en el agua a 15°C de un canal hidrodinámico para que se satisfagan las condiciones de semejanza dinámica?

Número Re para aire = Re para agua

Entonces por semejanza dinámica

$$\frac{VD}{\nu} = \frac{VD^1}{\nu^1} = \frac{VL}{\nu} = \frac{VL^1}{\nu^1}$$

De la tabla 1-B $\quad \nu$ *Aire* a $20°C = 1.488 \text{ x } 10^{-5}\ m^2/s$

De la tabla 2.A $\quad \nu$ Agua a $15°C = 1.142 \text{ x } 10^{-6}\ m^2/s$

$V_{AIRE} = 30.0\ m/s$

$V_{AGUA} = V'^1$

como L = L¹ (por tratarse del mismo modelo)

$$\frac{30,0\ m/s \text{ x L}}{1.142 \text{ x } 10^{-6}\ m^2/s} = \frac{V^1 L^1}{1.142 \text{ x } 10^{-6}\ m^2/s}$$

$$1.142 \text{ x } 10^{-6}\ m^2/s \left(\frac{30,0\ m/s}{1.488 \text{ x } 10^{-5}\ m^2/s}\right) = V^1$$

$$V^1 = 230\ m/s$$

Problema

Un navío de superficie de 155 m de longitud ha de moverse a 7 m/s. A qué velocidad ha de ensayarse un modelo geométricamente semejante de 2.50 m de longitud?

$$\left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right) NAVIO = \left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right) \text{MODELO}$$

$$\frac{7\ m/s}{\sqrt{9.8 \text{ x } 155 \text{ m}}} = \frac{V}{\sqrt{9.8 \text{ x } 2.5 \text{ m}}}$$

$$V = 7\sqrt{\frac{2.5}{155}} = 0.89\ m/s$$

Problema

¿Qué fuerza por metro de longitud se ejercerá sobre un muro de contención del agua de mar, si un modelo a escala 1:36 de una longitud de 1m experimenta una fuerza de las olas de 12 kg?

$$\frac{Fm}{Fp} = \text{Wr Lr}^3$$

donde

Fm = Fuerza modelo

Fp = Fuerza prototipo

W = Peso especifico $\left(kg/m^3\right)$

Lr = Long. de la escala

$$\mathrm{Fp} = \frac{\mathrm{Fm}}{\mathrm{Wp\,Lp^3}} \Rightarrow \mathrm{Fp} = \frac{12\ \mathrm{kg}}{\left(\frac{\wp\,\mathrm{mar}}{\mathrm{pmar}}\right) x \left(\frac{1}{36}\right)^3}$$

$$\mathrm{Fp} = 15.550\ \mathrm{kg}/\mathrm{m}$$

Problema

Un cuerpo anclado está sumergido en agua dulce a 15.5°C, que fluye a una velocidad de 2.5 m/s. La resistencia medida sobre un modelo de escala 1:5 en un túnel aerodinámico en condiciones normales es de 2 kg. ¿Qué fuerza actúa sobre el prototipo si se dan las condiciones de semejanza dinámica?

$$\frac{Vm\,\mathrm{Lm}}{\nu_{\mathrm{aire}}} = \frac{\mathrm{V}\rho\,\mathrm{L}\rho}{\nu_{\mathrm{agua}}}$$

$$Vm = \mathrm{V}\rho\,\frac{\mathrm{L}\rho}{\mathrm{Lm}}\ \mathrm{x}\ \frac{\nu_{\mathrm{aire}}}{\nu_{\mathrm{agua}}}$$

$$Vm = 2.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \mathrm{x}\ \frac{1}{5}\,x\,\frac{14.29\,x\,10^{-6}}{1.1555\,x\,10^{-6}}$$

$$\frac{Fm}{F\rho} = \frac{Lm^2\ \mathrm{x}\ \mathrm{Vm}^2}{\mathrm{L}\rho^2\ \mathrm{x}\ \mathrm{V}\rho^2}$$

$$F\rho = \mathrm{Fm}\ \mathrm{x}\left(\frac{\mathrm{L}\rho}{\mathrm{Lm}}\right)^2\left(\frac{V\rho}{Vm}\right)^2$$

$$F\rho = 2kg\,(5)^2\,\frac{(2.5)^2}{(6.18)^2} = 8.2\ \mathrm{kg}$$

Problema

Determinar las expresiones de las relaciones o escalas de velocidades y pérdidas de carga entre modelo y prototipo para un flujo en que las fuerzas dominantes son las viscosas y las debidas a la presión.

$$\frac{\tau a}{PA} = \frac{\mu\frac{dv}{du}A}{PL^2} = \frac{\mu\frac{V}{L}L^2}{PL^2} = \frac{\mu V}{PL}$$

$$\left(\frac{\mu V}{PL}\right)\mathrm{modelo} = \left(\frac{\mu \mathrm{V}}{\mathrm{PL}}\right)\mathrm{prototipo}$$

$$\frac{\mathrm{Vm}}{\mathrm{V}\rho} = \frac{\mu\rho}{\mu m}\ \mathrm{x}\ \frac{(\mathrm{PL})m}{(PL)\rho}$$

$$V_R = \frac{\mathrm{P_R} L_R}{\mu_R}$$

$$P_R = \frac{\mu_R V_R}{L_R}$$

$$\wp_R h_R = \frac{\mu_R V_R}{L_R}$$

$$h_R = \frac{\mu_R V_R}{L_R \wp_R}$$

Problema

Obtener una expresión que dé el coeficiente de fricción f, si se sabe que depende del diámetro de la tubería d, de la velocidad media V, de la densidad del fluido ρ, de la viscosidad del fluido μ y de la rugosidad absoluta de la tubería ε. Utilizar el teorema de Pi de Buckingham.

$$H_F = \mathrm{F}(\mathrm{d}, \mathrm{v}, \rho, \mu, \varepsilon) = 0$$

Existen 5 magnitudes físicas, 3 dimensiones fundamentales (5-3) = 2 númerosπ

D = L

V = Lt^{-1}

ρ = $Ft^2\,L^{-4}$

μ = $Ft\,L^{-2}$

ε = $L_1\ L_2$

Escogidas μ, ε, como magnitudes físicas proporcionan las 3 dimensiones F, L, T

$$\pi^1 = (L^1)(L^4T^{-4})(F^Z, T^{2Z_1}L^{-4Z1})(FTL^{-2})$$

$$\pi^{11} = K = L_1/L_2 \text{ de donde los números } \pi \text{ son :}$$

$$\pi^1 = \frac{dV\rho}{\mu} = No.\text{ de Reynolds}$$

$$\pi^{11} = L_1/L_2 = \frac{\varepsilon}{d} = \text{rugosidad relativa}$$

$$F \approx \left(\frac{dV\rho}{\mu}, \varepsilon/_{d}\right) = 0$$

$$F \approx (R_E, e/d)$$

$$F \approx \phi(\pi_1, \pi_2)$$

$$F \approx \phi(R_E, E/d)$$

CAPÍTULO VII

FUNDAMENTOS DEL FLUJO DE FLUIDOS

La hidrodinámica es el componente de la mecánica de los fluidos encargado del estudio de los fluidos en movimiento. El estudio del escurrimiento de los fluidos es complejo y debido a que su descripción no puede realizarse totalmente desde el punto de vista teórico basado en el análisis matemático, hay necesidad de recurrir a la experimentación con el fin de poder describir de manera más precisa su comportamiento.

El movimiento de un fluido puede ser descrito totalmente, cuando se conoce la velocidad en el espacio de cada una de sus partículas en todo momento. Teóricamente desde el punto de vista matemático se han ideado dos procedimientos para explicar el comportamiento de la velocidad de las partículas de un fluido en cada instante. Los métodos usados se conocen con los nombres de Lagrange y de Euler, éste último conocido también con el nombre del Teorema del Transporte. El método de Lagrange, intenta explicar el movimiento de una partícula de fluido, estudiando las variaciones en su trayectoria a lo largo de una línea de corriente. Por el contrario el método de Euler, pretende conocer el comportamiento de una región del flujo de un fluido describiendo el comportamiento de una parte de éste a través del tiempo, cuando atraviesa una zona predeterminada conocida como un volumen de control.

Ambos métodos permiten formular una serie de expresiones matemáticas, que explican el comportamiento de un fluido y las cuales para casos particulares pueden ser apoyadas experimentalmente con factores de corrección, a tal punto que las aplicaciones de la mecánica de los fluidos en la hidráulica han llevado a esta última a ser conocida como la ciencia de los coeficientes.

Las ecuaciones deducidas a partir de los métodos expuestos son: la ecuación de la continuidad, la ecuación de la energía, la ecuación de la cantidad de movimiento lineal y la ecuación de la cantidad de movimiento angular.

Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad determina que la masa dentro de un sistema permanece constante a través del tiempo.

Problema

Cuál es la velocidad media en una tubería de 15 cm si el caudal de agua transportado es de 3800 m³/día?

$$Q = \frac{3800\ \text{m}^3}{dia} x \frac{1\,dia}{24\ \text{h}}; x \frac{1\text{h}}{3600\ \text{s}} = \frac{0.0440\ \text{m}^3}{\text{s}} = 44\ ^{\text{L}}/_{\text{s}}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \pi \frac{(0.15)^2}{4} = 0.0177\ \text{m}^2$$

$$Q = V.A. \qquad V = {}^{Q}/_{A}\ \frac{0.044\ {}^{\text{m}^3}/_{s}}{0.0177\ \text{m}^2} = 2.49\ m/s$$

Problema

¿Qué diámetro debe de tener una tubería para transportar 2 m³/s a una velocidad media de 3 m/s?

$$Q = V \times A$$

$$A = \frac{Q}{V} = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4x2}{\pi x3}}$$

$$D = 0.92\ m$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro que transporta 110 L/s, está conectada a una tubería de 15 cm. Determinar la altura de velocidad en la tubería de 15 cm.

$$A_{15} = \pi \frac{D^2}{4} = \frac{\pi}{4}(0.15)^2 = 00177\ \text{m}^2$$

$$V = \frac{Q}{4} = \frac{0.11\ {}^{\text{m}^3}/_{\text{s}}}{0.0177\ \text{m}^2} = 6.22\ \text{m/s}$$

Cabeza de velocidad:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{(6.22)^2}{2x9.81} = \frac{38.7}{2x9.81} = 1.97\ \text{m}$$

Problema

Una tubería de 15 cm. de diámetro transporta 80 L/s. La tubería se ramifica en otras dos, una de 5 cm y otra de 10 cm de diámetro. Si la velocidad en la tubería de 5 cm es de 12 m/s. ¿Cuál es la velocidad en tubería de 10 cm?

$$Q = V.A$$

$$Q_5 = \pi \frac{(0.05\ )^2}{4} x12\ \text{m/s} = 0.0236\ \text{m/s} = 23.6\ L/s$$

$$Q_{10} = QT - Q_5 = 80\ L/s - 23.6\ L/s = 56.4\ L/s$$

$$V_{10} = \frac{Q_{10}}{A_{10}} = \frac{56.4\ \text{L/s}}{\frac{\pi}{4}(10.1)^2} = 7.18\ m/s$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro transporta aceite, viniendo dada la distribución de velocidades por V = $30(r_0^2 - r^2)$. Determinar la velocidad media y el valor del coeficiente de correcciones de la energía cinética.

$$V_{media} = \frac{Q}{A} = \frac{\int V d_A}{A} = \frac{\int 30(V_o^2 - V^2)(2\pi v dv)}{\pi V_o^2}$$

$$V_{media} = \frac{60}{V_o^2} \int_0^{V_o} (V_o^2 - V^2) v dv \frac{60}{V_o^2} \int_0^{V_o} (V_o^2 V - V^3) dv$$

$$V_{media} = \frac{60 V_o^2}{4} = \frac{60(0.15)^2}{4} = 0.34\ ^{m}/_{s}$$

$$\alpha = \frac{1}{A}\int_A = \left(\frac{V}{V_{media}}\right)^3 \delta A = \frac{1}{\pi V_o^2} \int_0^{V_o} \left(\frac{30(V_o^2 - V^2)}{\frac{60 V_o^2}{4}} \right) X\ 2\pi v dv$$

$$\alpha = 2.0$$

Problema

Demostrar que la ecuación de continuidad puede escribirse en la forma

$$I=\frac{1}{A}\int_A\left(\frac{v}{V}\right)dA$$

La energía cinética en función de la velocidad media en una sección transversal es:

$$\frac{1}{2}\left(v\frac{Q}{g}\right)V^2_{media}=\frac{1}{2}\left(\frac{VA}{g}\right)V^3_{media}$$

Aplicando un coeficiente de corrección $\alpha=1$ e igualando el resultado a la energía cinética real.

$$\frac{\gamma A}{2g}(V_{media})^3=\frac{\gamma}{2g}\int_A(vdA)V^2$$

$$S=\frac{1}{A}\int_A\left(\frac{V}{V_{media}}\right)dA$$

Flujo Permanente y no Permanente

El flujo permanente tiene lugar cuando, en un punto cualquiera, la velocidad de las sucesivas partículas que ocupan un punto en el espacio, es la misma en los distintos instantes de tiempo. El flujo no permanente ocurre cuando la velocidad de las partículas varía en el tiempo.

Flujo compresible e incompresible

El flujo compresible se presenta cuando la densidad de un fluido es prácticamente constante a través del espacio, independientemente de las variaciones producidas por la temperatura y la presión. El flujo incompresible se presenta cuando no se cumplen las condiciones anteriores.

Problema

Determinar si las expresiones siguientes de las componentes de la velocidad satisfacen las condiciones de flujo permanente e incomprensible.

a). $u=3xy^2+2x+y^2$ b). $u = 2x^2+3y^2$

$v=x^2 - 2y - y^3$ $v= -3xy$

a).

$$u=3xy^2+2x+y^2$$
$$v=x^2-2y-y^3$$
$$\frac{du}{dx}=3y^2+2$$
$$\frac{dv}{dy}=-23-3y^2$$
$$\frac{du}{dx}+\frac{du}{dy}=0$$

Flujo permanente e incomprensible

Reemplazando $3y^2+2-2-3y^2=0$

El flujo es permanente e incompresible.

b).

$$u=3x^2+2y^2$$
$$v=-3xy$$
$$\frac{du}{dx}=3x$$
$$\frac{dv}{dy}=-3x$$
$$\frac{du}{dx}+\frac{du}{dy}=0$$

Reemplazando $4x - 3x = x \neq 0$

El flujo no satisface la condición de permanente e incomprensible.

Problema

Cuántos kg/s de anhídrido carbónico fluyen a través de una tubería de 15 cm de diámetro si la presión manométrica es de 1,75 kg/cm², la temperatura de 27°C y la velocidad media de 2.50 m/s?

$$Q = V.A$$

$$Q = 2.50\,{}^{m}\!/_{s}\; x\,\frac{(0.15)^2}{4} = 0.044\,{}^{m^3}\!/_{s}$$

$$\rho = \frac{P_{absoluta}}{RT}\,\frac{\left(1030\,{}^{kg}\!/_{cm^2} + 1.75\,{}^{kg}\!/_{cm^2}\right) x\,10^4\,{}^{cm^2}\!/_{m^2}}{19.2\,x\,(27+273)}$$

$$\rho = \frac{27800}{5760} \cong 4.83\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

Se suma la presión del aire por ser un manómetro.

$$Q = 0044\;{}^{m^3}\!/_{s}\; x\,4.83\,{}^{kg}\!/_{m^3} = 0.213\,{}^{kg}\!/_{s}$$

Problema

Una tubería de 20 cm de diámetro transporta aire a 24 m/s, 1.51 kg/cm² de presión soluta y 27° C. Cuál es el caudal de aire en peso que fluye? La tubería de 20 cm. se duce a 10 cm de diámetro y la presión y temperatura en esta última son 1.33 kg/cm² bsoluta y 11°C, respectivamente). Determinar la velocidad en la tubería de 10 cm. y s caudales en m³/s en ambas tuberías.

$$Q = \overline{V}\,x\,A = 24(\pi)(r^2) = 24\,x\,\pi(0.1)^2 = 0.754\,{}^{m^3}\!/_{s}.$$

$$\rho_{absolutaaire} = \frac{P_{absoluta}}{RT} = \frac{1.51x10^4\,{}^{kg}\!/_{m^2}}{29.3(27+273)} = 1.72\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

$$Q_{masico} = Q\,x\,\rho = 1.72\,{}^{kg}\!/_{m^3}\,x\,0.754\,{}^{m^3}\!/_{s} = 1.30\,{}^{kg}\!/_{s}$$

$$\rho_{aire} = \frac{P_{absoluta}}{RT} = \frac{1.33x10^4}{29.3(11+273)} \approx 1.6\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

$$\rho_1\,V_1\,A_1 = \rho_2\,V_2\,A_2$$

$$V_2 = \frac{1.72\,{}^{kg}\!/_{m^3}}{1.6\,{}^{kg}\!/_{m^3}}\,x(2)^2\,x24\frac{m}{s} = 103.2\frac{m}{s}$$

$$Q_2 = V_2A_2 = 103.2\,{}^{m}\!/_{s}\,x\,\pi\frac{(0.1)^2}{4} = 0.81\frac{m^3}{s}$$

Problema

A través de una tubería de 10 cm está fluyendo aire a una velocidad de 5.00 m/s. La presión manométrica medida es de 2.00 kg/cm² y la temperatura 15°C. En otro punto, aguas abajo, la presión manométrica es 1.40 kg/cm² y la temperatura 27°C. Para una lectura barométrica correspondiente a la presión atmosférica normal, calcular la velocidad en el punto aguas abajo y los caudales en volumen en ambas secciones.

$$\rho_1 = \frac{(2.00+1.030)\,{}^{kg}\!/_{cm^2} * 10^4\,cm^2}{29.3\,{}^{m}\!/_{°K} + (15+273)^{o}K} = 36\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

$$\rho_2 = \frac{(140+1.030)\,{}^{kg}\!/_{cm^2} * 10^4\,cm^2}{29.3\,{}^{m}\!/_{°K} + (27+273)^{o}K} = 2{,}76\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

Aplicando continuidad

$$A_1\,V_1\,\rho_1 = A_2\,V_2\,\rho_2$$

$$V_2 = \frac{V_1\,W_1}{W_2}$$

$$V_2 = \frac{5\,{}^{m}\!/_{s} * 3.6\,{}^{kg}\!/_{m^3}}{2.76\,kg/m^3} = 6.52\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$Q = AV$$

$$Q_1 = A_1V_1$$

$$Q_1 = \frac{\pi(0.1)^2}{4} * 5\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$Q_1 = 0.0393\,m^3/s * \frac{1000L}{m^3} = 39.3\,{}^{L}\!/_{s}$$

$$Q_2 = A_{21}V_{21}$$

$$Q_2 = \frac{\pi(0.1)^2}{4} * 6.52\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$Q_2 = 0.0513\;m^3/s * \frac{1000L}{m^3} = 51.3\,{}^{L}\!/_{s}$$

Problema

Anhídrido sulfuroso fluye a través de una tubería de 30 cm de diámetro, que se reduce a 10 cm de diámetro al desaguar en el interior de una chimenea. Las presiones en la tubería y en el chorro que desagua son, respectivamente: 1,40 kg/cm² (absoluta) y la presión atmosférica (1,033 kg/cm²). La velocidad en la tubería es de 15.0 m/s. y la temperatura 27°C. Determinar la velocidad en la corriente de desagüe si la temperatura del gas es allí de -5°C.

$$\rho_{11} = \frac{P}{RT} = \frac{1.4 \times 10^4}{13(27+273)} = 3.59 \,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

$$\rho_2 = \frac{P}{RT} = \frac{1.033 \times 10^4}{13(-5+268)} = 2.96 \,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

$$\rho_1 V_1 D_1^2 = \rho_2 V_2 D_2^2$$

$$V_2 = \frac{3.59x15x(0.3)^2}{2.96x(0.1)^2} = 163.7 \frac{m}{s}$$

Problema

A través de una tubería de 15 cm de diámetro fluye agua a una presión de 4.20 kg/cm². Suponiendo que no hay pérdidas, cuál es el caudal si en una reducción de 7.5 cm de diámetro la presión es de 1.40/ kg/cm²?

$$\frac{P_1}{W} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{P_2}{W} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$\frac{P_1}{W} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{W} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_1}{W} + \frac{\left({}^{A_2}\!/_{A_1}\right)^2 V_2^2}{2g} = \frac{P_2}{W} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{1}{2g}\left(\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 V_2^2 - V_2^2\right) = \frac{P_2 - P_1}{W}$$

$$V_2^2 = \frac{2g(P_2 - P_1)}{\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 - 1} \Rightarrow V_2^2 = \frac{2x9.81 \frac{1.4\,kg/cm^2 - 4.2\,kg/cm^2}{1000\,kg/cm^2} x10^4\, cm^2/m^2}{\left(\frac{\pi D_2^2}{4} \Big/ \frac{\pi D_1^2}{4}\right)^2 - 1}$$

$$V_2^2 = \frac{19.62 \,{}^{m}\!/_{s^2} \frac{(-2.8x10\ \ kg/cm^2\ )}{1000\,kg/cm^3}}{\left(\frac{0.075}{0.75}\right)^4 - 1}$$

$$V_2 = 24.21\,m/s$$

$$Q = AV$$

$$Q = \frac{\pi}{4}(0.075)^2\, m^2 x 24.21 \,{}^{m}\!/_{s}$$

$$Q = 107 \,{}^{L}\!/_{s}$$

Problema

Si en el problema anterior fluye un aceite de densidad relativa 0.752, calcular el caudal.

$$V_2^2 = \frac{2x9.81\,x\left(\frac{1.4 - 4.2}{752}\right)x10^4}{\left(\frac{0.075}{0.75}\right)^4 - 1} = 729.5 \frac{m^2}{s^2}$$

$$V_2 = 27 \,{}^{m}\!/_{s}$$

$$Q = V_2 A_2 = 119.3 \,{}^{L}\!/_{s}$$

Problema

Si lo que fluye en el problema 13) es tetracloruro de carbono (densidad relativa 1.594). Determinar Q.

$$= \frac{2x9.81 \times \left(\frac{1.4-4.2}{594}\right) x10^4}{\left(\frac{.0.0075}{0.75}\right)^4 - 1} = 3.447 \frac{m^2}{s^2}$$

$$= 18.57 \, m/_s$$

$$= V_2 A_2 = 82 \, L/_s$$

Ecuación de la energía

energía se define como la capacidad para realizar un trabajo. La ecuación de la a, se deduce de la primera ley de la termodinámica, que establece para un sistea, que los estados iniciales y finales de energía dependen del calor inicial agregado y bajo desarrollado.

ausencia de efectos nucleares, eléctricos, magnéticos y de tensión superficial, la ía interna de una sustancia pura o de los fluidos en movimiento es la suma de las ías potencial, cinética e intrínseca ésta última debida a la intensidad molecular que ıde de la presión, y de la densidad o la temperatura.

Teorema de Bernoulli

l teorema de Bernoulli es una aplicación directa de la ecuación de la energía y su ación se basa en tres supuestos. El primero que el movimiento se produce a lo de una línea de corriente, el segundo que el fluido no presenta fricción y el tercero el flujo es permanente.

Línea de corriente

Jna línea de corriente es una curva imaginaria dibujada a través de un flujo en imiento, de tal forma que en un instante de tiempo dado, las partículas que se ıentren sobre ésta línea tengan vectores de velocidad tangentes a la misma, indido la dirección del flujo en los diversos puntos de un fluido.

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro transporta 110 L/s de un aceite de densidad ıtiva 0,812 y la presión manométrica en A es de 0.20 kg/cm². Si el punto A está ıado 1.80m por encima del plano de referencia, calcular la energía en A en kgm/kg.

$$Q = V.A$$

$$V = \frac{Q}{A}$$

$$V = \frac{4\left(0.11 \, m^3/_s\right)}{\pi (0.30)^2 m^2} = 1.56 \, m/_s$$

γ sustancia = D.R. x γ agua

γ aceite = 0.812 x 1000 kg/m³

$$\gamma \text{ aceite} = 812 \, \text{kg.}/_{m^3}$$

$$H = \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + Z = \frac{200 \, kg/_{m^2}}{812 \, kg/_{m^3}} + \frac{\left(1.56 \, m/_s\right)^2}{2x9.81 \, m/_{s^2}} + 1.80m$$

$H = 4.34 \, kgm/_{kg}$ La energia en A

Problema

A través de una tubería vertical de 30 cm de diámetro fluyen hacia arriba 220 L/s de agua. En el punto A de la tubería la presión es 2.20 kg/cm². En el punto B 4.60 m por encima de A, el diámetro es de 60 cm y la pérdida de carga entre A y B es igual a 1.80 m. Determinar la presión en B en kg/cm².

$$Q = 0{,}22 \, m^3/_s$$

$$Q = V_A A_A \qquad Q = V_B A_B$$

$$Q = V_A \times \frac{\pi D_1^2}{4} \qquad Q = V_B \times \frac{\pi D_2^3}{4}$$

$$0.22 \, m^3/_s = VA\left\{\frac{\pi}{4}(0.30m)^2\right\} \qquad 0.22 \, m^3/_s = V_B\left\{\frac{\pi}{4}(0.60m)^2\right\}$$

$$0.22 \, m^3/_s = V_A\left(0.071m^2\right) \qquad 0.22 \, m^3/_s = V_B\left(0.283m^2\right)$$

$$V_A = \frac{0.22 \, m^3/_s}{0{,}071 \, m^2} \qquad V_B = \frac{0.22 \, m^3/_s}{0{,}283 \, m^2}$$

$$V_A = 3.10 \, m/_s \qquad V_B = 0.78 \, m/_s$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = 2.20 \,{}^{Kg}\!/_{cm^2}\, x \frac{10^4\ cm^2}{1\,m^2} \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma} = 22m$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + hf(A-B)$$

$$22\,m + \left((3.10)\,{}^{m}\!/_{s}\right)^2 = 4.60m + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{\left(0.78\,{}^{m}\!/_{s^2}\right)}{2\left(9.81\,{}^{m}\!/_{s^2}\right)} + 1.80m$$

$$22\,m + \frac{9.61\,{}^{m^2}\!/_{s^2}}{19.62\,{}^{m}\!/_{s^2}} = 4.60 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{0.608\,{}^{m^2}\!/_{s^2}}{19.62\,{}^{m}\!/_{s^2}} + 1.80m$$

$$22\,m + 0.49\,m = 4.60\,m + \frac{P_B}{\gamma} + 0.03 + 1.80\,m$$

$$22.49m = 6.43\,m + \frac{P_B}{\gamma}$$

$$P_B = 1.61\,{}^{kg}\!/_{cm^2}$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro tiene un corto tramo en el que el diámetro se reduce gradualmente hasta 15 cm y de nuevo aumenta a 30 cm. La sección de 15 cm está 60 cm por debajo de la sección A, situada en la tubería de 30 cm donde la presión es de 5.25 kg/cm². Si entre las dos secciones anteriores se conecta un manómetro diferencial de mercurio, ¿cuál es la lectura del manómetro cuando circula hacia abajo un caudal de agua de 120 L/s? Supóngase que no existen pérdidas.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

$$Q = V_A A_A$$

$$V_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{4x0.12}{\pi(0.3)^2} = 1.70\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$V = \frac{4\,x\,0.12}{\pi(0.15)^2} = 6.79\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = -\frac{1.7^2}{2g} + 52.5 + \frac{6.79^2}{2g} = 54.7m$$

$$P_A = 54700\,{}^{kg}\!/_{m^2}$$

$$h = \frac{54.700 - 52.500}{(13.570 - 1000)} = 0.175m$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro transporta aceite de densidad relativa 0.811 a una velocidad de 24 m/s. En los puntos A y B las medidas de la presión y elevación fueron respectivamente, 3.70 kg/cm² y 2.96 kg/cm² y 30m y 33m Para un flujo permanente, determinar la pérdida de carga entre A y B.

$$P_A = 370\,{}^{kg}\!/_{cm}\ \ x\left(\frac{100\,cm}{1\,mt^2}\right)^2 = 3700\,{}^{kg}\!/_{m} \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma_{Liq.}} = \frac{3700\,{}^{kg}\!/_{m^2}}{811\,{}^{kg}\!/_{m^3}} = 45.62m$$

$$P_B = 2.96\,{}^{kg}\!/_{cm^2}\, x\left(\frac{100\,cm}{1\,m^2}\right)^2 = 29600\,{}^{kg}\!/_{m^2} \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma_{Liq}} = \frac{29600\,{}^{kg}\!/_{m^2}}{811\,{}^{kg}\!/_{m^3}} = 36.50m$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + h_f \Rightarrow \frac{V_A^2}{2g} = \frac{V_B^2}{2g} = \frac{(24m)^2}{2g}$$

$$30m + 45.62m + \frac{V_A^2}{2g} = 33m + 36.50m + \frac{V_A^2}{2g} + h_f$$

$$h_f = -33m - 36.50m + 30\,m + 45.62m$$

$$h_f = 75.62m - 69.50m$$

$$h_f = 6.12m$$

Problema

Un chorro de agua, de 7.5 cm de diámetro, descarga en la atmósfera a una velocidad de 24 m/s. Calcular la potencia del chorro, en caballos de vapor, utilizando como plano de referencia el horizontal que pasa por el eje del chorro.

$$P = f\left(\frac{V^2}{2g}\right)$$

$$A = \frac{\pi(0.075)^2}{4} = 4.42 \times 10^{-3}\ m^2$$

$$Q = 24\ \frac{m}{s} \times 4.42 \times 10^{-3}\ m^2 = 0.10608\ m^3/s$$

$$P = 1000\ kg/m^3 \times 0.10608\ m^3/seg\ x \frac{576\ m^2/s^2}{19.62\ m/s^2} = 3114.3\ kg\ m/s$$

$$P = \frac{3114.3}{75} = 41.52\ C.V$$

Problema

Un recipiente suministra agua a través de una tubería horizontal de 15 cm de diámetro y 300 m de longitud. El flujo es a tubería llena y desagua en la atmósfera un caudal de 65 L/s. ¿Cuál es la presión en la mitad de la longitud de la tubería al suponer que la única pérdida de carga es de 6.20 m cada 100 m de tubería?

1). Presión en el punto 1, aplicando Bernoulli entre 1 y 3

$$Z_i + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^3}{2g} + h_f$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = h_f \Rightarrow P_1 = h_f(total) x\gamma = 18.6\ m \times 1000\ kg/m^3 = 18.600\ kg/m^2$$

$$bernoulli \text{ entre 1 y 2}: Z_i + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + h_f \qquad h_f \text{ para } 300 \rightarrow 18.6$$

$$150 \rightarrow X$$

$$X = 9.3\ m$$

$$\frac{18.600\ kg/m^2}{1000\ kg/m^2} = \frac{P_2}{\gamma} + 9.3\ m. \quad P_2 = (18.6m - 9.3m)1000\ kg/m^3$$

$$P_2 = 9.300\ kg/m^2\ x \frac{1m^2}{10^4\ cm^2} = 0.93\ kg/cm^2$$

Problema

Un aceite de densidad relativa 0,750 es bombeado desde un depósito por encima de una colina a través de una tubería de 60 cm de diámetro, manteniendo una presión en el punto más elevado de la línea de 1.80 kg/cm². La parte superior de la tubería está 75 m sobre la superficie libre del depósito y el caudal de aceite bombeado de 620 L/s. Si la pérdida de carga desde el depósito hasta la cima es de 4,70 m qué potencia debe suministrar la bomba al líquido?

$$\gamma_{Aceite} = D.R. \times \gamma_{H_2O}$$

$$\gamma_{aceite} = 0750\ x\ 1000\ kg/m^3 = 750\ kg/m^3$$

$$Q = 620\ L/s\ x \frac{1m^3}{1000\ L} = 0.62\ m^3/s$$

$$Q = V \times A \Rightarrow V = Q/A$$

$$V_1 = \frac{4\ x\ 0.62\ m^3/s}{\pi(0.6m)^2} = 2{,}194\ m/s$$

$$P_1 = 1{,}80\ kg/cm^2\ x\left(\frac{100\ cm}{1m}\right)^2 = 18000\ kg/m^2$$

Carga dinámica total de la bomba

$$H = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_f$$

$$H = 75m + \frac{18000\ kg/m^2}{750\ kg/m^2} + \frac{(2.194\ m/s)^2}{2(9.81\ m/s^2)} + 4.70m$$

$$H = 75m + 24\text{ m} + 0.25\text{ m} + 4.70\text{ m}$$
$$H = 103.95\text{ m}$$
$$\text{Potencia teórica} = \frac{\gamma_{\text{aceite}} \text{ x Q x h}}{75} (c.v)$$
$$\textit{Potencia}\text{ teórica} = \frac{750 \text{ kg}/\text{m}^3 \ x\ 0.62 \text{ m}^3/\text{s} \text{ x } 10395\text{m}}{75}$$
$$\textit{Potencia}\text{ teórica} = \frac{48336.75}{75}$$
$$\textit{Potencia}\text{ teórica} = 644.5 \text{ C.V.}$$

Problema

Una bomba aspira agua de un pozo mediante una tubería vertical de 15 cm. La bomba desagua a través de tubería horizontal de 10 cm de diámetro, situada 3.20 m sobre el nivel del agua del pozo. Cuando se bombea 35 L/s las lecturas de los manómetros colocados a la entrada y a la salida de la bomba son -0.32 kg/cm y 1.80 kg/cm², respectivamente. El manómetro de descarga está situado 1.0 m por encima del manómetro de succión. Calcular la potencia de salida de la bomba y la pérdida de carga en la tubería de succión de 15 cm.

$$Q = A_2V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.035}{\frac{\pi}{4}(0.1)^2}$$
$$V_2 = 4.46 \text{ m}/\text{s}$$
$$P/\gamma = 18\text{ m}$$
$$E_2 = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow E_2 = 3.2\text{ m} + 18\text{m} + 1.01 = 22.21\text{ m}$$
$$P = \frac{1000 \text{ kg}/\text{m}^3 \ x 0.035 \text{ m}^3/\text{s} \ 22.21\text{ m}}{75} = \frac{777.35}{75} = 10.36 \text{ C.V.}$$
$$P \cong 10.4 \text{ C.V}$$

Aplicando Bernoulli entre 1 y 3

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + h_f$$
$$V_3 = \frac{q}{A_3} = \frac{0.035}{\frac{\pi}{4}(0.15)^2} = 1.98 \text{ m}/\text{s} \quad ; \frac{V_3^2}{2g} = 0.2\text{ m}$$
$$0 = 2.2\text{m} - 3.2\text{m} + 0.2\text{m} + h_f \Rightarrow h_f = 0.80\text{ m}$$

Problema

Calcular la pérdida de carga en una tubería de 15 cm de diámetro si es necesario mantener una presión de kg/cm² en un punto aguas arriba y situado 1.80 m por debajo de la sección de la tubería por la que desagua la atmósfera 55 L/s de agua.

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$
$$Z_1 = 0 \text{ (N.R)}$$
$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{2.35 \text{ kg}/\text{cm}^2 \text{ x } 10^4 \frac{cm^2}{m^2}}{1000 \text{ kg}/\text{m}^2} = 23.5\text{ m}$$
$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} \text{ (sección constante)}$$
$$P_2 = P_{atmosférica} = 0$$
$$23.5 = 1.8 + h_f \Rightarrow h_f = 23.5 - 1.8 = 21.7\ m$$

Problema

Un depósito cerrado de grandes dimensiones está parcialmente lleno de agua y el espacio superior con aire y presión. Una manguera de 5 cm de diámetro conectada al depósito, desagua sobre la azotea de un edificio un caudal de 12 L/s.

Bernoulli entre (1) y (2)

$$B_1+\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=b_2+\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+h_f$$

$h_1=0\ (\text{N.R.})$

$V_1=0\ (\text{condiciones iniciales})$

$h_2=15.0m.$

$P_2=o\ (\textit{presión}\ \text{atmosférica})$

$h_f=5.5m$

$$V_2A_2=Q\Rightarrow V_2=\frac{Q}{A_2}=\frac{4\,x\,Q}{\pi(D_2)^2}=\frac{4\,x\,0.012}{\pi(0.05)^2}=6.11\,m/s$$

$$\frac{P_1}{\gamma}=Z_2+\frac{V_1^2}{2g}+h_f$$

$$\frac{P_1}{\gamma}=15m+\frac{(6+11)}{2g}+5.5=22.4m$$

$$P_1=22.4\,x\,\gamma=22.4\,m\,x\,1000\,kg/m^3=22400\,kg/m^2$$

Problema

Mediante una bomba se bombea agua desde un recipiente A, a una elevación de 225 m hasta otro depósito a una elevación de 240m, a través de una tubería de 30 cm de diámetro. La presión en la tubería de 30 cm en el punto D, a una elevación de 195 m, es de 5.6 kg/cm^2. Las pérdidas de carga son: de A, a la entrada de la bomba B = 0.6 m.; de la salida de la bomba C hasta D = 38 $V^2/2g$ y desde D hasta E = 40 $V^2/2g$. Determinar el caudal Q y la potencia en CV suministrada por la bomba BC.

Bernoulli D-E

$$Z_D+\frac{P_D}{\gamma}+\frac{V_D^2}{2g}=Z_E+\frac{P_E}{\gamma}+\frac{V_E^2}{2g}+h_f(D-E)\ \text{con NR en D}$$

$$56m+\frac{V^2}{2g}=45m+40\,V^2/2g$$

$$11=39\,V^2/2g$$

$$V^2=\frac{11\,x\,2g}{39}$$

$$V=\sqrt{\frac{11\,X_2x9.81}{39}}=2.35\,m/s$$

Bernoulli entre A - E y N.R en A

$$Z_A+\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+HB=Z_E+\frac{P_E}{\gamma}+\frac{V_E^2}{2g}+h_f(A-E)$$

$$H_B=0.6+38\frac{V^2}{2g}+40\frac{V^2}{2g}=22.6m$$

$$Q=2.35\,x\,\frac{\pi(0.3)^2}{4}=166\,L/s$$

$$P=\frac{\gamma Q H_B}{75}=\frac{1000\,x\,0.166\,x\,22.6}{75}=50CV$$

Problema

Un venturímetro horizontal tiene diámetros de 60 y 45 cm en la entrada y garganta, respectivamente. La lectura de un manómetro diferencial de agua es de 10 cm cuando está conectado entre la entrada y la garganta y fluye aire a través del aparato. Considerando constante e igual a 1.28 kg/m^3, el peso específico del aire y despreciando la fricción, determinar el caudal en m^3/s.

$$P_A=P_1$$

$$P_A^1=P_2\,\gamma_{H_2O}*h$$

$$P_1-P_2=\gamma_{H_2O}*h$$

$$\frac{P_1-P_2}{\gamma_{aire}}=\frac{\gamma_{H_2O}*h}{\gamma_{aire}}$$

$$\frac{V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\gamma}=\frac{V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\gamma}$$

$$V_1D_1^2 = V_2D_2^2$$

$$V_1 = V_2\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4 = \frac{V_2^2}{2g}(0.32)$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 0.32\frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} - 0.32\frac{V_2^2}{2g} = 0.684\frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{0.1 \text{ x } 1000}{1.28} = 0.684\frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_2 = 47.35\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q = 47.35 \text{ x } \pi\text{x}\frac{0.45}{4} = 7.53 \, \text{m}^3/\text{s}$$

Problema

Desde un depósito hay que transvasar un caudal de agua de 89 L/s mediante un sifón. El extremo por el que desagua el sifón ha de estar 4.20 m por debajo de la superficie libre del agua en el depósito. Los términos de medida de carga son: $1.50V^2/2g$ desde el depósito hasta la parte más elevada del sifón y $1.00V^2/2g$ desde este desagüe. La parte superior del sifón está 1.50 m por encima de la superficie del agua. Determinar el diámetro de la tubería necesaria y la presión en la parte superior del sifón.

$$\left(Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2}{2g}\right)_{nivel\ agua} = \left(Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2}{2g}\right)_{desague} + h_f$$

$$4.2 = \frac{V_2}{2g} + 2.5\frac{V_2}{2g}$$

$$V = 4.85\, m/s$$

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4x0.098}{\pi x 4.85}} = 15cm$$

$$\left(Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2}{2g}\right)_{nivel\ agua} = \left(Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2}{2g}\right)_{alto\ sifón} + h_f$$

$$0 = 1.5 + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2}{2g} + 1.5\frac{V_2}{2g}$$

$$\frac{P}{\gamma} = -0.45\, kg/cm^2$$

Problema

Una tubería horizontal de 60 cm de diámetro transporta 440 L/s de un aceite de densidad relativa 0.825. Las cuatro bombas instaladas a lo largo de la línea son iguales, es decir, las presiones a la entrada y a la salida son respectivamente – 0.56 kg/cm² y 24.50 kg/cm². Si la pérdida de carga, en las condiciones en que se desagua, es 6.00 m cada 1000 m de tubería, ¿Con qué separación deben colocarse las bombas?

$$\gamma_{aceite} = 825\, \text{kg}/\text{m}^3$$

$$P_A = 24.50\, \text{kg}/\text{m}^2 \Rightarrow P_A = 24.50\, \text{kg}/\text{m}^2 \text{ x } \frac{1\,\text{cm}^2}{(0.01\text{m})^2} = 24.50\, \text{kg}/\text{m}^2$$

$$P_B = \text{-}\,5600\, \text{kg}/\text{m}^2$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + hf(A-B)$$

$$Z_A = Z_B = 0$$

$V_A = V_B$ por tanto se cancelan

$6\text{m} \rightarrow 1000\text{ m}$ $\qquad h_f = \dfrac{6\text{ m}}{1000\text{ m}}$

$hf \rightarrow \ \text{X}$

$$\frac{245000\, \text{kg}/\text{m}^2}{825\, \text{kg}/\text{m}^3} = -\frac{5600\, \text{kg}/\text{m}^2}{825\, \text{kg}/\text{m}^3} + \frac{6m}{1000}$$

$$296.9\text{ m} + 6.7\text{ m} = \frac{6\text{X}}{1000} = \frac{303.6\, m\, x\, 1000}{6} = X$$

$$X = 50600m$$

Las bombas deben colocarse a 50600 m cada una.

Problema

Un depósito de grandes dimensiones está lleno de aire a una presión manométrica de 0.40 kg/cm² y una temperatura de 18°C. El aire se descarga en la atmósfera (1.030 kg/cm³) a través de un pequeño orificio abierto en uno de los lados del depósito. Despreciando las pérdidas por fricción, calcular la velocidad de salida del aire al poner a). Densidad constante del aire, b). Condiciones de flujo adiabático.

a). Aplicando Bernoulli entre el depósito y la atmósfera.

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$\gamma = \frac{P}{RT}$$

$$\gamma = \frac{(0.40 + 1030)\,{}^{kg}/_{cm^2}\ x10^4\, cm^2}{29.3\,{}^{m}/_{K}\ x\,(18+273)^{\circ} K} = 1.68\,{}^{kg}/_{m^3}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_2 = \sqrt{2g\left({}^{P_1}/_{\gamma}\right)}$$

$$V_2 = \sqrt{2(9.81)\left(\frac{0.40\,{}^{kg}/_{m^2}}{1.68\,\frac{kg}{m^3}}\right)}$$

$$V_2 = 2.161\,{}^{m}/_{s}$$

b). Para V_1=0 y Z_1= Z_2 para procesos adiabáticos

$$\frac{K}{(K-1)}\frac{P_1}{\gamma}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(K-1)/K}\right] = \frac{V_2^2}{2g}$$

K - Exponente adiabático

K - para el aire 1.40

$$\frac{1.40}{(1.40x1)}\ \frac{(0.4+1.03)x10^4}{1.68}\left[1 - \left(\frac{1.030\ x\ 10^4}{(0.4+1.03)x10^4}\right)^{(1.40-1)}\!\!/_{1.40}\right] = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$3.5\ x\ 8511.9\left[1 - (0.72)^{0.286}\right] = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$2\,(9.81)(29.791.65)[1 - 0,91] = V_2^2$$

$$V_2 = \sqrt{\boxed{(584512,17)}\boxed{0.09}}$$

$$V_2 = \sqrt{52606,09}$$

$$V_2 = 229\,{}^{m}/_{s}$$

Problema

En el problema anterior cuando la presión sea de 0.70 kg/cm² (manométrica) ¿Cuáles serán las velocidades en los casos (a) y (b)?

Presión del depósito

$$P_1 = 07\,{}^{kg}/_{cm^2}$$

$$P_2 = 103\,{}^{kg}/_{cm^2}$$

$$t^o = 18^\circ C = 273 + 18 = 291^\circ K$$

$$hf = 0$$

a). Aplicando Bernoulli, entre el depósito y la atmósfera:

$$\frac{P_1}{\gamma_1} = \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma_2} + Z_2 + h_f \qquad \text{R del aire} = 29.3\,{}^{m}/_{^\circ K}$$

donde

$$\gamma = \frac{P}{RT} = \frac{(0.7+1.03)x10^4\ {}^{kg}/_{m^2}}{29.3\,{}^{m}/_{^\circ K}\ x\ 290\ ^\circ K} = 2.03\,{}^{kg}/_{m^3} \qquad ;\frac{V_1^2}{2g} = 0$$

Reemplazando en la ecuación

$$\frac{0.7\ x\ 10^4\ {}^{kg}/_{m^2}}{2{,}03\,{}^{kg}/_{m^3}} + 0 + 0 = 0 + \frac{V_2^3}{2g} + 0 + 0$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = V_2 = 260\,{}^{m}/_{s}$$

b). Para $V_1=0$ y $Z = Z_2$

$$\left(\frac{K}{K-1}*\frac{P_1}{\gamma}\right)\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)\frac{K-1}{K}\right]=\frac{V_2^2}{2g}\text{ con K. aire}=1.40$$

$$\left(\frac{1.4}{1.4-1}\right)\left(\frac{(0.7+1{,}03)x10^4}{2.03}\right)\left[1-\left(\frac{1.03\times10^4}{(07+103)\times10^4}\right)\frac{1.4-1}{1.4}\right]=\frac{V_2^2}{2g}$$

Por tanto $\frac{V_2^2}{2g}=4107.48\text{ m}$

Por consiguiente, la velocidad del aire en condiciones adiabáticas es:
$V_2 = 284$ m/s.

Problema

Desde una tubería de 30 mm, donde la presión manométrica es de 4.20 kg/cm² y la temperatura de 4°C está fluyendo anhídrido carbónico al interior de una tubería de 15 mm un caudal en peso de 0.040 Kg/s. Despreciando el rozamiento y suponiendo el flujo isotérmico, determinar la presión en la tubería de 15 mm.

$$\gamma_1=\frac{(4.2+1.03)\times10^4}{19.2\times(273+4)}=9.84\ \text{kg}/\text{m}^3$$

$$V_1=\frac{Q}{\gamma_1 A_1}=\frac{0.04\times4}{9.84\times\pi(0.03)^2}=5.75\ \text{m}/\text{s}$$

$$Q_{m2}=\frac{0.04\ \text{kg}/\text{s}}{0.169\ \text{m}/\text{s}}=0.237\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$V_2=\frac{Qm_2}{A_2}=\frac{0.237\times4}{\pi(0.015)^2}=1339\ \text{m}/\text{s}$$

$$P=\gamma RT=0.169\ \text{kg}/\text{m}^3\ x19.2\times(273+4)=900\ \text{kg}/\text{m}^2$$

Problema

Un soplador de aire ha de proporcionar 1140 m³/min. Dos manómetros de tubo en U miden las presiones de succión y de descarga. La lectura del manómetro de succión es negativa de 5 cm de agua. El manómetro de la carga, colocado 1.0 m por encima del orificio manométrico de succión, da una lectura de +7,5 cm de agua. Los conductos de descarga y de succión son del mismo diámetro. ¿Qué potencia debe de tener el motor que mueve el soplador si el rendimiento global es del 68% (W = 1.20 kg/m³ para el aire)?

$$Q=1140\frac{\text{m}^3}{\text{min}}\times\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}$$

$$Q=19\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$P_A=\gamma h_A=1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}x(-0.05\text{ m})$$

$$P_A=-50\ \text{kg}/\text{m}^2$$

$$P_B=\gamma h_B=1000\ \text{kg}/\text{m}\ 2\times0.075\text{ m}$$

$$P_B=75\ \text{kg}/\text{m}^2$$

$$Z_A+\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+H_B=Z_B+\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}$$

$$\frac{P_A}{\gamma}+H_B=1+\frac{P_B}{\gamma}$$

$$HB=1+\frac{(P_B-P_A)}{\gamma}$$

$$H_B=\frac{1+(75+50)\ \text{kg}/\text{m}^2}{1000\ \text{kg}/\text{m}^3}$$

$$H_B=105.17m$$

$$P_ot=\frac{\gamma_{\text{aire}}\times Q\times H_B}{75\times68}$$

$$P_ot=\frac{1.2\ \text{kg}/\text{m}^3\ x19\ m^3/\text{s}\ \times105.17\text{ m}}{75\,x\,68}$$

$$P_ot=48\text{ C.V}$$

Problema

Se está ensayando una tubería de 30 cm para evaluar las pérdidas de carga. Cuando el caudal de agua es 180 L/s, la presión en el punto A de la tubería es de 2.80 kg/cm². Entre el punto A y el punto B, aguas abajo y 3.0 m más elevado que A, se conecta un manómetro diferencial. La lectura manométrica es de 1.0 m, siendo el líquido mercurio e indicando mayor presión en A ¿cuál es la pérdida de carga entre A y B?

$$P_1 = P_A + \gamma_{H_2O} \text{ x h} = \text{P}_A + 1000x1 = \text{P}_A + 1000 \,{}^{kg}\!/_{m^2}$$

$$P_1^1 = P_B + \gamma_{Hg} + 1 = P_B + 13570 \text{ x } 1 = \text{P}_B + 13570 \,{}^{kg}\!/_{m^2}$$

$$P_A + \gamma_{H_2O} \text{ x } 1 = \text{P}_B + \gamma_{Hg} \text{ x } 1$$

$$28000 \,{}^{kg}\!/_{m^2} + 1000 \,{}^{kg}\!/_{m^2} - 13570 \,{}^{kg}\!/_{m^2} = P_B$$

$$P_B = 15430 \,{}^{kg}\!/_{m^2}$$

$$P_A = 2{,}8 \,{}^{kg}\!/_{m^2} \left(\frac{100\,cm}{1m}\right)^2$$

$$P_A = 28000 \,{}^{kg}\!/_{m^2}$$

$$Z_A \frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\gamma} = \text{Z}_B + \frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\gamma} + h_f$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_B}{\gamma} + h_f$$

$$\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = \text{h}_f$$

$$\frac{28000}{1000} - \frac{15430}{1000} = 12.57m$$

$h_f = 12.57$ m pérdida.

Problema

Prandtl ha sugerido que la distribución de velocidades, para flujo turbulento en conductos, viene representado muy aproximadamente por la expresión: $V = V_{max}\left({}^{y}\!/_{r_o}\right)^{1/7}$, donde r_o es el radio de la tubería e y la distancia medida a partir de la pared.

Determinar la expresión de la velocidad media en función de la velocidad en el eje $V_{máxima}$.

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\int \upsilon dA}{\pi r_o^2} = \int \upsilon_{max} \left(\frac{V}{r_o}\right)^{1/7} 2\pi r dr \therefore \text{r} = \text{r}_o - Y, \text{dr} = \text{dY}$$

$$\pi r_o^2 y = 2\pi r_{max} \int_0^{r_o} (\text{r}_o - y)\left(\frac{y}{r_o}\right)^{1/7} dy$$

$$\pi r_0^2 = 2\pi \text{ U}_{max} \int_o^{r_o} \left(r_o^{6/7} y^{1/2} \frac{y^{8/7}}{r_o^{1/7}} \right) dy = 2\pi \text{ V}_{max} \int_o^{r_o} \left(r_o^{6/7} y^{1/7} \right) dy$$

$$\pi r_0^2 = -\int_o^{r_o} \frac{Y^{8/7}}{r_o^{1/7}} dy = 2\pi \text{ V}_{max} \left[r_o^{6/7} \int_o^{r_o} y^{1/7} dy - \frac{1}{r_o^{1/7}} \int_o^{r_o} y^{8/7} dy \right]$$

$$\pi r_0^2 = 2\pi U_{max} \left[\left(r_o^{6/7} y^{8/7} \cdot \frac{7}{8} \right)_o^{r_o} - \frac{1}{r_o^{1/7}} \frac{7}{15} Y^{15/7} \int_o^{r_o} \right]$$

$$\pi r_0^2 = 2\pi U_{max} \left[\frac{7}{8}\left(r_o^{6/7} \text{r}_o^{3/7} \right) - \left(\frac{7}{15} \frac{r_o^{15/7}}{r_o^{1/7}} \right) \right] = 2\pi U_{max} \left[\left(\frac{7}{8} r_o^2 - \frac{7}{15} r_o^2 \right) \right] = 2\pi U_{max} \left[\frac{105-56}{120} r_o^2 \right]$$

$$\pi r_o^2 r = 2\pi U\text{max} \frac{49}{120} r_o^2$$

$$\bar{v} = \frac{49}{60} \text{U}_{max} \Rightarrow \bar{\text{v}} = 0.817 U_{max}$$

$$\frac{\upsilon}{v} = \frac{60}{49}\left(\frac{4}{r_o}\right)^{1/7}$$

Problema

Cuál es el coeficiente de corrección de la energía cinética para la distribución de velocidades del problema anterior?

$$\alpha = \frac{1}{A} \int_O^{r_O} \left(\frac{\upsilon}{\text{V}}\right)^3 dA$$

$$\alpha = \frac{1}{\pi r_o^2} \int_o^{r_o} \left(\frac{60}{49}\right)^3 \left(\frac{Y}{r_o}\right)^{3/7} 2\pi r dr$$

Para los puntos B y C

$$1.5+\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}=1.5+0+\frac{V_c^2}{2g}$$

$$\frac{P_B}{\gamma}=\frac{V_C^2-V_B^2}{2g}=\frac{\left(\frac{1.5Q}{\pi}\right)^2-\left(\frac{3Q}{\pi}\right)^2}{2g}=\frac{1.5^2-3^2}{2\pi^2 g}Q^2$$

$$\frac{P_B}{\gamma}=\frac{2.25-9.x\,3.88^2}{2\pi^2\,x\,32.2}=-\ 0.15\ \text{x}\ 0.30485\ {}^{m}\!/_{pie}=-0.046m$$

Problema

Demostrar que la velocidad media V en una tubería circular de radio r_o es igual a $2_{v_{max.line}}\left[\frac{1}{(K+1)(K+2)}\right]$ para una distribución de velocidades que venga expresada por $V=V_{max}\left(1-{}^{r}\!/_{r_o}\right)^k$.

$$V=\frac{Q}{A}=v=\int\frac{vdA}{A}=V_{max}\left(1-\frac{r}{r_o}\right)^k$$

$$Como\ r=r_o-y\rightarrow V=V_{max}\frac{r^o-(r^o-y)}{r_o}\left(\frac{y}{r_o}\right)^k$$

$$V=V_{max}(r_o-y)\left(\frac{y}{r^o}\right)^k$$

$$V=\int\frac{V_{max}(r_o-y)(y/r_o)^k\,2\pi rdr}{\pi r_o^2}simplifica\ ndo$$

$$V=2\pi V_{max}\int_0^{r_o}(r_o-y)\left(\frac{y}{r_o}\right)^k dy\ int\ egrando$$

$$\int_o^{r_o} r_o\frac{y^k}{r_o^k}-\frac{ry^k}{r_o^{\ k}}dy\Rightarrow\int_o^{r_o}\frac{r_o Y^k}{r_o^{\ k}}dy-\int_o^{r_o}\frac{Y^{k+1}}{r_o^{\ k}}dy$$

$$\int_o^{r_o} r_o r_o^{-k}y^k-\frac{1}{r_o^k}\frac{y_{k+2}}{k+2}\Big]_o^{r_o}\Rightarrow\int_o^{r_o} r_o^{\ k+1}y^k-\frac{1}{r_0^k}\frac{r_o^{\ k+2}}{k+2}$$

$$\Rightarrow r_o^{\ (-k+1)}\int_o^{r_o}y^r\,dy\Rightarrow\frac{r_o^{\ -(k-1)}r_o^{\ (k+1)}}{k+1}\Rightarrow\frac{1}{k+1}$$

$$\left(\frac{1}{k+1}-\frac{r_o^2}{k+2}\right)\text{remplazando}$$

$$V=\frac{2V_{max}}{}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+2}\right)\Rightarrow V=2V_{max}\left(\frac{(k+2)-(k+1)}{(k+1)(k+2)}\right)$$

$$V=2V_{max}\left(\frac{1}{(k+1)(k+2)}\right)$$

Problema

Encontrar el coeficiente de corrección de la energía cinética α para el problema anterior.

$$\alpha=\frac{1}{A}\int\left(\frac{L}{V}\right)^3 dA=\frac{1}{\pi r_o^2}\int_0^{r_o}((k+1)(k+2))^3\left(1-{}^{r}\!/_{r_o}\right)^{3k}2\pi rdr$$

$$\alpha=\frac{2\pi(k+1)^3(k+2)^3}{\pi r_o^2}\int_0^{r_o}\left((r_o-y)\left({}^{y}\!/_{r_o}\right)^k\right)^3 dy=\frac{2\pi(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}\int_0^{r_o} r_o^{\ 3}\frac{y^{3k}}{r_o^{3k}}-\int_0^{r_o}y^3\frac{y^{3k}}{r_o^{\ 3k}}dy$$

$$\alpha=\frac{2(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}\int_0^{r_o} r_o^{\ 3}r_o^{-3k}-y^{3k}dy-\int_0^{r_o}\frac{y^{3k+3}}{r_o^{\ 3k}}dy$$

$$\alpha=\frac{2(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}r_o^{\ (3k+3)}\frac{r_o^{\ 3k+1}}{3k+1}-\frac{1}{r_o^{3k}}-\frac{r_o^{3k+4}}{3k+4}$$

$$\alpha=\frac{2(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}\left(r_o^2\frac{1}{(3k+1)}-\frac{1}{(3k+4)}\right)$$

$$\alpha=2(k+1)^3(k+2)^3\left(\frac{1}{(3k+1)}-\frac{1}{(3k+4)}\right)$$

$$\alpha=\frac{6(k+1)^3(k+2)^3}{(3k+1)^3(5k+4)}$$

FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERÍAS

En el caso de flujos reales existen dos tipos de flujos permanentes, éstos reciben los nombres de flujo laminar y flujo turbulento.

FLUJO LAMINAR

En flujo laminar las partículas fluidas se mueven según trayectorias paralelas, simulando láminas que se desplazan unas junto a otras. El flujo laminar se rige por la ley que relaciona el esfuerzo cortante con la velocidad de deformación angular o rapidez de deformación.

FLUJO TURBULENTO

El flujo turbulento se caracteriza por un movimiento desordenado en todas las direcciones de las partículas que componen el fluido. En este caso es imposible conocer la trayectoria de una partícula individualmente.

NÚMERO DE REYNOLDS

El número de Reynolds (Re) es un grupo adimensional de variables, que relaciona las fuerzas de inercia y las fuerzas de viscosidad. Este número permite determinar la característica laminar o turbulenta del flujo de un fluido.

PÉRDIDAS DE ENERGÍA

Existen muchas expresiones de carácter experimental que permiten calcular la pérdida de energía de un fluido, bien sea que tenga un comportamiento laminar o turbulento. Entre las aplicadas a flujo laminar una de las más utilizadas es la de Hagen – Pouseille y para flujo turbulento, las de Darcy - Weisbach y la Hazen – Williams.

En un conjunto de tuberías existen otras series de pérdidas de energía llamadas menores, que se producen básicamente debido a los accesorios necesarios para conformar una red de flujo. La evaluación de este tipo de pérdidas también se realiza experimentalmente, aunque comúnmente se expresan en función de la carga de velocidad del conducto, afectando este resultado por un coeficiente experimental que se obtiene de tablas.

Problema

Si la tensión constante en la pared de una tubería de 30 cm es de 5.0 kg/m² y f = 0.040. ¿Cuál es la velocidad media (a) si fluye agua a 21°C, (b). si fluye un líquido de densidad relativa 0.70?

$$hL = \frac{2r_o L}{W * ro} = \frac{4\tau_o L}{Wxd}; \text{por Darcy}: h_f = f\,x\,\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

a)

Igualando las ecuaciones:

$$\frac{4\tau_o L}{Wxd} = f\,x\,\frac{L}{d}\frac{V^2}{g}$$

$$\tau_0 = f * \rho * \frac{V^2}{8}\left(kg/m^2\right)$$

$$\tau_0 = fx\frac{w}{g}x\frac{V^2}{8} \Rightarrow V^2 = \frac{\tau_o x8xg}{fxW}$$

$$V^2 = \frac{5\ {}^{kg}\!/\!{}_{m^2} x8x9.81\ {}^{m}\!/\!{}_{g^2}}{0.040 \text{ x } 1000\ {}^{kg}\!/\!{}_{m^3}} = 9.8\ {}^{m^2}\!/\!{}_{s^2}$$

$$V = 3.13\ {}^{m}\!/\!{}_{s}$$

b)

Densidad relativa = 0.70

$$V^2 = \frac{r_o x8xg}{fxW} = \frac{5_r\ {}^{g}\!/\!{}_{m^2} x8x9.81\ {}^{m}\!/\!{}_{s^2}}{(0.040 \text{ x } 700\ {}^{kg}\!/\!{}_{m^3} = 3.13} = 14.01\ {}^{m^2}\!/\!{}_{s^2}$$

$$V = 3.744\ {}^{m}\!/\!{}_{s}$$

Problema

¿Cuáles son las velocidades de corte en el problema precedente?

Velocidad de corte: $\rho = \frac{W}{g} \Rightarrow \rho = \frac{1000\ {}^{kg}\!/\!{}_{m^3}}{9.81 \text{ m/s}^2}$

$$\rho = 10194\,\frac{kg.s^2}{m^4}$$

$$Vc = \sqrt{\tau_o / g} = \sqrt{\frac{5 \text{ kg/m}^2}{101.94 \text{ kg. } \frac{s^2}{m^4}}} = 0.221\frac{m}{s}$$

Velocidad de corte para un líquido con densidad relativa 0.70:

$$Vc = \sqrt{r_o / \rho} = \sqrt{\frac{5 \text{ kg/m}^2}{0.70}} = 2.67\frac{m}{s}$$

Problema

A través de una tubería de 15 cm y 60 m de longitud está fluyendo agua y la tensión cortante en las paredes es 4.60 kg/m². Determinar la pérdida de carga.

$$\tau = \left(\frac{Wh_1}{22}\right)r$$

$$h_l = \frac{\tau_2 L}{Wr}$$

$$h_L = \frac{4.60\ {}^{kg}\!/\!{}_{m^2} x\ 2\ x\ 60\ m}{1000\ {}^{kg}\!/\!{}_{m^3} x\ 0.075\ \text{m}} = 7.36 \text{ m.}$$

Problema

Qué radio ha de tener una tubería para que la tensión cortante en la pared sea de 3.12 kg/m², cuando al filtrar agua a lo largo de 100 m de tubería produce una pérdida de carga de 6m?

$$\tau_o = \frac{\gamma\, h_L\, r}{2L}$$

$$r = \frac{\tau_o\, 2L}{\gamma\, h_l} = \frac{3.12kg/m^2 \text{ x } 2 \text{ x } 100 \text{ m}}{1000kg/m^3 x6m} = 0.104m = 10.40 \text{ cm}$$

Problema

Calcular la velocidad critica (inferior) para una tubería de 10 cm que transporta agua a 27°C.

Para que el flujo sea laminar, el máximo número de Reynolds es (2000) de la tabla 2 del apéndice de viscosidad cinemática a 27°C

$T\,°C$	V.	
25	0.897	Por interpolación
27	X	
30	0.804	

$$X = V = 0.89598 \text{ x } 10^{-6} \text{ m/s}$$

$$R_e = V\,D/\upsilon$$

$$V = \frac{R_e \text{ x } \upsilon}{D} = \frac{2000 \text{ x } 0.8598 \text{ x } 10^{-6} \, m^2/s}{0.1m} = 0.0172 \, m/s = 1.72 \text{ x } 10^{-2} \, m/s$$

Problema

Calcular la velocidad crítica (inferior) para una tubería de 10 cm que transporta un fuel-oil pesado a 43 °C.

$$V = \frac{\upsilon R_e}{D} = \frac{44.6 \text{ x } 10^{-6} \frac{m^2}{s} x2000}{0.1 \text{ m}} = 0.892 \frac{m}{s}$$

Problema

¿Cuál será la caída de la altura de presión en 100 m de una tubería nueva de fundición, horizontal, de 10 cm de diámetro que transporta un fuel-oil medio a 10°C, si la velocidad es de 7.5 cm/s?

Aplicando Bernoulli

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A - h_f = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B$$

$$\frac{P_A - P_B}{\gamma} = h_f$$

$$h_f = f.\frac{L}{D}.\frac{V^2}{2g} = f.\frac{100m}{0.1m}.\frac{(0.075\, m/s^2)}{2(9.81)m/s^2}$$

$$R_e = \frac{D.V}{\upsilon} = \frac{0.10m.0.075\, m/s}{5.16x10^{-6}\, m\, m^2/s} = 1.453.49 \Rightarrow \text{flujo laminar}$$

$$\text{f para flujo laminar} = f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{145349} = 0.044$$

$$h_f = 0.044 * . \frac{100m}{0.1m} * \frac{56 \text{ x } 10^{-3} \, m^2/s}{1.9 \text{ x } 62 \, m/s^2} = 0.012 \text{ m}$$

Reemplazando en el valor del $h_f = \frac{P_A - P_B}{\gamma} = 0.0126m$ o $\frac{Pa - P_B}{\gamma} = 1.26 \text{ x } 10^{-2}\, m$

Problema

Cuál será la caída de la altura de presión en el problema anterior si la velocidad del fuel-oil es de 1.20 m/s.

$$R_e = \frac{D.V}{V} = \frac{0.1m \text{ x } 1.20\, m/s}{5.16x10^{-6}\, m^2/s} = 2.3 \text{ x } 10^4 \approx 2 \text{ x } 10^4$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0.024 \text{ cm}}{10cm} = 0.024 \text{ cm.} \qquad E = \text{Tubería nueva de fundición} = 0.024 \text{ cm}$$

Usando el diagrama de Moody

$f = 0.031$

$$h_f = 0.031 \times \frac{100\text{m}}{0.1\text{m}} x \frac{(1.2)^2\ m^2/_{s^2}}{19.62\frac{m}{s^2}} = 2.28m$$

Por Bernoulli

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^{\ 2}}{2g} - 2.28 = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^{\ 2}}{2g}$$

$$\frac{P_A - P_B}{\gamma} = 2.28\ \text{m.}$$

Problema

Considerando únicamente las pérdidas en la tubería, ¿qué altura de carga se necesita para transportar 220 L/s de un fuel-oil pesado a 38°C, a través de 1000 m de una tubería nueva de fundición de 30 cm de diámetro interior?

$$Q = 220\ \text{L}/_\text{s} \Rightarrow Q = 220\ \text{L}/_\text{s}\ x\frac{1m^3}{100L} = Q = 0.22\ \text{m}^3/_\text{s}$$

$$Q = V.A. \Rightarrow \text{V} = \text{Q}/_\text{A}$$

$$A = \pi d\ ^2/_4$$

$$V = \frac{0.22\ \text{m}^3/_s}{\frac{\pi((0.3m)^2}{4}}$$

$$V = \frac{4x0.22\ \text{m}^3/_\text{s}}{\pi(0.3m)^2} = \frac{0.88\ \text{m}^3/_\text{s}}{0.2827\ \text{m}^2} = 3.11\ m/_s$$

$\upsilon = 58.84\ \text{x}\ 10^{-6}\ \text{m}^2/_\text{s}$ $\qquad$ $T = 38\,°C$

$$\frac{\text{E}}{\text{D}} = \frac{0.024\ cm}{30\ cm} = 0.0008$$

$$\text{Re} = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{3.11\ \text{m}/_\text{s}\ \text{x}0.3\ \text{m}}{58.84\ x10^{-6}\ \text{m}^2/_\text{s}} = 1.58\ x10^{4}$$

$f = 0.029$ En el diagrama de Moody

$$\text{h}_f = \text{f}\frac{\text{L}}{\text{D}}\frac{V^2}{2g} \Rightarrow H_f = 0.029\ x\frac{1000\ \text{m.}}{0.3m}\ x\frac{(3.11\ m/_{s^2})}{2x9.81\ m/_{s^2}}$$

$$h_f = 47.65\ m$$

Problema

En el problema anterior, qué valor mínimo de la viscosidad cinemática del fuel-oil producirá un flujo laminar?

$\text{Re} < 2000 \Rightarrow$ Flujo Laminar

$$\text{Re} = \frac{VD}{\upsilon} \Rightarrow \upsilon = \frac{\text{VD}}{\text{Re}}$$

$$V = \frac{3.11\ \text{m}/_\text{s}\ x0.3m}{2000} \Rightarrow V = 4.67x10^{-4}\ \text{m}^2/_\text{s}$$

Problema

Al considerar las pérdidas en la tubería únicamente, qué diferencia en la elevación de dos depósitos, que dista 250m, dará un caudal de 30 L/s de un aceite lubricante medio a 10°C, a través de una tubería de 15 cm de diámetro?

T = 10°C —> aceite medio —> densidad = 0.861—> viscosidad cinemática m^2/s

E= Acero comercial soldado

$$V = \frac{0.03 \text{ x } 4}{\pi(0.15)^2} = 1.69 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\text{Vd}}{\upsilon} = \frac{1.69x0.15}{5.16x10^{-6}} = 49128$$

De acuerdo con el diagrama A -1 entonces f = 0.068

Aplicando Bernoulli

$$0+2+0-100\left(\frac{1.69}{2g}\right)-0.068\frac{250}{0.15}\frac{(1.69)}{2g}=0+\frac{V^2}{2g}+0$$

Tuberia corriente de la tabla A-5

$$1000\frac{V^2}{2g}(m) \text{ pérdida de carga en m.}$$

$$Z=100\frac{(1.69^2)}{2g}+0.068\left(\frac{256}{015}\right)\left(\frac{169}{2g}\right)^2=0.15+16.49=16.63\text{ m}$$

Problema

Un aceite de densidad relativa 0.802 y viscosidad cinemática 1.86 x 10^{-4} m^2/s fluye desde el depósito B a través de 300 m de tubería nueva, siendo el caudal de 88 L/s. La altura disponible es de 16 cm, qué tamaño de tubería deberá utilizarse?

$$Q=V.A\Rightarrow V=\frac{Q}{A}=\frac{0.088\ m^3/s}{\frac{\pi}{4}(D^2)}=\frac{0.112}{D^2}$$

Aplicando Bernoulli

$$\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^{\ 2}}{2g}+Z_A-f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}=\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^{\ 2}}{2g}+Z_B$$

$$(Z_A-Z_B)=f\frac{L}{d}\frac{V^2}{1g}$$

$$0.16m=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

Suponiendo un flujo laminar : $Re=\frac{V.d}{\upsilon}=\frac{\frac{0.112xd}{d^2}}{1.86\ x\ 10^4}$

$$Re=\frac{602.15}{d}$$

$$f=\frac{64}{R}=\frac{64d}{602.15}=0.106d$$

$$0{,}16=0{,}106dx\frac{300}{d}x\frac{(0.112/d)^2}{19{,}62}$$

$$0.16=\frac{31.8}{d^4}\Rightarrow d=0.597m$$

Problema

Mediante una bomba se transporta fuel-oil pesado, a 15ºC, a través de 1000 m de tubería de 5 cm de diámetro hasta un depósito 10 m más elevado que el depósito de alimentación. Despreciando las pérdidas menores, determinar la potencia de la bomba en CV si su rendimiento es del 80% para un caudal de 3.5 L/s.

$$\upsilon(15^o C)=201x10^{-6}\ m^2/s$$

$$\gamma=912\ kg/m^3$$

$$H_B=h_e+h_f=10+h_f$$

$$R_e=\frac{VD}{\upsilon}$$

$$V=\frac{4Q}{\pi D^2}=\frac{4x0.0035}{\pi(0.005)^2}=1.78\ m/s$$

$$Re=\frac{1.78x0.05}{201x10^{-6}}=443.4$$

$$h_f=\frac{32DLV}{gd^2}=\frac{32x201x10^{-6}x1000x1.78}{9.81x(0.05)^2}=466.8m$$

$$H_B=10+466.8=476.8m$$

$$P=\frac{\gamma\ QH}{75x0.8}=\frac{912x0.0035x476.8}{75x0.8}=25.36CV$$

Problema

Agua a 38°C está fluyendo entre A y B a través de 250 m de tubería de fundición (e = 0.06 cm) de 30 cm de diámetro interior. El punto B está 10 cm por encima de A y la presión en B debe mantenerse a 1.4 kg/cm². Si por la tubería circulan 220 L/s ¿qué presión ha de existir en A?

$$Q = V.A$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{(0.220)(4)}{(030)^2(\pi)} = 3.11 \,{}^{m}/_{s}$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0.06}{30} = 0.003$$

$$R_E = \frac{(3.11)(0.3)}{0.687x10^6} = 1.4x10^{-6}$$

Por interpolación V = 0.687 x 10^{-6} m/s

Considerando el diagrama de Moody ? f = 0.024

$$h_f = 0.024x\frac{250}{0.3}x\frac{(3.11)^2}{19.62} = 9.86m$$

Bernoulli entre A y B

$$Z_A + \frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\gamma} + h_f = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$D.R. = 0.991$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = 10 + \frac{14000}{991} + 9.86$$

$$P_A = 3.38 \,{}^{kg}/_{cm^2}$$

Problema

Una tubería comercial usada de 100 cm de diámetro interior y 2500 m de longitud, situada horizontalmente, transporta 1.20 m³/s de fuel-oil pesado, de densidad relativa 0.912, con una pérdida de carga de 22 m. ¿Qué presión debe mantenerse en la sección de entrada A para que la presión en B sea de 1.4 kg/cm²? Utilizar e = 1.37 cm.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + h_f$$

$$P_A = P_B + \gamma \ h_f$$

$$P_A = 1.4 \,{}^{kg}/_{cm^2} + 912\frac{kg}{m^3}x22m$$

$$P_A = 1.4 \,{}^{kg}/_{cm^2} + 912 \,{}^{kg}/_{m^2}\, x\frac{1m^2}{10^4 cm}x22 = 1.4 \,{}^{kg}/_{cm^2} + 2.0064 \,{}^{kg}/_{cm^2}$$

$$P_A = 34064\frac{kg}{cm^2} \approx 3.41\frac{kg}{cm^2}$$

Problema

Una tubería vieja de 60 cm de diámetro interior y 1200 m de longitud, transporta un fuel-oil medio a 27°C desde A hasta B. Las presiones en A y B son, respectivamente, 4.0 kg/cm² y 1.4 kg/cm², y el punto B está situado 20 m por encima de A. Calcular el caudal en m³/s utilizando e = 0.048 cm.

$$P_A = 40 \text{ X } \,{}^{kg}/_{cm^2} = 4000 \,{}^{kg}/_{m}$$

$$P_B = 14 \,{}^{kg}/_{cm^2} = 1400 \,{}^{kg}/_{cm^2}$$

$$\gamma \text{ del aceite a } 27°C = 850 \,{}^{kg}/_{m^3}$$

$$Viscocidad \text{ cinemática aceite} = 3.31x10^6 \,{}^{m^2}/_{s}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_{B^2}}{2g} + Z_B + h_f$$

$$h_f = \frac{P_A - P_B}{\gamma} - 20 = \frac{40000 - 14000}{850} - 20 = 10.59m$$

$$h_f = f\frac{L}{D} * \frac{V^2}{2g} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{h_f xDx2g}{fxL}} = \sqrt{\frac{10.59x0.6x2(9.81)}{0.05x1200}}$$

Asumiendo

$f = 0.05 \qquad V = 1.44\,\mathrm{m/s}$

$$\mathrm{Re} = \frac{DV}{\upsilon} = \frac{06m\, x1.44\,\mathrm{m/s}}{3.31x10^{-6}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}} = 2.61x10^5$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0.048}{60} = 0.0008$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{Re} = 2.61\,\mathrm{x}\,10^5 \\ \\ \frac{E}{D} = 0.0008 \end{array}\right\} \textit{Diagrama } A-1 \rightarrow f = 0.02 \qquad V = \sqrt{\frac{1059\,\mathrm{x}\,0.6\,\mathrm{x}\,19.62}{0.02x1.200}} = V = 2.28\,\mathrm{m/s}$$

$$Q = VxA = \frac{2.28\,\mathrm{x}\,\pi\,\mathrm{x}\,(0.6)^2}{4} = 0.65\,\mathrm{m^3/s}$$

Problema

Desde un depósito A, cuya superficie libre está a una cota de 25 m, fluye agua hacia otro depósito B, cuya superficie está a una cota de 18 m. Los depósitos están conectados por una tubería de 30 cm de diámetro y 30 m de longitud (f = 0.020) seguida por otros 30 m de tubería de 15 cm (f = 0.015). Existen dos codos de 90° en cada tubería (K = 0.50 para cada uno de ellos), K para la contracción es igual a 0,75 y la tubería de 30 cm es entrante en el depósito A. Si la cota de la contracción brusca es de 16 m, determinar la altura de presión en la tubería de 30 y 15 cm en el cambio de sección.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_{30}^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_{15}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 0.75\left(\frac{V_{15}^2 - V_{30}^2}{2g}\right)$$

$$V_{30}\, d_{30}^2 = V_{15}\, d_{15}^2$$

$$V_{15} = V_{30}\left(\frac{d_{30}}{d_{15}}\right)^2$$

$$V_{15} = 4\,V_{30}$$

$$\frac{V_{15}^2}{2g} = 16\frac{V_{30}^2}{2g}$$

$$7.0 = f\frac{L}{D_{30}}\frac{V_{30}^2}{2g} + f\frac{L}{D_{15}}x\frac{16V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + 0.75\frac{V_{15}^2}{2g} - \frac{16V_{30}^2}{2g} + 0.75\,\mathrm{x}\,\frac{V_{15}^2}{2g} - 0.75\frac{V_{30}^2}{2g}$$

$$7.0 = \left(f\frac{L}{D_{30}} + f\frac{L}{D_{15}}x16 + 1 + 1 + 16 + 0{:}75x16. - 0.75\right)\frac{V_{30}^2}{2g}$$

$$V_{30} = 1.32\,\mathrm{m/s}$$

$$Z_A = \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_{30} + \frac{P_{30}}{\gamma} + \frac{V_{30}^2}{2g} + f\frac{L}{D_{30}}\frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g}$$

$$9 = \frac{P_{30}}{\gamma} + \frac{V_{30}^2}{2g}\left(1 + f\frac{L}{D_{30}} + 1 + 1\right)$$

$$9 = \frac{P_{30}}{\gamma} + \frac{V_{30}^2}{2g}(1 + 2 + 1 + 1) = \frac{P_{30}}{\gamma} + \int\frac{V_{30}^2}{2g}$$

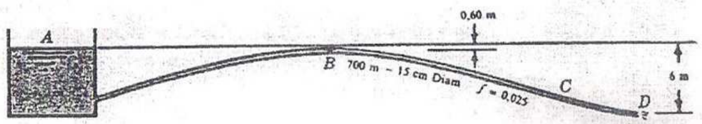
$$\frac{P_{30}}{\gamma} = 9 - 5x\frac{(1.32)^2}{2g} = 8.56m$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_{15} + \frac{P_{15}}{\gamma} + \frac{V_{15}^2}{2g} + hf_{30} + \frac{V_{30}^2}{2g} + 2x0.5\frac{V_{30}^2}{2g} + 0.75\frac{\left(V_{15}^2 - V_{30}^2\right)}{2g}$$

$$\frac{P_{15}}{\gamma} = 7 - 31.25\frac{V_{30}^2}{2g} = 4.22m$$

Problema

En la figura el punto B dista 180 m del recipiente. Si circulan 15 L/s de agua, calcular (a) la pérdida de carga debido a la obstrucción parcial C y (b) la presión absoluta en B.



a) Bernoulli entre A-D

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} + h_{fc} + f\frac{L}{D}x\frac{V_D^2}{2g}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.015\ x\ 4}{\pi(0.15)^2} = 0.849\ \mathrm{m/s}$$

$$Z_A = \frac{V_D^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_D^2}{2g} + h_f$$

$$h_f = 6m - \frac{(0.849)^2}{19.62} - \left[0.025\ x\ \frac{700\ m}{0.15\ m}\ x\ \frac{(0.849)^2}{19.62}\right]$$

$$h_f = 1.68\mathrm{m}$$

b) Bernoulli entre A-B

Presión absoluta A-B

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + h_f$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = P.Atmosf\acute{e}ric\ a = 10.34\ \mathrm{m}$$

$$Z_A = 0.6m$$

$$V_B = 0.849\ \mathrm{m/s}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = Z_A + \frac{P_A}{\gamma} - f\frac{L}{D}\mathrm{x}\frac{V_B^2}{2g} - \frac{V_B^2}{2g}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 0.6m + 30.34m - 0.025x\frac{18.0m}{0.15m}x\frac{(0.849)^2\ \mathrm{m^2/s^2}}{19.62\ \mathrm{m/s^2}} - \frac{(0.849)^2\ m^2/s^2}{19.62\ m/s^2}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 9.8m, P_B = 9.8m * 1000\ \mathrm{kg}/m^3 = 9.800\ \mathrm{kg/m^2} = 0.98\ kg/cm^2$$

Problema

Un disolvente comercial a 21°C fluye desde un depósito A a otro B a través de 150 m de una tubería nueva de fundición asfaltada de 15 cm de diámetro. La diferencia de elevación entre las superficies libres es de 7 m. La tubería es entrante en el depósito A

y dos codos en la línea producen una pérdida de carga igual a dos veces la altura de velocidad. ¿Cuál es el caudal que tiene lugar? Utilizar e = 0.0135 cm.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{\mathrm{V}_2}{2\mathrm{g}} - 2V^2/2g$$

$$Z_A - Z_B = V^2/2g + f\frac{L}{D}V^2/2g$$

$$7.0 = V^2/2g\left(f\frac{L}{D} - 1\right)$$

$$\mathrm{V} = \sqrt{\frac{7\mathrm{x}2\mathrm{x}9.81}{\left(0.026\mathrm{x}\frac{159}{0.15} - 1\right)}} = 2.34\ \mathrm{m/s}$$

$$E/D = \frac{0.0135}{1.5} = 9x10^{-4}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\upsilon} = \left.\frac{2.34x0.15}{1.1714x10^{-6} = 2.49x10^5}\right\}$$

υ = Viscosidad cinemática del disolvente comercial a $21^{\circ}\mathrm{C} = 1.17 \times 10^{-6} m^2/s$

$\mathrm{Re} \equiv 3x10^5$

Observando en el diagrama de Moody, se encuentra que el valor de f está bien supuesto, entonces con V = 2.34 m/s.

$$Q = V.A = V * \frac{\pi(\mathrm{D})^2}{4} = \frac{(2.34)(\pi)(0.15)^2}{4} = 0.04135\ \mathrm{m^3/s} = 41.4\ \mathrm{L/s}$$

Problema

Un conducto de acero de sección rectangular de 5 cm x 10 cm transporta 18 L/s de agua a una temperatura media de 15°C y a presión constante al hacer que la línea de alturas piezométricas sea paralela al eje del conducto. ¿Qué altura ha de descender el conducto en 100 m al suponer la rugosidad absoluta de la superficie del conducto igual a 0.025 cm? Utilizar ν = 1.132 x 10⁻⁶ m²/s.

$$V = \frac{0{,}018\,\mathrm{m^3/s}}{0.05m \times 0.1\,\mathrm{m}} = 0.018\,\mathrm{m^3/s}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\upsilon} =$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{0.05 \times 0.10}{2(0.05) + 0.10} = 0.025\ \mathrm{m}.$$

$$\mathrm{Re} = \frac{4V_R}{\upsilon} = \frac{4 \times 3.6\,\mathrm{m/s} \times 0.025\,m}{1.132 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s} = 318021.20} = 3.18x10^5$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0{,}025cm}{4(7.5)m} = 0.025$$

En el gráfico f = 0.042

$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = f\frac{L}{4R}\frac{V}{2g}$$

$$h_f = 0.042x\frac{100m}{0.1m}x\frac{(3.6m/s)^2}{19.62\ \mathrm{m/s^2}} = 27.74m = 27.80m$$

Problema

Cuando circulan 40 L/s de un fuel-oil medio a 15°C entre A y B a través de 1000 m de una tubería nueva de fundición de 15 cm de diámetro, la pérdida de carga es de 40 cm Las secciones A y B tienen cotas de 0,0 m y 18,0 m, respectivamente, siendo la presión en B de 3.50 kg/cm². ¿Qué presión debe mantenerse en A para que tenga lugar el caudal establecido?

De tablas se obtiene la densidad relativa del Fuel-oil medio a 15°C.

Es de 0.857, luego γ =857 kg/m³

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^{\ 2}}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^{\ 2}}{2g} + h_f(A-B)$$

Z_A = 0 se encuentra en el nivel de referencia (N.R.).

$V_A = V_B$ permanecer constantes el caudal y el diámetro de la tubería

Luego

$$\frac{P_A}{\gamma} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^{\ 2}}{2g} + h_f(A-B)$$

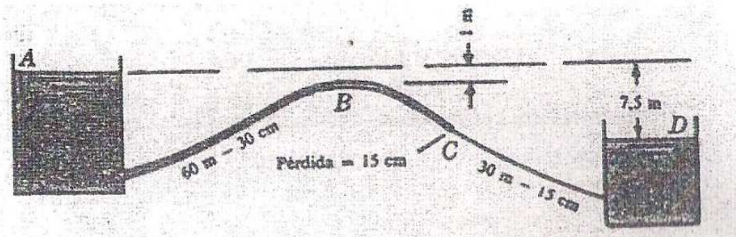
$$P_A = \gamma\left(Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + h_f(A-B)\right)$$

$$P_A = (857\,\mathrm{kg/m^3}) * (98.84m) = 84706\,\mathrm{kg/m^2} = 8.47\,\mathrm{kg/cm^2}$$

Problema

a). Determinar el caudal de agua que circula a través de las tuberías nuevas de fundición mostradas en la figura

b). Cuál es la presión en B si está a 30 m. del depósito A? (Utilizar tabla 3).



a). Altura de presión = pérdidas totales

$$7.5 = \textit{pérdidas}\ \mathrm{de}\,(_{D\text{-}T}) + \mathrm{pérdidas}\,(_{T\text{-}D}) + h_{f30} + h_{f15} + 0.15$$

$$7.5 = \frac{KV_1^{\ 2}}{2g} + \frac{KV_2^2}{2g} + \frac{f_1L_1}{D_1}x\frac{V_1^2}{2g} + \frac{f_2L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} + 0.15$$

Por continuidad:

$$A_1V_1 = A_2V_2 \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} * V_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} * V_2 \Rightarrow V_1D^2 = V_1D^2$$

$$V_1 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 V_1 \Rightarrow V_1 = V_2\left(\frac{0.15}{0.30}\right)^2 \Rightarrow V_1 = 0.25V_2 \text{ o } V_2 = 4V_1$$

$$\left.\begin{array}{l} K = 0.5 \\ K_2 = 1 \end{array}\right\} \textit{Según } \text{Tabla 3}$$

$$7.5 = \frac{0.5V_1^2}{19.62} + \frac{V_2^2}{19.62} + \frac{fx60}{0.30}x\frac{V_1^2}{19.62} + \frac{fx30xV^2{}_2}{0.15x19.62} + 0.15m$$

$$7.5 = 0.025V_1^2 + 0.825V_1^2 + fx16.2V_1^2 + fx163.1V_1^2 + 0.15$$

$$7.5 = 0.84V_1^2 + 174.3fV_1^2 + 0.15$$

Utilizando la Tabla 3 e interpolando o utilizando una calculadora programable

$V_1 = 1.3\, \mathrm{m/s}$ $\qquad$ f = 203.33 x 10^{-4}

$X = 7.56m$

Para $V_1 = 1.3\, \mathrm{m/s}$

$$Q = A.V = \frac{\pi(0.30)^2}{4}m^2 * 1.3\frac{m}{s} = 0.092\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} = 92\, \mathrm{L/s}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V^2{}_B}{2g} + Z_B + H$$

$$H = h_{f_{30}} + \text{pérdidas de}\left(_{\mathrm{D.T}}\right) = \mathrm{f}\frac{\mathrm{L}_1}{\mathrm{D}_1}\frac{V_1^2}{2g} + K_1\frac{V_1^2}{2g}$$

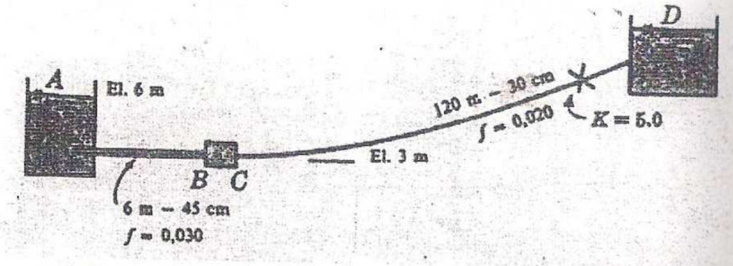
$$H = 203.33x10^{-4}x\frac{30m}{0.30\text{ m.}}x\frac{(1.3)^2}{19.62} + 05 = 0.218\text{ m.}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 1 - \frac{(1.3)^2}{19.62} - 0.218 = 0.696\text{ m}$$

$$\mathrm{P_B} = 0.696\text{ m x }1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 6.96\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$$

Problema

A través del sistema mostrado en la figura fluye agua a 38°C. Las tuberías son nuevas de fundición asfaltada y sus longitudes 50 m la de 7.5 cm. y 30 m. la de 15 cm. Los coeficientes de pérdida de los accesorios y válvulas son: codos de 7.5 cm, K = 0.40 cada uno: codo de 15 cm, K = 0.60 y válvula de 15 cm, K = 3.0.



Determinar el caudal.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B{}^2}{2g} + h_f(_{A-B}) + he$$

$P_A = P_B$ porque ambos tanques se encuentran abiertos a la atmósfera
$V_A = V_B$ no se consideran

$Z_A = 7.5$ $\qquad$ $Z_B = 0$

$$h_f = \frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}; \qquad \text{he} = \mathrm{K}\frac{V^2}{2g}$$

$$7.5 = f_1\frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g} + f_2\frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} + 2K_1\frac{V_1^2}{2g} + K_2\frac{V_2^2}{2g} + K_3\frac{V_2^2}{2g}$$

Por continuidad $Q = V_1A_1 = A_2V_2$

$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} * V_2 \rightarrow V_1^2 = V_2^2\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4$$

$$V_1^2 = \left(\frac{15}{7.5}\right)^4 V_2^2 = 16V_2^2$$

$$7.5 = 16 f_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{V_2^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} + 32 K_2 \frac{V_2^2}{2g} + K_3 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$7.5 = 16 f_1 \frac{50}{0.075} x \frac{V_2^2}{19.63} + f_2 \frac{30}{0.15} x \frac{V_2^2}{19.62} + 32 x (0.80) \frac{V_2^2}{19.62} + 0.6 \frac{V_2^2}{19.62} + 3 \frac{\sqrt{2}}{19.62}$$

$$7.5 = 643.66\ f_1 V_2^2 + 10.19\ x\ f_2 V_2^2 + 1.30\ V_2^2 + 0.03\ V_2^2 + 0.15\ V_2^2$$

$\rightarrow f_1 \cong f_2 \cong f \rightarrow$ suponiendo un $f = 0.020$

Reemplazo $: \rightarrow V = 0.597$ m/s

$$Re = \frac{V_2 D}{\upsilon} = \frac{(0.597) * (0.15)}{0.6874\ x10^{-6}} = 130333.8 \rightarrow Re \cong 1.3x10^{-5}$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0.012}{15\,cm} = 0.0008 \text{ en Moody } \rightarrow f_{\text{calculado}} = 0.021 \text{ diferente al supuesto}$$

Reemplazando

$$7.5 = (543.66)(0.021)\, V_2^2 + (10.19)(0.021)\, V_2^2 + 1.30 V_2^2 + 0.03 V_2^2 + 0.15 V_2^2$$

$$7.5 = 11.41 V_2^2 + 0.21 V_2^2 + 1.30 V_2^2 + 0.03 V_2^2 + 0.15 V_2^2 = 13.1 V_2^2 \Rightarrow V_2 = 0.76 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{V_2 D_2}{\upsilon} = Re = \frac{(0.76)(0.15)}{0.6874x10^{-6}} = 165842.3 \cong 1.7x10^5$$

$$\frac{E}{D} = 0.008 \rightarrow \text{f calculado} = 0.0205 \text{ diferente al f supuesto}$$

$$7.5 = (543.66)(0.025)\, V_2^2 + (10.19)(0.205)\, V_2^2 + 1.30 V_2^2 + 0.03 V_2^2 + 0.15 V_2^2$$

$$7.5 = 11.14 V_2^2 + 0.20 V_2^2 + 1.30 V_2^2 + 0.03 V_2^2 + 0.15 V_2^2 = 12.82 V_2^2 \rightarrow V_2 = 0.77 \text{ m/s}$$

$$\frac{E}{D} = 0.008 \rightarrow \text{f calculado} = 0.0205 \text{ semejante al f supuesto}$$

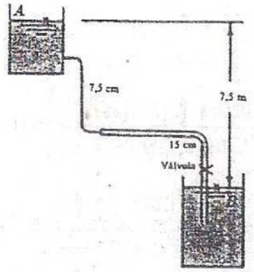
$$Q = V_2 A_2 \Rightarrow Q = (0.77)\left(\frac{\pi x(0.15)^2}{4}\right) = 0.0136\ \mathrm{m^3/s}$$

$$V_1 = \frac{D_2^2}{D_1} V_2 = \frac{(0.15)^2}{(0.075)^2} z 0.77 = 3.08\ \mathrm{m/s}$$

$$Q = V_1 A_1 = (3.08)\left(\frac{\pi x(0.075)^2}{4}\right) = 0.0136\ \mathrm{m^3/s} = 0.0136\ \mathrm{m^3/s}\ x \frac{1000 \text{ Lts.}}{1\,\mathrm{m^3}} = Q = 13.6\ \mathrm{L/s}$$

Problema

Si la bomba B de la figura transfiere al fluido 70 CV cuando el caudal de agua es de 220 L/s. ¿A qué elevación puede situarse el depósito D?



Situando un nivel de referencia en B

Aplicando Bernoulli entre A y D

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} + h_f(\text{1er.tramo}) + h_f(\text{2do.tramo}) - H_B$$

$$Z_A = Z_D + \frac{V_D^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_{30}^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_{45}^2}{2g} - H_B$$

$$V_{45} = \frac{Q}{A_{45}} = \frac{0.22\ \mathrm{m^3/s}}{\pi \frac{(045)\,\mathrm{m^2}}{4}} = 1.38\ \mathrm{m/s}$$

$$V_{30} = \frac{Q}{A_{30}} = \frac{0.22\ \mathrm{m^3/s}}{\pi \frac{(0.30)\,\mathrm{m^2}}{4}} = 3.11\ \mathrm{m/s}$$

H_B = energía de la bomba

$$CV = \frac{V.Q.H_B}{75} \rightarrow H_B = \frac{CVX75}{\gamma\ Q}$$

$$H_B = \frac{70X75}{1000X0.22} = 23.86 \text{ m}$$

Reemplazando y despejando Z_D.

$$Z_D = Z_A - f\frac{L}{D}\frac{V_{30}^2}{2g} - f\frac{L}{D}\frac{V_{45}^2}{2g} - \frac{KV_{30}^2}{2g} + H_B$$

$$Z_D = 3m - (0.020)\left(\frac{120\text{m}}{0.30\text{m}}\right)\left(\frac{(3.11\,\text{m/s})^2}{2(9.81\,\text{m}/\text{s}^2)}\right) - (0.030)\left(\frac{6m}{0.045m}\right)\left(\frac{(1.38\,\text{m}/\text{s}^2)}{0(9.81\,\text{m}/\text{s}^2)}\right) - (5)\frac{(3.11)^2}{2(9.81)} + 23.86\,m$$

$$Z_D = 3 - 3.94 - 0.0388 - 2.46 + 23.86 = 20.42\,m$$

$Z_D \cong 21\,m \Rightarrow$ Elevación máxima a la que puede situarse el depósito D

Problema

Una bomba situada a una cota topográfica de 3 m mueve 210 L/s de agua a través de un sistema de tuberías horizontales hasta un depósito cerrado, cuya superficie libre está a una cota de 6.0 m. La altura de presión en la sección de succión, de 30 cm de diámetro, de la bomba es de – 1.20 m y en la sección de descarga, de 15 cm de diámetro, de 58.0 m. La tubería de 15 cm (f = 0.030) tiene 30 m de longitud, sufre un ensanchamiento brusco hasta 30 cm, continuando con una tubería de este diámetro (f = 0.020) y una longitud de 180 m hasta el depósito. Una válvula de 30 cm K = 1.0 está situada a 30 m del depósito. Determinar la presión sobre la superficie libre del agua del depósito. Dibujar las líneas de alturas totales y piezométricas.

$$E_1 + H_B = E_2$$

$$\frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{P_{30}}{\gamma} + H_B = \frac{V_{15}^2}{2g} + \frac{P_{15}}{\gamma}$$

$$H_B = 66.7\text{ m}$$

Pérdida de energía entre 2 y 3

$$h_{f(2-3)} = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = 0.03 \text{ x } \frac{30}{0.15} x \frac{V_{15}^2}{2g}$$

$$\frac{V_{15}^2}{2g} = 8m$$

$$\frac{V_{30}^2}{2g} = 0.5m$$

$$h_{f(2-3)} = 48m$$

Pérdida en la contracció n

$$h_f = 0.1\frac{(V_{15} - V_{30})}{2g} = 0.45m$$

Pérdida de energía entre 3 y 4

$$h_{f(3-4)} = 0.02x\frac{150}{0.3}x0.5 = 5m$$

Pérdida en la válvula

$$h_f = K\frac{V_{30}^2}{2g} = 0.5m$$

Pérdida de energía entre 4 y 5

$$h_{f(4-5)} = 0.02x\frac{30}{0.3}x0.5 = 1m$$

Presión en la superficie libre del depósito

$$P_s = 66.7 - 48 - 0.45 - 5 - 0.5 - 1 - 3 = 8.75\text{m} = 0.875\ \text{kg}/\text{m}^2$$

Problema

Qué diámetro debe de tener una tubería medio nueva de fundición para transportar 30 L/s de agua a 21°C a través de 1200 m con una pérdida de altura piezométrica de 20 m? Utilizar la tabla 3).

El miembro entre corchetes representa la caída de la línea de altura piezométrica S = 20m

$$\left[\left(\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A\right) - \left(\frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B\right)\right] = f\frac{12000}{d}\frac{V^2}{2g}$$

$$20 = f\frac{12000}{d}\frac{V^2}{2g} \rightarrow V = Q/A$$

$$20 = f\frac{12000}{d}\text{x}\frac{\left(4Q/\pi d^2\right)^2}{2g}$$

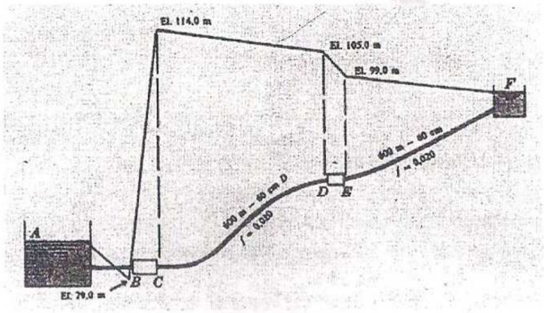
$$20 = f\frac{12000}{d}x\left(\frac{40.33/\pi D^2}{2(9.81)}\right)^2 \left\{\begin{array}{l} d^5 = 446X0^{-3}f \\ d^5 = 4.46x10^{-3}x0.02 \\ d = 15.4cm \end{array}\right\} \textit{Como} \text{ no se conoce f ni V, se supone } f = 0.02$$

$$V = \frac{0.03}{\pi d^2/4} = 1.59\ \text{m}/\text{s}$$

$$\left.\begin{array}{l} d = 0.154m \\ V = 1.59\frac{m}{s} \end{array}\right\} \textit{Interpolando} \text{ Tabla 3 } f = 0.027 \quad \left\{\begin{array}{l} d^5 = 4.46x10^{-3}x0.027 \\ d \cong 16.5\text{m} \end{array}\right.$$

Problema

La bomba BC transporta agua hasta el depósito F y en la figura se muestra la línea de alturas piezométricas. Determinar (a) la potencia suministrada al agua por la bomba BC, (b). la potencia extraída por la turbina DE y (c) la cota de la superficie libre mantenida en el depósito F.



$$h_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + 85 - f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} - 6 = h_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g}$$

$$h_B + \frac{P_B}{\gamma} = 29\text{ m.} \qquad h_E + \frac{P_E}{\gamma} = 9.9\text{ m.}$$

$$29 + 85 - \text{f}\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} - 6 = 99m$$

$$9 = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{\frac{9Dx2g}{fL}} = \sqrt{\frac{9x0.6x19.62}{0.02x600}} = 2.97\ \text{m}/\text{s}$$

$$Q = VA = 2.97\text{ x }\frac{\pi(0.6)^2}{4} = 0.840\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$P_{bomba} = \frac{Q\text{ x }\gamma\text{ x H}}{75} = 952\text{ Cv}$$

$$\text{P}_{\text{Turbina}} = \frac{Q\text{ x }\gamma\text{ x B}}{75} = 67.7\text{ Cu}$$

La cota de la superficie libre mantenida en el depósito F.

$$h_F = f\frac{L}{D}\frac{\text{V}^2}{2\text{g}} = 0.020x\frac{600}{0.6}x\frac{(2.97)^2}{19.62} = 4.0\,m$$

$$\textit{Nivel} \text{ del tanque F} = 99 - 9 = 90\text{ m}$$

Problema

A través de una tubería de 5 cm de diámetro circulan 68 kg/s de aire a la temperatura constante de 20°C. La tubería es usada y el material de fundición. En la sección A la presión absoluta es de 3.80 kg/cm². ¿Cuál será la presión absoluta 150 m aguas abajo de A si la tubería es horizontal? Utilizar e = 0.0249 cm.

Capítulo IX

SISTEMAS COMPLEJOS DE TUBERÍAS

Generalmente los sistemas de conducción de un flujo, involucran situaciones más complicadas que la conducción en una tubería simple. Esto puede apreciarse en las conducciones que suministran agua a una población, las instalaciones de un complejo industrial o el suministro de agua a los cultivos bajo sistemas de aplicación agua localizada.

Ésta capítulo se encuentra enfocado al conocimiento y análisis de diferentes formulas, expresiones y métodos que permitan determinar diferentes condiciones hidráulicas en instalaciones de diferente configuración geométrica.

Tuberías equivalentes

Una tubería es equivalente a otra u otras, cuando se presenta una pérdida de energía similar, cuando circula a través de ellas el mismo caudal.

Tuberías en serie

Son aquellas tuberías que se conectan una a continuación de otra, sin que exista ningún ramal intermedio y en las cuales, la pérdida de energía se puede determinar como la suma de las pérdidas en cada uno de los tramos, cuando el caudal conducido es el mismo a lo largo de todo el sistema.

Tuberías en paralelo

Existen situaciones que ameritan la conexión de distintas tuberías de manera paralela y son aquellas cuando el flujo se ramifica, volviendo a unirse de nuevo en un punto que se localiza hacia aguas abajo.

En la resolución de situaciones como la anteriormente planteada se aplican tres importantes principios: el primero dice que el caudal total en un punto inmediatamente antes de la separación (nudo), debe ser igual al caudal en un punto inmediatamente posterior a la unión (nudo); el segundo indica que la pérdida de energía que se produce en los ramales colocados entre los nudos inicial y final del sistema paralelo, debe ser la misma y el tercero que el porcentaje del caudal total que circula por cada una de los ramales del sistema paralelo se mantendrá constante, independientemente de la pérdida de carga que exista entre el nudo inicial y final del sistema.

Tuberías ramificadas

Estos sistemas se encuentran constituidos por diferentes tuberías que se separan o dividen en más de dos tuberías o que se reducen a una sola y que no vuelven a juntarse de nuevo hacia aguas abajo. En esta caso la dirección del flujo esta determinada por la presión a que se encuentren los distintos puntos en un sistema, el cual a su vez estará influenciado por la disposición topográfica del área en que se encuentren instaladas las tuberías.

Red de tuberías

En la práctica muchos de los sistemas de tuberías que se encuentran en la vida diaria, están constituidos por muchas tuberías conectadas de forma compleja, en la cual existen muchos puntos con caudales entrantes y salientes, en u complejo conjunto de tuberías instaladas en forma paralela. El análisis numérico de estos sistemas es extremadamente complejo, pero pueden obtenerse soluciones mediante métodos estandarizados para lo cual existen soluciones computacionales, como las propuestas por el método de Hardy-Cross.

Problema

En el ensayo de una tubería de fundición de 50 cm, el caudal en flujo permanente fue de 175 L/s y la línea de alturas piezométricas cayó 1.20 m en un tramo de tubería de 600 m. ¿Cuál es el valor de C?

$V = 0.8494 * C_1 R^{0.63} * S^{0.59}$

$R = d/4$

$S = h/2$

$$C_1 = \frac{V}{R^{0,63}\ x\ S^{0,54}\ x\ 0,8494}$$

$$C_1 = \frac{0.8913\ m/s}{\left(\frac{0.5}{4}\right)^{0,63} x \left(\frac{1.20}{600}\right)^{0.59}\ x\ 0.8494} = 112.53$$

$$Q = 175\ L./s.\quad V = \frac{0.175\ m^3/s}{\pi(0.25)m^2} = 175000\ cm^3/s = 0.175\ m^3/s$$

$V = 0.8913$ m/s

Problema

Qué diámetro debe de tener una temperatura nueva de fundición para transportar, en régimen permanente, 550 L/s de agua a través de una longitud de 1800 m, y una pérdida de carga de 9 metros.

C = para tubería de función nueva y lisa = 130

Tabla 6

Q = 550 L/s agua

$$\text{Longitud} = 1800\ m \quad S = \frac{h_f}{L} = = \frac{h_f}{1800\ m}$$

$$Q = 100 = \frac{100}{C_1} * Q \quad S = 0.005$$

$$Q_{100} = \frac{100}{130} * 550\ L/s$$

$Q_{100} = 423$ L/s

Con los valores de Q 100 y S en el diagrama B, C_1=100

Diagrama B es igual a 62 cm

Problema

Se quiere transportar un caudal de 520 L/s a través de una tubería de fundición vieja (C_1=100) con una pendiente de la línea de altura piezométricas de 1.0 m/1000m. Teóricamente qué número de 40 cm serán necesarias. ¿ de 50 cm.?¿ de 60 cm.? ¿ de 90 cm?

Considerando la expresión de Hazen - Williams.

1). El número de tuberías para D = 40 cm. $\Rightarrow \dfrac{520\ L/s}{57\ L/s} = 9.12$

2). El número de tuberías para D = 50 cm. $\Rightarrow \dfrac{520\, L/s}{103\, L/s} = 5.05$

3). El número de tuberías para D = 60 cm. $\Rightarrow \dfrac{520\, L/s}{170\, L/s} = 3.06$

4). El número de tuberías para D = 90 cm. $\Rightarrow \dfrac{520\, L/s}{520\, L/s} = 1$

Problema

Comprobar que las relaciones del problema anterior cuando se transportan 520 L/s para una pendiente cualquiera de la línea de alturas piezométricas.

D_1 = 40 cm. D_2 = 50 cm. D_3 = 60 cm. D_4 = 90 cm.

Tomando diferentes líneas de alturas piezométricas (s) para cada diámetro.

S_1 = 0.10 m/100 m. S_2 = 5 m/100 m. S_3 = 40 m/100 m.

Con los datos de (a) y (b) en el diagrama (B), expresión de Hazen - Williams con C_1 = 1000, y dividiendo el caudal 520 L/s en el caudal obtenido se determina el número de tuberías para cada diámetro.

D_1 = 40 cm. -> S_1 = 010 m/1000 m se obtiene Q_1= 16.5 L/s

$$n_1 = \frac{Q_D}{Q_{obt}} = \frac{520\, L/s}{16.5\, L/s} = 31.52$$

D_2 = 50 cm. -> S_2 = 5 m/1000 m, se obtiene Q_2 = 240 L/s

$$n_2 = \frac{520\, L/s}{240\, L/s} = 2.17$$

D_3 = 60 cm. -> 53 = 40 m/1000 m, se obtiene Q_4 = 2200 L/s

$$n = \frac{520\, L/s}{2200\, L/s} = 0.24$$

Problema

Qué pérdida de carga producirá en una tubería nueva de fundición de 40 cm un caudal que, en una tubería de fundición de 50 cm, también nueva, da lugar a una caída de la línea de alturas piezométricas de 1.0 m/1000 m?

$S = h/L$ $\quad S = 1.0\ m/1000\ m$

$R = d/4$ $\quad R = 50\ cm/4 = 12.5\ cm. = 0.125\ m$

De la tabla 6 del Apéndice: C_1 = 130

$$Q = AV = \frac{1}{4}\pi(0{,}5)^2\left[0.8494 * 130(0.125)^{0.63}(0.001)^{0.54}\right] = 0.14033\ m^3/s = 140.33\ L/s$$

Por la fórmula de Hazen - Williams: $V = 0.8494\ C_1\ R^{0.63}\ S^{0.54}$

Para la tubería de 40 cm. = $0.14033 = \frac{1}{4}\pi(0.4)^2\left[0.8494\ x130\ (0.4/4)^{0.63}\ S^{0.54}\right]$

$S^{0.54} = \dfrac{0{,}14033}{3.2523}$ $\quad S = 2.96x10^{-3}\, x \dfrac{1000}{1000} = 2{,}96\ m/1000\ m$

Pérdida de carga = 2.96 m/1000 m.

Problema

La tubería compuesta (sistema de tuberías en serie) ABCD está constituida por 6000 m de tubería de 40 cm, 3000 m de 30 cm y 1500 m de 20 cm (C_1=100): a). Calcular el caudal cuando la pérdida de carga entre A y B es de 60 m. b). Qué diámetro ha de tener una tubería de 1500 m de longitud, colocada en paralelo con la existente de 20 cm. y con nudos en C y D, para que la nueva sección C-D sea equivalente a la sección ABC (utilizar C_1 =100), c). Si entre los puntos C y D se pone en paralelo con la tubería de 20 cm otra de 30 cm. y 2400 m de longitud. Cuál será la pérdida de carga total entre A y D para Q=80 L/s?

$$\frac{f_1}{29}\left(V_2^1 \frac{L_1}{d_1} + \frac{V_1 d_1^2}{d_2}\right)^2 L_2 + \left(\frac{V_1 d_1^2 / d_3^2}{d_3}\right)^2 = 60$$

Suponer un f = 0.02

$$\frac{0.02}{2 \times 9.81}(V_1^2 \frac{600}{0.4} + \frac{\left(V_1(0.4)^2/(0.3)^2\right)^2 3000}{0.3} + \frac{\left(V_1(0.4)^2/(0.2)^2\right)1500^2}{0.2} = 60$$

$V_1 = 0.594$ m/s
$V_2 = 1.056$ m/s
$V_3 = 2.376$ m/s

$$H_A - 13 = f_1 \frac{V_1^2 L_1}{29\, d_1} = 5.4 \qquad S = 5.4 \, {}^{m}\!/_{600m} = 9 \times 10^{-4}$$

$$R_E = \frac{d}{4} = \frac{0.4}{4} = 0.1$$

$V_1 = 0.451$ m/s

$$Q = 0.451 \times \frac{\pi (0.4)^2}{4} = 0.057 \, {}^{m^3}\!/_{s} = 57 \text{ L/s}$$

b). Conociendo el caudal y las pérdidas y con el diagrama B; (nomograma de caudales; formula de Hazen - Williams,(c_1=100) para hallar el diámetro -→ d = 16.5 cm

c). Por el mismo diagrama se hallan las pérdidas -→ h_f= 0.428 m.

Problema

Un sistema de tuberías en serie ABCD está formado por una tubería de 50 cm y 3000 m de longitud, una de 40 cm y 2400 m y otra de 30 cm y L m (C_1 = 120). Qué longitud L, hará que el sistema ABCD sea equivalente a una tubería de 37,5 c. de diámetro, 4900 m de longitud y C_1 = 100? si la longitud de la tubería de 30 cm que va de C a D fuera de 900 m qué caudal circulará para una pérdida de carga entre A y D de 40 m?

a).

Tramo AB, con diámetro de 50 cm y longitud de 3500 m; C_1 = 120
Tramo BC con diámetro de 40 cm y longitud de 2400 m
Tramo CD con diámetro de 30 cm y longitud L_m

Inicialmente se supone un caudal de 150 L -→ C_1 = 120, entonces se convierte a C_1=100

Q = (100/120)100 = 83.3 L.

Con este caudal y el diámetro se lee la pendiente (S) convergente a cada tramo

S_{50} = 0.69 m/1000m S_{40}=2.0 m/1000m S_{30}=7.9 m/1000

Se calculan las pérdidas

P_{50} = 0.69 m/1000m * 3000 m = 2.07 m
P_{40} = 2.0 m/1000m * 2400m = 4.80 m
P_{30} = 7.9 m/1000 * Lm = 7.9 m
Pérdida total = (6.87 + 7.9 L)m

En ese caudal de Q = 100 L/s. Se calculó la pérdida al tramo equivalente. S= 3.5 m/ 1000m

P_E = 3.5 m/1000 m x 4900 m = 17.15 m
Se igualan y se despeja L
6.87 + 7.9 L = 17.15
L = 130 m

b). Este numeral se realiza por sucesivas interacciones suponiendo un caudal hasta determinar el correcto para las condiciones dadas.

P_{50} = (1.9 m/1000 m)* 3000 m = 5.70 m
P_{40} = (5.7 m/1000 m)* 2400m = 13.68 m
P_{30} = (23 m/1000 m) * 900m = 20.78 m
P_t = 40.08 m
El caudal es **Q_{120} 180 L/s.**

Problema

Hallar la longitud equivalente a una tubería de 20 cm equivalente al sistema de tuberías es constituido por una tubería de 25 cm y 900 m de longitud, una de 20 cm y 450 m, y otra de 15 cm y 150 m de longitud (para todas las tuberías C_1=120)

Q_{120} = 60 L. → Q_{100} = 50 L.
P_{25} = 7 m/1000m x 900 m = 6.3 m
P^{20} = 22.5 m/1000 m x 450 m = 10.125
P_{15} = 90m/1000m x 150 m = 13.50
P_t = 29.925 m

Con el mismo Q_{100} y el diámetro de la tubería equivalente se determina el S_E, que es igual.

S_E = 22.66 m/1000 m.

$P_E = S_E \times L_E$

$$L_E = \frac{P_E}{S_E} = \frac{29.925m}{22.66 \, {}^{m}\!/_{1000m}} = 1320.6 \text{ m}$$

Problema

Los depósitos A y D están conectados por el siguiente sistema de tuberías en serie: la tubería (A-B) de 50 cm y 2400 m de longitud, la (B-C) de 40 cm y 1800 m y la (C-D) de diámetro desconocido y 600 m de longitud. La diferencia de elevación entre las superficies libres de los depósitos es de 25 m (a). Determinar el diámetro de la tubería

CD para que el caudal que circula entre A y D sea de 180 l/s si $C_1 = 120$ para todas las tuberías, b). Qué caudal circulará entre A y D si la tubería CD es de 35 cm de diámetro y si, además, conectada entre B y D existe otra tubería en paralelo con BCD de 2700 m de longitud y 30 cm de diámetro?

a). $S_{CD} = \frac{H}{L} = \frac{25}{600} = \frac{42}{100}$ $\quad C_1 = 100$

El caudal corregido

$$Q_c = \left(\frac{C}{C_1}\right) xQ \Rightarrow Q_C = \left(\frac{120}{100}\right) x180 \Rightarrow Q = 216\ L/s \Rightarrow Q = 0.216\ m^3/s$$

Aplicando la Ecuación de Hazen - Williams

$$Q = 0.27855\ C_1\ D^{2.63}\left(\frac{42}{1000}\right)^{0.54}$$

$$D = \left[\frac{0.216}{0.27855 \times 100 \times \left(\frac{42}{1000}\right)^{3.54}}\right]^{1/2.63} \Rightarrow D = 0.302m = 30\ cm$$

b). Para un $C_1 = 100$ su caudal corregido sería:

Q calculado = por Hazen - Williams

$$Q_c = \left(\frac{120}{100}\right) x\ 216 = Q_c = 259.2\ L/s$$

Problema

Un sistema de tuberías (C_1=120) está constituido por una tubería de 75 cm y 3000 m (AB), otra de 60 cm y 2400 m (BC) y de C a D 2 tuberías en paralelo de 40 cm y 1800 m de longitud cada una: a). Para un caudal entre A y D de 360 L/s. ¿Cuál es la pérdida de carga? b). Si se cierra la llave en una de las tuberías de 40 cm, qué variación se producirá en la pérdida de carga para el mismo caudal anterior?

$C_1 = 120; Q = 360$ L/s

Tramo AB, con diámetro de 75 cm y longitud de 3000 m.

Tramo BC, con diámetro de 60 cm y longitud de 2400 m

Tramo CD con diámetro menor de 40 cm y longitud de 1800 m.

a). Q_{120} --- $Q_{100} = \left(\frac{100}{120}\right)360 = 300L/s$

$S_{75} = 1.06$ m/1000 m ; pérdida de carga = 1.06 x 3 = 3.18 m

$S_{60} = 3$ m/1000m; pérdida de carga = 3 x 2.4 = $\frac{7.2m}{10.38}$

Por cada una de las tuberías de C-D, circulan $150\ L/s$

$S_{40} = 6$ m/1000 m; pérdida de carga = 6 x 1.8 = 10.8 m

Pérdidas totales = 10.38 m + 10.8 = 21.18 m

b). Si se cierra una de las tuberías de 40 cm. de ϕ

$S_{75} = 1.06$ m/1000 m;

pérdida de carga = 1.06 x 3 = 3.18 m

$S_{60} = 3$m/1000; pérdida de carga = 3 x 2.4 = 7.2 m.

$S_{40} = 22.5$ m/1000 m ;

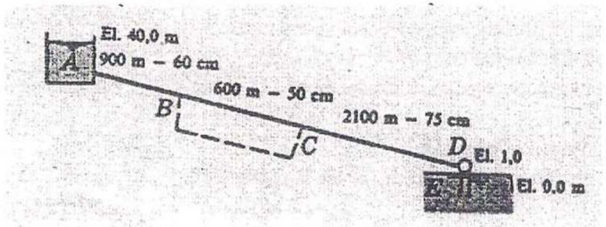
pérdida de carga = 22.5 x 1.8 = 40.5 m

Pérdidas totales = 50.88 m

Variación = 29.7 m

Problema

En la siguiente figura, para una altura de presión en D igual a 30 m (a). Calcular la potencia comunicada a la tubería D.E. (b). Si se instala la tubería dibujada a trazos en la figura (60 cm y 900 m de longitud), ¿Qué potencia podrá comunicarse a la turbina si el caudal es de 540 L/s? (C_1=120)



C = 120

Energía disponible entre el punto A y el D = 40 - pérdidas = 30 → pérdidas = 10 m

Suponiendo un Q = 90 L/s → $Q_{100} = \left(\frac{100}{120}\right)90 = 75\ L/s$

Con el diagrama "B":

$S_{60} = 0.23$ m/1000m $\rightarrow H_L = 0.23\left(\frac{900}{1000}\right) = 0.207\,m \Rightarrow 28.63\%$

$S_{50} = 0.58$ m/1000 m $\rightarrow H_L = 0.58\left(\frac{600}{1000}\right) = 0.348 \Rightarrow 48.13\%$

$S_{70} = 0.08$ m/1000 m $H_L \rightarrow = 0.08\left(\frac{2100}{1000}\right) = \frac{0.168}{0.723} \Rightarrow \frac{23.24\%}{100\%}$

Pero como las pérdidas son 10 m

Pendiente real

Con el diagrama B se tiene "D" y "S"

$H_{L60} = 2.863\text{m}$ $\quad S_{60} = 2{,}863\left(\frac{1000}{900}\right) \Rightarrow S_{60} = 3.18$ $\quad Q_{60} = 305\ L/s$

$H_{L50} = 4.813\text{m}$ $\quad S_{50} = 4.813\left(\frac{1000}{600}\right) \Rightarrow S_{50} = 8.02$ $\quad Q_{50} = 305\ L/s$

$H_{L75} = 2.324\text{m}$ $\quad S_{75} = 2.324\left(\frac{1000}{2100}\right) \Rightarrow S_{75} = 1.11$ $\quad Q_{75} = 305\ L/s$

a) $Q_{100} = 305$ L/s

$$Q_{120} = 305\left(\frac{120}{100}\right) \Rightarrow Q_{120} = 366\ L/s$$

$$P_{otencia} = \frac{\gamma QH}{75}\,c.v = \frac{1000(0.366)(30-1)}{75} = 141.52 \Rightarrow P = 142\text{ c.v}$$

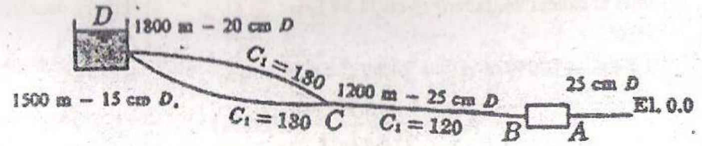
b) $Q_{120} = 540$ L/s.

Debido a que la pérdida en el tramo B-C es igual a la pérdida en el paralelo al mismo plano, entonces la pérdida total va a ser igual a la anterior, lo que varía es el caudal.

$$P = \frac{1000(0.540)(30-1)}{75} = 208.8 \approx 209\text{ c.v}$$

Problema

Cuando las alturas de presión en A y B son de 3.0 m y 90.0 m respectivamente, la bomba AB está comunicando al sistema una potencia de 100 CV. Qué elevación puede mantenerse en el depósito D?



$H_B = 90$ m - 3m = 87 m

$$P_{(CV)} = \frac{\gamma HQ_B}{7.5} \Rightarrow Q = \frac{75*100}{1000*87} \Rightarrow Q = 0.0862\ m^3/s$$

$$Q = 86.21\ L/s$$

$$(Q_{25})_{120} = 86.21\ L/s \Rightarrow (Q_{25})_{100} = \frac{100}{120}*86.21$$

$$(Q_{25})_{100} = 71.84\ L/s$$

De la tabla B, se obtiene una pérdida en función del caudal y del diámetro:

S = 13.2 m/1000 m

$$S = \frac{h_f}{L} \Rightarrow h_f = \frac{13.2}{1000}*1200$$

$$h_f = 15.84\,m$$

Son las pérdidas producidas en el tramo BC

Se suponen unas pérdidas para las tuberías en paralelo de 20 m.

$$S_{15} = \frac{20}{1500} \Rightarrow S_{15} = \frac{13.3}{1000}$$

Del diagrama B $(Q_{15})_{100} = 18.0\ L/s$

$$S_{20} = \frac{20}{1800} \Rightarrow S_{20} = \frac{11.1}{1000} \Rightarrow (Q_{20})_{100} = 34\ L/s$$

Como la tubería en paralelo el

$Q_T = Q_1 + Q_2$

$Q_T = 18.0+34.0=52.0$ L/s.

$S_2 \rightarrow 100\% \Rightarrow 18 \rightarrow 34.62\%$ y $34 \rightarrow 65.38\%$

Como el caudal verdadero es de 71.84 L/s.

Luego:

$$71.84\% \rightarrow 100\% \Rightarrow \phi_{15} \rightarrow 24.87\ (34.62\%)$$

$$\phi_{20} \rightarrow \frac{46.97}{71.84\ \mathrm{L}/_{\mathrm{seg}}}\ (65.38\%)$$

$(Q_{15})_{100} = 24.87\ \mathrm{L}/_{\mathrm{seg}}$ *Las* pérdidas reales son de $S = {}^{24.9}/_{1000}$

Luego : $h_f = \dfrac{24.9 \text{ x } 1500}{1000}$

$h_f = 37.35\mathrm{m}$ Como la tubería es en paralelo las pérdidas son iguale s

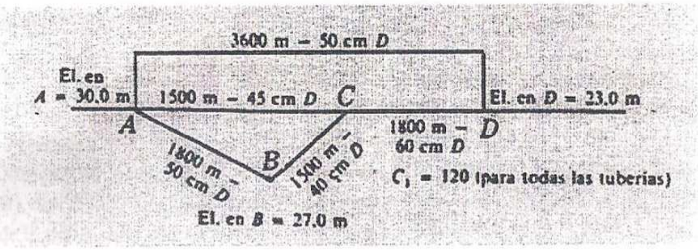
Línea piezométrica

Elevación del punto D (Nivel del tanque)

36.81m + 10.33 (presión Atmosférica) = 47.14 m.

Problema

En el sistema de tuberías mostrado en la siguiente figura es necesario transportar 600 l/s hasta D, con una presión en este punto de 2.80 kg/cm². Determinar la presión en A en Kg/cm². $C_1 = 120$



$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$

Se supone una pérdida de carga entre A y D, para calcular los caudales en cada tramo de tubería.

$P_A = P_D = 10m$

$$\frac{P_A - P_B}{L_T} = \frac{S_T}{1000}$$

Tramo A - D

$L = 3600\mathrm{m}\ \phi\, 50$ cm.

$$\frac{10}{3600} = \frac{S_{AD}}{1000} = S_{AD} = 2.78 \rightarrow \phi = 50 \text{ cm} \rightarrow Q_1 = 180\, L/_{s} = 27.07\%$$

Tramo A – B

$L = 1500\ \mathrm{m}\ \phi\, 45$ cm

$$\frac{10}{1800} = \frac{S_{AB}}{1000} = S_{AB} = 5.56 \rightarrow \phi = 50 \text{ cm} \rightarrow Q_2 = 260\, L/_{s} = 39.1\%$$

$$Q_T = 180\, \mathrm{L}/_{\mathrm{s}} + 22.5\, L/_{s} + 260\, \mathrm{L}/_{\mathrm{s}} = 665\, \mathrm{L}/_{\mathrm{s}}$$

Q_T = Caudal total supuesto

Conociendo los porcentajes de cada caudal y siendo estos constante para todo DP se tiene:

Para Q_T = 600 L/s

Q_1 = 600 x 0.2707 = 162.42 L./s

Q_2 = 600 x 0.3383 = 202.98 L/s

Q_3 = 600 x 0.3910 = 234.60 L/s

Q_F = 162.42 L/s + 202.98 L/s + 234.60 L/s = 600 L/s

Pérdidas reales

Tramo A-D

Q_1 = 162.42 L/s -> $\phi\, 50 \text{ cm.} \rightarrow H_{f_1} = \dfrac{22\mathrm{m}}{1000\mathrm{m}} \text{ x } 3600 \text{ m} = 7.92 \text{ m.}$

Tramo A-C

Q_2 = 202.98 L/s -> $\phi\, 45 \text{ cm.} \rightarrow H_{f_2} = \dfrac{53\mathrm{m}}{1000\mathrm{m}} \text{ x } 1500 \text{ m} = 7.95 \text{ m.}$

Tramo A-B-C-

Q_3 = 234.60 L/s -> $\phi\, 50 \text{ cm.} \rightarrow H_{f_3} = \dfrac{45\mathrm{m}}{1000\mathrm{m}} \text{ x } 1800 \text{ m} = 8.10 \text{ m.}$

Q_3 = 234.60 L/s -> $\phi\, 40 \text{ cm.} \rightarrow H_{f_4} = \dfrac{13\mathrm{m}}{1000\mathrm{m}} \text{ x } 1500 \text{ m} = 19.50 \text{ m.}$

Tramo C-D

$Q_4 = Q_2 + Q_3 = 202.98 + 234.60 = 437.58$ L/s

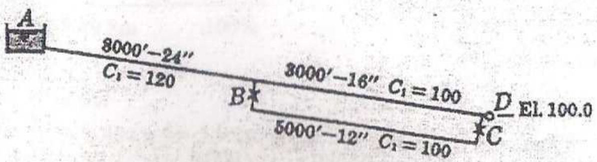
$Q_4 = 437.58$ L/s -> ϕ 60 cm. $\rightarrow H_{f_5} = \frac{6.5\text{m}}{1000\text{m}} \text{ x } 1800 \text{ m} = 11.70 \text{ m}.$

$$H_T = h_{f_1} + h_{f_2} + h_{f_3} + h_{f_4} + h_{f_5}$$
$$H_T = 7.92 + 7.95\,m + 8.1m + 19.5m + 11.70\,m = 55.17\,m$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} - h_f(A-D)$$
$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{P_D}{\gamma} - h_f(A-D) - Z_A$$
$$\frac{P_A}{\gamma} = 28\,m - 55.17 - 7\,m$$
$$\frac{P_A}{\gamma} = 34170 \quad kg/m^2 \left[\frac{1m^2}{(1000\ cm)^2}\right]$$
$$P_A = 3.417\ {}^{kg}\!/_{cm^2}$$

Problema

En la siguiente figura la presión en D es de 2.10 kg/cm², cuando el caudal suministrado desde el depósito A es de 250 l/s. Las válvulas B y C están cerradas. Determinar (a) la elevación de la superficie libre del depósito A. (b). B caudal y la presión dados en (a) no se cambian, pero la válvula C está totalmente abierta y la B solo parcialmente abierta. Si la nueva elevación del depósito A es de 64 m cuál es la pérdida de carga a través de la válvula B?



Balance Energía

$$Z_A + \frac{V_A^{2''}}{2g} + \frac{P_A}{\gamma} = Z_D + \frac{V_D}{2g} + \frac{P_D}{\gamma} + h_T$$
$$Z_A = \frac{P_D}{\gamma} + h_T$$

$$Q_{100} = \left(\frac{C_{100}}{C_{120}}\right) Q_{120} = \left(\frac{100}{120}\right) 250\ {}^{L}\!/_{s} = 208.3 \text{ L/s}$$

$Q_A = 250$ L/s = 571 mgd

$Q_B = 208.3$ L/s = 4.76 mgd

Pérdidas de carga entre la tubería

$$H_{f(A-B)} \rightarrow Q_B = 4.76 mgd \rightarrow \phi 24'' \rightarrow \frac{1.2}{1000} * 8000 = 9.6 \text{ m.}$$
$$H_{f(B-C)} \rightarrow Q_A = 5.71 mgd \rightarrow \phi 16'' \rightarrow \frac{1.25}{1000} * 3000 = 37.5 \text{ m.}$$
$$H_T = H_{f(A-B)} + H_{f(B-C)}$$
$$H_T = 9.6m + 37.5\text{m} = 47.1 \text{ m}$$

Como:

$$Z_A = {}^{P_D}\!/_{m} H_T = 21m + 47.1 = 68.1m$$

b). Se supone una pérdida de presión (P_D-P_B) para calcular las pérdidas de carga del tubo.

$P_D - P_A = 22 \, {kg}/{cm^2} = 4303.33 \, {Lb}/{p\lg^2}$

Utilizando $\left[\dfrac{P_D - P_A}{L_T} = \dfrac{S_T}{1000}\right]$ para cada trama ·

Trama A - B L = 8000 ³ 24"

$$\frac{4303.3}{8000} = \frac{S_T}{1000} \Rightarrow S_{T(A-B)} = 548.95 \rightarrow 19.38\%$$

Trama B - D L = 3000 ³ 16"

$$\frac{4303.3}{3000} = \frac{S_T}{1000} \Rightarrow S_{T(B-C)} = 1411.75 \rightarrow 49.84\%$$

Trama B - C L = 5000 ³ 24"

$$\frac{4303.3}{5000} = \frac{S_T}{1000} \Rightarrow S_{T(B-C)} = 871.30 \rightarrow 30.76\%$$

$$H_T = H_{(A-B)} + H_{(B-D)} + H_{(B-C)}$$

$$= 548.95 + 1411.75 + 871.3 = 28.32.57 \, ft \rightarrow 100\,\%$$

Haciendo el balance de energía en los puntos A y D:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + h_T = Z_A \Rightarrow \frac{P_D}{\gamma} + \frac{\gamma_D^2}{2g}$$

$$h_T = \frac{P_A}{\gamma} + Z_A = 4303.27\,pies - 209.97\,pies$$

$$h_T = 4093.3.\,pies$$

Este h_T es la pérdida real del sistema (100%)

Tramo A-B $\dfrac{4093.3\,pies * 19.38}{100} = 793.28\,pies$

Tramo B-D $\dfrac{4093.3\text{ pies} * 49.84}{100} = 2032.1\,pies$

Tramo B-C $\dfrac{4093.3\text{ pies} * 30.76}{100} = 1259.7\,pies$

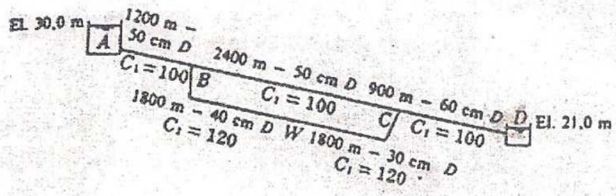
La pérdida de la carga tras la válvula B es:

H_B =Tramo AB + Tramo BC - Tramo BD

H_B= -2032 + 793.28 + 1259.7 pies = + 20.88 pies = 6.36m

Problema

Determinar el caudal que circula a través de cada una de las tuberías del sistema mostrado en la siguiente figura.



$h_{f\,\text{TOTAL}} = 31.0 - 21.0m = 9m\left[h_f(1-4)\right]$

entre los tramos 2 - 3 del sistema en paralelo

$h_f(2-3) = h_f(B-C) = h_f(BWC)$

A su vez $h_f(BWC) = h_f(BW)_f\, h_f(W-C)$ [por ser BW y W - C tuberías en serie]

$Q_{BWC} = Q_{BW} = Q_{WC}$ [por ser tuberías en serie]

1). $Q_{1-2} = Q_{2-3} = Q_{3-4}$
2). $Q_{2-3} = Q_{B-C} + Q_{BWC}$
3). $h_f(1-4) = 9m$
4). $h_f(1-4) = h_f(1-2) + h_f(2-3) + h_f(3-4)$

Suponiendo Q = 500 L/s.

$h_f(1-2) = 21.6m$

$L = 1200m$ del diagrama B

$D = 50cm$ $S = {18m}/{1000m} = {21{,}6}/{1200m}$

$C_1 = 100$

$h_f(3-4) = 6.57m$

$L = 900m$ del diagrama B

$D = 60cm$ $S = {7.3m}/{1000m} = {6.57}/{900m}$

$C_1 = 100$

$h_f(2-3) = ?$

Convirtiendo la tubería equivalente de 40 cm D. (La tubería WC) y dejando BWC en tubería de 40 cm. D y $C_1 = 120$

Suponiendo Q = 300 L/s.

Para los tramos BW y WC, según el diagrama B; la longitud de las tuberías es de 1800 m

D = 40 cm; $S = \frac{40.5m}{1000m}$ D = 30cm; $S = \frac{162m}{1000m}$

$\frac{162}{40.5} = 4.0 \Rightarrow$ 4 tuberías de 40 cm de diámetro = 1 tubería de 30 cm de diámetro

Suponiendo $h_f(2\text{-}3) = 2m$

Para BC L = 2400m $S = h/_L \frac{0.83\,m}{1000\,m}$	Para BC L = 2400m $S = h/_L \frac{0.83m}{1000m}$
D = 50 cm	D = 40 cm
C_1=1000	C_1=120
Del diagrama B	
Q = 93.0 L/s	$Q_{100} = 26$ L/s
$Q_1 = 145.9$ L/s	$Q_{120} = 31.2$ L/s
Porcentaje $Q_{BC} = \frac{93}{145.9} x100 = 63.74\%$	Porcentaje $Q_{WC} = \frac{31.2}{145.9} x100 = 36.26\%$

Con los porcentajes de Q (supuesto) se busca el valor de la pérdida de energía $h_f(2\text{-}3)$.

Q_{BC}=500 (0.6374) = 318.7 L/s -→ D=50 cm, C_1=100 ; L=2400 → $h_f(1\text{-}2)$=21.6m

Q_{BWC}=500 (0.3626) = 181.3 L/s $S = 9/_{1000} = \frac{21.6}{2400}$

Los productos calculados con Q = 500 L/s son:

$h_f(1-2) = 21.6m$	43.4%
$h_f(2-3) = 21.6m$	43.4%
$h_f(3-4) = 6.6m$	13.2%
$h_f(1-4) = 49.8m$	100%

$h_f(1-4) = 9m$

$h_f(1-2) = 0.434 \times 9 = 3.95m$

$h_f(2-3) = 0.434 \times 9 = 3.95m$

$h_f(3-4) = 0.132 \times 9 = 1.10m$

Para el tramo A-B

$L = 1200\ m$	$S = h/_L = 3.29\ m/_{1000m}$
$D = 50\ cm$	del diagrama B
$C_1 = 100$	$Q_{B\text{-}C} = 190 L/s$
$h = 3.95$ m	

Para l tramo B-C

$L = 2400$	$S = h/_L = 1.65\ m/_{1000\,m}$
$D = 50\ cm$	del diagrama B
$C_1 = 100$	$Q_{B\text{-}C} = 140 L/s$
$h = 3.95$ m	

Para el tramo BWC

$(Q_{B\text{-}C})$ (0.3626) = 51 L/s

Problema

La bomba XY, a una elevación de 6,0 m hace circular 120 L/s a través de una tubería nueva de fundición YW de 40 cm y 1800 m de longitud. La presión de descarga en y es de 2.70 kg/cm². En el extremo W de la tubería de 40 cm están conectadas dos tuberías, una de 30 cm y 750 m de longitud (C_1=100), que termina en el depósito A, a una elevación de B y el caudal que llega o sale de cada uno de los depósitos.

$$P_y = 2.70 \,{}^{kg}/_{cm^2}\, x \frac{10^{-4}}{1000} = 27m$$

a). Para y -W

$Q = 120$ L/s	$Q_{100} = 92.31 L/s$
$D = 40\,cm$	del Diagrama B.
$C_1 = 130$	$S_o = 2.4m/_{1000\,m}$
$L = 1800\,m$	$h_f(y - W) = 4.32\,m$

La altura en Y = 27+6 = 33 m

La altura en W = 33 – 4.32 = 28.7m

$$f(A-W) = 30m - 28.7 = 13 \, {}^{m}/_{750} x1000 = 1.7 \qquad S_{30} = {}^{1.7m}/_{1000m}$$

$$con\, S_{30} = {}^{17m}/_{1000m} \text{ y } D = 30\text{cm del Diagrama B} \quad Q = 35 \text{ L/s}$$

$$Q_{WB} = Q_{yW} + Q_{Wa} = 120 + 35 = 155 \text{ L/s}$$

b). Q_{130}=155 L/s

$$Q_{100} = \left({}^{100}/_{130}\right)155 = 199 \text{ L/s} \qquad \text{del Diagrama B}$$

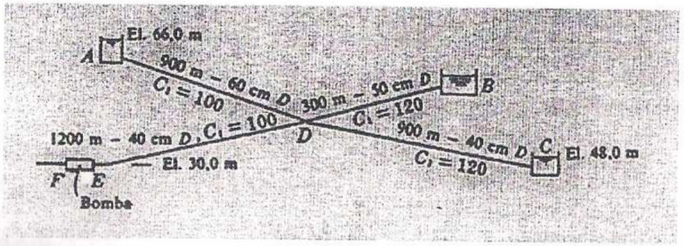
$$D = 25 \text{ cm} \qquad S_{25} = {}^{36m}/_{1000m}$$

$$h_f(W-B) = 21.6m$$

La altura de B es 28.7 - 21.6 = 7.10 m.

Problema

En la figura cuando $Q_{ED} = Q_{DC}$ = 280 L/s, determinar la presión manométrica en E, en kg/cm², y la elevación del depósito B.



Se halla la altura del punto D:

H = S x L. Q_{ED} = 280 L/s y el diámetro = 40 cm.

Buscando en el nomograma:

$$S = \frac{19.5}{1000}$$

$$h = SxL = \frac{19.5}{1000} x1200 = 23.4m$$

Se obtiene que la cota de D = 53.4m

Se halla el caudal en el tramo AD

Por diferencia de alturas se tiene H de AD =12.6 m

entonces: $S = \dfrac{H}{L} \Rightarrow S = \dfrac{12.6}{900} = 1.4 \times 10^{-2}$

diámetro = 60 cm. Buscando en el Nomograma. Q_{AD} = 700 L/s.

ahora procediendo para el caudal DB

$Q_{DB} = Q_{AD} - Q_{ED} . Q_{DC}$

Q_{DB} = 700 L/s - 280 L/s - 280 L/s

Q_{DB} = 140 L/s

Con el caudal DB y el diámetro = 50 cm.

Se halla S por el Nomograma -> $S = \dfrac{1.7}{1000}$

$$H = S \times L \Rightarrow H = \frac{1.7}{1000} \times 300 = 0.51 \text{ m}$$

que es la distancia vertical tomada a partir del punto D

la cota del punto B = 53.4 + 0.51 = 53.91 m

tomando como referencia el punto B y haciendo balance de energía entre el punto E y el punto B. se tiene:

$$\frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{29} + 2_E + h_B = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B}{2g} + 2_B + h_f$$

Se hallan las velocidades en los tramos DE y DB por medio de la expresión de Hazen-Williams.

$V = 0.8494\, C_1 R^{0.63} S^{0.54}$ donde R = radio hidráulico = $\dfrac{D}{4}$

Para el tramo V_{ED}

$$V_{ED} = 0.8494(100)\left(\frac{0,4}{4}\right)^{0.63}\left(\frac{23,4}{1200}\right)^{0,54} = 2.38 \text{ m/s}$$

Para el tramo V_{DB}

$$V_{BD} = 0.8494(120)\left(\frac{0,5}{4}\right)^{0.63}\left(\frac{23,91}{300}\right)^{0,54} = 7.02\, m/s$$

Teniendo las velocidades se procede a reemplazar en el balance de energía:

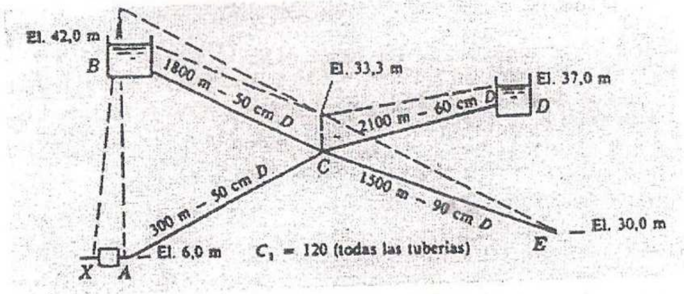
$$\frac{P_E}{\gamma}+\frac{(2.38)^2}{2(9.8)}-23.91-23.4=\frac{(7.02)^2}{2(9.8)}$$

$$\frac{P_E}{\gamma}+\frac{(7.02)^2}{2(9.8)}+23.4-23.91-\frac{(2.38)^2}{2(9.8)}\Rightarrow\frac{P_E}{\gamma}=49.54m$$

$$P_E=4.95\ kg/cm^2$$

Problema

En el sistema mostrado en la figura, a través de la tubería de 90 cm circulan 900 l/s. Determinar la potencia en CV de la bomba XA (rendimiento igual a 78.5%) que da lugar a los caudales y elevaciones mostrados en la figura si la altura de presión en X es nula. (Dibujar las líneas de alturas piezométricas).



Para el tramo CE se tiene: D = 90 cm. L = 1500 m

$$Q_{120}=900\ L/s$$

$$Q_{100}=(100/120)*900=750\ L/s$$

De tablas:

$$S_{90}=\frac{2.2}{1000}$$

$$H_{CE}=S*L=\frac{2.2}{1000}*1500=3.3m$$

$$H_{LC}=H_{CE}+H_{L.E}$$

$$H_{LC}=3.3+30=33.3\text{ m}$$

Para el tramo CD se tiene D = 60 cm y L = 2100 m

$$S={}^{37}/_{2100}=1.8/1000$$

De tablas

$$Q_{100}=280\ L/s$$

$$Q_{120}=(120/100)*280=336\ L/s$$

Para el tramo BC se tiene D = 50 cm L = 1800 m

$$H_{BC}=8.67\qquad S_{50}={}^{8.67}/_{1800}={}^{4.8}/_{1000}$$

De tablas

$$Q_{100}=283\ L/s$$

$$Q_{120}=(120/100)*283=285\ L/s$$

Los caudales que llegan a C son iguales a los que salen:

$$Q_{AC}+Q_{BC}=Q_{CD}+Q_{CE}\Rightarrow Q_{AC}+Q_{CD}+Q_{CE}+Q_{BC}$$

$$Q_{AC}=336+900-285=951\,{}^{L}/_{s}$$

$$H_{AC}=33.3-6=27.3m$$

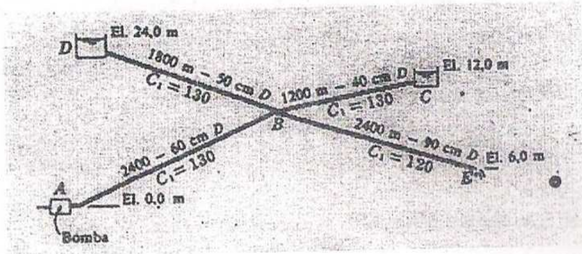
$$P_B=\frac{\rho.Q.H_B}{75}x\,C$$

$$P_B=\frac{1000\,x\,0.951\,x\,27.3}{75}x\,78.5\%$$

$$P_B=271.7\,CV$$

Problema

Qué caudal debe suministrar la bomba cuando el caudal a través de la tubería de 90 cm es de 1200 L/s y cuál es la altura de presión en A?



Para el tramo BE, Q = 120 L/s, con un C_1=120, para un C_1=100, se tiene:

$Q=\left(\frac{100}{120}\right)1200\frac{L}{s}=1000\frac{L}{s}$; según la tabla B, S_{90} = 3.5 m/1000 m, lo que da una pérdida de energía entre B y E de: 3.5, $\frac{2400}{1000}=8.4\,{}^{m}/_{2400m}$ entonces la elevación de la línea piezométrica en B = 8.4 m.+ 6 m = 14.4m.

Ahora hallar el caudal que circula por el tramo DB, sabiendo que:

$S_{50}={}^{(24-14.4}/_{1800}=5.3\,{}^{m}/_{1000m}$; con la tabla B, $Q=250\,{}^{L}/_{s}$

para C_1=100 → C_1=130: $\frac{(130x250)}{100}=Q=325\,{}^{L}/_{s}$.

Así mismo se halla el caudal que circula por el tramo BC: $S_{40}\cong{}^{(14.4-12)}/_{1200}$

$S_{40}={}^{2m}/_{1000m}$, con la tabla B, $Q=85\,{}^{L}/_{s}$ pero para C_1=100, para C_1=130. $Q=110.5\,L/s$

Como se ve el tramo BE, lo llena de agua la bomba y el tanque D y a su vez la bomba suministra al tanque C_1. Haciendo un balance:

$Q_{AB}=1200+110.5-325=985.5\,{}^{L}/_{s}$

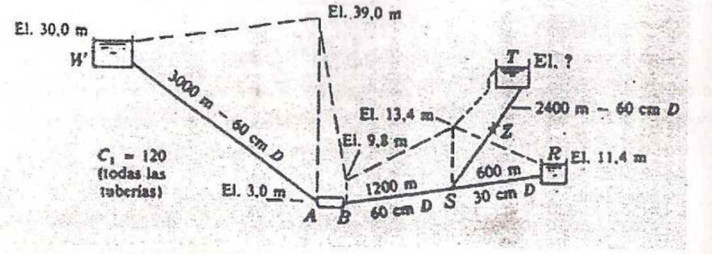
Para hallar la altura de presión en la tabla B con el caudal y con el diámetro de la tubería y $S_{60}=18\,{}^{m}/_{1000m}$, la pérdida de carga total es $18\left(\frac{2400}{1000}=43.2\,{}^{m}/_{2400\,m}\right)$.

Esto corresponde a la diferencia de nivel entre la altura piezométrica de la bomba y la altura piezométrica en el punto B.

H_A = 43.2m + 14.4 = 57.6 m.

Problema

La altura de presión en A, sección de descarga de la bomba AB, es 36.0 m debido a la acción de dicha bomba, de una potencia de 140 CV. La pérdida de carga en la válvula Z es de 3.0. Determinar todos los caudales y la elevación del depósito T. Dibujar las líneas de alturas piezométricas.



Con la parte izquierda del gráfico se tiene la mayor información: Se halla la caída de la pendiente de las alturas piezométricas. $S_{60}={}^{39-30}/_{3000}={}^{3m}/_{1000m}$, con la tabla B:

$Q=300\,{}^{L}/_{s}$, pero para C_1=100, para C_1=130, $Q_{AW}=360\,L/s$

Para hallar Q_{sB}, B, así:

$P=\frac{\gamma QH}{75}$,$140CV=\frac{1000\,{}^{kg}/_{m^3}*0.36\,{}^{m^3}/_{s}*.\Delta H}{75}\rightarrow\Delta H=29.2$ m.

$\Delta H=H_A-H_B-H_B=H_A-\Delta H$, $H_B=39-29.2=9.8m$

Para hallar el caudal de succión de la bomba se debe tener en cuenta la siguiente consideración

El diámetro de la tubería de succión de la bomba es el mismo diámetro de la tubería de descarga y como el caudal es función del diámetro, entonces el caudal de succión es el mismo caudal de descarga, solo que con una energía mayor

$Q_{SB}=360\,L/s$

Con este dato y el diámetro se obtiene de la tabla B S_{60} = 3m/1000m, convirtiendo el valor de Q de C_1=130 a C_1=100; la pérdida de carga es:

$3\left(\frac{1200}{1000}=3.6m\right)$, entonces la elevación de la línea piezométrica en S = 9.8+3.6= 13.4m.

Ahora, la pérdida de carga entre R y S es:

$S_{30}={}^{(13.4-11.4)}/_{600}=3.3\,{}^{m}/_{1000m}$.

Con la tabla B

$Q = 54L/s$ pero para C_1=100, para C_1=120, Q_{RS} = 64.8 L/s

Entre los puntos T y S además de la pérdida de carga normal hay otra de 3m por efecto de la válvula Z. Hay que anotar lo siguiente, con las alturas piezométricas obtenidas se puede deducir que el tanque T abastece de agua tanto a la bomba como al depósito R, por ello haciendo un balance en S, el caudal que sale por el tramo TS es Q_{Ts} = 360+64.8 = 424.8 L/s.

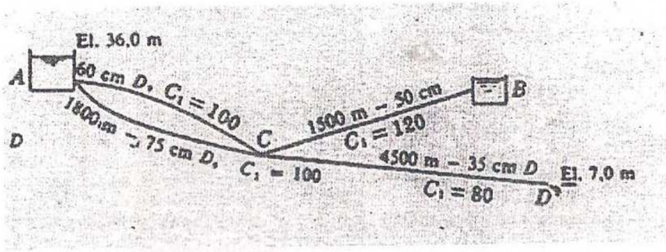
El dato de caudal obtenido es con C_1=120, se pasa a C_1=100. Q_{TS}= $354L/s$, con este dato y el diámetro se lee en la tabla B y S_{60}=4.5m/1000m, y la caída es:

$4{,}5\left(\frac{2400}{1000}\right) + 30 = 13.8$ m. entonces la altura a la que se encuentra el tanque T es

H_T = 13.4 m + 27.2 m.

Problema

El caudal total que sale de A, es de 380 L/s. Y el caudal que llega a B es de 295 L/s. Determinar: a). la elevación de B y b). la longitud de la tubería de 60 cm.



El caudal que pasa por C es igual al caudal total que sale de A. Por ello:

$Q_D = Q_C - Q_B \qquad Q_B = 295\, L/s$

$Q_D = 85\, L/seg \qquad Q_C = 380\, L/s$

$Q_D C_1 = 100 = 85 \times \left(\frac{100}{80}\right) = 106.3\, L/s \rightarrow S = 6m/1000\,m \rightarrow HL = 27m$

Con este cálculo la altura piezométrica del punto C es de 34 metros.

Ahora:

$Q_B C_1 = 100 = 295 \times \left(\frac{100}{120}\right) = 246\, L/s \rightarrow S = 5.3m/1000m \rightarrow H_L = 7.95m$

a). Entonces la elevación de B es 26.05 m porque, 34 - 7.95 = 26.05 m.

Después se puede comprobar que la pérdida de altura H_L entre A y C, es de 2m porque 36 m – 34 m = 2 m.

$S_{AC\,75cm} = 2m/1800m = 1.1\, m/1000m$

Con S_{AC} 75 cm se calcula el caudal que pasa por la tubería de 75 cm de diámetro.

$Q_{AC\,75\,cm.} = 300\, L/s$

Entonces el caudal que pasa por la tubería de 60 cm es:

$Q_{AC\,60\,cm.} = 380 - 300 = 80\, L/s$; también se conoce que H_L = 20 m.

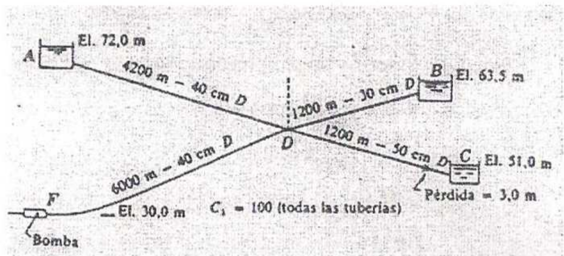
HL = S x L con el diámetro y el Q. Hallo S → 0.26 m/1000m

$L = \frac{HL}{S} = \frac{2m.x1000\,m}{0.26\,m} = 7700\,m.$

b).La longitud de la tubería de 60 cm. es de 7700 m.

Problema

¿Cuáles son los caudales que llegan o parten de cada uno de los depósitos de la figura?



La solución se puede hallar suponiendo una altura piezométrica en E de 84 m así:

$$S_{40} = \left[\left(90 - 84\right)/_{1200}\right]x1000 = 5.0\,{}^{m}/_{1000m} \;\; \text{y} \;\; Q = 142\,{}^{L}/_{s}$$
$$S_{25} = \left[\left(84 - 69\right)/_{1500}\right]x1000 = 10.0\,{}^{m}/_{1000m} \;\; \text{y} \;\; Q = 60\,{}^{L}/_{s}$$
$$S_{30} = \left[\left(84 - 54.5\right)/_{6000}\right]x1000 = 5.6\,{}^{m}/_{1000m} \;\; \text{y} \;\; Q = 70\,{}^{L}/_{s}$$

Con estos resultados el caudal que llega a E es 142 L/s y el caudal que parte de E es 130 L/s.

También de los valores anteriores se puede inferir que la altura del punto E debe ser mayor, d modo que disminuye el caudal que sale de A, para que el caudal sea similar al caudal que sale desde el punto E.

Suponiendo ahora una elevación de 84.5 m.

$$S_{40} = \left[\left(90 - 84\right)/_{1200}\right]x1000 = 4.58 \qquad Q = 735\,{}^{L}/_{s}$$
$$S_{25} = \left(84.5 - 69\right)/_{1.5} = 10.3 \qquad Q = 60\,{}^{L}/_{s}$$
$$S_{30} = \left(84.5 - 50.5\right)/_{6} = 5.7 \qquad Q = 70\,{}^{L}/_{s}$$
$$S_{20} = (84.5 - 84)/0.6 = 0.8 \qquad Q = 8\ L/s$$

Con estos nuevos resultados el caudal que llega a E es 135 L/s y el que parte de E es 138 L/s.

Graficando los valores obtenidos anteriormente contra el caudal que llega menos caudal que sale, se determina el caudal más aproximado correspondiente a cero.

Como los valores no varían linealmente se puede tomar un caudal mayor para el caso

$$Q_{40} = 140\,{}^{L}/_{s} \qquad S_{40} = 48\,{}^{m}/_{1000m}$$

$Hl = 5.x\,{}^{1200}/_{1000} = 5.8m;$ *La* altura piozometri ca en (Q hacia - Q desde)

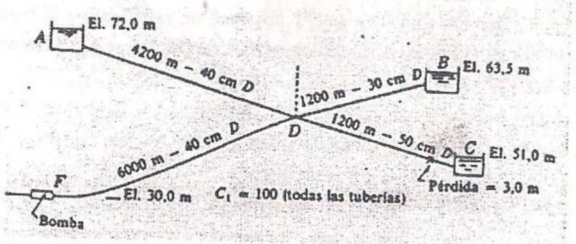
E es 84,20 m Si $S_{20} = \left(0.20/_{600}\right)x1000 = 0.3\,{}^{m}/_{1000m}\ y\ Q = 4.5\,{}^{L}/_{s}$

$$S_{30} = \left(33.7/_{600}\right)x1000 = 5.6\,{}^{m}/_{1000m}\ y\ Q = 65\,{}^{L}/_{s}$$
$$S_{25} = \left(15.2/_{1500}\right)x1000 = 10.1\,{}^{m}/_{1000m}\ y\ Q = 78\,{}^{L}/_{s}$$

Los caudales se encuentran corregidos por cada C_1

Problema

Si la altura de presión en f es de 45.0m, determinar los caudales que circulan a través del sistema



Se supone que el caudal Q_{AD} sea de 104 L/s.

Con este caudal y el diámetro de la tubería (40 cm.) del diagrama B se obtiene que S = 2.9 m/1000m. Por consiguiente la pérdida de carga en esta tubería $H_{L(A-D)}$ = 12 m.

Luego, la elevación de la línea de alturas piezométricas en D = 72 -12 = 60m.

Con esta información se infiere que la línea de alturas piezométricas cae 3.5 m de B a D y 15 m. de F y D. (La altura de presión en F = 45m).

De aquí

$$S_{FD} = {}^{15}/_{6000} = 2.5\,{}^{m}/_{1000m}; \qquad Q_{FD} = 98\,{}^{L}/_{s}$$
$$S_{BD} = {}^{3.5}/_{1200} = 2.9m/_{1000m}; \qquad Q_{BD} = 48\,{}^{L}/_{s}$$

En el diagrama para determinar la dirección de los flujos se observa que el caudal Q_{AD} es igua a la sumatoria de los restantes 3 caudales, entonces Q_{DC} = 250 L/s.

Problema

Si en el sistema de tuberías en paralelo Q = 200 L/s, ¿qué caudal circula por cada rama y cuál es la pérdida de carga? Utilizar el método de Hardy Cross.

C_1 = 100 para todas las tuberías

Se supone que las tuberías están en un plano horizontal.

Para aplicar el método de Hardy Cross se sigue el siguiente procedimiento:

1. Se supone una serie de caudales iniciales, procediendo circuito por circuito. En este caso los lazos o circuitos son el I y el II. Hay que cuidar que el caudal que llega a cada nudo sea igual en valor a la suma de los caudales salientes del mismo.

2. Para cada lazo se calcula la pérdida de carga en cada una de las tuberías mediante el diagrama B en este caso.
3. Se suman las pérdidas de carga en cada circuito en el sentido de las agujas de un reloj, teniendo en cuenta la colocación correcta de los signos (si la suma de las pérdidas fuera nula, los caudales Q_1 supuestos serían los correctos).
4. Se suman los valores de H_L/Q_1 calculando a continuación el término de corrección de los caudales en cada lazo $\Delta = \Sigma HL/1.85\Sigma(H_L/Q_1)$.
5. Se corrige el caudal en cada una de las tuberías en Δ, con lo que se aumenta o disminuye la cantidad de caudal. Q_1 supuesto en esta medida. Para los casos en que una tubería pertenece a dos circuitos, debe aplicarse como corrección al caudal supuesto en esta tubería la diferencia entre los dos Δ.
6. Se continúa de forma análoga hasta que los valores de Δ sean despreciables (los valores de Δ pueden llegar hasta 3.0 L/seg. Ya que en el diagrama B no puede conseguirse mayor precisión. Teóricamente la ΣH_L debería ser igual a cero, pero un resultado así, obtiene raramente).

Lazo	Tramo	D(cm)	L(m)	Q_1 L/s Supuesto	S m/1000m	H_L(m)	H_L/Q_1	Δ	Q_2
I	ABE	30	3600	85	8	28.80	0.3388	0.7	85.7
	ACE	20	1200	-55	-25	-30.00	0.5455	0.7-(-34) = 41	50.9
						Σ=-1.20	**0.8843**		
II	ACE	20	1200	55	25	30.00	0.5455	-3.4 -0.7= - 4.1	50.9
	ADE	25	2400	-60	-10	-24.00	0.4000	-3.4	-63.4
						Σ=6.00	**0.9455**		
I	ABE	30	3600	85.7	8.1	29.16	0.3403	-1.3	84.4
	ACE	20	1200	-50.9	-22.5	-27.00	0.5305	-1.3-(-0.3)=-1.0	-51.9
						Σ=2.16	**0.8708**		
II	ACE	20	1200	50.9	22.5	27.00	0.5305	-0.3-(-1.3)=1.0	51.9
	ADE	25	2400	-63.4	-11.0	-26.40	0.4164	-0.3	-63.7
						Σ=0.60	**0.9469**		

En este último cálculo los valores de D para todas las tuberías son inferiores a 3.0 L/s. Por lo tanto los caudales (Q_2) correspondientes son los correctos.

$Q_{30} = 84.4 \, L/s$. $\quad Q_{20} = 51.9$ L/s $\quad Q_{25} = 63.7$ L/s

La pérdida de carga del sistema (desde A hasta E) por cualquiera de las rutas que une A con E. (sumando las pérdidas en la dirección del flujo).

Utilizando los caminos:

ABE → $H_{L(A-E)} = 29.16$ m
ACE → $H_{L(A-E)} = 27.0$ m
ADE → $H_{L(A-E)} = 26.4$ m

Promediando estos valores el valor aproximado de la pérdida de carga es $H_{L(A-E)} = 27.5$ m

Problema

En el sistema de tuberías mostrado es necesario transportar 600 L/s hasta D, con una presión en este punto de 2.8 kg/cm². Determinar la presión en A.

1. 1500 m - 45 cm D
2. 1800 m - 60 cm. D
3. 3600 m - 50 cm. D
4. 1800 m - 50 cm. D
5. 1500 m - 40 cm. D

$C_1 = 120$ para todas las tuberías

Se convierten todos los sistemas en sus equivalentes.

Para el tramo ABC se supone Q = 150 L/s

LT = LAB + LBC = 1800 + 1500 = 3300m

Con caudal (Q) supuesto constante y para cada diámetro del diagrama B.

Tramo	Caudal	L (m)	D (cm)	S(m)/1000m	H_L (m)
AB	-150	1800	50	-1,4	-2,52
Bbc	-150	1500	40	-4.3	-6.45
					-8.97

$$S = \frac{H}{L} = \frac{-8.97}{3300} = 2.72 \, m/1000m$$

con el diagrama B se halla el diámetro (D = 44 cm)

$$L = \left[1500^{-1} + 3300^{-1}\right]^{-1} \Rightarrow L = 1031.25cm$$

Suponiendo H = 8m

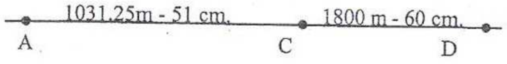
$S = \left[8/1500 = 5.33\,m/1000\right] 45cm \quad Q_1 = 234$ L/s

Q = 379.20 L/s

$S = \left[8/3300 = 2{,}42\,m/1000\right] 44cm \quad Q = 145.2$ L/s

$S_T = B/1031{,}25 = 7.73\,m/1000m \Rightarrow$ Diagrama B D = 51 cm.

Q = 379.20 L/s



Suponiendo un caudal Q = 150 L/s en el total de longitud de la tubería.

Tramo	Caudal	D(cm)	L(m)	Sm/1000m	H_L(m)
AC	150	51	1031.25	1.31	1.35
CD	150	60	1800.00	0.54	0.97
			2831.25		2.32

$$S = \frac{2.32}{2831.25} = 0.82\,m/1000m \Rightarrow \textit{Diagrama B} \quad D = 55\text{ cm}$$

Q = 600 L/s

Suponiendo H = 6 m

	Q (diag. B)	%Q	Q_{Dado}
$S_{50} = \frac{6}{3000} = 1.67\,m/1000m$	162	38.57	231.42
$S_{56} = \frac{6}{2831} = 2.12\,m/1000m$	258	51.43	308.58
	420	100%	600.00

H_L = por el tramo (1):

$$\text{Altura piezométrica en D} = 23 + \frac{28000\,kg/m^2}{1000\,kg/m^3} = 51m$$

Altura piezométrica en A = 30 + X

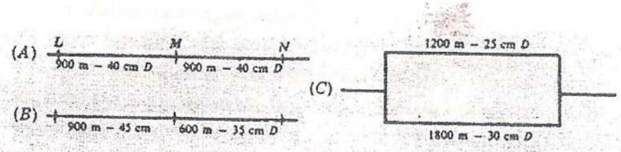
H_L = 30 + X - 51 m. -> X = H_L + 2L

Tramo	Ø	L	Q	S	H_L
(1)	50	3600	231.42	3.6	12.96

$$X = 12.96 + 21 = 33.96 \times 1000\frac{kg}{m^3}\,x\,\frac{m^2}{10000cm^2} = 3.40\,kg/cm^2$$

Problema

Se están estudiando tres sistemas de tuberías A, B y C. cuál es el sistema de mayor capacidad? Utilizar C_1=100 para todas las tuberías del dibujo.



El sistema que presente menor pérdida de carga, será el de mayor capacidad.

Para el sistema A,

Se supone un caudal Q = 100 L/s. C = 199; D =0.4m = 40 cm.

Con el caudal supuesto y el diámetro de la tubería, se usa el Diagrama "B":

S_{40} = 2.75 m/1000 m de aquí $H_L = 2.75\left(\frac{1800}{1000}\right) = 4.95m$

Que es la pérdida de energía del sistema

Para el sistema B,

Se supone el caudal Q = 100 L/s y se calcula con la ayuda del diagrama "B" S_{25} y S_{30}.

S_{25} = 1.55 m/1000m -> $H_L = 1.55\left(\frac{900}{1000}\right) = 1.395\,m$

S_{30} = 5.4 m/1000m -> $H_L = 5.4\left(\frac{600}{1000}\right) = 3.24\,m$

La pérdida de energía total es 4.635 m

Para el sistema C_1 necesito calcular el caudal que circula por cada una de las ramas. Suponiendo una pérdida de carga = 10 m. entonces:

$$S_{25} = 10m/1200\,m = 8.33\,m/1000\,m$$

$$S_{30} = 10m/1800\,m = 5.56\,m/1000\,m$$

Con el diámetro y la pendiente, en el diagrama "B" se encuentra

Q_{25} = 56 L/s ⟶ 44.8%

Q_{30} = 69 L/s ⟶ 55.2%

Q_{TOTAL} = 125 L/s 100%

el 44.8% del caudal fluye por la tubería de D = 25 cm y el resto por la D = 30 cm.
Como el caudal supuesto inicialmente fue Q = 100 L/s.
Entonces:

$$Q_{25} = 44.8 L/s \quad \text{y} \quad Q_{30} = 55.2 L/s$$

con los datos del caudal y diámetro, se busca en el diagrama "B" la pendiente.

$$S_{25} = 5.8 m/1000m \Rightarrow 5.8\left(\frac{1200}{1000}\right) = 6.96m$$

Promediando 6.81 m
El sistema A presenta una pérdida de energía = 4.95 m.
El sistema B presenta una pérdida de energía = 4.635 m.
El sistema C presenta una pérdida de energía = 6.81 m.
El sistema B es el que presenta menor perdida de energía, por esta razón es el de mayor capacidad.

Problema

En el problema precedente, ¿qué diámetro debe tener una tubería de 900 m de longitud para que puesta en paralelo entre M y N, en el sistema A (de manera que forme un lazo o circuito de M a N), hago que el sistema A modificado tenga el 50% más de capacidad que el sistema C?

Para una pérdida de carga igual en todos los sistemas se puede calcular el Q de cada uno de ellos. Teniendo la pérdida de carga para un caudal = 100 L/s en el sistema C, se toma esa pérdida de carga para hallar el diámetro de la tubería.

El caudal = Q. X 1.5 = 199 L/s. X 1.5 = 150 L/s.
Para Q = 150 L/s.
La pérdida de energía es de 6.81 m

$$S = 6{,}8\left(\frac{1000}{90}\right) = 7.56 m/1000m$$

Teniendo Q y S, por medio del Diagrama "B" se determina el diámetro de la tubería.

Para $Q = 150 L/s$ y $S = 7.56 m/1000m$ corresponde un Diámetro de 38 cm.

Capítulo X

MEDIDAS EN FLUJO DE FLUIDOS

En un conducto, independiente de su forma es necesario realizar determinaciones de distintos parámetros como presión, velocidad, caudal y en ocasiones puntuales o más específicas gradientes de densidad, fuerza de las ondas de choque, variaciones en la turbulencia o en la viscosidad. Se han desarrollado numerosos métodos de tipo directo e indirecto para efectuar esas mediciones. Los dispositivos utilizados, aplican principios gravimétricos, volumétricos, electrónicos, electromagnéticos y ópticos.

Medidores de presión

Los medidores de presión más simples, realizan determinaciones de presión estática en un fluido en movimiento, para establecer la relación que existe entre la presión y la velocidad expresada en la ecuación de la energía. Para esta determinación la dirección del flujo debe ser paralela a los contornos de las paredes del conducto y en ese caso se utilizan piezómetros, debido a que se produce una variación de la presión normal a las líneas de corriente de tipo hidrostático. Por tanto, al medir la presión en la pared se puede determinar la presión en cualquier punto de la misma sección transversal. La abertura piezométrica debe ser pequeña, con su longitud igual a por lo menos el doble del diámetro y debe ser perpendicular a la superficie, evitando bordes sobresalientes en la orilla del orificio, para evitar turbulencias que afecten la medición. Pequeñas fallas de alineación del orificio o rugosidades en la superficie ocasionan errores en algunos casos apreciables en las medidas, por lo que se aconseja utilizar varias aberturas piezométricas alrededor del conducto y conectar todas a un anillo piezométrico. Para evitar estos inconvenientes se puede utilizar un tubo de tipo estático. Este consiste en un tubo cerrado en un extremo y dirigido contra la corriente, en donde posee pequeños agujeros colocados alrededor del tubo. Éste dispositivo debe calibrarse, ya que puede dar lecturas muy altas o bajas. Existen medidores de presión más elaborados como los de Bourdon, los micromanómetros o los transductores electrónicos.

Medidores de velocidad

Un dispositivo muy difundido para medir la velocidad de manera indirecta aunque bastante precisa, es el tubo de Pitot, el cual mide una presión llamada de estancamiento o de presión total, la cual se compone de dos partes; la presión estática y la presión dinámica, ésta última relacionada con la carga de velocidad, mediante la ecuación de Bernoulli. El tubo de Pitot y el tubo estático se pueden combinar en un solo dispositivo, llamado el tubo de Pitot estático, una de cuyas formas particulares es el llamado tubo de Prandtl.

En un flujo compresible, las velocidades se pueden medir con un anemómetro de hilo. Éste dispositivo establece una relación entre la capacidad de enfriamiento de un alambre muy fino de platino y la resistencia eléctrica del mismo, debido al flujo de gas alrededor de el.

Medidores volumétricos

Se utilizan en los sistemas domésticos de distribución de aguas y gas domiciliario y consisten en un disco colocado dentro de una cámara, de manera que un volumen conocido de fluido circula a través del medidor por cada oscilación del disco. Estos medidores en buenas condiciones tienes precisiones de hasta el 1%, sin embargo con el tiempo, su desgaste puede producir errores muy grandes, sobre todo si el gasto es pequeño.

Medidores de caudal

Éstos medidores permiten obtener por medio de una sola medición, el peso o el volumen que por unidad de tiempo pasa a través de determinada sección transversal. En este tipo de medidores, se pueden incluir los orificios, boquillas, tubos de Venturí, rotámetros y vertedores.

Problema

A través de una tubería en la que está centrado un tubo de Pitot estático, que tiene un coeficiente de 0.97 circula trementina a 20°C. El manómetro diferencial de mercurio indica una diferencia de lecturas de 10 cm. ¿Cuál es la velocidad en el centro?

Densidad Trementina 20°C = 67.75 kg/m³

10.34 ⟶ 10340 kg/m³

0.1 m ⟶ 100 kg/m³

$$V = C\sqrt{2g\left(\frac{PD}{\alpha} - \frac{PB}{\alpha.}\right)} = 0.95\sqrt{2g\left(\frac{100}{67.75}\right)} = 5.22\,{}^{m}\!/_{s}$$

Problema

Por un tubo de Pitot estático circula aire a 49°C, a la velocidad de 18 m/s. Si el coeficiente del tubo es 0.95, calcular la diferencia de lecturas en el manómetro diferencial de agua, suponiendo que el peso específico del aire a la presión atmosférica es constante.

$$\gamma_{Aire} \quad 49° = 10961\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

$$V = C\sqrt{2g\left({}^{P_B}\!/_{\gamma} - {}^{P_o}\!/_{\gamma}\right)}$$

$$\frac{2g}{\gamma}(P_B - P_D) = \left(\frac{18}{0.95}\right)^2$$

$$(P_B - P_D) = \frac{324\gamma}{0.90(2g)} = 20kg/m^2 = 2cm$$

$$\frac{(P_5 - PD)}{\gamma} = 2 \text{ cm.}$$

T (49°C)	PESO ESPECIFICÒ AIRE (kg/m³)
40	1.1270
49	1.0961 Valor encontrado por interpolación
50	1.0927

Problema

La pérdida de carga a través de un orificio de 5 cm de diámetro bajo una cierta altura de carga es 0.162 m y la velocidad del agua en el chorro es 6.75 m/s. Si el coeficiente de descarga es 0.61, determinar la carga que produce el flujo, el diámetro del chorro y el coeficiente de velocidad.

$$\frac{V_{ch}^{2}}{2g}=\frac{(6.75)^2}{2.g}\rightarrow 2.32m$$

$$0.162=\left(\frac{1}{Cv^2}-1\right)-2.32 \text{ despejando: } \quad Cv = 0.97$$

$$C = C_e x C_v \qquad Cc=\frac{C}{Cv} \qquad Cc = 0.63$$

$$Cc=\frac{\text{Área Chorro}}{\textit{Área Orificio}} \qquad 0.63=\frac{Ach}{1.96x10^{-3}} \qquad A_{ch}=1.23\,x10^{-3}\ m^2$$

$$1.23x10^{-3}=\pi\ x\ r^2 \qquad r^2=\frac{1.23x10^{-3}}{\pi} \qquad r = 1.97\ cm$$

$$Vch = C_v\sqrt{2g\ x\ h} \quad \text{Despejando h}$$

$$h=\frac{Vch^2}{CV^2.2g} \qquad \frac{45.56}{0.94x2g}=2.47cm$$

Problema

¿Qué diámetro de orificio normal se requiere para evacuar 0.0151 m^3/s de agua bajo una altura de carga de 8.55 metros?

$$Q=CA\sqrt{2gH}$$

Suponiendo C = 06

$$\text{Despejando: } \frac{0.0151}{0.6}=A\sqrt{2g.H}$$

$$A=\frac{0.0151}{0.6\sqrt{2gx8.55}}=1.94\,x\,10^{-3}$$

$$A=\frac{\pi D^2}{4} \qquad D=\sqrt{\frac{4A}{\pi}}$$

Reemplazando : $\quad D = 0.05\ m$

Problema

Un orificio aguzado tiene un diámetro de 2.5 cm y unos coeficientes de velocidad y contracción de 0.98 y 0.62, respectivamente. Si el chorro cae 0.924 m en una distancia horizontal de 2.457m, determinar el caudal en m^3/s, y la altura de carga sobre el orificio.

$$X^2=\frac{2V^2}{g}\ y\ V^2=\frac{(2.457)^2\ x\ 9.81}{2(0.924)} \qquad V = 5.66\ m/s$$

$$A=\frac{\pi D^2}{4}=4.9\ x\ 10^{-4}\ m \qquad C = Cv\ x\ Cc \qquad C = 0.60$$

$$\text{Velocidad Real} = Cv\sqrt{2gH} \qquad \left(\frac{5.66}{0.98}\right)^2=2gH$$

$$H=\frac{33.35}{2g}=1.7\ m$$

$$Q = CA\sqrt{2gH}=0.6(4.9x10^{-4})\sqrt{2g(1.7)}=0.0017\ m^3/s$$

Problema

A través de un orificio de 7.5 cm de diámetro circula, desde un depósito cerrado, aceite de densidad relativa 0.800 a razón de 0.025 m^3/s. El diámetro del chorro es 5.76 cm. El nivel del aceite es 7.35 m por encima del orificio y la presión de aire es equivalente a –15 cm de mercurio. Determinar los tres coeficientes del orificio.

$$Vch=\frac{0.025}{\frac{\pi(0.0576)^2}{4}}=9.59\ m/s$$

Aplicando ecuación de Bernoulli

$$7.35-\left[\frac{1}{CV^2}-1\right]\frac{(9.59^2)}{2g}=\frac{(9.59)^2}{2g}+\frac{2040}{800}$$

$$\frac{-4.68}{CV^2}=-4.8=4.68+2.55-7.35$$

$$\frac{-4.68}{CV^2}=4.68 \Rightarrow C_V^2=0.975\rightarrow C_V=0.987$$

$$Q = CA\sqrt{2gH}$$

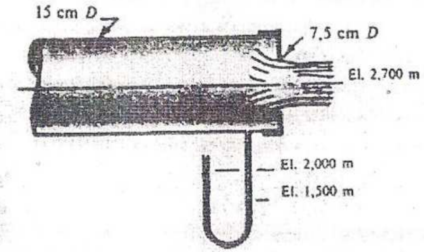
$$0.025=C\left(\frac{\pi(0.075)^2}{4}\right)\sqrt{2g\ x\ 4.31}\rightarrow C=0.61$$

$$C = Cv\ x\ Cc$$

$$0.61=0.987\ x\ C_c\rightarrow Cc=0.618$$

Problema

Con referencia a la siguiente figura, el orificio de 7.5 cm de diámetro tiene coeficientes de velocidad y contracción de 9.950 y 0.632, respectivamente. Determinar (a) el caudal para la lectura manométrica de mercurio indicada y (b) la potencia del chorro.



0: Antes del orificio

1: Después del orificio

$$Zo + \frac{Po}{\gamma} + \frac{V_o^2}{2g} = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_{f(0-1)}$$

$$h_f = \left(\frac{1}{CV^2} - 1\right)\frac{V_1^2}{2g}$$

$$0 + \frac{Po}{\gamma} + \frac{V_o^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{V_1^2}{2g} + \left(\frac{1}{CV^2} - 1\right)\frac{V_1^2}{2g}$$

$$V_o D_o^2 = V_1 D_1^2$$

$$V_o = \left(\frac{D_1}{D_o}\right)^2 V_1$$

$$V_o = (0.5)^2 V_1$$

$$V_o = 0.25 V_2$$

$$\frac{V_o^2}{2g} = (0.25)^2 \frac{V_1^2}{2g}$$

$$\frac{V_o^2}{2g} = 0.0625 \frac{V_1^2}{2g}$$

En el piezómetro

$$P_A = \gamma_{HG} x h_{HG} = 13570x0.5 = 6785 \, {}^{kg}/_{m^2}$$

$$P_A^1 = P_o + \gamma_{H20} x h_{H20} = P_O + 1.2X1000 = P_O + 1200 \, {}^{kg}/_{m^2}$$

$$P_A = P_a^1$$

$$P_o = 6785 - 1200 = 5585 \, {}^{kg}/_{m^2}$$

$$5.585 + 0.0625\frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_1^2}{2g} + \left(\frac{1}{0.95^2} - 1\right)\frac{V_1^2}{2g}$$

$$5.585 = \frac{V_1^2}{2g} - 0.0625\frac{V_1^2}{2g} + 0.108\frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_1^2}{2g}(1 - 0.0625 + 0.108)$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 5.34m$$

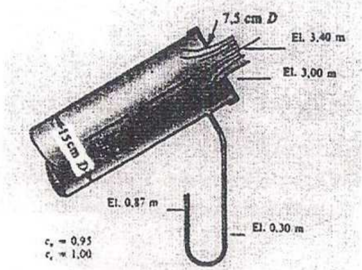
$$h_o = \frac{P_o}{\gamma} + 0.0625\frac{V_1^2}{2g} = 5.585 + 0.0625 \text{ x } 5.34 = 5.92 \text{ m}$$

$$Q = 0.95 \text{ x } \frac{\pi(0.075)^2}{4} x\sqrt{19.62 \text{ x } 5.92} = 0.0452 \frac{m^3}{s}$$

$$P = \frac{1000 \text{ x } 0.0452 \text{ x } 5.92}{75} = 3.57CV$$

Problema

Con referencia a la siguiente figura, fuel-oil pesado a 15.5° C circula a través de un orificio de 7.5 cm al final de la tubería, originando la diferencia de nivel de mercurio en el tubo manométrico. Determinar la potencia del chorro.



1). $\text{Pch} = \dfrac{\gamma_{liquid} \text{ x Q x h}}{75}$

2). $Q = \text{Cd x A}_{\text{orif.}} \text{ x } \sqrt{2gh}$

$Q = C_V x C_c x A_{Orif} x \sqrt{2gh}$

$CV = \text{Coef. de velocidad} = 0.95$

$Cc = \text{Coef. de contracción} = 1.0$

$Cd = \text{Coef. de descarga}$

Aplicando Bernoulli en la entrada del orificio:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} - h_f(1-2) = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

donde $$h_f = \left(\frac{1}{(Cv)^2} - 1\right)\frac{V_2^2}{2g}$$

$$0 = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} - \left(\frac{1}{(Cv)^2} - 1\right)\frac{V_2^2}{2g} = 0.4m + 0 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$Q = V * A$

$V_1 A_1 = V_2 A_2$

$$V_1 = \frac{V_2 A_2}{A_1} = \frac{D_2^2}{D_1^2} V_2 = 0.25 V_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 0.0625 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{0.0625\, V_2^2}{2g} - \left(\frac{1}{(Cv)^2} - 1\right)\frac{V_2^2}{2g} = 0.4m + \frac{V_2^2}{2g}$$

Del manómetro $P_A = P_B$

$$P_B = (\gamma_{HG} * h_{HG}) + 0\,(\text{P. Atmosf.}) \rightarrow P_A = (\gamma_{Aceit.} * h_{AC}) + P_1$$

$$(\gamma_{HG} * h_{HG}) = \gamma_A * h_{AC} + P_1$$

$$13570 \frac{kg}{m^3} * 0.47\text{ m} = 912.3 \frac{kg}{m^3} * 2.70 + P_1$$

$$\frac{0.47m. * 13.57}{0.9123} = 2.70m + P_1/\gamma$$

$$P_1/\gamma = 4{,}29m$$

$$4.29 + \frac{0.0625\, V_2^2}{2g} - \left(\frac{1}{(0.95)^2} - 1\right)\frac{V_2^2}{2g} = 0.4m + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$4.29 - 0.4 = 1.045 \frac{V_2^2}{2g} \rightarrow \frac{V_2^2}{2g} = 3.72m$$

$$\text{altura de AC} = \frac{h_{HG} * DR_{HG}}{DR_{AC}}$$

$$h_1 = 4.29 + 0.0625 * (3.72m) = 4.52m$$

$$Q = 0.95 * \frac{\pi(0.075\text{m})^2}{4} \text{ x } \sqrt{2g\,(4.52)} = 0.04\, \text{m}^3/\text{s}$$

2). Reemplazando en 1

$$P_{chorro} = \frac{912.3 * 0.04\,\text{m}^3/\text{s} * (4.52 + 0.4)}{75} = 2.4\,\text{CV}$$

Problema

En algunos casos las locomotoras de vapor toman agua por medio de una cuchara que se sumerge en un largo y estrecho canal situado entre los raíles. Si la elevación sobre el canal es de 2.7 m, calcular la velocidad en km/h a que debe marchar el tren. (Despreciando el rozamiento).

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gz} = \sqrt{19.62\text{x}2.7} = 7.28\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 26.2\,\frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

Problema

Circula aire a 15.5°C a través de un amplio conducto y de ahí a través de un orificio de 7.5 cm de diámetro practicado en capa fina (C = 0.62). Un tubo manométrico conteniendo agua da una lectura de 3.1 cm. Considerando que el peso específico del aire se mantiene constante, ¿Cuál es el caudal en kg/min a través del orificio?

$$Q = C\ A\sqrt{2gH}$$

$$Q = 0.62\ x\ \frac{\pi(0.075)^2}{4}x\sqrt{2\ x\ 9.81\ x\ 25.41}$$

$$\gamma_{AIRE}\ (T = 15.5°\ C) = 1.22\ kg/m^3$$

$$P = \gamma_{AGUA}\ x\ h_{\ AGUA} = 1.000\ x\ 0.031 = 31\ kg/m^2$$

$$P = \frac{31\ kg/m^2}{1.22\ kg/m^3} = 25.41\ m_{AIRE}$$

$$Q = 0.061\frac{m^3}{s}x\,1.22\frac{kg}{m^3}x\frac{60\ s}{1\ min} = 4.47\frac{kg}{min}$$

Problema

Una boquilla de 5 cm de diámetro en la sección de salida, se conecta en la extremidad de una tubería horizontal de 20 cm de diámetro. Los coeficientes de velocidad y contracción son, respectivamente 0.976 y 0.909. Un manómetro conectado en la base mayor de la boquilla y situado a 2.15 m sobre su línea central de una lectura de 2.25 kg/cm². Determinar el caudal de agua en m³/s.

$$Q = (C_c A_5)V_{ch}$$

$$V_{ch} = Cv\sqrt{2g.H} = 0.976.\sqrt{19.6(22.5 + 163.27Q^2)} = 20.50 + 55.21Q$$

$$H = \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2{}_{20}}{2g} = \left(\frac{2.25 * 10000}{1000}\right) * \frac{8Q^2}{\pi(0.2)^2 g} = 22.5 + 163.27\ Q^2$$

$$Q = (0.909\ x\ 0.002)(20.50 + 55.21Q) = 0.037 + 0.110\ Q$$

$$Q - 0.110Q = 0.037$$

$$Q = \frac{0.037}{0.890} = 0.04\ m^3/s$$

Problema

Cuando el caudal de agua que atraviesa un venturímetro horizontal (C = 0.95) de 30 cm por 15 cm es de 0.111 m³/s. Hallar la diferencia de lecturas en el manómetro diferencial de mercurio conectado al medidor.

Balance Energía A - B

$$1).\ \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V^2{}_{30}}{2g} - \left(\frac{1}{0.95^2} - 1\right)\frac{V_{15}^2}{2g} = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_{15}^2}{2g}$$

$$2).\ \frac{P_A}{\gamma} - Z - \frac{P_B}{\gamma} - (Z - X) + 13.57X$$

De la ecuación (1): $\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = \frac{V_{15}^2}{2g} - \frac{V_{30}^2}{2g} + 0.218$

De la ecuación (2): $\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = 12.57X$

$A_{15} = 0.0176\ m^2$ $\qquad V_{15} = 6.30\ m/s.$

$A_{30} = 0.07\ m^2$ $\qquad V_{30} = 1.58\ m/s.$

Igualando (1) y (2)

$2.11 = 12.57X$ $\qquad X = 0.1678\ m = 16.78\ cm.$

Problema

Cuando el caudal de agua que pasa a través de un venturímetro de 30 cm por 15 cm es de 0.115 m³/s, el manómetro diferencial indica una diferencia de lecturas de 2.20 m. ¿Cuál es el coeficiente de descarga del venturímetro?

$$Q = A_{15}C\sqrt{\frac{2g\left(\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma}\right)}{1 - \frac{1}{16}}}$$

$$0.115 = 0.017\ C\sqrt{\frac{19.6(2.20)}{0.94}}$$

$$0.115 = 0.017C(6.77)$$

$$0.115 = 0.12C$$

$$C = \frac{0.115}{0.12} = 0.96$$

Problema

La pérdida de carga a la entrada de la garganta de un venturímetro de 25 cm por 12.5 cm es 1/16 la altura de velocidad de la garganta. Cuando el manómetro diferencial de mercurio señala una diferencia de lecturas de 10 cm, cuál es el caudal?

Balance C-C

$$\frac{P_o}{\gamma} - Z = \frac{P_B}{\gamma} - (Z + X) + 13.57(0.1)$$

$$X = 0.1\,m. \rightarrow \frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = 13.57 - 0.1 = 1.257m$$

Balance A – B

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V^2{}_{25}}{2g} - \frac{1}{16}\frac{V_{12,5}^2}{2g} = \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_{12.5}^2}{2g}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = -\frac{V_{25}^2}{2g} + \frac{17}{16} - \frac{V_{12,5}^2}{2g}$$

$$1.25 = \frac{-V_{25}^2}{2g} + \frac{17}{16}\frac{V_{12,5}\,2}{2g}$$

1).

$$A_{12,5}V_{12,5} = A_{25}V_{25} \qquad V_{12,5} = \frac{0.049}{0.012}V_{25} \qquad V_{12,5} = 4.08V_{25}$$

De la ecuación (1)

$$1.25 = \frac{-V_{25}^2}{2g} + \frac{17}{16}\frac{(4.08\ V_{25})^2}{2g}$$

$$1.25 = 16.68\frac{V_{25}^2}{2g}$$

$$V_{25} = 1.21\ {}^{m}/_{s}$$

$$Q = A_{25}V_{25} = 1.21 \times 0.049 = 0.059\ {}^{m^3}/_{s}$$

Problema

Por el venturímetro de 30 cm por 15 cm (C = 0.985) pasan 0.547 m^3/s de agua, siendo la diferencia de lecturas del manómetro diferencial 0.63 m. Cuál es la densidad relativa del líquido del manómetro?

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_B}{\gamma} - X + \gamma_{\ (0.63)}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_B}{\gamma} = -0.63 + \gamma_{\text{Liq. manómetro}\ (0.63)}$$

Balance de energía

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{8Q^2}{\pi^2 D_{30}^4 g} - \left(\frac{1}{0.985^2} - 1\right)\frac{8Q^2}{\pi^2 D_{15}^4 g} = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{8Q^2}{\pi^2 D_{15}^4 g}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = \frac{8(0.0547)^2}{\pi^2(0.15)^4 g} - \frac{8(0.0547)^2}{\pi^2(0.3)^4 g} - 0.03\left(\frac{8(0.0547)^2}{\pi^2(0.15)^4 g}\right)$$

$$\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = 0.488 - 0.030 - 0.03(0.488) = 0.44m$$

$$0.44 = -0.63 + \gamma_{\text{Liq. Manómetro}\ (0.63)}$$

$$D.R. = 1.70$$

Problema

A través de un venturímetro de 30 cm por 15 cm circula metano a 15.5°C a razón de 7.5 kg/s. La presión a la entrada del medidor es 3.5 kg/cm² absolutos. Empleando K = 1.31, R = 52.8, V = 1.8 x 10^{-5} m²/s, a una atmósfera y W = 0.666 kg/m³ a 20°C y 1 atmósfera, calcular la diferencia de lecturas en el manómetro diferencial de mercurio.

$$P_\Delta = h \times \gamma_1 + P_o$$

$$P_c = P_o$$

$$P_\Delta = h \times \ \gamma_1 P_c$$

$$P_B = h \times \gamma_1 + P_1$$

$$P_C^1 = h_1\ \gamma_2\ + P_D$$

$$P_D = P_1\ (\text{gas})$$

$$P_c^1 = h_1\gamma_2 + P_3 \Rightarrow P_1 = P_C^1 - h_1\gamma_2$$
$$P_{13} = h\gamma_1 + P_c + P_c^1 - h_1\gamma_2$$
$$P_\Delta = h\gamma_1 + P_c$$
$$P_B = h\gamma_1 + P_c + P_c^1 - h\gamma_{2\gamma}$$
$$P_\Delta - P_B$$
$$P_\Delta - P_B = h\gamma_1 + P_c - h\gamma_1 - P_c - P_c^1 + h_1\gamma_2$$
$$P_\Delta - P_B = h\gamma_1 - P_c^1$$

Problema

Circula agua por una tubería de 15 cm en la que se ha instalado una boquilla de aforo a 27ºC a razón de 0.045 m³/s. ¿Cuál será la diferencia de lecturas en el manómetro diferencial? (Emplear Diagrama D).

$$Q = A.C * \sqrt{\frac{2g\left(P_A/_\gamma - P_B/_\gamma\right)}{1-\left(\frac{D_m}{D_e}\right)}}$$

$$Área = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(0.15)^2}{4} = 1.767 * 10^{-2}\,m$$

$$Velocidad = \frac{Q}{A} = \frac{0.045\ m^3/_s}{1.767*10^{-2}\ m} = 2.5467\ m/_s$$

$$Reynolds = \frac{V.D}{\mu} = \frac{2.546\,m/_s * (0.15\ m)}{0.859*10^{-6}\ m/_s}$$

Re = 444.709 Flujo totalmente turbulento

$$\beta = \frac{7.5}{15} = 0.5$$

del diagrama D de boquilla de aforo se encuentra el valor de C = 0.988

$$0.045\frac{m^3}{sg} = \frac{\pi*(0.075)^2}{4} * 0.988 * \sqrt{\frac{2g(P_\Delta/_W - P_Q/_w)}{1-\left(\frac{7.5}{15}\right)^4}}$$

$$\frac{1-(0.5)^2}{2g} * \left[\frac{4*0.045}{\pi*(0.075)^2*0.988}\right]^2 = \frac{P_\Delta}{w} - \frac{P_B}{w}$$

$$\frac{P_\Delta}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = 4.06\,m$$

$$Ahora: 4.06\ m. = h\ \left(\frac{13.6}{0.996} - 1\right)$$

$$h = \frac{4.06}{12.65}m = 0.32\ m.$$

Problema

Por una tubería de 15 cm en la que se ha instado una boquilla de aforo, circula un aceite impermeable al polvo a 27ºC a razón de 0.045 m³/s. ¿Cuál será la diferencia de lecturas en el manómetro diferencial de mercurio (emplear diagrama D).

Aplicando la ecuación de Bernoulli, entre la sección de la tubería y la sección del chorro:

$$Q = AV = AC\sqrt{\frac{2g\,\Delta P/_\gamma}{1-\left(Db/_{De}\right)^4}}$$

D_b = Diámetro boquilla

D_t = Diámetro del tubo

Diagrama D indica que C varía con el número de Reynolds.

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.045\,m^3/_s}{1/_4\,\pi(0.075)^2 m^2}$$

$$V = 10{,}19\ m/_s$$

$\beta = \frac{Db}{Dt}$; se asume

$\beta = 0.5$

$$\frac{Db}{15} = 0.5 \Rightarrow Db = 7.5cm$$

$$R_e = \frac{VDb}{\upsilon} = \frac{10.19\ m.\ x\ 0.075\ m}{21.26x10^{-6}\ m^2/_s}$$

$$\upsilon\, ariable\ 27^\circ\ C = 21.26\,x10^{-6}\,m^2/s$$

$$R_e = 35933.38$$

El diagrama D indica que c varía con el número de R_e.
$R_e = 35933$ la curva de $\beta = 0.5$; $C = 0.960$; entonces

$$Q = AxC\sqrt{\frac{2g\left(\Delta P/_{\gamma}\right)}{1-\left(Db/_{Dt}\right)^4}} = \frac{1}{4}\pi(0.075)^2 \text{ x } 0.960 \text{ x } \sqrt{\frac{19.62\,\Delta P/_{\gamma}}{1-(0.5)^4}} = 0.045\,\frac{m^3}{s}$$

$$Q = 0.0042 \text{ x } \sqrt{20.93\,\Delta P/_{\gamma}}$$

$$\left(\frac{0.045}{0.0042}\right)^2 = 20.93\,\Delta P/\gamma$$

$$\frac{112.58}{20.93} = \Delta P/_{\gamma}; \qquad \frac{\Delta P}{\gamma} = 5.38m \text{ de aceite impermeabl e al polvo}$$

Empleando Dr del aceite para 27°C = 0.902. Tomada del apéndice.
Aplicando principios de manómetro diferencial:

$$\Delta P/_{\gamma} = h\left\{\frac{13.6-1}{0.902}\right\}$$

$$h = \frac{5.38}{14.08} = 0.382 \text{ m}$$

Problema

Si circula aire a 20° C por la misma tubería y boquilla del problema anterior, cuántos kilogramos por segundo circularán si las presiones absolutas en la tubería y en el chorro son 2.10 kg/cm² y 1.75 kg /cm³, respectivamente?

$$\gamma_1 = \frac{2.1 \text{ x } 10^4}{29.3 \text{ x } 297} = 2.41\,\text{kg}/_{m^3}$$

$$\gamma_2 = \frac{1.76 \text{ x } 10^4}{29.3 \text{ x } 297} = 2.01\,\text{kg}/_{m^3}$$

$$Qm = 1.662\,\text{kg}/_{s}$$

$$QV_1 = \frac{Qm}{\gamma_1} = 0.69\,m^3/_{s}$$

$$QV_2 = \frac{Qm}{\gamma_2} = 0.827\,m^3/_{s}$$

$$Qv_i = V_1 A_1$$

$$V_1 = \frac{0.69x4}{\pi(0.15)^2} = 39\,m/_{s}$$

$$V_2 = \frac{0.827 \text{ x } 4}{\pi(0.075)^2} = 187\,\frac{m}{s}$$

$$\gamma_1 V_1 A_1 = \gamma_2 V_2 A_2 = cons\tan te$$

$$2.41 \text{ x } 39 \text{ x}\pi \text{ x } \frac{0.15^2}{4} = 1.662\,\text{kg}/_{s}$$

$$2..01 \text{ x } 187 \text{ x } \pi\frac{(0.075)^2}{4} = 1.662\,\frac{kg}{s}$$

Problema

Qué profundidad de agua debe existir aguas arriba de un vertedero sin contracciones de cresta viva de 1.5 m de largo 1.2 m de alto, cuando pasa a través de un canal de 0.17 m³/s?

$$Q = 1.84\left(b - \frac{nH}{10}\right)\left[\left(H + \frac{V^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{V^2}{2g}\right)^{3/2}\right]$$

$$n = 0$$

$$0.27 = 1.84(1.5)\left[H^{3/2} + 0.001^{3/2} - 0.001^{3/2}\right]$$

$$0.27 = 2.760\,H^{3/2}$$

$$H^{3/2} = 0.098 = 0.213 \text{ m}$$

H = Total de la superficie del nivel del líquido por encima de la cresta.
$H_{total} = 12 + 0.213 = 1.413$ m

Problema

Un caudal de 0.85 m³/s, circula en un canal rectangular de 1.20 m de profundidad y 1.8 de anchura. Hallar la altura a la que debería colocarse la cresta de un vertedero sin contracciones de cresta viva para que el agua no rebose los bordes del canal.

$Q = mbH^{3/2}$

$H^{3/2} = \dfrac{0.85}{(1.84)(1.8)}$

$H^{3/2} = 0.26$

$H = 0.41m$

$H_{Total} = 1.20 - 0.41 = 0.79$ m.

Problema

Un caudal de 10.5 m³/s pasa a través de un vertedero sin contracciones cuya longitud es de 4.8 m. La profundidad total aguas arriba del vertedero no debe exceder de 2.4 cm. Determinar la altura a que debería situarse la cresta del vertedero para transportar este caudal (m = 1.84).

Z = Profundidad total aguas arriba del vertedero - H

donde

Z = Altura de la cresta del vertedero para transportar un caudal

h = Carga sobre el vertedero en metros de altura de la superficie del nivel del líquido por encima de la cresta.

Para calcular H:

$Q = mb\ H^{3/2} \Rightarrow H = \sqrt[3]{\dfrac{Q}{mb}}$

Donde:

Q = caudal (en m³/s)

m = Factor experimental tomado generalmente de estudios sobre modelos

b = Altura de la cresta del vertedero en metros

$H = \sqrt[3]{\dfrac{10.5\ m^3/s}{(1.84)*(4.8\ m)}} \Rightarrow H = 1.0594$ m

Reemplazan do el valor de H en Z.

$Z = 2.4$ m. -1.0594 m. $\Rightarrow Z = 1.34$ m.

Problema

Un vertedero sin contracciones (m = 1.84) bajo una carga constante de 010 m, alimenta un depósito que tiene un orificio de 7.5 cm de diámetro. El vertedero de 0.60

m de largo y 0.80 m de alto, se instala en un canal rectangular. La pérdida de carga a través del orificio es de 0.60 m y el Cc = 0.65.

Determinar:

La altura de carga a la cual asciende el agua en el depósito.

El coeficiente de velocidad para el orificio.

$Q = mbH^{3/2}$

$Q = 1.84 \times 0.60\ m \times (010)^{3/2} = 0.035\ m^3/s$

$Cc = \dfrac{A_{chorro}}{A_{orificio}}$

$A_{chorro} = Cc \times A_{orificio} = 0.65 \times \dfrac{\pi(0075)^2}{4} = 2.87 \times 10^{-3}\ m.^2$

$V_{real} = \dfrac{Q_{real}}{A_{chorro}} = \dfrac{0035\ m^3/s}{2.87 \times 10^{-3}\ m^2} = 12.2 m/s$

$H = \dfrac{\left(12.20\ m/seg\right)^2}{2x9.8\ m/seg^2} + 0.60 = 8.19$m.

$V_T = \sqrt{2*g*H} = \sqrt{2*9.81*8.19} = 12.68$m/s

$CV = \dfrac{12.20\ m/s}{12.68\ m/s} = 0.96$

Problema

Un vertedero con contracciones de 1.2 m de largo está situado en un canal rectangular de 2.7 m de ancho. La altura de la cresta del vertedero es 1.10 m y la altura de la carga 37.5 cm. Determinar el caudal, empleando m = 1.87.

$Q = CH^n$

$Q = m\left(b - \dfrac{2}{10}H\right)H^{3/2} = 1.87(1.2\ m - \dfrac{2}{10}0.275) * 0.375^{3/2} = 0.483 m^3/s$

La fórmula para Q empleada es para vertederos con contracciones

$L_{V.} = 1.2$ m

Ac = 2.7 m; hc = 1.10 m

Problema

Un vertedero triangular tiene un ángulo de 90°. Qué altura de carga producirá 4800 L/min?

Un vertedero en V corriente es el que tiene una abertura de 90°, en donde las alturas de carga son superiores a 0.3 m y un valor medio de C es 0.6.

$\theta = 90°$

$$\frac{\theta}{2} = 45°$$

$$Q = 4800\ \mathrm{L/s}\ x \frac{1m^3}{1000\ \mathrm{L}}\ x \frac{1\ \mathrm{min}}{60\ \mathrm{s}} = 0.08\ \mathrm{m^3/s}$$

$$Q = \frac{8}{15} C\sqrt{2g}\left(Tan\ \frac{1}{2}\theta\right)H^{5/2}$$

$$H = \sqrt[5]{\left(\frac{15\,Q}{8C\sqrt{2g}\ \mathrm{tang}\ \dfrac{\theta}{2}}\right)^2} \quad \text{donde } H = \sqrt[5]{\left(\frac{15\,(0.08)}{8 * 0.60\sqrt{2 * 9.8^1}\ \tan 45}\right)^2} = 0.37\ \mathrm{m}.$$

Este problema también se puede trabajar con la formula siguiente $Q = 2.36C\,H^{5/2}$

Problema

Circula agua a través de un vertedero sin contracciones (m = 1.84) de 3.6 m de largo y 0.6 m de alto. Para una carga de 0.360m, hallar el caudal en m^3/s.

$$Q = \mathrm{mbH}^{3/2}$$

$$Q = (1.84)(3.6)(0.360)^{3/2}$$

$$Q = 1.43\ \mathrm{m^3}/s$$

Problema

Un depósito de 3.6 m de largo y 1.2 m de ancho contiene 1.2 m de agua. Cuánto tiempo tardará en bajar el agua a 0.3 m de profundidad, si en el fondo del depósito se abre un orificio (c = 0.60) de 7.5 cm de diámetro?

$$t = \frac{\Delta r\,(h_1 - h_2)}{\frac{1}{2}\left(CA_o\sqrt{2gh_1} + CA_o\sqrt{2gh_2}\right)}$$

$$t = \frac{(3.6 \times 1.2)(1.2 - 0.3)}{\frac{1}{2}\left(0.6 * \dfrac{\pi(0.075)^2}{4} * \sqrt{2g(1.2)} + 0.6\dfrac{\pi(0.075)^2}{4} * \sqrt{2g(0.3)}\right)} = \frac{3.888}{\frac{1}{2}(0.01286 + 0.00\dot{6}4)}$$

$$t = \frac{3.888}{0.0096} = 403.09\ \mathrm{s}$$

Problema

Un depósito rectangular de 4.8 m por 1.2 m de aceite de 0.75 de densidad relativa. Si tarda 10 minutos y 5 segundos en vaciarse el depósito a través de un orificio de 10 cm de diámetro situado en el fondo, determinar el valor medio del coeficiente de descarga.

$$t = \frac{\Delta T(h_1 - h_2)}{\frac{1}{2}\left(C\Delta_o\sqrt{2g\,h_1}\right) + C\Delta_o\sqrt{2g\,h_2}}$$

Despejando

$$C = \frac{Z\Delta T \times h_1}{t\Delta_o\sqrt{2g\,h_1}}$$

$$C = \frac{2(12x48)(1.2)}{605\left(\dfrac{\pi(0.1)^2}{4}\right)\left(\sqrt{19.6x1.2}\right)} = \frac{13.824}{23.056} = 0.6$$

Problema

En el problema precedente, para un coeficiente de descarga de 0.60, a qué altura quedará el aceite en el depósito, después de estar fluyendo por el orificio durante 5 minutos?

$$t = \frac{2\Delta T}{C\Delta * \sqrt{2g}}\left(h_1^{1/2} - h_2^{1/2}\right)$$

Despejando

$$h_2 = \left(h_1^{1/2} - \frac{C\Delta_o\sqrt{2g}t}{2\Delta T}\right)^2 = 1.2 - \left(\frac{0.6\left(\dfrac{\pi(0.1)^2}{4}\right)\left(\sqrt{2g}\right) * 300}{2(4.8x1.2)}\right)^2 = 1.2 - (0.54)^2 = 0.90m$$

(altura desde el fondo)

$$h_{TOTAL} = 1.2 - 0.90 = 0.3\ \mathrm{m}.$$

Problema

Un depósito de sección recta trapezoidal tiene una longitud constante e igual a 1.5 m. Cuando el agua está a una altura de 2.4 m por encima de un orificio (c = 0.65) de 5 cm de diámetro, la anchura de la superficie de agua es 1.8 m y a 0.9 m de altura, la anchura de la superficie de agua es 1.2 m ¿Cuánto tiempo tardará en bajar el nivel del agua de 2.4 m a 0.9 m?

$$CA_o\sqrt{2gh}dt = -\pi x^2 dh$$

$$\frac{1.5}{0.6} = \frac{0.9}{a}$$

$$a = 0.36m$$

$$\frac{x}{0.36} = \frac{2.1+h}{4.5} \qquad X = (2.1+h)x\frac{0.36}{4.5} \qquad X = \frac{2.1+h}{0.08}$$

$$\left[0.65\,x\,\frac{\pi(0.05)^2}{4}x\sqrt{19.62}\right]dt = -\pi\left(\frac{2.1+h}{0.08}\right)^2 h^{-1/2}dh$$

$$dt = \left(\frac{4.41h^{1/2} + 4.2h^{3/2} + h^{\frac{5}{2}}}{0.0000115}\right)dh$$

Problema

Al final de un depósito de sección cuadrada de 3m de lado está situado un vertedero sin contracciones. Si la altura de carga sobre el vertedero es 0.6 m, cuánto tiempo tardarán en salir 3.6 m^3 de agua del depósito? (m=1,84)

$$Qdt = -\Delta_T dH$$

$$3x3xH = 3.6$$

$$H = \frac{3.6}{9} = 0.4$$

$$mLH^{3/2}dt = -\Delta_T dH$$

$$H_2 = 0.6 - 0.4 = 0.2$$

$$t = \frac{2\Delta T}{mL}\left(H_2^{-1/2} - H_1^{-1/2}\right)$$

$$t = \frac{2(3x3)}{1.84x3}\left(\frac{1}{\sqrt{0.2}} - \frac{1}{\sqrt{0.6}}\right)$$

$$t = 3.26 \times 0.945 = 3.08\,s$$

Problema

Un canal rectangular de 18m de largo por 3 m de ancho desagua su flujo a través de un vertedero sin contracciones de 3m de largo, bajo una altura de carga de 0.3 m. Si la alimentación se corta instantáneamente, cuál será la altura de carga sobre el vertedero a los 36 segundos? (m = 1.84).

$$t = \frac{2\Delta_T}{mL}xH_2^{-1/2} - \frac{2\Delta_T}{mL}xH_1^{-1/2}$$

$$t + \left(\frac{2\Delta_T}{mL} * H_2^{-1/2}\right)\frac{mL}{2\Delta_T} = \frac{1}{\sqrt{H_2}}$$

$$71.72 \times 0.0511 = \frac{1}{\sqrt{H_2}}$$

$$3.665 = \frac{1}{\sqrt{H_2}}$$

$$H_2 = \left(\frac{1}{3.665}\right)^2 = 0.0744\text{ m.}$$

Problema

Dos orificios situados en la pared de un depósito están situados a 1.8 m verticalmente uno de otro. La profundidad total del agua en el depósito es de 4.2 m y la altura de carga sobre el orificio superior es de 1.2 m. Para los mismos valores de C demostrar que los chorros chocan en el mismo punto del plano horizontal sobre el que reposa el depósito.

$$Q_A = C \quad A_A * \sqrt{2g*1.2} = 4.85\ CA_A$$

$$Q_B = C \quad A_B * \sqrt{2g*30} = 7.67\ CA_B$$

$$\frac{Q_B}{7.67} = CA_B \quad \wedge \quad \frac{Q_A}{4.85} = CA_A$$

Luego :

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{4.85}{7.67}; \text{ de donde :}$$

$$V_B = 4.85\ m/s$$

$$V_A = 7.67\ m/s$$

Balance de energía.

$$Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_o + \frac{P_o}{\gamma} + \frac{V_o^2}{2g}$$

$$Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_o^2}{2g}$$

$$\frac{V_o^2}{2g} = 3 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} \qquad (1)$$

Para el orificio A:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_o + \frac{P_o}{\gamma} + \frac{V_o^2}{2g}$$

$$\frac{V_o^2}{2g} = 1.2 + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} \qquad (2)$$

Igualando 1 y 2

$$3 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} = 1{,}2 + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$\frac{(V_A - V_B)^2}{2g} = 1{,}8 + \frac{P_B}{\gamma} - \frac{P_A}{\gamma}$$

$$\frac{(7.67 - 4{,}85)^2}{2g} - 1.8 = \frac{P_B}{\gamma} - \frac{P_A}{\gamma}$$

$$-1.395 = \frac{P_B}{\gamma} - \frac{P_A}{\gamma}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = \frac{P_A}{\gamma} + 1.395$$

De (2)

$$\frac{V_o^2}{2g} = 1{,}2 + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$V_o^2 = 2g\left(1.2 + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right)$$

$$V_o^2 = 2.4g + 2g\frac{P_A}{\gamma} + V_A^2$$

Puesto que la altura de carga varía con el tiempo se calcula el tiempo de vaciado.

$$Qdt = -A_T dh$$

$$C\, A_o \sqrt{2gh}\, dt = A_T dh$$

$$C\pi r^2 \sqrt{2g}dt = \frac{\pi r^2}{(h)^{1/2}} dh$$

$$c\sqrt{2g}\ dt = h^{-1/2} dh$$

$$c\sqrt{2g} \int dt = \int h^{-1/2} dh$$

$$c\sqrt{2g}\ \ t = 2h^{1/2}$$

$$t = \frac{2h^{1/2}}{c\sqrt{2g}}$$

El espacio es función de V. y t. Luego

$$X = \sqrt{2Ag + 2g\frac{P_A}{\gamma} + V_A^2} * \frac{2\sqrt{h^1}}{c\sqrt{2g}}$$

$$X = \sqrt{47.0665 + 2g\frac{P_A}{\gamma}} * \frac{2\sqrt{h}}{c\sqrt{19.62}}$$

$$X = 2\sqrt{47.0665 + 2g\frac{P_A}{\gamma}} * h^{0.5} / 4.429C$$

Problema

Un orificio de 15 cm de diámetro evacua 0.34 m^3/s de agua bajo una altura de carga de 44m. Este caudal pasa a un canal rectangular de 3.6 m de ancho alcanzando una altura de 0.9 m y de ahí a un vertedero con contracciones. La altura de carga sobre el vertedero es 0.3 m. ¿Cuál es la longitud del vertedero y el coeficiente del orificio?

Fórmula simplificada de Francis.

Velocidad es despreciable

$$t = t_2 - t_1 = \frac{2A_T}{CA_o\sqrt{2g}}\left(h_1^{1/2} - h_2^{1/2}\right)$$

$$t = \frac{2(3.29\ \text{m})}{(0.65)(1.9635 \times 10^{-3}\ \text{m}^2)\sqrt{19.82\ \text{m}/\text{s}^2}} = \left(1.8^{1/2} - 0.6^{1/2}\right)$$

$t = 660$ *segundos*

Capítulo XI

FLUJO EN CANALES ABIERTOS

Los diferentes tipos de flujo que se presentan en un canal son:

Flujo permanente

La velocidad en un punto cualquiera de la sección es constante; es decir, que la variación de la velocidad con respecto al tiempo es cero.

Flujo permanente y uniforme

Cumple con la condición de flujo permanente y además tiene en cuenta que la variación de la velocidad con respecto al espacio es igual a cero.

Flujo permanente y variado

Será aquel en el cual existirá una variación de la velocidad con respecto al espacio.

Flujo gradualmente variado

La variación de la velocidad se debe únicamente a la fricción provocada por las paredes del canal.

Flujo rápidamente variado

La variación de la velocidad en el flujo se debe a cambios bruscos en la sección geométrica del canal.

a ecuación de continuidad determina que la masa dentro de un sistema permanece tante a través del tiempo.

roblema

'uál es la velocidad media en una tubería de 15 cm si el caudal de agua transporta- s de 3800 m³/día?

$$Q = \frac{3800\ m^3}{dia} x \frac{1\ dia}{24\ h}; x \frac{1h}{3600\ s} = \frac{0.0440\ m^3}{s} = 44\ L/s$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \pi \frac{(0.15)^2}{4} = 0.0177\ m^2$$

$$Q = V.A. \quad V = Q/A \frac{0.044\ m^3/s}{0.0177\ m^2} = 2.49\ m/s$$

'roblema

¿Qué diámetro debe de tener una tubería para transportar 2 m³/s a una velocidad ia de 3 m/s?

$$Q = V \times A$$

$$A = \frac{Q}{V} = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4x2}{\pi x3}}$$

$$D = 0.92\ m$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro que transporta 110 L/s, está conectada a una ería de 15 cm. Determinar la altura de velocidad en la tubería de 15 cm.

$$A_{15} = \pi \frac{D^2}{4} = \frac{\pi}{4}(0.15)^2 = 00177\ m^2$$

$$V = \frac{Q}{4} = \frac{0.11\ m^3/s}{0.0177\ m^2} = 6.22\ m/s$$

Cabeza de velocidad:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{(6.22)^2}{2x9.81} = \frac{38.7}{2x9.81} = 1.97\ m$$

Problema

Una tubería de 15 cm. de diámetro transporta 80 L/s. La tubería se ramifica en otras dos, una de 5 cm y otra de 10 cm de diámetro. Si la velocidad en la tubería de 5 cm es de 12 m/s. ¿Cuál es la velocidad en tubería de 10 cm?

$$Q = V.A$$

$$Q_5 = \pi \frac{(0.05)^2}{4} x12\ m/s = 0.0236\ m/s = 23.6\ L/s$$

$$Q_{10} = QT - Q_5 = 80\ L/s - 23.6\ L/s = 56.4\ L/s$$

$$V_{10} = \frac{Q_{10}}{A_{10}} = \frac{56.4\ L/s}{\frac{\pi}{4}(10.1)^2} = 7.18\ m/s$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro transporta aceite, viniendo dada la distribución de velocidades por $V = 30(r_0^2 - r^2)$. Determinar la velocidad media y el valor del coeficiente de correcciones de la energía cinética.

$$V_{media} = \frac{Q}{A} = \frac{\int V d_A}{A} = \frac{\int 30(V_o^2 - V^2)(2\pi v dv)}{\pi V_o^2}$$

$$V_{media} = \frac{60}{V_o^2} \int_0^{V_o} (V_o^2 - V^2) v dv \frac{60}{V_o^2} \int_0^{V_o} (V_o^2 V - V^3) dv$$

$$V_{media} = \frac{60 V_o^2}{4} = \frac{60(0.15)^2}{4} = 0.34\ m/s$$

$$\alpha = \frac{1}{A}\int_A = \left(\frac{V}{V_{media}}\right)^3 \delta A = \frac{1}{\pi V_o^2} \int_0^{V_o} \left(\frac{30(V_o^2 - V^2)}{\frac{60 V_o^2}{4}}\right) X\ 2\pi v dv$$

$$\alpha = 2.0$$

Flujo no permanente

Es aquel en el cual la velocidad en un punto varía para un tiempo t mínimo.

Número de Froude

Otra forma de definir el tipo de flujo en un canal, es utilizando el parámetro adimensional conocido como el número de Froude, que se expresa como la relación entre las fuerzas de inercia y de gravedad. Las siguientes relaciones del número de Froude expresan la condición del flujo.

$F = 1;\ V = \sqrt{gD}$ (Flujo crítico)

$F < 1;\ V < \sqrt{gD}$ (Flujo subcrítico)

En el flujo subcrítico, son mayores las fuerzas de gravedad, por tanto la velocidad es baja y el flujo tranquilo.

$F > 1;\ V > \sqrt{gD}$ (Flujo supercrítico)

En el flujo supercrítico predominan las fuerzas de inercia, en este caso la velocidad es alta y el flujo rápido.

Distribución de velocidades en un canal

Las velocidades en un canal no se encuentran uniformemente distribuidas, debido a los siguientes factores: la superficie libre del agua, la fricción a través de las paredes del canal, la forma de la sección, la presencia de curvas en el canal y los cambios en la pendiente del canal.

En un canal la máxima velocidad aproximadamente ocurre a una distancia de la superficie libre de (0.05 - 0.25)m de la profundidad.

Perfil de velocidades de un canal

El perfil de velocidades que se presenta en un canal, se debe a que no todas las partículas tienen igual velocidad en la sección transversal; debido al rozamiento con el fondo, con las paredes del canal y en menor grado con la atmósfera.

La velocidad media en canales poco profundos se puede estimar aproximadamente a 0.6 de la profundidad contando a partir de la superficie libre y es más o menos el 80% al 90% de la velocidad superficial. Para canales más profundos, un valor aproximado

de velocidad media en una vertical, se obtiene promediando las velocidades obtenidas al hacer observaciones a los 0.2 y 0.8 de la profundidad.

Coeficientes de distribución de velocidades

Debido a que la velocidad en un canal, no está distribuida de forma uniforme, la carga de velocidad real es menor que el valor teórico, calculando este último de acuerdo con la expresión $\frac{V^2}{2g}$, en donde V es la velocidad media. Esta expresión debe corregirse de la siguiente forma : $\alpha V^2/2g$ donde á es conocido como coeficiente de energía o coeficiente de Coriolis. La distribución no uniforme de velocidades, también afecta el cálculo de la cantidad de movimiento de la siguiente forma: $\beta(\gamma QV/g)$. Donde β es conocido como coeficiente de cantidad de movimiento o coeficiente de Boussinesq y γ es el peso específico.

En canales de sección transversal de tamaño regular y alineamientos casi rectos, el efecto de la distribución no uniforme de la velocidad sobre el cálculo de la carga de velocidad y la cantidad de movimiento es pequeño; por lo tanto es frecuente que para efectos de cálculo dichos coeficientes sean considerados como iguales a la unidad.

Distribución de presión en un canal

Para canales con pendientes pequeñas, la presión en un punto corresponde a la presión hidrostática. Esta presión es directamente proporcional a la profundidad del punto debajo de la superficie libre. En flujos curvilíneos la distribución de la presión varía dependiendo de si el flujo es cóncavo o convexo.

Energía específica

Es la energía en cualquier punto de un canal, tomando como nivel de referencia la base del mismo. Cuando se considera; un flujo paralelo (uniforme o gradualmente variado), de un tramo L en un canal con un ángulo de inclinación de fondo menor a 6° con sección transversal y pendiente de fondo constante, entonces el coeficiente de Coriolis es igual a 1.

Al representar gráficamente la energía específica se encuentra que existen dos profundidades posibles para cada valor de caudal y energía y reciben el nombre de profundidades alternas.

Es posible determinar cualitativamente la energía mínima necesaria y el caudal máximo, valores que corresponden a un valor de profundidad crítica. La velocidad ıedia en condiciones de flujo crítico se llama velocidad crítica: Se destaca que para un ıico valor de energía, se tienen dos valores de profundidad. Igualmente que solamente ɩiste un punto de energía (mínima), al cual le corresponde una profundidad (crítica).

Los valores de profundidad mayores, que el valor de profundidad crítica $(Y > Y_c)$, ɔrresponden al flujo subcrítico. Los valores de profundidad, menores que el valor de rofundidad crítica $(Y < Y_c)$, corresponden al flujo supercrítico.

Cuando la energía es constante, se observa que para un valor de caudal, se pueden btener dos valores de profundidad y que solamente existe un único punto de caudal náximo), el cual corresponde a la profundidad crítica.

Es importante anotar que la profundidad crítica se presenta solamente para un punto e energía (mínima) y un punto de caudal (máximo). Es con base en este principio que e diseñan los aforadores, estructuras que garantizan un sólo punto de profundidad crítica), para un caudal máximo y un requerimiento de energía mínimo.

Fuerza específica

Es la sumatoria de fuerzas hidrostáticas e hidrodinámicas ejercidas sobre un elenento fluido, contenido entre dos secciones: la superficie y el contorno sólido.

Al representar gráficamente la fuerza específica se encuentra que existen dos proundidades posibles para cada valor de caudal y fuerza que reciben el nombre de proundidades secuentes. Es posible determinar analíticamente la fuerza específica mínina, ya que esta corresponde a un valor de profundidad crítica. La aplicación de la fuerza específica en un canal permite determinar la ecuación del fenómeno conocido como resalto hidráulico para un canal rectangular, horizontal y sin obstáculos.

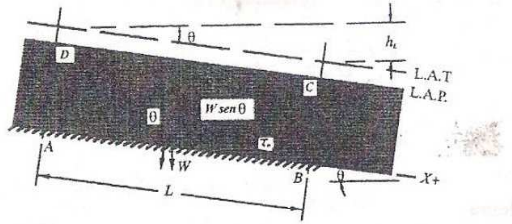
El resalto hidráulico es un fenómeno inestable, que se desplaza alternativamente aguas arriba y aguas abajo, por lo tanto cuando éste fenómeno se presenta es aconsejable construir estructuras en forma de dientes o escalones con el fin de disipar la energía en un punto exacto que pueda ser protegido contra la erosión. En general, la ecuación del resalto hidráulico contiene tres cantidades independientes por lo que se hace necesario conocer previamente dos de ellas para el cálculo de la tercera.

Aplicación del concepto de flujo crítico

Se utiliza fundamentalmente para establecer una relación única entre profundidad, caudal y energía. De esta forma se puede diseñar una sección que garantice un caudal determinado a una profundidad conocida; a estas se les conoce con el nombre de secciones de control o medidores de flujo.

Problema

Designando por Y_N la profundidad en la figura, deducir una expresión para el flujo laminar a lo largo de una placa plana de anchura infinita, considerando el volumen libre, con achura unidad.



Para flujo laminar en canales abiertos amplios de ancho unitario, la distribución de velocidades se expresa como:

$$V = \frac{gS}{\nu}\left(Yn^2 - \frac{1}{3}Yn^2\right)$$

Despejando

$$Yn^2 = \frac{3\,\nu\,V}{gS}$$

Problema

El factor de fricción de Darcy f se asocia generalmente a tuberías. Sin embargo, para el problema precedente evaluar el factor de Darcy f, empleando la solución dada para dicho problema

Para una tubería llena $Yn = \frac{D}{4}$

$$Yn^2 = \frac{D}{16} \quad (1)$$

Para la solución del problema 1

$$Yn^2 \frac{3\nu\ V}{gS} \quad (2)$$

Igualando (1) y (2)

$$\frac{D^2}{16} = \frac{3\nu\ V}{gS}$$

$$D^2 = \frac{48\nu\ V}{g\,\frac{h_f}{L}} = \frac{48\nu\ V\,L}{g\,f\,\frac{LV^2}{D\,2g}}$$

$$f = \frac{96\nu}{V\,D} = \frac{96}{Re}$$

Problema

Demostrar que la velocidad media V puede expresarse de la forma 0.32 $V*R^{1/6}/n$

$$V = \frac{1}{n}R^{2/3}\,S^{1/2}$$

$$\nu_* = \sqrt{gRs} \rightarrow \nu_*\,\sqrt{gR}\ s^{1/2}$$

$$\frac{\nu_*}{\sqrt{g}} = s^{1/2}$$

reemplazan do en (1)

$$V = \frac{1}{n}R^{2/3}\,\frac{\nu_*}{\sqrt{g}\,R^{1/2}}$$

$$V = \frac{R^{2/3}\,\nu*}{n\sqrt{g}\,R^{1/2}} = \frac{R^{2/5}\,R^{-1/2}\,\nu_*}{n\sqrt{9.81}} = \frac{R^{1/6}\,\nu*}{3.19n}$$

Problema

Demostrar que los factores de rugosidad n de Manning y f de Darcy se relacionan entre sí por la expresión $n = 0.113\, f^{1/2}\, R^{1/6}$

$$\sqrt{\frac{8g}{f}} = \frac{1}{n}R^{1/6}$$ de la igualdad

$$\sqrt{\frac{8*9.81}{f}} = \frac{1}{n}R^{1/6}$$ despejando n

$$n = R^{1/6}\,f\,\frac{1}{8.86}$$

$$n = 1.13\,R^{1/6}\,f^{1/2}$$

Problema

Calcular la velocidad media en el canal rectangular sumando el área que se encuentra bajo la curva profundidad - velócidad

$$\overline{V} = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{Vi + V_{(i+1)}}{2}\right) * \Delta H = 2.087\ \text{m/s}$$

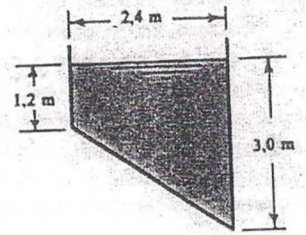
Primer cálculo

$$\overline{V_1} = \frac{2.261 + 2.243}{2} = 2.7132\ \text{m/s}$$

$$\Delta H = 0.1\ \text{m}$$

Problema

¿Con qué pendiente se trazaría el canal presentado en la figura para transportar un caudal de 14.80 m^3/s? C = 55



$$\text{Área} = (2.4*1.2) + \left(\frac{1.8*1.2}{2}\right) = 3.96\ m^2$$

$$P_h = 1.2 + 3\ 3 = 7.2$$

$$R_h = \frac{3.96}{7.2} = 0.55\ m$$

$$Q = V*A$$

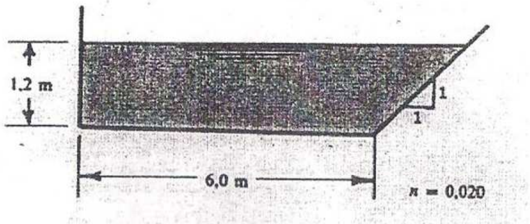
$$V = \frac{Q}{A} = \frac{14.8\ m^3/s}{3.96\ m^2} = 3.737\ m/s$$

Por chezy. $V = c\sqrt{rs}$ $\qquad S = \frac{V^2}{c^2 r} = \frac{3.437^2}{55^2\,(0.55)}$

$$S = 0.00839\ \%$$

Problema

El canal representado en la figura se traza con una pendiente de 0.00016. Cuando llega a un desnivel, el flujo se transporta mediante dos tuberías de hormigón ($n = 0.012$) trazadas con una pendiente de 2.5 m sobre 1000 m. ¿Qué dimensión deberán tener las tuberías?



$S = 0.00016 \rightarrow$ 2 tuberías de hormigón ($n = 0.012$) $\quad S = \frac{2.5}{1000} = 0.0025$

$$Q_{canal} = Q_{tub}$$

$$\frac{A\,R^{2/3}\,S^{1/2}}{n} = \frac{2\,A\,R^{2/3}\,S^{1/2}}{n} \qquad \text{reemplazando}$$

$$\left(6*1.2 + \frac{1.2+1.2}{2}\right)\left(\frac{7.92}{1.2+6+1.697}\right)^{2/3} S^{1/2} = \frac{2\pi\ d^2}{4}\left(\frac{\frac{\pi\ d^2}{4}}{\pi\ d}\right)^{2/3}(0.0025)^{1/2}$$

$$\frac{7.92*(0.89)^{2/3}\,(0.00016)^{1/2}}{0.020} = \frac{\pi\ d^2}{2}*\left(\frac{d}{4}\right)^{2/3}*4.166$$

$$1.7848 = d^2 * d^{2/3} = d^{8/3}$$

$$d = (1.7848)^{3/8} = 1.24\ m$$

Problema

Por un canal semicuadrado circula un caudal de 2.20 m³/s. El canal tiene 1200 m de largo y un desnivel de 0.6 m en esa longitud. Aplicando la fórmula de Manning y $n = 0.012$, determinar las dimensiones.

Manning $\qquad c = \frac{Rh^{1/6}}{n}$

$$A = b*\frac{b}{2} = \frac{b^2}{2} \qquad Rh^{2/3} = \left(\frac{\frac{b^2}{2}}{2b}\right)^{2/3} = \left(\frac{b^2}{4b}\right)^{2/3} = \left(\frac{b}{4}\right)^{2/3}$$

$$Pm = \frac{b}{2} + b + \frac{b}{2} = 2b$$

$$Q = \frac{A\,R^{2/3}\,S^{1/2}}{n} \qquad b^{8/3} = 5.95 \qquad y = \frac{b}{2}$$

$$2.2 = \frac{\frac{b^2}{2}*\left(\frac{b}{4}\right)^{2/3}(0.0005)^{1/2}}{0.012} \qquad b = 5.95^{3/8} \qquad y = \frac{1.952}{2}$$

$$5.95 = b^2 * b^{2/3} \qquad b = 1.952\ m \qquad y = 0.976\ m$$

Problema

Circula agua a una profundidad de 1.90 m en un canal rectangular de 2.45 m de ancho. La velocidad media es de 0.58 m/s. ¿Con qué pendiente probable estará trazado el canal si C = 55?

$$Rh = \frac{A}{Pm} = \frac{(2.45*1.90)}{2.45+(2*1.9)} = 0.74\ \text{m}$$

Por chezy

$$V = c\sqrt{rs}$$

$$\frac{V}{c}\sqrt{rs}$$

$$S = \frac{0.58^2}{55^2\,(0.74)} = 0.00015$$

Problema

Un canal labrado en roca (n = 0.030) es de sección trapezoidal con una anchura de solera de 6 m y una pendiente de los lados de 1 sobre 1. La velocidad media permitida es de 0.75 m/s. ¿Qué pendiente del canal producirá 5.40 m³/s?

$$V = 0.75\ \text{m}/\text{s} \qquad S = ? \rightarrow Q = 5.40\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q = VA$$

$$V = c\sqrt{Rs}$$

$$A = \frac{Q}{V} = \frac{5.4\ \text{m}^3/\text{s}}{0.75\ \text{m/s}} = 7.5\ \text{m}^2 = \frac{6+2\,(1*1)+6}{2}*y$$

$$7.2 = \frac{6+2y+6}{2}*y = 6y+y^2$$

se cumple cuando $y = 1.025$

$$P = b + 2y\sqrt{2^2+1}$$

$$P = 6+2\,(1.025)\sqrt{1+1^2} = 8.9\ \text{m}$$

$$Rh^{2/3} = \left(\frac{A}{P}\right)^{2/3} = \left(\frac{7.2\ \text{m}^2}{8.9\ \text{m}}\right)^{2/3} = 0.8682$$

$$\left[\frac{Qn}{AR^{2/3}}\right]^2 = S = \left(\frac{5.40*0.03}{7.2*0.8682}\right)^2$$

$S = 0.00067$ m/m lineal

Problema

Cuál es el caudal de agua en una tubería de alcantarillado vitrificado nueva de 60 cm de diámetro, estando la tubería llena a la mitad y teniendo una pendiente de 0.0025? El coeficiente de rugosidad de manning n = 0.013 y el valor de m = 0.29

$$R = \frac{\text{Área}}{P|} = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\pi\ d^2\right)}{\frac{1}{2}\pi\ d}$$

$$R = \frac{1}{4}d = 0.15\ \text{m}$$

Por manning

$$Q = A\left(\frac{1}{n}\right)R^{2/3}\,S^{1/2}$$

$$Q = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\pi*0.6^2\right)\left(\frac{1}{0.013}\right)(0.15)^{2/3}\,(0.0025)^{1/2} = 0.154\ \text{m}^3/\text{s}$$

Problema

Un canal n = 0.017 tiene una pendiente de 0.0004 y una longitud de 3000 m. Suponiendo que el radio hidráulico es 1.44 m ¿qué corrección debe realizarse en la pendiente para producir el mismo caudal, si el factor de rugosidad cambia a n = 0.020?

$$Q = \frac{AR^{2/3}\,S_1^{1/2}}{n_1} = \frac{AR^{2/3}\,S_2^{1/2}}{n_2}$$

$$\frac{S_1^{1/2}}{n_1} = \frac{S_2^{1/2}}{n_2} \qquad S_2 = \left[\frac{S_1^{1/2}*n_2}{n_1}\right]^2 = \left[\frac{(0.0004)^{1/2}*0.02}{0.017}\right]^2 \rightarrow S = 0.000554$$

Problema

¿Qué profundidad tendrá el flujo de agua en una acequia en V con ángulo de 90° (n = 0.013), trazada con una pendiente de 0.00040m, si transporta 2.43 m³/s?

La sección triangular más eficiente corresponde a la mitad de un cuadrado

$$A=\frac{L*L}{2} \qquad Q=\frac{AR^{2/3}S^{1/2}}{n}$$

$$P=2L$$

$$Rh=\frac{A}{P}\frac{\frac{L*P}{2}}{2L}=\frac{L^2}{4L}=\frac{L}{4}m$$

$$2.43=\frac{\frac{L*L}{2}*\left(\frac{L}{4}\right)^{2/3}*(0.0004)^{1/2}}{0.013}$$

$$7.96=L^2*L^{2/3}\rightarrow 7.96=L^{8/3}\rightarrow L=(7.96)^{3/8}=2.1769\,m$$

$$Cos\,45^0=\frac{Y}{P}$$

$$Y=L\cos 45^0$$

$$Y=2.1769\,Cos\,45^0=1.54\,m$$

Problema

Para construir una acequia de sección triangular se emplea madera aserrada. ¿Cuál deberá ser el ángulo en el vértice para poder transportar el máximo caudal con una pendiente dada?

$$A=\frac{b*h}{2} \qquad P=\sqrt{b^2+h^2}$$

$$R_H=\frac{A}{P}=\frac{b\,h}{2\sqrt{b^2+h^2}}$$

$$Q=\frac{1}{n}R^{2/3}S^{1/2}A=\frac{S^{1/2}}{n}\left(\frac{b\,h}{2\sqrt{b^2+h^2}}\right)^{2/3}*\frac{bh}{2}$$

$$m=Tg\,\theta=\frac{h}{b/2}=\frac{2h}{h}$$

$$Si\ \frac{\theta}{2}=45^0$$

$$Tg\ 45^0=1=\frac{2h}{b}\rightarrow b=2h$$

$$Q=\frac{S^{1/2}}{n}\left(\frac{2h^2}{2\sqrt{4h^2+h^2}}\right)^{2/3}*\frac{2h^2}{2}=\frac{S^{1/2}}{n}\left(\frac{h}{\sqrt{5}}\right)^{2/3}*h^2$$

$$Q=\frac{S^{1/2}}{n}\quad h^{2/3}*0.58*h^2=\frac{0.58\,S^{1/2}}{n}*h^{8/3}$$

Cuando $\theta \langle 45^0$, Q sera menor

Problema

Por un canal rectangular de 6 m de ancho, n = 0.013 y S = 0.0144, circula agua con una profundidad de 0.9 m. ¿Qué profundidad tendría para poder transportar el mismo caudal con una pendiente de 0.00144?

$$Q=\frac{1}{n}A\,R^{2/3}S^{1/2}$$

$$A=5.4\,m$$

$$R=\frac{5.4}{(6+2(0.9))}=0.69\,m$$

$$Q=\frac{1}{0.013}5.4\,(0.69)^{2/3}\,(0.0144)^{1/2}=38.92\,m^3/s$$

$$Q=\frac{1}{n}A\,R^{2/3}S^{1/2}$$

$$38.92=\frac{1}{0.013}(6y)\left(\frac{6y}{6+2y}\right)^{2/3}(0.00144)^{1/2}$$

$$2.22=y\left(\frac{6y}{6+2y}\right)^{2/3}$$

$$y=1.98\,m$$

Problema

Una acequia desagua 1.20 m^3/s con una pendiente de 0.50 m. La sección es rectangular y el factor de rugosidad n = 0.012. Determinar las dimensiones óptimas, o sea, las dimensiones que dan el menor perímetro mojado.

$$S = \frac{0.5}{1000} = 0.0005$$

$$b = 2y \qquad Q = \frac{A\,R^{2/3}\,S^{1/2}}{n}$$

$$Rh = \frac{y}{2} \qquad \frac{Qn}{S^{1/2}} = A\,R^{2/3} = \frac{1.2 * 0.012}{(0.0005^{1/2}} = 0.644$$

$$A\,R^{2/3} = 0.644$$

$$by * \left(\frac{by}{b+2y}\right)^{2/3} = 0.644 \qquad \frac{b^2}{2} * \left(\frac{b}{4}\right)^{2/3} = 0.644 \qquad b = 2y$$

$$\frac{b^2}{2} * \left(\frac{\frac{b^2}{2}}{2b}\right)^{2/3} = 0.644 \qquad b^{8/3} = 3.245 \qquad y = \frac{6}{2}$$

$$b = 1.556\,m \qquad y = 0.77\,m$$

Problema

Un canal rectangular revestido, de 5 m de anchura, transporta un caudal de 11.50 m^3/s con una profundidad de 0.85 m. Hallar n si la pendiente del canal es de 1.0 m sobre 500 m (aplicar la formula de Manning)

$$A = 4.25\ m^2$$

$$Q = A\,\frac{1}{n}\quad R^{2/3}\quad S^{1/2}$$

$$Rh = \frac{4.25}{6.7} = 0.634\ m$$

$$n = \frac{A\,R^{2/3}\,S^{1/2}}{Q} = \frac{4.25(0.634)^{2/3}(0.002)^{1/2}}{11.50} = 0.012$$

Problema

Hallar la tensión cortante media sobre el perímetro mojado, en el problema anterior.

$\gamma = \delta\ RS = 1000\ kg/m^3 * 0.634 * 0.002 = 1.268\ kg/m^2$

Problema

Aplicando la fórmula de Manning, demostrar que la profundidad teórica para una velocidad máxima en un conducto circular es 0.81 veces el diámetro.

Perímetro húmedo = Perímetro círculo - L = $2\pi r - 2r\theta = 2\pi r - 2r \arccos((y - r)/r)$

Área Húmeda = Área Total - Área sector circular

$$\text{Área Húmeda} = \pi\ r^2 - r^2\ (\text{áreas}\ (y - r)/r) - (y - r)\sqrt{r^2 - (y - r)^2}$$

$$\text{Área Húmeda} = \pi\ r^2 - r^2\ (\text{áreas}\ (y - r)/r) - (y - r)\sqrt{2ry - y^2}$$

$$R_H = \left(\frac{A_H}{P_H}\right)^{2/3} = \left[\frac{2\pi\ r - 2r\ \text{áreas}\ ((y - r)/r)}{\pi\ r^2 - r^2\ (\text{áreas}\ (y - r)/r) - (y - r)\,(2yr - y^2)^{1/2}}\right]^{2/3}$$

$$\frac{dr^{2/3}}{dy} = 0 \qquad \rightarrow y = 0.81d$$

Problema

Diseñar el canal trapezoidal óptimo para transportar 17 m^3/s a una velocidad máxima de 1.0 m/s. Emplear n = 0.025 y como pendiente de las paredes 1 vertical sobre 2 horizontal. Calcular S.

$$R_H = \frac{V}{2} = \frac{A}{P} = \frac{by + 2\left(\frac{1}{2}y\right)(2y)}{b + 2y\sqrt{5}} \quad \text{o} \quad b = 2y\sqrt{5} - 4y \quad (1)$$

$$A = \frac{Q}{V} = \frac{17m^3/_s}{1m/_s} = 17m^2 = by + 2y^2 \quad \text{o} \quad b = (17 - 2y^2)/y \quad (2)$$

Igualando 1 y 2

$$2y\sqrt{5} - 4y = \frac{17 - 2y^2}{y}$$

$$2y^2\sqrt{5} - 4y^2 = 17 - 2y^2$$

$$2y^2\sqrt{5} - 4y^2 + 2y^2 = 17$$

$$y^2(2\sqrt{5} - 2) = 17$$

$$y = \sqrt{\frac{17}{2\sqrt{5} - 2}} = 2.622\text{ m}$$

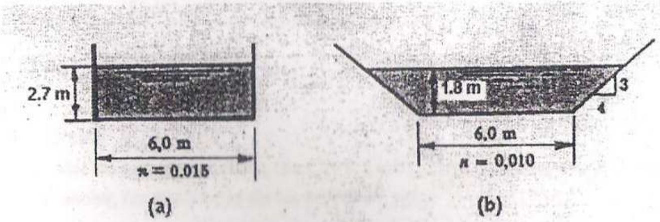
Sustituyendo en b

$$b = \frac{(17 - 2(2.62))^2}{2.62} = 1.24$$

$$S = \left(\frac{Vn}{R^{\frac{2}{3}}}\right) = \left(\frac{1*0.25}{\left(\frac{2.622}{2}\right)^{2/3}}\right)^2 = 0.000436\text{m/m lineal}$$

Problema

Cuál de los dos canales representados en la figura considera el mayor caudal si ambos están trazados con la misma pendiente?



Para el canal rectangular

$$Q = \frac{AR_H^{2/3}\ S^{1/2}}{n} = \frac{16.2*1.264*\left(4/3\right)^{1/2}}{0.015} = 1576.3\text{ m}^3/\text{s}$$

$$A = \frac{10.8 + 6.8}{2}*1.8 = 15.84\text{ m}^2$$

$$P = 2y\sqrt{1 + 2^3} + 6$$

Con A y P se calcula R_H

$$P = 2(1.8)\sqrt{1\left(4/8\right)^2} + 6 = 12m$$

$$R_H = \left(\frac{15.8m}{12m}\right)^{2/3}$$

$$R_H^{2/3} = 1.2m$$

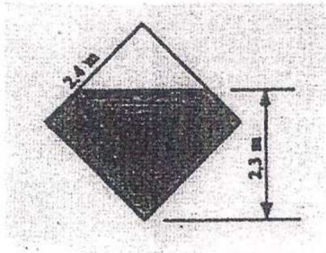
$$Q = \frac{15.84*1.2*\left(\frac{4}{2}\right)^2}{0.010} = 3388.6\text{ m}^3/\text{s}$$

Luego Q Trapezoidal > Q rectangular

Conducirá mayor caudal el de sección trapezoidal

Problema

Una alcantarilla de sección cuadrada tiene 2.4 m de lado y se instala según se indica en la figura. ¿Cuál es el radio hidráulico si la profundidad es 2.3m?



$\theta = 45^0$

$$Sen\ 45^0 = \frac{0.6}{X}$$

$X = 0.85\ m$

$Pm = 2.4\ (2) + 0.85\ (2) = 6.5\ m$

$$A_1 = \frac{2.4 * 2.4}{2} = 2.88\ m^2$$

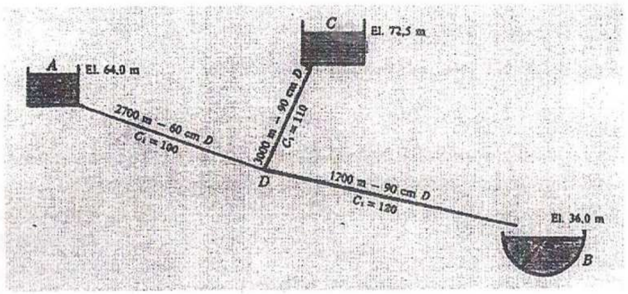
$$A_2 = 0.6 * 1.1 * 2 + \frac{0.6 * 0.6}{2} * 2 = 1.32 m^2 + 0.36\ m^2 = 1.68\ m^2$$

$A_T = A_1 + A_2 = 2.88 + 1.68 = 4.56\ m^2$

$$R_H = \frac{A}{P} = \frac{4.56\ m^2}{6.5\ m} = 0.7\ m$$

Problema

Cuál es el radio de la acequia semicircular B, si la pendiente (S) es igual a 0.0200 y C = 50?



$hf_i = T_i\ Q_i^{1.85}$

$$T_i = \frac{10.675\ L_i}{C_i^{1.85}\ D_i^{4.87}}$$

$T_1 = 8.949 \qquad T_2 = 69.205 \qquad T_3 = 3.047$

Si $E_A = 64$

$h_{f_2} = 0$

$h_{f1} = 42.5 - 64 = 8.5m = T_1\ Q_1^{1.85} \rightarrow Q_1 = 0.9726\ m^3/s$

$h_{f_3} = 64 - 36 = 2.8m \quad = T_3\ Q_3^{1.85} \rightarrow Q_3 = 3.3166\ m^3/s$

$E_A \langle\ 64\ m$

$72.5 - E_4 = 8.949\ Q_1^{1.85} \quad (1)$

$64 \ \ - E_4 = 69.205\ Q_2^{1.85} \quad (2)$

$E_4 - 36 = \ 3.047\ \ Q_3^{1.85} \quad (3)$

$Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad (4)$

Combinando (1) y (2)

$8.949\ Q_1^{1.85} - 72.5 = 69.205\ Q_2^{1.85} - 64\ (5)$

Combinando (2) y (3)

$69.205\ Q_2^{1.85} - 64 = 36 - 3.047\ Q_3^{1.85} \quad (6)$

(5) $\quad 69.205\ Q_2^{1.85} - \ 64 = 36 - 3.047\left(Q_1 + Q_2\right)^{1.85}$

(6) $\quad 69.205\ Q_2^{1.85} - 72.5$

$$Q_1 = \left[\frac{69.205\ Q_2^{1.85} - 64 + 72.5}{8.949}\right]^{1/1.85}$$

$$69.205\ Q_2^{1.85} - 100 + 3.047\left[\left(\frac{69.205\ Q_2^{1.85} + 8.5}{8.949}\right)^{1/1.85} + Q_2\right]^{1.85} = 0$$

$Q_2 = 0.9345\ m^3/s$

$Q_1 = 3.0295\ m^3/s$

$Q_3 = 9.640\ m^3/s$

$$h_f = TQ^{1.85} = \frac{10.675\ L\ Q^{1.85}}{C^{1.85}\ D^{4.87}}$$

$$S = \frac{10.675\,Q^{1.85}}{C^{1.85}\,D^{4.87}}$$

$$D_{Eq} = \left[\frac{10.675\,Q^{1.85}}{C^{1.85}\,S}\right]^{(1/4.87)} = 1.386\text{ m}$$

$$D_{Eq} = 4\,Rh$$

$$R_H = \frac{D_{Eq}}{4} = \frac{1.386}{4} = 0.3465\text{ m}$$

$$R_H = \frac{\pi\ R^2/2}{\pi\ R} = \frac{R}{2} = 0.69\text{ m}$$

Problema

Calcular la energía específica con Q = 6 m^3/s por un canal rectangular de 3 m de ancho con una profundidad de 0.90 m.

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{1}{2}\left(\frac{Q}{A}\right)^2$$

$$E = 0.90 + \frac{1}{(2*9.81)}\left(\frac{6}{3*0.9}\right)^2 = 1.152\text{ kg } {}^{m}\!/\!{}_{m}$$

Otra solución

Q = $6m^3/s$ b = 3m y = 0.9 m

$$E = y + \frac{q^2}{2g\,y^2}$$

$$q = {}^{Q}\!/\!{}_{b}$$

$$q = \frac{6\,m^3/s}{3\,m} = 2m^2/s$$

$$E = 0.9 + \frac{(2\,m^2/s)^2}{(19.6)\frac{m}{s^2}(0.9)m} = 0.9 + 0.2519\text{ m} = 1.152\text{ m}$$

Problema

Calcular la energía específica con Q = 8.4 m^3/s, en un canal trapezoidal cuya solera = 2.4 m ancho, las pendientes de las paredes 1 sobre 1, y = 1.17 m.

$$A = by + 2\left(\frac{1}{2}y\right)(y)$$

$$A = (2.4*1.17) + 2\left(\frac{1}{2}(1.17)(1.17)\right) = 4.177\text{ m}^2$$

$$E = y + \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{A}\right)^2 = 1.17 + \frac{1}{(2*9.81)}\left(\frac{8.4}{4.177}\right)^2 = 1.38\text{ m}$$

Problema

Una tubería de alcantarillado de 1.8 de diámetro interior transporta un caudal de 2.18 m^3/s cuando la profundidad es de 1.2 m. ¿Cuál es la energía específica?

$$E = y + \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{A}\right)^2$$

$$A = \pi\left(\frac{1.8}{4}\right)^2 = 2.54\text{ m}^2$$

$$E = 1.2 + \frac{1}{2*9.81}\left(\frac{2.18}{2.54}\right)^2 = 1.24\text{ m}$$

Problema

En el problema anterior, con qué profundidades debe circular un caudal de 6 m^3/s para que la energía específica sea de 1.5 m kg/kg? Cuál es la profundidad crítica?

$$Yc = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(2m^2/s)^2}{9.8\,{}^{m}\!/\!{}_{s^2}}} = 0.76\text{m}$$

$$q = \frac{6m^3/s}{3m} = 2\text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

Para las etapas alternativas de flujo

$$E = q + \frac{Y^2}{2g} \qquad \triangleright\ Yc = 0.762\ m$$

Luego $V = \sqrt{2g\ (F - y)} \qquad \Rightarrow Q = VA$

$Q = A\sqrt{2g\ (F - y)} \qquad \Rightarrow Q = \sqrt{2g\ (E - y)}$

con esta ecuación se grafica q contra y, cuando E es constante = 1.5

Se grafica la variación de q vs y, de y = 0 hasta y = E

y(m)	q	y(m)	q
0	0	1.2	2.90
0.2	1.0	1.4	1.96
0.4	1.85	0.5	0
0.6	2.52	1.8	
0.8	2.93	2.0	
1.0	3.13		

$q = \sqrt{2g\ (E - y)}\ (y)$

según la gráfica se tiene que entre

0.4 y $0.5 \Rightarrow q = 2m^3/s$

y entre 1.2 y $1.4 \Rightarrow q = 2m^3/s$

con valores sacados de la gráfica se tiene que

$y_1 = 1.395$ m aproximadamente

$q = 1.345\sqrt{19.6(1.5 - 1.345)} = 2.0012 \approx q - 2m^3/s$

$y_2 = 0.435 \Rightarrow q = 1.9879$

las dos profundidades son

$y_1 = 1.395$ m

$y_2 = 0.435$ m

Problema

En un canal rectangular de 3 m de ancho el caudal es de 7.16 m³/s. Con profundidades de 0.6 m 0.9 m y 1.2 m determinar si el flujo es subcrítico o supercrítico.

$$Yc = \sqrt[3]{\frac{q^q}{g}} = q = Y * v$$

$$Para\ y = 0.6 \qquad A = 1.8m^2 \qquad q = 0.6\left(\frac{7.16}{2.7}\right) = 2.3867\ m^3/s$$

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{2.3867^2}{9.81}} = 0.8343\,m$$

Como $0.6 \langle y_C \Rightarrow$ *el flujo es supercrítico*

Para $y = 1.2\,m \qquad A = 3.6\,m^2$

$$q = 1.2\left(\frac{7.16}{3.6}\right) = 2.3867\,m^3/s/m$$

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{2.3867^2}{9.81}} = 0.8343\,m$$

$y \langle y_C \Rightarrow$ *flujo es subcrítico*

Problema

En un canal rectangular de 3 m de ancho el caudal es de 7.16 m³/s cuando la velocidad es de 2.4 m/s. Determinar la naturaleza del flujo.

$q = 2.386\ m^2/s$

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{(2.386)^2}{g}} = 0.834\ m$$

$$E_{min} = \frac{3}{2}(0.834m) = 1.25\ m$$

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

$$1.25 = y + \frac{(2.4\ m/s)^2}{2g}$$

$y = 1.25 - 0.294 = 0.957$ m

Luego si $y_C \langle y$

$0.834\,m \langle 0.957$ m entonces el flujo es subcrítico

Problema

Para una profundidad crítica de 0.966 m en un canal rectangular de 3 m de ancho, ¿Calcular el caudal?

$y_C^{\,3} = q^2/g$

$$q = \sqrt{Yc^3\ g} = \sqrt{(0.966)^3\ (0.18)} = 2.972\ m^2/s$$

Luego

$Q = q.b$

$Q = (2.972\ m^2/s)\ (3m) = 8.9166\ m^3/s$

Problema

Determinar la pendiente critica de un canal rectangular de 6 m de ancho y n = 0.012, cuando el caudal es de 26.5 m³/s.

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{(4.416)^2}{9.8}} = 1.258m \qquad V_C = \frac{1}{N} R^{2/3} S^{1/2}$$

$$S = \left[\frac{Vc}{\frac{1}{n} R^{2/3}}\right]^2$$

$$y_C = \sqrt{(9.8)(12.58)} = 3.511\ m/s$$

$$S = \left[\frac{3.511(0.012)}{\frac{(1.258)(67)^{2/3}}{8.516}}\right]^2 = 0.0020849\ m/\ m\ \text{lineal} \cong 0.00208\%$$

Problema

Un canal trapezoidal, cuyas paredes tienen una pendiente de 1 sobre 1, transporta un caudal de 20 m³/s. Para una anchura de solera de 4.8 m, calcular la velocidad crítica.

$A = by + my^2$

$Ac = 4.8\ (y_C) + (1)\ (y_C)^2$

$b^1 = 4.8 + (2)\ yd$

Luego $\frac{Q^2}{g} = \frac{Ac^3}{b^1}$

$$\frac{(20\ m^3/s)}{9.8\ m/s^2} = \frac{(4.8\ y_C + y_C^2)^3}{4.8 + 2\ y_C}$$

Se obtiene el valor de Yc desarrollando por aproximaciones sucesivas, la ecuación

$y_C \cong 1.005m$

Luego

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{Ac^3}{b^1}$$

$$\frac{(20\ m^3/s)^2}{9.8\ m/s^2} = \frac{(4.8\ y_C + y_C^2)}{4.8 + 2y_C}$$

$F(y) = (4.8\ y_C + y_C^2)^3 - 40.8(4.8 + 2y_C)$

Se obtiene el valor de y_C desarrollando por aproximaciones sucesivas, la ecuación

$y_C \cong 1.005m$

Luego

$A_C = 4.8(1.005) + 1(1.005)^2 = 5.835m^2$

$b^1 = 4.8 + 2\ (1.005) = 6.814m$

Entonces

$$V_C = \sqrt{\frac{g\ A_C}{b}} = \sqrt{\frac{9.8(5.835)}{6.814}} = 2.897\ m/s \cong V_C = 2.90\ m/s$$

Problema

Un canal rectangular de 1800 m de longitud, 18 m de ancho y 3 m de profundidad transporta 54 m³/s de agua (C = 40). La limpieza del canal hace que aumente C a 55. Si la profundidad en el extremo superior permanece en 3 m, hallar la profundidad en el extremo inferior para el mismo caudal (aplicando un solo tramo).

$C = 55 \qquad R_H = \frac{A}{P} = \frac{(1.8)(3)}{18 + 2(3)} = 2.25\ m$

$C = \frac{1}{n} R_H^{1/6}$ Luego $n = \frac{R_H^{1/6}}{C} = \frac{(2.25)^{1/6}}{55}$

$S = \frac{Q^2}{(CA)^2\ R} \qquad n = 0.0208$

$$S=\left(\frac{Qn}{AR^{2/3}}\right)^2=\left[\frac{(54)(0.0208)}{(54)(2.25)^{2/3}}\right]^2 \Rightarrow S=0.000147 \text{ m/ m lineal}$$

$$V=C\sqrt{RS} \Rightarrow V=55\sqrt{(2.25)(0.000147} \Rightarrow V=1.375 \text{ m/s}$$

$$L=\frac{E_1-E_2}{S-S_0} \Rightarrow L\frac{(y_1+V_1^2/2g)-(y_2+V_2^2/2g)}{S-S_0} \approx \frac{E_2-E_1}{S_0-S} \quad (1)$$

$$E_1=3\text{ m}+\frac{(1.375)^2}{2g}=3.0965\text{ m}$$

$$1800=\frac{E_2-3.0965}{0.000147-S}$$

Para S_0

Se obtiene con $C=40$

$$40=\frac{1}{n}(R)^{1/6} \Rightarrow n=0.0286$$

$$S=\left[\frac{(54)(0.0286)}{(54)(2.255)^{2/3}}\right]^2 \Rightarrow S=0.000278 \text{ m / m lineal}$$

Problema

Entonces de ❶ se necesita calcular y_2 y S, para ello se suponen valores para y_2 y se calculan A_2 y V_2 y se obtienen con los valores de y_1 y V_1, unos valores promedios de y, A y V, para el tramo del canal y se calcula S, teniendo el valor de S despejando en la ecuación ❶ y si L arroja un valor igual o aproximado al dado en el problema, esta bien supuesto el y_2.

$y_2=3.274$ m $\quad A_2=58.932\text{ m}^2$

$y_1=3$ m $\quad y_{1/2}=3.137$ m $\quad A_{1/2}=56.466\text{ m}^2$ $\quad V_{1/2}=1.20410$ m/s

$A_1=54\text{ m}^2$ $\quad V_2=1.0332$ m/s $\quad R_H=2.3250$ m

$V_1=1.375$ m/s

$$S=\frac{V^2 1/2}{G^2\left(R_{1/2}\right)^{2/3}}=\frac{(1.20410)^2}{(55)^2(2.3250)^{2/3}}=0.0002731 \text{ m / m lineal}$$

$R_2=2.4$ m

Entonces $E_2=Y_2+V^2_{2/sg}$

$E_2=3.274+(1.03323)^2/2(9.8)=3.3285$ m

$V_2=1.0332$ m/s

Luego $1800=\dfrac{(3.3284-3.0965)}{0.000147-0.0002731)}$

($1800 \cong 1839$) m

Es decir, se da una igualdad aproximada y entonces el valor supuesto es correcto

$y_2=3.274$ m

Problema

Un canal rectangular (n = 0.016), trazado con una pendiente de 0,0064 transporta (6 m³/s) en condiciones de flujo crítico. ¿Que anchura debe tener el canal?

$$q\max=\sqrt{g\,y_C{}^3} \quad \Rightarrow \frac{16\text{ m}^3/s}{b}=\sqrt{(9.8\text{ m}/s^2)y_C{}^3}$$

Con estas ecuaciones, se suponen valores para b, y se desarrolla hasta hallar el valor de Q.
El valor de Q más aproximado, indica que el valor de b es el correcto.

Haciendo b = 2.5 m $\quad y_C=\sqrt[3]{\left(\frac{16}{2.5}\right)^2/9.8}=1.61$ m

$$y_C=\sqrt[3]{\left(\frac{q}{b}\right)^2/9.8}$$

$$R_H=\frac{A}{P}=\frac{(2.5*1.61)}{(2.5+2(1.61))}=0.704\text{ m}$$

$$V=\frac{1}{n}(0.704)^{2/3}(0.0064)^{1/2}$$

$$Q=AV=(2.5*1.61)\left[\frac{1}{0.016}(0.704)^{2/3}(0.0064)^{1/2}\right]=15.92\text{ m}^3/s$$

Haciendo b = 2.54 m

$$y_C = \sqrt[3]{\left(\frac{16.0}{2.54}\right)^2 / 9.8} = 1.594 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{(2.54 * 1.591)}{(2.5 + 2(1.591))} = 0.706 \text{ m}$$

$$Q = AV = (2.54 * 1.594)\left[\frac{1}{0.016}(0.706)^{2/3}(0.0064)^{1/2}\right] = 16.02 \text{ m}^3/\text{s}$$

El resultado aceptable es Q = 16.02 m^3/s y el valor recomendad o de b, es 2.54 m

Problema

Un canal rectangular (n = 0.012) de 3 m de ancho y trazado con una pendiente de 0.0049 transporta 4.5 m^3/s de agua. Para producir un flujo crítico, el canal se contrae. ¿Qué anchura deberá tener la sección contraída para cumplir esta condición si se desprecian las pérdidas producidas en la reducción gradual de anchura?

$$q_{max} = \sqrt{9.8\, y_C^{\,3}} \quad \text{(condición cíitica)}$$

$$\frac{Q}{b} = \sqrt{9.8\, y_C^{\,3}} \quad (1)$$

Se le asignan valores a b y se halla el valor de y_C y se calculan Ac, P, R y por último Q por la fórmula de manning

$$Y_3^3 = \frac{Q^2}{b^2(9.8)}$$

Con base en (1)

b(m)	y_C (m)	Ac(m^2)	$R_H = \left(\frac{A}{P}\right)$ m	$Qc = \left(\frac{Ac\, R^{2/3} S^{1/2}}{n}\right) m^3/s$	
2	0.802	1.604	0.445	5.220	
1.5	0.970	1.455	0.4229	4.583	el valor de b está
1.45	0.98270	1.4250	0.4172	4.447	entre (1.45 - 1.5) m
1.0	1.2736	1.2736	0.359	3.597	pues Qc ≅ Qd
1.3	1.223	1.589	0.4243	3.860	4.58 ≅ 45
1.335	10.505	1.4024	0.4084	4.313	4.44

b aprox = 1.45 m

Problema

En un canal rectangular de 3.6 m de ancho, C = 55, S = 0.0225, el caudal es de 13.5 m^3s. La pendiente del canal cambia a 0.00250. ¿A que distancia del punto de cambio de pendiente se tendrá la profundidad de 0.825 m? (Empléese un tramo).

$$A = 3.6y \qquad P = 3.6 + 2y \qquad R_H = \frac{3.6y}{3.6 + 2y}$$

$$Q = V * A = C\sqrt{RS} * 3.6y = C\sqrt{S}\sqrt{\frac{3.6y}{3.6+2y}} * 3.6y$$

$$\frac{13.5}{5.5\sqrt{0.0225} * 3.6} = y\sqrt{\frac{3.6y}{3.6+2y}}$$

$$0.455 = y\sqrt{\frac{3.6y}{3.6+2y}}$$

$$0.207 = y^2\left(\frac{3.6y}{3.6+2y}\right)$$

$$0.207(3.6 + 2y) = 3.6y^3$$

$$0.744 + 0.413y = 3.6y^3$$

$$3.6y^3 - 0.413y - 0.744 = 0 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 0.656 \text{ m}$$

$$y_1 = \frac{Q}{A_1} = 5.72 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 1.668 \text{ m}$$

$$Yc = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = 1.128 \text{ m} \qquad Vc = \frac{Q}{Ac} = 3.324 \text{ m/s}$$

$$\frac{Vc^2}{2g} = 0.563 \text{ m} \qquad A_2 = 3.6 * 0.825 = 2.97 \text{ m}^2$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = 4.55 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = 1.053 \text{ m}$$

$$L_1 = \frac{\left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2\right) - \left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1\right)}{S_2 - S_1} = \frac{(1.053 + 0.825) - (1.668 + 0.656)}{0.00250 - 0.0225}$$

$$L_1 = \frac{1.878 - 2.324}{0.02} = 22.3 \text{ m}$$

$$L_2 = \frac{(1.128 + 0.563) - (1.053 + 0.825)}{0.00250 - 0.0225} = 9.35 \text{ m}$$

$$L_T = L_1 + L_2 = 22.3 + 9.35 = 31.65 \text{ m}$$

Problema

Usando los datos del problema precedente, (a) calcular la profundidad crítica en el canal más plano, (b) calcular la profundidad requerida para tener flujo uniforme en el canal más plano, © calcular la profundidad justamente antes del resalto hidráulico. (Se observa que esta profundidad ocurre a 31.50 m del resalto hidráulico, según el problema anterior).

$$\frac{E_1 - E_2}{S - S_0}$$

a) $y_C = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = 1.128 \text{ m}$

b) Para flujo uniforme

$$V = c\sqrt{RS}$$

$$R_H = \frac{A}{P} = \frac{3.6y}{2y + 3.6}$$

$$\frac{V}{55\sqrt{S}} = \sqrt{R}$$

$$\frac{V}{55\sqrt{0.0025}} = \sqrt{\frac{3.6y}{2y + 3.6}}$$

$$\left(\frac{13.5}{3.6y * 2.75}\right)^2 = \frac{3.6y}{2y + 3.6}$$

$$\frac{1.86}{y^2} = \frac{3.6y}{2y + 3.6}$$

$$3.72y + 6.69 = 3.6y^3$$

$$3.6y^3 - 3.72y = 6.69$$

$$y = 1.506\text{m}$$

Problema

Un vertedero de pared gruesa tiene una altura de 0.40 m sobre la solera de un canal rectangular de 3 m de ancho. La altura de carga medida por encima de la cresta del vertedero es de 0.60 m. Determinar el caudal aproximado en el canal.

$$q = \sqrt{g\left(\frac{2}{3}E\right)^{3/2}} = 1.67\,E^{3/2}$$

Como $E = y + \frac{V^2}{2g}$

Debido a que el valor de $V^2/2g$ es mínimo es difícil de calcular, se toma entonces $E = y$. Para este caso es igual a altura de la cresta del vertedero (H)

Ecuación general

$$q = C\,H^h$$

$$q = 1.67\,(C)\,H^{3/2} = 1.67\,(0.92)\,(0.60)^{3/2} = 0.714 \text{ m}^3/s/\text{m}$$

Luego

$$Q = 0.714\,(3\text{ m}) = 2.14 \text{ m}^3/\text{s}$$

Problema

Demostrar que la profundidad crítica en un canal rectangular es V^2/g

Se tiene que $E = y + \frac{V^2}{2g}$ (1)

Si $Q = VA$ Luego $(E - y)2g = V^2 \Rightarrow V = \sqrt{(E - y)2g}$

$q = \frac{Q}{b}$. Luego $q = y\sqrt{2g(E - y)}$ tiene una profundidad crítica para una

Energía mínima

$$E = y + \frac{q^2}{2g\,y^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} \quad \text{al igualar a 0 se obtiene} \quad q^2 = gy^3$$

$$\text{y crítica} = \sqrt[3]{q^2/g}$$

Luego $E = y + \frac{g\,y^3}{2g\,y^2} = y + \frac{1}{2}y$ E mínima $= \frac{3}{2}\, y_{\text{CRÍTICA}}$

Volviendo a la Ecuación inicial

$$E = y_c + \frac{V_c^2}{2g} \Rightarrow \text{reemplazando} \quad \frac{3}{2}Y_c = y_c + \frac{V_c^2}{2g} \quad \text{Luego} \quad y_c = \frac{V_c^2}{2g}$$

Problema

Demostrar que la profundidad crítica en un canal triangular puede expresarse como ⁴/5 de la energía específica mínima.

Para canal triangular $A = my^2$ $m = z$ $A = Zy^2$

La Energía Específica es mínima cuando $\frac{dE}{dy} = 0$

$D = \frac{1}{2}y$ (Profundidad hidraúlica)

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2g\,A^2} \Rightarrow E - y = \frac{Q^2}{2g\,A^2}$$

Si se deriva $Q = Zy^2\sqrt{2g\,(E-y)}$ $Q = A\sqrt{2g\,(E-y)} = Zy^2\sqrt{2g(E-y)}$

Se obtiene Vm y crítico para un caudal máximo

$$\frac{dQ}{dy} = 2y\sqrt{E-y} - \frac{1}{2}\frac{y^2}{\sqrt{E-y}} = 0 \quad \text{Luego} = 2y\sqrt{E-y} - \frac{y^2}{2\sqrt{E-y}}$$

Entonces $4y\,(E-y) = y^2$

$$4E - 4y = y$$

$$4E = y + 4y \Rightarrow y_c = \frac{4}{5}E_{min}$$

Problema

Demostrar que la profundidad crítica en un canal parabólico es ¾ de la energía específica mínima. Si las dimensiones del canal son y_c de profundidad y B^I de anchura de la superficie de agua.

$$E = y + \frac{Q^2}{2g\,A^2}$$

$Q = \left(\sqrt{(E-y)2g}\right)A$ Área de la Sección de un canal parabólico $A = \frac{2}{3}B^I Y$

$$Q = \left(\sqrt{(E-Y)2g}\right)\frac{2}{3}B^I Y \Rightarrow q = \frac{Q}{B^I} \Rightarrow q = \frac{2}{3}Y\sqrt{(E-Y)2g}$$

Se deriva para obtener (q max) donde y crítico

$$\frac{dq}{dy} = \sqrt{(E-y)} - \frac{\frac{2}{3}y}{2\sqrt{E-y}} = 0 \quad \Rightarrow 2\left(\sqrt{(E-y)}\right)^2 - \frac{2}{3}\,\frac{y}{2\sqrt{E-y}} = 0$$

$$E = \left(\sqrt{(E-y)}\right)^2 - \frac{2}{3}y = 0$$

Luego $y_c = \frac{3}{4}E_{min}$

Problema

Para un canal rectangular demostrar que el caudal q por metro de anchura es igual a $1.704E^{3/2}_{min}$

Se sabe que $y_c = \sqrt[3]{q^2/g}$ $y_c = \frac{2}{3}E_{min}$

Igualando (1) (2)

$$\sqrt[3]{q^2/g} = \frac{2}{3}E_{min}$$

$$\frac{q^2}{g} = \left(\frac{2}{3}E_{min}\right)^3$$

$$q = \left(\frac{2}{3}E_{min}\right)^3 * g$$

$$q = \left(\frac{8}{27}E^3 * g\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{8}{27}}\,E^{3/2}_{min} * \sqrt{g} = 0.5443\,E^{3/2}_{min} * \sqrt{9.8} = 1.704\,E^{3/2}_{min}$$

Problema

Para un canal triangular demostrar que el caudal $Q = 0.6335(b^I/y_c)E^{5/2}_{min}$

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$E = y + \frac{Q^2 * 4}{2g * b^2 y^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{2Q^2}{g b^2 y^3} \qquad 1 = \frac{2Q^2}{g b^2 y^3} = \frac{2q^2}{gy^3}$$

$$2q^2 = gy^3$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{2q^2}{g}} \qquad E = y + \frac{2q^2}{g y^2} = y + \frac{g y^3}{g y^2} = 2y$$

$$y_c = \frac{E_{min}}{2}$$

$$\frac{dA}{dy} = \frac{b}{2}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{2Q^2}{2gA^3}\frac{dA}{dy}$$

$$\text{Para} \quad \frac{dE}{dy} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 1 = \frac{Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dy}$$

$$gA^3 = Q^2 * \frac{b}{2}$$

$$Q^2 = \frac{2gA^3}{b}$$

$$A^3 = \frac{b^3 y^3}{8}$$

$$Q^2 = \frac{2g b^3 y^3}{8b} = \frac{2g b^2 y^3}{8} = \sqrt{\frac{g}{4}} * b\left(\frac{E}{2}\right)^{3/2} = \sqrt{\frac{g}{4}} * b * \frac{E^{3/2}}{2^{3/2}} = 0.554\, b\, E^{3/2}$$

$$\frac{b^I}{y_C} = \frac{b}{y}$$

$$b = \frac{b^I y}{y_C}$$

$$Q = 0.554\frac{b^I y}{y_C}E^{3/2} = 0.554\frac{b^I}{y_C}\frac{E}{2}E^{3/2} = 0.277\frac{b^I}{y_C}E^{5/2}$$

Problema

Para un canal parabólico, demostrar que el caudal $Q = 1.1068b^IE^{3/2}_{min}$

$$A = \frac{2}{3}B'y \qquad E = y + \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{A}\right)^2$$

Derivando para obtener Y crítico

$$\frac{dE}{dy} = 1 + \frac{Q^2}{2g}\left(-\frac{2}{A^3} * \frac{dA}{dy}\right) = 1 - \frac{Q^2\,dA}{A^3\,g\,dy} = 0$$

$$1 - \frac{Q^2 B'dy}{A^3\,g\,dy} = 0$$

$$\text{Si } A^3 = \frac{Q^2 B'}{g}$$

$$\frac{2}{3}B'y = \left(\frac{Q^2 B'}{g}\right)^{1/3}$$

$$y = \frac{\left(\frac{Q^2 B'}{g}\right)^{1/3}}{\frac{2}{3}B'} = \frac{4}{5}E_{min}$$

$$\frac{\left(\frac{Q^2 B'}{g}\right)^{1/3}}{\frac{2}{3}B'} = E_{min} \qquad \Rightarrow \left(\frac{Q^2 B'}{g}\right)^{1/3} = 0.50\,B'\,E_{min}$$

$$\frac{Q^2 B'}{g} = 0.125\,B'^3\,E^3_{min}$$

$$Q^2 = g(0.125)B'^2\,E^3_{min}$$

$$Q = 1.1068\,B'\,E_{min}{}^{3/2}$$

FUERZAS DESARROLLADAS POR LOS FLUIDOS EN MOVIMIENTO

Para determinar la magnitud de las fuerzas desarrolladas por un fluido en movimiento, es necesario comprender las propiedades de una sustancia o cantidades observables de la materia tales como el color, forma, masa, temperatura, presión, velocidad y energía almacenada entre otras. La medida de algunas de estas propiedades depende primordialmente de la cantidad de masa presente, del volumen, la energía, la cantidad de movimiento lineal, propiedades que se conocen con el nombre de extensivas. Por el contrario aquellas propiedades que no dependen de la cantidad de materia presente, se conocen con el nombre de intensivas, como la temperatura, la presión, la densidad y la velocidad. Cualquier propiedad extensiva se convierte en intensiva, al dividirla por la masa, en cuyo caso la propiedad recibe el nombre de específica tal como el volumen específico o la energía específica.

A partir de la segunda ley de Newton y considerando un volumen de control, se puede establecer la expresión de la cantidad de movimiento, para determinar la magnitud de la fuerza producida en cualquier elemento que se encuentre expuesto a la acción de un fluido.

En este sentido el principio dinámico de impulso-cantidad de movimiento generado por un fluido se determina por la relación

$(\Sigma F) = M (\Delta F)$

En algunas ocasiones, dependiendo del tipo de flujo que se produzca en una situación determinada (laminar o turbulento), se hace necesario aplicar coeficientes de corrección a la ecuación de la cantidad de movimiento, expresados de la siguiente forma.

$$\beta = \left(\frac{1}{A}\right)\int_A \left(\frac{v}{V}\right)^2 \partial A \quad \text{de donde}$$

Para flujo laminar $\beta = 1.0$

Para flujo turbulento $\beta = 1.33$

En el mismo sentido, se han determinado coeficientes para ajustar los resultados teóricos a los prácticos, considerando situaciones de arrastre o resistencia ejercida por un fluido sobre un cuerpo en dirección paralela al movimiento relativo del fluido y situaciones de sustentación ejercida por un fluido sobre el cuerpo en dirección perpendicular al movimiento relativo del fluido.

Los coeficientes de resistencia dependen del número de Reynolds para las velocidades bajas e intermedias y se hacen independientes de dichos números para velocidades altas. Igualmente se han determinado coeficientes de sustentación teóricos para placas delgadas en posición perpendicular a la velocidad relativa del fluido. En condiciones de velocidades muy altas o supersónicas, se ha establecido el número de Match como una relación adimensional determinada por el cociente entre la velocidad del fluido y la velocidad del sonido conocida como celeridad.

Un caso particular de aplicación en éste capítulo se refiere al fenómeno conocido como golpe de ariete, el cual describe el impacto producido sobre una estructura, por una súbita disminución en la velocidad del fluido. El fenómeno genera dentro de la estructura una onda de presión que se desplaza alternativamente hacia aguas arriba y aguas abajo, en un tiempo determinado por el doble de la relación entre la longitud del conducto y la velocidad de la onda de presión multiplicado por el incremento de la presión o variación de la presión producida por la detección brusca del fluido, que se calcula multiplicando la densidad del fluido por su velocidad y por la variación de la velocidad producida.

Problema

Un chorro de aceite de 5 cm de diámetro choca contra una placa mantenida en posición normal al eje del chorro. Para una velocidad del chorro de 25 m/s, Calcular la fuerza ejercida sobre la placa por el aceite, de densidad relativa 0.85

$F = \rho A V^2$

donde

ρ = densidad del aceite expresada en $kg\dfrac{s^2}{m^4}$

A = Área del Chorro

V = Velocidad del chorro

$$F = 86.66 * \left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right) * 25^2 = 106\ kg$$

Problema

En el problema anterior, si la placa se mueve en la misma dirección y sentido que el chorro a una velocidad de 9 m/s ¿Qué fuerza ejercerá el aceite sobre la placa? Si la velocidad de 9 m/s tiene sentido opuesto a la del chorro, qué valor tendría la fuerza anterior?

A) Se conoce la velocidaden ambos casos y la densidad del aceite en UTM/m³

$$F = 86.66 * \left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right) * (25 - 9)(25 - 9) = 44\ kg$$

B) Son los mismos datos anteriores y especifica que la velocidad tiene sentido opuesto al chorro.

$$F = 86.66 * \left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right) * (25 + 9)(25 + 9) = 186.7$$

Problema

Un chorro de agua de 5 cm de diámetro ejerce una fuerza de 270 kg sobre una placa plana mantenida normalmente a la trayectoria del chorro ¿Cuál es el caudal de desagüe del chorro?

$$F = \frac{\rho A V^2}{9.8}$$

$$270\ kg = \frac{1000\left[\left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right)\right] V^2}{9.8}$$

$V = 36.72$ m/s

Q = Área * Velocidad

$$Q = \left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right) * \left(36.72\ m/s\right) * 10^3$$

Q = 72 L/s

Problema

Un chorro de agua con un caudal de 35 L/s incide sobre una placa plana mantenida normalmente al eje del chorro. Si la fuerza ejercida sobre la placa es de 75 kg calcular el diámetro del chorro?

$$F=\frac{\rho\ AV^2}{9,8}$$

Se despeja hasta obtener el diámetro

$$F*9.8=1000*A*\frac{Q^2}{A^2}$$

$$A=\frac{1000\,Q^2}{9.8*F}\ \Rightarrow d^2=\frac{4\left(\frac{1000\,Q^2}{9.8\,F}\right)}{\pi}$$

$$d^2=\frac{4\left(\frac{1000*\left(\frac{35}{1000}\right)^2}{9.8*75}\right)}{\pi}$$

$$d=0.046\ m=4.60\ cm$$

Problema

Un chorro de agua de 5 cm de diámetro incide sobre un álabe curvo en reposo que esvía el chorro 135° respecto de su dirección y sentido originales. Despreciando el ɔzamiento a lo largo del álabe, determinar la fuerza resultante ejercida sobre el álabe i la velocidad del chorro es de 28 m/s

$MV_I - Ft = MV_2$

Para X

$MV_{IX} - Fx = MV_{2X}$

$MV_{IX} - Fx = MV_I\ Cos\,135°$

$M28 - Fx = M28\ Cos\,135°$

$Fx = M\left(28 - 28\ Cos\,135°\right)$

$Fx = 47.8\,M$

$$Fx=\frac{1000\left(\frac{\pi}{4}*0.05^2\right)(28)}{9.8}*47.8=268.2\ kg$$

Para "Y" $MV_{IY} - Fy = MV_{2Y}$

$-Fy = MV_I\ Sen\,135°$

$-Fy = M28\ Sen\,135°$

$-Fy = M\,(19.8)$

$$-Fy=\frac{1000*\left[\frac{\pi}{4}*0.05^2\right]28}{9.8}*19.8=-111.08\ kg$$

$\theta\ x = Arc\ tang\,(-111.88) = -22.50$

$Fr = 290.3\ kg$

Problema

Si en el problema precedente el álabe se mueve en la misma dirección y sentido contrario al del chorro de agua a una velocidad de 6m/s, ¿cuál es la fuerza ejercida sobre el álabe y cuál la potencia requerida para mantener el movimiento?

$M_1V_T - F_T = M_2V_T$

$M_1V_{1x} - F_{xr} = M_2V_{2x}$

$F_x = M_1\ V_{1x} - M_2\ V_{2x}$

$V_{NETA} = 28 - 6 = 22\ m/s$

$F_x = M*22 - M*22\cos 135°$

$F_x = 22M + 15.6\,M = 37.6\,M$

$F_x = rA_x V_x 37.6$

$$F_x=\frac{1000}{g}x\frac{\pi(0.05)^2}{4}x\ 22\ x\ 37.6$$

$F_x = 165.6Kg$

$-F_y = MV_1\ Sen\,135°$

$-F_y = 15.6M$

$$F=\frac{1000x}{g}x\frac{\pi(0.05)^2}{4}x22_x15.6=68.5kg$$

$F_R = \sqrt{68.6^2 + 68.5^2}$

$F_R = 179kg$

$$P=179\ x\ 22\frac{kg}{s}x\frac{1.014CV}{76\frac{kg}{s}}$$

$P = 52.5CV$

Problema

Un álabe fijo desvía 180° un chorro de agua de 5 cm de diámetro y que se mueve a una velocidad de 35 m/s. Qué fuerza ejerce el álabe sobre el agua?

$\frac{q^2}{gy^3}$ al igualar a 0 se obtiene $q^2 = gy^3$

crítica $= \sqrt[3]{q^2/g}$

$E = y + \frac{g\,y^3}{2g\,y^2} = y + \frac{1}{2}y$ E mínima $= \frac{3}{2}\, y_{\text{CRÍTICA}}$

ndo a la Ecuación inicial

$+\frac{V_c^2}{2g} \Rightarrow$ reemplazando $\frac{3}{2}Y_C = y_C + \frac{V_C^2}{2g}$ Luego $y_C = \frac{V_C^2}{2g}$

ma

trar que la profundidad crítica en un canal triangular puede expresarse como nergía específica mínima.

canal triangular $A = my^2$ $m = z$ $A = Zy^2$

ergía Específica es mínima cuando $\frac{dE}{dy} = 0$

$\frac{1}{2}$ y (Profundidad hidraúlica)

$y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2g\,A^2} \Rightarrow E - y = \frac{Q^2}{2g\,A^2}$

deriva $Q = Zy^2\sqrt{2g\,(E-y)}$ $Q = A\sqrt{2g\,(E-y)} = Zy^2\sqrt{2g(E-y)}$

btiene Vm y crítico para un caudal máximo

$= 2y\sqrt{E-y} - \frac{1}{2}\frac{y^2}{\sqrt{E-y}} = 0$ Luego $= 2y\sqrt{E-y} - \frac{y^2}{2\sqrt{E-y}}$

onces $4y\,(E-y) = y^2$

$4E - 4y = y$

$4E = y + 4y \Rightarrow y_C = \frac{4}{5}E_{min}$

blema

mostrar que la profundidad crítica en un canal parabólico es ¾ de la energía fica mínima. Si las dimensiones del canal son y_C de profundidad y B^I de anchura superficie de agua.

$E = y + \frac{Q^2}{2g\,A^2}$

$Q = \left(\sqrt{(E-y)2g}\,\right)A$ Área de la Sección de un canal parabólico $A = \frac{2}{3}B^I Y$

$Q = \left(\sqrt{(E-Y)2g}\,\right)\frac{2}{3}B^I Y \Rightarrow q = \frac{Q}{B^I} \Rightarrow q = \frac{2}{3}Y\sqrt{(E-Y)2g}$

Se deriva para obtener (q max) donde y crítico

$\frac{dq}{dy} = \sqrt{(E-y)} - \frac{\frac{2}{3}y}{2\sqrt{E-y}} = 0 \qquad \Rightarrow 2\left(\sqrt{(E-y)}\right)^2 - \frac{2}{3}\frac{y}{2\sqrt{E-y}} = 0$

$E = \left(\sqrt{(E-y)}\right)^2 - \frac{2}{3}y = 0$

Luego $y_C = \frac{3}{4}E_{min}$

Problema

Para un canal rectangular demostrar que el caudal q por metro de anchura es igual a $1.704E^{3/2}_{min}$

Se sabe que $y_C = \sqrt[3]{q^2/g}$ $y_C = \frac{2}{3}E_{min}$

Igualando (1) (2)

$\sqrt[3]{q^2/g} = \frac{2}{3}E_{min}$

$\frac{q^2}{g} = \left(\frac{2}{3}E_{min}\right)^3$

$q = \left(\frac{2}{3}E_{min}\right)^3 * g$

$q = \left(\frac{8}{27}E^3 * g\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{8}{27}}\,E^{3/2}_{min} * \sqrt{g} = 0.5443\,E^{3/2}_{min} * \sqrt{9.8} = 1.704\,E^{3/2}_{min}$

Problema

Para un canal triangular demostrar que el caudal $Q = 0.6335(b^1/y_c)E^{5/2}_{min}$

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$E = y + \frac{Q^2 * 4}{2g * b^2 y^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{2Q^2}{gb^2y^3} \qquad 1 = \frac{2Q^2}{gb^2y^3} = \frac{2q^2}{gy^3}$$

$$2q^2 = gy^3$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{2q^2}{g}} \qquad E = y + \frac{2q^2}{gy^2} = y + \frac{gy^3}{gy^2} = 2y$$

$$y_c = \frac{E_{min}}{2}$$

$$\frac{dA}{dy} = \frac{b}{2}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{2Q^2}{2gA^3}\frac{dA}{dy}$$

$$\text{Para} \quad \frac{dE}{dy} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 1 = \frac{Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dy}$$

$$gA^3 = Q^2 * \frac{b}{2}$$

$$Q^2 = \frac{2gA^3}{b}$$

$$A^3 = \frac{b^3y^3}{8}$$

$$Q^2 = \frac{2gb^3y^3}{8b} = \frac{2gb^2y^3}{8} = \sqrt{\frac{g}{4}} * b\left(\frac{E}{2}\right)^{3/2} = \sqrt{\frac{g}{4}} * b * \frac{E^{3/2}}{2^{3/2}} = 0.554\, b\, E^{3/2}$$

$$\frac{b^1}{y_C} = \frac{b}{y}$$

$$b = \frac{b^1 y}{y_C}$$

$$Q = 0.554\frac{b^1 y}{y_C}E^{3/2} = 0.554\frac{b^1}{y_C}\frac{E}{2}E^{3/2} = 0.277\frac{b^1}{y_C}E^{5/2}$$

Problema

Para un canal parabólico, demostrar que el caudal $Q = 1.1068b^{\prime}E^{3/2}_{min}$

$$A = \frac{2}{3}B'y \qquad E = y + \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{A}\right)^2$$

Derivando para obtener Y crítico

$$\frac{dE}{dy} = 1 + \frac{Q^2}{2g}\left(-\frac{2}{A^3} * \frac{dA}{dy}\right) = 1 - \frac{Q^2\,dA}{A^3\,g\,dy} = 0$$

$$1 - \frac{Q^2\,B'dy}{A^3\,g\,dy} = 0$$

$$\text{Si } A^3 = \frac{Q^2B'}{g}$$

$$\frac{2}{3}B'y = \left(\frac{Q^2B'}{g}\right)^{1/3}$$

$$y = \frac{\left(\frac{Q^2B'}{g}\right)^{1/3}}{\frac{2}{3}B'} = \frac{4}{5}E_{min}$$

$$\frac{\left(\frac{Q^2B'}{g}\right)^{1/3}}{\frac{2}{3}B'} = E_{min} \qquad \Rightarrow \left(\frac{Q^2B'}{g}\right)^{1/3} = 0.50\,B'\,E_{min}$$

$$\frac{Q^2B'}{g} = 0.125\,B'^3\,E^3_{min}$$

$$Q^2 = g(0.125)B'^2\,E^3_{min}$$

$$Q = 1.1068\,B'\,E_{min}{}^{3/2}$$

Capítulo XII

FUERZAS DESARROLLADAS POR LOS FLUIDOS EN MOVIMIENTO

Para determinar la magnitud de las fuerzas desarrolladas por un fluido en movimiento, es necesario comprender las propiedades de una sustancia o cantidades observables de la materia tales como el color, forma, masa, temperatura, presión, velocidad y energía almacenada entre otras. La medida de algunas de estas propiedades depende primordialmente de la cantidad de masa presente, del volumen, la energía, la cantidad de movimiento lineal, propiedades que se conocen con el nombre de extensivas. Por el contrario aquellas propiedades que no dependen de la cantidad de materia presente, se conocen con el nombre de intensivas, como la temperatura, la presión, la densidad y la velocidad. Cualquier propiedad extensiva se convierte en intensiva, al dividirla por la masa, en cuyo caso la propiedad recibe el nombre de específica tal como el volumen específico o la energía específica.

A partir de la segunda ley de Newton y considerando un volumen de control, se puede establecer la expresión de la cantidad de movimiento, para determinar la magnitud de la fuerza producida en cualquier elemento que se encuentre expuesto a la acción de un fluido.

En este sentido el principio dinámico de impulso-cantidad de movimiento generado por un fluido se determina por la relación

$(\Sigma F) = M (\Delta F)$

En algunas ocasiones, dependiendo del tipo de flujo que se produzca en una situación determinada (laminar o turbulento), se hace necesario aplicar coeficientes de corrección a la ecuación de la cantidad de movimiento, expresados de la siguiente forma.

$$\beta = \left(\frac{1}{A}\right)\int_A \left(\frac{v}{V}\right)^2 \partial A \quad \text{de donde}$$

Para flujo laminar $\beta = 1.0$

Para flujo turbulento $\beta = 1.33$

En el mismo sentido, se han determinado coeficientes para ajustar los resultados teóricos a los prácticos, considerando situaciones de arrastre o resistencia ejercida por un fluido sobre un cuerpo en dirección paralela al movimiento relativo del fluido y situaciones de sustentación ejercida por un fluido sobre el cuerpo en dirección perpendicular al movimiento relativo del fluido.

Los coeficientes de resistencia dependen del número de Reynolds para las velocidades bajas e intermedias y se hacen independientes de dichos números para velocidades altas. Igualmente se han determinado coeficientes de sustentación teóricos para placas delgadas en posición perpendicular a la velocidad relativa del fluido. En condiciones de velocidades muy altas o supersónicas, se ha establecido el número de Match como una relación adimensional determinada por el cociente entre la velocidad del fluido y la velocidad del sonido conocida como celeridad.

Un caso particular de aplicación en éste capítulo se refiere al fenómeno conocido como golpe de ariete, el cual describe el impacto producido sobre una estructura, por una súbita disminución en la velocidad del fluido. El fenómeno genera dentro de la estructura una onda de presión que se desplaza alternativamente hacia aguas arriba y aguas abajo, en un tiempo determinado por el doble de la relación entre la longitud del conducto y la velocidad de la onda de presión multiplicado por el incremento de la presión o variación de la presión producida por la detección brusca del fluido, que se calcula multiplicando la densidad del fluido por su velocidad y por la variación de la velocidad producida.

Problema

Un chorro de aceite de 5 cm de diámetro choca contra una placa mantenida en posición normal al eje del chorro. Para una velocidad del chorro de 25 m/s, Calcular la fuerza ejercida sobre la placa por el aceite, de densidad relativa 0.85

$F = \rho A V^2$

donde

ρ = densidad del aceite expresada en $kg\dfrac{s^2}{m^4}$

A = Área del Chorro

V = Velocidad del chorro

$$F = 86.66 * \left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right) * 25^2 = 106\ kg$$

Problema

En el problema anterior, si la placa se mueve en la misma dirección y sentido que el chorro a una velocidad de 9 m/s ¿Qué fuerza ejercerá el aceite sobre la placa? Si la velocidad de 9 m/s tiene sentido opuesto a la del chorro, qué valor tendría la fuerza anterior?

A) Se conoce la velocidad en ambos casos y la densidad del aceite en UTM/m^3

$$F = 86.66 * \left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right) * (25-9)(25-9) = 44\ \text{kg}$$

B) Son los mismos datos anteriores y especifica que la velocidad tiene sentido opuesto al chorro.

$$F = 86.66 * \left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right) * (25+9)(25+9) = 186.7$$

Problema

Un chorro de agua de 5 cm de diámetro ejerce una fuerza de 270 kg sobre una placa plana mantenida normalmente a la trayectoria del chorro ¿Cuál es el caudal de desagüe del chorro?

$$F = \frac{\rho A V^2}{9.8}$$

$$270\ \text{kg} = \frac{1000\left[\left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right)\right] V^2}{9.8}$$

$V = 36.72$ m/s

Q = Área * Velocidad

$$Q = \left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right) * \left(36.72\ \text{m}/\text{s}\right) * 10^3$$

Q = 72 L/s

Problema

Un chorro de agua con un caudal de 35 L/s incide sobre una placa plana mantenida normalmente al eje del chorro. Si la fuerza ejercida sobre la placa es de 75 kg calcular el diámetro del chorro?

$$F = \frac{\rho \ AV^2}{9,8}$$

Se despeja hasta obtener el diámetro

$$F * 9.8 = 1000 * A * \frac{Q^2}{A^2}$$

$$A = \frac{1000\,Q^2}{9.8 * F} \Rightarrow d^2 = \frac{4\left(\dfrac{1000\,Q^2}{9.8\,F}\right)}{\pi}$$

$$d^2 = \frac{4\left(\dfrac{1000 * \left(\dfrac{35}{1000}\right)^2}{9.8 * 75}\right)}{\pi}$$

$$d = 0.046\text{ m} = 4.60\text{ cm}$$

Problema

Un chorro de agua de 5 cm de diámetro incide sobre un álabe curvo en reposo que desvía el chorro 135° respecto de su dirección y sentido originales. Despreciando el rozamiento a lo largo del álabe, determinar la fuerza resultante ejercida sobre el álabe si la velocidad del chorro es de 28 m/s

$MV_1 - Ft = MV_2$

Para X

$MV_{IX} - Fx = MV_{2X}$

$MV_{IX} - Fx = MV_1 \text{ Cos } 135°$

$M28 - Fx = M28 \text{ Cos } 135°$

$Fx = M\,(28 - 28 \text{ Cos } 135°)$

$Fx = 47.8\,M$

$$Fx = \frac{1000\left(\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right)(28)}{9.8} * 47.8 = 268.2\text{ kg}$$

Para "Y" $MV_{IY} - Fy = MV_{2Y}$

$-Fy = MV_1 \text{ Sen } 135°$

$-Fy = M28 \text{ Sen } 135°$

$-Fy = M\,(19.8)$

$$-Fy = \frac{1000 * \left[\frac{\pi}{4} * 0.05^2\right] 28}{9.8} * 19.8 = -111.08\text{ kg}$$

θ x = Arc tang $(-111.88) = -22.50$

$Fr = 290.3\text{ kg}$

Problema

Si en el problema precedente el álabe se mueve en la misma dirección y sentido contrario al del chorro de agua a una velocidad de 6m/s, ¿cuál es la fuerza ejercida sobre el álabe y cuál la potencia requerida para mantener el movimiento?

$M_1 V_T - F_T = M_2 V_T$

$M_1 V_{1x} - F_{xr} = M_2 V_{2x}$

$F_x = M_1\, V_{1x} - M_2\, V_{2x}$

$V_{NETA} = 28 - 6 = 22\text{ m/s}$

$F_x = M * 22 - M * 22 \cos 135°$

$F_x = 22M + 15.6\,M = 37.6\,M$

$F_x = rA_x V_x 37.6$

$$F_x = \frac{1000}{g} x \frac{\pi(0.05)^2}{4} x\, 22 \text{ x } 37.6$$

$F_x = 165.6Kg$

$-F_y = MV_1 \text{ Sen } 135°$

$-F_y = 15.6M$

$$F = \frac{1000x}{g} x \frac{\pi(0.05)^2}{4} x22_x 15.6 = 68.5kg$$

$F_R = \sqrt{68.6^2 + 68.5^2}$

$F_R = 179kg$

$$P = 179\, x\, 22 \frac{\text{kg}}{\text{s}} x \frac{1.014CV}{76\frac{kg}{s}}$$

$P = 52.5CV$

Problema

Un álabe fijo desvía 180° un chorro de agua de 5 cm de diámetro y que se mueve a una velocidad de 35 m/s. Qué fuerza ejerce el álabe sobre el agua?

$$F_x = M*35 - M*35\,COS180^\circ = 70M$$

$$F_x = \frac{1000}{9.81} x \frac{\pi(0.05)^2}{4} x35x70 = 490.4 \text{ kg}$$

Problema

Una tubería horizontal de 30 cm de diámetro se contrae a 15 cm de diámetro. Si el caudal es de 130 L/s de un aceite de densidad relativa 0.88 y la presión en la tubería de diámetro menor es de 2.70 kg/cm². Cuál es la fuerza resultante ejercida sobre la contracción si se desprecia el rozamiento?

$$V_1 = \frac{4Q}{\pi D_1^2} = \frac{4x0.13}{\pi(0.3)^2} = 1..84 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = \frac{4x0.13}{\pi(0.15)^2} = 7.36 \text{ m/s}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{2.7\frac{kg}{cm^2} x10^4 \frac{cm^2}{m^2}}{880\frac{kg}{m^3}} + \frac{7.36^2}{19.62} - \frac{1.84^2}{19.62}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = 33.27m \quad P_1 = 2.92 kg/cm^2$$

$$F_1 = 2.92\frac{kg}{cm^2} x \frac{\pi(30)^2}{4} = 2069.5 \text{ kg hacia la derecha}$$

$$F_2 = 2.7\frac{kg}{cm^2} x \frac{\pi(15)^2}{4} = 477.1 \text{ kg hacia la izquierda}$$

$$M\,Vx_1 + \sum(\textit{Fuerza}\text{s en dirección X}).1 = MV_{x_2}$$

$$2069.5 - 477.1 - Fx = \left(0.88x1000x\frac{0.13}{9.81}\right)(7.36 - 1.84)$$

$$F_x = 1528 kg$$

Problema

El modelo de una lancha motora es movido a 4.50 m/s mediante un chorro de agua de 25 mm de diámetro, expulsado directamente por la popa. La velocidad del chorro con relación al modelo es de 36 m/s ¿Cuál es la fuerza motora?

$$Q = V*A = 36*\frac{\pi\,(0.025)^2}{4} = 1.76*10^{-2}\text{ m}^3/s$$

$$F = \frac{1000}{9.81}*1.76*10^{-2}(36 - 4.5) = 56 \text{ kg}$$

Problema

Una boquilla de 5 cm de diámetro $C_v = 0.97$, descarga un chorro horizontal de aceite con densidad relativa = 0.80, por la pared lateral de un depósito, bajo una carga de 12m. ¿Qué fuerza horizontal se ejerce sobre el depósito?

$$V_{REAL} = Cv\sqrt{2g\,H} = 0.97\sqrt{19.62*12} = 14.88 \text{ m/s}$$

$$Q_{REAL} = V_{REAL} * A = 14.88*\frac{\pi\,(0.05)^2}{4} = 2.92*10^{-2}\text{ m}^3/\text{s}$$

$$F = \frac{\gamma\,Q\,V}{g} = \frac{800*14.88*2.92*10^{-2}}{9.81} = 35.5 \text{ kg}$$

Problema

En el laboratorio se ensaya un motor turborreactor bajo unas condiciones semejantes a las que reinan en cierta altitud, donde la presión atmosférica es de 3830 kg/m² (ab), la temperatura T = 238,5°K y el peso W = 0.549 kg/m³. Si el área de la sección de salida del motor es de 1400 cm² y la presión de salida la atmosférica ¿cuál es el número de Mach si el empuje bruto es de 670 kg? Usar K= 1.33

$$F = \frac{Ws\,Vs}{g} = \frac{(W\,As\,Vs)Vs}{g}$$

$$670 = \frac{0.549(0.140)V_s^2}{g}$$

Vs = 292 m/s

Calculando el número de Mach

$$Nm = \frac{Vs}{c}$$

$$Nm = \frac{Vs}{\sqrt{KgRT}}$$

$$Nm = \frac{292}{\sqrt{(1.33)(9.8)(29.3)(238.5)}}$$

Nm = 0.97

Problema

¿Qué peso sustentará un ala de avión de 50 m² con un ángulo de ataque de 4° y una velocidad de 30 m/s? Utilizar $C_L = 0.65$ y aire a 15° C

$$\text{Sustentación} = C_L \ \rho \ A \frac{V^2}{2}$$

$$\text{Sustentación} = 0.65 * 0.1251 * 50 * \frac{30^2}{2}$$

$$\text{Sustentación} = 1830 \text{ kg}$$

Problema

¿A qué velocidad vuela un avión que pesa 2700 kg si la superficie de sus alas es de 50 m² y el ángulo de ataque 8°? Utilizar el valor máximo de C_L=0.90.

W_{aire} de 1.2 kg/m³

$$\text{Peso} = \text{ sustentación} = C_L \ \rho \ A \frac{V^2}{2} = 2700 \text{ kg}$$

$$V^2 = \frac{2700 * 2 * 9.8}{9.9 * 1.2 * 50}$$

$$V = 31.30 \text{ m/s}$$

Problema

¿Qué superficie de ala debe tener un avión que pesa 900 kg para que pueda aterrizar a una velocidad de 56 Km/h? Utilizar el valor máximo de C_L=1.50

W_{aire} de 1.2 kg/m³

$$\text{Peso} = \text{ sustentación} = C_L \ \rho \ A \frac{V^2}{2} = 900 \text{ kg}$$

$$\frac{900 * 2 * 9.8}{9.9 * 1.2 * (15.55)^2} = A$$

$$A = 40 \text{ m}^2$$

Problema

Si la resistencia sobre un ala de avión de 30 m² de superficie es de 310 kg ¿A qué velocidad debe moverse el perfil con un ángulo de ataque de 7°? Utilizar $C_D = 0.05$

$$\text{Resistencia} = 0.05\left(\frac{1.2}{9.8}\right) * 30 * \frac{V^2}{2} = 310 \text{ kg}$$

$$V^2 = \frac{310}{0.091836} = 3375.55 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$V = 58 \text{ m/s}$$

Problema

Sobre el plano de una señal de tráfico de 3.60 m por 0.60 m incide el viento a una velocidad de 46 Km/h y con un ángulo de 8°. Utilizando los valores $C_L = 0.52$ y $C_D = 0.09$, calcular (a) la fuerza ejercida sobre la señal perpendicularmente a la dirección de viento y (b) la fuerza ejercida paralelamente a la dirección del viento. Suponer aire normal a 15°C.

$$\text{Resistencia} = C_D\left(\frac{\gamma}{g}\right)A\frac{V^2}{2} = 0.09\left(\frac{1.22365}{9.81}\right)(3.6x0.6)\left(\frac{12.78^2}{2}\right) = 1.98 kg$$

$$C_L\left(\frac{\gamma}{g}\right)A\frac{V^2}{2} = 0.52\left(\frac{1.22365}{9.81}\right)(3.6x0.6)\left(\frac{12.78^2}{2}\right) = 11.44 kg$$

Sustentación= $F = \sqrt{1.98^2 + 11.44^2} = 11.61$ kg

$$FV = 11.61 \text{ Cos. } 8° = 11.5 kg$$

La fuerza perpendicular al viento corresponde a la sustentación y las fuerzas paralelas al viento corresponden a la resistencia

$$\text{F perpendicular} = \text{Sustentación} = C_L \ \rho \ A \frac{V^2}{2} = 0.52 * 0.1251 * 2.16 * \frac{12.77^2}{2}$$
$$= 11.5 \text{ kg}$$

$$\text{F paralelas} = \text{resistencia} = C_D \ \rho \ A \frac{V^2}{2} = 0.009(0.1251)(2.16)\frac{12.77^2}{2}$$
$$= 2.0 \text{ kg}$$

Problema

Un modelo de ala de avión de 1.00 m de alargamiento (longitud) y 10 cm de cuerda se ensaya en el túnel aerodinámico con un ángulo de ataque constante. El aire a presión normal y 27°C circula a 100 Km/h. La sustentación y resistencia medidas son, respectivamente, 2.80 kg y 0.23 kg. Determinar los coeficientes de sustentación y resistencia.

$$R = C_D \, \rho \, A \frac{V^2}{2} \quad R = C_D \, \rho \, A \frac{V^2}{2}$$

Despejando C_D

$$C_D = \frac{2R}{\rho \; A V^2}$$

$$C_D = \frac{0.46}{(0.12)(0.1)(27.77)^2}$$

$$C_D = 0.0497$$

$$\text{Sustentación} = C_L \, \rho \, A \frac{V^2}{2}$$

$$C_L = \frac{2S}{\rho \; A V^2}$$

$$C_L = \frac{5.6}{(0.12)(0.1)(27.7)^2}$$

$$C_L = 0.605$$

Problema

Calcular el número de Mach para (a) un avión que se mueve a una velocidad de 480 Km/h, (b) un cohete que va a 3840 Km/h y (c) un proyectil cuya velocidad es de 1920 Km/h. Los tres se mueven a través de aire normal a 20°C.

Calculando el número de Mach

$$Nm = \frac{Vs}{C} = \frac{Vs}{\sqrt{KgRT}} \quad \text{Para } 20^0 \text{C}$$

a)

$R = 29.3$

$K = 1.4$

$$Vs = 480 \frac{Km}{h} = 133.33 \frac{m}{s}$$

$$Nm = \frac{133.33}{\sqrt{(1.4)(9.8)(29.3)(273+20)}} = 0.3885$$

b)

$R = 29.3$

$K = 1.4$

$$Vs = 3840 \frac{Km}{h} = 1066.66 \frac{m}{s}$$

$$Nm = \frac{1066.66}{\sqrt{(1.4)(9.8)(29.3)(273+20)}} = 3.108$$

c)

$R = 29.3$

$K = 1.4$

$$Vs = 1920 \frac{Km}{h} = 533,33 \frac{m}{s}$$

$$Nm = \frac{533.33}{\sqrt{(1.4)(9.8)(29.3)(273+20)}} = 1.554$$

Problema

Del problema 11 ¿cuál será el empuje bruto si la presión de salida fuera de 0.70 kg/cm² (ab) y el número de Mach Nm es igual a 1? Utilizar k=1.333

Calculando la temperatura en dicha sección

$$\frac{Ts}{238.5}=\left(\frac{(0.7*10^{-4})}{3830}\right)^{(K-1)}$$

$$Ts = 277° K$$

$$Vs = Nm\,C$$

$$Vs = Nm\sqrt{Kg\,RT}$$

$$Vs = 1.0\sqrt{(1.33)(9.8)(29.3)(273)}$$

$$Vs = 325 m/s$$

Calculando peso específico en la salida

$$\left(\frac{W_1}{W_2}\right)^K=\frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$\left(\frac{W_3}{0.549}\right)^{1.33}=\frac{0.7*10^4}{3830}$$

$$We = 0.864\ kg/m^3$$

$$F=\frac{0.864(0.14)(325)^2}{9.8}+0.14(7000-3830)-0=1746\ kg$$

Problema

Un motor cohete quema su propulsor a razón de 6.90 kg/s. Los gases, productos de la combustión, abandonan el cohete a la presión atmosférica y a una velocidad relativa de 980 m/s. La tobera de empuje tiene un área de salida de 320 m^2 y el peso bruto del cohete es de 230 kg. En un instante determinado, el motor cohete desarrolla una potencia de 2500 C.V. ¿Cuál es la velocidad del cohete?

La presión de salida es igual a la atmosférica

$$F_T=\left(\frac{Ws}{g}\right)Vs$$

$$F_T=\left(\frac{690}{9.8}\right)980$$

$$F_T = 690\ kg$$

$$2500\ CV=\frac{F_T\ V\ cohete}{75}$$

$$V\ cohete = 272\ m/s$$

Problema

Un automóvil tiene un área proyectada de 3.20 m^2 y se mueve a una velocidad de 80 Km/h en aire en reposo a 27°C. Si $C_D = 0.45$. ¿qué potencia se consume para vencer la resistencia?

La potencia requerida para vencer la resistencia es:

$$P = Fuerza * Velocidad$$

La fuerza que actúa perpendicular al área es

$$F=C_D\,\rho\,A\frac{V^2}{2}$$

$$F=0.45*0.1200*3.2*\frac{(22.22)^2}{2}$$

$$F = 42.66\ kg$$

$$P=\frac{42.66*22.22}{75}$$

$$P = 12.64\ CV$$

Problema

Un tren de 150 m de longitud se mueve a través de aire normal a 15°C a una velocidad de 120 Km/h. Se consideran los 1500 m^2 de superficie del tren como si pertenecieran a una placa plana. Para una capa límite turbulenta desde el borde de ataque, ¿cuál es la resistencia superficial debida a la fricción?

$$R=C_D\,\rho\,A\frac{V^2}{2}$$

$$P = 15° C \text{ es de } 0.1251$$

$$V=120\frac{Km}{h}=33.33\ m/s$$

$$R=C_D*(0.1251)*1500*\frac{(33.33)^2}{2}$$

$$R = 104229.15\ C_D$$

$$C_D=\frac{0.455}{(Log_{10}R_E)^{2.58}} \qquad \text{Para } 10^6 \langle R_E \langle 10^9$$

$$C_D=\frac{0.455}{\left(Log_{10}\frac{VL}{\mu}\right)^{2.58}}=\frac{0.455}{\left(Log_{10}\frac{33.33*150}{1.4515^{-9}_{*10}}\right)^{2.58}}=0.001794$$

$$R = 104229.15 * 0.001794 = 187\ kg$$

Problema

Un cilindro de 60 cm de diámetro y 4.5 m de longitud se mueve a 50 Km/h a través de agua a 15°C (paralelamente a su longitud). ¿Cuál es el coeficiente superficial debida a la fricción?

$$R = C_D \, \rho \, A \frac{V^2}{2}$$

$$\rho = 0.999$$

$$\text{Área Cilindro} = 2 * \pi * 0.3 * 4.5 = 8.48$$

$$V = 50 \frac{Km}{h} = 13.88 \frac{m}{s}$$

$$165 = C_D * \left(\frac{0.999 * 1000}{9.81} \right) * 8.48 * \frac{(13.88)^2}{2}$$

$$165 = 83184.28 \, C_D$$

$$C_D = \frac{165 \text{ kg}}{83184.28 \text{ kg}} = 0.002$$

Problema

Calcular la resistencia superficial debida al rozamiento sobre una placa plana de 30 cm de anchura y 90 cm de longitud, colocada longitudinalmente (a) en una corriente de agua a 21°C que fluye a una velocidad de 30 cm/s y (b) en una corriente de un fuel-oil pesado a 21°C y una velocidad de 30 cm/s

a) El agua a 21° C tiene $\rho = 0.997$ y $\mu = 1.115 * 10^{-6}$

$$\text{Resistencia} = C_D \, \rho \, A \frac{V^2}{2}$$

$$R = 2C_D \left(\frac{1.997 * 1000}{9.8} \right) * (0.27) \frac{(0.3)^2}{2} = 2.46 C_D$$

$$C_D = \frac{1.328}{\sqrt{VL/\mu}} = \frac{1.328}{\sqrt{\frac{0.3 * 0.9}{1.115 * 10^{-6}}}}$$

$$R = 0.0064 \text{ kg}$$

b) Para fuel oil pesado que $\rho = 0.908$ y $\mu = 148 * 10^{-6}$

$$R = 2C_D \left(\frac{0.908 * 1000}{9.81} \right) * 0.27 * \frac{(0.3)^2}{2} = 2.25 C_D$$

$$C_D = \frac{1.328}{\sqrt{\frac{0.3 * 0.9}{148.4 * 10^{-6}}}} = 0.0309$$

$$R = 0.0696 \text{kg}$$

Problema

Un globo de 1.20 m de diámetro, que pesa 1.80 kg, está sometido a un empuje hidrostático medio de 2.25 kg. Utilizando P = 0.120 UTM/m³ y r= 1.58 * 10^{-5} m²/s, evaluar la velocidad con que ascenderá.

$$\sum FY = 0 \Rightarrow \text{Resistencia} = \text{Peso del globo - Empuje hidrostático}$$

Problema

Un objeto que tiene un área proyectada de 0.60 m² se mueve a una velocidad de 50 km/h. Si el coeficiente de resistencia es de 0.30, calcular la resistencia al moverse a través de agua a 15°C y a través de aire normal a 15°C.

a) a traves del agua a 15^0 C

$$F = C_D \, \rho \, A \frac{V^2}{2}$$

$$F = 0.30 * 102 * 0.6 * \frac{(13.889)^2}{2} \qquad 50 \frac{Km}{h} = 13.889 \frac{m}{s}$$

$$F = 1770 \text{ kg}$$

b) a traves del aire normal a 15^0 C

$$F = 0.30 * \frac{1.22}{9.81} * 0.60 * \frac{(13.889)^2}{2}$$

$$F = 2.16 \text{ kg}$$

Problema

Un cuerpo se mueve a través de aire normal a 15ºC a una velocidad de 80 Km/h y para mantener esta velocidad se requiere una potencia de 5.5 CV. Si el área proyectada es de 1.20 m², determinar el coeficiente de resistencia.

Si la resistencia F es igual a

$$F = C_D \, \rho \, A \frac{V^2}{2}$$

Y como potencia es igual a FV

$$F = \frac{\text{Potencia} * 75}{V \left(m/s\right)} = \frac{5.5 * 75}{22.23 \, m/s} = 18.56 \text{ kg}$$

Luego $18.56 \text{ kg} = C_D \, \rho \, A \frac{V^2}{2}$

Lla resistencia requerida C_D será

$$C_D = \frac{18.56 * 2}{\rho \, A V^2} = \frac{18.56 * 2}{\frac{1.22}{9.81} * 1.2 * (22.22)^2} = 0.503$$

Problema

Una placa rectangular lisa de 0.60 m de anchura por 24 m de longitud se mueve a una velocidad de 12 m/s en la dirección de su longitud a través de una masa de aceite. Calcular la resistencia sobre la placa y el espesor de la capa límite en el borde de salida. ¿Sobre qué longitud de la placa se mantiene la capa limite laminar? Utilizar la viscosidad cinemática = 1.49 * 10^{-5} m³/s y W = 850 kg/m³.

a) El número de Reynolds $R_E = \frac{VL}{\mu}$

Siendo

V = Velocidad

L = Longitud

μ = viscocidad cinemática

$$R_E = \frac{12 * 24}{1.4910^{-5}} = 19328859.06$$

El valor R_E indica que el flujo en la capa límite está en la zona de transició n suponiendo que el valor crítico del R_E es igual a 500000 R_{EC} - R_E críticas la localizaci ón del punto en que terminan las condicione s laminares se calculan así

$$\frac{Xc}{L} = \frac{R_{EC}}{R_E} \qquad X_C = \frac{R_{EC} * L}{R_E}$$

$$Xc = \frac{24 * 500000}{19328859.06} = 0.621 \text{m}$$

b) El espesor de la capa límite se calcula así

$$\delta = \frac{5.20 * X_C}{\sqrt{Rec}} = \frac{5.20 * 0.621}{\sqrt{500.000}}$$

$$\delta = 4.567 * 10^{-3} \text{ m} = 4.567 \text{ mm}$$

c) La resistencia superficial se calcula sumando a la resistencia producida por la zona de la capa límite laminar que llega hasta Xc y la resistencia que da lugar a la zona de capa límite turbulenta entre B y C y este valor se calcula como si toda la capa límite fuese turbulenta. Al restarle la resistencia producida por la capa límite turbulenta ficticia de A a B entonces

➊ Resistencia laminar de A a B sobre una de las caras

$$R_I = C_D * \rho * A * \frac{V^2}{2}$$

$$R_I = \frac{1.328}{\sqrt{500000}} * \frac{850}{9.81} * (0.621 * 0.6) * \frac{12^2}{2}$$

$$R_I = 4.365 \text{ kg}$$

$$1050 = \frac{P * 30\ cm}{0.95\ cm} \text{ por tanto}$$

$$P = \frac{1050\ ^{kg}\!/_{m^2} * 0.0095\ m}{0.3\ m}$$

$$P = \frac{9.975\ ^{kg}\!/_{m^3}}{0.3\ m}$$

$$P = 33.25\ ^{kg}\!/_{m^2}$$

$$P = 33.25\ ^{kg}\!/_{m^2}$$

Problema

Calcular el ángulo de Mach para una bala que lleva una velocidad de 510 m/s a través del aire a 1.033 kg/cm² y 15ºC

a) Calculando C

$$C = \sqrt{gK\ RT} = \sqrt{(1.4)(9.81)(29.3)(273+15)}$$

$$C = 340.43\ m/s$$

b) Calculando el número de Mach Nm

$$Nm = \frac{510\ m/s}{340.43\ m/s} = 1.498$$

c) Teniendo el número de Mach se halla el ángulo de Mach

$$\alpha\ M = \text{arc Sen}\ \frac{1}{Nm}$$

$$\alpha\ M = \text{arc Sen}\ \frac{1}{1.498} = 41.87 = 41^0 52' 43''$$

Problema

¿Cuál es el valor de la resistencia de un proyectil (forma A Diagrama H) de 100 mm de calibre cuando lleva una velocidad de 570 m/s a través del aire a 10⁰ C y 1.033 1.033 kg/cm²?

a) Hallando la celeridad del proyectil

$$C = \sqrt{gK\ RT} = \sqrt{(1.4)(9.81)(29.3)(273+10)}$$

Si K y R son constantes tales que $K = 1.4$ y $R = 29.3$ y por otro lado donde T está en grados absolutos

$$C = 337.46\ m/s$$

b) Determinando el ángulo de Mach α M

Para ello es indispensable tener en cuenta el número de Mach

$$N_M = \frac{V}{C} = \frac{570\ m/s}{337.46\ m/s} = 1.69$$

Por tanto

$$\alpha\ M = \text{Arc Sen}\ \frac{1}{N_M} = \sigma\ \text{rc Sen}\ \frac{1}{1.69}$$

$$\alpha\ M = 36.30 = 36^0 18' 6.74''$$

C) Del diagrama H_1 forma A para el N_M de 1.69 $C_D = 0.52$ y si el peso específico del aire es $W = \frac{P}{RT}$

$$W = \frac{1.033 * 10^4}{29.3(273+10)} = 1.246\ ^{kg}\!/_{m^3}$$

la resistencia para la forma A del proyectil es

$$Rp = \frac{C_D * P * A * V^2}{2} \text{ pero como } P = \frac{W}{g}$$

$$Rp = \frac{C_D * W * A * V^2}{2g} = \frac{0.52 * 1.246 * \left(\frac{1}{4}\pi\ (0.1)^2\right) * (570)^2}{2(9.81)} = 84.3\ kg$$

MAQUINARIA HIDRÁULICA

La maquinaria hidráulica o turbomaquinaria basa su funcionamiento en el principio de la cantidad de movimiento, al estudiar las fuerzas generadas en un álabe móvil cuando un fluido pasa a través de el. Las bombas, ventiladores y compresores, independientemente si son centrífugas o axiales, incrementan la energía del fluido, al desarrollar un trabajo continuo sobre los álabes. Por el contrario las turbinas hidráulicas, bien sean de impulsión o de hélice, como también las de vapor y las de gas extraen continuamente energía del fluido y lo convierten en par aplicado a un eje que gira. Ambos grupos por tanto utilizan el fluido para generar y transmitir potencia de manea continua. Debido a que el desplazamiento de los álabes se produce de manera tangencial, el trabajo producido se debe al desplazamiento de las componentes tangenciales de la fuerza en el elemento que gira (rodete o rotor), ya que las componentes radiales de la fuerza en el rotor no se desplazan en la dirección radial y por tanto no pueden efectuar ningún trabajo.

En la teoría de las turbomáquinas se desprecia la fricción y se supone que el fluido escurre de manera perfecta a través de la máquina, como si existiera un número infinito de álabes imaginarios de tal manera que la velocidad relativa del fluido siempre es tangente a los álabes del equipo.

Un parámetro muy utilizado en el diseño de este tipo de equipos es el conocido con el nombre de velocidad específica, el cual se define como la velocidad de un rotor homólogo con un diámetro tal que puede desarrollar una potencia unitaria para una altura unitaria

Igualmente es muy útil determinar el rendimiento de los equipos, para lo cual se utilizan relaciones adimensionales entre las potencias suministradas al fluido y las generadas en los ejes de los equipos. Siendo estas relaciones contrarias bien sea que se apliquen para las bombas, ventiladores y compresores o para las turbinas.

Un fenómeno muy común que se presenta en el funcionamiento de las maquinas hidráulicas es el de la cavitación, que se produce cuando en puntos determinados la presión absoluta se reduce a valores por debajo del punto de ebullición del agua para una temperatura dada, ocasionando con esto corrosión de las partículas de metal del equipo

Para un buen diseño de turbomáquinas se necesita poseer conocimientos teóricos profundos y la experiencia suficiente para permitir la adaptación de equipos de diferentes tamaños, cuando sean gométricamente semejantes.

Problema

Una rueda de impulsión trabaja bajo una carga efectiva de 190 m. El diámetro del chorro es de 10 cm. Para valores de $C\phi$=0,45, c_v=0,98, β=160° y V_2=0,85 (V_1-u), calcular la potencia en el eje.

$$A=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{\pi(0{,}10)^2)}{4}=0.007854m^2$$

$$V_2=0.85(V_1-\mu)$$

$$\varphi=\frac{DN}{8460\sqrt{H}}\Rightarrow N=\frac{0.45\text{ x }8460\sqrt{190}}{10}=5247.59rpm$$

$$C_v=\frac{V}{\sqrt{2gH}}\Rightarrow V=0.98\sqrt{2*9.8*190}$$

$$V=59.80\,m/s\ real$$

$$v=61.02\,m/s\ ideal$$

$$Q=V*A\Rightarrow 59.80*0.007854=0.4697m^3/s$$

$$\mu=r*2\pi\left(\frac{N}{60}\right)=0.05*2\pi\left(\frac{5247.59}{60}\right)=27.48\text{m/s}$$

$$V_1=59.80\,x\cos 160=0.4697/0.007854=56.2\text{ m/s}$$

$$V_2=0.85(V_1-\mu)=0.85(+56.2-27.48)=83.68\,m/s$$

Problema

Una rueda de impulsión desarrolla 2500 CV bajo una carga efectiva de 274 m. El diámetro de la boquilla es de 12.50 cm., C_V = 0.98, ϕ = 0.46 y la relación D/d = 10. Calcular el rendimiento y la velocidad de giro.

$$\phi=\frac{DN}{8460\sqrt{H}}$$

$$D=(10)(12.50)=125\,cm$$

$$N=\frac{(0.46)(8460)\sqrt{274}}{125\,cm}=515.3\,rpm$$

Problema

Un modelo de turbina, construido a escala 1:5, se ha proyectado para desarrollar 4,25 CV a freno, a una velocidad de 400 rpm, bajo una carga de 1.80 m. Suponiendo rendimientos equivalentes y bajo una carga de 9m, ¿cuáles serán la velocidad y la potencia de la turbina a escala normal?

La velocidad para una carga de 1.80 m es:

$$N_s=\frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}}\ donde:\begin{Bmatrix}N=400\,rpm\\P=4.24\,CV\\H=1.8m\end{Bmatrix}$$

$$N_s=\frac{(400)(\sqrt{425})}{(1.8)^{5/4}}\Rightarrow N_s=395.52\ rpm$$

Ahora la potencia para una carga de 9 m es :

$$N_s=\frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}}\Rightarrow P^{1/2}=\frac{N_sH^{5/4}}{N}\Rightarrow P=\left[\frac{N_sH^{5/4}}{N}\right]^2$$

Entonces remplazando los valores correspondientes:

$$P=\left(\frac{(395.52)(9)5/4}{400}\right)^2=237.59CV$$

que es la potencia del modelo y por tener rendimientos equivalentes, la potencia de la turbina a escala normal será:

$$P=237.59\text{ CV x }5\cong 1188CV$$

Entonces la velocidad será:

$$N_s=\frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}}\Rightarrow N=\frac{N_sH^{5/4}}{\sqrt{P}}=\frac{(395.52)(9)^{5/4}}{\sqrt{1188}}=178.9rpm$$

Problema

Determinar el diámetro de la rueda de impulsión y su velocidad de giro a partir de los datos siguientes: $\phi = 0.46$, e = 82%, $C_v = 0{,}98$, D/d = 12, carga = 400 m y potencia cedida = 4800 CV.

$$\phi = \frac{DN}{8460\sqrt{H}} \Rightarrow 0.46 = \frac{152.4\ (N)}{8460\ \sqrt{400}} \Rightarrow N = 510.7 \text{ rpm}$$

$$P = \frac{\gamma Q * H * e}{75} \Rightarrow 4800 = \frac{1000 * Q * 400 * 0.82}{75} \Rightarrow Q = 1.098\ m^3/s$$

$$A_{chorro} = \frac{Q}{V} = \frac{1098}{86.77} = 0.013\ m^2$$

$$V = CV\sqrt{2gh} = 0.98\sqrt{2(9.8)400} = 86.77 \text{ m/s}$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 127\ cm \Rightarrow \frac{D}{d} = 12$$

$$D = 12 \times 0.127 = 152.4\ cm$$

Problema

Una turbina de reacción girando a velocidad óptima, produce 34 CV al freno a 620 rpm, bajo una carga de 30 m. Si el rendimiento es del 70% y la relación de velocidad ϕ= 0.75, determinar a) el diámetro de la rueda, b) el caudal en m³/s, c) la velocidad característica N_s y d) la potencia al freno y el caudal para una carga de 60 m.

$$a)\ \phi = \frac{DN}{8460\sqrt{H}}$$

$$D = \frac{0.75 \times 8460\sqrt{30}}{6.20} = 56.05$$

$$c)\ N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}}$$

$$N_s = \frac{620\sqrt{34}}{(30)^{5/4}} = 51.49\ rpm$$

$$b)\ P = \frac{\gamma Q H_e}{75}$$

$$Q = \frac{(34)(75)}{(1000)(30)(0.7)}$$

$$Q = 0.121\ m^3/s$$

d) Relación de potencia $\frac{P}{D^2 H^{3/2}}$

$$\frac{P}{(56.1)^2(60)^{3/2}} = \frac{P}{(56.1)^2(30)^{3/2}}$$

$$P = 96.18\ CV$$

Relación de caudal $\frac{Q}{D^2\sqrt{H}}$

$$\frac{Q}{(56.1)^2\sqrt{60}} = \frac{0.121}{(56.1)^2\sqrt{30}} \Rightarrow Q = 0.171\ m^3/s$$

Problema

En condiciones de máximo rendimiento una turbina de 125 cm de diámetro desarrolla 300 CV, bajo una carga de 4.5 m y a 95 rpm. A qué velocidad giraria una turbina homóloga de 62.5 cm de diámetro si trabaja bajo una carga de 7.5m? Que potencia desarrollaría?

$$\frac{DN}{\sqrt{H}} = \frac{N(62.5)}{\sqrt{7.5}} = \frac{195(125)}{\sqrt{4.5}} \Rightarrow N = 245.3\ rpm$$

$$\frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}} \Rightarrow \frac{245.3\sqrt{P}}{(7.5)^{5/4}} = \frac{95\sqrt{300}}{(4.5)^{5/4}} \Rightarrow P = 161.36\ CV$$

Problema

Una turbina de impulsión de 150 cm de diámetro, desarrolla 625 CV al freno, cuando trabaja a 360 rpm, bajo una carga de 120 m. a) Bajo qué carga trabajaría una turbina semejante a la misma velocidad a fin de desarrollar 2500 CV al freno? b) Para la carga calculada, qué diámetro debería emplearse?

$$\frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}} = \frac{360\sqrt{625}}{(120)^{5/4}} = \frac{360\sqrt{2500}}{H^{5/4}} \Rightarrow H = 208.9\ m$$

$$\frac{DN}{\sqrt{H}} \Rightarrow \frac{D(360)}{\sqrt{208.9}} = \frac{(150)(360)}{\sqrt{120}} \Rightarrow D = 197.9\ cm$$

Problema

La relación de velocidad ϕ de una turbina es 0.70 y la velocidad especifica es 90. Determinar el diámetro de la turbina para que la potencia sea 2500 CV con una carga de 100 m.

$$N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}} = \frac{90(100)^{5/4}}{\sqrt{2500}} = 569.21\ rpm$$

$$\phi = \frac{DN}{8460\sqrt{H}} \Rightarrow D = \frac{0.70 \times (8460)\sqrt{100}}{569.21} = 104\ cm$$

Problema

De un ensayo sobre una turbina se sacan los siguientes datos: la potencia al freno = 22.5 CV, carga = 4.80 m, N= 140 rpm, el diámetro de la turbina es de 90 cm y Q = 0.380 m^3/s. Calcular la potencia de entrada, el rendimiento, la relación de velocidad y la velocidad específica.

$$P = \frac{\gamma\ QH}{7.5} = \frac{1000(0.380)(4.80)}{7.5} = 24.32\,CV$$

$$e = \frac{22.5}{24.32}*100\% = 92.5\%$$

$$N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}} = \frac{140\sqrt{22.5}}{\left(480^{5/4}\right)} = 93.469\,rpm$$

Problema

Cuál será el diámetro de una bomba centrífuga que gira a 750 rpm y bombea 0.250 m^3/s, contra una carga de 9 m. Emplear $C_N = 80$.

$$H = \frac{D^2N^2}{C_N^2} \Rightarrow 9\,m = \frac{D^2(750)^2}{(80)^2} \Rightarrow D = 0.32\,m$$

Problema

Una bomba centrífuga suministra 0.070 m^3/s contra una altura de carga de 7.50 m a 1450 rpm y requiere una potencia de 9.0 CV. Si se reduce de velocidad a 1200 rpm, calcular el caudal, altura y potencia, suponiendo el mismo rendimiento.

$$\frac{P}{D^5N^3} \Rightarrow \frac{P}{D^5(1200)^3} = \frac{9.0\,CV}{D^5(1450)^3}$$

$$P = 5.10\,CV$$

$$\frac{DN}{\sqrt{H}} \Rightarrow \frac{D(1450)}{\sqrt{7.5}} = \frac{D(1200)}{\sqrt{H}} \Rightarrow H = 5.137\,m$$

$$\frac{Q}{D^2\sqrt{H}} \Rightarrow \frac{Q}{D^2\sqrt{5.14}} = \frac{0.070}{D^2\sqrt{7.5}} \Rightarrow Q = 0.058\,m^3/s$$

Problema

Una hélice de 200 cm de diámetro gira a 1200 rpm en una corriente de aire que se mueve a 40 m/seg. Las pruebas realizadas indican un empuje de 325 kg y una potencia absorbida de 220 CV. Calcular, para una densidad del aire de 0.125 UTM/m^3, los coeficientes de empuje y potencia.

$$C_f = \frac{F}{p\,N^2D^4} = \frac{325}{0.125\left(\frac{1200}{60}\right)^2(7)^2} = 0.406$$

$$C_p = \frac{P}{p\,N^3D^5} = \frac{220*75}{0.125\left(\frac{1200}{60}\right)^3(2)^5} = 0.5156$$

Problema

Una hélice de 1.50 m de diámetro se mueve en agua a 9 m/s y desarrolla un empuje de 1600 kg. ¿Cuál es el aumento en la velocidad de la estela?

$$V = -V_1 + \sqrt{V_1^2 + \frac{8F}{p\pi D^2}}$$

$$V = -9 + \sqrt{(9)^2 + \frac{8*1600}{\left(\frac{1000}{9.8}\right)\pi(1.5)^2}} = 0.937\,m/s$$

Problema

Una hélice de 20 cm desarrolla un empuje de 7.20 kg a 140 rpm y una velocidad del agua de 3.6 m/s. Para una hélice semejante de un barco que se mueve a 7.2 m/s qué dimensión deberá tener la hélice para que desarrolle un empuje de 18.000 kg? A qué velocidad deberá girar la hélice?

$$N_m = \frac{140\ rpm}{60} = 2.33\ \text{Rev/seg}$$

$2V_{helice} = V_{barco}$

$V_{modelo} = 0.2\ N_{modelo}$

$V_{prototipo} = D_{prototipo}\ N_{prototipo}$

$2V_{modelo} = V_{prototipo}$

$2(0.2\ N_m) = D_p N_p$

$2(0.2 \times 2.33) = D_p N_p$

$0.932 = D_p N_p$

$$N_p = \frac{0.932}{D}$$

$$\frac{F_m}{p N_m^2 D_m^4} = \frac{F_p}{p N_p^2 D_p^4}$$

$$D_p = \sqrt{\frac{18000*(2.33)^2*(0.2)^2}{7.20*(0.932)^6}} D_p = 5 m D_p = 500 \, cm$$

$$N_p = \frac{0.932}{5} = 0.1864$$

$$N_p = 0.1864*60 = 11.2 \, rpm$$

Problema

En una chimenea de ventilación, un ventilador produce una velocidad de aire de 25 m/s, cuando gira a 1200 rpm. a) Qué velocidad producirá si el ventilador gira a 1750 rpm? b) Si un motor de 3.25 CV arrastra al ventilador a 1200 rpm ¿qué potencia deberá tener el motor para llevar el ventilador a 1750 rpm?

a) si para una velocidad de 25 m/s, gira a 1200 rpm; entonces para un giro de 1750 rpm, que velocidad tendrá el ventilador

b) Fuerza empuje x velocidad

$$F_2 - F_1 = \left(\frac{W}{g}\right) V (V_4 - V_1)$$

para hallar el empuje a 1750 rpm

$$F_2 - F_1 = \left(\frac{1200}{9.81}\right)(30.729)(36.458 - 25) = 43.06 \, kg$$

$$V = \frac{V_1 + V_4}{2} = 30.729 \, m/s$$

Ahora se halla el empuje para 1200 rpm

$$P = F_1 * Velocidad$$

$$F = \frac{P}{V} = \frac{3.25*75}{25} = 10.5 \, kg$$

$$F_2 - F_1 = 43.06 \, kg$$

$$F_2 = 32.56 \, kg$$

La potencia para 1950 rpm viene dada por:

$$P = F_2 * Velocidad$$

$$P = 32.56 * 36.458 = 15.6 \, CV$$

Problema

Para suministrar 2500 m^3/min de aire a un túnel de ventilación, ¿qué potencia deberá tener el motor de un ventilador si las pérdidas en el tunel son 14.4 cm de agua y si el rendimiento del ventilador es del 69%? Emplear Υ_{aire} 1.200 kg/m^3.

$$P = \frac{1.2(2500/(60*1000))(0.144)}{75*(0.68)} = 117.65 \, CV$$

Problema

Una hélice de 3 m de diámetro se mueve a través del aire $\Upsilon = 1.222$ kg/m^3, a 90 m/s. Si se suministran 1200 CV a la hélice, qué empuje desarrollará y cuál será el rendimiento de la hélice?

$$Q = 90 \, m/seg \frac{(3m)^2 \pi}{4} = 636.17 \, m^3/s$$

$$\text{Potencia} = \frac{FV}{75} \qquad \text{Empuje} = \frac{\gamma Q}{g}(V_2 - V_1)$$

$$\text{Rendimiento} = \frac{P_0}{P_1} = \frac{2 V_{inicial}}{V_{final} + V_{inicial}}$$

$$\text{Potencia a la entrada} = \frac{\gamma Q}{g} \frac{(V_{final}^2 - V_{inicial}^2)}{2}$$

$$\text{Potencia a la salida} = \frac{\gamma Q}{g}(V_{final} - V_{inicial}) V_{inicial}$$

Despejando V_{final} de potencia de entrada:

$$V_{final} = \sqrt{2\left(\frac{Pg_i}{\gamma Q} + \frac{V_{inicial}^2}{2}\right)} = \sqrt{2\left(\frac{(90000\,m/s)\,(9.81\,m/s^2)}{(1.222\,kg/m^3)(363.17\,m^3/s)} + \frac{(90\,m/s)^2}{2}\right)}$$

$$V_{final} = 101.88\,m/s$$

$$F = \frac{(1.222\,kg/m^3)*(636.17\,m^3/s)}{9.81\,m/s^2}(101.88\,m/s - 90\,m/s) = 941.44\,kg$$

$$e = \frac{P_0}{P_1} = \frac{2V_{inicial}}{V_{final} + V_{inicial}} = \frac{2(90\,m/s)}{(101.88\,m/s + 90\,m/s)} = 0.94 = 94\%$$

Tablas

TABLA 1

(A) PROPIEDADES APROXIMADAS DE ALGUNOS GASES (A 20°C Y 1 ATM)

Gas	Peso específico γ kp/m^3	Peso específico γ N/m^3	Constante R del gas (m/°K)	Exponente adiabático k	Viscosidad cinemática γ (m^2/s)
Aire	1.2047	11.8	29.3	1.4	$1.488*10^{-5}$
Amoniaco	0.7177	7	49.2	1.32	$1.535*10^{-5}$
Anhídrido carbónico	1.8359	18	19.2	1.3	$0.846*10^{-5}$
Metano	0.6664	6.5	53	1.32	$1.795*10^{-5}$
Nitrógeno	1.1631	11.4	30.3	1.4	$1.590*10^{-5}$
Oxigeno	1.3297	13	26.6	1.4	$1.590*10^{-5}$
Anhídrido sulfuroso	2.7154	26.6	13	1.26	$0.521*10^{-5}$

(B) ALGUNAS PROPIEDADES DEL AIRE A LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA

Temperatura (°C)	Densidad p (UTM/m^3)	Peso específico γ (kp/m^3)	Viscosidad cinemática ν (m^2/s)	Viscosidad dinámica μ (kp*s/m^2)
0	0.132	1.295	$13.3*10^{-6}$	$1.754*10^{-6}$
10	0.127	1.2441	$14.2*10^{-6}$	$1.805*10^{-6}$
20	0.102	1.2033	$15.1*10^{-6}$	$1.846*10^{-6}$
30	0.142	1.1625	$16*10^{-6}$	$1.897*10^{-6}$
40	0.115	1.1217	$16.9*10^{-6}$	$1.948*10^{-6}$
50	0.111	1.0911	$17.9*10^{-6}$	$1.988*10^{-6}$
60	0.108	1.0605	$18.9*10^{-6}$	$2.029*10^{-6}$
70	0.105	1.0299	$19.9*10^{-6}$	$2.08*10^{-6}$
80	0.102	0.9993	$20.9*10^{-6}$	$2.131*10^{-6}$
90	0.099	0.9718	$21.9*10^{-6}$	$2.233*10^{-6}$
100	0.096	0.9463	$23*10^{-6}$	$2.345*10^{-6}$

Temperatura (°C)	Densidad p (kg/m^3)	Peso especifico γ (N/m^3)	Viscosidad cinemática ν (m^2/s)	Viscosidad dinámica μ (N*s/m^2)
0	1.29	12.7	$13.3*10^{-6}$	$1.72*10^{-5}$
10	1.25	12.2	$14.2*10^{-6}$	$1.77*10^{-5}$
20	1.2	11.8	$15.1*10^{-6}$	$1.81*10^{-5}$
30	1.16	11.4	$16*10^{-6}$	$1.86*10^{-5}$
40	1.13	11	$16.9*10^{-6}$	$1.91*10^{-5}$
50	1.09	10.7	$17.9*10^{-6}$	$1.95*10^{-5}$
60	1.06	10.4	$18.9*10^{-6}$	$1.99*10^{-5}$
70	1.03	10.1	$19.9*10^{-6}$	$2.04*10^{-5}$
80	1	9.8	$20.9*10^{-6}$	$2.09*10^{-5}$
90	0.972	9.53	$21.9*10^{-6}$	$2.19*10^{-5}$
100	0.946	9.28	$23*10^{-6}$	$2.30*10^{-5}$

(C) PROPIEDADES MECÁNICAS DEL AGUA A LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA

Temperatura (°C)	Densidad (UTM/m³	Peso específico (kp/m³)	Viscosidad dinámica (kp*s/m²)	Tensión superficial (kp/m)	Presión de vapor (kp/cm²)(ab)	Módulo de elasticidad volumétrico (kp/cm²)
0	101.97	1000	$17.85*10^{-5}$	$7.71*10^{-3}$	0.0062	20.598
10	101.97	1000	$13.26*10^{-5}$	$7.57*10^{-3}$	0.0125	21.414
20	101.77	998	$10.40*10^{-5}$	$7.42*10^{-3}$	0.0239	22.23
30	101.56	996	$8.16*10^{-5}$	$7.26*10^{-3}$	0.0432	22.944
40	101.16	992	$6.64*10^{-5}$	$7.10*10^{-3}$	0.0753	23.25
50	100.75	988	$5.52*10^{-5}$	$6.92*10^{-3}$	0.1254	23.352
60	100.34	984	$4.69*10^{-5}$	$6.75*10^{-3}$	0.2029	23.25
70	99.73	978	$4.10*10^{-5}$	$6.57*10^{-3}$	0.3182	22.944
80	99.01	971	$3.57*10^{-5}$	$6.38*10^{-3}$	0.4833	22.434
90	98.4	965	$3.17*10^{-5}$	$6.20*10^{-3}$	0.7148	21.822
100	97.69	958	$2.88*10^{-5}$	$6.01*10^{-3}$	0.033	21.108

Temperatura (°C)	Densidad (kg/m³)	Peso específico (kN/m³)	Viscosidad dinámica (N*s/m²)	Tensión superficial (cont con aire) (N/m)	Presión de vapor (kPa)	Módulo de elasticidad volumétrico (GPa)
0	1000	9.81	$1.75*10^{-3}$	0.0756	0.611	2.02
10	1000	9.81	$1.30*10^{-3}$	0.0742	1.23	2.1
20	998	9.79	$1.02*10^{-3}$	0.0728	2.34	2.18
30	996	9.77	$8.00*10^{-4}$	0.0712	4.24	2.25
40	992	9.73	$6.51*10^{-4}$	0.0696	7.38	2.28
50	988	9.69	$5.41*10^{-4}$	0.0679	12.3	2.29
60	984	9.65	$4.60*10^{-4}$	0.0662	19.9	2.28
70	978	9.59	$4.02*10^{-4}$	0.664	31.2	2.25
80	971	9.53	$3.50*10^{-4}$	0.0626	47.4	2.2
90	965	9.57	$3.11*10^{-4}$	0.0608	17.1	2.14
100	958	9.4	$2.82*10^{-4}$	0.0589	101.3	2.07

TABLA 2

DENSIDAD RELATIVA Y VISCOSIDAD CINEMÁTICA DE ALGUNOS LÍQUIDOS (VISCOSIDAD CINEMÁTICA = VALOR DE LA TABLA $*10^{-6}$)

	Agua**		disolvente comercial·		tetra cloruro de carbono		Aceite lubricante medio	
Temp. (°C)	Densidad relat.	Visc. Cinem. (m²/s)	Densid. relat.	Visc. Cinem. (m²/s)	Densid. relat.	Visc. Cinem. (m²/s)	Densid. relat.	Visc. Cinem. (m²/s)
5	1000	1.52	0.728·	1.476	1.62	0.763	0.905	471
10	1000	1.308	0.725	1.376	1.608	0.696	0.9	260
15	0.999	1.142	0.721	1.301	1.595	0.655	0.896	186
20	0.998	1.007	0.718	1.189	1.584	0.612	0.893	122
25	0.997	0.897	0.714	1.101	1.572	0.572	0.89	92
30	0.995	0.804	0.71	1.049	1.558	0.531	0.886	71
35	0.993	0.727	0.706	0.984	1.544	0.504	0.883	54.9
40	0.991	0.661	0.703	0.932	1.522	0.482	0.875	39.4
50	0.99	0.556					0.866	25.7
65	0.98	0.442					0.865	15.4

	Aceite a prueba de polvo*		Fuel-oil medio*		Fuel-oil pesado*		Gasolina*	
Temp. (°C)	Densidad relat.	Visc. Cinem. (m²/s)	Densid. relat.	Visc. Cinem. (m²/s)	Densid. relat.	Visc. Cinem. (m²/s)	Densid. relat.	Visc. Cinem. (m²/s)
5	0.917	72.9	0.865	6.01	0.918	400	0.737	0.749
10	0.913	52.4	0.861	5.16	0.915	290	0.733	0.71
15	0.91	39	0.857	4.47	0.912	201	0.729	0.683
20	0.906	29.7	0.855	3.94	0.909	156	0.725	0.648
25	0.903	23.1	0.852	3.44	0.906	118	0.721	0.625
30	0.9	18.5	0.849	3.11	0.904	89	0.717	0.595
35	0.897	15.2	0.846	2.77	0.901	67.9	0.713	0.57
40	0.893	12.9	0.842	2.39	0.898	52.8	0.709	0.545

Algunos otros líquidos

Líquido y temperatura	Dens. relat.	Visc. Cinem. (m²/s)
Turpentina a 20°C	0.862	1.73
Aceite de linaza a 30°C	0.925	35.9
Alcohol etílico a 20°C	0.789	1.53
Benceno a 20°C	0.879	0.745
Glicerina a 20°Ç	1.262	661
Aceite de castor a 20°C	0.96	1.031
Aceite de ligero de máq. A 16.5°C	0.907	137

TABLA 2

COEFICIENTES DE FRICCIÓN *f* PARA AGUA SOLAMENTE
(INTERVALO DE TEMPERATURA APROXIMADO DE 10°C A 21°C)

Para tuberías viejas: Intervalo aproximado de ε : 0.12 cm a 0.60 cm.
Para tuberías usadas: Intervalo aproximado de ε : 0.06 cm a 0.09 cm.
Para tuberías nuevas: Intervalo aproximado de ε : 0.15 cm a 0.03 cm.
(f = valor tabulado * 10^{-4})

Diámetro y tipo de tubería		Velocidad (m/s)										
		0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.4	3	4.5	6	9
10 cm	Comercial vieja	435	415	410	405	400	395	395	395	385	375	370
	Comercial usada	355	320	310	300	290	285	280	280	260	250	250
	Tubería nueva	300	265	250	240	230	225	220	220	200	190	185
	Muy lisa	240	205	190	180	170	165	155	155	140	130	120
15 cm	Comercial vieja	425	410	405	400	395	395	390	390	380	375	365
	Comercial usada	335	310	300	285	280	245	265	265	250	240	235
	Tubería nueva	275	250	240	225	220	210	205	205	190	180	175
	Muy lisa	220	190	175	165	160	150	145	145	130	120	115
20 cm	Comercial vieja	420	405	400	395	390	385	380	380	370	365	360
	Comercial usada	320	300	285	280	270	265	260	260	240	235	225
	Tubería nueva	265	240	225	220	210	205	200	200	185	175	170
	Muy lisa	205	180	165	155	150	240	135	135	120	115	110
25 cm	Comercial vieja	415	405	400	395	390	385	380	380	370	365	360
	Comercial usada	315	295	280	270	265	260	255	255	240	230	225
	Tubería nueva	260	230	220	210	205	200	190	190	180	170	165
	Muy lisa	200	170	160	150	145	135	130	130	115	110	105
30 cm	Comercial vieja	415	400	395	395	390	385	380	380	365	360	355
	Comercial usada	310	285	275	265	260	255	250	250	235	225	220
	Tubería nueva	250	225	210	205	200	195	190	190	175	165	160
	Muy lisa	190	165	150	140	140	135	125	125	115	110	105
40 cm	Comercial vieja	405	395	390	385	380	365	370	370	360	350	350
	Comercial usada	300	280	265	260	255	250	240	240	225	215	210
	Tubería nueva	240	220	205	200	195	190	180	180	170	160	155
	Muy lisa	180	155	140	135	130	125	120	120	110	105	100
50 cm	Comercial vieja	400	395	390	385	380	375	370	370	360	350	350
	Comercial usada	290	275	265	255	250	245	235	235	220	215	205
	Tubería nueva	230	210	200	195	190	180	175	175	165	160	150
	Muy lisa	170	150	135	130	125	120	115	115	105	100	95
60 cm	Comercial vieja	400	395	385	380	375	370	365	360	355	350	345
	Comercial usada	285	265	255	250	245	240	230	225	220	210	200
	Tubería nueva	225	200	195	190	185	180	175	170	165	155	150
	Muy lisa	165	140	135	125	120	120	115	110	105	100	95
75 cm	Comercial vieja	400	385	380	375	370	365	360	355	350	350	345
	Comercial usada	280	255	250	245	240	230	225	220	210	205	200
	Tubería nueva	220	196	190	185	180	175	170	165	160	155	150
	Muy lisa	160	135	130	120	115	115	110	110	105	100	95
90 cm	Comercial vieja	395	385	375	370	365	360	355	355	350	345	340
	Comercial usada	275	255	245	240	235	230	225	220	210	200	195
	Tubería nueva	215	195	185	180	175	170	165	160	155	150	145
	Muy lisa	150	135	125	120	115	110	110	105	100	95	90
120 cm	Comercial vieja	395	385	370	365	360	355	350	350	345	340	335
	Comercial usada	265	250	240	230	225	220	215	210	200	195	190
	Tubería nueva	205	190	180	175	170	165	160	155	150	145	140
	Muy lisa	140	125	120	115	110	110	105	100	95	90	90

TABLA 4

PÉRDIDAS DE CARGA EN ACCESORIOS
(SUBÍNDICE 1= AGUAS ARRIBA, Y SUBÍNDICE 2= AGUAS ABAJO)

Accesorio	Pérdida de carga media
1. De depósito a tubería (pérdida a la entrada)	
- conexión a ras de la pared	$0.50\dfrac{V_2^2}{2g}$
- tubería entrante	$1.00\dfrac{V_2^2}{2g}$
- conexión abocinada	$0.05\dfrac{V_2^2}{2g}$
2. De tubería a depósito (pérdida a la salida)	$1.00\dfrac{V_1^2}{2g}$
3. Ensanchamiento brusco	$\dfrac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$
4. Ensanchamiento gradual (véase tabla 5)	$K\dfrac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$
5. Venturímetros, boquillas y orificios	$\left(\dfrac{1}{c_v^2} - 1\right)\dfrac{V_2^2}{2g}$
6. Contracción brusca (véase tabla 5)	$K_c\dfrac{V_2^2}{2g}$
7. Codos, accesorios válvulas* Algunos valores corrientes de K son: 45°, codo.................................0.35 a 0.45 90°, codo.................................0.50 a 0.75 Tes...1.50 a 2.00 Válvulas de compuerta (abierta)...apx 0.25 Válvulas de control (abierta..........apx 3.0	$K\dfrac{V^2}{2g}$

Tabla 5
Valores de K
Contracciones y ensanchamientos

Contracción brusca		Ensanchamiento gradual para un ángulo total del cono						
d_1/d_2	K_c	4°	10°	15°	20°	30°	50°	60°
1.2	0.08	0.02	0.04	0.09	0.16	0.25	0.35	0.37
1.4	0.17	0.03	0.06	0.12	0.23	0.36	0.5	0.53
1.6	0.26	0.03	0.07	0.14	0.26	0.42	0.57	0.61
1.8	0.34	0.04	0.07	0.15	0.28	0.44	0.61	0.65
2	0.37	0.04	0.07	0.16	0.29	0.46	0.63	0.68
2.5	0.41	0.04	0.08	0.16	0.3	0.48	0.65	0.7
3	0.43	0.04	0.08	0.16	0.31	0.48	0.66	0.71
4	0.45	0.04	0.08	0.16	0.31	0.49	0.67	0.72
5	0.46	0.04	0.08	0.16	0.31	0.5	0.67	0.72

Tabla 6
Algunos valores del coeficiente C de Hazen-Williams

Tuberias rectas muy lisas	140
Tuberias de fundición lisas y nuevas	130
Tuberias de fundición usadas y de acero roblonado nuevas	110
Tuberias de alcantarillado vitrificadas	110
Tuberias de fundición con algunos años de servicio	100
Tuberias de fundición en malas condiciones	80

BIBLIOGRAFÍA

BELTRÁN, Rafael. *Introducción a la Mecánica de Fluidos.* McGraw-Hill. Ediciones Universidad de los Andes, Bogotá, 1990.

MOTT, L. Robert. *Mecánica de Fluidos Aplicada.* Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A. México, 1996.

RANALD V, Giles. *Mecánica de Fluidos e Hidráulica.* McGraw-Hill. Segunda y Tercera Edición. España, 1972.

STREETER, L. Victor. *Mecánica de los Fluidos.* McGraw-Hill. Sexta Edición. México, 1979.

VENNARD J, K., STREET, R.L. *Elementos de Mecánica de Fluidos.* Compañía Editorial Continental, S. A. México, 1989.