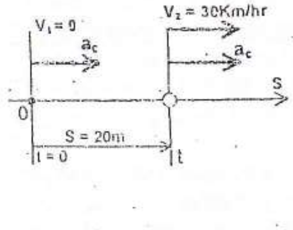
DINAMICA

SOLUCIONARIO
CAPITULO XII: CINEMATICA DE UNA PARTICULA

12.2 CINEMATICA RECTILINEA: MOVIMENTO CONTINUO.

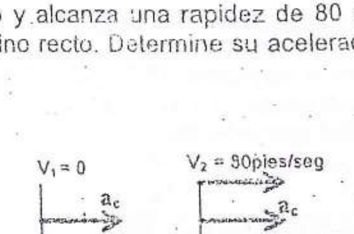
12.1. Un ciclista parte del reposo y después de viajar a lo largo de una trayector recta una distancia de 20 m alcanza una rapidez de 30km/h. Determine su aceleració si ésta es constante. Calcule también cuánto le toma alcanzar la rapidez de 30 km/h.

Solución:
Cálculo de la aceleración:
Pasamos a m/s;
$v_2 = 30$ km/h $= 8.33$ m/s
Sabemos; $v^2_2 = v^2_1 + 2\,a_c\,(s_2 - s_1)$;
Como $v_1 = 0$;
$(8.33)^2 = 0 + 2\,a_c(20 - 0)$;
De lo anterior: $a_c = 1.74$ m/s^2 ;
Cálculo del tiempo para alcanzar 30 km/h
Sabemos: $v_2 = v_1 + a_c\,t$;
Con valores : $8.33 = 0 + 1.74(t)$;
De donde : $t = 4.80$ s ;



12.2. Un automóvil parte del reposo y alcanza una rapidez de 80 pies/s despué viajar 500 pies a lo largo de un camino recto. Determine su aceleración constante tiempo de viaje.

Solución:
Cálculo de la aceleración:
Sabemos que:
$v^2_2 = v^2_1 + 2\,a_c(s_2 - s_1)$
Dando valores:
$(80)^2 = 0 + 2\,a_c(500 - 0)$
De donde: $a_c = 6.40$ pies/s^2
Cálculo del tiempo de viaje:
Tambien: $v_2 = v_1 + a_c\,t$
Dando valores: $80 = 0 + 6.4(t)$;
De donde: $t = 12.5$ seg.



12.3. Una pelota de béisbol es lanzada hacia abajo desde una torre de 50 pies con una rapidez inicial de 18 pies/s. Determine la rapidez con la que la pelota toca el suelo y el tiempo de viaje.

Solución:

Cálculo de la rapidez de la pelota al llegar al suelo:

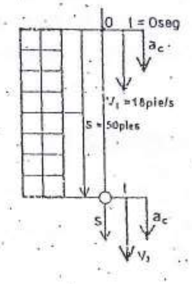
Se sabe: $a_c = g = 32.2$pie/s;

Como es acelerado: $v^2_2 = v^2_1 + 2\,a_c(s_2 - s_1)$;

Con los valores dados:

$v^2_2 = (18)^2 + 2\,(32.2)\,(50\text{-}0)$

De donde: $v_2 = 59.532 = 59.5$ pies/s;



Cálculo del tiempo de viaje hasta el suelo:

Tenemos la relacion: $v_2 = v_1 + a_c\,t$;

Con valores: $59.532 = 18 + 32.2\,(t)$;

De donde: t = 1.29 seg.

12.4. Una partícula viaja a lo largo de una línea recta de modo que en 2 s se mueve desde una posición inicial $s_A = 0.5$ m a una posición $s_B = -1.5$ m. Luego, en otros 4 s, la partícula se mueve de s_B a $s_C = +2.5$ m. Determine la velocidad promedio y la rapidez promedio de la partícula durante el intervalo de tiempo de 6 s.

Solución:

Cálculo de la velocidad promedio:

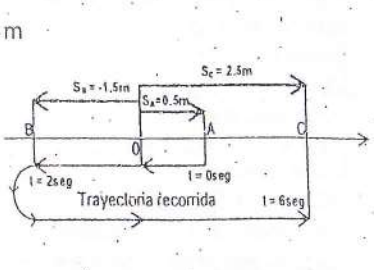
El desplazamiento total es: $(s_C - s_A) = 2$ m

Longitud de la trayectoria: $(0.5 + 1.5 + 2.5) = 6$ m

Tiempo total usado: $(2 + 4) = 6$ s

La velocidad promedio es:

$V_{prom} = \dfrac{2}{6} = 0.33$ m/s

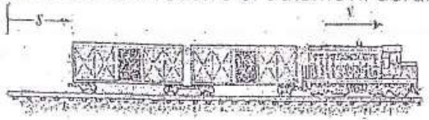


Cálculo de la rapidez promedio:

La rapidez promedio es:

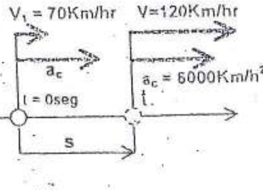
$(V_{rapidez})_{prom} = \dfrac{6}{6} = 1$ m/s.

12.5. Viajando con rapidez inicial de 70 km/h, un automóvil acelera a 6000 km/h^2 a lo largo de un camino recto. ¿Cuánto tardará en alcanzar una rapidez de 120 km/h? ¿Qué distancia recorre el automóvil durante este tiempo?.



Solución:

Cálculo del tiempo para alcanzar 120 km/hr:



Sabemos que: $v = v_1 + a_c\,t$;

Con datos: $120 = 70 + 6000(t)$;

De donde: $t = 8.33(10^{-3})$ hr = 30seg;

Cálculo de distancia recorrida:

Tambien: $v^2 = v^2_1 + 2\,a_e\,(s - s_1)$;

Con valores: $(120)^2 = 70^2 + 2(6000)\,(s\text{-}0)$;

De donde: s = 0.792 km = 792 m;

12.6. Un tren de carga viaja a $v = 60\,(1 - e^{-t})$ pies/s, donde t es el tiempo transcurrido en segundos. Determine la distancia recorrida en tres segundos y la aceleración en este tiempo.

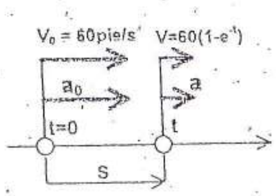
Solución:

Cálculo de distancia recorrida s en 3seg:

Sabemos: $v = 60\,(1 - e^{-t})$;

integrando tenemos:

$\int ds = \int v\,dt = \int_0 60\,(1 - e^{-t})dt$



Luego: $s = 60(t + e^{-t})|_0^3$;

Evaluando lo anterior: s = 123 pies;

Cálculo de la aceleración:

Derivando: $a = \dfrac{dv}{dt} = 60\,(e^{-t})$; se obiene la aceleracion del tren;

Luego para t = 3 s; se tiene, $a = 60\,e^{-3} = 2.99$ pies/s^2.

12.7. La posición de una partícula a lo largo de una línea recta está dada por $s = (t^3 - 9t^2 + 15t)$ pies, donde t está en segundos. Determine su máxima aceleración y su máxima velocidad durante el intervalo de tiempo $0 \le t \le 10$ s.

Solución:

Cálculo de la máxima aceleración:

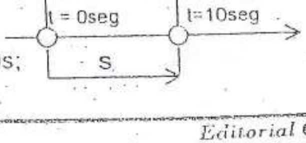
Tenemos la posicion: $s = t^3 - 9t^2 + 15t$;

Derivando posicion:

$V(t) = \dfrac{ds}{dt} = 3t^2 - 18t + 15$

Derivando la velocidad:

$a = \dfrac{dv}{dt} = 6t - 18$



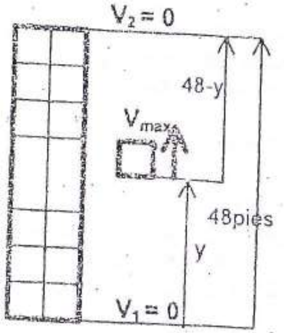
Por lo anterior: a_{max} ocurre cuando; t = 10s;

Luego: $a_{max} = 6(10) - 18 = 42$ pies/s^2
Cálculo de la máxima velocidad:
Como: t= 0, 3 y 10seg son valores criticos;
v_{max} ocurrira cuando t = 10 s; con lo cual;
$v_{max}=3(10)^2 - 18(10) + 15 = 135$ pie/seg.

12.8. ¿Desde aproximadamente qué piso de un edificio debe dejarse caer un automóvil a partir de su posición de reposo de manera que llegue al suelo con una rapidez de 80.7 pies/s (55 mi/h)? Cada piso es 12 pies más alto que el inferior. (Nota: Tal vez le interese recordar esto cuando viaje a 55 milla/h.)
Solución:
Cálculo del piso que se debe dejar caer:
El movimiento es con aceleracion constante;
Donde: $a_c = g = 32.2$ pie/seg;
Sabemos que: $v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$;
Con valores: $80.7^2 = 0 + 2(32.2)(s - 0)$;
De donde: s = 101.13 pies; # de pisos = $\frac{101.13}{12} = 8.43$;

12.9. Un automóvil va a ser levantado mediante un elevador al cuarto piso de un estacionamiento que está a 48 pies sobre el nivel de la calle. Si el elevador puede acelerar a 0.6 pies/s^2, desacelerar a 0.3 pies/s^2, y alcanzar una rapidez máxima de 8 pies/s, determine el tiempo más corto en que puede efectuarse el levantamiento, partiendo del reposo y terminando también reposo.

Solución:
Cálculo del tiempo necesario minimo para levantar el bloque:
Primero aceleramos hasta una v_{max};
Luego desaceleramos hasta 0;
De modo que ambos espacios;
Sumen 48 pies;
Sabemos: $v^2 = v_1^2 + 2a_c(s - s_1)$;
Donde: $v_{max}^2 = 0 + 2(0.6)(y - 0)$
Luego desacelerando:
$0 = v_{max}^2 + 2(-0.3)((48 - y) - 0)$;
Igualando tenemos: $0 = 1.2y - 0.6(48 - y)$;
De donde: y = 16.0 ft.
Con lo cual: $v_{max} = 4.382$ ft/s < 8 pies/s(OK);
Como: $v = v_1 + a_c t$; con valores tenemos;
$4.382 = 0 + 0.6t_1$;
De donde: $t_1 = 7.303$ s; en el primer tramo;



Luego: $0 = 4.382 - 0.3t_2$
De donde: $t_2 = 14.61$ s; en tramo final;
De lo anterior: $t_{min} = t_1 + t_2 = 21.9$ s;

12.10. Una partícula viaja en línea recta de modo que por un corto tiempo de 2 s ≤ t ≤ 6 su movimiento es descrito por v = (4 / a) pies/s, donde a está en pies/s^2. Si v = 6 pies/s cuando t = 2 s, determine la aceleración de la partícula cuando t = 3 s.
Solución:
Cálculo de la aceleración de la partícula cuando t = 3 s:
Por definicion y por dato: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{4}{v}$; agrupando e integrando: $\int_6^v v\,dv = \int_2^t 4\,dt$;
De lo anterior: $\frac{1}{2}v^2 - 18 = 4t - 8$; simplificando: $v^2 = 8t + 20$;
Para: t = 3seg; tomamos la raiz positiva; tenemos: v = 6.63 pies/seg;
Con lo cual: $a = \frac{4}{v} = \frac{4}{6.63} = 0.603\, pie/s^2$.

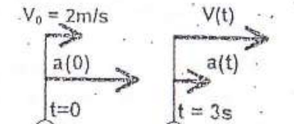
12.11. La aceleración de una partícula al moverse a lo largo de una línea recta está dada por a = (2t – 1) m/s^2, donde t está en segundos. Si s = 1 m y v = 2 m/s cuando t = 0, determine la velocidad y posición de la partícula cuando t = 6 s. Determine también la distancia total que la partícula viaja durante este periodo.
Solución:
Cálculo de la velocidad y posición de la partícula cuando t = 6 s:
Definicion y dato se sabe: $a = \frac{dv}{dt} = 2t - 1$;
Integrando se tiene: $\int_2^v dv = \int_0^t (2t-1)\,dt$; de donde; $v = t^2 - t + 2$;
Tambien: $v = \frac{ds}{dt} = t^2 - t + 2$;
Integrando se tiene: $\int_1^s ds = \int_0^t (t^2 - t + 2)\,dt$
De donde: $s = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 2t + 1$;
Cuando han transcurrido t = 6 seg;
Por lo anterior: v = 32 m/s; s = 67 m.
Cálculo de la distancia total recorrida por la partícula:
Como: $v = (t - 1/2)^2 + 7/4 \neq 0$; $\forall t \in R$;
De lo anterior s(t) siempre crece;
Por lo cual: d = s(6)-s(0);

Donde: d = 67 – 1 = 66 m; (recorrido total).

12.12. Cuando un tren está viajando a lo largo de una vía recta a 2 m/s, comienza acelerar a a = ($60\ v^{-4}$) m/s^2, donde v está en m/s. Determine su velocidad v y su posición 3 s después de iniciar la aceleración.,

Solución:

Cálculo de su velocidad v en t = 3s:



Sabemos: $a = \frac{dv}{dt}$;

Por dato: $dt = \frac{dv}{a} = \frac{dv}{60v^{-4}}$

Integrando entre limites conocidos;

Tenemos: $\int_0^t dt = \int_2^v \frac{dv}{60v^{-4}}$; de donde: $3 = \frac{1}{300}\ (v^5 - 32)$;

Con lo anterior: v(3seg.) = 3.925 m/s = 3.93 m/s;

Cálculo de su posición s en t = 3s:

Sabemos: ads = vdv; con esto: $ds = \frac{vdv}{a} = \frac{1}{60}\ v^5 dv$;

Integrando: $\int_0^s ds = \frac{1}{60}\int_2^{3.925} v^5 dv$; evaluando la integral: $s(3seg) = \frac{1}{60}\left(\frac{v^6}{6}\right)_2^{3.925}$;

De lo anterior: s(3seg.) = 9.98 m

12.13. La posición de una partícula a lo largo de una línea recta está dada por: s = ($1.5t^3 - 13.5t^2 + 22.5t$) pies, donde t está en segundos. Determine la posición de la partícula cuando t = 6 s y la distancia total que viaja durante el intervalo de 6s. **Sugerencia:** Grafique la trayectoria para determinar la distancia total recorrida.

Solución:

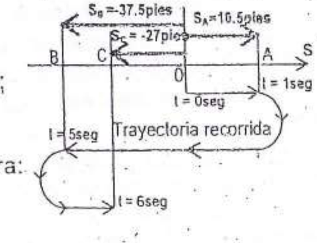
Calculo de la posicion:

La posicion de la particula cuando t = 6 s es

$s|_{t=6s} = 1.5(6^3) - 13.5(6^2) + 22.5(6) = -27.0$ pies

Calculo de la distancia total recorrida:

Derivando la ecuación de la posición respecto del tiempo obtenemos la velocidad instantanea;



$v = \frac{ds}{dt} = 4.50t^2 - 27.0t + 22.5$;

Los momentos donde la particula se detiene son;

$4.50t^2 - 27.0t + 22.5 = 0$;

De donde: t = 1 seg. y t = 5 seg.

La posicion de la particula en t = 0s, 1 s y 5 s sera:

$s|_{t=0s} = 1.5(0^3) - 13.5(0^2) + 22.5(0) = 0$pies;

$s|_{t=1s} = 1.5(1^3) - 13.5(1^2) + 22.5(1) = 10.5$pies;

$s|_{t=5s} = 1.5(5^3) - 13.5(5^2) + 22.5(5) = -37.5$pies;

$s|_{t=6s} = 1.5(6^3) - 13.5(6^2) + 22.5(6) = -27$pies;

Del esquema la distancia total recorrida es:

$s_{tot} = 10.5 + 48.0 + 10.5 = 69.0$ pies.

12.14. La posición de una partícula sobre una línea recta está dada por s = ($t^3 - 9t^2 + 15t$) pies, donde t está en segundos. Determine la posición de la partícula cuando t = 6s y la distancia total que viaja durante el intervalo de 6s. **Sugerencia:** Grafique la trayectoria para determinar la distancia total recorrida.

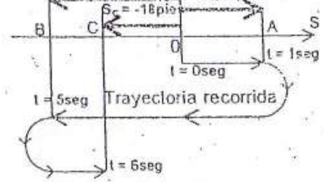
Solución:

Cálculo de posición de la particula s cuando t = 6s:

Sabemos: $s = t^3 - 9t^2 + 15t$;

Derivando se tiene la velocidad:

$v = \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 18s + 15$;



Zonas de quiere ocurre cuando: v = 0;

Esto se da cuando: t = 1 seg. y t = 5 seg.

La localizacion en los tiempos criticos es:

t = 0, s = 0;

t = 1 s, s = 7 pies;

t = 5 s, s = -25 pies;

t = 6 s, s = -18 pies;

Cálculo de la distancia total recorrida en t = 6seg:

Del equema anterior la distancia total es:

$s_T = 7 + 7 + 25 + (25 - 18) = 46$ pies.

12.15. Una particula viaja hacia la derecha a lo largo de una línea recta con velocidad v = [5/(4 + s)] m/s, donde "s" está en metros. Determine su posición cuando t = 6seg si s = 5 m cuando t = 0.

Solución:

Cálculo de la posición s de la particula en t = 6seg:

Por definicion y datos: $v=\frac{ds}{dt}=\frac{5}{4+s}$;

Lo anterior se integra entre valores conocidos: $\int (4+s)\,ds = \int 5\,dt$;

De donde: $4s + 0.5\,s^2 - 32.5 = 5\,t$

Cuando t = 6 s, se tiene; $s^2 + 0.125s - 15.625 = 0$;

Al inicio su ubicacion esta en el lado positivo y con velocidad positiva indica que se dirige a la derecha. Como su velocidad no toma el valor cero, podemos afirmar que a los 6seg la particula estara mas a la derecha que al inicio.

Por lo tanto tomamos la solucion positiva de la ecuación cuadratica para t = 6seg;

$s^2 + 0.125s - 15.625 = 0$;

De donde: s = 7.87 m.

12.16. Una partícula viaja hacia la derecha a lo largo de una línea recta con velocidad v = [5/(4 + s)] m/s, donde "s" está en metros. Determine su desaceleración cuando s = 2 m.

Solución:

Cálculo de su desaceleración cuando s = 2 m:

Sabemos que: $a=\frac{dv}{dt}$; esto lo multiplico por ds tanto en numerador como denominador tengo: $a=(\frac{dv}{dt})(\frac{ds}{ds})$;

Luego: $a=\frac{vdv}{ds}$; $ads = vdv$ (1);

Por dato tenemos: $v=\frac{5}{4+s}$; derivo respeto de "s": $dv=\frac{-5\,ds}{(4+s)^2}$;

Lo anterior en (1): $\frac{5}{(4+s)}\left(\frac{-5\,ds}{(4+s)^2}\right)=ads$; tengo la desaceleracion: $a=\frac{-25}{(4+s)^3}$;

Cuando; s = 2 m; en lo anerior obtengo; a = -0.11574074 m/s^2.

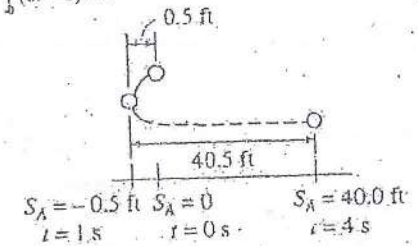
12.17. Dos partículas A y B parten del reposo en el origen s = 0 y se mueven a lo largo de una línea recta de tal manera que $a_A = (6t - 3)$ pies/s^2 y $a_B = (12t^2 - 8)$ pies/s^2, donde t está en segundos. Determine la distancia entre ellas cuando t = 4 s y la distancia total que cada una ha viajada en t = 4 s.

Solución:

Cálculo de la distancia entre ellas cuando t = 4 s:

La particula A: $dv_A = a_A dt$;

Como parte del reposo integramos: $\int_0^{v} dv_A = \int_0 (6t-3)dt$;



De donde: $v_A = 3t^2 - 3t$;

Donde se detiene A: $v_A = 3t^2 - 3t = 0$;

Resolviendo; t = 0 s y t = 1 s;

Su ubicacion sera:

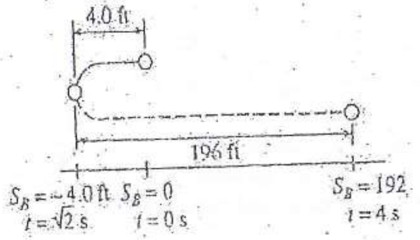
Como: $ds_A = v_A dt$; luego;

$\int_0^{s_A} ds_A = \int_0^t (3t^2-3t)\,dt$; integrando y operando;

$s_A\big|_{t=1s} = 1^3 - \frac{3}{2}(1^2) = -0.500$ pies;

$s_A\big|_{t=4s} = 4^3 - \frac{3}{2}(4^2) = 40.0$ pies

Para la particula B: $dv_B = a_B dt$;



Integrando: $\int_0^{v} dv_B = \int_0 (12t^2-8)dt$;

De donde: $v_B = 4t^3 - 8t$;

Los tiempos donde la particula B se para es:

Cuando: $V_B = 4t^3 - 8t = 0$; t = 0 s y t = $\sqrt{2}$ s;

Como: $ds_B = v_B dt$; integrando tenemos;

$\int_0^{s} ds_B = \int_0 (4t^3 - 8t)\,dt$; de donde; $s_B = t^4 - 4t^2$

Su posicion para:

t = $\sqrt{2}$ s y 4 s sera;

$s_B\big|_{t=4} = (4)^4 - 4(4)^2 = 192$ pies ; $s_B\big|_{t=\sqrt{2}} = (\sqrt{2})^4 - 4(\sqrt{2})^2 = -4$ pies ;

Finalmente de lo anterior la distancia que separa a A y B en t = 4seg:

$\Delta s_{AB} = 192 - 40 = 152$ pies;

Cálculo de la distancia total que cada una ha viajada en t = 4 s:

La distancia total recorrida por la particula A:

De lo anterior: $d_A = 2(0.5) + 40.0 = 41.0$ pies

La distancia total recorrida por la particula B:

$d_B = 2(4) + 192 = 200$ pies;

12.18. Un automóvil parte del reposo y se mueve a lo largo de una línea recta con una aceleración de a = $(3s^{-1/3})$ m/s^2, donde "s" está en metros. Determine la aceleración del automóvil cuando t = 4 seg.

Solución:

Cálculo de la aceleración del automóvil cuando t = 4 seg:

Se sabe que: a ds = v dv; $a = 3s^{-\frac{1}{3}}$;

Reemplazando e integrando: $\int_0^s 3s^{-\frac{1}{3}}\,ds = \int_0^v v\,dv$, parte del reposo;

De donde: $\frac{3}{2}(3)s^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}v^2$; $v = 3s^{\frac{1}{3}}$; tambien: $v = \frac{ds}{dt} = 3s^{\frac{1}{3}}$;

Integrando: $\int_0^s s^{-\frac{1}{3}}\,ds = \int_0^t 3\,dt$; de donde, $\frac{3}{2}s^{\frac{2}{3}} = 3t$; $s = (2t)^{\frac{3}{2}}$;

Finalmente la posicion y aceleracion en t=4s; $s|_{t=4} = (2x4)^{\frac{3}{2}} = 22.627m$;

Luego con $a = 3s^{-\frac{1}{3}}$; tenemos;

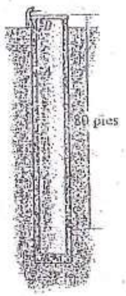
Finalmente: $a|_{t=4} = 3(22.627)^{-\frac{1}{3}} = 1.06067\ m/s^2$.

12.19. Una piedra A es dejada caer desde el reposo por un pozo, y 1 s después otra piedra B es dejada caer también partiendo del reposo. Determine la distancia entre las piedras un segundo después.

<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de la distancia entre las piedras un segundo después que cae B:</u>

Ambos caen en caida libre con aceleración constante g = 32.2pie/s^2



Se tiene la posicion para "t": $s = s_1 + v_1\,t + \frac{1}{2}a_c\,t^2$;

Para A: $s_1 = 0; v_1 = 0; t = 2seg$; $s_A = 0 + 0 + \frac{1}{2}(32.2)(2)^2$;

De donde: s_A = 64.4 pies.

Para B: $s_1 = 0; v_1' = 0; t = 1seg$; $s_B = 0 + 0 + \frac{1}{2}(32.2)(1)^2$;

De donde: s_B = 16.1pies;

Con lo anterior: Δs_{AB} = 64.4 – 16.1=48.3pies.

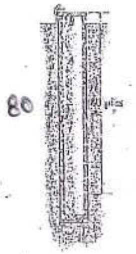
12.20. Una piedra A es dejada caer desde el reposo por un pozo, y 1 s después es dejada caer desde el reposo otra piedra B. Determine el intervalo de tiempo entre el instante en que A toca el agua y en el que lo hace B. ¿Con que rapidez tocan el agua las piedras?.

12.21.

<u>Solución:</u>

<u>Cálculo del tiempo entre el instante en que A toca el agua y en el que lo hace B:</u>

En el caso anterior ambos recorren la misma altura en caida libre



Por eso caen al agua con: Δt = 1 s;

<u>Cálculo de la rapidez con que tocan el agua las piedras A y B:</u>

Sabemos: $+\downarrow s = s_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}a_c\,t^2$

Como A recorre 80 pies; $80 = 0 + 0 + \frac{1}{2}(32.2)(t^2)$;

"A" llega al agua en: t = 2.2291seg.

Luego como: $+\downarrow\ v = v_0 + g\,t$;

"A" llegara con velocidad: $v_A = 0 + 32.2\,(2.2291)$;

De donde: v_A = 71.8 pies/seg.

Luego en el caso de la piedra B tenemos: $v^2 = v_0^2 + 2gs$;

Como parte del reposo: $v^2 = 0^2 + 2(32.2)(80)$;

De donde B llega al agua con: v_B = 71.8pie/s.

12.22. Una particula viaja en línea recta con movimiento acelerado tal que a = -ks, donde "s" es la distancia desde el punto de inicio y k es una constante de proporcionalidad que debe ser determinada. En s = 2 pies la velocidad es de 4 pies/s, y en s = 3.5 pies la velocidad es de 10 pies/s. ¿Cuál es el valor de s cuando v = 0?.

<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de s cuando v = 0</u>: Primero calculamos el valor de k;

Por dato sabemos: a = -ks;

Relacion diferencial: ads = v dv;

Reemplazo e integro: $-k\int_2^s s\,ds = \int_4^v v\,dv$; luego: $-k\left(\frac{s^2}{2} - \frac{(2)^2}{2}\right) = \left(\frac{v^2}{2} - \frac{(4)^2}{2}\right)$;

De donde: $-k\left(\frac{s^2}{2} - 2\right) = \frac{v^2}{2} - 8$;

Tambien cuando: s = 3.5 pies; v = 10 pies/s;

Luego reemplazando estos datos; obtenemos: k = -10.182 = -10.182 s^{-2};

Cuando: v = 0 velocidad nula; tenemos: $10.18\ s^{-2}\left(\frac{s^2}{2} - 2\right) = -8$;

De donde: s = 1.56 pies.

12.23. La aceleración de un cohete viajando hacia arriba está dada por a = (6 + 0.02s) m/s^2, donde s está en metros. Determine la velocidad del cohet cuando s = 2 km y el tiempo necesario para alcanzar esta altura. Inicialmente, v = 0 y s= 0 cuando t = 0.

Solución:

La aceleracion es la resultante entre lo que le provee el combustible hacia arriba y la aceleracion gravedad.

Calculo de velocidad a 2Km:

Se sabe: ads = v dv; $s=0; v=0$;

Integrando: $\int_0 (6+0.02s)\,ds = \int_0 v\,dv$; luego: $6s + 0.01s^2 = \frac{1}{2}v^2$;

De donde: $v=\sqrt{12s+0.02s^2}$; por lo tanto;

Cuando el cohete esta a: s = 2000 m;

Su velocidad sera: v = 322.49 m/s;

Calculo del tiempo a 2Km:

Como: ds = v·dt y conocemos v(s);

Para $v=0; t=0$; integramos: $\int_0 \frac{ds}{\sqrt{12s+0.02s^2}} = \int_0 dt$;

Luego el tiempo en subir los 2Km es: $t = \left| \frac{1}{\sqrt{0.02}} Ln\,(6+0.02s+\sqrt{0.02}\sqrt{12s+0.02s^2}\,)\right|_0^{2000}$;

De donde: t = 19.27395181seg.

12.24. La aceleración de un cohete viajando hacia arriba está dada por: $a = (6 + 0.02s)\ m/s^2$, donde "s" está en metros. Determine el tiempo necesario para que el cohete alcance una altura de s = 100 m. Inicialmente, v = 0 y s = 0 cuando t = 0.

Solución:

Para el problema anterior cálculo del tiempo para llegar a s = 100m:

Sabemos: ads = v dv

Integrando: $\int_0 (6+0.02s)\,ds = \int_0 v\,dv$; se tiene; $6s + 0.01s^2 = \frac{1}{2}v^2$

De donde: $v = \sqrt{12s+0.02s^2}$;

Tambien: ds = v dt; integrando: $\int_0^{100} \frac{ds}{\sqrt{12s+0.02s^2}} = \int_0 dt$;

Evaluando para s = 100m; $t = \left| \frac{1}{\sqrt{0.02}} Ln\,(6+0.02s+\sqrt{0.02}\sqrt{12s+0.02s^2}\,)\right|_0^{100}$;

El tiempo necesario para suba a100m: t = 5.624083112 seg.

12.25. En t = 0 una bala A es disparada verticalmente con velocidad inicial de 450 m/s. Cuando t = 3s, otra bala B es disparada hacia arriba con velocidad inicial de 600 m/s. Determine el tiempo t, después de que A es disparada, en la bala B pasa a la bala A. ¿A qué altura ocurre esto?.

Solución:

Cálculo del tiempo t en que B alcanza a la bala A:

El movimiento es desacelerado con $g = -9.81 m/s^2$; de ascenso. La bala A recorre s_A en t segundos hasta el encuentro con la bala B;

Se sabe: $+\uparrow\ s_A = (s_A)_0 + (v_A)_0\,t + \frac{1}{2}gt^2$

Donde: $s_A = 0 + 450\,t + \frac{1}{2}(-9.81)\,t^2$

La bala B lleva retrazo de 3 seg;

Con: $+\uparrow\ s_B = (s_B)_0 + (v_B)_0\,t + \frac{1}{2}gt^2$

Luego: $s_B = 0 + 600\,(t-3) + \frac{1}{2}(-9.81)\,(t-3)^2$

Ambos recorren el mismo espacio: $s_A = s_B$

$450\,t - 4.905\,t^2 = 600\,t - 1800 - 4.905\,t^2 + 29.43\,t - 44.145$; resolviendo;

Se tiene: t = 10.27779636 seg.

Cálculo del espacio en que B alcanza a la bala A:

Con lo cual es espacio recorrido por ambos:

$s_A = s_B = 4.106878016$ km.

12.26. Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta con aceleración $a = 5/(3s^{1/3} + s^{5/2})\ m/s^2$, donde s está en metros. Determine la velocidad de la partícula cuando s = 2 m si parte del reposo cuando s = 1 m. Use la regla de Simpson para evaluar la integral.

Solución:

Cálculo de velocidad de la partícula cuando s = 2 m:

Tenemos la aceleracion vs. "s"

$a = \frac{5}{(3s^{1/3}+s^{5/2})}$; con "s" (metros) y "a" (m/s^2);

Con la relacion diferencial: a ds = v dv;

Integrando entre limites conocidos: $\int_1^2 \frac{5ds}{(3s^{1/3}+s^{5/2})} = \int_0 v\,dv$;

Como; $s=1m;\ v=0$; por metodo aproximado: $\int_1^2 \frac{5ds}{(3s^{1/3}+s^{5/2})} = 0.8351$;

Integrando la velocidad: $0.8351 = \frac{1}{2}v^2$; de donde: v = 1.292362178 m/s.

12.27. Una bola A es liberada del reposo a una altura de 40 pies al mismo tiempo que una segunda bola B es lanzada hacia arriba desde 5 pies con respecto al suelo. Si las bolas pasan una frente a la otra a una altura de 20 pies, determine la rapidez con que la bola B fue lanzada hacia arriba.

Solución:

Cálculo de rapidez con que la bola B fue lanzada hacia arriba:

Ambos son caida libre con g = 32.2pies/s^2;

La bola A cae del reposo: $v_0 = 0; s_0 = 0$;

Sabemos:(+↓)s = $s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$;

Como A baja 20 pies: $20 = 0 + 0 + \frac{1}{2}(32.2)t^2$

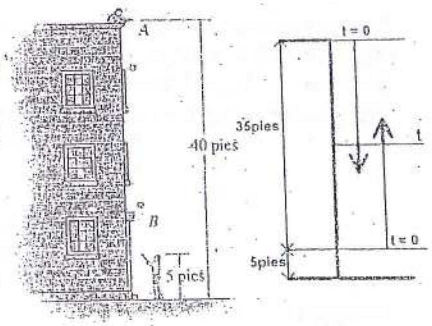
De donde A se cruza con B: t= 1.114556seg.

La bola B sube con velocidad inicial v_B:

Sabemos: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$; sube 15m;

$15 = 0 + v_B (1.1146) + \frac{1}{2}(-32.2)(1.1146)^2$

Con lo anterior: v_B = 31.4 pies/seg.



12.28. Un proyectil, inicialmente en el origen, se mueve verticalmente hacia abajo a lo largo de una trayectoria en línea recta por un medio fluido tal que su velocidad es definida por v = $3(8e^{-t} + t)^{1/2}$ m/s, donde t está en segundos. Grafique la posición s del proyectil durante los primeros 2 segundos Use el método de Runge-Kutta para evaluar s con valores incrementales de h = 0.25 s.

Solución:

Gráfica de s vs.t en los primeros 2 seg:

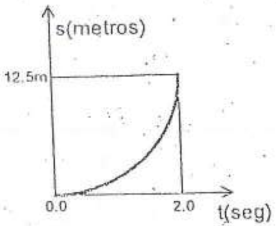
Sabemos que; v = ds/dt = s'(t);

Condiciones iniciales: s_0 = 0; si; t = 0; s'(t) = v(t) = $3(8e^{-2} + t)^{1/2}$;

Partimos del valor inicial de "s" para t = 0;

Con el metodo Runge-Kutta aproximamos: s(0.25seg); s(0.5seg);......s(2.0seg);

s(m)	t(seg)
0	0
2.01	0.25
3.83	0.50
5.49	0.75
7.03	1.00
8.48	1.25
9.87	1.50
11.2	1.75



12.5	2.00

12.29. La aceleración de una partícula a lo largo de una línea recta es definida por a = (2t – 9) m/s^2, donde t está en segundos. En t = 0, s = 1 m y v = 10 m/s. Cuando t=9 s, determine (a) la posición de la partícula, (b) la distancia total viajada, y (c) la velocidad.

Solución:

Cálculo de la posición, distancia y velocidad de la partícula en t=9 s:

Sabemos que a = dv/dt;

Como: dv/dt = a = 2t – 9; luego; dv = (2t-9)dt

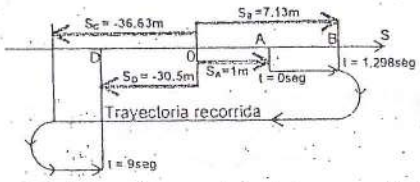
Integrando: $\int_{10}^{v} dv = \int_0^t (2t-9)\,dt$;

Luego: v – 10 = $t^2 - 9t$;

De donde: v = $t^2 - 9t + 10$; como; ds = vdt;

Integrando: $\int_1^s ds = \int_0^t (t^2 - 9t + 10)\,dt$;

De donde: s = $\frac{1}{3}t^3 - 4.5t^2 + 10t + 1$;



Se detiene si; v = 0; entonces; $t^2 - 9t + 10 = 0$; de donde t = 1.298 seg. y t = 7.701 seg.

Cuando: t = 1.298 s, s = 7.13 m;

Cuando: t = 7.701 s, s = -36.63 m;

Cuando: t = 9 s, s = -30.50 m;

Con lo anterior y el esquema tenemos: Para cuando t = 9seg;

(a)Su posicion es: s = -30.50 m;

(b)Distancia total recorrida es:

s_{Tot} =(7.13-1)+7.13+36.63+(36.63 – 30.50); de donde: s_{Tot} = 56.02m;

(c)Su velocidad es: v = $t^2 - 9t + 10$; luego; v = $9^2 - 9 \times 9 + 10$; de donde: v = 10 m/s;

12.30. Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta y cuando está en el origen tiene velocidad de 4 m/s. Si esta partícula empieza a desacelerar a razón de a = ($-1.5v^{1/2}$) m/s^2, donde v está en m/s, determine la distancia que viaja antes de detenerse.

Solución:

Cálculo de la distancia que viaja antes de detenerse:

Sabemos que: $a = \frac{dv}{dt} = -1.5 v^{\frac{1}{2}}$; integrando: $\int_4^v v^{-\frac{1}{2}} dv = \int_0^t -1.5\, dt$;

Luego: $2v^{\frac{1}{2}}\Big|_4^v = -1.5t\Big|_0^t$; $2\left(v^{\frac{1}{2}} - 2\right) = -1.5t$;

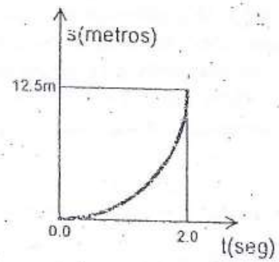
De donde: v = $(2 - 0.75t)^2$ m/s..(1);

Como ds = vdt; con lo anterior integramos; $\int ds = \int (2-0.75t)^2\ dt = \int (4-3t+0.5625t^2)dt$;
Luego: $s = 4t - 1.5t^2 + 0.1875t^3$..(2);
Con la ecuacion(1); la particula se detiene cuando: $0 = (2 - 0.75\ t)^2$;
De donde: t = 2.667 seg.
Entonces su posicion sera con ecuación (2);
$s|_{t=2.667s} = 4(2.667)-1.5(2.667)^2+0.1875(2.667)^3 = 3.5556m$

12.31. Una particula se mueve a lo largo de una línea recta con aceleración $a = 5/(3s^{1/3} + s^{5/2})\ m/s^2$, donde s está en metros. Determine la velocidad de la partícula cuando s = 2 m si parte del reposo cuando s = 1 m. Use la regla de Simpson para evaluar la integral.

Solución:
Gráfica de s vs.t en los primeros 2 seg:
Sabemos que; $v = ds/dt = s'(t)$;
Condiciones iniciales: $s_0 = 0$; si; t = 0; $s'(t) = v(t) = 3\ (8\ e^{-2} + t)^{1/2}$;
Partimos del valor inicial de "s" para t = 0;
Con el metodo Runge-Kutta aproximamos: s(0.25seg); s(0.5seg);......s(2.0seg);

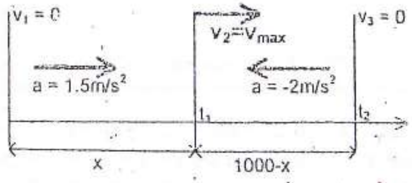
s(m)	t(seg)
0	0
2.01	0.25
3.83	0.50
5.49	0.75
7.03	1.00
8.48	1.25
9.87	1.50
11.2	1.75
12.5	2.00



12.32. Determine el tiempo requerido para que un automóvil viaje 1 km a lo largo de un camino si parte del reposo, alcanza una rapidez máxima en algún punto intermedio, y luego se detiene al final del camino. El automóvil puede acelerar a 1.5 m/s^2 y desacelerar a 2 m/s^2.

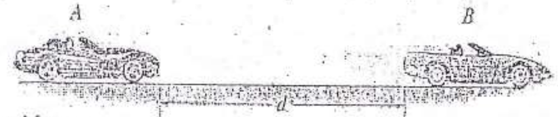
Solución:
Cálculo del tiempo requerido t para recorrer hasta el reposo:

Cuando acelera inicialmente:



Se sabe que; $v_2 = v_1 + at_1 = 0 + 1.5\ t_1$;
Tambien: $x = (0)(t_1) + \frac{1}{2}(1.5)(t_1^2)$;
Cuando desacelera: $0 = v_2 - 2t_2$;
Tambien: $1000 - x = v_2\ t_2 - \frac{1}{2}(2)(t_2^2)$..(1);
Combinando ecuaciones tenemos: $v_2 = 2t_2 = 1.5t_1$;
De donde: $t_1 = 1.33\ t_2$; $v_2 = 2t_2$; $x = 1.33\ t_2^2$;
Lo anterior en (1): $1000 - 1.33\ t_2^2 = 2\,t_2^2 - t_2^2$; t_2 = 20.70196678seg.; t_1 = 27.6026seg.
Con lo anterior: $t = t_1 + t_2$ = 48.3046seg; tiempo que invierte hasta detenerse.

12.33. Cuando dos automóviles A y B están uno junto al otro, viajan en la misma dirección con rapidez v_A y v_B, respectivamente. Si B mantiene su rapidez constante, mientras que A empieza a desacelerar a a_A, determine la distancia d entre los automóviles en el instante en que A se detiene.



Solución:
Cálculo de la distancia d entre los automóviles en el instante en que A se detiene:
Movimiento del carro A cuando desacelera:
Se sabe: $v = v_0 + a_c t$; con valores: $0 = v_A - a_A t$; $t = \frac{v_A}{a_A}$;
Tambien: $v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$; luego: $0 = v_A^2 + 2(-a_A)(s_A - 0)$;
De donde: $s_A = \frac{v_A^2}{2a_A}$; recorrido hasta parar;
Movimiento del carro B es a velocidad constante;
Combinando: $s_B = v_B t = v_B\left(\frac{v_A}{a_A}\right) = \frac{v_A v_B}{a_A}$;
La separacion entre el carro A y B cuando el carro A se para es:
$s_{BA} = |s_B - s_A| = \left|\frac{v_A v_B}{a_A} - \frac{v_A^2}{2a_A}\right| = \left|\frac{2v_A v_B - v_A^2}{2a_A}\right|$.

12.34. Si los efectos de la resistencia atmosférica son tomados en cuenta, un cuerpo cayendo libremente tiene una aceleración definida por la ecuación $a = 9.81[1 - v^2(10^{-4})]$ m/s^2, donde v está en m/s y la dirección positiva es hacia abajo. Si el cuerpo es soltado del reposo desde una gran altura, determine (a) la velocidad cuando t = 5 s, y (b) la velocidad terminal o máxima alcanzable (cuando t → ∞).

Solución:

a) **Calculo de la velocidad para t = 5seg:**

Sabemos: $a = \frac{dv}{dt} = 9.81\left[1 - v^2(10^{-4})\right]$;

Reacomodando variables e integrando: $\int_0 \frac{dv}{\left[10^4 - v^2\right]} = \int_0 9.81(10^{-4})dt$..(1);

Luego: $10^4\int_0^v \frac{dv}{\left[10^4 - v^2\right]} = 9.81t$;

Una forma: $\frac{1}{100}\tanh^{-1}\left(\frac{v}{100}\right)\Big|_0^v = 9.81(10^{-4})t$; otra forma: $10^4\left[\left(\frac{1}{2(10^2)}\right)Ln\left(\frac{10^2+v}{10^2-v}\right)\right]_0^v = 9.81t$;

Evaluando: $\tanh^{-1}\left(\frac{v}{100}\right) = \left(9.81(10^{-4})t\right)$; tambien: $50\left[Ln\left(\frac{100+v}{100-v}\right) - Ln1\right] = 9.81t$..(2);

Para t = 5seg.; $v = \frac{100e^{0.981} - 100}{1 + e^{0.981}}$;

De donde: v = 45.46131863m/s.

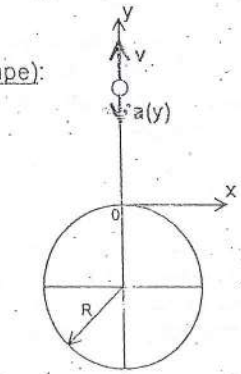
b) Calculo de v_{max}

De la ecuacion (2): $v(t) = \frac{100e^{0.01962t} - 100}{1 + e^{0.01962t}}$;

De donde: $v_{max} = Lim_{t\to\infty}\frac{100e^{0.01962t} - 100}{1 + e^{0.01962t}}$; por L'Hospital: $v_{max} = 100m/s^2$.

12.35. Cuando un cuerpo es lanzado a una gran altitud por encima de la superficie de la Tierra, la variación de la aceleración de la gravedad con respecto a la altitud y debe tomarse en cuenta. Ignorando la resistencia del aire, esta aceleración es determinada por la fórmula $a = -g_0[R^2/(R + y)^2]$, donde g_0 es la aceleración gravitatoria constante al nivel del mar, R es el radio de la Tierra, y la dirección positiva si mide hacia arriba. Si $g_0 = 9.81$ m/s^2 y R = 6356 km, determine la velocidad inicial mínima (velocidad de escape) con la que el proyectil debe ser disparado verticalmente desde la superficie de la Tierra de manera que no caiga de regreso a ésta.

Sugerencia: Se requiere que v = 0; cuando y → ∞.



Solución:

Cálculo de la velocidad inicial mínima (velocidad de escape):

Se sabe: v dv = a dy;

Integrando: $\int_{v_i}^{0} v\,dv = -g_0R^2\int_0^{\infty}\frac{dy}{(R+y)^2}$;

Tabulando valores: $y = 0; v = v_i$

$\frac{v^2}{2}\Big|_{v_i}^{0} = \frac{g_0R}{R+y}\Big|_0^{\infty}$; como; $y = \infty; v = 0$; $v_{escape} = \sqrt{2g_0R}$;

Con valores; $v_{escape} = \sqrt{2(9.81)(6356)(10)^3}$;

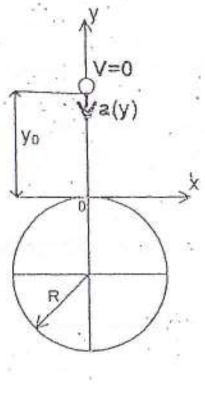
De donde: v_{esc} = 0 11167 m/s = 11.2 km/s.

12.36. Tomando en cuenta la variación de la aceleración gravitatoria a con respecto a la altitud y (Vea problema 12.34), obtenga una ecuación que relacione la velocidad de una partícula en caída libre con su altitud. Suponga que la partícula es liberada del reposo a una altitud y_0 con respecto a la superficie de la Tierra. ¿Con qué velocidad llega la partícula a la superficie de la Tierra si es liberada del reposo a una altitud y_0 = 500 km? Use los datos numéricos del problema 12.34.

Solución:

Cálculo de la velocidad v en función de la altitud y:

Del problema anterior tenemos: $g(y) = -g_0\frac{R^2}{(R+y)^2}$;



Se sabe que: g dy = v dv;

Integrando tenemos:

$\int_0^v v\,dv = -g_0R^2\int_{y_0}^{y}\frac{dy}{(R+y)^2}$; cuando: y_0 = 500 km, v = 0;

Luego: $g_0R^2\left[\frac{1}{R+y}\right]_{y_0}^{y} = \frac{v^2}{2}$;

Evaluando: $g_0R^2\left[\frac{1}{R+y} - \frac{1}{R+y_0}\right] = \frac{v^2}{2}$;

Entonces: $v = -R\sqrt{\frac{2g_0(y_0 - y)}{(R+y)(R+y_0)}}$;

Cuando acelera: $v_{max}^2 = 0 + 2(5)(h - 0)$;

De donde: $v_{max}^2 = 10\,h$ ..(3);

Cuando desacelera: $0 = v_{max}^2 + 2(-2)(40 - h)$;

De donde: $v_{max}^2 = 160 - 4h$ ...(4);

De lo anterior (3) y (4): 10 h = 160 – 4h; de donde; h = 11.429 pies;

Luego: v_{max} = 10.69 pies/seg.; t_1 = 2.138 s; t_2 = 5.345 s;

Finalmente: $t_{min} = t_1 + t_2$ = 7.48 seg; que sera el tiempo minimo de subida.

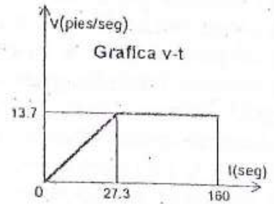
12.40. Un tren de carga parte del reposo y viaja con aceleración constante de 0.5 pies/s². Después de un tiempo t', el tren mantiene una rapidez constante de modo que cuando t = 160 s ha viajado 2000 pies. Determine el tiempo t' y trace la gráfica v – t para el movimiento.

Solución:

Cálculo del tiempo t' donde inicia rapidez constante:

Analizamos los dos tramos;

En el primer tramo: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$;



Con valores: $s_1 = 0 + 0 + \frac{1}{2}(0.5)(t')^2 = 0.25(t')^2$;

Tambien: $v = v_0 + a_c t = 0 + 0.5t = 0.5t'$ ..(1);

En el segundo tramo:

Su posicion: $s_2 = vt_2 = 0.5t'(160 - t') = 80t' - 0.5(t')^2$;

Se cumple que el espacio recorrido es: $s_{Tot} = s_1 + s_2$;

Con datos: $2000 = 0.25(t')^2 + 80t' - 0.5(t')^2$; luego, $0.25(t')^2 - 80t' + 2000 = 0$;

De donde: t' = 27.34s = 27.3 s; en este tiempo t = t' = 27.34 seg;

Su velocidad es: v = 0.5 (27.34) = 13.7 pies/seg.

12.41. Si la posición de una partícula es definida por s = [2 sen (π/5)t + 4] m, donde t está en segundos, construya las gráficas s-t, v-t y a-t para 0 ≤ t ≤ 10s.

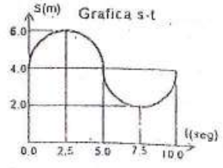
Solución:

Trazado de gráficas s-t, v-t y a-t para 0 ≤ t ≤ 10s:

Como s = [2 sen (π/5)t + 4] m,

donde t es en segundos; como v = ds/dt;

Se tiene derivando: $v = \frac{2\pi}{5}\cos\left(\frac{\pi}{5}t\right)$;

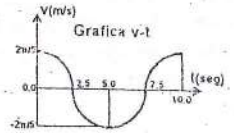


Con lo anterior contruimos graficas: s-t, v-t;

Para t comprendido en: 0 ≤ t ≤ 10 s.

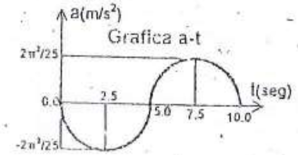
Luego análogamente como sabemos que:

a = dv/dt; se tiene; $a = -\frac{2\pi^2}{25} sen\left(\frac{\pi t}{5}\right)$;



Para t comprendido en: 0 ≤ t ≤ 10 s;

Graficamos a - t:



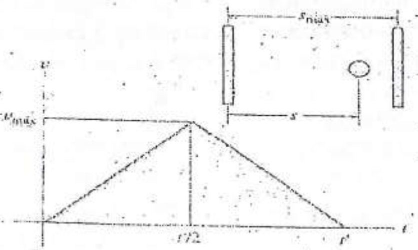
12.42. La gráfica v-t para una partícula que se mueve a través de un campo eléctrica de una placa a otra tiene la forma mostrada en la figura. La aceleración y la desaceleración que ocurren son constantes y ambas tienen una magnitud de 4 m/s². Si las placas están separadas 200 mm, determine la velocidad máxima $v_{máx}$ y el tiempo t' necesarios para que la partícula viaje de una placa a la otra. También trace la gráfica s-t. Cuando t = t'/2 la partícula está en s = 100 mm.

Solución:

Cálculo de la velocidad máxima $v_{máx}$:

El primer tramo es acelerado: a_c = 4 m/s²;

El espacio recorrido: $\frac{s}{2} = 100\,mm = 0.1\,m$;



Sabemos: $v^2 = v_0^2 + 2\,a_c\,(s - s_0)$;

Con datos: $v_{max}^2 = 0 + 2(4)\,(0.1 - 0)$;

De donde: v_{max} = 0.89442 m/s;

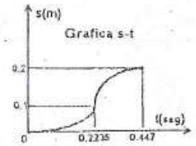
Cálculo del tiempo t' de la figura:

Como: $v = v_0 + a_c\,t'$; el tiempo empleado es;

$0.89442 = 0 + 4\left(\frac{t'}{2}\right)$;de donde; t'= 0.44721seg.

Trazado de gráfica s – t:Tambien: $s = s_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a_c\,t^2$;

Luego con datos: $s = 0 + 0 + \frac{1}{2}\,(4)\,(t)^2$; s = 2 t²;



Para $y_0 = 500x10^3 m$; $y = 0$; $R = 6356x10^3 m.$; tenemos; $v = -6356(10^3)\sqrt{\frac{2(9.81)(500)(10^3)}{6356(6356+500)(10^6)}}$;

De donde:v = -3015.72019 m/s = 3.02km/s ↓.

12.37. Cuando una partícula cae a través del aire, su aceleración inicial a = g disminuye hasta que es cero y de ahí en adelante cae con una velocidad v_f terminal o constante. Si esta variación de la aceleración puede ser expresada como a = (g/v^2_f) $(v^2_f - v^2)$, determine el tiempo necesario para que la velocidad se vuelva $v < v_f$. Inicialmente la partícula cae del reposo.

Solución:

Cálculo del tiempo necesario t para que $v < v_f$:

Sabemos que: $\frac{dv}{dt} = a = \left(\frac{g}{v_f^2}\right)(v_f^2 - v^2)$;

Integrando: $\int_0 \frac{dv}{v_f^2 - v^2} = \frac{g}{v_f^2}\int_0 dt$; $v = 0; t = 0$; $\frac{1}{2v_f}Ln\left(\frac{v_f + v}{v_f - v}\right)\Big|_0^v = \frac{g}{v_f^2}t\Big|_0^t$; reemplazando;

Tenemos: $t = \frac{v_f}{2g}Ln\left(\frac{v_f + v}{v_f - v}\right)$; donde; $v \le v_f$.

DINAMICA

12.3 CINEMATICA RECTILINEA: MOVIMIENTO ERRATICO

PROBLEMAS RESUELTOS.

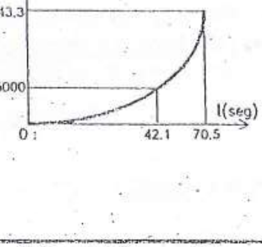
12.38. Un avión parte del reposo, viaja 5000 pies por una pista y, después de acelerar uniformemente, despega con una rapidez de 162 mi/h. Luego asciende en línea recta con aceleración uniforme de 3 pies/s² hasta que alcanza una rapidez constante de 220 mi/h. Trace las gráficas s-t, v-t y a-t que describen el movimiento.

Solución:

Gráficas s-t, v-t y a-t que describen el movimiento:

Se sabe: $v_1 = 0$; velocidad inicial;

Acelera hasta: $v_2 = 162\,\frac{milla}{h}\,\frac{(1\ h)\ 5280 pies}{(3600\,s)\ (1\ ml)} = 237.6\ pies/seg$;



Su aceleracion sale de: $v_2^2 = v_1^2 + 2\,a_1\,(s_2 - s_1)$;

Luego: $(237.6)^2 = 0^2 + 2(a_c)$ (5000-0);

De donde: a_1 = 5.64538 pies/s²

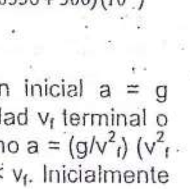
El tiempo que se invierte: $v_2 = v_1 + a_1t$;

Con datos: 237.6 = 0 + 5.64538 t;

De donde: t = 42.09 s;

De nuevo acelera hasta alcanzar:

$v_3 = 220\,\frac{milla}{h}\,\frac{(1\ h)\ 5280 pies}{(3600\,s)\ (1\ ml)} = 32267\ pies/seg$;



La nueva posicion que alcanza:

Como: $v_3^2 = v_2^2 + 2\,a_2\,(s_3 - s_2)$;

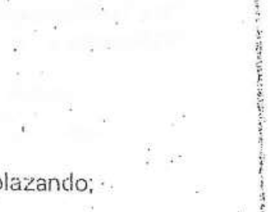
Luego: $(322.67)^2 = (237.6)^2 + 2(3)$ (s – 5000);

De donde: s = 12943.34 pies; su nueva posición;

El tiempo que utiliza: $v_3 = v_2 + a_2t$;

Luego: 322.67 = 237.6 + 3t;

De donde: t = 28.4 s



12.39. El elevador parte del reposo en la planta baja del edificio. Puede acelerar a 5 pies/s² y luego desacelerar a 2 pies/s². Determine el tiempo más corto que le toma alcanzar un piso ubicado a 40 pies de la planta baja. El elevador parte del reposo y luego se detiene. Trace las gráficas a-t, v-t, y s-t para el movimiento.

Solución:El tiempo mas corto se da cuandoacelera hasta una velocidad maxima;luegodesacelera hasta parar;

Gráficas a-t, v-t, y s-t para el movimiento:

La suma de ambos espacios sera 40pies;

Cuando acelera: + ↑ $v_2 = v_1 + a_ct_1$;

Alcanza la velocidad: $v_{max} = 0 + 5t_1$..(1);

Cuando desacelera: + ↑ $v_3 = v_1 + a_ct$;

Hasta detenerse: $0 = v_{max} - 2t_2$..(2);

De ambas ecuaciones (1) y (2): $t_1 = 0.4\ t_2$;

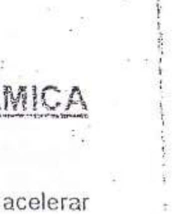
Espacio recorrido cuando acelera: $s_2 = s_1 + v_1t + \frac{1}{2}a_ct_1^2$;

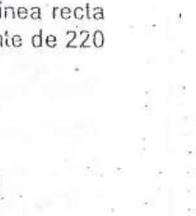
Con datos: $h = 0 + 0 + \frac{1}{2}(5)(t_1^2) = 2.5t_1^2$;

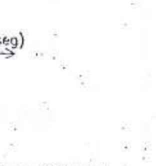
Luego desacelera y recorre el espacio;

$40 - h = 0 + v_{max}t_2 - \frac{1}{2}(2)t_2^2$;

Tambien tenemos: $v^2 = v_1^2 + 2a_c\,(s - s_1)$;







$s-0=\frac{1}{2}(4)(5)+(8-4)(5)=30$; de donde: s = 30 m.

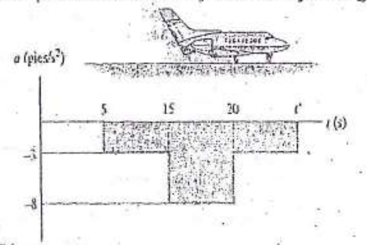
Para t = 12 s:

Se tiene de v-t: $a=\frac{dv}{dt}=\frac{-5}{5}=-1\,m/s^2$;

El espacio recorrido: $\Delta s=\int v\,dt$; que es el area de la curva v-t; desde 0 a 12s;

$s-0=\frac{1}{2}(4)(5)+(10-4)(5)+\frac{1}{2}(15-10)(5)-\frac{1}{2}(3)(3)$; de donde: s = 48 m.

12.46. Un avión aterriza sobre la pista recta, viajando originalmente a 110 pies/s cuando s = 0. Si está sometido a las desaceleraciones mostradas, determine el tiempo t' necesario para detenerlo y construya la gráfica s – t para el movimiento.



Solución:

Cálculo del tiempo t' necesario para detener el avión:

En el grafico a-t mostrado hay cuatro tramos donde al inicio el avion se mueve a velocidad constante, aterriza con v_0 = 110 pies/s;

En grafico a-t: $\Delta v=\int a\,dt$; como en t'; v = 0;

0 – 110 = -3 (15 – 5) – 8 (20 – 15) – 3 (t' - 20);

De donde: $t'=33.33seg$;

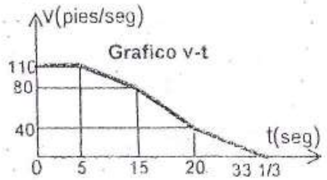
Trazado de la gráfica v-t y s-t:

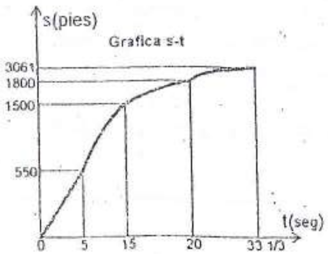
Como v-t es lineal calculamos velocidades finales en cada tramo;

Luego unimos con una linea;

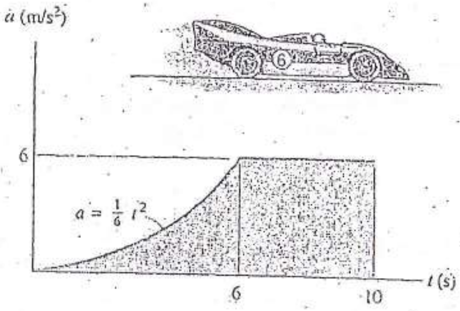
La posición se calcula con area en v-t;

La curva s-t es lineal al inicio luego parabola;





12.47. Un carro de carreras parte del reposo, viaja a lo largo de un camino recto y por 10 s tiene la aceleración mostrada. Construya la gráfica v – t que describe el movimiento y encuentre la distancia recorrida en 10 s.



Solución

Construcción de la gráfica v – t:

En la gráfica a-t tenemos dos tramos

Para el tramo: 0 s ≤ t < 6 s.

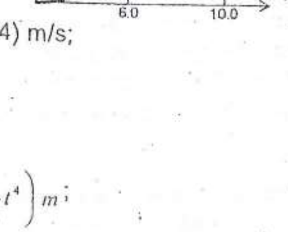
Como $a=\frac{dv}{dt}$; se tiene que; dv = adt; integrando con la condición; $t=0;\ v=0$;

$\int_0^v dv=\int_0^t \frac{1}{6}t^2\,dt$; luego; $v=\left(\frac{1}{18}t^3\right)m/s$;

Para: t = 6seg; $v=\frac{1}{18}(6^3)=12.0\ m/s$;

Para el tramo: 6 s < t ≤ 10 s.

Análogamente como dv = adt;



Integrando: $\int_{12.0\ m/s}^{v} dv=\int_{6s}^{t} 6\,dt$; de donde; v = (6t – 24) m/s;

Para: t = 10 s, v = 6 (10) – 24 = 36 m/s;

Cálculo de la distancia recorrida s en 10 seg:

Para el tramo: 0 s ≤ t < 6 s; como: ds = v dt;

Integrando tenemos: $\int_0^s ds=\int_0^t \frac{1}{18}t^3\,dt$; luego; $s=\left(\frac{1}{72}t^4\right)m$;

Si t = 6s; tenemos; $s=\frac{1}{72}(6^4)=18.0\,m$;

Para el tramo: 6 s < t ≤ 10 s; como; ds = vdt;

Como s = 0.1m; $t = \frac{0.44721}{2} = 0.2235 seg$;

Para la desaceleracion: $\int_{0.89442}^{v} dv = -\int_{0.2235}^{t} 4\,dt$;

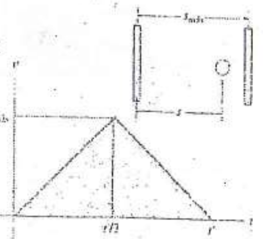
Integrando: v = -4 t + 1.78842;

Como ds = vdt; $\int_{0.1}^{s} ds = \int_{0.2235}^{t} (-4t + 1.78842)dt$;

s = - 2 t^2 + 1.78842 t – 0.2; cuando; t = 0.447 s, se tiene: s = 0.2 m.

Con estos datos trazamos la gráfica s-t.

12.43. La gráfica v-t para una particula que se mueve a través de un campo eléctrico de una placa a otra tiene la forma mostrada en la figura, donde t' = 0.2s y $v_{máx}$ = 10 m/s. Trace las gráficas s-t y a-t para la particula. Cuando t = t'/2 la particula está en s = 0.5 m.



Solución:

Trazado de las gráficas s-t y a-t para la partícula:

Cuando acelera: 0 < t < 0.1 s

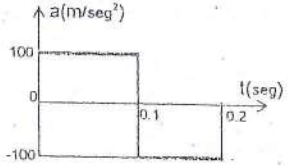
Del grafico: v = 100 t;

De donde: $a = \frac{dv}{dt} = 100$

Como: ds = v dt; integro: $\int_0 ds = \int_0 100\,t\,dt$;

De donde: s = 50 t^2

Cuando: t = 0.1 s; se tiene; s = 0.5 m.



Cuando desacelera: 0.1 s < t < 0.2 s;

Del gráfico: v = -100 t + 20;

De donde: $a = \frac{dv}{dt} = -100$;

Tambien: ds = v dt; luego integrando;

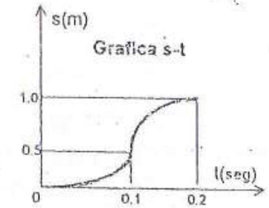
$\int_{0.5} ds = \int_{0.1} (-100\,t + 20)\,dt$;

Operando: s – 0.5 = (-50 t^2 + 20t – 1.5);

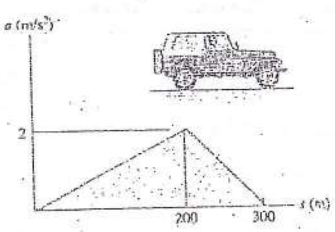
De donde: s = -50 t^2 + 20 t – 1;

Cuando: t = 0.2 s; se tiene; s = 1 m.

Con estos datos procedemos a trazar s-t y a-t.



12.44. Se da la gráfica a-s para los primeros 300 m de recorrido de un jeep que viaja a lo largo de un camino recto. Construya la gráfica v-s. En s = 0, v = 0.



Solución: Tenemos dos tramos en la gráfica adjunta.

Construcción de gráfica v-s:

En tramo: 0 m < s ≤ 200 m.

$\frac{a-0}{s-0} = \frac{2-0}{200-0}$; $a = (0.01s)\ m/s^2$;

Para tramo: 200 m < s ≤ 300 m.

$\frac{a-2}{s-200} = \frac{0-2}{300-200}$;, $a = (-0.02s + 6)\ m/s^2$;

Para 0 m ≤ s < 200 m; como: vdv = ads; integrando;

Tenemos: $\int_0^{v} v dv = \int_0 0.01 s ds$; de donde: v = (0.1s) m/s;

Para: s = 200 m; v = 0.1 (200) = 20.0 m/s

Para el tramo: 200 m < s ≤ 300 m,

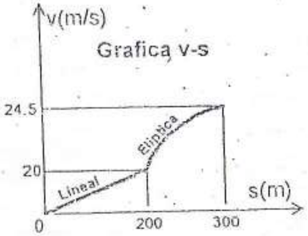
Como: vdv = ads; integrando;

Tenemos: $\int_{20.0\,m/s}^{v} v dv = \int_{200\,m} (-0.02s + 6)\,ds$;

Tabulando: $v = \left(\sqrt{-0.02s^2 + 12s - 1200}\right) m/s$;

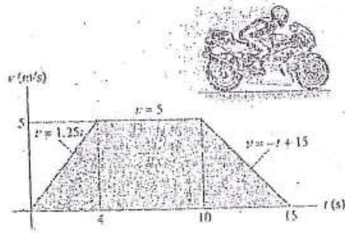
Para: s = 300 m;

Se tiene. $v = \sqrt{0.02(300^2) + 12(300) - 1200} = 24.5\ m/s$



Con estos datos trazamos la gráfica v-s para ambos tramos.

12.45. Una motocicleta parte del reposo en s = 0 y viaja a lo largo de un camino recto con la rapidez mostrada por la gráfica v – t. Determine la aceleración y la posición de la motocicleta cuando t = 8 s y t = 12 s.



Solución:

Cálculo de la aceleración y posición cuando t = 8 s y t = 12 s:

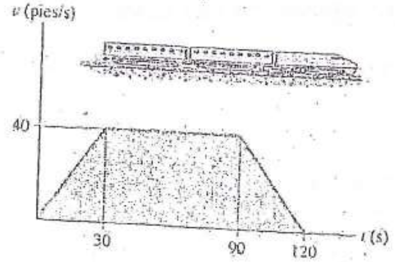
Del anterior grafico mostrado;

Para: t = 8s: $a = \frac{dv}{dt} = 0$;

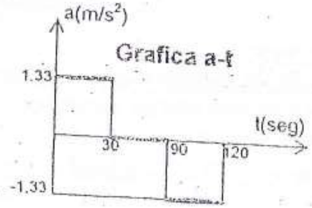
El espacio recorrido es: Δ s = ∫ v dt; que sera el area debajo de la curva v-t;

Integrando tenemos: $\int_{8.0\,m}^{s} ds = \int_{8\,s}^{t}(6t-24)\,dt$; de donde; $s = (3t^2 - 24t + 54)$ m;
Luego cuando; t = 10 s; $s = 3(10^2) - 24(10) + 54 = 114$ m
Como en los dos tramos no para;
Entonces: s = 114 m; es la distancia recorrida en 10seg.

12.48. Se muestra la gráfica v-t para el movimiento de un tren que va de la estación A a la B. Trace la gráfica a-t y determine la rapidez promedio del tren y la distancia entre las estaciones.

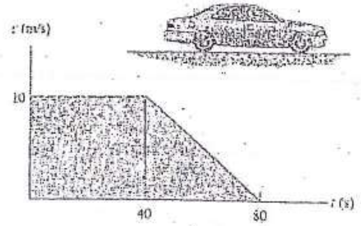


Solución:
Cálculos para el trazado de a-t:
En la gráfica v-t tenemos tres tramos;
Para: 0 ≤ t < 30 s; $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40}{30} = 1.33\ pies/s^2$;
Para: 30 < t < 90 s; $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$;
Para: 90 < t <120 s;
Tenemos: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-40}{120-90} = -1.33\ pies/s^2$;
Finalmente con estos datos trazamos la gráfica a-t.

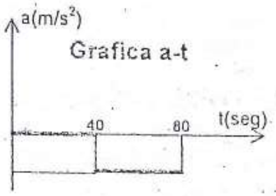


Cálculo de la distancia s entre las estaciones:
Como: Δs = ∫ v dt; el area en v-t es el Δs;
Luego: $s - 0 = \frac{1}{2}(40)(30) + 40(90-30) + \frac{1}{2}(40)(120-90)$;
De donde: s = 3600 pies;
Cálculo de la rapidez promedio:
La rapidez promedio es: $(v_{rap})_{prom} = \frac{s_T}{\Delta t} = \frac{3600}{120} = 30\ pies/s$;

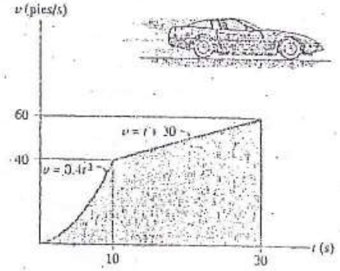
12.49. La velocidad de un automóvil está graficada como se muestra. Determine la distancia total que recorre hasta que se detiene(t=80s). Construya la gráfica a –t.



Solución:
Cálculo de la distancia total recorrida en t = 80s:
Tenemos de la gráfica dos tramos;
Como: Δs = ∫ v dt; el area en v-t es el Δs;
Por tanto: $s = 10(40) + \frac{1}{2}(10)(80-40) = 600\,m$;
Cálculos para el trazado de a-t:
Para: 0 s ≤ t < 40 s; se tiene; $a = \frac{dv}{dt} = 0$;
Para: 40 s < t ≤ 80 s; la ecuacion v-t sera:
$\frac{v-10}{t-40} = \frac{0-10}{80-40}$; $v = \left(-\frac{1}{4}t + 20\right) m/s$;
Derivando la ecuación anterior: $a = \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{4} = -0.250\ m/s^2$;
Finalmente con estos datos trazamos la gráfica a-t.

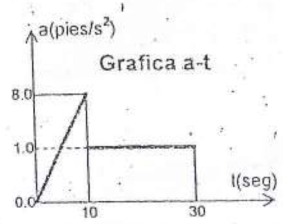


12.50. La gráfica v-t para el movimiento de un automóvil que viaja a lo largo de un camino recto se muestra en la figura. Trace la gráfica a-t y determine la aceleración máxima durante el intervalo de tiempo de 30 s. El automóvil parte del reposo en s = 0.

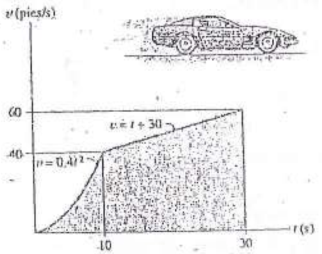


Solución:
Cálculo de aceleración máxima en el tiempo de 30 s

Movimiento unidimensional;
Para: $0\ s < t < 10\ s$: $v = 0.4t^2$;
Sabemos: $a = \dfrac{dv}{dt} = 0.8t$; para $t = 10$ s;
Tenemos: $a = 8$ pies/s^2;
Para: $10 < t \leq 30$ s; $v = t + 30$;
Luego: $a = \dfrac{dv}{dt} = 1 pies/s^2$; de ambos tramos;
Se tiene: $a_{max} = 0.8(10) = 8$ pies/s^2;
Finalmente trazamos la gráfica a-t:

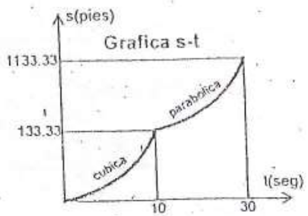


12.51. La gráfica v – t para el movimiento de un automóvil que viaja a lo largo de un camino recto se muestra en la figura. Trace la gráfica s-t y determine la rapidez promedio y la distancia recorrida en el intervalo de tiempo de 30 s. El automóvil parte del reposo en s = 0.



Solución:

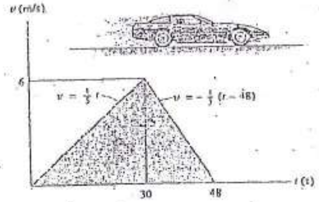
Cálculo de la rapidez promedio:
Utilizando el grafico v-t anterior;
Para: $0 < t < 10$ s; $v = 0.4\ t^2$;
Sabemos: $ds = v\ dt$; como; $t = 0; v = 0; s = 0$;
Integrando: $\int_0^s ds = \int_0^t 0.4t^2\ dt$; $s = 0.1333\ t^3$
Luego para: $t = 10$s; se tiene; $s = 133.3$ pies;
Para: $10 < t < 30$ s; $v = t + 30$;
Como: $ds = v\ dt$; integrando;
Tenemos: $\int_{33.3}^s ds = \int_0^t (t+30)\,dt$;
De donde: $s = 0.5t^2 + 30t - 216\ 2/3$; para: $t = 30$ s; su posicion es: $s = 1133\ 1/3$ pies;



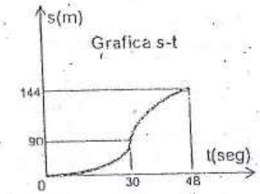
Luego la rapidez promedio es: $(v_{rap})_{prom} = \dfrac{s_T}{\Delta t} = \dfrac{1133.33}{30} = 37\dfrac{7}{9}\ pies/seg$;

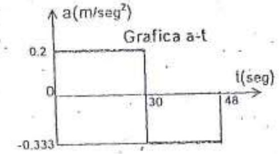
Cálculo de la distancia recorrida en el intervalo de tiempo de 30 s:
Como no paro: $s_T = 1133.33$pies;
Finalmente con los datos anteriores graficamos s-t.

12.52. Un automóvil viaja a lo largo de un camino recto con la rapidez mostrada por la gráfica v-t. Determine la distancia total que recorre hasta que se detiene cuando t = 48 s. Trace también las gráficas s-t y a-t.



Solución:
Cálculo de la distancia total que recorre en t = 48 s:
Tenemos dos tramos en grafico v-t
Para: $0 \leq t < 30$seg.
Se tiene: $v = \dfrac{1}{5}t$; de donde; $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{1}{5}$;
Tambien como: $ds = vdt$;
Integrando tenemos: $\int_0^s ds = \int_0^t \dfrac{1}{5}\ t\,dt$; de donde: $s = \dfrac{1}{10}\ t^2$;
Cuando: $t = 30$ s; se tiene; $s = 90$ m;
Para: $30 \leq t < 48$s; se tiene; $v = -\dfrac{1}{3}\ (t - 48)$;
Derivando: $a = \dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{1}{3}$; luego como: $ds = vdt$;
Integrando: $\int_{90}^s ds = \int_{30}^t -\dfrac{1}{3}(t-48)\ dt$; de donde: $s = -\dfrac{1}{6}t^2 + 16t - 240$;





Luego para: $t = 48$ s, $s = 144$ m

Tambien del grafico v-t; como; $\Delta s = \int v\ dt$; el area es; $s - 0 = \dfrac{1}{2}(6)\ (48) = 144m$;

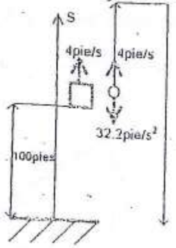
Finalmente con los datos anteriores trazamos las graficas s-t y a-t.

12.53. Un hombre que viaja hacia arriba en un elevador de carga deja caer accidentalmente un paquete fuera del elevador cuando éste está a 100 pies del suelo. Si el elevador mantiene una rapidez constante hacia arriba de 4 pies/s, determine su altura con respecto al suelo en el instante en que el paquete toca el suelo. Trace la curva v-t para el paquete durante el tiempo en que está en movimiento. Suponga que el paquete fue soltado con la misma rapidez que el elevador lleva hacia arriba.

Solución:

Cálculo de altura que esta el hombre cuando la bolsa llega al suelo:

Analizamos el movimiento del paquete soltado a 100 pies de altura y con una velocidad inicial hacia arriba de 4 pies/s.



Sabemos:(+ ↑) $v^2 = v_0^2 + 2a_c\,(s_2 - s_0)$;

Cae al suelo a: $v^2 = (4)^2 + 2(-32.2)\,(0 - 100)$;

De donde: v = 80.34924pies/s ↓;cae al suelo;

Tambien sabemos: (+ ↑) $v = v_0 + a_c t$;

Con valores: $-80.35 = 4 + (-32.2)t$;

De donde: t = 2.620 s; intante que llega al suelo;

La posicion del elevador: (+ ↑) $s_2 = s_0 + vt$;

Como inicialmente esta a 100pies y se mueve a velocidad constante:

Tenemos; s = 100 + 4(2.620);

Luego el elevador esta a; s = 110.48 pies de altura cuando la bolsa llega al suelo.

12.54. Dos automóviles parten del reposo uno al lado del otro y viajan a lo largo de un camino recto. El automóvil A acelera a 4 m/s^2 por 10 s y luego mantiene una rapidez constante. El automóvil B acelera a 5 m/s^2 hasta alcanzar una rapidez constante de 25 m/s y luego mantiene esta rapidez. Construya las gráficas a-t, v-t y s-t para cada automóvil hasta t = 15s. ¿Cuál es la distancia entre los dos automóviles en t = 15 s?.

Solución:

Cálculo de la distancia entre los dos automóviles cuando t = 15 s:

Dos carros que aceleran y luego mantienen su velocidad constante.

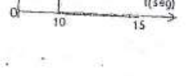
Para el carro B: v_B = 25 m/s; como; $v = v_0 + a_c t$;

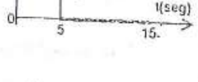
Se tiene: $t = \frac{25}{5} = 5s$; luego; $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2$;

Con valores: $s_B = 0 + 0 + \frac{1}{2}(5)t^2 = 2.5t^2$;

Para t = 5 seg.; se tiene; s_B = 62.5 m;

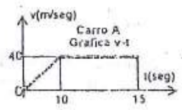
El carro A: en t = 10 s; v_A = (10)(4)=40 m/s;

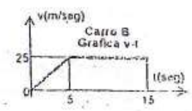




Sabemos: $s_A = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2$;

$s_A = 0 + 0 + \frac{1}{2}(4)t^2 = 2t^2$;



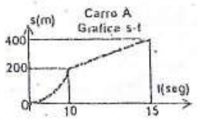


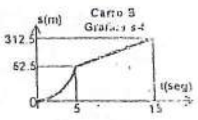
Luego para: t = 10 s; se tiene; s_A = 200 m;

Para el carro B como: ds = v dt

Para t > 5: $\int_{62.5}^{s_B} ds = \int_5^t 25\,dt$

$s_B - 62.5 = 25t - 125$; $s_B = 25t - 62.5$





Para el carro A como: ds = v dt;

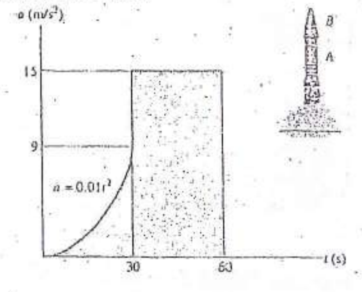
Para: t > 10 s; $\int_{200}^{s_A} ds = \int_{10}^{t} 40\,dt$

De donde: $s_A = 40t - 200$; cuando; t = 15 s; s_A = 400 m y s_B = 312.5;

La distancia entre ellos en 15 seg.es $\Delta s = s_A - s_B = 400 - 312.5 = 87.5$ m;

Donde el carro A va delante de B; luego se traza las gráficas a-t, v-t y s-t para A y B.

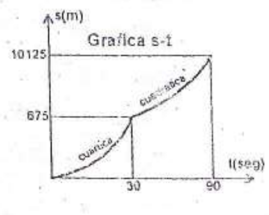
12.55. Un cohete de dos etapas es disparado verticalmente desde el reposo en s = con la aceleración mostrada. Después de 30 s, la primera etapa A se agota y enciende la segunda etapa B. Trace las gráficas v-t y s-t que describen el movimier de la segunda etapa para 0 ≤ t ≤ 60s.



Solución:

Cálculos para el trazado de las gráficas v-t y s-t:

Analizamos los dos tramos del gráfico en a-t;



Para el tramo: 0 ≤ t < 30 s; como dv = a dt;

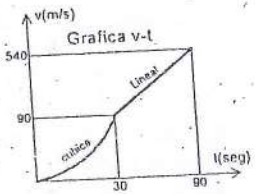
Integrando: $\int_0^v dv = \int_0^t 0.01\,t^2\,dt$; de donde: $v = 0.00333\,t^3$;

Cuando: t = 30 s, alcanza la velocidad de ; v = 90 m/s;

Luego como ds= vdt; integrando: $\int_0^s ds = \int_0^t 0.00333\,t^3\,dt$;

De donde: $s = 0.000833\,t^4$;

Cuando: t = 30 s, esta en; s = 675 m;



Para el tramo: 30 s ≤ t < 60 s; como; dv=adt;

Integrando: $\int_{90} dv = \int_{30} 15dt$; luego;v = 15t – 360

Cuando: t = 60 s, alcanza; v = 540 m/s;

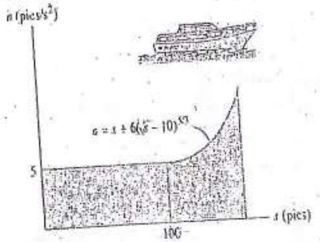
Como ds = v dt: $\int_{675} ds = \int_{30} (15t-360)\,dt$;

De donde: s = $7.5t^2$ – 360 t + 4725

Cuando: t = 60 s; esta en; s = 10125 m;

Finalmente con estos cálculos trazamos las graficas v-t y s-t.

12.56. Se da la gráfica a-s para un bote que viaja a lo largo de una trayectoria recta. Si el bote parte de s = 0 cuando v = 0, determine su rapidez cuando está en s = 75 y 125 pies, respectivamente. Con regla de Simpson de n = 100 evalue v en s = 125 pies.



Solución:

Cálculo de rapidez cuando está en s = 75 y 125 pies:

Analizamos la gráfica a-s donde hay dos tramos;

Para tramo 0 pies ≤ s < 100 pies;

Como: vdv = ads; y $v=0; s=0$; integrando: $\int_0 vdv = \int_0 5ds$;

De donde: $v = \left(\sqrt{10s}\right) pies/seg.$

Para: s = 75 pies; $v = \left(\sqrt{(10)(75)}\right) = 27.4\,pies/s$;

Para: s = 100 pies; $v = \left(\sqrt{10(100)}\right) = 31.62\,pies/s$;

Para tramo 100 < s ≤125 pies;

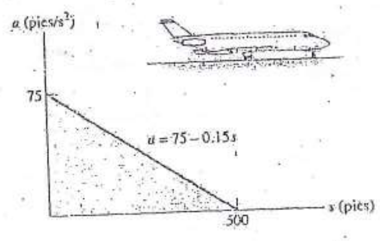
Como; vdv = ads; integrando: $\int_{31.62\,pie/s} vdv = \int_{100\,pie}^{125\,pie} \left[s + 6\left(\sqrt{s}-10\right)^{5/3}\right] ds$;

Luego evaluando la integral del lado derecho con el metodo Simpson n = 100;

Obtenemos: $\int_{100\,pie}^{125\,pie} \left[s + 6\left(\sqrt{s}-10\right)^{5/3}\right] ds = 2888.53\,pie^2/s^2$;

Luego como: $\left.\frac{v^2}{2}\right|_{31.62\,pie/s}^{v} = 2888.53\,pie^2/s^2$; obtenemos; v = 82.322pie/seg.; (si s=125').

12.57. El avión a chorro parte del reposo en s=0 y es sometido a la aceleración mostrada. Determine su rapidez cuando ha viajado 200 pies. ¿Qué tiempo requiere este avión para viajar 200 pies?.



Solución:

Cálculo de rapidez cuando ha viajado 200 pies:

Analizando el gráfico a-s tenemos;

a = 75 – 0.15s; pero como v dv = a ds; integrando: $\int_0 vdv = \int_0 (75-0.15s)\,ds$;

De donde: $v = \sqrt{150s - 0.15s^2}$;

Para s = 200 pies; se tiene $v = \sqrt{150(200) - 0.15(200)^2} = 155\,pies/seg$;

Cálculo del tiempo invertido al viajar 200 pies:

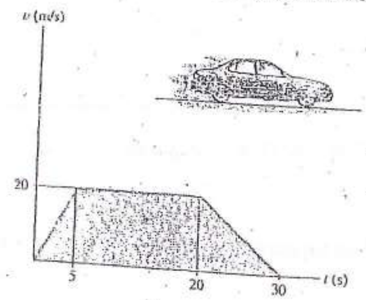
Tambien sabemos que: $v = \frac{ds}{dt}$; luego; $dt = \frac{ds}{\sqrt{150s-0.15s^2}}$;

Integrando: $\int_0 dt = \int_0^{200} \frac{ds}{\sqrt{150s-0.15s^2}}$;

Resolviendo la integral: $t = 2.582\sin^{-1}\left(\frac{0.3s-150}{150}\right)\Big|_0^{200} = 2.39s$;

Luego: en t = 2.39segundos recorre 200pies.

12.58. Se muestra la gráfica v-t de un automóvil que viaja a lo largo de un camino. Trace las gráficas s-t y a-t para el movimiento.



Solución:

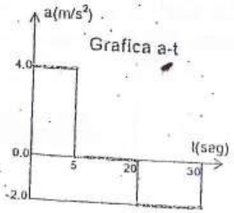
Cálculos para trazar las gráficas s-t y a-t para el movimiento:

En el gráfico v-t tenemos tres tramos;

Para: $0 \le t \le 5$; $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{20}{5} = 4\, m/s^2$;

Para: $5 \le t \le 20$; $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{20-20}{20-5} = 0\ m/s^2$;

Para: $20 \le t \le 30$; $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{0-20}{30-20} = -2\ m/s^2$;



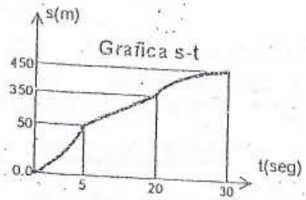
En v-t el area bajo la curva es la posicion;

Luego para t_1=5s, t_2=20s, y t_3 = 30 s.

$s_1 = A_1 = \frac{1}{2}(5)\,(20) = 50\ m$;

$s_2 = A_1 + A_2 = 50 + 20(20-5) = 350$ m;

$s_3 = A_1 + A_2 + A_3 = 350 + \frac{1}{2}(30-20)(20) = 450\,m$;



Luego integrando ds = vdt para cada tramo;

Obtenemos las ecuaciones s-t;

$0 \le t \le 5\,s$ $\ v = 4t;\ ds = v\,dt;\ \int_0^s ds = \int_0^t 4t\,dt;\ \ s = 2t^2$

$5 \le t \le 20\,s$ $\ v = 20;\ ds = v\,dt;\ \int_{50}^s ds = \int_5^t 20\,dt;\ \ s = 20t - 50$

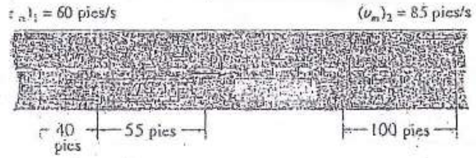
$20 \le t \le 30\ s$ $\ v = 2(30-t);\ ds = v\,dt$;

$\int_{350}^s ds = \int_{20}^t 2(30-t)\,dt;\ \ s = -t^2 + 60\,t - 450$

Con los resultados anteriores trazamos las graficas a-t y s-t.

12.59. Un motociclista localizado en A va viajando a 60 pies/s cuando quiere pasar el camion T que se desplaza con rapidez constante de 60 pies/s. Para hacerlo, el motociclista acelera a 6 pies/s² hasta que alcanza una rapidez máxima de 85 pies/s. Si

se mantiene esta rapidez, determine el tiempo necesario para que el motociclista alcance un punto localizado a 100 pies por enfrente del camión. Trace las gráficas v-t y s-t para la motocicleta durante este tiempo.



Solución:

Cálculo del tiempo necesario para la moto para ubicarse a 100 pies delante:

El tiempo que demora la moto para alcanzar 85 pies/s;

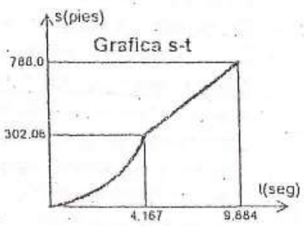
Sabemos: $v = v_0 + a_c t$; luego cuando; $85 = 60 + 6t$;

De donde: t = 4.167 s;

Sabemos que: $v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$;

La distancia recorrida sera; $(85)^2 = (60)^2 + 2(6)\,(s_m - 0)$;

De donde: s_m = 302.08 pies;



En el mismo tiempo t = 4.167 s;

El camion recorre: s_t = 60 (4.167) = 250pies;

Lo que le falta a la moto para separarse 100pies del camion es;

40 + 55 + 250 + 100 – 302.08 = 142.92 pies;

Luego de alcanzar los 85 pies/s y mantenerlo constante;

El tiempo que requiere la moto para separarse 100 pies es; como $s = s_0 + v_0\,t$;

Luego la moto: (s + 142.92) = 0 + 85t'; el camion; s = 0 + 60t';

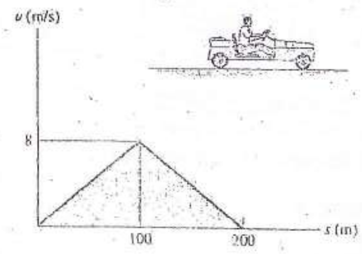
Resolviendo las dos ecuaciones anteriores tenemos: t' = 5.717seg.

Luego el tiempo total para lograr que la moto adelante 100pies al camion es:

t_T = t + t' = 4.167 + 5.717 = 9.884seg.

El espacio total recorrido por la moto es: s_T = 302.08 + 85(5.717) = 788 pies.

12.60. Se muestra la gráfica v-s de un carro que viaja sobre un camino recto. Determine su aceleración en s = 50 m y s = 150 m. Trace la gráfica a-s.



Solución:

Cálculo de su aceleración en s = 50 m y s = 150 m:

Analizamos la gráfica v-s de dos tramos;

Para el tramo: $0 \le s < 100m$;

Conocemos la relacion: a ds = v dv; de donde: $a = v\left(\frac{dv}{ds}\right)$;

Como; v = 0.08 s, diferenciando: dv = 0.08 ds;

Esto en lo anterior: ads = (0.08 s) (0.08 ds);

De donde se obtiene: a = 0.0064s..(1);

Luego para; s = 50 m; se tiene; a = 0.32 m/s^2;

Para el tramo: $100 < s < 200$;

Del grafico v-s: v = -0.08 s + 16;

Derivando se tiene: dv = -0.08 ds

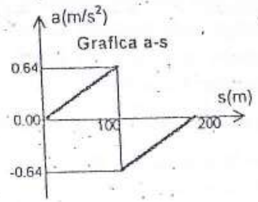
Como: a ds = v dv; reemplazando v y dv:

ads = (-0.08 s + 16) (-0.08 ds);

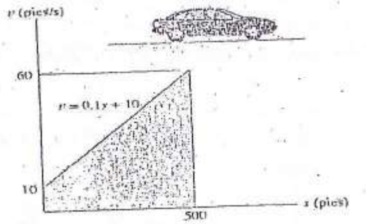
De donde: a = 0.08 (0.08 s – 16)..(2);

Para: s = 150 m, tenemos; a = -0.32 m/s^2

Finalmente graficamos las relaciones (1) y (2).



12.61. La gráfica v-s para el automóvil está dada para los primeros 500 pies de su movimiento. Construya la gráfica a – s para $0 \le s \le 500$ pies. ¿Qué tiempo tarda en viajar la distancia de 500 pies? El automóvil parte de s = 0 cuando t = 0.



Solución:;

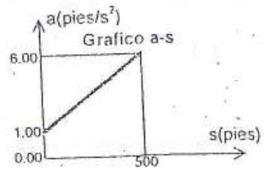
Calculo del tiempo en alcanzar s = 500m:

De v-s se sabe que en t = 0 s; s = 0 pies;

El tiempo en terminos de posicion se obtiene;

Aplicando: $v = \frac{ds}{dt}$; luego; $dt = \frac{ds}{v}$;

Integrando: $\int_0 dt = \int_0 \frac{ds}{0.1s+10}$;



De donde: t = 10ln (0.1s + 10)-10 ln10; cuando: s = 500 pies;

Se tiene: t = 10(ln [0.1 (500) + 10] - ln10) = 17.92 seg.

Grafico a-s:

Sabemos que a ds = a dv;

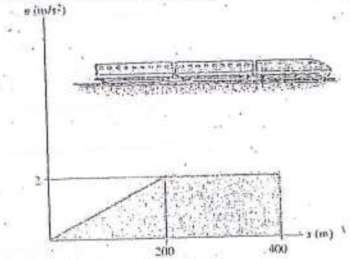
Luego como: $a = v\frac{dv}{ds}$; del gràfico tenemos; $v = 0.1s + 10$; $dv/ds = 0.1$;

Luego: $a = v\frac{dv}{ds} = (0.1s+10)\,(0.1) = (0.01s+1)pie/s^2$;

Para s = 0 y s = 500 pies; tenemos:

a = 0.01(0) + 1 = 1.00 pie/s^2; a = 0.01 (500) + 1 = 6.00 pies/s^2. Finalmente trazo a-s.

12.62. La gráfica a-s para un tren que viaja a lo largo de una vía recta está dada para los primeros 400 m de su movimiento. Trace la gráfica v-s. v = 0 en s = 0.



Solución:

Cálculos para trazar la gráfica v-s:

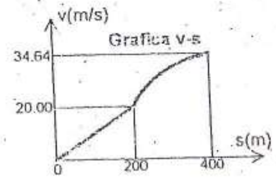
Analizamos la grafica a-s de dos tramos;

En el tramo $0 \le s \le 200m$: $a_{(s)} = \frac{1}{100}s$;

Sabemos que: a ds = v dv; con lo anterior;

Como: $s = 0; v = 0$; luego; $\int_0 \frac{1}{100} s\, ds = \int_0 v\, dv$;

Evaluando limites: $\frac{1}{200}s^2 = \frac{1}{2}v^2$; de donde; v = 0.1 s;



Para s = 200; se tiene; v = 20 m/s;

Para el tramo $200 \le s \le 400$: a = 2m/s^2

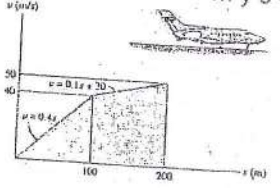
Luego como: a ds = v dv;

Reemplazando e integrando: $\int_{200} 2\, ds = \int_{20} v\, dv$; $2(s-200) = \frac{1}{2}(v^2 - 400)$;

De donde: $v^2 = 4s - 400$;

Para s = 400 m; $v = \sqrt{4(400) - 400} = 34.64\ m/s$; finalmente trazamos la grafica v-s:

12.63. La gráfica v-s es la de un avión que viaja sobre una pista de despegue recta. Determine la aceleración del avión en s = 100 m y s = 150 m. Trace la gráfica a-s.



Solución:

Cálculo de la aceleración del avión en s = 100 m y s = 150 m:

Analizamos el grafico v-s en los dos tramos;

Para el tramo $0 \le s \le 100$ m: v = 0.4s; diferenciando; dv = 0.4 ds;

Sabemos: ads = v dv; reemplazando v y dv;

Tenemos: ads = 0.4 s (0.4ds);

De donde: a = 0.16s;

Para: s = 100 m; a = (0.16)(100) = 16 m/s^2.

Para el tramo $100\ m \le s \le 200$ m:

Sabemos que: ads = v dv;

Del grafico: v = 0.1 s + 30; diferenciando; dv = 0.1 ds;

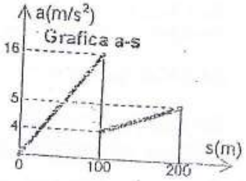
Reemplazando v y dv: ads = (30 + 0.1 s) (0.1 ds);

De donde: a = 3 + 0.01 s; luego;

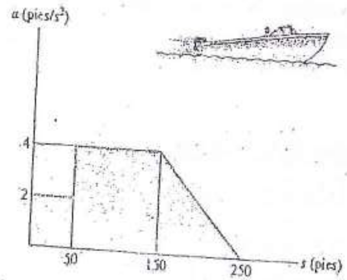
Para: s = 150 m; a = 4.5 m/s^2;

Para s = 100 m; a = 4 m/s^2;

Para s = 200 m; a = 5 m/s^2; con estos datos trazamos a-s.



12.64. Partiendo del reposo en s = 0, un bote viaja en línea recta con una aceleración como se muestra en la gráfica a-s. Determine la rapidez del bote cuando s = 40, 90 y 200 pies.



Solución:

Cálculo de la rapidez del bote cuando s = 40, 90 y 200 pies:

Sabemos que a ds = v dv; integrando tenemos: $\int a ds = \int_0^v v dv$;

Luego: $\int a ds = \frac{1}{2} v^2$; de donde; $v = \sqrt{2 \int a ds}$;

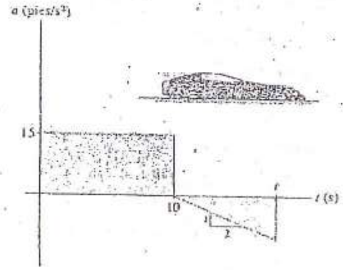
Como $\int a ds$; es el àrea bajo la curva a–s; calculamos las velocidades pedidas;

Para s = 40 pies: $v = \sqrt{2(2)(40)} = 12.65\ pies/s$;

Para s = 90 pies: $v = \sqrt{2[2(50)+4(40)]} = 22.8\ pies/s$;

Para s = 200 pies: $v = \sqrt{2\left[2(50)+4(100)+\frac{1}{2}(50)(4+2)\right]} = 36.055\ pies/s$.

12.65. El carro de pruebas parte del reposo y está sometido a una aceleración constante a_c = 15 pies/s^2 para $0 \le t \le 10$s. Se aplican los frenos, lo que causa una desaleración a la razón mostrada hasta que el carro se detiene. Determine la rapidez máxima del carro y el tiempo t en que se detiene.



Solución:

Calculo de la rapidez máxima del carro v_{max}:

Hay dos tramos en a-t en el primer tramo acelera del reposo;

Sabemos que el area bajo a-t es Δv; con esto; $v_{max} = A_1$ = (15) (10) = 150 pies/s;

Calculo del tiempo t cuando se detiene:

En el grafico para t>10 seg. se tiene; $a = -\frac{1}{2}(t-10)$; recta en a-t;

Como, dv = a dt; integrando; $\int_{150}^{v} dv = \int_{10}^{t} -\frac{1}{2}(t-10)\,dt$; $v - 150 = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}t^2 - 10t\right]_{10}^{t}$;

De donde: $v = 125 - \frac{1}{4}t^2 + 5t$;

Como conocemos v(t) y a-t; podemos hallar el t para v = 0;

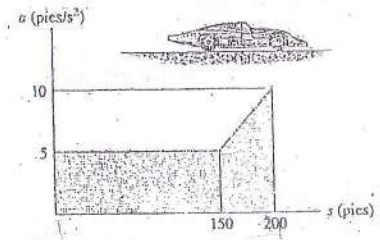
En gráfica a-t si: $A_1 + A_2 = (15)(10) + \frac{1}{2}(a)(t-10) = 0$; tambien si: $-\frac{1}{4}t^2 + 5t + 125 = 0$;

Con areas como $a = -\frac{1}{2}(t-10)$; $150 + \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{2}(t-10)\right](t-10) = 0$;

De otra forma: $v = 0 = -\frac{1}{4}t^2 + 5t + 125$; resolviendo cualquiera de ellas;

Tomando raiz positiva: t = 34.5seg; tiempo necesario para detenerse.

12.66. La gráfica a-s para un automóvil de carreras que viaja a lo largo de una pista recta ha sido determinado experimen-talmente. Si el automóvil parte del reposo en s = 0, determine su rapidez cuando s = 50, 150 y 200 pies, respectivamente.



Solución:

Cálculo de su rapidez cuando s = 50, 150 y 200 pies:

En la gráfica a-s hay dos tramos;

Para el tramo: 0 pies ≤ s < 150 pies.

Sabemos: vdv = ads; como v = 0; s = 0; integrando; $\int_0^v v dv = \int_0^s 5 ds$;

Resolviendo: $v = (\sqrt{10s})\, m/s$; con esto calculamos;

Para: s = 50 pies; $v = \sqrt{10(50)} = 22.4\ pies/s$;

Para: s = 150 pies; $v = \sqrt{10(150)} = 38.7\ pies/s$;

Para el tramo: 150 pies < s ≤ 200 pies;

Del gráfico tenemos; $\frac{a-5}{s-150} = \frac{10-5}{200-150}$; $a = \left(\frac{1}{10}s - 10\right) pies/s^2$;

Sabemos que vdv = ads; con lo anterior; integramos; $\int_{38.7\ pies/s}^{v} v dv = \int_{150\ pies}^{s} \left(\frac{1}{10}s - 10\right) ds$;

De donde: $v = \left(\sqrt{\frac{1}{10}s^2 - 20s + 2250}\right) pies/s$;

Con esto para s=200pies; $v = \sqrt{\frac{1}{10}(200^2) - 20(200) + 2250} = 47.4\ pies/s$.

12.67. Una partícula, originalmente en reposo y situada en el punto (3 pies, 2 pies, 5 pies), está sometida a una aceleración de a = {6ti + 12t²k} pies/s². Determine la posición de la partícula (x, y, z) en t = 1s.

Solución:

Tomamos a, v y r como vectores;

Se sabe que: dv = adt; si t=0; v= 0; integrando: $\int_0^v dv = \int_0^t (6ti + 12t^2k)dt$;

De donde: v = {3t² i + 4t³k} pies/s;

Cálculo de posición r para t = 1seg:

Sabemos: dr = vdt; si t=0; r=3i+2j+5k; integrando; $\int_{3i+2j+5k}^{r} dr = \int_0^t (3t^2 i + 4t^3 k)dt$;

Evaluando; r − (3i +2j + 5k) = t³ i + t⁴k; de donde; $r = \{(t^3+3)i + 2j + (t^4+5)k\}\ pies$;

Cuando t = 1s; r = (1³ + 3)i + 2j + (1⁴ + 5)k; de donde; r = {4i + 2j + 6k} pies.

12.68. La velocidad de una partícula está dada por v = {16t²i + 4t³j + (5t + 2)k m/s} donde t está en segundos. Si la partícula está en el origen cuando t = 0, determine la magnitud de su aceleración cuando t = 2s. ¿Cuáles son las coordenadas de posición x, y, z de la partícula en este instante.

Solución:

Calculo de aceleracion para t=2seg:

Sabemos: $a = \frac{dv}{dt} = \{32ti + 12t^2 j + 5k\} m/s^2$;

Cuando t = 2 s; a = 32(2)i + 12(2²) j + 5k; de donde; a = {64i + 48j + 5k}m/s²

El modulo de la aceleración: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{64^2 + 48^2 + 5^2} = 80.2\ m/s^2$.

Calculo de posicion para t=2seg:

Sabemos que: dr = v dt; para t=0; r= 0i+0j+0k;

Integrando: $\int_0^r dr = \int_0^t (16t^2 i + 4t^3 j + (5t+2)k)dt$; de donde; $r = \left[\frac{16}{3}t^3 i + t^4 j + \left(\frac{5}{2}t^2 + 2t\right)k\right] m$;

Para t = 2s; tenemos; $r = \frac{16}{3}(2^3)i + (2^4)j + \left[\frac{5}{2}(2^2) + 2(2)\right]k$;

De donde; $r=\{42.67i+16.0j+14.0k\}m$.

Finalmente las coordenadas en t=2s; se tiene; r= (42.67, 16.0, 14.0)pies.

12.69. Una partícula está viajando con velocidad de $v=\{3\sqrt{t}e^{-0.2t}i+4e^{-0.8t^2}j\}$ m/s. donde t está en segundos. Determine la magnitud del desplazamiento de la partícula desde t = 0 hasta t = 3s. Use la regla de Simpson con n = 100 para evaluar las integrales. ¿Cuál es la magnitud de la aceleración de la partícula cuando t = 2 s?.

Solución:

Calculo del desplazamiento de 0 – 3seg:

Sabemos: ds = v dt;

En el eje X: $\Delta s_x=\int_0^3 3\sqrt{t}\,e^{-0.2t}dt=7.341$;

En el eje Y: $\Delta s_y=\int_0^3 4e^{-0.8t^2}dt=3.963$;

Luego: $\Delta s=\sqrt{(7.341)^2+(3.963)^2}=8.3424m$;

Calculo de aceleracion en t = 2seg:

Hallamos las componentes a_x y a_y;

En el eje X: $a_x=dv_x/dt=3\left(\frac{1}{2}\right)t^{-\frac{1}{2}}e^{-0.2t}+3\sqrt{t}e^{-0.2t}(-0.2)\Big|_{t=2}=0.1422$;

En el eje Y: $a_y=dv_y/dt=4e^{-0.8t^2}(-0.8)(2t))\Big|_{t=2}=-0.5218m/s^2$;

Luego el modulo de a es: $a=\sqrt{(0.1422)^2+(-0.5218)^2}$;

De donde: $a=0.54083\,m/s^2$.

12.70. La posición de una partícula está definida por r = {5(cos 2t)i + 4 (sen 2t)j} m, donde t está en segundos y los argumentos para el seno y el coseno están dados en radianes. Determine las magnitudes de la velocidad y de la aceleración de la partícula cuando t = 1 s. Demuestre que la trayectoria de la partícula es elíptica.

Solución:

Modulo de la velocidad:

Conocemos el vector posicion r;

Como; $v=\frac{dr}{dt}=\{-10(sen2t)i+8(\cos 2t)j\}m/s$; cuando t=1s; v=-10sen 2(1)i+8cos 2(1)j;

Luego; v={-9.093i–3.329j}m/s;

La magnitud o modulo es: $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(-9.093)^2+(-3.329)^2}=9.68\,m/s$;

Mòdulo de la aceleración:

Como; $a=\frac{dv}{dt}=\{-20(\cos 2t)i-16(sen\,2t)j\}m/s^2$;

Cuando: t = 1s; a = -20cos 2(1)i – 16sen 2(1) j; luego; a = {8.323i-14.549j} m/s^2;

La magnitud o modulo es: $a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{8.323^2+(-14.549)^2}=16.8\,m/s^2$;

Trayectoria de la partícula:

Como: r = {5(cos 2t)i + 4 (sen 2t)j} m; se tiene que; x = 5cos 2t ; y = 4sen 2t;

Entonces: $\frac{x^2}{25}=\cos^2 2t$ (1);

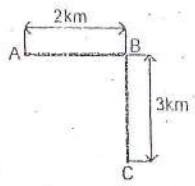
Tambien: $\frac{y^2}{16}=sen^2 2t$ (2);

Sumando (1) y (2) tenemos; $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=\cos^2 2t+sen^2 2t$;

Por trigonometria; $\cos^2 2t + sen^2 2t = 1$;

Entonces; $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ (es ecuaciòn de elipse); lqqd.

12.71. El automóvil viaja de A a B y luego de B a C como se muestra en la figura. Determine la magnitud del desplazamiento y la distancia recorrida.



Solución:

Magnitud del desplazamiento

Origen del sistema xyz en A

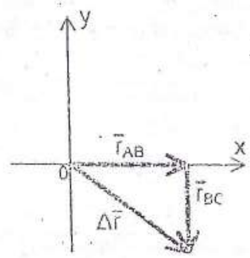
Desplazamiento vectorial: Δr = {2i – 3j }km;

Magnitud: $\Delta r=\sqrt{2^2+3^2}=3.61\,km$;

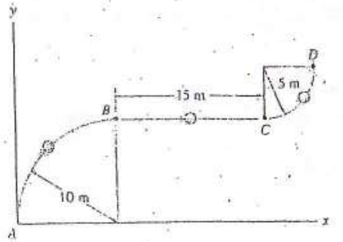
Distancia recorrida

Sabemos que: $d=|\bar{r}_{AB}|+|\bar{r}_{BC}|$;

De donde: d = 2 + 3 = 5 km.



12.72. Una particula viaja por la curva desde A hasta B en 2 s. Ir de B a C le toma 4s y luego tarda 3s en ir de C a D. Determine su rapidez promedio cuando va desde A hasta D.



Solución:

Cálculo de rapidez promedio en trayectoria ABCD:

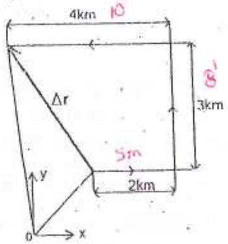
La rapidez promedio se calcula con la distancia total recorrida entre el tiempo invertido en recorrer esta distancia.

De la figura adjunta mostrada arriba:

Tenemos; $s_T = \frac{1}{4}((2\pi)(10)) + 15 + \frac{1}{4}(2\pi(5)) = 38.56m$;

Luego: $(v_{rap})_{prom} = \frac{s_T}{t_1} = \frac{38.56}{2+4+3} = 4.28\ m/s$;

12.73. Un carro viaja 2 km hacia el este durante 5 minutos, luego 3 km hacia el norte durante 8 minutos, y después de 4 km hacia el oeste durante 10 minutos. Determine la distancia total recorrida y la magnitud del desplazamiento del carro. ¿Cuál es la magnitud de la velocidad promedio y de la rapidez promedio?.



Solución: En la figura adjunta tenemos:

Distancia total recorrida: s_T

De la figura: $s_T = 2 + 3 + 4 = 9$ km;

Magnitud o modulo del desplazamiento:

$\Delta r = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3.606\,km = 3.606\,km$;

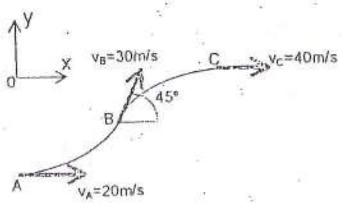
$\Delta t = 5 + 8 + 10 = 23$ min = 1380 s;

La magnitud de la velocidad promedio: $v_{prom} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{3.606(10^3)}{1380} = 2.61\ m/s$;

Magnitud de la rapidez promedio: $(v_{rap})_{prom} = \frac{s_T}{\Delta t} = \frac{9(10^3)}{1380} = 6.52\ m/s$.

12.74. Un carro viajando a lo largo de las porciones rectas del camino tiene las velocidades indicadas en la figura cuando llega a los puntos A, B y C. Si le toma 3s ir de A a B, y luego 5 s ir de B a C, determine la aceleración promedio entre los puntos A y B entre A y C.

Solución: En la figura la trayectoria del auto.



Aceleraciones promedio entre AB y AC:

De la figura anterior vectorialmente se tiene;

Las velocidades vectoriales: $v_A = (20m/s)i$; $v_B = (15\sqrt{2}i + 15\sqrt{2}j)m/s$; $v_C = (40m/s)i$;

Se sabe que en AB: $a_{AB} = \frac{\Delta v_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{21.21i + 21.21j - 20i}{3}$;

De donde tenemos; $a_{AB} = \{0.403\,i + 7.07\,j\}\ m/s^2$;

Análogamente en AC; $a_{AC} = \frac{\Delta v_{AC}}{\Delta t_{AC}} = \frac{40i - 20i}{8}$;

De donde: $a_{AC} = \{2.50i\}\ m/s^2$.

12.75. Una particula se mueve por la curva $y = e^{2x}$ en tal forma que su velocidad tiene una magnitud constante de v = 4 pies/s. Determine las componentes x y y de la velocidad cuando la particula está en y = 5 pies.

Solución:

Cálculo de las componentes x y y de la velocidad en y = 5 pies:

Conocemos la ecuación de la trayectoria de la curva: $y = e^{2x}$;

Derivando respecto al tiempo: $dy/dt = 2e^{2x}\,dx/dt$..(1);

Como: $dx/dt = v_x$; $dy/dt = v_y$.; esto en (1); tenemos: $v_y = 2e^{2x} v_x$..(2);

El modulo de la velocidad constante en la trayectoria es: v = 4 pies/s;

Como: $v^2 = v_x^2 + v_y^2$; se tiene; $v_x^2 + v_y^2 = 16$ (3);

Resolviendo (2) and (3) tenemos: $v_x = 4\sqrt{\frac{1}{1+4e^{4x}}}$; $v_y = 8\sqrt{\frac{e^{4x}}{1+4e^{4x}}}$;

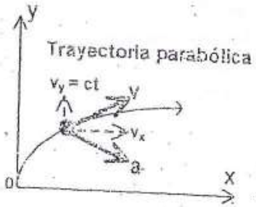
Para y = 5 pies; $5 = e^{2x}$; de donde; x = 0.8047 pies;

Las componentes v_x y v_y seran:

$$v_x = 4\sqrt{\frac{1}{1+4e^{4(0.8047)}}} = 0.398\ pies/seg.;$$

$$v_y = 8\sqrt{\frac{e^{4(0.8047)}}{1+4e^{4(0.8047)}}} = 3.98\ pies/seg.$$

12.76. La trayectoria de una partícula es definida por $y^2 = 4kx$, y la componente de su velocidad a lo largo del eje y es $v_y = ct$, donde k y c son constante. Determine las componentes x y y de la aceleración.



Solución:

Cálculo de las componentes x y y de la acéleración:

Curva de la trayectoria: $y^2 = 4kx$; derivando respecto al tiempo; $2yv_y = 4kv_x$;

Derivando otra vez: $2v_y^2 + 2ya_y = 4ka_x$ ..(1);

Por dato sabemos: $v_y = ct$..(2)

Derivando lo anterior: $a_y = c$..(3);

Reemplazando (2) y (3) en (1): tenemos: $(ct)^2 + 2yc = 4ka_x$;

De donde componentes de la aceleración son: $a_x = \dfrac{c}{2k}(y + ct^2)$; $a_y = c$.

12.77. Una partícula se está moviendo por la curva $y = x - (x^2/400)$, donde x y y están en pies. Si la componente de velocidad en la dirección x es $v_x = 2$ pies/s y permanece constante, determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración cuando x = 20 pies.

Solución:

Calculo de la magnitud de velocidad: La trayectoria es parabolica;

Derivando respecto al tiempo la ecuación de la curva: $y = x - (x^2/400)$;

Tenemos: $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dx}{dt} - \dfrac{x}{200}\dfrac{dx}{dt}$ ..(1);

Otra forma: $v_y = v_x - \dfrac{x}{200}v_x$ ..(2);

Como para x = 20 pies; v_x=2 pies/s;

Esto en la ecuación (2); $v_y = 2 - \dfrac{20}{200}(2) = 1.80\ pies/s$;

Luego su modulo es: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2^2 + 1.80^2} = 2.69\,pies/s$.

Calculo de la magnitud de aceleración:

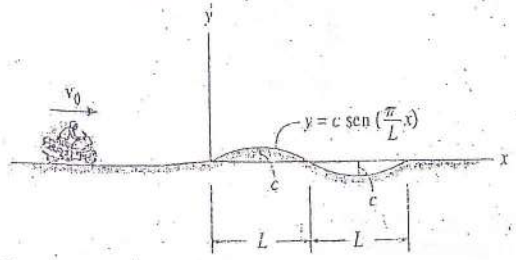
Derivando respecto al tiempo la Ec. (2); tenemos; $a_y = a_x - \dfrac{1}{200}(v_x^2 + xa_x)$..(3);

Como v_x=2 pies/s; es constante; $a_x = 0$;

Luego para x = 20 pies; en Eq. (3); se tiene; $a_y = 0 - \dfrac{1}{200}\left[2^2 + 20(0)\right] = -0.020\,pies/s$;

De lo anterior el modulo es: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0^2 + (-0.020)^2} = 0.02\,pies/s^2$.

12.78. La motocicleta viaja con rapidez constante v_0 a lo largo de una trayectoria que, por una distancia corta, toma la forma de una curva seno. Determine las componentes x y y de su velocidad en cualquier instante sobre la curva.



Solución:

Cálculo de componentes x y y de su velocidad en cualquier instante sobre la curva:

La moto no altera su rapidez v_0;

Sabemos: $y = c\,sen\left(\dfrac{\pi}{L}x\right)$; trayectoria;

Derivo respecto a "t": $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{\pi c}{L}\left(\cos(\dfrac{\pi x}{L})\right)\dfrac{dx}{dt}$; de otra forma: $v_y = \dfrac{\pi c}{L}v_x\left(\cos(\dfrac{\pi x}{L})\right)$ ..(1);

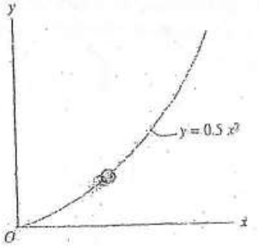
El modulo o magnitud del vector velocidad; $v_0^2 = v_y^2 + v_x^2$ ..(2); permanece constante;

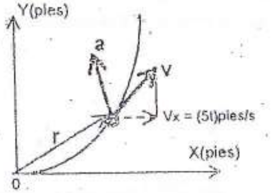
Luego (1) en (2): $v_0^2 = v_x^2\left[1 + \left(\dfrac{\pi}{L}c\right)^2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{L}x\right)\right]$;

De donde: $v_x = v_0\left[1+\left(\frac{\pi}{L}c\right)^2\cos^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)\right]^{-1/2}$;

Luego: $v_y = \frac{v_0\pi c}{L}\left(\cos\frac{\pi}{L}x\right)\left[1+\left(\frac{\pi}{L}c\right)^2\cos^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)\right]^{-1/2}$.

12.79. La partícula viaja a lo largo de la trayectoria definida por la parábola $y = 0.5x^2$. Si la componente de velocidad a lo largo del eje x es $v_x = (5t)$ pies/s, donde t está en segundos, determine la distancia a la partícula desde el origen 0 y la magnitud de su aceleración cuando t = 1s. Cuando t = 0, x = 0 y y = 0.





Solución:

Cálculo de la distancia al origen en t = 1seg:

Ecuación de la trayectoria es parabolica; $y = 0.5x^2$

Ecuación de la velocidad a lo largo del eje x es: $v_x = (5t)$ pies/s;

Como: $v_x = \frac{dx}{dt}$; de donde; $dx = v_x\,dt = (5t)\,dt$, integrando; $\int_0 dx = \int_0 5t\,dt$;

De donde; $x = (2.50t^2)$ pies; entonces; $y = 0.5\,(2.50t^2)^2 = (3.125t^4)$ pies;

Las coordenadas en t = 1 seg;

Seran: $x = 2.5(1^2) = 2.50$ pies; $y = 3.125\,(1^4) = 3.125$ pies;

Con esto la distancia al origen es: $d = \sqrt{(2.50-0)^2+(3.125-0)^2} = 4.0\,pies$.

Cálculo de la magnitud de la aceleración en t = 1s:

Derivando $y = 0.5x^2$ tenemos; $dy/dt = x\,dx/dt$;

Con la segunda derivada; $d^2y/dt^2 = (dx/dt)^2 + x\,d^2x/dt^2$..(1);

Como: $dx/dt = v_x$; $d^2x/dt^2 = a_x$; y $d^2y/dt^2 = a_y$;

Con esto la Ecuación (1) toma la forma; $a_y = v_x^2 + xa_x$..(2); donde; $v_x = (5t)\,pie/s$;

Cuando: t = 1seg. $v_x = 5(1) = 5$ pies/s;

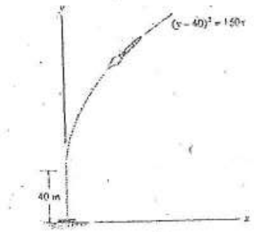
Luego como en t = 1s: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 5$ pies/s y x = 2.50pies;

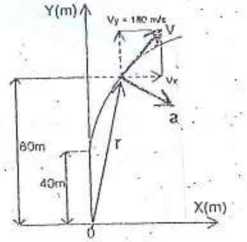
Luego estos resultados en (2): $a_y = 5^2 + 2.50\,(5) = 37.5$pie/s^2;

Conociendo las componentes de la aceleracion su magnitud es:

$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{5^2 + 37.5^2} = 37.832\,pies/s^2$.

12.80. Cuando un cohete alcanza una altura de 40 m empieza a viajar a lo largo de la trayectoria parabólica $(y-40)^2 = 160x$, donde las coordenadas son medidas en metros. Si la componente de velocidad en la dirección vertical es constante en $v_y = 180$ m/s, determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración del cohete cuando éste alcanza una altura de 80 m.





Solución:

La trayectoria es vertical-parabòlica con v_y = Cte.

Calculo de la velocidad cuando y = 80m:

En la parte parabolica: $v_y = 180$ m/s; $(y-40)^2 = 160\,x$;

Derivando la trayectoria respecto al tiempo se tiene: $2(y-40)v_y = 160\,v_x$..(1);

Como en una altura de 40m, $v_y = 180$ m/s; entonces; $2\,(80-40)\,(180) = 160\,v_x$;

De donde: $v_x = 90$ m/s;

Luegoel modulo es: $v = \sqrt{90^2+180^2} = 201.25\,m/s$..

Calculo de la aceleracion cuando y = 80m:

Sabemos que: $a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d(Cte)}{dt} = 0$;

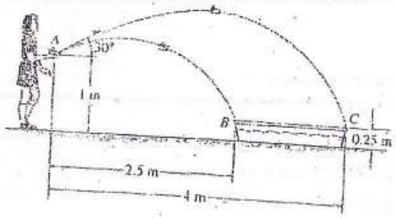
Derivando la ec.(1) respecto al tiempo; tenemos: $2v_y^2 + 2(y-40)\,a_y = 160\,a_x$;

En la altura pedida lo anterior con valores: $2(180)^2 + 0 = 160\,a_x$;

De donde: $a_x = 405$ m/s^2;

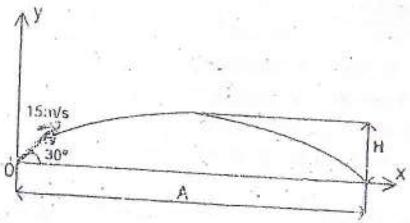
Como $a_y = 0$; entonces su modulo es; $a = 405$ m/s^2.

12.81. La niña siempre lanza los juguetes según un ángulo de 30° desde el punto A como se muestra. Determine el tiempo entre los lanzamientos de manera que los juguetes toquen los bordes B y C de la alberca al mismo tiempo. ¿Con qué rapidez debe lanzarse cada juguete?.



Solución: En ambos casos a_c=9.81m/s^2;
Calculo de v_A cuando toca el borde B:
En la horizontal: (+ →) $s = s_0 + v_0 t$; con valores; $2.5 = 0 + (v_A \cos 30°)\, t$..(1);
En la vertical: (+ ↑) $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$; luego; $0.25 = 1 + v_A \sin 30°\, t - \frac{1}{2}(9.81)t^2$..(2);
Resolviendo (1) y (2) tenemos: t = 0.6687 seg.; $(v_A)_B$ = 4.32 m/s;
Calculo de v_A cuando toca el borde C:
En la horizontal (+ →) $s = s_0 + v_0 t$; con datos: $4 = 0 + v_A \cos 30°\, t$..(3);
En la vertical (+ ↑) $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$; luego: $0.25 = 1 + v_A \text{ sen}30°\, t - \frac{1}{2}(9.81)t^2$..(4);
Resolviendo (3) y (4) se tiene: t = 0.790 s; $(v_A)_C$ = 5.85 m/s;
Diferencia entre los tiempos de salida sera: Δt = 0.790 s -0.6687 s = 0.1213 seg.

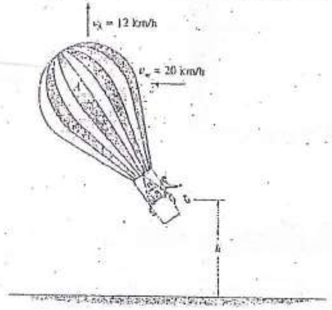
12.82. La tobera de una manguera de jardín descarga agua a razón de 15 m/s. Si la tobera se mantiene al nivel del suelo y dirigida con ángulo θ = 30°, desde el suelo, determine la altura máxima alcanzada por el agua y la distancia horizontal desde la tobera hasta donde el agua toca el suelo.



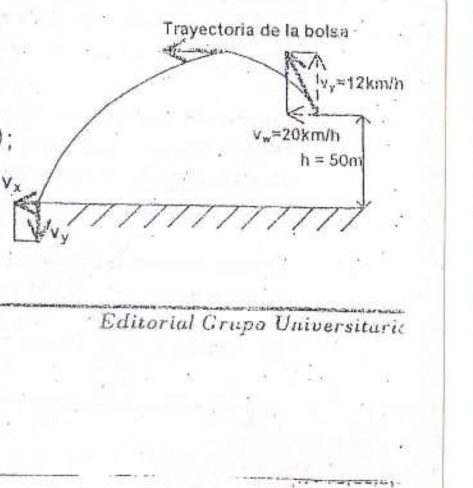
Solución:
El agua tiene un vuelo libre donde su velocidad inicial es;
$(v_0)_x$ = 15 cos 30° = 12.99 m/s; constante;
$(v_0)_y$ = 15 sen 30° = 7.5 m/s; con caida libre;
Calculo de altura maxima H:

(+ ↑) $v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$; como s_0=0; a_c=9.81m/s y v = 0;
Reemplazando: $0 = (7.5)^2 + 2(-9.81)(H - 0)$;
Resolviendo: H = 2.87m.
Cálculo del alcance maximo A:
Tiempo usado en llegar a H:
Se sabe: (+ ↑) $v = v_0 + a_c t$; dando valores; 0 = 7.5 + (-9.81)t;
De donde: t = 0.7645 seg.
Tiempo para todo el alcance A:
t_A = 2(0.7645) = 1.529 seg.
Luego el alcance maximo es:
$A = v_x t_A$ = (12.99) (1.529) = 19.862 metros.

12.83. El globo A está ascendiendo a razón de v_A = 12 km/h, y es llevado horizontalmente por el viento a v_w = 20 km/h. Si en el instante h = 50 m se deja caer una bolsa de lastre desde el globo, determine el tiempo en que éste llegará al suelo. Suponga que la bolsa fue dejada caer con la misma velocidad que tenía el globo. Calcule también, ¿con qué rapidez golpea la bolsa el suelo?.



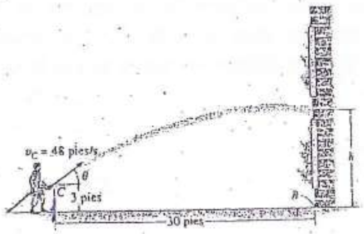
Solución:
Por inercia la bolsa soltada aquiere la velocidad del globo.
Càlculo del tiempo que llega al piso:
Se coloca los ejes XY al inicio del vuelo;
En el eje Y:(+ ↑) $v_y^{\ 2} = v_0^2 + 2a_c(s - s'_0)$;
Sabemos los datos:
$v_0 = 12 km/h = (12)(5/18) m/s$; $a_c = 9.81 m/s^2$; $s_0 = 0$;
Con datos: $v_y^2 = (3.33)^2 + 2(-9.81)(-50 - 0)$;
De donde: v_y = 31.50 m/s;
Tambien en el eje Y: (+↑) $v_y = v_0 + a_c t$;



0.5 $\frac{1}{2}$

Dando valores: $-31.50 = 3.33 - 9.81\,t$; de donde; $t = 3.55$ s;
La componente de la velocidad en el eje X no sufre alteracion por que en esta la aceleracion es nula. Por lo cual: $v_x = 20$ km/h = (20)(5/18)m/s;
Con las dos componentes la velocidad caida cuando llega al suelo;
Sera: $v = \sqrt{(31.50)^2 + (5.556)^2} = 31.986 m/s$.

12.84. Determine la máxima altura sobre la pared a la que el bombero puede lanzar agua desde la manguera, si la rapidez del agua en la tobera es $v_C = 48$ pies/s.



Solución:

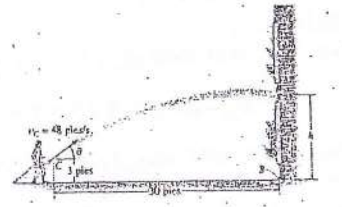
Cálculo de la máxima altura sobre la pared que llega el agua:
La trayectoria es parabolica;
Sistema XY en C; luego altura maxima en A; $V_c = 48 p/s$
Como: (+ ↑) $v_y = v_0 + a_c\,t$; en el eje vertical;
En A se tiene v_y=0: $0 = 48\,\text{sen}\theta - 32.2\,t$..(1);
Tambien: (+ →) $s = \cancel{s_0} + v_0\,t$; eje horizontal;
Horizontalmante: $30 = 0 + 48\,(\cos\theta)\,(t)$..(2);
Con (1) y (2): $48\,\text{sen}\,\theta = 32.2\,\dfrac{30}{48\,Cos\,\theta}$;

De donde: sen θ cosθ = 0.41927; $2\,Sen\theta\,Cos\theta = Sen2\theta$
Luego: sen2θ = 0.83854; θ = 28.5°;
Con el angulo: t = 48senθ/32.2 = 0.7111seg.
Espacio vertical: (+ ↑)$s = s_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a_c\,t^2$;

Dando valores a la relacion anterior:
$h-3 = 0 + 48\text{sen}28.5°(0.711) + \frac{1}{2}(-32.2)(0.711)^2$

De donde: h = 11.15pies.

12.85. Determine el ángulo θ más pequeño, medido desde la horizontal, con que la manguera debe ser dirigida de manera que la corriente de agua toque el fondo de la pared en el punto B. La rapidez del agua en la tobera es $v_C = 48$ pies/s.



Solución: La trayectoria es parabolica;
Sistema XY en C; luego toca la pared en A;
Recorrido en el eje X: (+ →) $s = s_0 + v_0\,t$;
Al llegar a la pared: $30 = 0 + 48\,(\text{Cos}\,\theta)\,t$;
De donde el tiempo usado: $t = \dfrac{30}{48\,Cos\,\theta}$ ..(1);

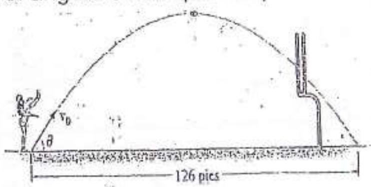
Caida libre eje Y: (+ ↑) $s = s_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}a_c t^2$;

Con datos: $-3 = 0 + 48(sen\theta)t + \frac{1}{2}(-32.2)t^2$..(2);

(1) en (2): $0 = 3 + \dfrac{48 sen\theta(30)}{48 Cos\theta} - 16.1\left(\dfrac{30}{48 Cos\theta}\right)^2$;

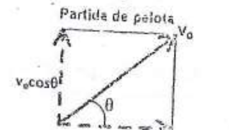
$0 = 3\cos^2\theta + 30\text{sen}\,\theta\cos\theta - 6.2890625$;
Donde: $3\cos^2\theta + 15\,\text{sen}2\theta = 6.2890625$;
Resolviendo la ecuación trigonometrica:
Valor minimo para que caiga en B: θ = 6.41°.

12.86. En una cinta de video se observó que un jugador de futbol pateó una pelota a 126 pies durante un tiempo medido de 3.6 segundos. Determine la rapidez inicial de la pelota y el ángulo θ con que fue pateada.

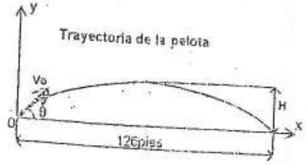


Solución:;

Cálculo de v_o y θ:



Se ubica el sistema XY al inicio de patada;
Recorrido en X: $(+\rightarrow)\ s = s_0 + v_0\,t$;
Con datos: $126 = 0 + (v_0)_x\,(3.6)$;
De donde en horizontal: $(v_0)_x = 35$ pies/seg.



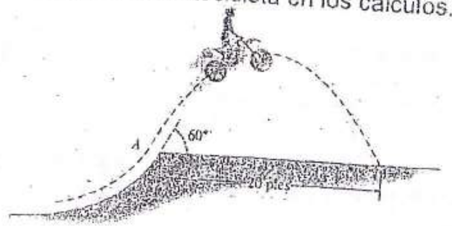
Recorrido eje Y: $(+\uparrow)\ s = s_0 + v_0\,t + \dfrac{1}{2}a_c t^2$;

Cuando t=3.6s: $0 = 0 + (v_0)_y\,(3.6) + \dfrac{1}{2}(-32.2)(3.6)^2$;

De donde en la vertical: $(v_0)_y = 57.96$ pies/seg.
Conociendo ambas componentes de v_o:
Se tiene la velocidad inicial: $v_o = \sqrt{(35)^2 + (57.96)^2} = 67.708\,pies/s$;

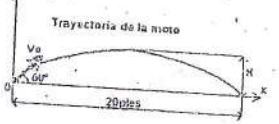
Luego el àngulo que forma v_o con eje X: $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{57.96}{35}\right) = 58.87°$.

12.87. Durante una carrera se observa que una motocicleta salta en A a un ángulo de 60° con la horizontal. Si la motocicleta toca el suelo a una distancia de 20 pies, determine la rapidez aproximada con que iba viajando justo antes de dejar el suelo. Ignore el tamaño de la motocicleta en los cálculos.



Solución:

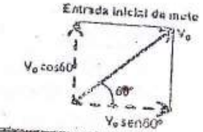
Calculo de la velocidad v_o de la moto:



Ubicamos el sistema coordenado XY en A;
Para recorrido en X: $(+\rightarrow)\ s = s_0 + v_0\,t$;
Con valores: $20 = 0 + v_0(\cos 60°)\,t$..(1);

En la vertical: $(+\uparrow)\ s = s_0 + v_0 + \dfrac{1}{2}a_c t^2$;

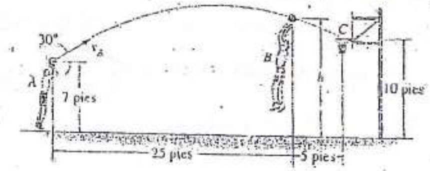
Cuando la moto toca nuevamente el suelo se tiene;



$0 = 0 + v_0\,sen60°\,t + \dfrac{1}{2}(-32.2)\,t^2$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2): t = 1.4668seg; luego, $v_0 = 27.3$ pies/seg.

12.88. Se muestran las medidas de un lance registrado en cinta de video durante un juego de baloncesto. La pelota pasó por el aro cuando apenas libró las manos del jugador B quién trató de bloquearla. Despreciando el tamaño de la pelota, determine la magnitud v_A de su velocidad inicial y su altura h cuando pasa sobre el jugador B.



Solución:.

Calculo de v_A:
Se ubica el sistema XY en el pie del lanzador inicial de la bola;
En eje X: $(+\rightarrow)\ s = s_0 + v_0\,t$; cuando llega a C; $30 = 0 + v_A\cos 30°\,t_{AC}$..(1);

En eje Y: $(+\uparrow)\ s = s_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}a_c t^2$; con datos; $10 = 7 + v_A\,sen30°\,t_{AC} - \dfrac{1}{2}(32.2)\left(t_{AC}^2\right)$..(2);

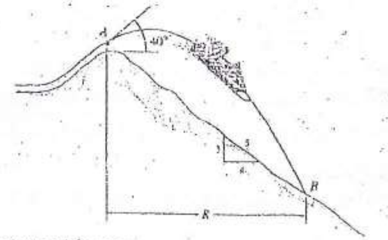
Resolviendo (1) y (2) tenemos: v_A=36.73 = 36.7pies/s; luego; t_{AC} = 0.943seg.

Calculo de altura h del jugador B:
En recorrido horizontal: $(+\rightarrow)\ s = s_0 + v_0\,t$;
Con datos: $25 = 0 + 36.73\cos 30°\,t_{AB}$..(3);

En eje Y: $(+\uparrow)\ s = s_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}a_c t^2$; con datos; $h = 7 + 36.73\,sen30°\,t_{AB} - \dfrac{1}{2}(32.2)\left(t_{AB}^2\right)$..(4);

Resolviendo (3) y (4) con $a_c = g = 32.2$pies/s^2;
Tenemos: t_{AB} = 0.786 seg.; h = 11.488 pies.

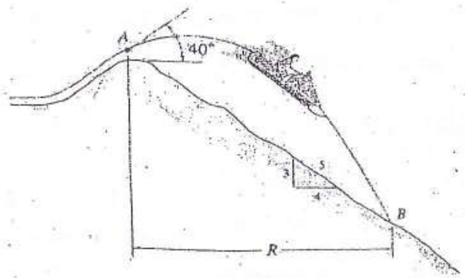
12.89. El trineo va viajando a 10 m/s cuando abandona el terraplén ubicado en A Determine el tiempo de vuelo desde A hasta B y el alcance R de la trayectoria.



Solución:

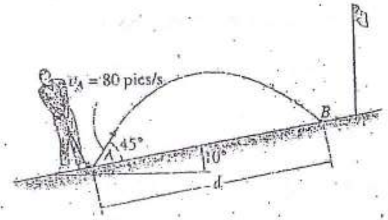
Calculo de R y el tiempo que invierte en recorrer AB t_{AB}:
Origen del sistema XY en A; con $g = 9.81\ m/s^2$;
En eje X: (+ →) $s_B = s_A + v_A t$; dando valores; $R = 0 + 10 \cos 40° t$..(1);
En eje X: (+ ↑) $s_B = s_A + v_A' t + \frac{1}{2} a_c t^2$; con datos; $-R\left(\frac{3}{4}\right) = 0 + 10 sen 40° t - \frac{1}{2}(9.81)t^2$..(2);
Resolviendo (1) y (2): $R = 19.0$ m; $t_{AB} = 2.48$seg.

12.90. El trineo está viajando a 10 m/s cuando abandona el terraplén ubicado en A. Determine la rapidez con que toca el suelo en B y su aceleración máxima a lo largo de la trayectoria AB.



Solución:
Cálculo de la rapidez con que toca el suelo en B:
El origen de coordenadas XY se ubica en A;
En problema anterior: R = 19.0 m; t = 2.48 s;
El recorrido en X es a velocidad constante;
$(v_B)_x = (v_A)_x = 10 \cos 40° = 7.6604$ m/s;
En la vertical: (+ ↑) $(v_B)_y = (v_A)_y + a_c t$;
Luego reemplazo datos en lo anterior; $(v_B)_y = 10$ sen $40° - 9.81(2.48) = -17.901$ m/s;
Conociendo las dos componentes de la velocidad en B tenemos;
Velocidad del trineo cuando llega a B: $v_B = \sqrt{(7.6604)^2 + (-17.901)^2} = 19.4712\ m/s$.
Cálculo de la aceleración máxima:
En todo momento la aceleración es la gravedad; $a_c = g = -9.81\ m/s^2$.

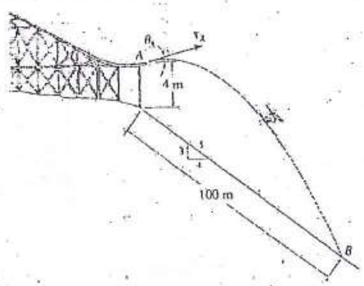
12.91. Una pelota de golf es golpeada con velocidad de 80 pies/s como se muestra. Determine la distancia de la que llegará.



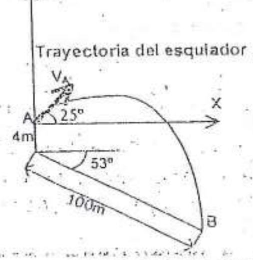
Solución:
Calculo de la distancia d entre AB:
El origen XY se ubica en A; tambien; $a_c = g = 32.2$ pies/s^2;
Velocidad inicial en X: $(v_0)_x = 80\cos 55° = 45.89$ pies/s;
Recorrido en X: (+ →) $s_x = (s_0)_x + (v_0)_x t$; como; $(s_0)_x = 0$ y $s_x = d \cos 10°$;
Se tiene: $d \cos 10° = 0 + 45.89t$..(1);
Recorrido en Y:(+ ↑) $s_y = (s_O)_y t + \frac{1}{2}(a_c)_y t^2$; como; $(v_0)_y = 80$ sen $55° = 65.53$ pies/s;

Tambien como; $(s_0)_y = 0$ y $s_y = d$ sen $10°$;
Luego reemplazando estos valores: d sen $10° = 0 + 65.53 t + \frac{1}{2}(-32.2) t^2$..(2);
Resolviendo (1) y (2) tenemos: d = 166 pies; t = 3.568 seg.

12.92. Se observa que el esquiador deja la rampa A a un ángulo $\theta_A = 25°$ con la horizontal. Si toca el suelo en B, determine su rapidez inicial v_A y el tiempo de vuelo t_{AB}.



Solución:
Cálculo de v_A y t_{AB}:
Se ubica el origen XY en A;
En horizontal X: (+ →)s = v_0 t;
Con datos; $100\left(\frac{4}{5}\right) = v_A (\cos 25°) t_{AB}$..(1);

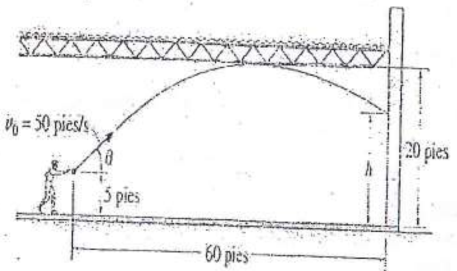


En vertical Y: (+↑) $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2$;

Con datos conocidos: $-4-100\left(\frac{3}{5}\right)=0+v_A\ sen\,25^\circ t_{AB}+\frac{1}{2}(-9.81)t_{AB}^2$..(2);

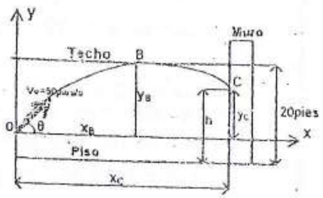
Resolviendo (1) y (2): v_A = 19.4 m/s; t_{AB} = 4.54 seg.

12.93. El hombre está a 60 pies de la pared y arroja una pelota contra ella con rapidez v_0 = 50 pies/s. Determine el ángulo θ con que él debe soltar la pelota de manera que toque la pared en el punto más alto posible. ¿Cuál es la altura? El recinto tiene una altura libre de 20 pies.



Solución:

En el gráfico tenemos;



Cálculo del ángulo θ para que h sea máximo:

Origen XY en inicio de vuelo; en el gráfico tenemos;

Velocidad horizontal al inicio: v_x = 50 cos θ;

Reorrido en eje X: (+→) s = s_0 + $v_0 t$;

Hasta rozar techo: x_B = 0 + 50 cos θ t..(1);

En el eje Y: (+↑) v = v_0 + $a_c t$; con datos: v_y = 50 sen θ - 32.2 t..(2);

En el eje Y:(+↑) $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2$; hasta techo; y = 0 + 50 sen θ t – 16.1 t^2..(3);

En el ejeY:(+↑) $v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$; con datos; $v_y^2 = (50 sen\theta)^2 + 2(-32.2)(y_B - 0)$;

Luego: $v_y^2 = 2500 sen^2\theta - 64.4\,y_B$..(4);

Para que roce el techo se requiere: $(v_B)_y$ = 0 ; y_B = 20 - 5 = 15 pies;

Esto en (4) se tiene: 0 = 2500 sen^2 θ - 64.4 (15); de donde; θ = 38.433°;

Con esto en la Ec.(2) y v_y = 0 tenemos: 0 = 50 sen 38.433° - 32.2 t;

Luego el tiempo que choca techo: t = 0.9652 s;

Esto en la ecuación (1) nos dara la distancia que debe desplazarse horizontalmente para tocar el techo de manera tangencial: x_B = 50 cos 38.433° (0.9652) = 37.8 pies;

Tiempo para llegar al muro vertical; en la Ec (1) con x_C = 60pies;

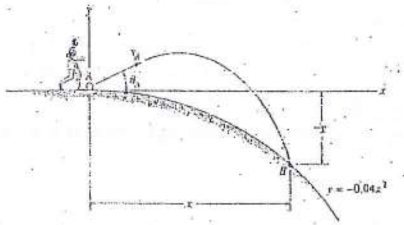
Tenemos; 60 = 50 (cos 38.433°)t; de donde: t = 1.53193 s;

Lo anterior en la Ec. (3) hallamos y_C: y_C= 50sen 38.4°(1.53193) – 16.1 (1.53193)^2;

De donde: y_C = 9.83 pies; luego; h = 9.83 + 5 = 14.8 pies;

Que es la maxima altura que choca en la pared la pelota de modo que paso tangencialmente el techo.

12.94. La pelota situada en A es pateada con rapidez v_A = 80 pies/s y a un ángulo θ_A = 30°. Determine el punto (x ; – y) donde tocará el suelo. Suponga que el terreno tiene la forma de una parábola, como se muestra.



Solución:

Cálculo del punto (x ; – y) donde tocará el suelo:

Se sabe: $(v_A)_x$ = 80 cos 30° = 69.28 pies/s; también; $(v_A)_y$ = 80 sen 30° = 40 pies/s;

Recorrido horizontal AB: (+→) s = s_0 + $v_0 t$; con datos; x = 0 + 69.28 t..(1);

En la vertical AB: (+↑) $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2$; con datos; $-y = 0 + 40t + \frac{1}{2}(-32.2)t^2$..(2);

De (1) se tiene; t = x/69.28; esto en (2); -y = 0.5774 x – 0.003354 x^2;

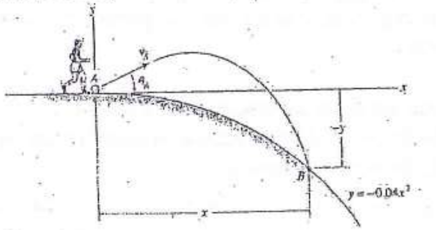
Por dato sabemos; y = -0.04 x^2; esto en lo anterior; 0.04 x^2 = 0.5774x – 0.003354 x^2

Resolviendo; x = 13.32 pies;

Luego con lo anterior: y = -0.04 (13.32)^2 = -7.097pies.

Las coordenadas del punto A son: (13.32 ; -7.097)pies.

12.95. La pelota situada en A es pateada en forma tal que $\theta_A = 30°$. Si toca el suelo en el punto B con coordenadas x = 15 pies y
y = -9 pies, determine la rapidez con que es pateada y la rapidez con que toca el suelo.



Solución:

Cálculo de la rapidez en el punto A y B:

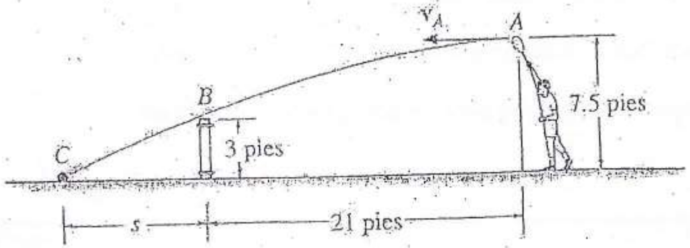
Recorrido horizontal X: (+ →) $s = s_0 + v_0 t$; en recorrido AB; $15 = 0 + v_A \cos 30° t$..(1);

Recorrido vertical Y: (+ ↑) $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$;.

En recorrido AB: $-9 = 0 + v_A\ sen 30° t + \frac{1}{2}(-32.2)t^2$..(2);

Con (1) y (2) tenemos: v_A = 16.5 pies/s; t = 1.05seg.
En eje X la velocidad es constante: (+ →) $(v_B)_x$ = 16.5cos30° = 14.3pies/s;
En el eje Y: (+↑) $v = v_0 + a_c t$; con datos; $(v_B)_y$=16.5sen30°+(-32.2)(1.047) = -25.56pie/s;
Luego la velocidad en B es: $v_B = \sqrt{(14.3)^2 + (-25.56)^2} = 29.29 pies/s$.

12.96. Determine la velocidad horizontal v_A de una pelota de tenis ubicada en A de manera que libre justamente la red en el punto B. Encuentre también la distancia s en que la pelota tocará el suelo.



Solución:

Calculo de v_A: Origen de XY se ubica al pie del lanzador en A;

Analisis del movimiento vertical en eje Y:

Posicion inicial vertical de A: $(s_0)_y$ = 7.5pies;
Posicion vertical de B: s_y = 3pies;

Recorrido vertical: $s_y = (s_0) + (v_0)_y t + \frac{1}{2}(a_c)_y t^2$;en tramo AB; $3 = 7.5 + 0 + \frac{1}{2}(-32.2)t_{AB}^2$;

De donde: t_{AB} = 0.5287 s;
Como: En A; $(s_0)_y$ = 7.5pies y en C; s_y = 0

Para tramo AC: (+ ↑) $s_y = (s_0)_y + (v_0)_y t + \frac{1}{2}(a_c)_y t^2$; con datos; $0 = 7.5 + 0 + \frac{1}{2}(-32.2)t_{AC}^2$;

De donde: t_{AC} = 0.6825seg.

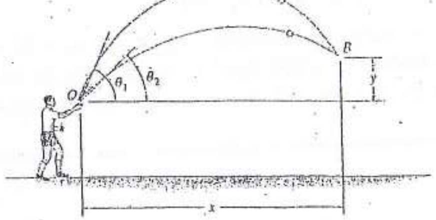
Analisis del movimiento en eje X:

Al inicio en A: $(s_0)_x$ = 0; luego en B; s_x = 21 pies;
Por lo anterior: t_{AB} = 0.5287 seg.
Recorrido en X: (+ ←) $s_x = (s_0)_x + (v_0)_x t$; con datos en AB; 21 = 0 + v_A (0.5287);
De donde: v_A = 39.72 pies/s;

Calculo de s:

Si se toma tramo AC en el eje X: $(s_0)_x$ = 0 y $(s_A)_x$ = (21 + s)pies;
Sabemos de lo anterior; t_{AC} = 0.6825 seg.
En eje X para AC: (+ ←) $s_x = (s_0)_x + (v_0)_x t$;
Luego con datos; 21 + s = 0 + 39.72 (0.6825);
De donde: s = 6.11pies.

12.97. Un niño situado en O lanza una pelota al aire con rapidez v_0 a un ángulo θ_1. Si luego lanza otra pelota con la misma rapidez v_0 a un ángulo $\theta_2 < \theta_1$, determine el tiempo entre lanzamientos de manera que las pelotas entren en colisión en el aire en punto B.



Solución:

Cálculo de tiempo entre lanzamientos de modo que choquen en B:

Origen de coordenadas XY en inicio del vuelo 0;

Recorrido en X: $(+\rightarrow)\ s = s_0 + v_0 t$;

La primera pelota: $x_1 = 0 + v_0 \cos\theta_1\, t_1$..(1);

La segunda pelota: $x_2 = 0 + v_0 \cos\theta_2\, t_2$..(2);

Como ambos chocan en B se tiene: $x_1 = x_2$;

Igualando (1) y (2) tenemos: $\Delta t = t_1 - t_2 = \dfrac{x_1}{v_0}\left(\dfrac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\cos\theta_1 \cos\theta_2}\right)$..(3);

Recorrido vertical: $(+\uparrow)\ s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\ a_c t^2$;

En primer vuelo: $y = 0 + (v_0\, sen\theta_1)\,(t_1) - \frac{1}{2} g t_1^2$..(4); usando la Ec. (1) en (4):

Tenemos: $y = x_1 \tan\theta_1 - \dfrac{1}{2} g \dfrac{x_1^2}{v_0^2 \cos^2\theta_1}$;

Analogo en otro lanzamiento:

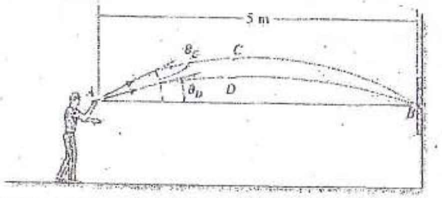
En eje Y: $y = x_2 \tan\theta_2 - \dfrac{1}{2} g \dfrac{x_2^2}{v_0^2 \cos^2\theta_2}$; con los dos anteriores y $x_1 = x_2 = x$;

Se tiene: $x_1 = \dfrac{2v_0^2}{g}\left[\dfrac{(\cos^2\theta_1 \cos^2\theta_2)(\tan\theta_1 - \tan\theta_2)}{(\cos^2\theta_2 - \cos^2\theta_1)}\right]$;

Reemplazando esto la Ec. (3) se tiene: $\Delta t = \dfrac{2v_0}{g}\left[\dfrac{(\cos\theta_1 \cos\theta_2)(\tan\theta_1 - \tan\theta_2)}{(\cos\theta_2 + \cos\theta_1)}\right]$;

De donde simplificando: $\Delta t = \dfrac{2v_0}{g}\left[\dfrac{sen(\theta_1 - \theta_2)}{\cos\theta_2 + \cos\theta_1}\right]$;

12.98. El hombre situado en A quiere lanzar dos dardos al blanco localizado en B de manera que lleguen al mismo tiempo. Si cada dardo es lanzado con rapidez de 10 m/s, determine los ángulos θ_C y θ_D con que deben ser disparados y el tiempo necesario entre cada lanzamiento. Advierta que el primer dardo debe lanzarse con θ_C ($>\theta_D$), luego el segundo dardo es lanzado con θ_D



Solución:

Calculo de los ángulos θ_D y θ_C:

Se ubica el origen de coordenadas XY en A;

Recorrido horizontal: $(+\rightarrow)\ s = s_0 + v_0 t$; cuando llega a B; $5 = 0 + (10\cos\theta)t$ ..(1);

En la vertical: $(+\uparrow)\ v = v_0 + a_c t$; cuando llega a B; $-10sen\,\theta = 10sen\,\theta - 9.81t$;

De donde: $t = \dfrac{2(10sen\theta)}{9.81} = 2.039 sen\theta$;

Lo anterior en la Ec.(1); $5 = 20.39sen\theta\cos\theta$; luego como; $sen\,2\theta = 2\,sen\,\theta\cos\theta$;

Tenemos; $Sen\,2\theta = 0.495$; hay dos soluciones; $\theta_D = 14.7°$; $\theta_C = 75.3°$;

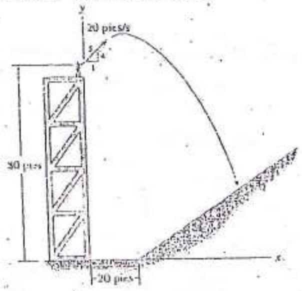
Cálculo de Δt:

Cada ángulo en la Ec.(1) nos da los dos tiempos de llegada de los dardos al blanco;

Que son; $t_D = 0.517$seg. y $t_C = 1.97$seg.

Entonces tiempo entre cada lanzamiento es: $\Delta t = t_C - t_D = 1.453$seg.

12.99. La bola es lanzada desde la torre con velocidad de 20 pies/s como se mues Determine las coordenadas x y y del punto en que la bola toca la pendiente. Determ también la rapidez con que la bola toca el suelo.



Solución:

Càlculo de coordenadas (x;y) en caida bola:

Origen de coordenadas XY se ubica al pie de la torre;

Recorrido horizontal X: $(+\rightarrow)\ s = s_0 + v_0 t$; cuando toca suelo; $x = 0 + \frac{3}{5}(20)t = 12t$;

En la vertical Y; $(+\uparrow)\ s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\ a_c t^2$; su nivel "y" cuando la bola toca pendien

Sera; $y = 80 + \frac{4}{5}(20)t + \frac{1}{2}(-32.2)t^2 = 80 + 16t - 16.1t^2$;

Ecuacion de linea pendiente es: $y - 0 = \frac{1}{2}(x - 20)$; de donde; $y = 0.5x - 10$;

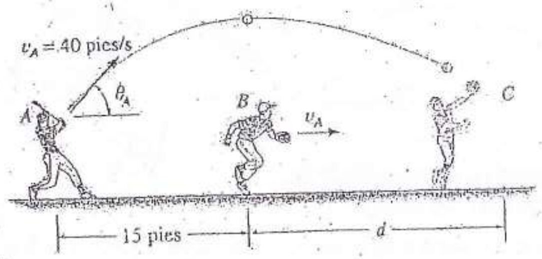
Pasando x e y en funcion de t: $80 + 16t - 16.1\,t^2 = 0.5\,(12t) - 10$;
De donde: $16.1t^2 - 10t - 90 = 0$; tomando la raiz positiva; t = 2.6952seg.
Con esto: x = 12(2.6952) = 32.3pies;
Como:32.3pie>20pie; bola cae en pendiente; conociendo t = 2.6952seg;
El nivel "y" de la caida en pendiente es:
$y = 80 + 16(2.6952) - 16.1(2.6952)^2 = 6.17$pies;
<u>Cálculo de velocidad de caida de bola en la pendiente</u>:

En el eje X:(+ →) $v_x = (v_0)_x = \frac{3}{5}(20) = 12\,pie/s$;

En el eje Y: (+ ↑) $v_y = (v_0)_y + a_c t = \frac{4}{5}(20) + (-32.2)(2.6952) = -70.785\,pie/s$;

Luego la velocidad con que cae en el piso: $v = \sqrt{(12)^2 + (-70.785)^2} = 71.795\,pies/seg.$

12.100. El jugador de béisbol A golpea la pelota con v_A = 40 pies/s y θ_A = 60° desde la horizontal. Cuando la pelota está directamente por arriba del jugador B, él comienza a correr bajo ella. Determine la rapidez constante con que B debe correr y la distancia d necesaria para poder atrapar la pelota a la misma elevación con que fue golpeada.



Solución:
<u>Calculo de «d»</u>:
Se ubica el origen de coordenadas XY en A;
En eje Y: (+ ↑) $s_y = (s_0)_y + (v_0)_y t + \frac{1}{2}(a_c)_y t^2$; datos en AC; $0 = 0 + 40sen60^\circ t + \frac{1}{2}(-32.2)t^2$;

De donde: t = 2.152seg.
En el eje X: (+ →)$s_x = (s_0)_x + (v_0)_x\, t$; datos en AC; d + 15 = 0 + 20.0(2.152) = 43.03 pies;
De donde: d = 43.03 – 15 = 2.80pies.

<u>Càlculo de velocidad de jugador B</u>:
Como la bola esta encima de B cuando empieza a correr entoces debe tener su misma velocidad horizontal para alcanzarlo;
Por tanto: v_B = 40 cos 60° = 20.0pies/s; necesita B para alcanzar la bola.

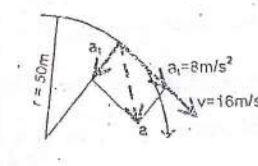
DINAMICA

12.7 MOVIMIENTO CURVILINEO: Componentes normal y tangencial

PROBLEMAS RESUELTOS.

12.101. Un carro está viajando por una curva circular que tiene un radio de 50 m. Si su rapidez es de 16 m/s y está aumentando uniformemente a 8 m/s², determine la magnitud de la aceleración en este instante.

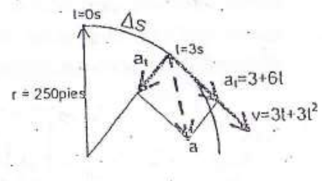
<u>Solución</u>:
<u>Cálculo de la magnitud de la aceleración</u>:
Este caso es un movienlo circular uniformente acelerado;
Su velocidad es tangencial: v = 16 m/s;
Su aceleración tangencial: a_t = 8 m/s²;
Radio de curvatura constante: r = 50 m;
La aceleracion normal es: $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(16)^2}{50} = 5.12\,m/s^2$;



Como tenemos las componentes normal y tangencial;
La magnitud de la aceleración sera: $a = \sqrt{(8)^2 + (5.12)^2} = 9.50\,m/s^2$.

12.102. Un carro se desplaza por una pista circular de 250 pies de radio en forma tal que su rapidez por un corto periodo de tiempo $0 \le t \le 4$ s; es $v = 3\,(t + t^2)$ pies/s, donde t está en segundos. Determine la magnitud de su aceleración cuando t = 3 s. ¿Cuánto ha viajado el carro en t = 3 s?.

<u>Solución</u>:
<u>Cálculo de la magnitud de la aceleración</u>:
Movimiento circular aceleración angular constante;
Sabemos: $v = 3(t + t^2)$; derivando obenemos;
Aceleración tangencial: $a_t = \frac{dv}{dt} = 3 + 6t$;
Cuando t = 3seg.; a_t = 3 + 6(3) = 21 pies/s²;
Luego la aceleracion normal en t = 3seg:

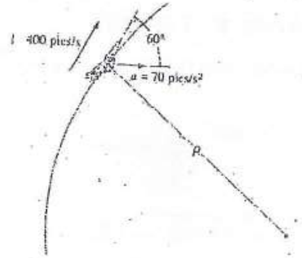


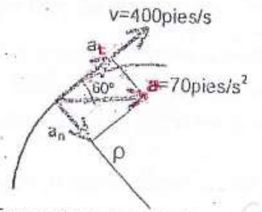
$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{[3(t+t^2)]^2}{r} = \frac{[3(3+3^2)]^2}{250} = 5.184\,pies/s^2$;
La magnitud de la aceleracion total es: $a = \sqrt{(21)^2 + (5.184)^2} = 21.63\,pies/s^2$;
<u>Càlculo del espacio recorrido Δs</u>:
Sabemos que; v = ds/dt; integrando se tiene;

$\Delta s = \int_0^3 ds = \int_0^3 3(t+t^2)\,dt$; luego; $\Delta s = \frac{3}{2}t^2 + t^3 \Big|_0^3$;

Evaluando obtenemos: $\Delta s = 40.5$ pies.

12.103. En un instante dado, el avión a chorro tiene una rapidez de 400 pies/s y aceleración de 70 pies/s^2 actuando en la dirección mostrada. Determine la razón de incremento en la rapidez del avión y el radio de curvatura ρ de la trayectoria.





Esquema vectorial instantaneo

Solución:

Cálculo de la razón de incremento en la rapidez del avión:

Para el intante mostrado; la razon del incremento de su velocidad es:

$a_t = 70 \cos 60° = 35.0$ pies/s^2;

Como: $a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(400)^2}{\rho} = 70\,sen\,60°$; entonces;

Su radio de curvatura es: $\rho = 2.64(10^3)$ pies.

12.104. Un bote está viajando por una curva circular que tiene un radio de 100 pies. Si su rapidez en t = 0 es de 15 pies/s y está aumentando a $dv/dt = (0.8t)$ pies/s^2, determine la magnitud de su aceleración en el instante t = 5 s.

Solución:

Cálculo de la magnitud de su aceleración en el instante t = 5 s:

Sabemos que $a_t = dv/dt = 0.8t$, como para t = 0; v = 15pies/s;

Integrando: $\int_{15}^{v} dv = \int_0^5 0.8t\,dt$; evaluando la integral; v = 25 pies/s;

La aceleracion normal es: $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{25^2}{100} = 6.25\,pies/s^2$;

Para t = 5s; $a_t = 0.8(5) = 4$ pies/s^2

Luego de 5 seg. su aceleracion será: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{4^2 + 6.25^2} = 7.42\,pies/s^2$

12.105. Un bote está viajando por una curva circular que tiene un radio de 20 m. Determine la magnitud de la aceleración del bote cuando la rapidez es v = 5 m/s y la razón de incremento de rapidez es v=2m/s^2.

Solución:

Cálculo de la aceleración del bote cuando v = 5 m/s:

Se tiene para un instante "t"; la aceleración tangencial es; $a_t = 2$ m/s^2;

Como: r = 20m y v = 5m/s; aceleracion normal sera; $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{5^2}{20} = 1.25\,m/s^2$;

Con las dos componentes su aceleracion es:

$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{2^2 + 1.25^2} = 2.36\ m/s^2$;

12.106. Partiendo del reposo, un ciclista viaja alrededor de una trayectoria circular horizontal, ρ = 10 m, con rapidez de
$v = (0.09t^2 + 0.1t)$ m/s, donde t está en segundos. Determine las magnitudes de su velocidad y su aceleración cuando él ha viajado s = 3 m.

Solución:

Càlculo de velocidad para s = 3m:

Sabemos que v = ds/dt; integrando; $\int_0 ds = \int_0 (0.09t^2 + 0.1t)\,dt$;

Evaluando la integral: $s = 0.03\,(t^3 + 0.05t^2$;

Cuando s = 3m; tenemos en lo anterior; $3 = 0.03\,t^3 + 0.05\,t^2$;

Resolviendo: t = 4.147seg.;

Luego si t = 4.147s; se tiene; $v = 0.09\,(4.147)^2 + 0.1(4.147) = 1.96$ m/s

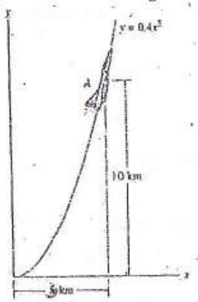
Càlculo de aceleracion para s = 3m:

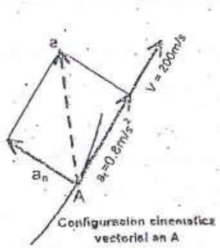
La aceleracion tangencial es; $a_t = \frac{dv}{dt} = 0.18t + 0.1\Big|_{t=4.147s} = 0.84646\,m/s^2$;

La aceleracion normal es: $a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{1.96^2}{10} = 0.38416\,m/s^2$;

Con las dos componentes; $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(0.84646)^2 + (0.38416)^2} = 0.9295\ m/s^2$

12.107. El avión a chorro viaja a lo largo de la trayectoria parabólica vertical. Cuando está en el punto A tiene una rapidez de 200 m/s, la cual está incrementando a razón de 0.8 m/s^2. Determine la magnitud de la aceleración del avión cuando está en el punto A.





Configuracion cinematica vectorial en A

Solución:

Càlculo del modulo de la aceleración en A:
En esquema vectorial adjunto la ecuación de la trayectoria es: $y = 0.4\,x^2$;

Derivando: $\frac{dy}{dx} = 0.8\,x\Big|_{x=5\,km} = 4$;

Con otra derivación: $\frac{d^2y}{dx^2} = 0.8$; con esto; el radio curvatura; $\rho_A = \frac{\left[1+(4)^2\right]^{3/2}}{0.8} = 87.616\,km$;

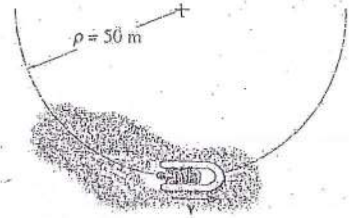
Por dato se sabe: $a_t = 0.8$ m/s^2;

La aceleracion normal en A es: $a_n = \frac{v^2}{\rho_A} \frac{(0.200\,km/s)^2}{87.616\,km} = 0.45654(10^{-3})\,km/s^2$;

De donde: $a_n = 0.45654$ m/s^2;

Luego el modulo de la aceleración en A es: $a = \sqrt{(0.8)^2 + (0.45654)^2} = 0.9211\ m/s^2$.

12.108. Partiendo del reposo, el bote viaja alrededor de la trayectoria circular, ρ = 50 m, con rapidez v = (0.8t) m/s, donde t está en segundos. Determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración del bote cuando ha recorrido 20 m.



Solución:

Càlculo de la velocidad en s = 20m:
Sabemos: ds = vdt; si t = 0; s = 0;

Integrando: $\int_0^{20m} ds = \int_0 0.8\,t\,dt$; 20 = 0.4 t^2; de donde; t = 7.071seg.

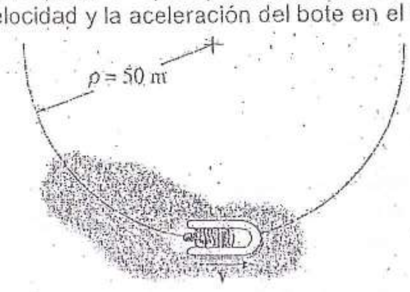
Conocido el tiempo empleado para s = 20m; se tiene; v=0.8(7.071)=5.6568 m/s;

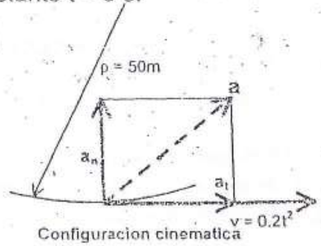
Cálculo de la aceleracion en s = 20m:

Sabemos: a_t = dv/dt = 0.8 m/s^2; tambien; $a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{5.6568^2}{50} = 0.640\ m/s^2$;

Sabiendo las dos componentes a_t y a_n;
La magnitud de la aceleracion es; $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{0.8^2 + 0.640^2} = 1.025\ m/s^2$.

12.109. Partiendo del reposo, el bote viaja alrededor de la trayectoria circular ρ = 50 m, con rapidez v = (0.2t^2) m/s, donde t está en segundos. Determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración del bote en el instante t = 3 s.





Configuracion cinematica vectorial para t = 3s

Solución:

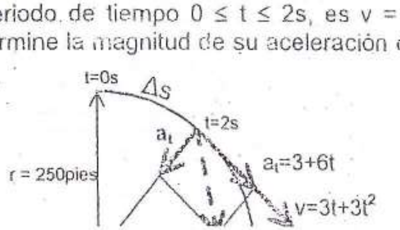
Càlculo de la velocidad para t = 3s:
La trayectoria es circular;
Como v = (0.2t^2) m/s; tenemos para t = 3s; v = 0.2 (3^2) = 1.80 m/s.

Càlculo de la aceleracion para t = 3s:
Se sabe que: a_t = dv/dt = (0.4t) m/s^2
Cuando t = 3s; a_t = 0.4 (3) = 1.20 m/s^2;

La aceleracion normal sera: $a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{1.80^2}{50} = 0.0648\ m/s^2$;

Conociendo ambas componentes la magnitud de la aceleración sera:
$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{1.20^2 + 0.06048^2} = 1.20\ m/s^2$.

12.110. Un carro se desplaza por una pista circular de 250 pies de radio y su rapidez, por un corto periodo de tiempo $0 \le t \le 2s$, es $v = 3(t + t^2)$ pies/s, donde t está en segundos. Determine la magnitud de su aceleración cuando t = 2s. ¿Cuánto ha viajado en t = 2 s?.



Solución:

Magnitud de la aceleración en t = 2s:

Movimiento circular aceleración angular constante;

Sabemos: $v = 3(t + t^2)$; derivando obtenemos;

Aceleración tangencial: $a_t = \dfrac{dv}{dt} = 3 + 6t$;

Cuando t = 2seg.; $a_t = 3 + 6(2) = 15$ pies/s²;

Luego la aceleracion normal en t = 2seg: $a_n = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{[3(t+t^2)]^2}{r} = \dfrac{[3(2+2^2)]^2}{250} = 1.296\, pies/s^2$;

La magnitud de la aceleracion total es: $a = \sqrt{(15)^2 + (1.296)^2} = 15.056\, pies/s^2$;

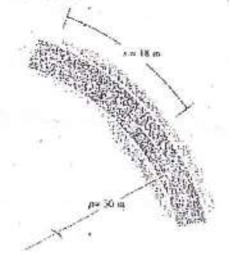
Cálculo del espacio recorrido Δs:

Sabemos por definición: v = ds/dt; integrando se tiene;

$\Delta s = \int_0^2 ds = \int_0^2 3(t + t^2)\,dt$; luego; $\Delta s = \dfrac{3}{2}t^2 + t^3 \Big|_0^2$;

Evaluando la integral definida; Δs = 14 pies.

12.111. El carro viaja por la trayectoria curva de manera tal que su rapidez aumenta en $dv/dt = (0.5e^t)$ m/s², donde t está en segundos. Determine las magnitudes de su velocidad y su aceleración después que ha recorrido s = 18 metros partiendo del reposo. Desprecie el tamaño del carro.



Solución:

Cálculo de la velocidad para s = 18m:;

Sabemos por dato: $a_t = dv/dt = (0.5e^t)$ m/s²;

Como parte del reposo, para t = 0 se tiene s = 0; integrando: $\int_0^v dv = \int_0^t 0.5e^t\, dt$;

De donde: $v = 0.5(e^t - 1)$..(1);

Luego con ds = vdt; integrando: $\int_0^{18} ds = 0.5 \int_0^t (e^t - 1)\, dt$;

De donde: $18 = 0.5(e^t - t - 1)$; resolviendo se obtiene; t = 3.7064seg.

Luego con lo anterior en (1) se tiene: $v = 0.5(e^{3.7064} - 1) = 19.85$ m/s;

Cálculo de la aceleracion para s = 18m.:

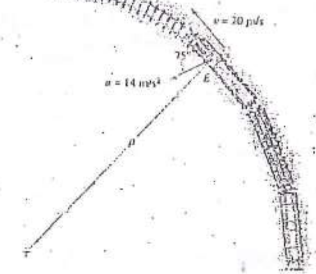
La aceleracion tangencial es: $a_t = dv/dt = 0.5e^t\big|_{t=3.7064s} = 20.35\ m/s^2$;

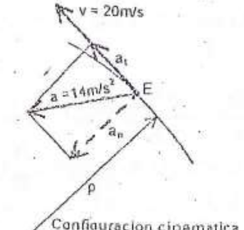
Como ρ = 30m la aceleracion normal es: $a_n = \dfrac{v^2}{\rho} = \dfrac{19.85^2}{30} = 13.134\ m/s^2$;

Como tenemos las dos componentes normales de la aceleración su valor es:

$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{20.35^2 + 13.134^2} = 24.22\ m/s^2$.

12.112. En un instante dado, el motor de la locomotora situado en E tiene una rapidez de 20 m/s y aceleración de 14 m/s² actuando en la dirección mostrada. Determine la razón de incremento en la rapidez del tren y el radio de curvatura ρ de la trayectoria.





Configuracion cinematica vectorial en E

Solución:;

Cálculo del incremento la rapidez:

Para el instante dado la aceleración en direccion tangencial es;

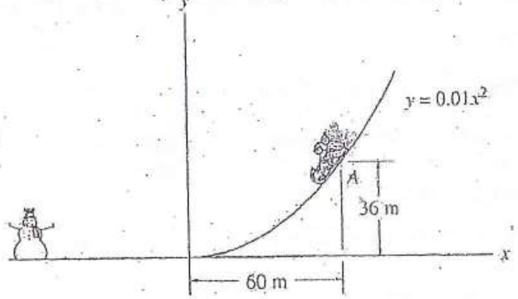
$a_t = 14 \cos 75° = 3.62$ m/s²;

Calculo del radio de curvatura:

Sabemos: $a_n = 14$ sen 75°;

Luego como: $a_n = \dfrac{(20)^2}{\rho} = 14sen75°$; de donde; ρ = 29.58m;

12.113. Un tobogán viaja por una curva que puede ser aproximada mediante la parábola $y = 0.01x^2$. Determine la magnitud de su aceleración cuando alcanza el punto A, donde su rapidez es $v_A = 10$ m/s y está incrementándose a razón de $\dot{v}_A = 3$ m/s^2.



Solución:

Cálculo de la aceleración en A:
Cuando esta en A su v_A = 10 m/s; su aceleración tangencial es a_t = 3 m/s^2;
Calculamos el radio de curvatura en A; para esto primero hallamos la primera y segunda derivadas.

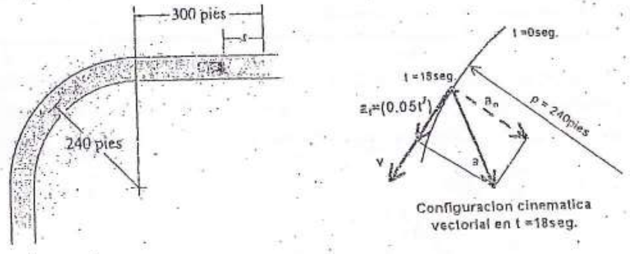
Conociendo la ecuaciòn del tobogan, se tiene, $\dfrac{dy}{dx} = 0.02x$; $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 0.02$;

Luego el radio de curvatura en A es; $\rho = \dfrac{\left[1+(dy/dx)^2\right]^{3/2}}{\left|d^2y/dx^2\right|} = \dfrac{\left[1+(0.02x)^2\right]^{3/2}}{|0.02|}\Bigg|_{x=60m} = 190.57m$;

Luego: $a_n = \dfrac{v^2}{\rho} = \dfrac{10^2}{190.57} = 0.5247\ m/s^2$;

Conociendo ambas componentes a_t; a_n; la aceleraciòn total en A es;
$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{3^2 + 0.5247^2} = 3.0455\ m/s^2$.

12.114. El automóvil está originalmente en reposo en s = 0. Si su rapidez es incrementada en dv/dt = $(0.05t^2)$ pies/s^2, donde t está en segundos, determine las magnitudes de su velocidad y su aceleración cuando t = 18 s.



Configuracion cinematica vectorial en t =18seg.

Solución:
Càlculo de la velocidad en t = 18seg.:
De la figura adjunta se tiene;

Se sabe que: $a_t = 0.05\ t^2$; como $dv = a_t dt$; integrando; $\int_0^t dv = \int_0^t 0.05\ t^2\ dt$;

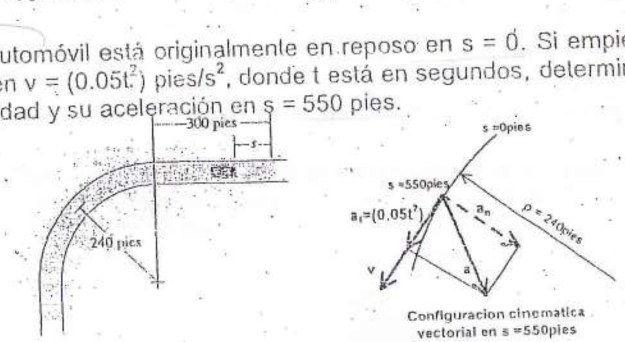
De donde: $v = 0.0167\ t^3$; luego como ds = vdt; integrando: $\int_0^s ds = \int_0^t 0.0167\ t^3\ dt$;

De donde: $s = 4.167\ (10^{-3})\ t^4$;
Cuando t = 18seg; se tiene su posición; s = 437.4 pies;
Tambien su velocidad: $v = 0.0167\ (18)^3 = 97.2$ pies/s;
Càlculo de la aceleraciòn en t = 18seg:

Con lo anterior la aceleración normal es: $a_n = \dfrac{(97.2)^2}{240} = 39.366\,pies/s^2$;

La tangencial: $a_t = 0.05(18)^2 = 16.2$ pies/s^2;
Conociendo a_t y a_n; la aceleración es; $a = \sqrt{(39.366)^2 + (16.2)^2} = 42.57\,pie/s^2$.

12.115. El automóvil está originalmente en reposo en s = 0. Si empieza a incrementar su rapidez en v = $(0.05t^2)$ pies/s^2, donde t está en segundos, determine las magnitudes de su velocidad y su aceleración en s = 550 pies.



Configuracion cinematica vectorial en s =550pies

Solución:;
Càlculo de la velocidad en s = 550pies: De la figura adjunta se tiene;

Se sabe que: $a_t = 0.05\, t^2$; como $dv = a_t dt$; integrando; $\int_0^v dv = \int_0^t 0.05\, t^2\, dt$;

De donde: $v = 0.0167\, t^3$; como $ds = v dt$; integrando esto; $\int_0^s ds = \int_0^t 0.0167\, t^3\, dt$;

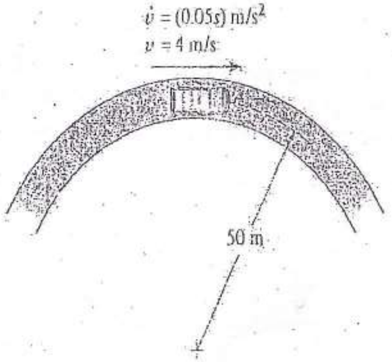
De donde: $s = 4.167\,(10^{-3})\, t^4$;
Cuando: $s = 550 = 4.167(10^{-3})t^4$; se tiene; $t = 19.06$ s;
De donde: $v = 0.0167\,(19.06)^3 = 115.4$pies/s;
Càlculo de la aceleraciòn en s = 550pies:

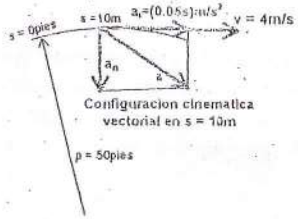
Con lo anterior: $a_n = \dfrac{(115.4)^2}{240} = 55.48\, pies/s^2$;

Tambien: $a_t = 0.05\,(19.06)^2 = 18.16$ pies/s^2;

Conociendo a_t y a_n; la aceleración total es; $a = \sqrt{(55.48)^2 + (18.16)^2} = 58.4\, pies/s^2$;

12.116. El camión viaja en una trayectoria circular con radio de 50 m a una rapidez de 4 m/s. Por una corta distancia desde s = 0, su rapidez es incrementada en $\dot v = (0.05s)$ m/s^2, donde s está en metros. Determine su rapidez y la magnitud de su aceleración cuando ha recorrido s = 10 m.





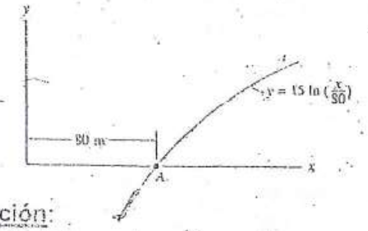
Configuracion cinematica vectorial en s = 10m

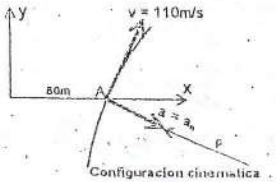
Solución:
Calculo de la velocidad cuando s = 10m:
De la figura adjunta se tiene;
Sabemos que: $v dv = a_t ds$;
Integrando: $\int_4^v v\,dv = \int_0^{10} 0.05s\, ds$;

Operando: $0.5v^2 - 8 = \dfrac{0.05}{2}(10)^2$; de donde; v = 4.583 = 4.58 m/s.

Calculo de la aceleraciòn cuando s = 10m:
Sabiendo v y ρ: $a_n = \dfrac{v^2}{\rho} = \dfrac{(4.583)^2}{50} = 0.420\, m/s^2$;
Para s = 10m: $a_t = 0.05(10) = 0.5$ m/s^2;
Conociendo a_n y a_t; la aceleración sera; $a = \sqrt{(0.420)^2 + (0.5)^2} = 0.653\, m/s^2$.

12.117. El avión a chorro está viajando con rapidez constante de 110 m/s por la trayectoria curva. Determine la magnitud de la aceleración del avión en el instante en que llega al punto A (y = 0).





Configuracion cinematica vectorial en A

Solución:
Càlculo de la aceleración en A:
Coordenadas de A = (0 ; 80);
Ecuación de la trayectoria: $y = 15\ln\left(\dfrac{x}{80}\right)$;

1ra.Derivada en A; $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{15}{x}\Big|_{x=80m} = 0.1875$; 2ra.Derivada en A; $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -\dfrac{15}{x^2}\Big|_{x=80m} = -0.002344$;

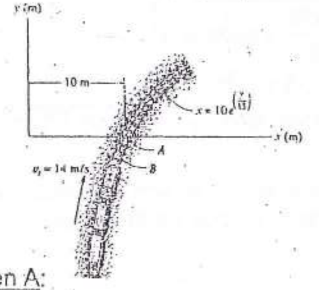
Con lo anterior el radio de curva en A; $\rho = \left|\dfrac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|}\right|_{x=80m}$;

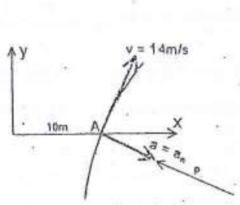
Luego esto con valores: $\rho = \dfrac{\left[1+(0.1875)^2\right]^{3/2}}{|-0.002344|} = 449.4\, m$;

Aceleracion normal: $a_n = \dfrac{v^2}{\rho} = \dfrac{(110)^2}{449.4} = 26.92\, m/s^2$;

Luego como la acelerción tangencil es; a_t=0; entonces; $a_A = a_n = 26.92$m/s^2.

12.118. Un tren está viajando con rapidez constante de 14 m/s por la trayectoria curva. Determine la magnitud de la aceleración del frente del tren, B, en el instante en que alcanza el punto A (y = 0).





Configuracion cinematica vectorial en A

Solución:

Cálculo de la aceleración en A:

Coordenada de A = (0 ; 10);

Ecuaciones de curva es: $x=10e^{(\frac{y}{15})}$; de donde; $y=15\ln\left(\frac{x}{10}\right)$;

1ra.Derivada en A: $\frac{dy}{dx}=15\left(\frac{10}{x}\right)\left(\frac{1}{10}\right)=\frac{15}{x}$;

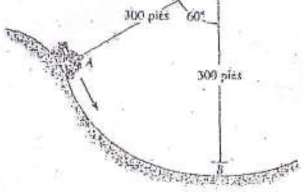
2ra.Derivada en A: $\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{15}{x^2}$; con esto;

Para x = 10; se halla el radio de curva en A; $\rho=\frac{[1+(dy/dx)^2]^{\frac{3}{2}}}{|d^2y/dx^2|}=\frac{[1+(1.5)^2]^{\frac{3}{2}}}{|-0.15|}=39.06\ m$;

Como su velocidad no varia: $a_t=\frac{dv}{dt}=0$;

La aceleracion es debido a la normal: $a_n=a=\frac{v^2}{\rho}=\frac{(14)^2}{39.06}=5.02\ m/s^2$.

12.119. Cuando el motociclista está en A, incrementa su rapidez a lo largo de la trayectoria vertical circular a razón de $dv_t/dt=(0.3t)$ pies/s^2, donde t está en seg. Si él parte del reposo en A, determine las magnitudes de su velocidad y su aceleración cuando llega a B.



Solución:

Cálculo de velocidad en B:

Integrando entre A y B: $\int_0^v dv=\int_0^t 0.3\ tdt$; de donde: $v = 0.15t^2$;

Luegó como: ds = vdt; integrando de A a B;

Tenemos: $\int_0^s ds=\int_0^t 0.15t^2\ dt$; de donde; $s = 0.05t^3$;

Cuando llega al punto B ha recorrido; $s=\frac{2\pi(300)(60)}{(360)}=\frac{\pi}{3}(300)pies=0.05t^3$;

De donde: $t=18.453\,seg.$; con esto su rapidez es; $v_A = 0.15(18.453)^2 = 51.08$ pies/s;

Cálculo de aceleracion en B:

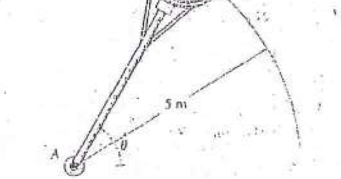
Sabemos que la aceleración tangencial; $a_t = dv/dt = 0.3t|_{t=18.453\,s} = 5.536$ pies/s^2;

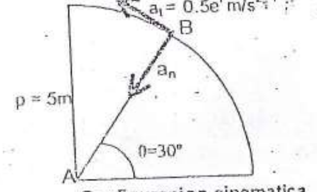
La normal es: $a_n=\frac{v^2}{\rho}=\frac{51.08^2}{300}=8.696\,pies/s^2$;

Conociendo ambas componentes la aceleración en B sera:

$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{(5.536)^2+(8.696)^2}=10.3\,pies/s^2$.

12.120. El carro B gira de manera que su rapidez aumenta en $dv_B/dt = (0.5e^t)$m/s^2, donde t está en segundos. Si el carro parte del reposo cuando θ = 0°, determine las magnitudes de su velocidad y su aceleración cuando el brazo AB gira θ = 30°. Desprecie el tamaño del carro.





Configuracion cinematica vectorial en B

Solución:
Cálculo de velocidad en B:
Para posición instantanea en B;

Sabemos: $a_t = \dfrac{dv_B}{dt} = 0.5e^t$; integrando desde 0°; $\int_0^{v_B} dv_B = \int_0^t 0.5e^t\,dt$;
De donde; $v_B = 0.5\,(e^t - 1)$;

Tambien como ds=vdt; integramos; $\int_0^{s_B} ds_B = \int_0^t 0.5\,(e^t - 1)\,dt$;

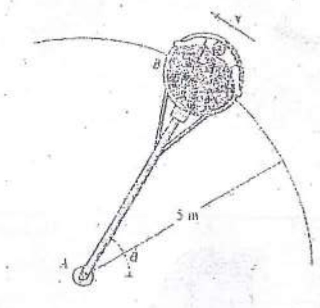
De donde: $s_B = 0.5\,(e^t - t)\Big|_0^t = 0.5\,(e^t - t - 1)$;

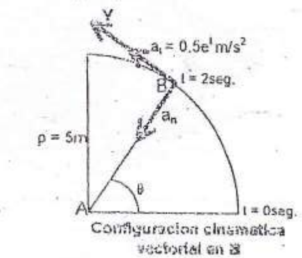
Para θ = 30°; $s_B = \left(\dfrac{30^\circ}{180^\circ}\pi\right)(5) = 2.618\ m$; entonces el tiempo para recorrer s_B;
Sera de 6.236 = $(e^t - t)$; de donde; t = 2.123 s;
Luego la velocidad en B es: $v_B = 0.5(e^{2.123} - 1) = 3.678 = 3.678$ m/s;

Cálculo de aceleración en B:
En la dirección tangencial: $(a_B)_t = dv_B/dt = 0.5(e^{2.123}) = 4.178$ m/s²;
La dirección normal: $(a_B)_n = \dfrac{v_B^2}{5} = \dfrac{(3.678)^2}{5} = 2.706\ m/s^2$;

Teniendo la normal y tangencial la a_B es: $a_B = \sqrt{(4.178)^2 + (2.706)^2} = 4.98\ m/s^2$.

12.121. El carro B gira de manera tal que su rapidez aumenta en $v_B = (0.5e^t)$ m/s², donde t está en segundos. Si el carro parte del reposo cuando θ = 0°, determine las magnitudes de su velocidad y su aceleración cuando t = 2s. Desprecie el tamaño del carro. ¿A través de qué ángulo θ ha viajado?.





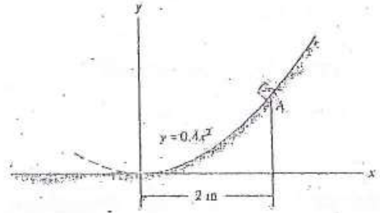
Configuración cinemática vectorial en B

Solución:
Cálculo de velocidad en B: Para posición instantanea en B;
Sabemos que dv = $a_t$dt; integrando se tiene; $\int_0^v dv = \int_0^t 0.5\,e^t\,dt$;

De donde: $v = 0.5\,e^t\Big|_0^t = 0.5(e^t - 1)$;

En B se tiene t = 2s; luego la velocidad en B; $v_B = 0.5\,(e^2 - 1) = 3.1945 = 3.19$m/s;
Cálculo de la aceleración en B:
Tangencial en B: $a_t = 0.5\,e^2 = 3.6945$ m/s²;
La normal es: $a_n = \dfrac{v^2}{p} = \dfrac{(3.1945)^2}{5} = 2.041\ m/s^2$;
Conociendo ambas componentes de la aceleración;
Podemos calcularla; $a = \sqrt{(3.6945)^2 + (2.041)^2} = 4.22\ m/s^2$.

12.122. La caja de tamaño insignificante está deslizándose hacia abajo por una trayectoria curva definida mediante la parábola $y = 0.4x^2$. Cuando está en A (x_A = 2m, y_A = 1.6 m), su rapidez es v_B = 8 m/s y el incremento en rapidez es dv_B/dt = 4 m/s². Determine la magnitud de la aceleración de la caja en este instante.



Solución:
Cálculo de la aceleración en A:
La ecuacion de trayectoria es: $y = 0.4\,x^2$;
En el instante que esta en A; 1ra.derivada en A; $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=2m} = 0.8\,x\Big|_{x=2m} = 1.6$;

Luego la 2da derivadaen A: $\dfrac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=2m} = 0.8$;

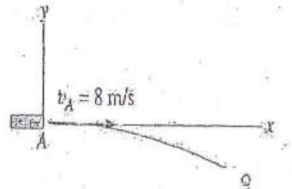
Con esto el radio de curvatura en A es; $\rho_A = \dfrac{\left[1 + (dy/dx)^2\right]^{3/2}}{\left|d^2y/dx^2\right|}\Bigg|_{x=2m} = \dfrac{\left[1 + (1.6)^2\right]^{3/2}}{|0.8|} = 8.396m$;

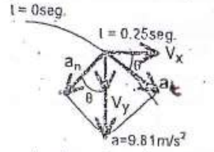
La normal en A: $a_n = \frac{v_B^2}{\rho} = \frac{8^2}{8.396} = 7.622\ m/s^2$;

Luego sabemos que: $a_t = dv_B/dt = 4\ m/s^2$;

Con lo anterior la aceleración en A es: $a_A = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(4)^2 + (7.622)^2} = 8.61\ m/s^2$.

12.123. La bola es lanzada horizontalmente desde el tubo con rapidez de 8 m/s. Encuentre la ecuación de la trayectoria, y = f(x), y luego determine la velocidad de la bola y las componentes normal y tangencial de la aceleración cuando t = 0.25 s.





Configuracion cinematica vectorial en t = 0.25s

<u>Solución:</u>

<u>Càlculo de la ecuación de la trayectoria:</u>

Analizamos en t = 0.25seg;

Componente en X: v_x = 8 m/s; constante;

Recorrido en X: (+ →)s = v_0 t; con datos; x = 8t..(1);

Recorrido en Y: (+ ↑) $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$; como parte del reposo;

$y = 0 + 0 + \frac{1}{2}(-9.81)t^2 = -4.905\ t^2$..(2);

Con (1) y (2) tenemos: $y = -4.905\left(\frac{x}{8}\right)^2$; de donde; y = -0.0766x² (Paràbola);

<u>Càlculo de la velocidad en t = 0.25s:</u>

Sabemos que en la vertical; $v = v_0 + a_c t$;

Con datos: v_y = 0 -9.81 t; v_y= -2.4525m/s; como v_x = 8 m/s;

La magnitud de la velocidad es en t = 0.25s; $v = \sqrt{(8)^2 + (2.4525)^2} = 8.37\ m/s$.

<u>Calculo de a_n y a_t componentes aceleración:</u>

En figura adjunta; $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2.4525}{8}\right) = 17.04°$;

Se sabe por caida libre: a_x = 0;a_y = 9.81 m/s²;

Proyectando en la normal: a_n = 9.81cos17.04° = 9.38 m/s²;

Análogamente proyectand en la tangencial: a_t=9.81sen17.04°=2.88m/s²;

12.124. El movimiento de una partícula está definido mediante las ecuaciones x = (2t + t²) m y y = (t²) m, donde t está en segundos. Determine las componentes normal y tangencial de la aceleracion y la velocidad de la particula cuando t = 2 s.

<u>Solución:</u>

<u>Calculo de velocidad para t = 2seg:</u>

Analizamos en t = 2seg;

El vector posición es: $r = \{(2t + t^2)i + t^2\ j\}m.$;

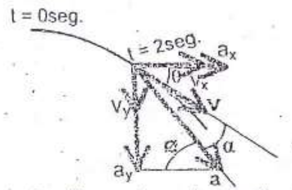
Vector velocidad: $v = \frac{dr}{dt} = \{(2+2t)i + 2tj\}\ m/s$;

Para t = 2seg; tenemos;

El vector v: $v = [2+2(2)]i + 2(2)j = (6i + 4j)m/s$;

La magnitud de v es: $v = \sqrt{6^2 + 4^2} = 7.21\ m/s$;

Nota: La velocidad es tangencial; v_n = 0;



Configuracion cinematica vectorial en t = 2seg.

<u>Componentes normal y tangencial de a:</u>

Del grafico adjunto; como; $\theta = \tan^{-1}\frac{4}{6} = 33.69°$;

Luego: $a = \frac{dv}{dt} = \{2i + 2j\}\ m/s^2$; su modulo es; $a = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2.828\ m/s^2$;

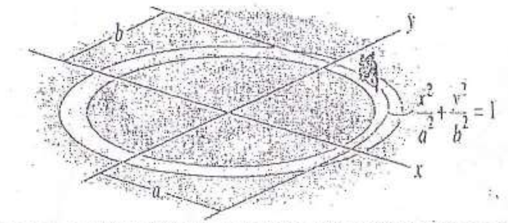
El angulo ø de la figura es: $\phi = \tan^{-1}\frac{2}{2} = 45.0°$; de donde; $\alpha = 11.31°$;

Como α es el angulo de **a** con v; se tiene que;

La aceleración tangencial es; a_t=a cos α = 2.828cos 11.31° = 2.773 m/s²;

La aceleración normal es; a_n= a senα =2.828sen11.31° = 0.55462m/s².

12.125. La motocicleta viaja por la pista eliptica con rapidez constante v. Determine la magnitud más grande de la aceleración si a > b.



Solución:

Diferenciando la ecuación de la trayectoria; $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$;

Se tiene la primera derivada; $\frac{dy}{dx} = -\frac{bx}{a\sqrt{a^2 - x^2}}$;

Luego la 2da. Derivada; $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{ab}{(a^2 - x^2)^{3/2}}$;

Con esto calculamos el radio de curvatura ρ en cualquier punto del recorrido:

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|} = \frac{\left[1 + \left(-\frac{bx}{a\sqrt{a^2 - x^2}}\right)^2\right]^{3/2}}{\left|-\frac{ab}{(a^2 - x^2)^{3/2}}\right|} = \frac{\left[1 + \frac{b^2x^2}{a^2(a^2 - x^2)}\right]^{3/2}}{\frac{ab}{(a^2 - x^2)^{3/2}}} \quad ..(1);$$

Lo anterior cuando y = 0; y; x → a; tenemos que; $\frac{b^2x^2}{a^2(a^2 - x^2)} >>> 1$;

Es o tiene un valor muy grande comparado con la unidad;

Entonces; $\left[1 + \frac{b^2x^2}{a^2(a^2 - x^2)}\right]^{3/2} \to \left[\frac{b^2x^2}{a^2(a^2 - x^2)}\right]^{3/2} = \frac{b^3x^3}{a^3(a^2 - x^2)}$;

Luego lo nterior en (1) tenemos: $\rho = \frac{b^2}{a^4}x^3$;

Luego si x = a; tenemos el ρ màximo: $\rho = \frac{b^2}{a^4}(a^3) = \frac{b^2}{a}$;

Con esto la aceleración normal màxima es: $(a_n)_{max} = \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{b^2/a} = \frac{av^2}{b^2}$;

Como la velocidad es constante $a_t = 0$; solo existe la componente normal de a;
Por lo cual la magnitud maxima de la aceleración en toda la trayectoria es;

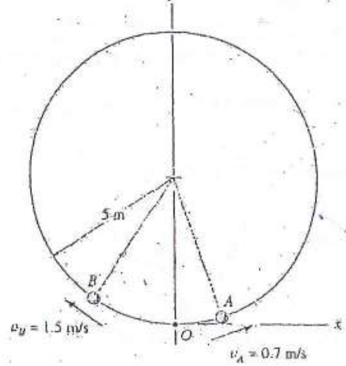
La aceleración normal maxima: $a_{max} = (a_n)_{max} = \frac{a}{b^2}v^2$.

12.126. Las dos partículas A y B parten del origen O y viajan en direcciones opuestas por la trayectoria circular con rapidez constante v_A = 0.7 m/s y v_B = 1.5 m/s, respectivamente. Determine en t = 2s, (a) el desplazamiento por la trayectoria de cada partícula, (b) el vector de posición hacia cada partícula, y (c) la distancia más corta entre las partículas.

Solución:

(a)Desplazamiento de las particulas A y B:
Luego de t = 3seg. se tiene;
s_A = 0.7(2) = 1.40 m; rapidez constante;
s_B = 1.5(2) = 3 m; rapidez constante;
(b)Vector popsicion de cada particula:
Angulo girado por A: $\theta_A = \frac{1.40}{5} = 0.280rad = 16.04°$;

Angulo girado por B: $\theta_B = \frac{3}{5} = 0.6rad = 34.38°$;

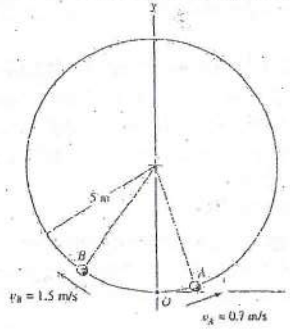


Las coordenandas de A son:
x = 5sen 16.04° = 1.382m;
y = 5(1 – Cos 16.04°) = 0.1947 = 0.195 m;
Su posicion: r_A = {1.38i + 0.195j}m
Las coordenadas de B son: x = -5 sen 34.38° = -2.823 = -2.82 m;
y = 5(1 – cos 34.38°) = 0.8734 = 0.873 m; su posición es; r_B = {-2.82i + 0.873j} m;
(c)Distancia mas corta entre ellos en t = 3s:
De lo anterior; $\Delta r = r_B - r_A$ = {-4.20 i + 0.678 j} m;
Luego en magnitud: $\Delta r = \sqrt{(-4.20)^2 + (0.678)^2} = 4.254\ m$;

12.127. Las dos partículas A y B parten del origen O y viajan en direcciones opuestas por una trayectoria circular con rapidez constante v_A = 0.7 m/s y v_B = 15 m/s, respectivamente. Determine el tiempo en que entran en colisión y la magnitud de la aceleración de B justo antes de que esto pase.

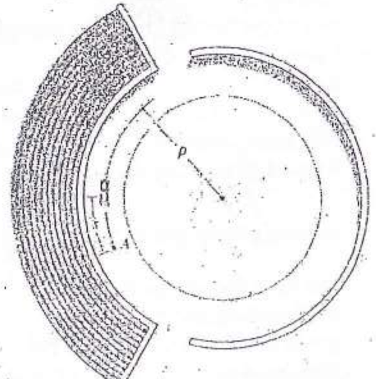
Solución:

Cálculo del tiempo en que entran en colisión:
Se analiza cuando se encuentran;
Circunferencia total: $s_t = 2\pi$ (5) = 31.4159 m;
Recorrido de A: s_A = 0.7t;
Recorrido de B: s_B = 1.5 t
Cuando se ecuentran: $s_A + s_B$ = 31.4159;
Luego: 0.7t + 1.5t = 31.4159;
De donde el tempo que chocan es:t = 14.28 seg.



Cálculo de la magnitud de la aceleración en B:
Como la tangencial es a_t =0; la aceleración solo es normal y constante;
Por lo cual: $a_B = \frac{v_B^2}{p} = \frac{(1.5)^2}{5} = 0.45\ m/s^2$.

12.128. El carro de carreras tiene una rapidez inicial v_A = 15 m/s en A. Si mientras recorre la pista circular el carro aumenta su rapidez a razón de $a_t = (0.4s)$ m/s², donde s está en metros, determine el tiempo necesario para que viaje 20 m. Sea ρ=150m.



Solución:

Càlculo del tiempo para s = 20m:

Se sabe que por teoria que: $a_t ds = vdv$; $ds = vdt$;

Para nuestro caso se tiene: $a_t = 0.4s = \dfrac{v\,dv}{ds}$;

Integrando: $\int_0^s 0.4s\ ds = \int_{15}^{v} v\ dv$; $s = 0; v = 15$;

Luego: $\left.\dfrac{0.4s^2}{2}\right|_0^s = \left.\dfrac{v^2}{2}\right|_{15}^{v}$; $\dfrac{0.4s^2}{2} = \dfrac{v^2}{2} - \dfrac{225}{2}$;

De donde: $v^2 = 0.4s^2 + 225$;

Como v = ds/dt; se tiene; dt = ds/v;

Integrando se tiene: $\int_0^s \dfrac{ds}{\sqrt{0.4s^2+225}} = \int_0^t dt$; luego; $\int_0^s \dfrac{ds}{\sqrt{s^2+562.5}} = 0.632456t$;

Evaluando la integral definida: $\ln\left(s+\sqrt{s^2+562.5}\right)_0^s = 0.632456\,t$;

Luego tenemos: $\ln\left(s+\sqrt{s^2+562.5}\right) - 3.166196 = 0.632456t$;

Con lo anterior el tiempo para s = 20m; $\ln\left(20+\sqrt{20^2+562.5}\right) - 3.166196 = 0.632456t$;.

Resolviendo lo anterior: t = 1.2113 seg.

12.129. Un niño está sentado en un carrusel de manera que siempre queda ubicado a r = 8 pies del centro de rotación. El carrusel está originalmente en reposo, y luego, debido a la rotación, la rapidez del niño es incrementada en 2 pies/s². Determine el tiempo requerido para que su aceleración sea de 4 pies /s².

Solución:

Cálculo del tiempo necesario para qu e su aceleración sea de 4 pies /s²:

Se sabe: $v = v_0 + a_t t$; como; $a_t = 2$m/s²;

Para un t tenemos: v = 0 + 2t;

Luego la aceleración normal es: $a_n = \dfrac{v^2}{\rho} = \dfrac{(2t)^2}{8}$;

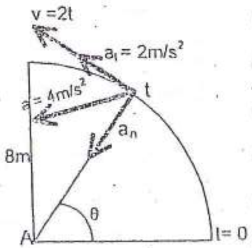
La aceleración tangencial es: a_t = 2 pies/s²;

Para un instante t;la magnitud de la aceleración es: $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$;

Como la aceleracion resultante es 4 m/s²;

Esto en lo anterior: $4 = \sqrt{(2)^2 + \left(\dfrac{(2t)^2}{8}\right)^2}$; $16 = 4 + \dfrac{16t^4}{64}$;

De donde: t = 2.632seg.



12.130. Una partícula viaja a lo largo de la trayectoria y = a + bx + cx², donde a, b y c son constantes. Si la rapidez de la particula es constante, $v = v_0$, determine las componentes x y de la velocidad y la componente normal de la aceleración cuando x = 0.

Solución:

Componentes de la velocidad:

La trayectoria de la particula es: y = a + bx + cx².

Derivando: dy/dt = b(dx/dt) + 2cx(dx/dt); de donde; $v_y = bv_x + 2cx\,v_x$;

Cuando x = 0, $v_y = bv_x$; como $v_0^2 = v_x^2 + v_y^2$;

De donde: $v_0^2 = v_x^2 + b^2v_x^2$;

Luego las componentes cartesianas de la velocidad son: $v_x = \dfrac{v_0}{\sqrt{1+b^2}}$; $v_y = \dfrac{v_0 b}{\sqrt{1+b^2}}$;

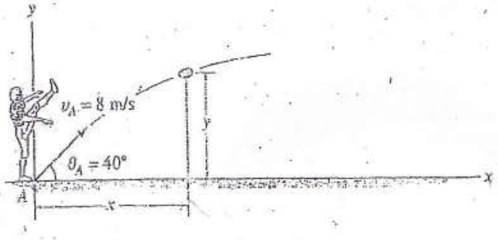
Càlculo de la aceleración normal a_n:

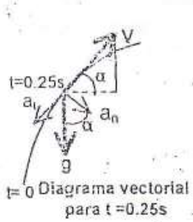
Radio de curvatura es para cualquier posición de la curva es: $\rho = \dfrac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|}$;

Derivando: $\dfrac{dy}{dx} = b + 2c\,x$; luego; $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 2c$; para x =0; $\rho = \dfrac{(1+b^2)^{3/2}}{2c}$;

Conociendo ρ; la normal es: $a_n = \dfrac{2c\,v_0^2}{(1+b^2)^{3/2}}$.

12.131. La pelota es pateada con una rapidez inicial v_A = 8 m/s a un ángulo θ_A = 40° con la horizontal. Encuentre la ecuación de la trayectoria, y = f(x), y luego determine la velocidad de la pelota y las componentes normal y tangencial de su aceleració cuando t = 0.25 s.





Solución:

Cálculo de la ecuación de la trayectoria:
Se sabe que: $(v_0)_x = 8 \cos 40° = 6.128$ m/s;
En el eje X: $(+\rightarrow) s_x = (s_0)_s + (v_0)_x t$; como; $(s_0)_x = 0$ y $s_x = x$; $x = 0 + 6.128\,t$ (1);
Tambien: $(v_0)_y = 8 \text{ sen } 40° = 5.143$ m/s;

En el eje Y: $(+\uparrow) s_y = (s_0)_y + (v_0)_y t + \frac{1}{2}(a_c)_y t^2$; como; $(s_0)_y = 0$ y $s_y = y$;

Tenemos: $y = 0 + 5.143t + \frac{1}{2}(-9.81)(t^2)$ (2)

En (1) y (2) igualando t se halla la ecuación; $y = \{0.8391x - 0.1306x^2\}$m;

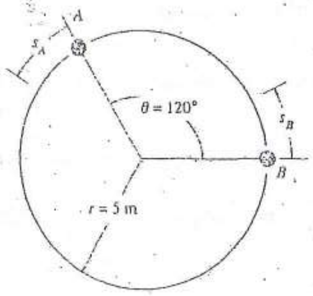
Componentes normal y tangencial de a:
Cuando t=0.25s; su posición en X es; x=0+6.128 (0.25) = 1.532m;

Luego como: $\frac{dy}{dx} = 0.8391 - 0.2612x$; si x = 1.532; $\frac{dy}{dx} = 0.8391 - 0.2612(1.532) = 0.4389$;

En la figura el angulo que forma la tangente con eje X; cuando t = 0.25 seg;
$\alpha = \tan^{-1} 0.4389416 = 23.70°$;
Este àngulo es el que forma g = 9.81 y a_n;
Por lo cual las components de a son;
$a_n = a \cos\alpha = 9.81 \cos 23.70° = 8.98$ m/s^2;
$a_t = a \text{ sen } \alpha = 9.81 \text{ sen } 23.70° = 3.94$m/s^2.

12.132. Las partículas A y B están viajando en sentido contrario de las manecillas del reloj alrededor de una pista circular con rapidez constante de 8 m/s. Si en el instante mostrado la rapidez de A es incrementada por $(a_A)_t = (4s_A)$ m/s^2, donde s_A está en metros, determine la distancia medida en sentido contrario al de las manecillas del reloj

a lo largo de la pista desde B hasta A cuando t = 1 s. ¿Cuál es la magnitud de la aceleración de cada partícula en este instante?.



Solución:
Distancia entre A y B luego de 1seg:
De la figura anterior se tiene que inicialmente estan separados una distancia;
$d_0 = \rho\theta_o = 5\left(\frac{120°}{180°}\pi\right) = 10.47\,m$;

La particula A acelera: $v_A dv_A = a_A ds_A$; integrando; $\int_{8\,m/s}^{v_A} v_A\, dv_A = \int_0^{s_A} 4s_A\, ds_A$;

De donde; $v_A = 2\sqrt{s_A^2 + 16}$ ..(1);

Tambien tenemos: $dt = \frac{ds_A}{v_A}$; integrando hasta 1seg; $\int_0^{1s} dt = \int_0^{s_A} \frac{ds_A}{2\sqrt{s_A^2+16}}$;

De donde evaluando la integral definida; $1 = \frac{1}{2} senh^{-1}\left(\frac{s_A}{4}\right)$;

Despejando lo anterior, el recorrido en 1seg es: $s_A = 14.51$m;
Luego la distancia entre A y B luego de 1s; $d = d_0 + s_A - s_B = 10.47 + 14.51 - 8 = 17.0$

Aceleración de A y B luego de 1seg.:
Cuando t = 1seg.; $(a_t)_A = 4s_A = 4\,(14.51)$; de donde; $(a_t)_A = 58.03$ m/s^2 y $(a_t)_B = 0$;
Cuando t = 1seg.; $v_A = 2\sqrt{14.51^2 + 16} = 30.10\,m/s$;

Luego: $(a_n)_A = \frac{v_A^2}{\rho} = \frac{30.10^2}{5} = 181.17\ m/s^2$; tambien; $(a_n)_B = \frac{v_B^2}{\rho} = \frac{8^2}{5} = 12.80\ m/s^2$;

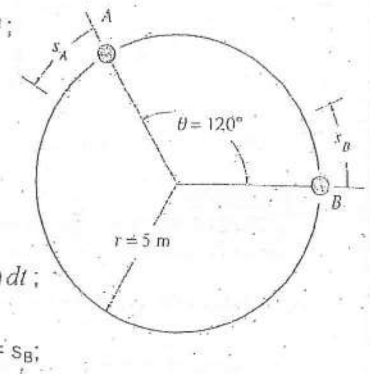
La aceleracion de A y B dentro de 1 s es;
$a_A = \sqrt{(a_t)_A^2 + (a_n)_A^2} = \sqrt{58.03^2 + 181.17^2} = 190\ m/s^2$;
$a_B = \sqrt{(a_t)_B^2 + (a_n)_B^2} = \sqrt{0^2 + 12.80^2} = 12.8\ m/s^2$.

12.133. Las partículas A y B están viajando alrededor de una pista circular con rapidez de 8 m/s en el instante mostrado. Si la rapidez de B es incrementado en $v_B = 4\ m/s^2$, y en el mismo instante A tiene un aumento en rapidez $v_A = 0.8t\ m/s^2$, determine el tiempo en que ocurre una colisión entre estas partículas. ¿Cuál es la magnitud de la aceleración de cada partícula justo antes de la colisión.

Solución: En la figura del problema anterior;

Cálculo del tiempo de colisión:

Inicialmente estan separados una distancia; $d_0 = \rho\theta_o = 5\left(\frac{120°}{180°}\pi\right) = 10.47\,m$;



Espacio recorrido por B en t; $s_B = (s_0)_B + (v_0)_B t + \frac{1}{2}a_c t^2$;

Con valores: $s_B = 0 + 8t + \frac{1}{2}(4)t^2 = (8t + 2t^2)\,m$ ..(1);

Luego el caso de A; $dv_A = a_A\,dt$;

Integrando; $\int_{8m/s}^{v_A} dv_A = \int_0^t 0.8t\,dt$; de donde;

$v_A = (0.4t^2 + 8)$m/s..(2);

Tambien $ds_A = v_A dt$; integrando; $\int_0^{s_A} ds_A = \int_0^t (0.4t^2 + 8)\,dt$;

De donde; $s_A = 0.1333\,t^3 + 8t$..(3);

Para que se encuentren se tiene que cumplir: $s_A + d_0 = s_B$;

De (1) y (3) tenemos: $0.1333t^3 + 8t + 10.47 = 8t + 2t^2$

Con esto A y B se encuentran en: t = 2.5074s = 2.51seg. tiempo que B lo alcanza a A;

Cálculo de la aceleracion de A y B cuando chocan:

Cuando t = 2.51s; se tiene; $(a_t)_A = 0.8t = 0.8(2.5074) = 2.006\ m/s^2$; y $(a_t)_B = 4\ m/s^2$;

Luego para t =2.51s; se tiene; en (2); $v_A = 0.4\,(2.5074^2) + 8 = 10.51\ m/s$;

Para B: $v_B = (v_0)_B + a_B t$; de donde; $v_B = 8 + 4\,(2.5074) = 18.03\ m/s$;

Con velocidades, hallamos las aceleraciones normales;

$$(a_n)_A = \frac{v_A^2}{\rho} = \frac{10.51^2}{5} = 22.11\ m/s^2;$$

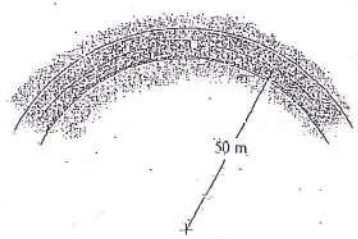
$$(a_n)_B = \frac{v_B^2}{\rho} = \frac{18.03^2}{5} = 65.01\ m/s^2;$$

Las aceleraciones antes de la colisión son:

$$a_A = \sqrt{(a_t)_A^2 + (a_n)_A^2} = \sqrt{2.006^2 + 22.11^2} = 22.2\ \ m/s^2;$$

$$a_B = \sqrt{(a_t)_B^2 + (a_n)_B^2} = \sqrt{4^2 + 65.01^2} = 65.1\ \ m/s^2.$$

12.134. El camión viaja con rapidez de 4 m/s a lo largo de un camino circular que tiene radio de 50m. Por una corta distancia desde s = 0, su rapidez se incrementa en $dv/dt = (0.05s)\ m/s^2$, donde s está en metros. Determine su rapidez y la magnitud de su aceleración cuando el camión se ha desplazado s = 10m.



Solución:

Cálculo de la rapidez:

Luego que recorre s = 10m

Como $a_t = dv/dt = 0.05s$; sabemos que; $vdv = a_t ds$; si s = 0; v = 4m/s;

Integrando lo anterior: $\int_{4m/s}^{v} vdv = \int_0^s 0.05\ sds$; de donde; $v = \left(\sqrt{0.05s^2 + 16}\right) m/s$;

Con esto para s=10m; su rapidez es;

$v = \sqrt{0.05\,(10^2) + 16} = 4.583\ m/s = 4.58\ m/s$;

Cálculo de su aceleracion para s = 10m:

Para; s = 10m; tenemos; $a_t = 0.05\,(10) = 0.500\ m/s^2$; tangencial;

La normal es: $a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{4.583^2}{50} = 0420\ m/s^2$;

Con esto su aceleracion es;

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{0.500^2 + 0.420^2} = 0.653\ m/s^2.$$

12.135. Un go-cart se mueve a lo largo de una pista circular de 100 pies de radio en forma tal que su rapidez por un corto periodo, $0 \le t \le 4$ s, es $v = 60\left(1 - e^{-t^2}\right)$ pies/s. Determine la magnitud de su aceleración cuando t = 2 s. ¿Qué tan lejos ha viajado en t = 2 s? Use la regla de Simpson con n = 50 para evaluar la integral.

Solución:;

Cálculo de la aceleración para t = 2s:

Como $v = 60\left(1 - e^{-t^2}\right)$; derivando; $a_t = \frac{dv}{dt} = 60\left(-e^{-t^2}\right)(-2t) = 120t\,e^{-t^2}$;

Para; t = 2s tenemos: $a_t\big|_{t=2} = 120(2)e^{-4} = 4.3958 pies/s^2$;

Su velocidad: $v\big|_{t=2} = 60(1 - e^{-4}) = 58.9011 m/s^2$;

Con esto la normal es: $a_n = \dfrac{(58.9011)^2}{100} = 34.693\,pies/s^2$;

Luego: $a = \sqrt{(4.3958)^2 + (34.693)^2} = 34.97\ m/s^2$;

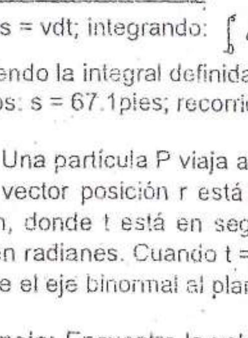
Càlculo de s para t = 2seg.:

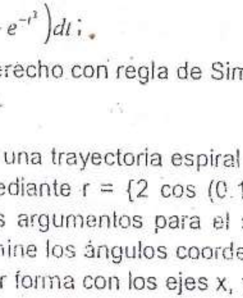
Como ds = vdt; integrando: $\int_0^s ds = \int_0^2 60\left(1 - e^{-t^2}\right)dt$;

Resolviendo la integral definida del lado derecho con regla de Simpson para n = 50; Tenemos: s = 67.1pies; recorrido en t = 2s.

12.136. Una partícula P viaja a lo largo de una trayectoria espiral elíptica de manera tal que su vector posición r está definido mediante r = {2 cos (0.1t)i + 1.5 sen (0.1t)j + (2t)k} m, donde t está en segundos y los argumentos para el seno y el coseno son dados en radianes. Cuando t = 8 s, determine los ángulos coordenados de dirección α, β y γ que el eje binormal al plano osculador forma con los ejes x, y y z.

Sugerencia: Encuentre la velocidad v_P y la aceleración a_P de la partícula en términos de sus componentes, i, j, k. La binormal es paralela a $v_P \times a_P$. ¿Por qué?.





Configuracion cinematico Vectorial en 3-D

Solución:;

Càlculo de los angulos α, β y γ:

De la figura adjunta se tiene derivando una y dos veces se halla v_p y a_p;

r_p = 2 cos(0.1t)i + 1.5 sen (0.1t) j + 2tk;

v_p = -0.2sen(0.1t)i + 0.15cos(0.1t)j + 2k;

a_p = -0.02 cos (0.1t)i – 0.015 sen (0.1t)j

Cuando t = 8 s; tenemos:

v_p = -0.2sen(0.8rad)i+0.15cos(0.8rad)j+2k;

v_p = (-0.14347i + 0.10451j + 2k)m/s;

a_p = -0.02cos(0.8rad)i–0.015sen(0.7rad)j

a_p = (-0.013934i – 0.01076j)m/s^2;

Como v_P y a_P estan en el plano osculador; su producto vectorial es un vector paralelo a la binormal; $b = v_p \times a_p = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -0.14347 & 0.10451 & 2 \\ -0.013934 & -0.01076 & 0 \end{vmatrix} = 0.02152\ i - 0.027868\ j + 0.003\ k$;

Su modulo es: $|b| = \sqrt{(0.02152)^2 + (-0.027868)^2 + (0.003)^2} = 0.035338$;

Luego la binormal es; $u_b = b/|b|$; u_b = 0.60899i – 0.78862j + 0.085k;

Con los cosenos directores tenemos;

α = cos^{-1} (0.60899) = 52.5°;

β = cos^{-1} (-0.78862) = 142°;

γ = cos^{-1} (0.085) = 85.1°;

Los àngulos directores son;

α = 128°, β = 37.9°, γ = 94.9°.

DINAMICA

12.8 MOVIMIENTO CURVILINEO: COMPONENTES CILINDRICOS.

12.137. La razón de cambio de la aceleración con respecto al tiempo se denomina tirón (jerk), y se usa a menudo como medio para medir la incomodidad de los pasajeros. Calcule este vector, da/dt, en términos de sus componentes cilíndricas, usando la ecuación.

Solución:

Càlculo del tiron da/dt en sus componentes cilíndricas:

La aceleración en coordenadas cilindricas es: $a = \left(\ddot r - r\dot\theta^2\right)u_r + \left(r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta\right)u_\theta + \ddot z u_z$;

Derivando respecto al tiempo;

$$\dot a = (\dddot r - \dot r\dot\theta^2 - 2r\dot\theta\ddot\theta)u_r + \underbrace{(\ddot r - r\dot\theta^2}_{?})\dot u_r + (\dot r\ddot\theta + r\dddot\theta + 2\ddot r\dot\theta + 2\dot r\ddot\theta)u_\theta + \ldots$$

$$\ldots + (r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta)\dot u_\theta + \dddot z u_z$$

Pero sabemos que; $\dot u_r = \dot\theta u_\theta$; $\dot u_\theta = -\dot\theta u_r$;

Reemplazando esto en lo anterior se tiene el tiron;

$$\dot a = \left(\dddot r - 3\dot r\dot\theta^2 - 3r\dot\theta\ddot\theta\right)u_r + \left(3\dot r\ddot\theta + r\dddot\theta + 3\ddot r\dot\theta - r\dot\theta^3\right)u_\theta + \left(\dddot z\right)u_z;$$

Otra forma seria del tiròn seria;

$$\frac{da}{dt}=\left(\dddot{r}-3\dot{r}\dot{\theta}^{2}-3r\dot{\theta}\ddot{\theta}\right)u_r+\left(3\dot{r}\ddot{\theta}+r\dddot{\theta}+3\ddot{r}\dot{\theta}-r\dot{\theta}^{3}\right)u_\theta+\left(\dddot{z}\right)u_z$$

12.138. Si la posición de una partícula es descrita por las coordenadas polares $r = 4(1+\text{sen } t)$ m y $\theta = (2e^{-t})$ rad, donde t está en segundos y el argumento del seno está en radianes. Determine los componentes radial y tangencial de la velocidad y la aceleración de la partícula cuando t= 2 s.

Solución:

Velocidad radial y tangencial instantanea:

Para posición instantanea t= 2 s;

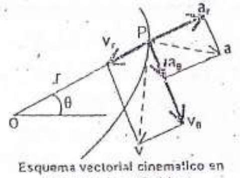
Posición radial: $r = 4(1 + \text{sen } t) = 7.637$m;

Velocidad radial: $\dot{r} = 4\cos t = -1.66459 m/s$;

Aceleracion radial: $\ddot{r} = -4\,sen\,t = -3.6372 m/s^2$;

Posiciòn angular es: $\theta = 2e^{-t}$;

Con esto derivando obtenemos;



Esquema vectorial cinematico en coodenadas cilindricas

Velocidad angular: $\dot{\theta} = -2e^{-t} = -0.27067 rad/s$;

Aceleración angular: $\ddot{\theta} = 2e^{-t} = 0.270665 rad/s^2$;

De lo anterior las componentes v_r y v_θ son;

$v_r = \dot{r} = -1.66 m/s$; $v_\theta = r\dot{\theta} = 7.637(-2.7067) = -2.07 m/s$;

Aceleracion radial y tangencial instantanea:

Para situación instantanea t= 2 s; de los datos anteriores la aceleracion radial;

$a_r = \ddot{r} - r\left(\dot{\theta}\right)^2 = -3.6372 - 7.637\,(-0.27067)^2$; de donde; $a_r = -4.20\ m/s^2$;

La aceleraciòn transversal es; $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 7.637(0.270665) + 2(-1.66459)(-0.27067)$;

De donde: $a_\theta = 2.97\ m/s^2$.

12.139. Una partícula se mueve por una trayectoria circular con radio de 4 pulgadas, de manera tal que su posición en función del tiempo está dada por $\theta = \cos 2t$, donde θ está en radianes y t en segundos. Determine la magnitud de la aceleración de la partícula cuando θ = 30°.

Solución:

Càlculo de la aceleración:

Cuando θ = 30°, se tiene; $\theta = \frac{\pi}{6}\ rad$; $\frac{\pi}{6} = \cos 2t$; $t = 0.5099 seg.$

Luego: $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = -2sen2t\Big|_{t=0.5099\,s} = -1.703923\ pulg/s^2$;

Tambien: $\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = -4\cos 2t\Big|_{t=0.5099\,s} = -2.09442\ pulg/s^2$;

Direcciòn radial: $r = 4$; $\dot{r} = 0$; $\ddot{r} = 0$;

Con los resultados anteriores tenemos;

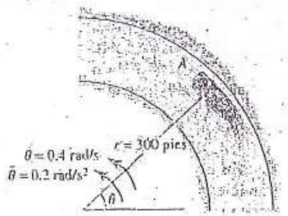
$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - 4(-1.7039)^2 = -11.6135\ pulg/s^2$;

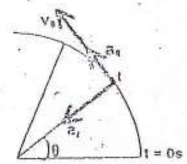
$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 4(-2.0944) + 0 = -8.3776\ in/s^2$;

Con la componente radial y tranversal; $a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} = \sqrt{(-11.6135)^2 + (-8.3776)^2}$;

De donde: $a = 14.3\ pulg./s^2$.

12.140. Un automóvil está viajando por la curva circular de radio r = 300pies. En el instante mostrado, su razón angular de rotación es $\dot{\theta}$= 0.4 rad/s, la cual está creciendo a razón de $\ddot{\theta}$=0.2rad/s². Determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración del automóvil en este instante.





Esquema vectorial cinematico en coodenadas cilindricas Para instante t

Solución:

Càlculo de la velocidad:

Para el instante t en la direcciones radial y transversal;

$v_r = \dot{r} = 0$; $v_\theta = r\dot{\theta} = 300(0.4) = 120\ pies/s$;

Luego: $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = \sqrt{0^2 + 120^2} = 120\ pies/s$;

Cálculo de la aceleración:
En la direcciones radial y transversal;

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - 300(0.4^2) = -48.0\,pies/s^2$; $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 300(0.2) + 2(0)(0.4) = 60.0\,pies/s^2$;

Luego: $a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} = \sqrt{(-48.0)^2 + 60.0^2}$;

De donde: $a = 76.84\,pies/s^2$.

12.141. Si una partícula se mueve a lo largo de una trayectoria tal que r = (2 cos t) pies y θ = (t/2) rad, donde t está en segundos, grafique la trayectoria r = f(θ) y determine las componentes radial y transversal de la velocidad y la aceleración de la partícula.

Solución:

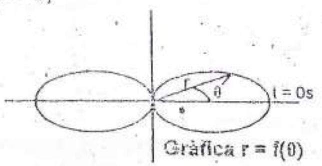
Componentes de la velocidad:
Para un instante t;

En la radial: $r = 2\cos t$; $\dot{r} = -2sen\,t$; $\ddot{r} = -2\cos t$;

Velocidad y aceleración angulares: $\theta = \frac{t}{2}$; $\dot{\theta} = \frac{1}{2}$; $\ddot{\theta} = 0$;

Por lo anterior las componentes son;

$v_r = \dot{r} = -2sen\,t$; $v_\theta = r\dot{\theta} = 2\cos t\left(\frac{1}{2}\right) = \cos t$;



Gráfica r = f(θ)

Componentes de la aceleración:

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -2\cos t - 2\cos t\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 2\cos t(0) + 2(-2sen\,t)\left(\frac{1}{2}\right)$;

De donde: $a_\theta = -2sen\,t$; $a_r = -\frac{5}{2}\cos t$.

Grafica r = f(θ); como $r = 2\cos t$; $\theta = t/2$; combinando; $r = 2\cos 2\theta$.

12.142. Si la posición de una partícula está descrita mediante las coordenadas polares r = (2 sen 2θ)m y θ = (4t)rad, donde t está en segundos, determine las componentes radial y tangencial de su velocidad y su aceleración cuando t = 1s.

Solución:

Componentes de la velocidad v_r y v_θ:
Para un caso instantaneo cuando t = 1seg. tenemos:

θ = (4t) = 4rad; $\dot{\theta} = 4\,rad/s$; r = 2 sen2θ = 2 sen(2x4) = 1.9787m;

Tambien; $\dot{r} = 4\cos 2\theta\,\dot{\theta} = -2.3280\,m/s$; con estos valores obtenemos;

$V_r = \dot{r} = -2.328$ $V_\theta = r\dot{\theta} = 1.9787(4) = 7.9146$

4) 8.3462

Radialmente; $v_r = \dot{r} = -2.328\,m/s$

Transversal; $v_\theta = r\dot{\theta} = 1.9787(4) = 7.9146\,m/s$.

Componentes de la aceleración a_r y a_θ:
Para un caso instantaneo cuando t = 1seg. tenemos:

$\ddot{r} = -8sen2\theta\left(\dot{\theta}\right)^2 + 4\cos 2\theta\,\ddot{\theta} = -126.638\,m/s^2$; $\ddot{\theta} = 0$;

Luego reemplazando en las fórmulas;

$a_r = \ddot{r} - r(\dot{\theta})^2 = -126.638 - (1.9787)(4)^2 = -158\,m/s^2$;

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 1.9787(0) + 2(-2.3280)(4) = -18.6\,m/s^2$.

12.143. Una partícula se mueve por una trayectoria circular con radio de 400 mm. Su posición en función del tiempo está dada por θ = (2t²) rad, donde t está en segundos. Determine la magnitud de la aceleración de la partícula cuando θ = 30°. La partícula parte del reposo cuando θ = 30°.

Solución:

Magnitud de la aceleración:
Para una posición instantanea tenemos el radio de curvatura constante;

Radialmente: $r = 400\,mm$; $\dot{r} = 0$; $\ddot{r} = 0$;

Angularmente: $\theta = 2t^2$; $\dot{\theta} = 4t$; $\ddot{\theta} = 4$;

La aceleración en la direccion radial es; $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - 400(4t)^2 = -6400t^2$;

En la dirección transversal sera; $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 400(4) + 0 = 1600\,mm/s^2$;

Cuando: $\theta = 30° = 30°\left(\frac{\pi}{180°}\right) = 0.5236\,rad.$; el tiempo es; 0.5236 = 2t²; t = 0.51166seg.

Teniendo ambas componentes para t = 0.51166seg. ;

La magnitud es; $a = \sqrt{(6400(0.5117)^2)^2 + (1600)^2} = 2316.755\,mm/s^2$; $a = 2.316755\,m/s^2$.

12.144. Una partícula se mueve en el plano x – y de modo que su posición está definida mediante r = {2ti + 4t²j} pies, donde t está en segundos. Determine las componentes radial y tangencial de la velocidad y la aceleración de la partícula cuando t = 2 s.

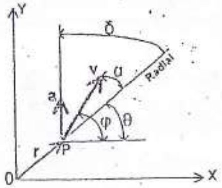
Solución:

Valores radial y tangencial de velocidad:

Para una posición instantanea en t=2s;

$r = 2ti + 4t^2 j\big|_{t=2} = 4i + 16j$;

Su velocidad: $v = \frac{dr}{dt} = 2i + 8tj\big|_{t=2} = 2i + 16j$;



En la figura adjunta; $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{16}{4}\right) = 75.964°$;

$v = \sqrt{(2)^2 + (16)^2} = 16.1245 pies/s$;

En la figura adjunta; $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{16}{2}\right) = 82.875°$; luego; $\alpha = \varphi - \theta = 82.875° - 75.964° = 6.9112°$;

Radialmente; v_r = 16.1245cos6.9112° = 16.0 pies/s;

Transversalmente; v_θ = 16.1245sen6.9112° = 1.94 pies/s.

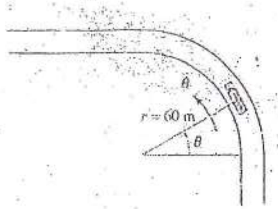
Valores radial y tangencial de aceleración:

Su aceleración: a = dv/dt = 8j; de la figura; δ = 90° - θ = 14.036°

Radialmente; a_r = 8 cos 14.036° = 7.76 pies/s^2

Transversalmente; a_A = 8sen14.036° = 1.94 pies/s^2;

12.145. Un camión está viajando por la curva horizontal circular de radio r = 60m con rapidez constante v = 20 m/s. Determine la razón angular de rotación θ de la linea radial r y la magnitud de la aceleración del camión.



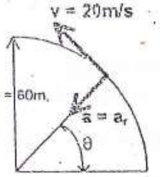


Diagrama vectorial

Solución:

Cálculo de velocidad angular:

Como radio de curvatura es constante; r = 60; $\dot{r} = 0$; $\ddot{r} = 0$;

La magnitud de velocidad: v = 20m/s;

Componente radial: $v_r = \dot{r} = 0$;

Componente transversal: $v_\theta = r\dot{\theta} = 60\dot{\theta}$; luego; $v = \sqrt{(v_r)^2 + (v_\theta)^2}$;

De donde: $20 = 60\dot{\theta}$; luego; $\dot{\theta} = 0.333\ rad/s$.

Magnitud de la aceleración:

La componente radial: $a_r = \ddot{r} - r(\dot{\theta})^2$; con valores; $a_r = 0 - 60\ (0.333)^2$;

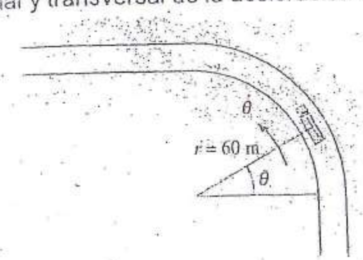
De donde: a_r = -6.67 m/s^2;

La componente transversal: $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$; en nuestro caso; $a_\theta = 60\ddot{\theta}$;

Sabemos; $v = r\dot{\theta}$; derivando; $\dot{v} = \dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}$; con lo anterior; $0 = 0 + 60\ddot{\theta}$; $\ddot{\theta} = 0$;

Entonces como; a_θ = 0; tenemos; a = a_r = 6.67 m/s^2.

12.146. Un camión está viajando por la curva horizontal circular de radio r = 60 m con rapidez de 20 m/s, la cual está aumentando a 3 m/s^2. Determine las componentes radial y transversal de la aceleración del camión.



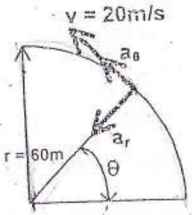


Diagrama vectorial

Solución:

Componentes radial y tangencial de a:

Problema anterior con variantes; al caso anterior se le agrega a_θ = 3 m/s^2;

Como r = 60m: $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(20 m/s)^2}{60m} = 6.67\ m/s^2$;

La aceleración radial es: $a_r = -a_n$ = -6.67 m/s^2;

La aceleración transversal es: a_θ = dv/dt = 3 m/s^2.

12.147. Una particula se está moviendo a lo largo de una trayectoria circular que tien radio de 6 pulg. y es tal que su posición como función del tiempo está dada por, θ = Sen3t, donde θ está en radianes, el argumento para el seno está en grados, y t está en segundos. Determine la aceleración de la partícula en θ = 30°. La partícu parte del reposo en θ = 0°.

Solución:.

Aceleración de particula para θ = 30°:

Como el radio de curvatura es constante: $r = 6\,pu\lg$; $\dot r = 0$; $\ddot r = 0$;

Sabemos: θ = sen3t; para θ =30°; t =0.1837s;

De donde: $\dot\theta = 3\cos 3t$; $\dot\theta = 3\cos(3x0.1837)$; luego; $\dot\theta = 2.556 rad/seg$.

Derivando nuevamente: $\ddot\theta = -9sen3t$; para θ =30° se tiene t =0.1837s;

Luego: $\ddot\theta = -9sen(3x0.1837) = -4.7124 rad/s^2$;

Con esto la aceleración radial sera:

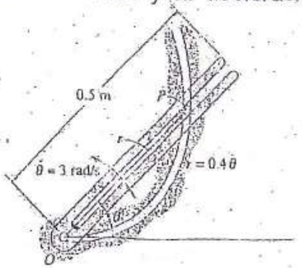
$a_r = \ddot r - r\dot\theta^2 = 0 - 6(2.5559)^2 = -39.196\,pu\lg./s^2$

La aceleración transversal sera:

$a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta = 6(-4.7124) + 0 = -28.2744\,pu\lg./s^2$

Finalmente la aceleración en θ =30° es: $a = \sqrt{(-39.196)^2 + (-28.274)^2} = 48.33\ pu\lg/s^2$.

12.148. El eslabón rasurado está articulado en O y como resultado de su velocidad angular constante $\dot\theta$ = 3 rad/s, impulsa la partícula P por una corta distancia a lo largo de la guía espiral, r = (0.4 θ) m, donde θ está en radianes. Determine las componentes radial y transversal de la velocidad y la aceleración de P en el instante θ = π/3 radianes.



Solución:.

Componentes de la velocidad en θ = π/3:

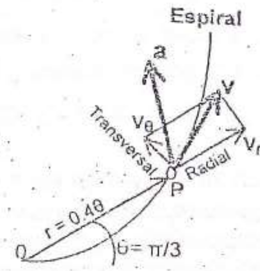
Para una posición instantanea sabemos: $\dot\theta = 3 rad/s$; $r = 0.4\theta$;

Derivando dos veces: $\dot r = 0.4\,\dot\theta$; $\ddot r = 0.4\,\ddot\theta$;

Para; $\theta = \frac{\pi}{3}$; $\dot r = 0.4\,\dot\theta$; luego; $\dot r = 0.4(3) = 1.20$;

- Radialmente: $v_r = \dot r = 1.20 m/s$;

Transversal: $v_\theta = r\dot\theta = 0.4189(3) = 1.26 m/s$;



Componentes de la aceleración en θ = π/3:

Sabemos: $\ddot r = 0.4\ddot\theta = 0.4(0) = 0$;

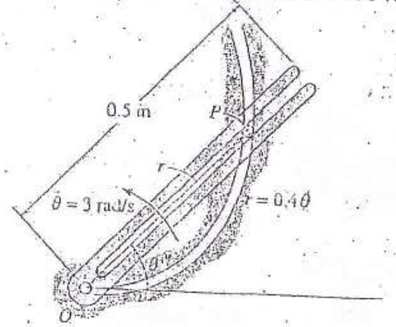
Con lo anterior la aceleración radial sera:

$a_r = \ddot r - r\dot\theta^2 = 0 - 0.4189(3)^2 = -3.77\ m/s^2$

La aceleración transversal sera en θ = π/3:

$a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta = 0 + 2(1.20)(3) = 7.20\ m/s^2$.

12.149. Resuelva el problema 12.147 si el eslabón rasurado tiene una aceleración angular $\ddot\theta$ = 8 rad/s² cuando $\dot\theta$ = 3 rad/s en θ = π/3 radianes.



Solución:.

Componentes de la velocidad en θ = π/3:

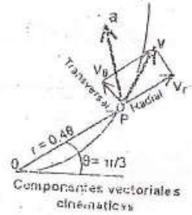
En una situación instantantanea sabemos: $\dot\theta = 3 rad/s$; $r = 0.4\theta$;

Derivando dos veces: $\dot r = 0.4\,\dot\theta$ $\ddot r = 0.4\,\ddot\theta$;

Para; $\theta = \frac{\pi}{3}$; tenemos: $\dot\theta = 3 rad/s$; $\ddot\theta = 8 rad/s^2$

Para; $\theta = \frac{\pi}{3}$; r = 0.418879m;

Luego: $\dot r = 0.4\dot\theta = 0.4x3 rad/s = 1.20 m/s$;



Componentes vectoriales cinematicos

La radial: $v_r = \dot{r} = 1.20 m/s$;

La transversal: $v_\theta = r\dot{\theta} = 0.4189(3) = 1.26\ m/s$.

Componentes de la aceleración en θ = π/3:

Por lo anterior: $\ddot{r} = 0.4(8) = 3.20 m/s^2$;

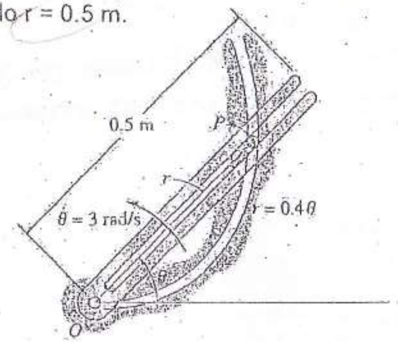
La componente radial es:

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 3.20 - 0.4189(3)^2 = -0.5699\ m/s^2$.

La componente transversal es:

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0.4189(8) + 2(1.20)(3) = 10.551\ m/s^2$.

12.150. El eslabón rasurado está unido mediante un pasador colocado en O y como resultado de la velocidad angular constante θ = 3 rad/s, mueve la partícula P una corta distancia por la guía espiral r = (0.4 θ) m, donde θ está en radianes. Determine la velocidad y la aceleración de la partícula en el instante en que deja la ranura del eslabón, es decir, cuando r = 0.5 m.



Solución:

Componentes de la velocidad en r = 0.5m:

En una situación instantantanea como: $r = 0.4\theta$; entonces; $\dot{r} = 0.4\dot{\theta}$;

También: $\ddot{r} = 0.4\ddot{\theta}$; como; $\dot{\theta} = 3rad/s$; $\ddot{\theta} = 0$;

Cuando; r = 0.5m; $\theta = 0.5/0.4 = 1.25\ rad$; con valores; $\dot{r} = 1.20$; $\ddot{r} = 0$;

La radial: $v_r = \dot{r} = 1.20 m/s$;

Transversal: $v_\theta = r\dot{\theta} = 0.5(3) = 1.50\ m/s$.

Componentes de la aceleración en r = 0.5m:

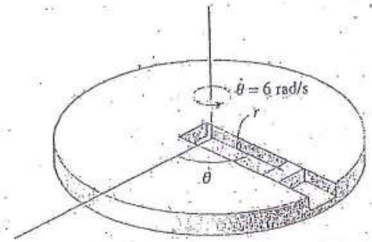
La componente radial es:

$a_r = \ddot{r} - r(\dot{\theta})^2 = 0 - 0.5(3)^2 = -4.50\ m/s^2$;

La componente transversal es:

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 2(1.20)(3) = 7.20\ m/s^2$.

12.151. Un bloque se mueve hacia fuera a lo largo de la ranura de la plataforma con rapidez dr/dt = (4t) m/s, donde t está en segundos. La plataforma gira a razón constante de 6 rad/s. Si el bloque parte del reposo en el centro, determine las magnitudes de su velocidad y su aceleración cuando t = 1 s.



Solución:.

Cálculo de la velocidad en t = 1s: dr/dt = 4r

En una situación instantantanea como: $\dot{r} = 4t$; luego; $\dot{r} = 4(1) = 4m/s$;

Con esto: $v_r = \dot{r} = 4 m/s$;

Luego como: $dr = 4dt$; $\int dr = \int_0^1 4t\,dt$; de donde; $r = 2t^2$; $r = 2m$; para t = 1s;

Con esto: $v_\theta = r\dot{\theta} = (2m)(6rad/s) = 12\ m/s$;

Luego: $v = \sqrt{4^2 + 12^2} = 12.65 m/s$.

Cálculo de la aceleración en t = 1s:

Como $\dot{r} = 4t$; entonces; $\ddot{r} = 4 m/s^2$;

Tambien como: $\dot{\theta} = 3rad/s$; entonces; $\ddot{\theta} = 0$;

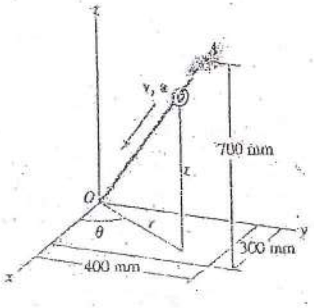
La componente radial es:

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 4.0 - 2.0(6)^2 = -68.0\ m/s^2$.

La componente transversal es:

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 2.0(0) + 2(4.0)(6) = 48.0\ m/s^2$.
Finalmente la magnitud de la aceleración es:
$a = \sqrt{(48.0)^2 + (68.0)^2} = 83.2346\, m/s^2$.

12.152. La pequeña roldada se desliza hacia abajo por la cuerda OA. Cuando está en el punto medio, su rapidez es de 200 mm/s y su aceleración de 10 mm/s^2. Exprese la velocidad y la aceleración de la roldada en este punto en términos de sus componentes cilíndricas.

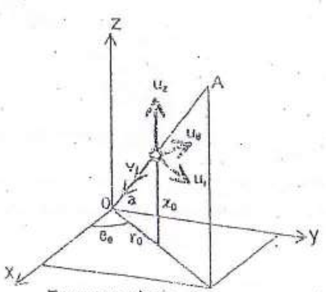


Solución:
Instante en que se ubica en el centro de la trayectoria OA;
Ubicación central: $(x_0, y_0, z_0) = (150, 200, 350)$;
En coord. cilíndrica: $(r_0, \theta_0, z_0) = (250, 53.13°, 350)$;
Velocidad central en coordenadas. Cilíndricas:

Se sabe que: v = 200 mm/s; como; $v = \dot{r}u_r + r\dot{\theta}u_\theta + \dot{z}u_z$;
Se tiene por datos geométricos en al figura:

$\dot{z} = v_z = -200\cos 35.54° = -162.74 mm/s$;

$v_\theta = r\dot{\theta} = (250)(0) = 0 mm/s$;



Esquema cinemático
En el centro de OA

$\dot{r} = v_r = -200 sen 35.54° = -116.25 mm/s$; también; $u_r = (3/5, 4/5)$; $u_z = k$;;

Con lo anterior; $v = \dot{r}u_r + r\dot{\theta}u_\theta + \dot{z}u_z = -116.25u_r - 162.74u_z$;
Aceleración central en coord. Cilíndricas:

Como: $a = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)u_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})u_\theta + \ddot{z}u_z$; sabemos por dato; a = 10mm/s^2;

Enla dirección radial: $\ddot{r} = 10 sen 35.54° = 5.8124 mm/s^2$;

Tambien: $r\dot{\theta}^2 = (250)(0) = 0 mm/s^2$;

En la transversal: $r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 0 = 0$;
En la vertical: $\ddot{z} = a_z = 10\cos 35.54° = 8.1373 mm/s^2$;
Con los cálculos obtenidos anteriormente: $a = -5.8124u_r + (0+0)u_\theta - 8.1373u_z$;
Luego: $a = -5.8124u_r - 8.1373u_z$;
Donde los vectores unitarios son: $u_r = (\frac{3}{5}i + \frac{4}{5}j)$; $u_z = k$.

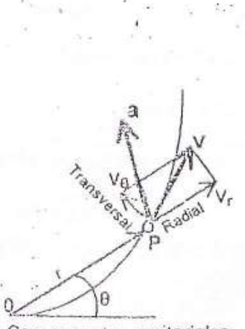
12.153. En el instante mostrado, el rociador de agua está girando con rapidez angular de $\dot{\theta}$ = 2 rad/s y aceleración angular $\ddot{\theta}$ = 3 rad/s^2. Si la tobera se halla en el plano vertical y el agua fluye por ella a razón constante de 3 m/s, determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración de una partícula de agua cuando ésta sale por el extremo abierto; r = 0.2 m.

Solución:
Velocidad de partícula a la salida de orificio:
Para una situación instantanea sabemos: r = 0.2m;
Constante en la salida;

A la salida el fluido: $\dot{r} = 3 m/s$; $\dot{\theta} = 2 rad/s$;

A la salida orificio: $\ddot{r} = 0 m/s^2$; $\ddot{\theta} = 3 rad/s^2$;

Luego: $\dot{r} = v_r$ = 3m/s; $v_\theta = r\dot{\theta}$ = (0.2m)(2rad/s) = 0.4m/s;
v_z = 0 m/s; las componentes son normales;
Por lo cual: $v = \sqrt{(3)^2 + (0.4)^2} = 3.02655\ m/s$
Aceleración del agua a la salida de orificio:
Como: $a = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)u_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})u_\theta + \ddot{z}u_z$;



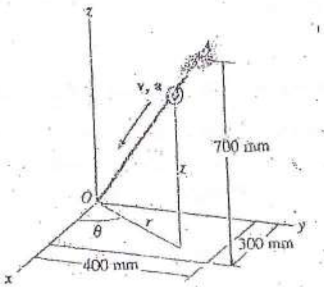
Componentes vectoriales
Vista de planta

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 2.0(0) + 2(4.0)(6) = 48.0\ m/s^2$.

Finalmente la magnitud de la aceleración es:

$a = \sqrt{(48.0)^2 + (68.0)^2} = 83.2346 m/s^2$.

12.152. La pequeña roldada se desliza hacia abajo por la cuerda OA. Cuando está en el punto medio, su rapidez es de 200 mm/s y su aceleración de 10 mm/s^2. Exprese la velocidad y la aceleración de la roldada en este punto en términos de sus componentes cilindricas.



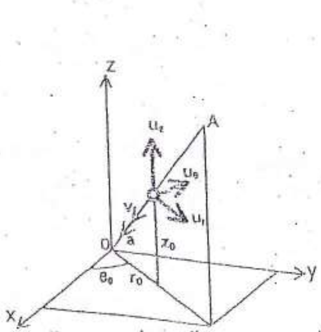
Solución:

Instante en que se ubica en el centro de la trayectoria OA;

Ubicación central: $(x_0, y_0, z_0) = (150, 200, 350)$;

En coord. cilindrica: $(r_0, \theta_0, z_0) = (250, 53.13°, 350)$;

Velocidad central en coordenadas. Cilindricas:



Esquema cinematico
En el centro de OA.

Se sabe que: v = 200 mm/s; como; $v = \dot{r}u_r + r\dot{\theta}u_\theta + \dot{z}u_z$;

Se tiene por datos geometricos en al figura:

$\dot{z} = v_z = -200\cos 35.54° = -162.74 mm/s$;

$v_\theta = r\dot{\theta} = (250)(0) = 0 mm/s$;

$\dot{r} = v_r = -200 sen 35.54° = -116.25 mm/s$; también; $u_r = (3/5, 4/5)$; $u_z = k$;;

Con lo anterior; $v = \dot{r}u_r + r\dot{\theta}u_\theta + \dot{z}u_z = -116.25u_r - 162.74u_z$;

Aceleración central en coord. Cilindricas:

Como: $a = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)u_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})u_\theta + \ddot{z}u_z$; sabemos por dato; a = 10mm/s^2;

64, 67, 70

Enla dirección radial: $\ddot{r} = 10 sen 35.54° = 5.8124 mm/s^2$;

Tambien: $r\dot{\theta}^2 = (250)(0) = 0 mm/s^2$;

En la transversal: $r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 0 = 0$;

En la vertical: $\ddot{z} = a_z = 10\cos 35.54° = 8.1373 mm/s^2$;

Con los cálculos obtenidos anteriormente: $a = -5.8124u_r + (0+0)u_\theta - 8.1373u_z$;

Luego: $a = -5.8124u_r - 8.1373u_z$;

Donde los vectores unitarios son: $u_r = (\frac{3}{5}i + \frac{4}{5}j)$; $u_z = k$.

12.153. En el instante mostrado, el rociador de agua está girando con rapidez angular de θ = 2 rad/s y aceleración angular $\ddot{\theta}$ = 3 rad/s^2. Si la tobera se halla en el plano vertical y el agua fluye por ella a razón constante de 3 m/s, determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración de una partícula de agua cuando ésta sale por el extremo abierto; r = 0.2 m.

Solución:

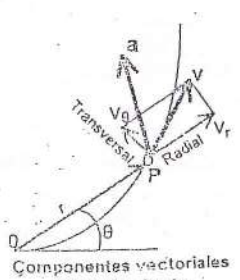
Velocidad de particula a la salida de orificio:

Para una situación instantanea sabemos: r = 0.2m;

Constante en la salida;

A la salida el fluido: $\dot{r} = 3 m/s$; $\dot{\theta} = 2 rad/s$;

A la salida orificio: $\ddot{r} = 0 m/s^2$; $\ddot{\theta} = 3 rad/s^2$;



Componentes vectoriales
Vista de planta

Luego: $\dot{r} = v_r$ = 3m/s; $v_\theta = r\dot{\theta}$ = (0.2m)(2rad/s) = 0.4m/s;

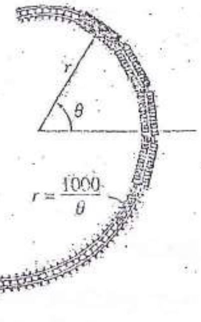
v_z = 0 m/s; las componentes son normales;

Por lo cual: $v = \sqrt{(3)^2 + (0.4)^2} = 3.02655\ m/s$

Aceleración del agua a la salida de orificio:

Como: $a = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)u_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})u_\theta + \ddot{z}u_z$;

12.156. Por un periodo corto el tren viaja a lo largo de una vía que tiene forma de espiral, r = (1000/θ) m, donde θ está en radianes. Si el tren mantiene una rapidez constante v = 20 m/s, determine las componentes radial y transversal de su velocidad cuando θ = (9π/4) radianes.



Solución:
Componentes de la velocidad:
Para un instante dado se tiene;

Sabemos; $r=\frac{1000}{\theta}$; de donde; $\dot{r}=-\frac{1000}{\theta^2}\dot{\theta}$;

Con ambas componentes: $v^2=(\dot{r})^2+(r\dot{\theta})^2$;

Dando valores conocidos: $(20)^2=\frac{(1000)^2}{\theta^4}(\dot{\theta})^2+\frac{(1000)^2}{\theta^2}(\dot{\theta})^2$;

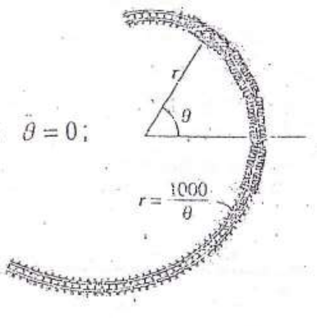
Luego: $(20)^2=\frac{(1000)^2}{\theta^4}(1+\theta^2)(\dot{\theta})^2$; despejando; $\dot{\theta}=\frac{0.02\theta^2}{\sqrt{1+\theta^2}}$;

Para: $\theta=\frac{9\pi}{4}$; $\dot{\theta}=0.140\,rad/s$;

Luego en la direccón radial: $v_r=\dot{r}=\frac{-1000}{(9\pi/4)^2}(0.140)=-2.80\,m/s$;

En la dirección transversal: $v_\theta=r\dot{\theta}=\frac{1000}{(9\pi/4)}(0.140)=19.8\ m/s$.

12.157. Por un periodo corto el tren viaja a lo largo de una vía que tiene forma de espiral, r = (1000/θ) m, donde θ está en radianes. Si la razón angular es constante, dθ/dt =0.2 rad/s, determine las componentes radial y transversal de su velocidad y su aceleración para θ = (9π/4) radianes.



Solución:
En prob. Anterior sea dθ/dt = 0.2 rad/s.
Componentes de la velocidad:

Para instante θ = (9π/4) radianes; sabemos; $\dot{\theta}=0.2$; $\ddot{\theta}=0$;

Tambien: $r=\frac{1000}{\theta}$; de donde; $\dot{r}=-\frac{1000}{\theta^2}\dot{\theta}$;

Radialmente: $v_r=\dot{r}=-4.00\ m/s$;

Transversal: $v_\theta=r\dot{\theta}=141.477(0.2)=28.3\ m/s$.
Componentes de la aceleración:

Derivando: $\ddot{r}=2000(\theta^{-3})(\dot{\theta})^2-1000(\theta^{-2})\ddot{\theta}$;

Para; $\theta=\frac{9\pi}{4}$; tenemos los valores de; r = 141.477; $\dot{r}=-4.002812$; $\ddot{r}=0.226513$;

Con los resultados obtenidos tenémos;

La componente radial de aceleración: $a_r=\ddot{r}-r(\dot{\theta})^2=0.226513-141.477(0.2)^2=-5.43\ m/s^2$;

La componente transversal: $a_\theta=r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta}=0+2(-4.002812)(0.2)=-1.60\ m/s^2$.

12.158. El brazo del robot tiene una longitud fija de manera que r = 3 pies y su tenaza A se mueve a lo largo de la trayectoria z = (3 sen 4θ) pies, donde θ está en radianes. Si θ = (0.5t) rads, donde t está en segundos, determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración de la tenaza cuando t = 3 s.

Solución:

Magnitud de la velocidad:
Para una posición instantanea;

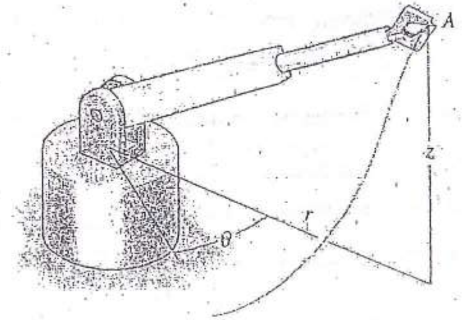
Como: θ = 0.5 t; r = 3; z = 3 sen 2t; derivando; $\dot{\theta}=0.5$; $\dot{r}=0$; $\dot{z}=6\cos 2t$;

Luego; $\ddot{\theta}=0$; $\ddot{r}=0$; $\ddot{z}=-12\,sen\,2t$;

Para: t = 3seg.; z =3sen(2x3)= -0.8382pies; luego; $\dot{z}=6\cos(2x3)=5.761\,pies/s$
Con lo anterior se tiene la radial: v_r=0;
Transversal: v_θ = rdθ/dt = 3(0.5) = 1.5pies/s;
En la vertical: v_z = 6cos(2x3)= 5.761pies/s;
Con esto la velocidad es: $v=\sqrt{(0)^2+(1.5)^2+(5.761)^2}=5.95\,pies/s$;
Magnitud de la aceleración:

Sabemos: $\ddot{z}=-12sen(2x3)=3.353\,pies/s^2$;
Luego en la dirección radial: $a_r = 0 - 3(0.5)^2$ = -0.75pies/s²;
Transversal: a_θ = 0 + 0 = 0
Vertical: a_z = 3.353pies/s²;
Con lo anterior la aceleración es: $a=\sqrt{(-0.75)^2+(0)^2+(3.353)^2}=3.436\,pies/s^2$.

12.159. Por un corto tiempo, el brazo del robot se extiende a razón constante tal que dr/dt = 1.5 pies/s cuando r = 3pies, z = ($4t^2$) pies y θ = 0.5t radianes, donde t está en segundos. Determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración de la tenaza A cuando t = 3 s.



Solución:

Magnitud de la velocidad:

Para la posición A se tiene;

Se sabe: θ = 0.5t rad; r = 3pies; z = $4t^2$pies;

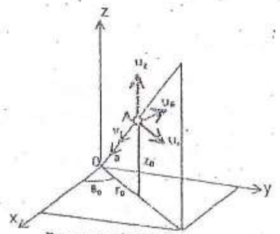
$\dot{\theta}=0.5 rad/s;\ \dot{r}=1.5\ pies/s;\ \dot{z}=8t\ pies/s;$

$\ddot{\theta}=0;\ \ddot{r}=0;\ \ddot{z}=8\ pies/s^2;$

Para: t = 3seg. θ = 1.5rad.; r = 3pies; z = 36pies;

$\dot{\theta}=0.5rad/s;\ \dot{r}=1.5pies/s;\quad \dot{z}=24pies/s;$

$\ddot{\theta}=0;\quad \ddot{r}=0;\quad \ddot{z}=8\,pies/s^2;$



Esquema cinematico
En el centro de OA

Por lo anterior en la dirección radial: v_r = 1.5pies/s;

Transversal: v_θ= rdθ/dt= 3(0.5) = 1.5pies/s;

En la vertical: v_z = 8x3 = 24pies/s;

Con esto la velocidad es: $v=\sqrt{(1.5)^2+(1.5)^2+(24)^2}=24.1\,pies/s$;

Magnitud de la aceleración:;

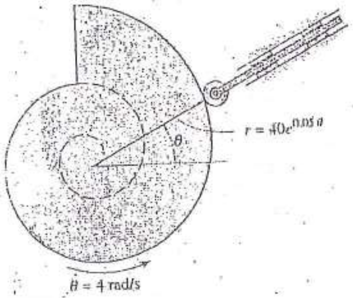
Por lo anterior radialmente: $a_r = 0 - 3(0.5)^2$ = -0.75pies/s^2;

Transversal: a_θ = 0 + 2(1.5)(0.5)=1.5pies/s^2;

En la vertical: a_z = 8pies/s^2 ;

Con esto la aceleración es: $a=\sqrt{(-0.75)^2+(1.5)^2+(8)^2}=8.174\,pies/s^2$.

12.160. La superficie parcial de la leva es la de una espiral logarítmica r = ($40e^{0.05\theta}$)mm, donde θ está en radianes. Si la leva está girando con razón angular constante de dθ/dt = 4 rad/s, determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración de la barra seguidora en el instante θ = 30°.



Solución:

Magnitud de la velocidad:

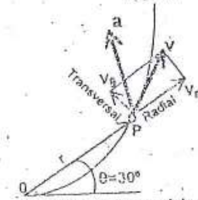
Para el instante cuando θ = 30°.

Como: $r=40e^{0.05\theta};\ r=40e^{0.05(\pi/6)}=41.0610mm;$

Luego: $\dot{r}=2e^{0.05\theta}\,\dot{\theta};\ \dot{r}=2x4e^{0.05\pi/6}=8.21\,mm/s;$

Derivando: $\ddot{r}=0.1e^{0.05\theta}(\dot{\theta})^2+2e^{0.05\theta}\,\ddot{\theta};$

Como: $\theta=\pi/6;\ \dot{\theta}=4rad/s;\ \ddot{\theta}=0;$



Componentes vectoriales
cinematicas

Por lo anterior en la dirección radial: v_r = 8.21mm/s;

Transversal: v_θ= rdθ/dt= 41.061(4) = 164.244mm/s;

En la vertical: v_z = 0;

La magnitud de la velocidad es; $v=\sqrt{(0)^2+(8.21)^2+(164.244)^2}=164.45mm/s$;

Magnitud de la aceleración: Por lo anterior;

Con valores: $\ddot{r}=0.1e^{0.05\pi/6}(4)^2+0=1.64\ mm/s^2$;

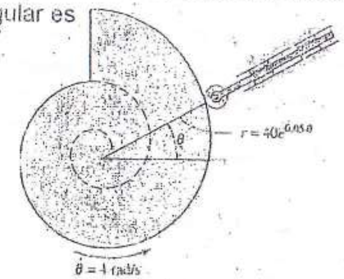
Radialmente la aceleración es: $a_r = 1.64 - 41.061(4)^2$ = -655.34mm/s^2;

Transversalmente: a_θ =0 + 2(8.21)(4)=65.68mm/s^2;

En la vertical: a_z = 0;

Con esto la aceleración es: $a=\sqrt{(0)^2+(655.34)^2+(65.68)^2}=658.623mm/s^2$.

12.161. Resuelva el problema 12.159 si la leva tiene una aceleración angular de $\ddot{\theta}$ = 2 rad/s^2 cuando su velocidad angular es $d\theta/dt$ = 4 rad/s en θ = 30°.



Solución:

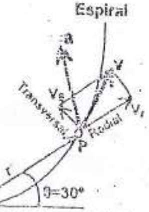
Magnitud de la velocidad:

Problema anterior con $\ddot{\theta}$ = 2 rad/s^2;

Como: dθ/dt = 4 rad/s y $\ddot{\theta}$ = 2 rad/s^2;

Sabemos: r = 40e$^{0.05\theta}$; derivando se tiene;

$\dot{r} = 2e^{0.05\theta}\dot{\theta}$; con los datos tenemos;



Componentes vectoriales cinematicas

Radialmente: $v_r = \dot{r} = 2e^{0.05\pi/6}(4) = 8.2122 mm/s$;

Transversal: $v_\theta = r\dot{\theta} = 41.061(4) = 164.24 mm/s$;

Con esto la magnitud de la velocidad es: $v = \sqrt{(8.2122)^2 + (164.24)^2} = 164.44\ mm/s$.

Magnitud de la aceleración:

Derivando: $\dot{r} = 2e^{0.05\theta}\dot{\theta}$; tenemos; $\ddot{r} = 0.1e^{0.05(\frac{\pi}{6})}(4)^2 + 2e^{0.05\left(\frac{\pi}{6}\right)}(2) = 5.749 mm/s^2$;

Luego la aceleración radial es: $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 5.749 - 41.061(4)^2 = -651.2 mm/s^2$;

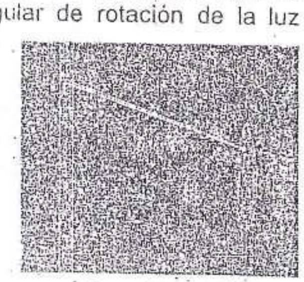
Como: $\ddot{\theta} = 2 rad/s^2$; $r = 40e^{0.05(\frac{\pi}{6})} = 41.061 mm$;

También: $\dot{r} = 2e^{0.05(\frac{\pi}{6})}(4) = 8.2122 mm/s$;

Con esto la aceleración transversal es: $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 41.061(2) + 2(8.2122)(4) = 147.82 mm/s^2$;

Por lo cual la aceleración resultante es: $a = \sqrt{(-651.2)^2 + (147.8197)^2} = 667.766\ mm/s^2$.

12.162. El reflector del bote anclado a 2000 pies de la costa es dirigido al automóvil que está viajando a lo largo de un camino recto con rapidez constante de 80 pies/s. Determine la razón angular de rotación de la luz cuando el automóvil está a r = 3000pies del bote.

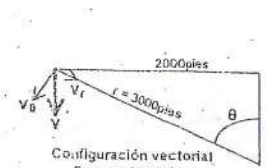


Solución:

Cálculo de velocidad angular:

Instante para el cual r = 3000pies;

Por geometría: r = 2000Cosecθ;



Configuración vectorial
Para r = 3000pies

Derivando: $\dot{r} = -2000(Co\sec\theta)(Ctg\,\theta)\dot{\theta}$;

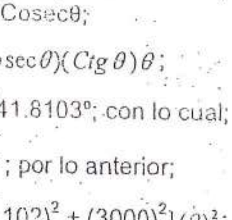
Para: r = 3000pies; θ = 41.8103°; con lo cual; $\dot{r} = -3354.102\,\dot{\theta}$;

Luego: $v = \sqrt{(\dot{r})^2 + (r\dot{\theta})^2}$; por lo anterior;

Se tiene: $(80)^2 = [(-3354.102)^2 + (3000)^2](\dot{\theta})^2$;

Despejando: $\dot{\theta} = 0.0177778 = 0.0178\ rad/s$.

12.163. Si el automóvil mostrado en el problema 12.161 está acelerando a 15 pies/s^2 en el instante r = 3000 pies, determine la aceleración angular $\ddot{\theta}$ de la luz requerida en este instante.



Solución:

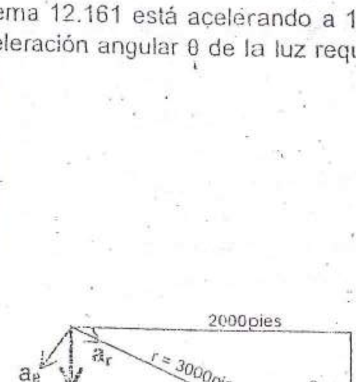
Cálculo de la aceleración angular:

Instante para el cual r = 3000pies

Sabemos: r = 2000cosecθ;

Derivando: $\dot{r} = -2000c\sec\theta\,ctag\,\theta\,\dot{\theta}$;

Para: r = 3000pies; θ = 41.8103°;



Configuración vectorial
Para r = 3000pies

Luego: $\dot r = -3354.102\,\dot\theta$;

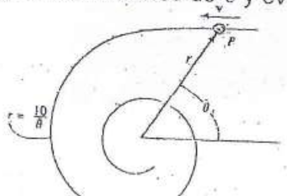
Sabemos que: $a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta$; en anterior problema; $\dot\theta = 0.0177778\,rad/s$

Del grafico: $a_\theta = 15sen41.8103° = 10m/s$;

Luego: $a_\theta = 10 = 3000\ddot\theta + 2(-3354.102)\,(0.0177778)^2$;

Despejando: $\ddot\theta = 0.00404\ rad/s^2$.

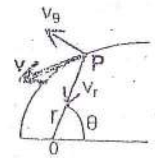
12.164. Una partícula P se mueve por la trayectoria espiral r = (10/θ) pies, donde θ está en radianes. Si la partícula mantiene una rapidez constante de v = 20 pies/s, determine las magnitudes v_r y v_θ como funciones de θ y evalúe cada una en θ = 1 rad.



Solución:

Cálculo de v_r y v_θ:

Componentes de velocidad para θ=1rad;



Componentes de la velocidad

Sabemos: $r = \frac{10}{\theta}$; derivando tenemos; $\frac{dr}{dt} = -\left(\frac{10}{\theta^2}\right)\dot\theta$;

Como; $v^2 = \dot r^2 + \left(r\dot\theta\right)^2$;

Con valores: $(20)^2 = \left(\frac{10^2}{\theta^4}\right)\dot\theta^2 + \left(\frac{10^2}{\theta^2}\right)\dot\theta^2$;

Luego con esto: $(20)^2 = \left(\frac{10^2}{\theta^4}\right)(1+\theta^2)\dot\theta^2$; de donde; $\frac{d\theta}{dt} = \frac{2\theta^2}{\sqrt{1+\theta^2}}$; componentes son;

Radialmente: $v_r = \dot r = -\left(\frac{10}{\theta^2}\right)\left(\frac{2\theta^2}{\sqrt{1+\theta^2}}\right) = \frac{20}{\sqrt{1+\theta^2}}$;

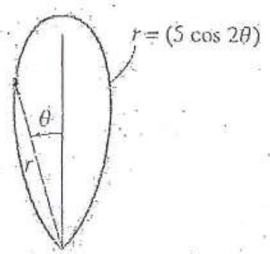
Transversal: $v_\theta = r\dot\theta = \left(\frac{10}{\theta}\right)\left(\frac{2\theta^2}{\sqrt{1+\theta^2}}\right) = \frac{20\theta}{\sqrt{1+\theta^2}}$;

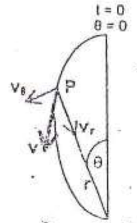
Para el caso de θ = 1rad. se tiene con las formulas anteriores tenemos;

La componente radial: $v_r = \left(-\frac{20}{\sqrt{2}}\right) = -14.1\,pies/s$;

La componente transversal sera: $v_\theta = \left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right) = 14.1\,pies/s$

12.165. Una partícula viaja por la posición de la "rosa de cuatro pétalos" definida mediante la ecuación r = (5 cos 2θ) m. Si la velocidad angular de la línea coordenada radial es dθ/dt = ($3t^2$) rad/s, donde t está en segundos, determine las componentes radial y transversal de la velocidad y la aceleración de la partícula en el instante θ = 30°. Cuando t = 0, θ = 0.





Componentes de la velocidad

Solución:

Componentes de la velocidad:

Para una posición instantánea sabemos: $\dot\theta = 3t^2$; luego; $\ddot\theta = 6t$;

Integrando: $\int_0^\theta d\theta = \int_0^t 3t^2\,dt$; de donde; $\theta = t^3$

Para: $\theta = 30° = \frac{\pi}{6}$; se tiene; t = $(\pi/6)^{1/3}$=0.806s; también; $\dot\theta = 1.95\,rad/s$; $\ddot\theta = 4.84\,rad/s^2$;

La posición es: r = 5 cos 2θ; derivando; $\dot r = -10sen2\theta\dot\theta$;

Otra derivada: $\ddot r = -10(2\cos 2\theta(\dot\theta)^2 + sen2\theta\ddot\theta)$;

Para: θ = 30°; se tiene; r = 2.5m; tambien; $\dot r = -16.88\,m/s$; $\ddot r = -79.87\,m/s^2$;

Por tanto radialmente: $v_r = \dot r = -16.9\ m/s$

Transversalmente: $v_\theta = r\dot\theta = 2.5\ (1.95) = 4.875\ m/s$;

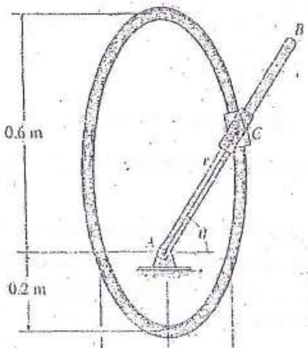
Componentes de la aceleración:

Con los calculos anteriores tenemos;

La aceleración radial: $a_r = \ddot r - r(\dot\theta)^2 = -79.87 - 2.5(1.95)^2 = -89.4\ m/s$;

La aceleración transversal: $a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta = 2.5\,(4.84) + 2(-16.88)\,(1.95) = -53.7\,m/s^2$.

12.166. El doble collar C está conectado mediante un pasador de manera tal que un collar se desliza sobre una barra fija y el otro sobre una barra giratoria AB. Si la velocidad angular de AB está por dθ/dt = $\left(e^{0.5t^2}\right)$, donde t está en segundos, y la trayectoria definida por la barra fija es r = $|0.4 \text{ sen } \theta + 0.2|$ m, determine las componentes radial y transversal de la velocidad y la aceleración del collar cuando t = 1 s. Cuando t = 0, θ = 0°. Use la regla de Simpson para determinar θ en t = 1 s.



Solución:

Componentes de la velocidad:

Para el instante t = 1 s

Sabemos: $\dot{\theta} = e^{0.5t^2}\Big|_{t=1\,s} = 1.649\ rad/s$;

También: $\ddot{\theta} = e^{0.5t^2}(t)\Big|_{t=1\,s} = 1.649\ rad/s^2$;

Como dθ = $\left(e^{0.5t^2}\right)$dt, integrando hasta t = 1 s;

Se tiene: $\theta = \int_0^1 e^{0.5t^2}\,dt = 1.195\ rad = 68.47°$;

Su posición: r = 0.4 senθ + 0.2;

Derivando obtenemos: $\dot{r} = 0.4\cos\theta\dot{\theta}$; $\ddot{r} = -0.4 sen\theta\dot{\theta}^2 + 0.4\cos\theta\ddot{\theta}$;

Para t = 1 s; obtenemos los valores; r = 0.5721m; $\dot{r} = 0.2421 m/s$; $\ddot{r} = -0.7694 m/s^2$;

Con lo cual las componentes son:

Radialmente: $v_r = \dot{r} = 0.242\ m/s$;

Transversal: $v_\theta = r\dot{\theta} = 0.5721(1.649) = 0.943\ m/s$;

Componentes de la aceleración:

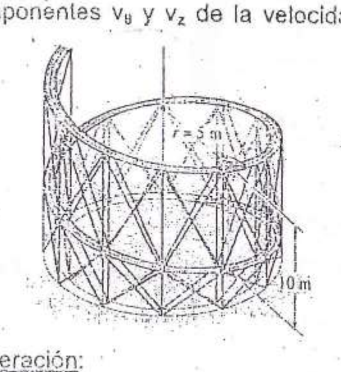
Con los valores obtenidos para t = 1 s;

La aceleración radial es: $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -0.7694 - 0.5721(1.649)^2 = -2.32\ m/s^2$;

La aceleración transversal es: $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0.5721(1.649) + 2(0.2421)(1.649) = 1.742 m/s^2$.

12.167. El carro viaja hacia abajo por la rampa en espiral con rapidez constante v = 6 m/s. Si la via desciende una distancia de 10 m en cada revolución θ = 2π rad, determine la magnitud de la aceleración del carro al moverse por la via que tiene r = 5 m.

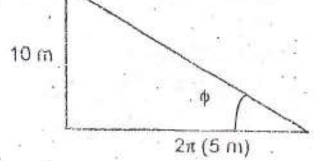
Sugerencia: Para parte de la solución, advierta que en cualquier punto la tangente a la rampa está a un ángulo φ = tan⁻¹ [10/2π(5)] = 17.66° desde la horizontal. Use esto para determinar las componentes v_θ y v_z de la velocidad, que a su vez son usadas para determinar θ y z.



Solución:

Magnitud de la aceleración:

La trayectoria es espiral;



Sabemos: $\phi = \tan^{-1}[10/2\pi(5)] = 17.66°$;

Como v = 6 m/s; sus componentes son;

Vertical: v_z = -6 sen 17.66° = -18.20 m/s;

Transversal: v_θ = 6 cos 17.66° = 5.717 m/s;

Como: r = 5; es un valor constante; se tiene; $\dot{r} = 0$; $\ddot{r} = 0$;

Como: $r\dot{\theta} = v_\theta = 5.717$; $\dot{\theta} = \frac{5.717}{5} = 1.143 rad/s$;

Sabemos: $v^2 = (\dot{r})^2 + (r\dot{\theta})^2$; diferenciando; se tiene; $0 = 2\dot{r}\ddot{r} + 2(r\dot{\theta})(\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})$;

Luego dando valores conocidos: $\ddot{\theta} = 0$;

Con los valores obtenidos las componentes de la aceleración son:

Radial: $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - 5(1.143)^2 = -6.537\ m/s^2$;

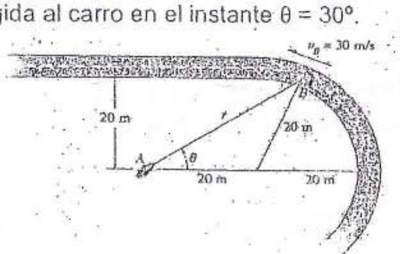
Transversal: $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0$

Vertical: $a_z = \ddot{z} = \dot{v}_z = 0$;

Finalmente la magnitud de la aceleración es: $a = \sqrt{(0)^2 + (0)^2 + (-6.537)^2} = 6.537 m/s^2$.

12.168. Un camarógrafo está de pie en el punto A y sigue el movimiento de un carro de carreras, B, que viaja alrededor de una pista curva con rapidez constante de 30 m/s.

Determine la razón angular θ con que el camarógrafo debe girar para mantener la cámara dirigida al carro en el instante θ = 30°.



Solución:

Cálculo de la velocidad angular:

Para el instante θ = 30° del grafico; r = 2(20cosθ) = 40cosθ;

Derivando: $\dot{r} = dr/dt = -40 sen\,\theta\dot{\theta}$; sabemos; $v = (dr/dt)u_r + (r\dot{\theta})u_\theta$;

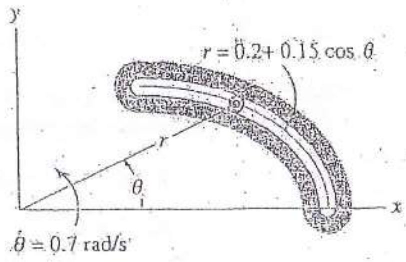
Su modulo del vector: $v = \sqrt{(\dot{r})^2 + (r\dot{\theta})^2}$;

Reemplazando valores conocidos: $(30)^2 = (-40 sen\,\theta)^2(\dot{\theta})^2 + (40\cos\theta)^2(\dot{\theta})^2$;

Factorizando: $(30)^2 = (40)^2\left[sen^2\theta + \cos^2\theta\right](\dot{\theta})^2$;

Despejando: $\dot{\theta} = \dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{30}{40} = 0.75\ rad/s$.

12.169. El pasador sigue la trayectoria descrita por la ecuación r = (0.2 + 0.15 cos θ)m. En el instante θ = 30°, dθ/dt = 0.7 rad/s y $d^2\theta/dt^2$=0.5rad/s^2.
Determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración del pasador en este instante. Desprecie el tamaño del pasador.



Solución:

Magnitud de la velocidad:

Para el instante θ = 30°;
Como: r = 0.2 + 0.15 cos θ; para θ = 30°;
Se tiene: r = 0.2 + 0.15 cos 30° = 0.3299m;
Derivando y dando valores:

$\dot{r} = -0.15 sen\,\theta\,\dot{\theta} = -0.15(0.7)sen30° = -0.0525\ m/s$;

Derivando otra vez y dando valores:

$\ddot{r} = -0.15\left[\cos\theta\,\dot{\theta}^2 + sen\theta\,\ddot{\theta}\right]$; $\ddot{r} = -0.15[\cos 30°(0.7)^2 + sen30°(0.5)] = -0.101157\ m/s^2$;

Con los valores obtenidos las componentes:

Radial es: $v_r = \dot{r} = -0.0525\ m/s$;

Transversal: $v_\theta = r\dot{\theta} = 0.3299(0.7) = 0.2309\ m/s$;

Luego su velocidad es: $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = \sqrt{(-0.0525)^2 + (0.2309)^2} = 0.237\ m/s$;

Magnitud de la aceleración:

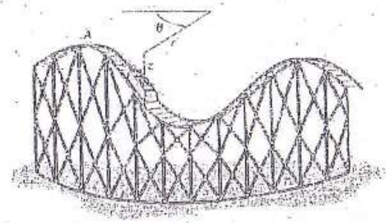
Con los valores obtenidos tenemos las componentes de la aceleración que son;

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -0.10115 - 0.3299(0.7)^2 = -0.2628\ m/s^2$;

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0.3299(0.5) + 2(0.0525)(0.7) = 0.09145 m/s^2$;

Luego su aceleración es: $a = \sqrt{a_r + a_\theta} = \sqrt{(-0.2628)^2 + (0.09145)^2} = 0.278 m/s^2$.

12.170. Por un corto tiempo, la posición del carro de la montaña rusa a lo largo de su trayectoria está definida mediante las ecuaciones r = 25 m, θ = (0.3t) rad, y z = (-8 cos θ) m, donde t está en segundos. Determine la magnitud de la velocidad y la aceleración del carro cuando t = 4 s.



Solución:

Magnitud de la velocidad:

Para el instante t = 4 s. como: r = 25m; se tiene; $\dot{r} = 0$; $\ddot{r} = 0$;

Luego para variación angular se tiene:

$\theta = 0.3t|_{t=4s} = 1.2\,rad$; $\dot{\theta} = 0.3\ rad/s$; $\ddot{\theta} = 0$;

En la vertical derivando: $z = -8\cos\theta$; $\dot{z} = 8sen\theta\,\dot{\theta} = 8(0.3)sen(1.2) = 2.2369\ m/s$;

Luego: $\ddot{z} = 8\left[\cos\theta\,\dot{\theta}^2 + sen\theta\,\ddot{\theta}\right]_{\theta=1.2rad} = 0.2609\ m/s^2$

Con lo anterior las componentes son: $v_r = \dot{r} = 0$; $v_\theta = r\dot{\theta} = 25(0.3) = 7.5m/s$;

$v_z = \dot{z} = 2.2369m/s$; con lo cual tenemos;

La magnitud de la velocidad; $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2 + v_z^2} = \sqrt{0^2 + 7.5^2 + 2.2369^2} = 7.83m/s$.

Magnitud de la aceleración:

Con los resultados anteriores obtenemos las componentes de la aceleración:

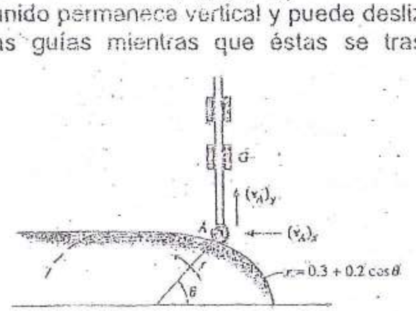
Radial: $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - 25(0.3)^2 = -2.25\ m/s^2$;

Transversal: $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 25(0) + 2(0)(0.3) = 0$;

Vertical: $a_z = \ddot{z} = 0.2609m/s^2$;

Con lo cual su magnitude es: $a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2 + a_z^2} = \sqrt{2.25^2 + 0^2 + 0.2609^2} = 2.265m/s^2$.

12.171. El mecanismo de una máquina está construido de manera que el rodillo situado en A sigue la superficie de la leva descrita por la ecuación r = (0.3 + 0.2 cos θ) m. Si dθ/dt = 0.5 rad/s y $d^2\theta/dt^2$ = 0, determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración del rodillo cuando θ = 30°. Desprecie el tamaño del rodillo. Calcule también las componentes de velocidad $(v_A)_x$ y $(v_B)_y$ del rodillo en ese instante. La barra a la que el rodillo está unido permanece vertical y puede deslizarse hacia arriba o hacia abajo a lo largo de las guías mientras que éstas se trasladan horizontalmente hacia la izquierda.



Solución:

Magnitud de la velocidad:

Para el instante θ=30° movimiento de rodillo respecto de la leva

Sabemos: $\dot{\theta} = 0.5$; $\ddot{\theta} = 0$; r = (0.3 + 0.2 cos θ);

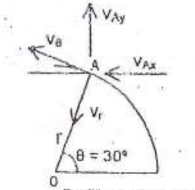
Derivando en la dirección radial: $\dot{r} = -0.2\ sen\theta\dot{\theta}$; $\ddot{r} = -0.2(\cos\theta\dot{\theta}^2 + sen\theta\ddot{\theta})$;

Con: θ = 30°; r=0.473m; $\dot{r} = -0.05$; $\ddot{r} = -0.0433$;

Con esto en la radial: $v_r = \dot{r} = -0.05m/s$;

Transversal: $v_\theta = r\dot{\theta} = 0.473(0.5) = 0.237m/s$;

Luego: $v = \sqrt{(-0.05)^2 + (0.237)^2} = 0.242\ m/s$;



Rodillo A respecto De la leva en 30°

Magnitud de la ac··ración:

Con los valores obtenidos arriba;

Radialmente: $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -0.0433 - 0.473(0.5)^2$;

De donde: $a_r = -0.16155\ m/s^2$;

Tranversal: $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 2(-0.05)(0.5)$;

De donde: $a_\theta = -0.05\ m/s^2$;

Luego: $a = \sqrt{(-0.162)^2 + (-0.5)^2} = 0.169\ m/s^2$;

Componentes de velocidad $(v_A)_x$ y $(v_A)_y$:

Conociendo las componentes radial y transversal de la velocidad;

(+ ←) v_x = 0.05 cos 30° + 0.237 sen 30°;

De donde: v_x = 0.162 m/s;

(+ ↑) v_y = -0.05 sen 30° + 0.237 cos 30°;

De donde: v_y = 0.180 m/s. Velocidades del rodillo A respecto de la leva.

12.172. La caja se desliza a lo largo de la rampa en espiral de manera tal que r = (0.5z) pies y z = $(100 - 0.1t^2)$ pies, donde t está en segundos. Si la razón de rotación con respecto al eje z es dθ/dt=0.04πt rad/s, determine la magnitudes de la velocidad y la aceleración de la caja en el instante z = 10 pies.

Solución:.

Magnitud de la velocidad:;

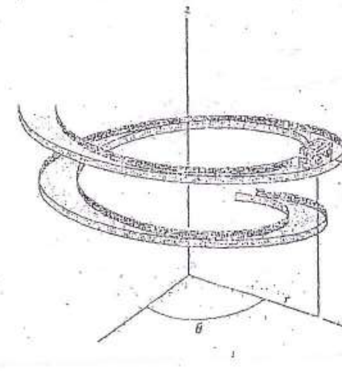
De la fórmula para el instante z = 10pies;

Para: z = 10pies; se tiene; t = 30seg.;

Como: r = 0.5z; r = 50-0.05$(30)^2$ = 5pies;

Como: z = 100 – $0.1t^2$; r = (0.5z);

Entonces: r = 50 – 0.05 t^2;



Derivando: $\dot{r} = -0.1t$; y para t = 30seg.;

Se tiene: $\dot{r} = -0.1(30) = -3pies/s$; $\ddot{r} = -0.1pies/s^2$;

Velocidad angular: $\dot{\theta} = 0.12566(30) = 3.7699\ rad/seg$;

Tambien: $\ddot{\theta} = 0.04\pi = 0.12566rad/s^2$;

En la vertical: $\dot{z} = -0.2t = -0.2(30) = -6pies/s$; $\ddot{z} = -0.2\ pies/s^2$, con lo anterior;

Las componentes de la velocidad son;

Radial: $v_r = \dot{r} = -3 pies/s$;

Transversal: $v_\theta = r\dot{\theta} = 5(3.76991) = 18.85 pies/s$;

En la vertical: $\dot{z} = -0.2t = -0.2(30) = -6 pies/s$;

Luego: $v = \sqrt{(-3)^2 + (18.850)^2 + (-6)^2} = 20.0 pies/s$

Magnitud de la aceleración:

Con valores calculados para t = 30seg.;

La componente radial es: $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -0.1 - 5(3.76991)^2 = 71.16 pies/s^2$;

La componente transversal es: $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 5(0.12566) + 2(-3)(3.76991) = -21.99 pies/s^2$;

En la vertical: $\ddot{z} = a_z = -0.2 pies/s^2$;

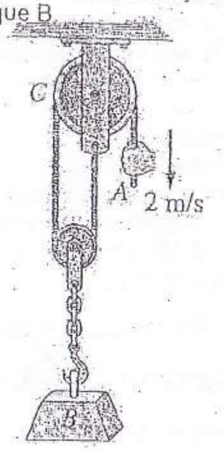
Su magnitude es: $a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2 + a_z^2} = \sqrt{71.16^2 + 21.99^2 + 0.2^2} = 74.48 pies/s^2$.

DINAMICA

12.9Analisis de movimiento absoluto dependiente de dos particulas

PROBLEMAS.

12.173. Si el extremo del cable situado en A es jalado hacia abajo con rapidez de 2 m/s, determine la rapidez con que se eleva el bloque B.



Solución:;

Cálculo de la rapidez con que se eleva el bloque B:

La longitud de cuerda L no varia;

De la figura adjunta tenemos:

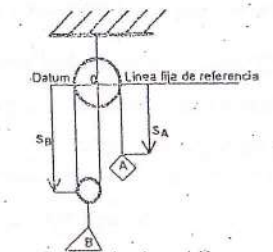
Por lo cual: $2s_B + s_A = L$;

Derivando: $2v_B + v_A = 0$..(1);

Como: $v_A = 2m/s$ (+ ↓);

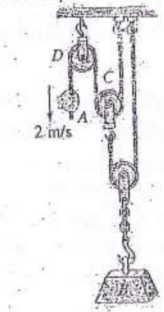
Reemplazando en (1): $2v_B + 2 = 0$;

De donde: $v_B = -1$ m/s = 1 m/s ↑.



Coordenadas de posición

12.174. Si el extremo del cable situado en A es jalado hacia abajo con rapidez de 2 m/s, determine la rapidez con que se levanta el bloque B.



Solución:

Cálculo de la rapidez con que se levanta el bloque B:

En la figura tenemos dos cables;

Las longitudes son L_1 y L_2: De la figura;

Primer cable: $s_A + 2s_C = L_1$...(1);

Otro cable: $s_B + (s_B - s_C) = L_2$...(2);

En (1) y (2) eliminando s_C;

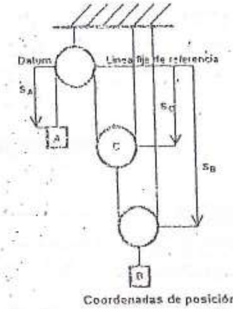
Tenemos: $s_A + 4s_B = L_1 + 2L_2$

Derivando: $v_A + 4v_B = 0$...(3);

Por dato: $v_A = 2$ m/s.(+ ↓)

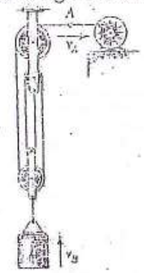
Reemplazando en (3): $2 + 4v_B = 0$;

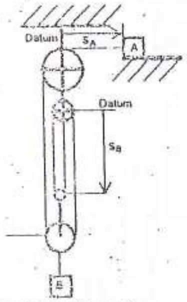
De donde: $v_B = -0.5$ m/s = 0.5 m/s ↑.



Coordenadas de posición

12.175. Determine la rapidez constante con que el cable ubicado en A debe ser jalado por el motor para elevar la carga localizada en B 15pies en 5 segundos.





Coordenadas de posición

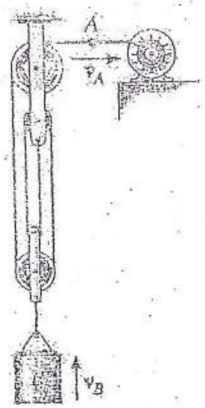
Solución:

Cálculo de la rapidez constante de A:
En la figura se tiene un cable L.

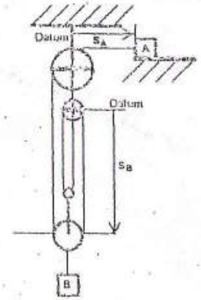
Velocidad de B: $v_B = \frac{-15}{5} = -3pies/s = 3pies/s \uparrow$;

Longitud del cable: $4s_B + s_A = L$;
Derivando respecto al tiempo: $4v_B = -v_A$;
Conocemos velocidad de B: $4(-3) = -v_A$; de donde: $v_A = 12$ pies/s $\rightarrow$.

12.176. Determine el tiempo necesario porque la carga situada en B alcance una rapidez de 8 m/s, partiendo del reposo, si el cable es jalado hacia el motor con una aceleración de 0.2 m/s^2.



Solución:



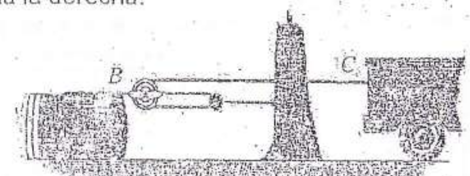
Coordenadas de posición

Tiempo que requiere B para alcanzar 8m/s:
En la figura se tiene un cable L.

De la figura adjunta: $4s_B + s_A = L$;
Derivando: $4v_B = -v_A$;
Derivando otra vez: $4a_B = -a_A$;
Conocemos la aceleración de A:

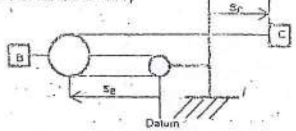
Reemplazando: $4a_B = -0.2 m/s^2$;
De donde: $a_B = -0.05$ m/s^2;
Sabemos: $(+\downarrow) v_B = (v_B)_0 + a_B t$;
Como parte del reposo: $-8 = 0 - (0.05)(t)$;
De donde: $t = 160$seg.

12.177. Determine el desplazamiento del tronco si el camión colocado en C jala el cable 4 pies hacia la derecha.



Solución:

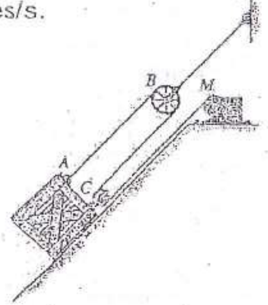
Cálculo del desplazamiento del tronco B:
Sea L la porción de cable que esta variando de longitud;
Las coordenadas de posición de A y B estan relacionados en;
$2s_B + (s_B + s_C) = L$;
Luego: $3s_B + s_C = L$;

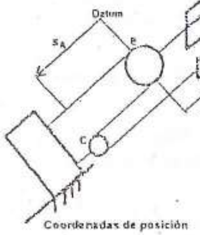


Coordenadas de posición

Aplicando variación: $3\Delta s_B + \Delta s_C = 0$;
Por dato: $\Delta s_C = 4$pies;
Reemplazando: $3\Delta s_B = -4$pies;
De donde: $\Delta s_B = -1.33$pies $= 1.33$pies $\rightarrow$.

12.178. La caja está siendo levantada por el plano inclinado usando el motor M y el arreglo de cuerda y polea mostrado. Determine la rapidez con que la cuerda debe ser jalada por el motor para mover la caja hacia arriba por el plano con una rapidez constante de 4 pies/s.





Solución:

Cálculo de la rapidez del cable que entra al motor M:

Sea L la porción de cable que esta variando de longitud;

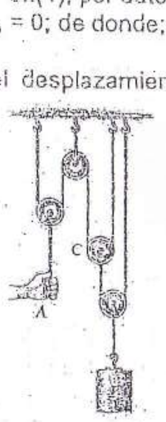
Las coordenadas de posición de A y B estan relacionados en; $2s_A + (s_A - s_p) = L$;

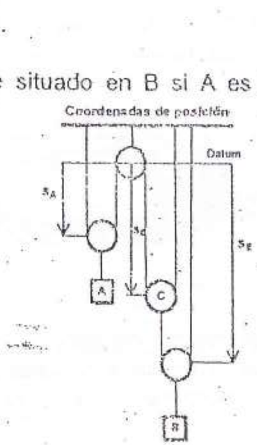
De donde: $3s_A - s_p = 0$;

Derivando: $3v_A - v_p = 0$..(1); por dato; v_A = pies/s;

Esto en (1): $3(4) - v_p = 0$; de donde; $v_p = 12$ pies/s.

12.179. Determine el desplazamiento del bloque situado en B si A es jalado hacia abajo 4pies.





Solución:

Cálculo del desplazamiento del tronco B:

Sea L_1 y L_2 las porciónes de los cables que estan variando de longitud;

Las coordenadas de posición de A y C estan relacionados en; $2s_A + 2s_C = L_1$;

Aplicando delta: $\Delta s_A = -\Delta s_C$;

Las coordenadas de posición de B y C estan relacionados en; $s_B - s_C + s_B = L_2$;

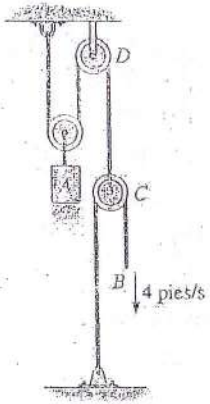
De donde: $2\Delta s_B = \Delta s_C$;

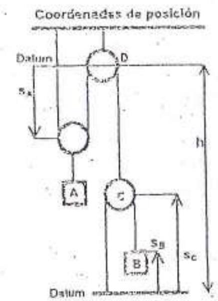
Eliminando Δs_C; se tiene; lo siguiente; $2\Delta s_B = -\Delta s_A$

Por dato sabemos que: Δs_A = 4pies;

Reemplazando: $2\Delta s_B = -4$; de donde; Δs_B = - 2pies = 2pies ↑.

12.180. El cable localizado en B es jalado hacia abajo a 4 pies/s, y está desacelerando a 2 pies/s^2. Determine la velocidad y la aceleración del bloque A en este instante.





Solución:

Cálculo de la velocidad y la aceleración del bloque A:

En la figura tenemos dos cables cuyas longitudes variables son L_1 y L_2;

Cable superior L_1, la relación de las posiciones de A y C es; $2s_A + (h - s_C) = L_1$;

Derivando; $2v_A = v_C$;

En cable inferior L_2 la relación de las posiciones de B y C es; $s_C + (s_C - s_B) = L_2$;

Derivando: $2v_C = v_B$;

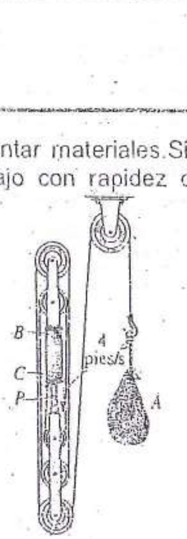
Eliminando v_C; se tiene; $v_B = 4v_A$; derivando nuevamente; $a_B = 4a_A$;

Por dato: v_B = -4pies/s; a_A = 2pies/s^2;

Luego; $-4 = 4v_A$ de donde; v_A = -1pies/s = 1pies/s ↑;

También: $2 = 4a_A$; de donde; a_A = 0.5pies/s^2 = 0.5pies/s^2 ↓.

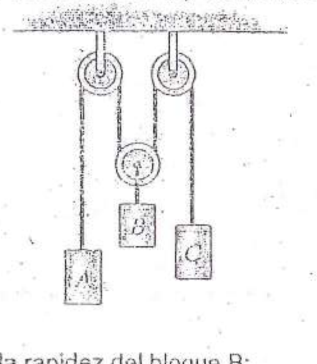
12.181. El arreglo de poleas mostrado está diseñado para levantar materiales. Si BC permanece fijo mientras el émbolo P es empujado hacia abajo con rapidez de 4 pies/s, determine la rapidez de la carga en A.

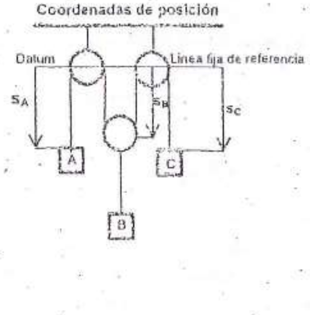


Solución:

Cálculo de la rapidez del cable que eleva a la carga A:
Sea L la porción de cable que esta variando de longitud;
Las coordenadas de posición de A y B estan relacionados en;
$5s_B + (s_B - s_A) = L$;
De donde: $6s_B - s_A = L$; derivando; $6v_B - v_A = 0$;
Por dato tenemos: v_B = 4pies/s; reemplazando; $6(4) = v_A$;
De donde: v_A = 24pies/s.

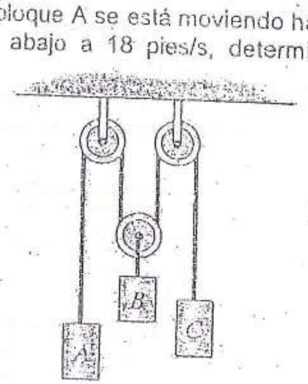
12.182. Si el bloque A se está moviendo hacia abajo con rapidez de 4 pies/s mientras C se mueve hacia arriba a 2 pies/s, determine la rapidez del bloque B.

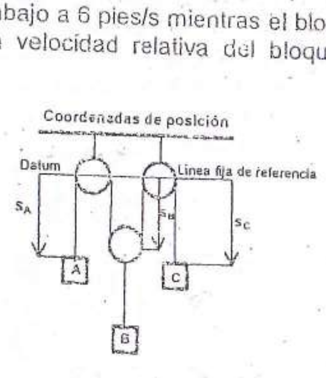




Solución:
Cálculo de la rapidez del bloque B:
Sea L la porción de cable que esta variando de longitud;
Las coordenadas de posición de A, B y C estan relacionados en;
La longitud es: $s_A + 2s_B + s_C = L$;
Derivando: $v_A + 2s_B + v_C = 0$;
Por datos: v_C = -2pies/s; v_A = 4pies/s;
Reemplazando: $4 + 2v_B - 2 = 0$;
De donde: v_B = -1pies/s = 1pies/s↑.

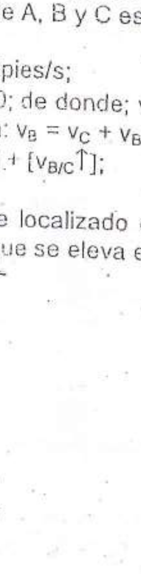
12.183. Si el bloque A se está moviendo hacia abajo a 6 pies/s mientras el bloque C se mueve hacia abajo a 18 pies/s, determine la velocidad relativa del bloque B con respecto a C.

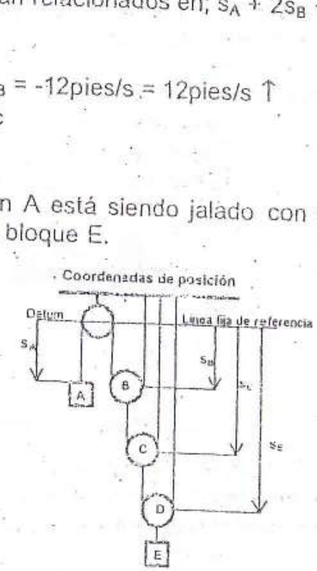




Solución:
Cálculo de la rapidez del bloque B:
Sea L la porción de cable que esta variando de longitud;
Las coordenadas de posición de A, B y C estan relacionados en; $s_A + 2s_B + s_C = L$;
Derivando: $v_A + 2s_B + v_C = 0$;
Por datos: v_C = 18pies/s; v_A = 6pies/s;
Reemplazando: $6 + 2v_B + 18 = 0$; de donde; v_B = -12pies/s = 12pies/s ↑
Sabemos por velocidad relativa: $v_B = v_C + v_{B/C}$
Datos conocidos: [12↑] = [18↓] + [$v_{B/C}$↑];
De donde: $v_{B/C}$ = 30pies/s ↑.

12.184. Si el extremo del cable localizado en A está siendo jalado con rapidez de 2 m/s, determine la rapidez con que se eleva el bloque E.

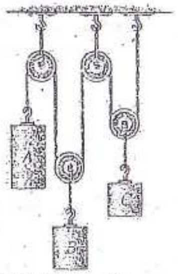


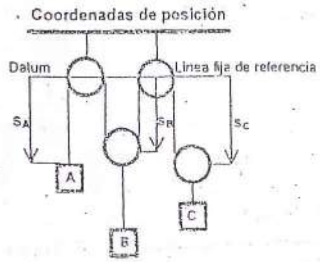


Solución:
Cálculo de la rapidez del bloque E:
Tenemos tres cables L_1; L_2 y L_3; La relacion entre las posiciones de A, B, C y E es;
Cable superior: $2s_B + s_A = L_1$...(1);
Cable medio: $s_C + (s_C - s_B) = L_2$...(2);

Cable inferior: $s_E + (s_E - s_C) = L_3$...(3);
Eliminando las posiciones intermedias B y C: $s_A + 8s_E = l_1 + 2\,l_2 + 4\,l_3$;
Derivando: $v_A + 8v_E = 0$..(4); por dato; $v_A = 2$m/s (+ ↓);
Reemplazando en (4): $2 + 8v_E = 0$;
De donde: $v_E = -0.250$m/s = 0.250m/s ↑.

12.185. Si el bloque A del sistema de poleas se está moviendo hacia abajo con rapidez de 4 pies/s mientras el bloque C se está moviendo hacia arriba a 2 pies/s, determine la rapidez del bloque B.



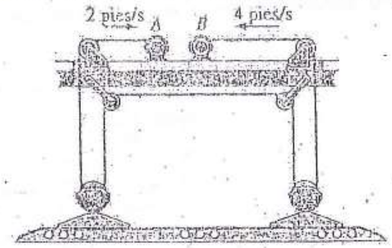


Solución:

Cálculo de la rapidez del bloque B:

Sea L la porción de cable que esta variando de longitud;
Las coordenadas de posición de A, B y C estan relacionados en: $s_A + 2s_B + 2s_C = L$;
Derivando: $v_A + 2v_B + 2v_C = 0$..(1);
Por datos: $v_C = -2$pies/s; $v_A = 4$pies/s;
Reemplazando en (1): $4 + 2v_B + 2(-2) = 0$;
De donde: $v_B = 0$; no se mueve el bloque B.

12.186. La grúa se usa para izar la carga. Si los motores colocados en A y B están jalando el cable con rapidez de 2 a 4 pies/s, respectivamente, determine la rapidez de la carga.



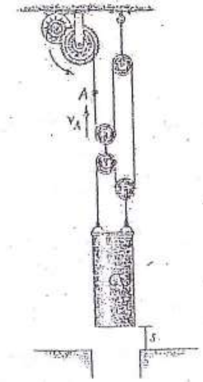
Solución:

Cálculo de la rapidez de la carga C:

Sea C el elemento que se esta izando; sea h la separacion horizontal;
Como h es fijo; la relacion entre las posiciones A, B y C es: $4s_C + s_A + s_B + 2h = L$;
Derivando: $4v_C + v_A + v_B = 0$..(1)
Por dato: $v_A = 2$pies/s y $v_B = 4$pies/s;

Reemplazando en (1): $4v_C + 2 + 4 = 0$;
De donde: $v_C = -1.50$pies/s=1.50pies/s ↑.

12.187. El cilindro C está siendo levantado usando el sistema de cable y poleas mostrado. Si el punto A sobre el cable es jalado hacia el tambor con rapidez de 2 m/s, determine la rapidez del cilindro.

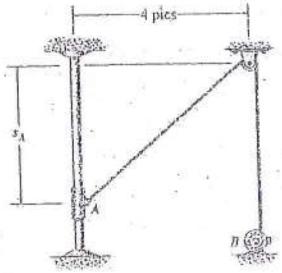


Solución:

Cálculo de la rapidez del cilindro C:

El sistema es de un solo cable de longitud L
Linea de referencia de la base h altura constante;
Luego la relación entre las posiciones de A y C es: $s_C + (s_C - h) + (s_C - h - s_A) = L$;
Simplificando: $3s_C - 2h - s_A = L$; derivando; $3v_C - v_A = 0$..(1);
Por dato: $v_A = -2$m/s;
Reemplazando en (1) lo anterior: $v_c = \frac{v_A}{3} = \frac{-2}{3} = -0.667\ m/s = 0.667\ m/s$ ↑.

12.188. El movimiento del collar instalado en A es controlado por un motor situado en B de manera tal que cuando el collar está en $s_A = 3$ pies, se mueve hacia arriba a 2 pies/s y desacelera a 1 pie/s^2. Determine la velocidad y la aceleración del cable al ser jalado dentro del motor B en este instante.



Solución:

Para el instante indicado el cable unico es de longitud L;

Por geometría la relación entre las posiciones A y B es: $\sqrt{s_A^2+4^2}+s_B=L$;

Derivando: $\frac{1}{2}(s_A^2+16)^{-\frac{1}{2}}(2s_A)\dot{s}_A+\dot{s}_B=0$;

Relación de velocidad: $\dot{s}_B=-s_A\dot{s}_A(s_A^2+16)^{-\frac{1}{2}}$;

Derivando nuevamente obtenemos la relación de las aceleraciones;

El cual es: $\ddot{s}_B=\frac{(s_A\dot{s}_A)^2}{(s_A^2+16)^{\frac{3}{2}}}-\frac{(\dot{s}_A)^2+s_A\ddot{s}_A}{(s_A^2+16)^{\frac{1}{2}}}$;

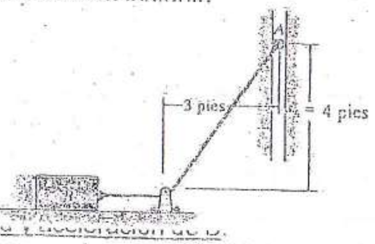
Datos: $s_A=3pies$; $\dot{s}_A=-2pies/s$; $\ddot{s}_A=1pies/s^2$;

La velocidad del cable que entra al motor: $\dot{s}_B=-3(-2)\left((3)^2+16\right)^{-\frac{1}{2}}=1.20pies/s\downarrow$;

La aceleración del cable es: $\ddot{s}_B=\frac{((3)(-2))^2}{((3)^2+16)^{\frac{3}{2}}}-\frac{(-2)^2+(3)(1)}{((3)^2+16)^{\frac{1}{2}}}=-1.112pies/s^2$;

También: $\ddot{s}_B=1.112pies/s^2\uparrow$;

12.139. El rodillo colocado en A se mueve hacia arriba con velocidad v_A = 3 pies/s y tiene aceleración a_A = 4 pies/s^2 cuando s_A = 4 pies. Determine la velocidad y la aceleración del bloque B en este instante.



Solución:

Cálculo de la velocidad y aceleración de B:

La linea de referencia es en el soporte fijo, horizontal para A y para B vertical.

Para una situación instantanea, la longitud del cable es fijo: $s_B+\sqrt{(s_A)^2+3^2}=L$;

Derivando: $\dot{s}_B+\frac{1}{2}\left[(s_A)^2+3^2\right]^{-\frac{1}{2}}(2s_A)\dot{s}_A=0$; de donde; $\dot{s}_B=-\left[s_A^2+9\right]^{-\frac{1}{2}}(s_A\dot{s}_A)$;

Derivando nuevamente obtenemos las aceleraciones:

$\ddot{s}_B=\left[(s_A)^2+9\right]^{-\frac{3}{2}}(s_A^2\dot{s}^2)-\left[s_A^2+9\right]^{-\frac{1}{2}}(\dot{s}_A)^2-\left[s_A^2+9\right]^{-\frac{1}{2}}\left(s_A\ddot{s}_A\right)$

Por datos tenemos: $s_A=4pies$; $\dot{s}_A=3pies/s$; $\ddot{s}_A=4pies/s^2$;

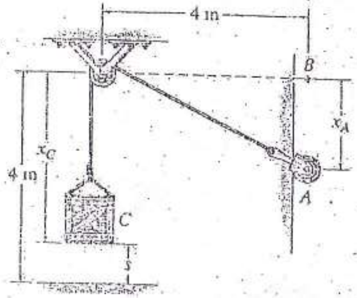
En instante analizado la velociad de B es: $\dot{s}_B=-\left(\frac{1}{5}\right)(4)(3)$;

De donde: v_B = -2.4pies/s = 2.40pies/s $\rightarrow$

La aceleracion de B es: $\ddot{s}_B=\left(\frac{1}{5}\right)^3(4)^2(3)^2-\left(\frac{1}{5}\right)(3)^2-\left(\frac{1}{5}\right)(4)(4)$;

De donde: a_B = -3.85pies/s^2 = 3.85pies/s^2 $\rightarrow$.

12.190. La caja C está siendo elevada al moverse el rodillo colocado en A hacia abajo con rapidez constante de v_A = 2m/s a lo largo de la guía. Determine la velocidad y la aceleración de la caja en el instante s = 1 m. Cuando el rodillo está en B, la caja descansa sobre el suelo. Desprecie el tamaño de la polea en los cálculos. Sugerencia: Relacione las coordenadas x_C y x_A usando la geometría del problema, luego tome la primera y segunda derivadas con respecto al tiempo.



Solución:

Cálculo de la velocidad y aceleración de la caja C:

La linea de referencia en el soporte fijo, vertical para A y C.

Para una situación instantanea la longitud del cable es: $x_C+\sqrt{x_A^2+(4)^2}=L$;

Derivando: $\dot{x}_C+\frac{1}{2}(x_A^2+16)^{-1/2}(2x_A)(\dot{x}_A)=0$; de donde; $\dot{x}_C=-(x_A^2+16)^{-1/2}(x_A)(\dot{x}_A)$;

Derivando otra vez se tiene la relación de aceleraciones de A y C:

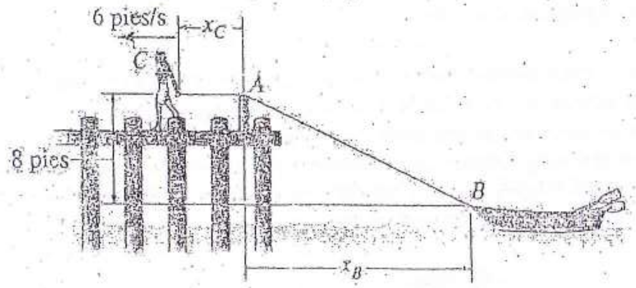
$\ddot{x}_C=\frac{1}{2}(x_A^2+16)^{-3/2}(2x_A^2)(\dot{x}_A)^2-(x_A^2+16)^{-1/2}(\dot{x}_A)^2-(x_A^2+16)^{-1/2}(x_A)(\ddot{x}_A)$;

Cuando s = 1m: L = 8m, x_C = 3m, x_A = 3m;

También: $v_A=\dot{x}_A=2\ m/s$; constante;

Luego como: $a_A = \ddot{x}_A = 0$;
Entonces la velocidad de la caja es: $v_C = -[(3)^2 + 16]^{-1/2}(3)(2)$;
De donde: $v_C = -1.2$ m/s = 1.2 m/s ↑;
Luego la aceleración de la caja es: $a_C = [(3)^2 + 16]^{-3/2}(3)^2(2)^2 - [(3)^2 + 16]^{-1/2}(2)^2 - 0$;
De donde: $a_C = -0.512$ m/s^2 = 0.512 m/s^2 ↑.

12.191. La niña ubicada en C está de pie cerca del borde del muelle y jala la cuerda horizontalmente con rapidez constante de 6 pies/s. Determine que tan rapido se acerca el bote al muelle en el instante en que la longitud de la cuerda AB es de 50 pies.



Solución:

Cálculo de la rapidez del bote B cuando AB sea 50 pies:

Tomamos la linea de referencia una vertical en A. Para la situación instantanea el tamaño de cable que entra y sale es la misma. El cable es mide L;

Por geometria: $\sqrt{(8)^2 + x_B^2} + x_C = L$; derivando; $[(8)^2 + x_B^2]^{-1/2} x_B \dot{x}_B + \dot{x}_C = 0$..(1);

Por dato: $v_C = \dot{x}_C = 6\,pies/s$;

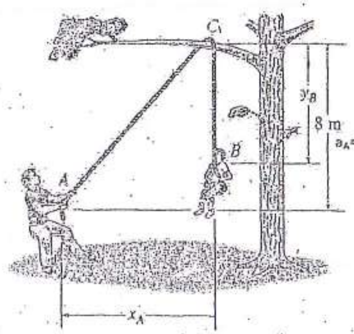
Si AB = 50pies; $x_B = \sqrt{(50)^2 - (8)^2} = 49.356pies$;

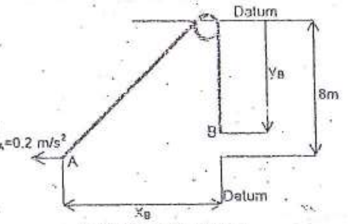
Con los datos calculados la velocidad de B en (1):

$[(8)^2 + (49.356)^2]^{-1/2}(49{,}356)(\dot{x}_B) + 6 = 0$;

De donde: $v_B = -6.0783$pie/s = 6.08pies/s ←.

12.192. El hombre jala al niño hacia la rama C del árbol caminando hacia atrás. Si él parte del reposo cuando $x_A = 0$ y se mueve hacia atrás con aceleración constante $a_A = 0.2$ m/s^2, determine la rapidez del niño en el instante $y_B = 4$m. Desprecie el tamaño de la rama. Cuando $x_A = 0$, $y_B = 8$m, de manera que A y B coinciden, es decir, la cuerda es de 16m de longitud.





Posición Instantanea

Solución:

Cálculo de rapidez del niño en B:

Longitud total cable 16m. por geometría; $L_{AC} = \sqrt{x_A^2 + 8^2}$;

La longitud del cable es: $l = l_{AC} + y_B$; luego; $16 = \sqrt{x_A^2 + 8^2} + y_B$;

Despejando: $y_B = 16 - \sqrt{x_A^2 + 64}$ ..(1)

Como: $v_A = \dfrac{dx_A}{dt}$; $v_B = \dfrac{dy_B}{dt}$; derivando (1); $v_B = \dfrac{dy_B}{dt} = -\dfrac{x_A}{\sqrt{x_A^2 + 64}}\dfrac{dx_A}{dt}$;

De otro modo: $v_B = -\dfrac{x_A}{\sqrt{x_A^2 + 64}} v_A$ ...(2);

Por dato: $y_B = 4$m; en la ecuación (1); se tiene; $4 = 16 - \sqrt{x_A^2 + 64}$;

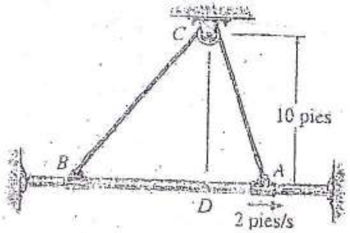
De donde: $x_A = 8.944\,m$

Por dato: a_c=0.2m/s^2 y parte del reposo; es acelerado; $v_A^2 = (v_0)_A^2 + 2(a_C)_A[x_A - (x_0)_A]$;

Con datos: $v_A^2 = 0 + 2(0.2)(8.944 - 0)$; de donde; $v_A = 1.891$ m/s;

Luego en (2) obtenemos v_B: $v_B = -\dfrac{8.944}{\sqrt{8.944^2 + 64}}(1.89) = -1.41\,m/s = 1.41\,m/s$ ↑.

12.193. Los collares A y B están conectados a la cuerda que pasa sobre la pequeña polea en C. Cuando A está ubicado en D, B está 24 pies a la izquierda de D. Si A se mueve con rapidez constante de 2 pies/s hacia la derecha, determine la rapidez de B cuando A está 4pies a la derecha de D.



Solución:.

Cálculo de la rapidez de B para s_A= 4pies:
Para posición instantanea;
Medimos la posición de A y B respecto de D. Por gemetria la longitud del cable es: $L=\sqrt{(10)^2+s_B^2}+\sqrt{(10)^2+s_A^2}=36$;

Derivando respecto al tiempo: $\frac{1}{2}(100+s_B^2)^{-\frac{1}{2}}\left(2s_B\dot{s}_B\right)+\frac{1}{2}(100+s_A^2)^{-\frac{1}{2}}\left(2s_A\dot{s}_A\right)=0$;

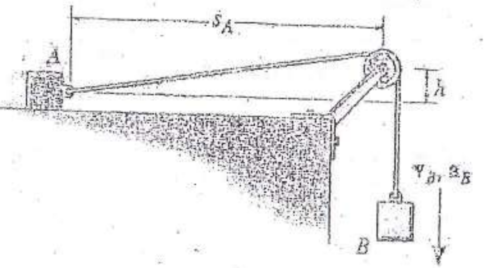
De donde: $\dot{s}_B=-\left(\frac{s_A\dot{s}_A}{s_B}\right)\left(\frac{100+s_B^2}{100+s_A^2}\right)^{\frac{1}{2}}$; para; s_A = 4pies;

Se tiene: $\sqrt{(10)^2+s_B^2}+\sqrt{(10)^2+(4)^2}=36$; de donde como s_B = 23.163pies.

Entonces la velocidad de B es: $\dot{s}_B=-\left(\frac{(4)(2)}{23.163}\right)\left(\frac{100+23.163^2}{100+4^2}\right)^{\frac{1}{2}}$;

De donde: $\dot{s}_B=v_B=0.809\,pies/s\rightarrow$.

12.194. Si el borde B se está moviendo hacia abajo con velocidad v_B y tiene aceleración a_B, determine la velocidad y la aceleración del bloque A en términos de los parámetros mostrados.



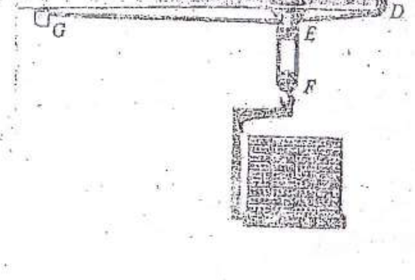
Solución:.
Cálculo de velocidad de A:
Longitud del cable es L Cte;

Por geometria: $L=s_B+\sqrt{s_A^2+h^2}$; derivando; $0=\dot{s}_B+\left(s_A^2+h^2\right)^{-1/2}s_A\dot{s}_A$;

Despejando: $v_A=\dot{s}_A=\frac{-\dot{s}_B\left(s_A^2+h^2\right)^{1/2}}{s_A}$; otra forma; $v_A=-v_B\left(1+\left(\frac{h}{s_A}\right)^2\right)^{1/2}$; h Cte.

Derivando lo anterior: $a_A=-a_B\left(1+\left(\frac{h}{s_A}\right)^2\right)^{1/2}+\frac{v_Av_Bh^2}{s_A^3}\left(1+\left(\frac{h}{s_A}\right)^2\right)^{-1/2}$; h Cte.

12.195. El movimiento vertical de la carga es producido por el movimiento del pistón ubicado en A sobre el brazo. Determine la distancia que el pistón o polea en C debe moverse hacia la izquierda para elevar la carga 2pies. El cable está unido en B, pasa sobre la polea en C, luego por D, E, F, de nuevo alrededor de E, y queda unido en G.



Solución:

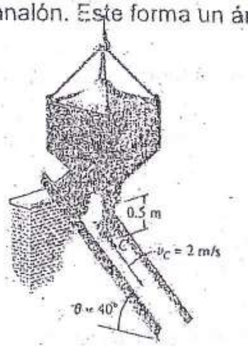
Cálculo de la distancia que se mueve el piston A si la carga se eleva 2 pies:
Un solo cable de tamaño L.

Referencia en B para el piston C y E para F;

Eliminando distancias fijas: $2s_C + 2s_F = L$;

Aplicando variación: $2\Delta s_C = -2\Delta s_F$; luego; $\Delta s_C = -\Delta s_F$
Por dato la carga se eleva: $\Delta s_F = -2$pies;
Con lo anterior el piston se mueve: $\Delta s_C = -(-2\text{pies}) = 2$pies.

12.196. La arena cae del reposo 0.5m verticalmente sobre un canalón. Si entonces se desliza con velocidad v_C = 2 m/s por el canalón, determine la velocidad relativa de la arena justo al caer sobre el canalón en el punto A con respecto a la arena que se desliza hacia abajo por el canalón. Este forma un ángulo de 40° con la horizontal.



Solución:

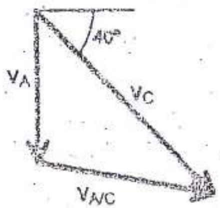
Cálculo de la velocidad relativa de la arena en A:

Sea dirección positiva (+ ↑);

Llega al canalon: $v_A^2 = (v_A)_1^2 + 2a_c(s_A - s_{A1})$;

Parte del reposo: $v_A^2 = 0 + 2(-9.81)(0.5 - 0)$;

De donde: v_A = -3.1321 m/s;



Ecuación vectorial: $v_A = v_C + v_{A/C}$;

$-3.1321j = 2\cos 40°i - 2\sin 40°j + (v_{A/C})_x i + (v_{A/C})_y j$

Igualando en los ejes:

Eje X: $0 = 2\cos 40° + (v_{A/C})_x$

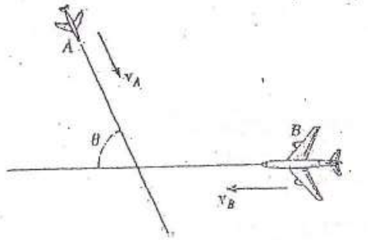
Eje Y: $-3.1321 = -2\sin 40° + (v_{A/C})_y$

Resolviendo: $(v_{A/C})_x$ = -1.5321m/s; también; $(v_{A/C})_y$ = -1.8465m/s;

La resultante sera: $v_{A/C} = \sqrt{(-1.5321)^2 + (-1.8465)^2} = 2.40\ m/s$;

Angulo de inclinación: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1.8465}{1.5321}\right) = 50.3°$.

12.197. Dos aviones A y B están volando a la misma altura. Si sus velocidades son v_A = 600 km/h y v_B = 500 km/h de manera tal que el ángulo entre sus cursos en línea recta es θ = 75°, determine la velocidad del avión B con respecto al avión A.



Solución:

Cálculo de la velocidad del avión B con respecto al avión A:

En figura adjunta se tiene.

Relación vectorial: $v_B = v_A + v_{B/A}$

Con los datos: $[500 \leftarrow] = \left[600 \overset{75°}{\mapsto}\right] + v_{B/A}$;

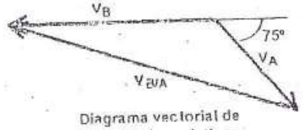


Diagrama vectorial de Velocidades relativas

Luego (+ ←) X: $500 = -600\cos 75° + (v_{B/A})_x$

De donde: $(v_{B/A})_x$ = 655.29Km/hr ←;

En eje Y(+ ↑): $0 = -600\text{sen}75° + (v_{B/A})_y$

De donde: $(v_{B/A})_y$ = 579.56Km/hr ↑;

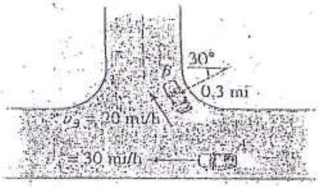
Teniendo ambas componentes se tiene; $(v_{B/A}) = \sqrt{(655.29)^2 + (579.56)^2}$;

De donde: $v_{B/A}$ = 875km/h;

Dirección relativa de B respecto de A: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{579.56}{655.29}\right) = 41.5°$.

El avión A ve al avión B subir a la izquierda.

12.198. En el instante mostrado, los automóviles A y B están viajando con rapidez de 30 y 20 mi/h, respectivamente. Si B está incrementando su rapidez en 1200mi/h², mientras A mantiene una rapidez constante, determine la velocidad y la aceleración de B con respecto a A.



Solución:

Cálculo de velocidad relativa:

En figura adjunta se tiene;

Relación vectorial: $v_B = v_A + v_{B/A}$

Con datos: $20 = \underset{\leftarrow}{30} + \underset{\rightarrow}{(v_{B/A})_x} + (v_{B/A})_y\uparrow$

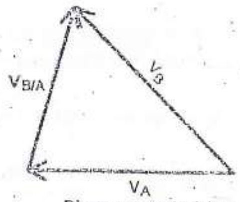


Diagrama vectorial de Velocidades relativas

Igualando componentes X e Y:

Eje X (+ →): $-20 \text{ sen } 30° = -30 + (v_{B/A})_x$

Eje Y (+ ↑): $20 \cos 30° = (v_{B/A})_y$

Resolviendo: $(v_{B/A})_x = 20$mi/hr →;

También: $(v_{B/A})_y = 17.32$ mi/hr↑;

Resultante: $v_{B/A} = \sqrt{(20)^2 + (17.32)^2} = 26.5\ mi/h$;

Direccion: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{17.32}{20}\right) = 40.9°$;

Cálculo de aceleración relativa:

Se tiene la ecuación vectorial: $a_B = a_A + a_{B/A}$;

En donde: $a_{Bn} + a_{Bt} = a_A + a_{B/Ax} + a_{B/Ay}$;

Reemplazando los valores conocidos como r = 0.3mi; $(a_B)_n = \frac{(20)^2}{0.3} = 1333.3$; normal;

$\underset{\searrow}{1200\ 30°} + \underset{\swarrow 30°}{1333.3} = 0 + \underset{\rightarrow}{(a_{B/A})_x} + \underset{\uparrow}{(a_{B/A})_y}$

Luego con los datos en el eje X: (+ →) $-1200 \text{ sen } 30° + 1333.3 \cos 30° = (a_{B/A})_x$

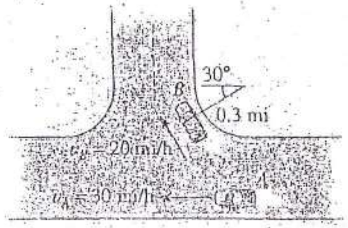
En el eje Y: (+ ↑) $1200 \cos 30° + 1333.3 \text{ sen } 30° = (a_{B/A})_y$

Resolviendo ambas relaciones: $(a_{B/A})_x = 554.7$mi/h² →; $(a_{B/A})_y = 1705.9$mi/hr²

La resultante es: $a_{B/A} = \sqrt{(554.7)^2 + 1705.9^2} = 1.79(10^3)\ mi/h^2$;

Su dirección: $\vartheta = \tan^{-1}\left(\frac{1705.9}{554.7}\right) = 72.0°$

12.199. En el instante mostrado, los automóviles A y B están viajando con rapidez de 30 y 20 mi/h, respectivamente. Si A está incrementando su rapidez a 400 mi/h², mientras que la rapidez de B está disminuyendo a 80 mi/h², determine la velocidad y la aceleración de B con respecto a A.



Solución:

Cálculo de velocidad relativa:

En figura adjunta se tiene

Relación vectorial: $v_B = v_A + v_{B/A}$

Con datos: $\underset{\searrow}{20\ 30°} = \underset{\leftarrow}{30} + \underset{\rightarrow}{(v_{B/A})_x} + (v_{B/A})_y\uparrow$

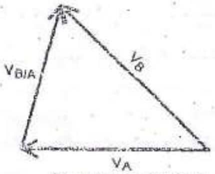


Diagrama vectorial de Velocidades relativas

Igualando componentes X e Y:

Eje X (+ →): $-20 \text{ sen } 30° = -30 + (v_{B/A})_x$

Eje Y (+ ↑): $20 \cos 30° = (v_{B/A})_y$

Resolviendo: $(v_{B/A})_x = 20$mi/hr →;

También: $(v_{B/A})_y = 17.32$ mi/hr↑;

Resultante: $v_{B/A} = \sqrt{(20)^2 + (17.32)^2} = 26.5\ mi/h$;

Direccion: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{17.32}{20}\right) = 40.9°$;

Cálculo de aceleración relativa:

Se tiene la ecuación vectorial: $a_B = a_A + a_{B/A}$;

En donde: $a_{Bn} + a_{Bt} = a_A + a_{B/Ax} + a_{B/Ay}$;

Reemplazando los valores conocidos $\left[\underset{30° \swarrow}{\frac{20^2}{0.3} = 1333.3}\right] + \left[\underset{30° \searrow}{800}\right] = \left[\underset{\leftarrow}{400}\right] + \left[\underset{\rightarrow}{(a_{B/A})_x}\right] + \left[\underset{\uparrow}{(a_{B/A})_y}\right]$;

Igualamos las componentes X e Y: (+→) $1333.3\cos 30° + 800\text{sen}30° = -400 + (a_{B/A})_x$

De donde: $(a_{B/A})_x = 1954.7$mi/hr² →;

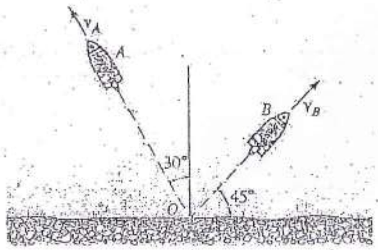
Eje Y: (+ ↑) $1333.3 \text{ sen } 30° - 800 \cos 30° = (a_{B/A})_y$

De donde: $(a_{B/A})_y = -26.154 = 26.154 \text{mi/hr}^2 \downarrow$;

La resultante: $(a_{B/A}) = \sqrt{(1954.7)^2 + (26.154)^2}$; de donde; $a_{B/A} = 1955 \text{ mi/h}^2$

Dirección: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{26.154}{1954.7}\right) = 0.767°$; baja a la izquierda.

12.200. Dos botes dejan la orilla al mismo tiempo y viajan en las direcciones mostradas. Si v_A = 20 pies/s y v_B = 15 pies/s, determine la rapidez del bote A con respecto al bote B. ¿Cuánto tiempo después de dejar la orilla los botes estarán a 800 pies uno de otro?.



Solución:

Cálculo de velocidad relativa:

En figura adjunta se tiene;

Relación vectorial: $v_A = v_B + v_{A/B}$;

Con los valores conocidos:

$-20\text{sen}30°i + 20\cos30°j = 15\cos45°i + 15\text{sen}45°j + v_{A/B}$

Despejando: $v_{A/B}$ = {-20.61i-6.714j}pies/s

Su modulo es: $v_{A/B} = \sqrt{(-20.61)^2 + (-6.714)^2} = 21.67\, pies/s$;

Dirección: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{6.714}{20.61}\right) = 18.0°$.

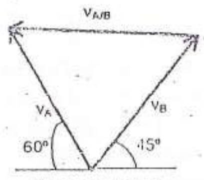


Diagrama vectorial de Velocidades relativas

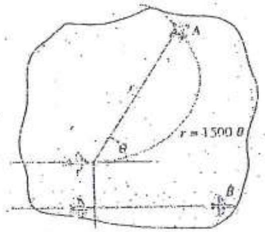
Cálculo del tiempo para separación 800pies:

En el triangulo de velocidades mostrado: $(800)^2 = (20\,t)^2 + (15\,t)^2 - 2(20\,t)\cos 75°$

De donde: t = 36.9seg.

También con velocidad relativa: $t = \frac{800}{v_{A/B}} = \frac{800pies}{21.68pies/s} = 36.9\,seg$.

12.201. Dos aviones A y B están volando uno al lado del otro con rapidez constante de 900 km/h. Manteniendo esta rapidez, el avión A comienza a viajar por una trayectoria espiral r = (1500θ) km, donde θ está en radianes, mientras que el avión B continúa volando en línea recta. Determine la rapidez del avión A con respecto al avión B cuando r = 750km.



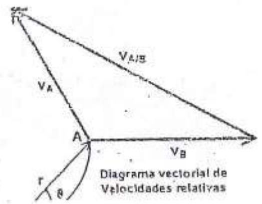


Diagrama vectorial de Velocidades relativas

Solución:

Cálculo de la rapidez del avión A con respectó al avión B:

Para una posición instantanea en la figura se tiene: r= 750km;

El angulo polar es: 750 = 1500θ, de donde; θ = 0.5rad. = 28.64°.

Por cálculo: $\psi = \frac{r}{dr/d\theta} = \frac{1500\theta}{1500} = \theta = 0.5rad.$; luego, $\theta + \psi = 55.21°$;

Relación vectorial: $v_A = v_B + v_{A/B}$;

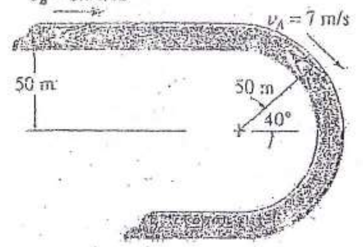
Con valores conocidos: $900\cos 55.21°i + 900\text{sen}\,55.21°j = 900i + v_{A/B}$;

Despejando tenemos: $v_{A/B}$ = {-386.52i + 739.15j} km/h;

Luego su magnitud es: $v_{A/B} = \sqrt{(-386.52)^2 + 739.15^2} = 834\, km/h$;

Dirección: $\theta = \tan^{-1}\frac{739.15}{386.52} = 62.3938°$.

12.202. En el instante mostrado, el ciclista en A está viajando a 7 m/s alrededor de la curva de la pista mientras incrementa su rapidez en 0.5 m/s². El ciclista en B está viajando a 8.5 m/s a lo largo de una porción recta de la pista e incrementa su rapidez en 0.7 m/s². Determine la velocidad relativa y la aceleración relativa de A con respecto a B en este instante.



Solución:

Càlculo de velocidad relativa:
En figura adjunta se tiene;
Relación vectorial: $v_A = v_B + v_{A/B}$;
Reemplazando valores conocidos:
$[7 \underset{40^\circ}{\searrow}] = [8.5 \rightarrow] + [(v_{A/B})_x \rightarrow] + [(v_{A/B})_y \downarrow]$

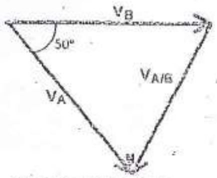


Diagrama vectorial de Velocidades relativas

Igualando la componentes del eje X:
$(+\rightarrow)$ 7 sen 40° = 8.5 + $(v_{A/B})_x$
Igualando la componentes del eje Y:
$(+\downarrow)$ 7 cos 40° = $(v_{A/B})_y$
Resolviendo: $(v_{A/B})_x = 4.00$ m/s $\leftarrow$; también, $(v_{A/B})_y = 5.36$ m/s $\downarrow$;
Luego su magnitud: $(v_{A/B}) = \sqrt{(4.00)^2 + (5.36)^2}$;
De donde: $v_{A/B} = 6.688$ m/s. dirección; $\theta = \tan^{-1}(5.36/4.0) = 53.3°$

Càlculo de aceleración relativa:
Sabemos: $a_A = a_{An} + a_{At} = a_B + a_{A/B}$
Aceleración normal de A es:

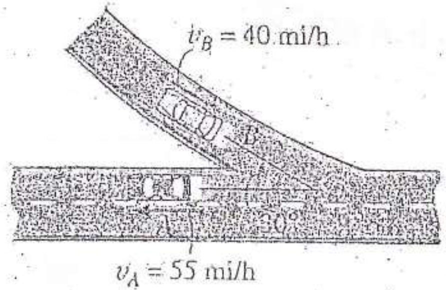
$$(a_A)_n = \frac{7^2}{50} = 0.980\ m/s^2;\quad (a_A)_t = 0.5\ m/s^2.$$

Diagrama vectorial de aceleraciones relativas

Reemplazando los valores:
$[0.980 \underset{40^\circ}{}] + [0.5 \underset{40^\circ}{\searrow}] = [0.7 \rightarrow] + [(a_{A/B})_x \rightarrow] + [(a_{A/B})_y \rightarrow]$;
Igualando las componentes vectoriales;
Respecto del ejes X: $(+\rightarrow)$ -0.980 cos 40°+0.5 sin40° = 0.7 + $(a_{A/B})_x$
De donde: $(a_{A/B})_x = 1.129$ m/s² $\leftarrow$;

Respecto del ejes Y: $(+\downarrow)$0.980 sin 40° + 0.5 cos 40° = $(a_{A/B})_y$
De donde: $(a_{A/B})_y = 1.013$ m/s² $\downarrow$;
La magnitud es: $(a_{A/B}) = \sqrt{(1.129)^2 + (1.013)^2}$;
De donde: $a_{A/B} = 1.52$ m/s²; su dirección; $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1.013}{1.129}\right) = 41.9°$.

12.203. En el instante mostrado, los automóviles A y B están viajando con velocidades de 55 y 40 mi/h, respectivamente. Si B está incrementando su rapidez en 1200 mi/h², mientras que A mantiene una rapidez constante, determine la velocidad y la aceleración de B con respecto a A. El automóvil B se mueve por una curva que tiene un radio de curvatura de 0.5 millas.



Solución:
Cálculo de velocidad relativa:
Sabemos que la velocidad B;
$v_B = -40\cos30°i + 40\sin30°j = \{-34.64i + 20j\}$ mi/h
La velocidad de A: $v_A = \{-55i\}$ mi/h
Luego lo anterior en: $v_{B/A} = v_B - v_A$
Se tiene: $v_{B/A} = (-34.6i + 20j) - (-55i) = \{20.36i + 20j\}$ mi/h;
Su modulo es: $v_{B/A} = \sqrt{20.36^2 + 20^2} = 28.5\ mi/h$;
Su dirección es: $\theta = \tan^{-1}\frac{20}{20.36} = 44.5°$;

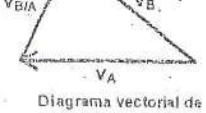


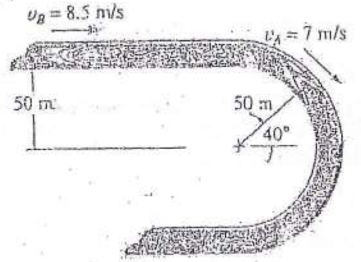
Diagrama vectorial de velocidades relativas

Cálculo de aceleración relativa:
La aceleración de B tiene dos componentes:

$$(a_B)_n = \frac{v_A^2}{\rho} = \frac{40^2}{0.5} = 3200\ mi/h^2;\quad (a_B)_t = 1200\ mi/h^2;$$

Sabemos: $a_B = a_{Bn} + a_{Bt} = a_A + a_{B/A}$;

12.202. En el instante mostrado, el ciclista en A está viajando a 7 m/s alrededor de la curva de la pista mientras incrementa su rapidez en 0.5 m/s^2. El ciclista en B está viajando a 8.5 m/s a lo largo de una porción recta de la pista e incrementa su rapidez en 0.7 m/s^2. Determine la velocidad relativa y la aceleración relativa de A con respecto a B en este instante.



Solución:

Cálculo de velocidad relativa:

En figura adjunta se tiene;

Relación vectorial: $v_A = v_B + v_{A/B}$;

Reemplazando valores conocidos:

$[7 \searrow_{40^\circ}] = [8.5 \rightarrow] + [(v_{A/B})_x \rightarrow] + [(v_{A/B})_y \downarrow]$

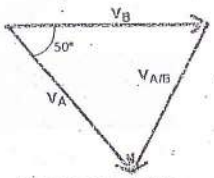


Diagrama vectorial de Velocidades relativas

Igualando la componentes del eje X:

$(+\rightarrow) 7 \text{ sen } 40^\circ = 8.5 + (v_{A/B})_x$

Igualando la componentes del eje Y:

$(+\downarrow) 7 \cos 40^\circ = (v_{A/B})_y$

Resolviendo: $(v_{A/B})_x = 4.00$ m/s $\leftarrow$; también, $(v_{A/B})_y = 5.36$ m/s $\downarrow$;

Luego su magnitud: $(v_{A/B}) = \sqrt{(4.00)^2 + (5.36)^2}$;

De donde: $v_{A/B} = 6.688$m/s. dirección; $\theta = \tan^{-1}(5.36/4.0) = 53.3^\circ$

Cálculo de aceleración relativa:

Sabemos: $a_A = a_{An} + a_{At} = a_B + a_{A/B}$

Aceleración normal de A es:

$(a_A)_n = \frac{7^2}{50} = 0.980\ m/s^2$; $(a_A)_t = 0.5 m/s^2$.

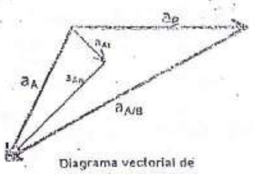


Diagrama vectorial de aceleraciones relativas

Reemplazando los valores:

$[0.980 \underset{40^\circ}{}] + [0.5] \searrow_{40^\circ} = [0.7 \rightarrow] + [(a_{A/B})_x \rightarrow] + [(a_{A/B})_y \rightarrow]$;

Igualando las componentes vectoriales;

Respecto del ejes X: $(+\rightarrow)\ -0.980 \cos 40^\circ + 0.5 \sin 40^\circ = 0.7 + (a_{A/B})_x$

De donde: $(a_{A/B})_x = 1.129\ m/s^2 \leftarrow$;

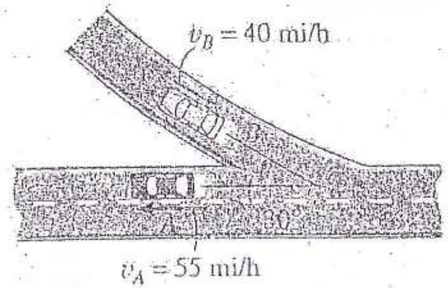
Respecto del ejes Y: $(+\downarrow) 0.980 \sin 40^\circ + 0.5 \cos 40^\circ = (a_{A/B})_y$

De donde: $(a_{A/B})_y = 1.013\ m/s^2 \downarrow$;

La magnitud es: $(a_{A/B}) = \sqrt{(1.129)^2 + (1.013)^2}$;

De donde: $a_{A/B} = 1.52\ m/s^2$; su dirección; $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1.013}{1.129}\right) = 41.9^\circ$.

12.203. En el instante mostrado, los automóviles A y B están viajando con velocidades de 55 y 40 mi/h, respectivamente. Si B está incrementando su rapidez en 1200 mi/h^2, mientras que A mantiene una rapidez constante, determine la velocidad y la aceleración de B con respecto a A. El automóvil B se mueve por una curva que tiene un radio de curvatura de 0.5 millas.



Solución:

Cálculo de velocidad relativa:

Sabemos que la velocidad B;

$v_B = -40\cos 30^\circ i + 40 \sin 30^\circ j = \{-34.64i + 20j\}$ mi/h

La velocidad de A: $v_A = \{-55i\}$ mi/h

Luego lo anterior en: $v_{B/A} = v_B - v_A$

Se tiene: $v_{B/A} = (-34.6i + 20j) - (-55i) = \{20.36i + 20j\}$ mi/h;

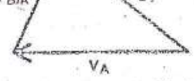


Diagrama vectorial de velocidades relativas

Su modulo es: $v_{B/A} = \sqrt{20.36^2 + 20^2} = 28.5\ mi/h$;

Su dirección es: $\theta = \tan^{-1}\frac{20}{20.36} = 44.5^\circ$;

Cálculo de aceleración relativa:

La aceleración de B tiene dos componentes:

$(a_B)_n = \frac{v_A^2}{\rho} = \frac{40^2}{0.5} = 3200\ mi/h^2$; $(a_B)_t = 1200\ mi/h^2$;

Sabemos: $a_B = a_{Bn} + a_{Bt} = a_A + a_{B/A}$;

Sea v_b la velocidad del bote; sabemos de la figura: $v_b = v_r + v_{b/r}$;
Reemplazando valores conocidos:
$v_r = -2j$; $v_{b/r} = 5m/s$; tenemos;
v_b sen 45°i - v_b cos 45j = -2j + 5cos θi – 5sen θj;
Igualando componentes vectoriales:
En el eje X: v_b sen 45° = 5cos θ ..(1);
En el eje Y: - v_b cos 45° = -2 -5 sen θ..(2);
Resolviendo: θ = 28.57°; v_b = 6.210 m/s;

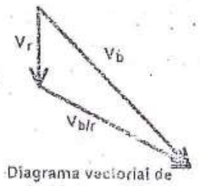
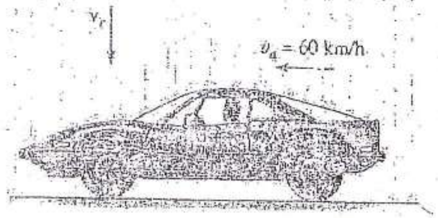


Diagrama vectorial de velocidades relativas

Tiempo necesario: $t = \frac{s_{AB}}{v_b} = \frac{\sqrt{50^2+50^2}}{6.210} = 11.4s$.

12.207. Un pasajero en un automóvil observa que las gotas de agua forman un ángulo de 30° con la horizontal cuando el automóvil viaja hacia delante con rapidez de 60km/h. Calcule la velocidad terminal (constante) v_r de la lluvia si se supone que cae verticalmente.



Solución:

Cálculo la velocidad terminal v_r de la lluvia:
De la figura adjunta tenemos;
La relación vectorial: $v_r = v_a + v_{r/a}$;
Reemplazando valores conocidos:
-vj = -60i + $v_{r/a}$ cos 30°i – $v_{r/a}$ sen 30°j;
Igualando componentes tenemos;
En el eje X: (+ →)0 = -60 + $v_{r/a}$ cos 30°;
En el eje Y: (+ ↑) v_r = 0 – $v_{r/a}$ sen 30°;
Resolviendo: $v_{r/a}$ = 69.3km/h; v_r = 34.6km/h.

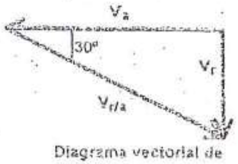
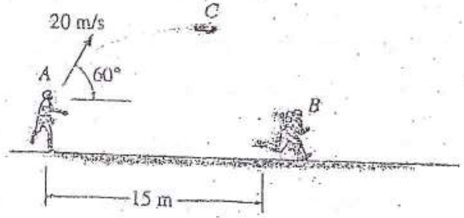


Diagrama vectorial de velocidades relativas

12.208. En un instante dado, el jugador situado en A lanza una pelota C con velocidad de 20 m/s en la dirección mostrada. Determine la rapidez constante con que el jugador localizado en B debe correr para que pueda recibir la pelota a la misma elevación a la que fue lanzada. Calcule también la velocidad relativa y la aceleración relativa a la pelota con respecto a B en el instante en que el jugador la recibe. El jugador B está a 15m de A cuando A lanza la pelota.

Solución:

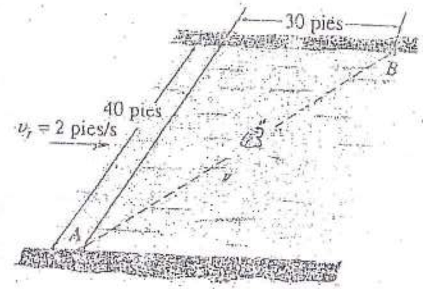
Càlculo de velocidad relativa:
Se inicia cuando A lanza la bola;
Se analiza en dos componentes a bola C:
Eje X: (+ →)s = $s_0 + v_0t$; s_C = 0 + 20 cos 60°t;
Eje Y: (+ ↑)v = $v_0 + a_Ct$;
Con valores:-20 sen 60° =20 sen 60° - 9.81 t;
De donde: t = 3.53s; luego; s_C = 35.31m;
Se analiza al jugador B:
Se mueve en el eje X: (+ →)s = $s_0 + v_0t$;
Luego: $s_B = 0 + v_Bt$; 35.31 = 15 + v_B (3.53);
De donde: v_B = 5.75 m/s;



Componentes de C al inicio es: $(v_C)_x$ = 20 cos 60° = 10 m/s →;
$(v_C)_y$ = 20 sen 60° = 17.32 m/s ↓;
Sabemos que: $v_C = v_B + v_{C/B}$; con valores; 10i – 17.32j = 5.75i + $(v_{C/B})_x$i + $(v_{C/B})_y$j;
Igualando componentes en eje X e Y: (+ →)10 = 5.75 + $(v_{C/B})_y$
Resolviendo: $(v_{C/B})_x$ = 4.25 m/s →;
También:$(v_{C/B})_y$ = 17.32 m/s ↓;
Su magnitud: $v_{C/B} = \sqrt{(4.25)^2+(17.32)^2} = 17.8\ m/s$; dirección; $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{17.32}{4.25}\right) = 76.2°$;

Càlculo de aceleración relativa:
Sabemos por aceleración relativa: $a_C = a_B + a_{C/B}$;
Con valores: -9.81 j = 0 + $a_{C/B}$; de donde; $a_{C/B}$ = 9.81 m/s² ↑.

12.209. Un hombre puede nadar a 4 pies/s en aguas tranquilas. El desea cruzar el río de 40pies de ancho para llegar al punto B que está 30pies aguas abajo. Si el río fluye con velocidad de 2 pies/s, determine la rapidez del hombre y el tiempo que necesita para efectuar el cruce.
Nota: Mientras está en el agua él no debe dirigirse hacia B para alcanzar este punto. ¿Por qué?



Solución:

Cálculo de la rapidez del hombre y el tiempo de cruce:

En la figura adjunta tenemos; sabemos; $v_m = v_r + v_{m/r}$;

Reemplazando los valores conocidos: $\frac{3}{5}v_m i + \frac{4}{5}v_m j = 2i + 4sen\,\theta i + 4\cos\theta j$;

Igualando las componentes X e Y:

Eje X: $\frac{3}{5}v_m = 2 + 4sen\theta$ ..(1);

Eje Y: $\frac{4}{5}v_m = 4\cos\theta$ ..(2);

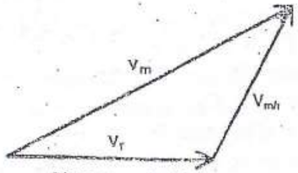


Diagrama vectorial de velocidades relativas

Dividiendo ambas ecuaciones: θ = 13.29°;

Luego como: v_b = 4.866pies/s = 4.87pies/s;

El tiempo requerido para cruzar el rio es: $t = \frac{s_{AB}}{v_b} = \frac{\sqrt{40^2 + 30^2}}{4.866} = 10.3seg$

CAPITULO 13.- CINEMÁTICA DE UNA PARTICULA: FUERZA Y ACELERACIÓN

13.1. La Luna tiene una masa de 73.5 (10^{21}) kg. y la Tierra tiene una masa de $5.98(10^{24})$ kg. Si sus centros están a $384(10^{6})$ m, determine la fuerza de atracción gravitatoria entre los dos cuerpos.

Solución: Ley de gravitación universal;

Se sabe que: $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$;

Dando valores tenemos:

$$F = 6.673(10^{-11})\left[\frac{73.5(10^{21})(5.98(10^{24}))}{(384(10^{6}))^2}\right];$$

De donde: F = 199 (10^{18}) N.

13.2. El bloque de 10lb tiene velocidad inicial de 10 pies/s sobre el plano liso. Si una fuerza F = (2.5t) lb, donde t está en segundos, actúa sobre el bloque por 3 s, determine la velocidad final del bloque y la distancia que recorre durante este tiempo.

Solución:

Cálculo de la velocidad:

La ley $\sum F = ma$; se cumple en todo tiempo y momento para el bloque;

En la dirección horizontal:

$\xrightarrow{+}$ $\sum F_x = ma_x$; $2.5t = \left(\dfrac{10}{32.2}\right)a$;

Con los valores conocidos; a = 8.05t;

Sabemos por cinemática: dv = a dt

En t = 0; entonces; v = 10m/s;

Integrando: $\int_0^v dv = \int_0 8.05t\, dt$

De donde: v = 4.025 t^2 + 10;

Para t = 3 s; se tiene; v = 46.2 pies/s;

Cálculo de distancia recorrida:

Sabemos: ds = vdt;

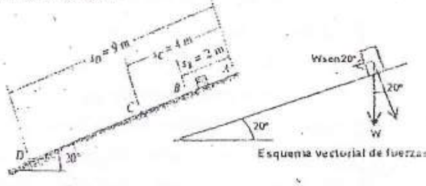
En t = 0; entonces; s = 0;

Integrando: $\int_0 ds = \int_0 (4.025\, t^2 + 10)\, dt$

Luego: s = 1.3417 t^3 + 10t;

De donde para t = 3s: s = 66.2pies.

13.3. Usando un plano inclinado para retardar el movimiento de caída de un objeto, y efectuar así las observaciones más precisas, Galileo pudo determinar experimentalmente que la distancia que un objeto recorre en caída libre es proporcional al cuadrado del tiempo de viaje. Demuestre que este es el caso, es decir, s $\propto t^2$, determinando el tiempo t_B, t_C y t_D necesario para que un bloque de masa m se deslice desde el reposo en A hasta los puntos B, C y D, respectivamente. Desprecie los efectos de la fricción.



Solución: En la dirección del plano inclinado se tiene la segunda ley de Newton;

Demostración de que s $\propto t^2$:

Con lo cual: $W\,sen\,20° = (W / g)\,a$;

De donde: a = 9.81 (sen 20°) = 3.355 m/s^2;

Por cinemática: $s = s_0 + v_0 t + (1/2)\ at^2$;

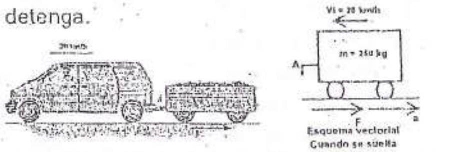
Como parte del reposo: $s = (1/2)\ at^2$..lqqd;

Calculo de tiempos en B, C y D:

Con la ecuación demostrada tenemos;

s	t
2 m	1.09seg.
4 m	1.54seg.
9 m	2.32seg.

13.4. La camioneta va viajando a 20 km/h cuando el cople del remolque colocado en A falla. Si el remolque tiene una masa de 250 kg y viaja libremente 45m antes de detenerse, determine la fuerza horizontal constante F creada por la fricción de rodamiento que causa que el remolque se detenga.



Solución: Con la velocidad inicial y la distancia recorrida cuando se detiene se calcula desaceleración.

Cálculo de la fuerza de fricción:

Velocidad inicial: $20\ km/h = 20(5/18) = 5.556\ m/s$;

Con MRUV: $(+\leftarrow)\ v_f^2 = v_i^2 + 2a_c(s_f - s_i)$;

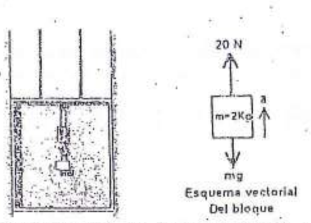
Con valores: 0 = 5.556^2 + 2(a) (45 – 0);

De donde: a = -0.3429 m/s^2 = 0.3429 m/s^2 →

Por segunda ley de Newton; $+\rightarrow \sum F_x = ma_x$;

Con valores: $F = 250(0.3429) = 85.7N$;

13.5. Un bloque con masa de 2 kg es colocado sobre una balanza de resorte ubicada en un elevador que se mueve hacia abajo. Si la lectura de la balanza, la cual la fuerza en el resorte, es de 20 N, determine la aceleración del elevador. Desprecie la masa de la balanza.



Solución: En la figura adjunta se tiene el diagrama de cuerpo libre del bloque.

Segunda ley de Newton: +↑ΣF$_y$ = ma$_y$;

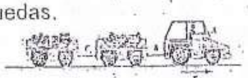
En la vertical tenemos: 20 – 2(9.81) = 2a;

De donde: a = 0.19 m/s^2 ↑.

La aceleración del elevador es hacia abajo;

Por inercia sobre el bloque esta aceleración es hacia arriba.

13.6. El camión de equipajes A tiene una masa de 800 kg y se usa para jalar los dos carros, cada carro tiene masa de 300 kg. Si la fuerza F de tracción sobre el camión es F = 480 N, determine la aceleración inicial del camión. ¿Cuál es la aceleración del camión si el acoplamiento en C falla repentinamente? Las ruedas del carro pueden rodar libremente. Desprecie la masa de las ruedas.



Solución: Aplicamos la 2da.ley de Newton.

Aceleración inicial:

+ →ΣF$_x$ = ma$_x$; 480 = [800 + 2(300)]a;

De donde: a = 0.3429 = 0.343 m/s^2;

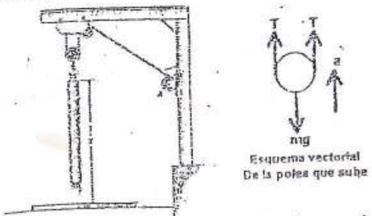
Aceleración si C se suelta: La masa de atrás no se toma en cuenta en la ecuación.

+ → ΣF$_x$ = ma$_x$; 480 = (800 + 300) a;

De donde: a = 0.436 m/s^2.

13.7. El depósito de combustible de 500 kg para un reactor nuclear está siendo levantado desde el núcleo del reactor usando el sistema de poleas mostrado. El depósito es levantado con una aceleración

constante de manera que s = 0 y v = 0 cuando t = 0 y s = 2.5 m cuando t = 1.5 s. Determine la tensión en el cable colocado en A durante el movimiento.



Solución: Sabemos datos de posición y tiempo del bloque que sube.

Cálculo de la tensión de la cuerda:

Es MRUV: $(+\uparrow)\ s_f = s_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$;

Con los datos: $2.5 = 0 + 0 + \frac{1}{2}(a)\ (1.5)^2$;

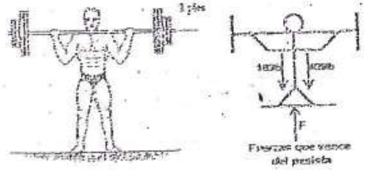
De donde: a = 2.222 m/s^2;

Por 2da.Ley en vertical: + ↑ ΣF$_y$ = ma$_y$;

Se tiene: 2T–500(9.81) = 500 (2.222);

De donde: T = 3008 N = 3.01kN.

13.8. El hombre pesa 180lb y sostiene las pesas de 100lb. Si las levanta 2pies en el aire en 1.5 s partiendo del reposo, determine la reacción de ambas piernas sobre el suelo durante el levantamiento. Suponga que el movimiento es con aceleración uniforme.



Solución: Tomamos el DCL al pesista

Cálculo de reacción del suelo F:

Por 2da.ley de Newton en la vertical;

$+\uparrow \sum F_y = ma_y;\quad F - 100 - 180 = \frac{100}{32.2}a$ ...(1);

Por cinemática es un MRUV;

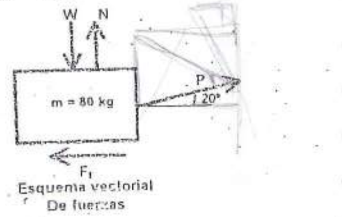
Su ecuación: $(+\uparrow)\quad s_f = s_i + v_i t + \frac{1}{2}a_c t^2$;

Con valores conocidos: $2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}a(1.5)^2$

De donde: a = 1.778 pies/s^2;

Con esto en (1): F = 285.52lb.

13.9. La caja tiene una masa de 80 kg y es jalada por una cadena que siempre está dirigida a 20° de la horizontal como se muestra. Si la magnitud de P es incrementada hasta que la caja empieza a deslizarse, determine la aceleración inicial de la caja si el coeficiente de fricción estática es μ_S = 0.5 y el coeficiente de fricción cinética es μ_K = 0.3.



Solución:

Cálculo de aceleración horizontal inicial:

En la figura adjunta aplicamos la 2da.ley cuando esta a punto de deslizarse. μ_S = 0.5 ;

+↑ ΣF$_y$ = 0; N+P sen20° - 80 (9.81) = 0... (1);

+→ΣF$_x$ = 0; P cos20° - 0.5 N = 0... (2);

Resolviendo: P = 353.29 N; N = 663.97 N

Cuando empieza a deslizarse tenemos:

En este caso usamos μ_K = 0.3;

En la vertical: + ↑ ΣF$_y$ = ma$_y$;

N – 80(9.81) + 353.29 sen20° = 80 (0)

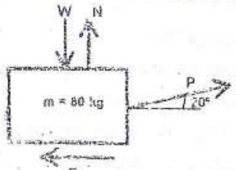
De donde: N = 663.97 N;

En la horizontal: + → ΣF$_x$ = ma$_x$; con datos;

353.29 cos20° - 0.3(663.97) = 80a;

De donde: a = 1.66 m/s^2.

13.10. La caja tiene una masa de 80 kg y es jalada por una cadena que siempre está dirigida a 20° de la horizontal como se muestra. Determine la aceleración de la caja en t = 2 s si el coeficiente de fricción estática es μ_S = 0.4; el coeficiente de fricción cinética es μ_K = 0.3 y la fuerza de arrastre es P = $(90t^2)$ N, donde t está en segundos.



Esquema vectorial
De fuerzas

Solución:

Cálculo de aceleración horizontal:

Suponemos que esta estático;

En este caso no se usan: μ_S = 0.4; μ_K = 0.3;

Para t = 2s; P = $90(2^2)$ = 360 N.

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$; N + 360 sen 20° - 80(9.81) = 0;

De donde: N = 661.67 N;

$+\rightarrow \Sigma F_x = 0$; 360 cos20° - F_f = 0;

De donde: F_f = 338.29 N; como;

$F_f > (F_f)_{max} = \mu_s N$ = 0.4(661.67) = 264.67 N

Entonces: $F_f = \mu_k N$ = 0.3N; el bloque desliza;

Aplicamos 2da.ley en movimiento:

Ahora se usara μ_K = 0.3;

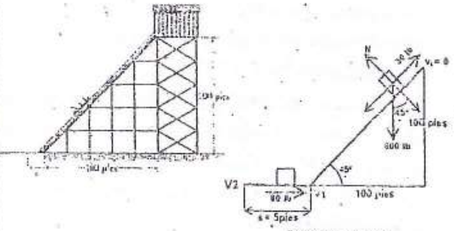
$+\uparrow \Sigma F_y = ma_y$; N-80(9.81)+ 360sen20°= 80(0)

De donde: N = 661.67N;

$+\rightarrow \Sigma F_x = ma_x$; 360cos20°-0.3 (661.67) = 80a

De donde: a = 1.75 m/s^2.

13.11. El juego en el parte acuático consta de un carruaje de 800 lb que resbala del reposo por el plano inclinado y llega al estanque. Si la resistencia por fricción sobre el plano inclinado es F_T = 30 lb y en el estanque, por una corta distancia, F_T = 80 lb, determine qué tan rápido viaja el carruaje cuando s = 5 pies.



Trayectoria y cargas
Del carruaje

Solución:

Cálculo de la velocidad final del carruaje:

Primero aplicamos 2da.ley cuando esta bajando por la pendiente.

$+\swarrow \ \Sigma F_x = ma_x$: $800 sen 45° - 30 = \dfrac{800}{32.2} a$;

De donde: a = 21.561pies/s^2;

Como sale del reposo: $v_1^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$;

La velocidad horizontal es:

Con datos: $v_1^2 = 0 + 2(21.561)\left(100\sqrt{(2-0)}\right)$;

De donde: v_1 = 78.093pies/s

La única fuerza horizontal es la fricción:

Luego: $+\leftarrow \ \Sigma F_x = ma_x : -80 = \dfrac{800}{32.2} a$;

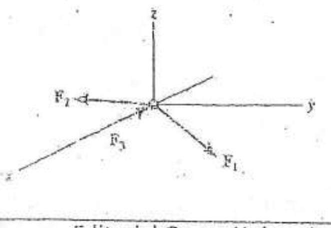
De donde: a = -3.22pies/s^2;

Cuando recorra 5pies sera:

Con datos: $v_2^2 = (78.093)^2 + 2(-3.22)(5-0)$;

De donde: v_2 = 77.9pies/s.

13.12. La partícula de 6lb está sometida a la acción de su peso y de las fuerzas F_1 ={2i + 6j – 2tk} lb, F_2 = {t^2i – 4tj – 1k} lb, y F_3 = {-2ti} lb, donde t está en segundos. Determine la distancia a que está la partícula del origen 2 s después de ser liberada del reposo.



Solución: Aplicamos la 2da.ley vectorial en tres dimensiones.

Por lo cual tenemos: ΣF = ma; con los datos;

$(2i + 6j - 2tk) + (t^2 i - 4tj - 1k) - 2ti - 6k =$
$(6/32.2)(a_x i + a_y j + a_z k)$

Igualando componentes vectoriales:

$(6/32.2)\, a_x = t^2 - 2t + 2$;

$(6/32.2)\, a_y = -4t + 6$;

$(6/32.2)\, a_z = -2t - 7$;

Como: v = 0, t = 0; integrando cada uno;

$(6/32.2)\, v_x = \dfrac{t^3}{3} - t^2 + 2t$;

$(6/32.2)\, v_y = -2t^2 + 6t$;

$(6/32.2) v_z = -t^2 - 7t$;

Como: s = 0, t = 0; integramos nuevamente;

$\left(\dfrac{6}{32.2}\right) s_x = \dfrac{t^4}{12} - \dfrac{t^3}{3} + t^2$; $\left(\dfrac{6}{32.2}\right) s_y = -\dfrac{2t^3}{3} + 3t^2$;

$\left(\dfrac{6}{32.2}\right) s_z = -\dfrac{t^3}{3} - \dfrac{7t^2}{2}$; Con esto tenemos;

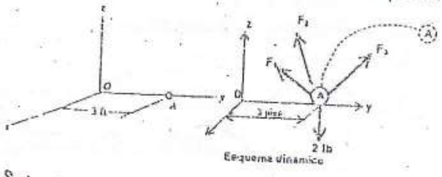
Para t=2s: sus coordenadas son;

s_x =14.31pies; s_y =35.78pies; s_z =-89.44pies;

Su distancia al origen es:

$s = \sqrt{(14.31)^2 + (35.78)^2 + (-89.44)^2} = 97.4\ pies.$

13.13 Sobre la partícula A de 2 lb actúan su peso y el sistema de fuerzas F_1 = {2i + 6j – 2k} lb, F_2 = {3i - 1k} lb, y F_3 = {1i – t^2j – 2k}lb, donde t está en segundos. Determine la distancia a que está la partícula del origen 3 s después que ha sido liberada del reposo.



Esquema dinámico

Solución: La 2da.ley sobre la partícula A; Aplicamos en los tres ejes coordenados;

$\Sigma F_x = ma_x$: $(2+3+1)lb = \left(\dfrac{2lb}{32.2 pies/s^2}\right) a_x$;

$\Sigma F_y = ma_y$: $6 - t^2 = \left(\dfrac{2}{32.2}\right) a_y$;

$\Sigma F_z = ma_z$: $-2 - 1 - 2 - 2 = \left(\dfrac{2}{32.2}\right) a_z$;

Sabemos inicialmente que: v = 0 y t = 0;

Integrando las tres anteriores:

$\left(\dfrac{2}{32.2}\right) v_x = 6t$;

$\left(\dfrac{2}{32.2}\right) v_y = 6t - \dfrac{t^3}{3}$;

$\left(\dfrac{2}{32.2}\right) v_z = -7t$;

Luego sabemos que: ds = v dt;

Para t = 0: $s_x = s_x = s_z = 0$; s_y = 3pies;

Integramos nuevamente:

$\left(\dfrac{2}{32.2}\right) s_x = 3t^2$;

$\left(\dfrac{2}{32.2}\right) s_y = 3t^2 - \dfrac{t^4}{12} + 0.18634$;

$\left(\dfrac{2}{32.2}\right) s_z = -\dfrac{7}{2} t^2$;

Con lo anterior para t = 3s; tenemos;

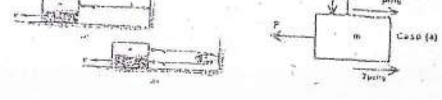
s_x=434.70pies; s_y=329.025pies;

s_z= -507.15pies;

La distancia al origen es:

$s = \sqrt{(434.70)^2 + (329.025)^2 + (-507.15)^2} = 745\, pies$

13.14 Cada uno de los bloques tiene una masa m. En todas las superficies de contacto el coeficiente de fricción cinética es μ. Si una fuerza horizontal P mueve el bloque inferior, determine la aceleración del bloque inferior en cada caso.



Solución: Aplicamos 2da.ley al bloque A;

Aceleración en caso (a):

Bloque A: En dirección horizontal;

$+\leftarrow \sum F_x = ma_x$; $P - 3\mu mg = ma_A$;

De donde: $a_A = \dfrac{P}{m} - 3\mu g$;

Aceleración en caso (a): Del gráfico adjunto;

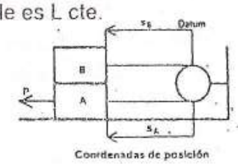
La longitud del cable es L cte.

Luego: $s_B + s_A = L$;

Derivando:

$a_A = -a_B$ ..(1);

2da ley bloque A:



Coordenadas de posición

$+\leftarrow \sum F_x = ma_x$;

Con valores: $P - T - 3\mu mg = ma_A$ (2);

2da ley bloque B: $+\leftarrow \sum F_x = ma_x$;

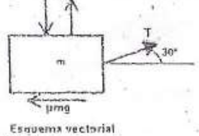
Con valores: $\mu mg - T = ma_B$ (3);

Con la ecuación (3) y (2):

Tenemos: $P - 4\mu mg = m(a_A - a_B)$;

Esto con ecuación (1): $a_A = \dfrac{P}{2m} - 2\mu g$;

13.15 El conductor del camión intenta jalar la caja usando una cuerda que tiene una resistencia a la tensión de 200lb. Si originalmente la caja está en reposo y pesa 500lb, determine la aceleración más grande que puede tener si el coeficiente de fricción estática entre la caja y el camión es $\mu_s = 0.4$, y el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.3$.



Esquema vectorial
De fuerzas de la caja

Solución: A punto de moverse pero estático

$+\rightarrow \sum F_x = 0$: $+T\cos 30° + 0.4N = 0$ (1);

$+\uparrow \sum F_y = 0$: $N + T\,\text{sen}30° - 500 = 0$ (2);

Resolviendo (1) y (2):

T = 187.6lb; N = 406.2lb;

Como en este caso: T < 200lb;

Usamos T = 200lb; el valor máximo; con este valor el bloque estará en movimiento.

$+\uparrow \sum F_y = ma_y$; $N + 200\,\text{sen}30° - 500 = 0$

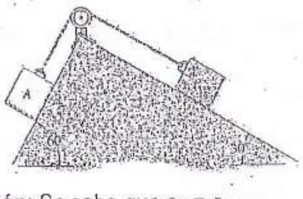
De donde: N = 400lb;

En la horizontal: $+\rightarrow \sum F_x = ma_x$;

Con valores: $200\cos 30° - 0.3(400) = \dfrac{500}{32.2}a$;

De donde: a = 3.43pies/s^2.

13.16 El plano inclinado doble soporta dos bloques A y B, cada uno con peso de 10 lb. Si el coeficiente de fricción cinética entre los bloques y el plano es $\mu_k = 0.1$, determine la aceleración de cada bloque.



Solución: Se sabe que $a_A = a_B$.

En la dirección perpendicular en cada bloque tenemos.

Bloque A:

$\uparrow + \sum F_y = ma_y$; $N_A - 10\cos 60° = \left(\dfrac{10}{32.2}\right)(0)$;

De donde: $N_A = 5.00$lb;

Bloque B:

$\nearrow^{+} \sum F_y = ma_y$; $N_B - 10\cos 30° = \left(\dfrac{10}{32.2}\right)(0)$

$N_B = 8.660$lb

En la dirección de la pendiente:

En el bloque A;

$\sum F_x = ma_x$; $T + 0.1(5.00) - 10\,\text{sen}60° = -\left(\dfrac{10}{32.2}\right)a$ ..(1);

En el bloque B;

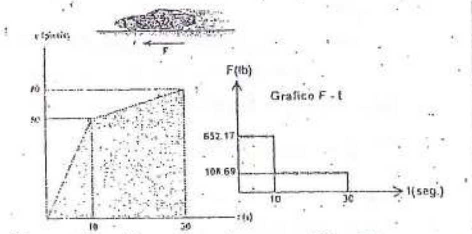
$\sum F_x = ma_x$; $T - 0.1(8.660) - 10\,\text{sen}30° = \left(\dfrac{10}{32.2}\right)a$ ..(2);

Conociendo N_A y N_A;

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

a = 3.69pies/s^2 y T = 7.013 lb.

13.17 La rapidez del carro deportivo de 3500 lb está graficada sobre el periodo de tiempo de 30 s. Grafique la variación de la fuerza de tracción F necesaria para producir el movimiento.



Solución: Hay dos tramos diferentes en gráfico v – t.

Análisis cinemático:

Tramo 0 < t < 10 seg:

$0 \le t < 10seg.$; $v = \dfrac{60}{10}t = \{6t\}pies/seg.$;

Como: $a = \dfrac{dv}{dt}$; $a = \dfrac{dv}{dt} = 6\,pies/s^2$;

Tramo 10 < t < 30 seg:

$10 < t \le 30s$; $\dfrac{v-60}{t-10} = \dfrac{80-60}{30-10}$; $v = \{t+50\}pies/s$;

Como: $a = \dfrac{dv}{dt}$; de donde; $a = \dfrac{dv}{dt} = 1\,pies/s^2$;

Análisis dinámico: Aplicamos 2da.ley;

Tramo: 0 ≤ t < 10 s;

$+\leftarrow \sum F_x = ma_x$; $F = \left(\dfrac{3500}{32.2}\right)(6) = 652.17\ lb$;

Tramo: 10 < t ≤ 30 s;

$+\leftarrow \sum F_x = ma_x$; $F = \left(\dfrac{3500}{32.2}\right)(1) = 108.69\ lb$

13.18 Un hombre empuja la caja de 60 lb con una fuerza F. La fuerza siempre está dirigida hacia abajo a 30° con respecto a la horizontal como se muestra, y su magnitud es incrementada hasta que la caja empieza a deslizarse. Determine la aceleración inicial de la caja si el coeficiente de fricción estática es $\mu_s = 0.6$ y el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.3$.

Solución: Hay dos casos;

Cuando esta a punto de moverse: 2da.ley;

Se tiene $\mu_s = 0.6$;

$+\rightarrow \sum F_x = 0$; $F\cos 30° - 0.6N = 0$;

$+\uparrow \sum F_y = 0$; $N - 60 - F\,\text{sen}30° = 0$;

De donde: N = 91.80 lb; F = 63.60 lb;

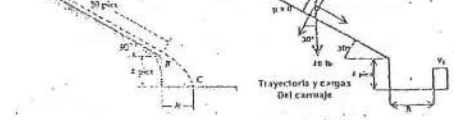
Cuando inicia su movimiento: 2da.ley;

Se tiene $\mu_k = 0.3$;

$+\rightarrow \sum F_x = ma_x$; $63.60\cos 30° - 0.3(91.80) = \left(\dfrac{60}{32.2}\right)a$;

De donde: a = 14.8pies/s^2.

13.19 Una maleta de 40lb se desliza desde el reposo 20pies abajo por la rampa lisa. Determine el punto donde toca el suelo en C. ¿Cuánto tarda en ir de A a C?



Solución: En tramo AB 2da.ley en dirección de la pendiente con fricción nula.

Tenemos: $+\searrow \sum F_x = ma_x$; $40\,\text{sen}30° = \dfrac{40}{32.2}a$;

De donde: a = 16.1pies/s^2;

Por cinemática AB es MRUV:

$(+\searrow)\ v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$;

Luego: $v_B^2 = 0 + 2(16.1)(20)$;

De donde: $v_B = 25.38$pies/s;
(+↘) $v_B = v_0 + a_c t$; para hallar el tiempo;
Luego: $25.38 = 0 + 16.1\, t_{AB}$
De donde: $t_{AB} = 1.576$seg.
Para el tramo BC analizamos la componente horizontal que es MRU.
Luego : $(+\rightarrow)\ s_x = (s_x)_0 + (v_x)_0\, t$;
Con datos: $R = 0 + 25.38 \cos 30°\, (t_{BC})$;
La vertical que es MRUV:
Luego: $(+\downarrow)\ s_y = (s_y)_0 + (v_y)_0\, t + \frac{1}{2} a_c t^2$;

Dando valores conocidos:
$4 = 0 + 25.38 \text{ sen } 30°\, t_{BC} + \frac{1}{2}(32.2)(t_{BC})^2$

De donde: $t_{BC} = 0.2413$s; R = 5.30pies;
Finalmente el tiempo total es:
Total = $t_{AB} + t_{BC} = 1.82$s

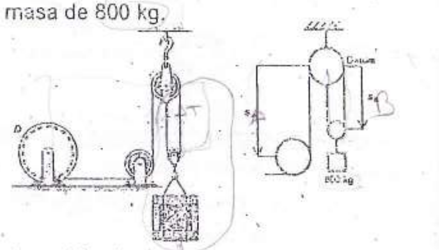
13.20 Resuelva el problema 13-19 si la maleta tiene velocidad inicial hacia abajo, por la rampa, de $v_A = 10$ pies/s y el coeficiente de fricción cinética a lo largo de AB es $\mu_k = 0.2$.

Solución: En problema anterior; v_i=10pies/s y existe fricción $\mu_k = 0.2$;
Se usa 2da.ley dirección pendiente:
+↘ $\Sigma F_x = ma_x;\ 40 sen30° - 6.928 = \frac{40}{32.2} a$;

De donde: $a = 10.52$pies/s^2;
Por cinemática AB es MRUV:
(+↘) $v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$;
Con valores: $v_B^2 = (10)^2 + 2(10.52)(20)$;
De donde: $v_B = 22.82$pies/s;
(+↘) $v = v_0 + a_c t$; para hallar el t_{AB};
Con valores: $22.82 = 10 + 10.52\, t_{AB}$;
De donde: $t_{AB} = 1.219$seg.
En el tramo BC es en ejes X e Y;
Eje X : $(+\rightarrow)\ s_x = (s_x)_0 + (v_x)_0\, t$;
Luego: $R = 0 + 22.82 \cos 30°\, (t_{BC})$;
Eje Y: $(+\downarrow)\ s_y = (s_y)_0 + (v_y)_0\, t + \frac{1}{2} a_c t^2$; luego;

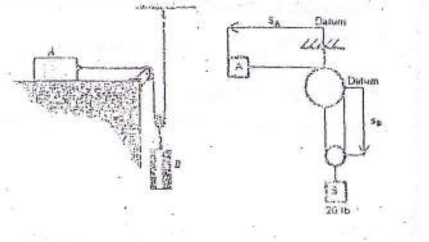
$4 = 0 + 22.82 \text{ sen}30°\, t_{BC} + \frac{1}{2}(32.2)(t_{BC})^2$;
De donde: $t_{BC} = 0.2572$seg.; R = 5.08pies;
Luego: Total = $t_{AB} + t_{BC} = 1.48$seg.

13.21 El tambor D está jalando el cable a una razón de 5 m/s^2. Determine la tensión en el cable si caja suspendida tiene una masa de 800 kg.



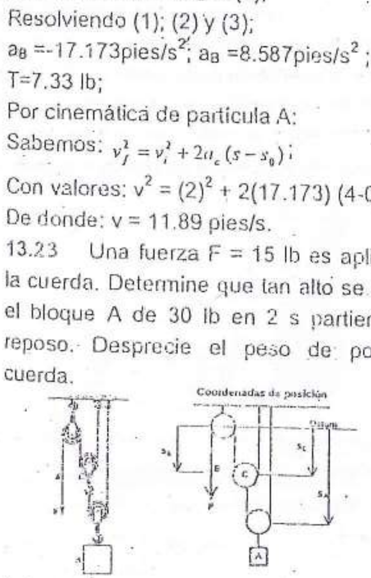
Solución: Se tiene un solo cable en tension de longitud L.
Sabemos que: $s_A + 2s_B = L$;
Derivando: $a_A = -2a_B$;
Sabemos que: $a_A = 5$ m/s^2;
Luego: $5 = -2\, a_B$;
De donde: $a_B = -2.5$ m/s^2 = 2.5 m/s^2 ↑;
Aplicamos 2da.ley al bloque de 800 kg:
+↑ $\Sigma F_y = ma_y$; $2T - 800(9.81) = 800(2.5)$;
De donde: T = 4924 N = 4.92 kN;

13.22 El bloque A de 10 lb viaja hacia la derecha a $v_A = 2$ pies/s en el instante mostrado. Si el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.2$ entre la superficie y A, determine la velocidad de A cuando el bloque se ha movido 4 pies. El bloque B tiene un peso de 20 lb.



Solución: Se tiene un solo cable en tensión de longitud L.
Aplicamos 2da.ley a los bloques A y B:
A: $+\leftarrow\ \Sigma F_x = ma_x;\ -T + 2 = \left(\frac{10}{32.2}\right) a_A$ ... (1);
B: $+\downarrow\ \Sigma F_y = ma_y;\ 20 - 2T = \left(\frac{20}{32.2}\right) a_B$ ... (2);
En la figura: $s_A + 2s_B = L$;
Derivando: $a_A = -2a_B$ ...(3);
Resolviendo (1); (2) y (3);
$a_B = -17.173$pies/s^2; $a_B = 8.587$pies/s^2;
T=7.33 lb;
Por cinemática de partícula A:
Sabemos: $v_f^2 = v_i^2 + 2a_c(s - s_0)$;
Con valores: $v^2 = (2)^2 + 2(17.173)(4-0)$;
De donde: v = 11.89 pies/s.

13.23 Una fuerza F = 15 lb es aplicada a la cuerda. Determine que tan alto se levanta el bloque A de 30 lb en 2 s partiendo del reposo. Desprecie el peso de poleas y cuerda.



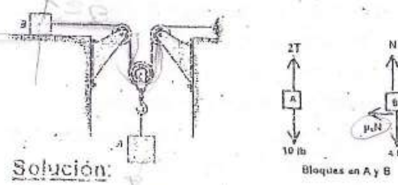
Solución: Aplicamos de la 2da.ley al bloque A que esta subiendo.
Sabemos: $+\uparrow\ \Sigma F_y = ma_y;\ -30 + 4F = \frac{30}{32.2} a_A$;

Se sabe: F = 15 lb;
Con lo cual: $a_A = 32.2$pies/s^2;
El bloque A esta subiendo con MRUV:
Sabemos: $(+\uparrow)\ s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$;

Con valores: $s = 0 + 0 + \frac{1}{2}(32.2)(2)^2$;

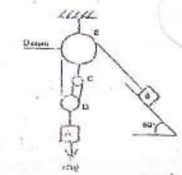
De donde: s = 64.4pies.

13.24 En un instante dado el bloque A de 10 lb se está moviendo hacia abajo con rapidez de 6 pies/s. Determine su rapidez 2 s después. El bloque B tiene un peso de 4 lb y el coeficiente de fricción cinética entre él y el plano horizontal es $\mu_k = 0.2$. Desprecie la masa de poleas y cuerda.



Solución:
Cálculo de velocidad de A:
Aplicando la 2da.ley a los bloques móviles A y B.
A: $+\downarrow\ \Sigma F_y = ma_y;\ 10 - 2T = \frac{10}{32.2} a_A$ ..(1);
B: $+\leftarrow\ \Sigma F_x = ma_x;\ -T + 0.2(4) = \frac{4}{32.2} a_B$ ..(2);
La longitud de las cuerdas: $2s_A + s_B = L$;
Derivando: $2a_A = -a_B$..(3);
Resolviendo (1); (2) y (3);
T = 3.88 lb; $a_A = 10.403$pies/s^2
$a_B = -20.81$pies/s^2
como el bloque A se mueve en MRUV:
Se tiene: $(+\downarrow) v_A = (v_A)_0 + a_A t$
Con datos: $v_A = 6 + 10.403(2) = 26.8$pies/s.

13.25 Determine la masa requerida del bloque A de manera que cuando sea liberado del reposo, mueva el bloque B de 5 kg 0.75 m hacia arriba a lo largo del plano inclinado liso en t = 2 s. Desprecie la masa de poleas y cuerdas.



Solución:

Cálculo de la masa de A:

Cálculo de aceleración de bloque B cuando sube 0.75m en 2seg:

Sube con MRUV: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$;

Con datos conocidos tenemos:

$0.75 = 0 + 0 + \frac{1}{2} a_B (2)^2$; $a_B = 0.375\ m/s^2$;

La longitud del cable es L;

Con esto : $2s_A + (s_A - s_B) = L$; $3s_A - s_B = L$;

Derivando : $3a_A - a_B = 0$..(1);

Se sabe a_B: $3a_A - 0.375 = 0$;

De donde : $a_A = 0.125\ m/s^2$.

Aplicando 2da.ley en bloque B :

$+\sum F_y = ma_y$: $T - 5(9.81)$ sen $60° = 5(0.375)$;

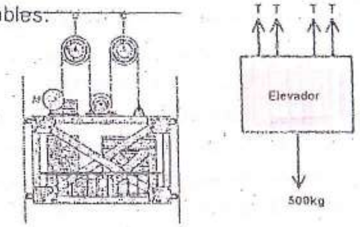
De donde : T = 44.35 N ;

Aplicando 2da.ley en bloque A:

$+\sum F_y = ma_y$: $3(44.35) - 9.81m_A = m_A(-0.125)$;

De donde: $m_A = 13.7$ kg

13.26 Un elevador de carga, incluyendo ésta, tiene una masa de 500kg. Se impide que gire usando la vía y las ruedas montadas a los lados. Partiendo del reposo, en t = 2s, el motor M tira del cable con rapidez de 6 m/s, medida con respecto al elevador. Determine la aceleración constante del elevador y la tensión en el cable. Desprecie la masa de poleas y cables:



Solución: Se tiene un solo cable L

Se sabe: $3s_E + s_P = L$; s_E elevador; s_P motor;

Derivando: $3v_E = -v_P$

Velocidad relativa: (+↓) $v_P = v_E + v_{P/E}$;

Con valores: $-3v_E = v_E + 6$;

De donde: $v_E = -6/4 = -1.5\ m/s = 1.5\ m/s$ ↑;

El elevador se mueve con MRUV:

Por lo cual: (+↑) $v = v_0 + a_c t$;

Parte del reposo: $1.5 = 0 + a_E(2)$;

De donde: $a_E = 0.75\ m/s^2$ ↑;

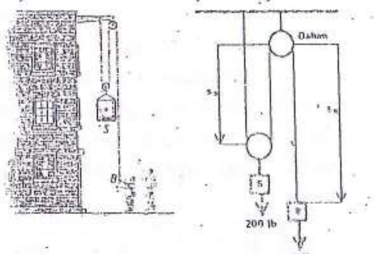
La 2da.ley en la vertical al elevador:

$+\uparrow \sum F_y = ma_y$:

Con valores: $4T - 500(9.81) = 500(0.75)$;

De donde: T = 1320 N = 1.32 kN.

13.27 La caja fuerte S tiene un peso de 200 lb y está sostenida mediante el arreglo de cuerda y poleas mostrado. Si el extremo de la cuerda es dado a un niño B de 90 lb de peso, determine su aceleración si en la confusión el niño no suelta la cuerda. Desprecie la masa de poleas y cuerda.



Solución:

Cálculo de la aceleración de B:

Diagrama de fuerzas en bloque B:

$+\uparrow \sum F_y = ma_y$; $T - 90 = \left(\frac{90}{32.2}\right) a_B$ ..(1);

Diagrama de fuerzas en bloque S:

$+\uparrow \sum F_y = ma_y$; $2T - 200 = -\left(\frac{200}{32.2}\right) a_s$ ..(2);

Longitud del cable: $2s_S + s_B = L$;

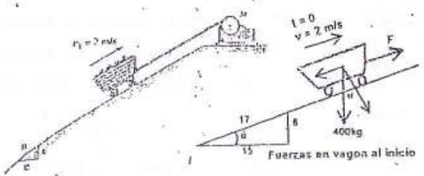
Derivando: (+↓) $2a_S + a_B = 0$..(3);

Resolviendo: (1), (2) y (3);

$a_B = -2.30$pies/s^2 = 2.30pies/s^2 ↑;

$a_S = 1.15$pies/s^2 ↓; T = 96.43 lb;

13.28 El vagón de mina de 400 kg es levantado por el plano inclinado usando el cable y el motor M. Por un corto tiempo, la fuerza en el cable es $F = (3200t^2)$ N, donde t está en segundos. Si el vagón tiene velocidad inicial $v_1 = 2$ m/s cuando t = 0, determine su velocidad cuando t = 2 s



Solución:

Cálculo de la velocidad del vagón en 2 seg.:

Aplicamos 2da.ley en pendiente;

$\nearrow + \sum F_x = ma_x$; $3200t^2 - 400(9.81)\left(\frac{8}{17}\right) = 400a$;

De donde: $a = 8t^2 - 4.6165$;

Sabemos que: dv = adt;

Integrando: $\int dv = \int_0^2 (8t^2 - 4.6165)\,dt$

Evaluando la integral: v = 14.1 m/s;

13.29. El vagón de mina de 400 kg. es levantado por el plano inclinado usando el cable y el motor M. Por un corto tiempo, la fuerza en el cable es $F = (3200t^2)$ N, donde t está en segundos. Si el vagón tiene velocidad inicial $v_1 = 2$m/s en s = 0 y t = 0, determine la distancia que se mueve hacia arriba por el plano cuando t = 2s.

Solución: En problema anterior;

Cálculo del espacio recorrido en 2seg.

Aplicamos 2da.ley en pendiente;

$\nearrow + \sum F_x = ma_x$; $3200t^2 - 400(9.81)\left(\frac{8}{17}\right) = 400a$;

De donde: $a = 8t^2 - 4.6165$;

Sabemos: dv = adt;

Integrando: $\int dv = \int (8t^2 - 4.6165)\,dt$;

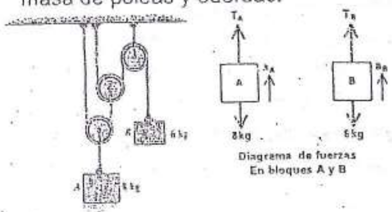
De donde: $v = 2.667t^3 - 4.616t + 2$;

Sabemos: $v = \frac{ds}{dt} = 2.667t^3 - 4.6165t + 2$;

Integrando: $\int_0 ds = \int_0^2 (2.667t^3 - 4.6165t + 2)\,dt$

Evaluando la integral: s = 5.43m.

13.30 Determine la tensión desarrollada en las cuerdas unidas a cada bloque y la aceleración de los bloques. Desprecie la masa de poleas y cuerdas.



Solución:

Cálculo de tensión y aceleración de A y B:

Aplicamos 2da. Ley a cada bloque y a las poleas intermedias.

En el bloque A:

$+\uparrow \sum F_y = ma_y$; $T_A - 8(9.81) = -8a_A$ ..(1);

En el bloque B:

$+\uparrow \sum F_y = ma_y$; $T_B - 6(9.81) = -6a_B$ ..(2);

En polea intermedia:

$+\uparrow \sum F_y = 0$; $2T_C - T_A = 0$...(3) ;

Polea superior:

$+\uparrow \sum F_y = 0$; $2T_B - T_C = 0$...(4);

Eliminando T_C en ecuaciones (3) y (4) :

$T_A = 4T_B$ (5)

Cable 1: $s_A + (s_A - s_C) = L_1$...(6);

Cable 2: $2s_C + s_B = L_2$...(7);

Eliminando s_C de las ecuaciones (6) y (7):

Tenemos: $4s_A + s_B = 2L_1 + L_2$ ..(8);

Derivando (8): (+↓)$4a_A + a_B = 0$...(9);

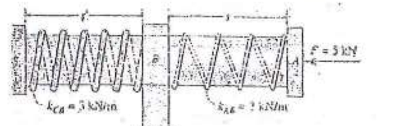
Resolviendo: (1), (2), (5) y (9);

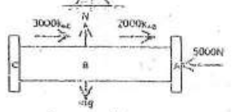
Se tiene los siguientes valores:

$a_A = -1.51\ m/s^2 = 1.51\ m/s^2$ ↑; $a_B = 6.04\ m/s^2$ ↓;

$T_A = 90.6$ N; $T_B = 22.6$ N.

13.31 La flecha CA de 2 kg pasa por una chumacera lisa colocada en B. Inicialmente los resortes, enrollados con holgura alrededor de la flecha, no están estirados si ninguna fuerza es aplicada a la flecha. En esta posición s = s' = 250 mm y la flecha está originalmente en reposo. Si una fuerza horizontal de F = 5 kN es aplicada, determine la rapidez de la flecha en el instante s = 50mm, s' = 450mm. Los extremos de los resortes están unidos a la chumacera colocada en B y a las tapas en C y A.





Fuerzas en el eje

Solución:

Cálculo de la velocidad del eje:

Las fuerzas de reacción de los resortes serán:

$F_{CB} = k_{CB}\,x = 3000x$; $F_{AB} = k_{AB}\,x = 2000x$;

Aplicamos la 2ra.ley sobre el eje:

$+\leftarrow \Sigma F_x = ma_x$; $5000 - 3000x - 2000x = 2a$;

De donde: $2500 - 2500\,x = a$;

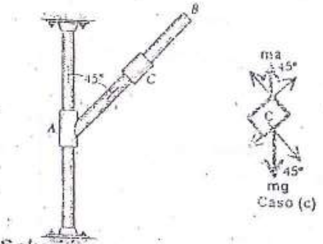
Sabemos: $adx = vdv$; espacio recorrido por la flecha es: 0.25-0.05 = 0,45-0.25 = 0.2m;

Integrando: $\int_0^{0.2} (2500-2500x)dx = \int vdv$;

Evaluando: $2500(0.2) - \left(\dfrac{2500(0.2)^2}{2}\right) = \dfrac{v^2}{2}$;

De donde: V = 30 m/s.

13.32 El collar C de 2 kg puede deslizarse libremente a lo largo de la flecha lisa AB. Determine la aceleración del collar C si (a) la flecha está fija, (b) el collar A, que está fijo a la flecha AB, se mueve hacia abajo con velocidad constante a lo largo de la barra vertical, y (c) el collar está sometido a una aceleración hacia debajo de 2m/s². En todos los casos, el collar se mueve en el plano.



Solución

CASO(a):La flecha AB esta fija;

2da. Ley en la dirección del movimiento;

$+\swarrow \Sigma F_x = ma_x$; $2(9.81)\,sen45° = 2a_C$;

De donde: $a_C = 6.94\ m/s^2$.

CASO(b): Del caso anterior $a_{C/A} = 6.94\ m/s^2$;

Sabemos ; $a_C = a_A + a_{C/A}$;

Como $a_A = 0$; entonces;

Se tiene: $a_C = 6.94\ m/s^2$.

CASO(c): Sabemos; $a_C = a_A + a_{C/A}$;

Como: $a_A = 2m/s^2$; $a_C = 2 + a_{C/A} \swarrow$ .. (1);

2da. Ley en corredera C: por inercia la corredera C tiene una aceleración de 2m/s²; hacia arriba; por lo cual;

$+\swarrow \Sigma F_x = ma_x$; $2(9.81)sen45° = 2(2\cos 45 + a_{C/A})$.

De donde: $a_{C/A} = 5.5225\ m/s^2 \swarrow$

Esto en la ecuación (1):

$$a_C = \overset{2}{\downarrow} + \overset{5.5225}{\swarrow} = \overset{3.905}{\leftarrow} + \overset{5.905}{\downarrow}$$

De lo anterior su magnitud es:

$a_c = \sqrt{3.905^2 + 5.905^2} = 7.08\ m/s^2$;

Dirección: $\theta = \tan^{-1}\dfrac{5.905}{3.905} = 56.5° \swarrow$

13.33 El collar C de 2 kg se puede deslizarse libremente a lo largo de la flecha lisa. AB. Determine la aceleración del colar C si el collar A está sometido a una aceleración hacia arriba de 4 m/s².

Solución: En problema anterior collar A acelera hacia arriba en 4 m/s².

Por inercia sobre la corredera C aparece una aceleración de 4 m/s² hacia abajo;

Aplicando la 2da.ley a la corredera C:

$+\leftarrow \Sigma F_x = ma_x$; $N\,sen\,45° = 2a_{C/B}\,sen\,45°$;

De donde: $N = 2a_{C/B}$;

$+\uparrow \Sigma F_y = ma_y$;

$N\cos 45° - 19.62 = 2(4) - 2a_{C/B}\cos 45°$;

De donde: $a_{C/AB} = 9.76514 m/s^2$;

Ecuación vectorial: $a_C = a_{AB} + a_{C/AB}$

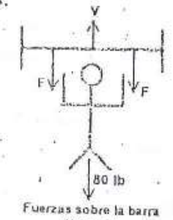
Eje X: $(a_c)_x = 0 + 9.76514\,sen45° = 6.905 \leftarrow$;

Eje Y: $(a_c)_y = 4 - 9.76514\cos 45° = 2.905 \downarrow$;

Magnitud: $a_c = \sqrt{(6.905)^2 + (2.905)^2} = 7.49\ m/s^2$

Dirección: $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{2.905}{6.905}\right) = 22.8° \swarrow$

13.34 El niño con peso de 80 lb cuelga uniformemente de la barra. Determine la fuerza en cada uno de sus brazos en t = 2 s si la barra se está moviendo hacia arriba con (a) velocidad constante de 3 pies/s, y (b) rapidez de v = (4t²) pies/s, donde t está en segundos.



Fuerzas sobre la barra Y el niño

Solución: Tenemos dos casos;

CASO(a): F = 40 lb ; solo la gravedad ;

CASO(b): Sabemos que ; $v = 4t^2$.

Derivando: $a = 8t$;

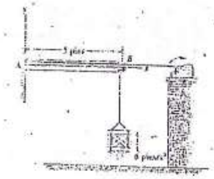
Aplicando 2da.ley sobre el niño tenemos :

$+\uparrow \Sigma F_y = ma_y$; $2F - 80 = \dfrac{80}{32.2}(8t)$;

En donde para t = 2 s:

Se tiene que: F = 59.876 lb.

13.35 La caja de 30 lb está siendo levantada con aceleración constante de 6 pies/s². Si la viga uniforme AB tiene un peso de 200 lb, determine las componentes de la reacción en A. Desprecie el tamaño y la masa de la polea colocada en B. Sugerencia: Encuentre primero la tensión en el cable, y luego analice las fuerzas en la viga usando estática.



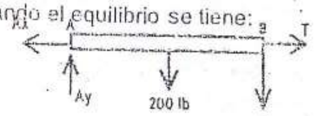
Solución:

Aplicamos la segunda ley a la caja:

$+\uparrow \Sigma F_y = ma_y$; $T - 30 = \left(\dfrac{30}{32.2}\right)(6)$

De donde: T = 35.59 lb;

Tomando como cuerpo libre la viga AB y planteando el equilibrio se tiene:



Fuerzas sobre la viga

$+\rightarrow \Sigma F_x = 0$; $-A_x + 35.59 = 0$; $A_x = 35.6$ lb;

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$; $-A_y - 200 - 35.59 = 0$ $A_y = 236$ lb;

Momentos respecto de A;

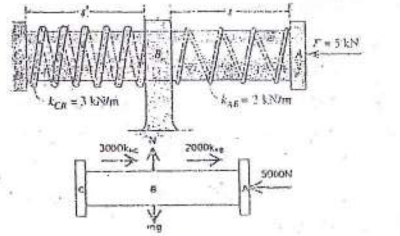
$+\Sigma M_A = 0$; $M_A - 200(2.5) - (35.59)(5) = 0$;

De donde: $M_A = 678$ lb.pie.

13.36 Si los cilindros B y C tienen una masa de 15 y 10 kg; respectivamente, determine la masa requerida en A de manera que no se mueva cuando todos los cilindros son liberados. Desprecie la masa de poleas y cuerdas.

CAPITULO XIII.- Cinética de una Partícula: Fuerza y Aceleración

13.31 La flecha CA de 2 kg pasa por una chumacera lisa colocada en B. Inicialmente los resortes, enrollados con hoigura alrededor de la flecha, no están estirados si ninguna fuerza es aplicada a la flecha. En esta posición s = s' = 250 mm y la flecha está originalmente en reposo. Si una fuerza horizontal de F = 5 kN es aplicada, determine la rapidez de la flecha en el instante s = 50mm, s' = 450mm. Los extremos de los resortes están unidos a la chumacera colocada en B y a las tapas en C y A.



Fuerzas en el eje

Solución:

Cálculo de la velocidad del eje:

Las fuerzas de reacción de los recortes serán:

$F_{CB} = k_{CB}\,x = 3000x$; $F_{AB} = k_{AB}\,x = 2000x$;

Aplicamos la 2ra.ley sobre el eje:

$+\leftarrow\ \Sigma F_x = ma_x$: $5000 - 3000x - 2000x = 2a$;

De donde: $2500 - 2500\,x = a$;

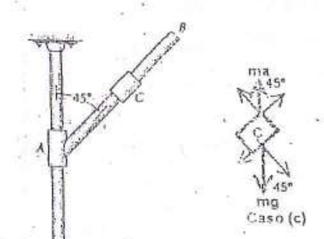
Sabemos: adx = vdv; espacio recorrido por la flecha es: 0.25-0.05 = 0.45-0.25 = 0.2m;

Integrando: $\int_0^{0.2} (2500 - 2500x)dx = \int vdv$;

Evaluando: $2500(0.2) - \left(\frac{2500(0.2)^2}{2}\right) = \frac{v^2}{2}$;

De donde: V = 30 m/s.

13.32 El collar C de 2 kg puede deslizarse libremente a lo largo de la flecha lisa AB. Determine la aceleración del collar C si (a) la flecha está fija, (b) el collar A, que está fijo a la flecha AB, se mueve hacia abajo con velocidad constante a lo largo de la barra vertical, y (c) el collar está sometido a una aceleración hacia debajo de $2m/s^2$. En todos los casos, el collar se mueve en el plano.



Solución

CASO(a):La flecha AB esta fija;

2da. Ley en la dirección del movimiento;

$+\swarrow\ \Sigma F_{x'} = ma_{x'}$; $2(9.81)\,\text{sen}45° = 2a_C$;

De donde: $a_C = 6.94\ m/s^2$.

CASO(b): Del caso anterior $a_{C/A} = 6.94\ m/s^2$;

Sabemos ; $a_C = a_A + a_{C/A}$;

Como $a_A = 0$; entonces;

Se tiene: $a_C = 6.94\ m/s^2$.

CASO(c): Sabemos; $a_C = a_A + a_{C/A}$;

Como: $a_A = 2m/s^2$; $a_C = 2 + a_{C/A}\swarrow$ .. (1);

2da. Ley en corredera C: por inercia la corredera C tiene una aceleración de $2m/s^2$; hacia arriba; por lo cual;

$+\swarrow\Sigma F_x = ma_x; 2(9.81)\text{sen}45° = 2(2\cos 45 + a_{C/A})$.

De donde: $a_{C/A} = 5.5225\ m/s^2\swarrow$

Esto en la ecuación (1):

$$a_C = \overset{2}{\downarrow} + \overset{5.5225}{\swarrow} = \overset{3.905}{\leftarrow} + \overset{5.905}{\downarrow}$$

De lo anterior su magnitud es:

$a_C = \sqrt{3.905^2 + 5.905^2} = 7.08\ m/s^2$;

Dirección: $\theta = \tan^{-1}\frac{5.905}{3.905} = 56.5°\swarrow$

13.33 El collar C de 2 kg se puede deslizar libremente a lo largo de la flecha lisa. AB. Determine la aceleración del colar C si el collar A está sometido a una aceleración hacia arriba de $4\ m/s^2$.

Solución: En problema anterior collar A acelera hacia arriba en $4\ m/s^2$.

Por inercia sobre la corredera C aparece una aceleración de $4\ m/s^2$ hacia abajo;

Aplicando la 2da.ley a la corredera C:

$+\leftarrow\ \Sigma F_x = ma_x$; $N\ \text{sen}\ 45° = 2a_{C/B}\ \text{sen}\ 45°$;

De donde: $N = 2a_{C/B}$.

$+\uparrow\ \Sigma F_y = ma_y$;

$N \cos 45° - 19.62 := 2(4) - 2a_{C/B} \cos 45°$;

De donde: $a_{C/AB} = 9.76514 m/s^2$;

Ecuación vectorial: $a_C = a_{AB} + a_{C/AB}$

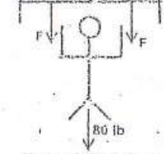
Eje X: $(a_C)_x = 0 + 9.76514\ \text{sen}45° = 6.905 \leftarrow$;

Eje Y: $(a_C)_y = 4 - 9.76514 \cos 45° = 2.905 \downarrow$;

Magnitud: $a_C = \sqrt{(6.905)^2 + (2.905)^2} = 7.49\ m/s^2$

Dirección: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2.905}{6.905}\right) = 22.8°\swarrow$

13.34 El niño con peso de 80 lb cuelga uniformemente de la barra. Determine la fuerza en cada uno de sus brazos en t = 2 s si la barra se está moviendo hacia arriba con (a) velocidad constante de 3 pies/s, y (b) rapidez de v = $(4t^2)$ pies/s, donde t está en segundos.



Fuerzas sobre la barra Y el niño

Solución: Tenemos dos casos;

CASO(a): F = 40 lb ; solo la gravedad ;

CASO(b): Sabemos que ; $v = 4t^2$.

Derivando: $a = 8t$;

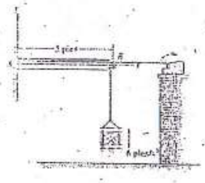
Aplicando 2da.ley sobre el niño tenemos :

$+\uparrow \Sigma F_y = ma_y$; $2F - 80 = \frac{80}{32.2}(8t)$;

En donde para t = 2 s:

Se tiene que: F = 59.876 lb.

13.35 La caja de 30 lb está siendo levantada con aceleración constante de 6 pies/s^2. Si la viga uniforme AB tiene un peso de 200 lb, determine las componentes de la reacción en A. Desprecie el tamaño y la masa de la polea colocada en B. Sugerencia: Encuentre primero la tensión en el cable, y luego analice las fuerzas en la viga usando estática.



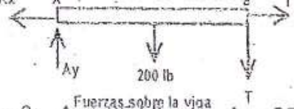
Solución:

Aplicamos la segunda ley a la caja:

$+\uparrow\ \Sigma F_y = ma_y$; $T - 30 = \left(\frac{30}{32.2}\right)(6)$;

De donde: T = 35.59 lb;

Tomando como cuerpo libre la viga AB y planteando el equilibrio se tiene:



Fuerzas sobre la viga

$+\rightarrow\Sigma F_x = 0$; $-A_x + 35.59 = 0$; $A_x = 35.6$ lb;

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$; $-A_y - 200 - 35.59 = 0$ $A_y = 236$ lb;

Momentos respecto de A;

$+\Sigma M_A = 0$; $M_A - 200(2.5) - (35.59)(5) = 0$;

De donde: $M_A = 678$ lb.pie.

13.36 Si los cilindros B y C tienen una masa de 15 y 10 kg, respectivamente, determine la masa requerida en A de manera que no se mueva cuando todos los cilindros son liberados. Desprecie la masa de poleas y cuerdas.

13.42 Los bloques A y B tienen cada uno masa m. Determine la fuerza P horizontal más grande que puede ser aplicada a B de manera que A no se mueva con respecto a B. Todas las superficies son lisas.

Solución: Si ambos no se deslizan y la fricción es nula;
Entonces: $a_A = a_B = a$;
2da. Ley en bloque A:
Vertical: + ↑ $\Sigma F_y = 0$; $N\cos\theta - mg = 0$;
Horizontal: + ← $\Sigma F_x = ma_x$; $N\,sen\theta = ma$;
De donde: $a = g\tan\theta$;
2da. Ley en bloque B:
+ ← $\Sigma F_x = ma_x$; $P - N sen\theta = ma$;
Con lo anterior: $P - mg\tan\theta = mg\tan\theta$;
De donde: $P = 2mg\tan\theta$.

13.43 Los bloques A y B tienen cada uno masa m. Determine la fuerza P horizontal más grande que puede aplicarse a B de manera que A no reshale hacia arriba por B. El coeficiente de fricción estática entre A y B es μ_s. Desprecie cualquier fricción entre B y C.

Solución: El problema anterior con fricción entre A y B de μ_s;
Como no se deslizan: $a_A = a_B = a$;
2da. Ley en bloque A:
+ ↑ $\Sigma F_y = 0$: $N\cos\theta - \mu_s N sen\theta - mg = 0$;
+ ← $\Sigma F_x = ma_x$: $N sen\theta + \mu_s N\cos\theta = ma$;
Resolviendo ambas ecuaciones:

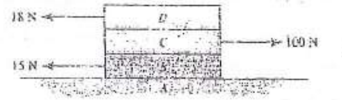
$$N = \frac{mg}{\cos\theta - \mu_s sen\theta};\quad a = g\left(\frac{sen\theta - \mu_s\cos\theta}{\cos\theta - \mu_s sen\theta}\right);$$

2da. Ley en bloque B:
+ ← $\Sigma F_x = ma_x$; $P - \mu_s N\cos\theta - N sen\theta = ma$;
Lo anterior con los resultados anteriores;

$$P = mg\left(\frac{sen\theta + \mu_s\cos\theta}{\cos\theta - \mu_s sen\theta}\right) + mg\left(\frac{sen\theta + \mu_s\cos\theta}{\cos\theta - \mu_s sen\theta}\right);$$

De donde: $P = 2mg\left(\dfrac{sen\theta + \mu_s\cos\theta}{\cos\theta - \mu_s sen\theta}\right)$.

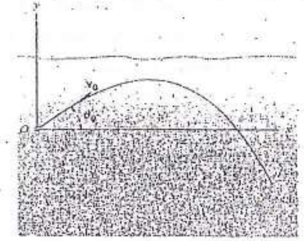
13.44 Cada una de las tres placas tiene una masa de 10 kg. Si los coeficientes de fricción estática y cinética en cada superficie de contacto son $\mu_s = 0.3$ y $\mu_k = 0.2$, respectivamente, determine la aceleración de cada placa cuando se aplican las tres fuerzas horizontales.



Solución: Aplicamos la 2da. Ley;
Placas B, C y D:
+ → $\Sigma F_x = 0$: $100 - 15 - 18 - F = 0$;
De donde: F = 67 N;
$F_{max} = \mu_s(3mg) = 0.3(294.3) = 88.3N > 67N$;
Por lo cual; En el bloque B ; $a_B = 0$;
Tomando los bloques D y C:
+ → $\Sigma F_x = 0$: $100 - 18 - F = 0$;
De donde: F = 82 N;
Las fricción entre B y C es F_{max};
Como: $F_{max} = 0.3(196.2) = 58.86\ N < 82N$;
De lo cual hay deslizamiento entre B y C;
Tomando placas D y C:
+ → $\Sigma F_x = ma_x$: $100 - 0.2(196.2) - 18 = 20\,a_x$;
De donde $a_x = 2.138\ m/s^2$ →;
Tomando solo el bloque D tenemos:
+ → $\Sigma F_x = ma_x$: $F - 18 = 10(2.138)$;
De donde: F = 39.38 N;
Fricción entre C y D es;
$F_{max} = 0.3(98.1) = 29.43\ N < 39.38\ N$;
Por lo cual e hay deslizamiento entre C y D;
Ahora tomamos solo los bloques C y D;
Solo el bloque C se toma fricción dinámica:
+ → $\Sigma F_x = ma_x$: $100 - 39.24 - 19.62 = 10\,a_C$;

De donde: $a_C = 4.11\ m/s^2$ →;
Solo el bloque D se toma fricción dinámica:
+ → $\Sigma F_x = ma_x$: $19.62 - 18 = 10\,a_D$;
De donde: $a_D = 0.162\ m/s^2$ →.

13.45 Un proyectil de masa m es disparado dentro de un liquido a un ángulo θ_0 con velocidad inicial v_0 como se muestra. Si el liquido desarrolla una resistencia de fricción sobre el proyectil que es proporcional a su velocidad, esto es, F = kv, donde k es una constante, determine las componentes x y y de la posición del proyectil en cualquier instante. ¿Cuál es la distancia máxima $x_{máx}$ que viaja el proyectil?



Solución:
Aplicando la 2da.ley para una posición;
Eje X: + → $\Sigma F_x = ma_x$: $-k\,v\cos\theta = ma_x$;
Eje Y: + ↑ $\Sigma F_y = ma_y$: $-mg - k\,v\,sen\theta = ma_y$;
Con diferenciales:

$$-k\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2};\quad -mg - k\frac{dy}{dt} = m\frac{d^2y}{dt^2};$$

Integrando en ambos ejes:

$$x = \frac{-k}{m}t + C_1;\quad \left(y + \frac{mg}{k}\right) = \frac{k}{m}t + C_2;$$

Para $t = 0$: $x = v_0\cos\theta_0$; $y = v_0\,sen\theta_0$;

$$x = v_0\cos\theta_0\,e^{-(k/m)t}$$

$$y = -\frac{mg}{k} + \left(v_0 sen\theta_0 + \frac{mg}{k}\right)e^{-(k/m)t}$$

Integrando nuevamente:

$$x = \frac{-mv_0}{k}\cos\theta_0\,e^{-(k/m)t} + C_3$$

$$y = -\frac{mg}{k}t - \left(v_0\,sen\,\theta_0 + \frac{mg}{k}\right)\left(\frac{m}{k}\right)e^{-(k/m)t}$$

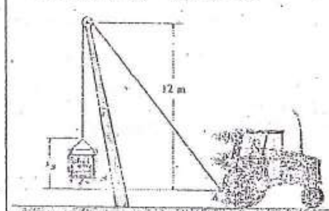
Para t = 0, x = y = 0; tenemos;

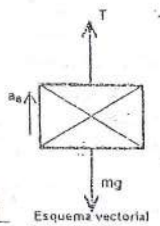
$$x = -\frac{mv_0}{k}\cos\,\theta_0\left(1 - e^{-(k/m)t}\right);$$

$$y = -\frac{mgt}{k} + \frac{m}{k}\left(v_0 sen\,\theta_0 + \frac{mg}{k}\right)\left(1 - e^{-(k/m)t}\right);$$

Luego para t → ∞ ;
Se tiene: $x_{max} = \dfrac{mv_0\cos\,\theta_0}{k}$.

13.46 El tractor se usa para levantar la carga B de 150 kg con la cuerda de 24 m de longitud y el sistema de pescante y polea. Si el tractor está viajando hacia la derecha con rapidez constante de 4 m/s, determine la tensión en la cuerda cuando s_A = 5m. Cuando $s_A = 0$, $s_B = 0$.





Esquema vectorial De fuerzas de la caja

Solución:
Cálculo de tensión en el cable:
La longitud del cable es 24m y se mantiene constante.
En la figura: $12 - s_B + \sqrt{s_A^2 + (12)^2} = 24$;
Derivando implícitamente lo anterior;

$$-\dot{s}_B + \left(s_A^2 + 144\right)^{-\frac{1}{2}}\left(s_A\dot{s}_A\right) = 0;$$

Derivando nuevamente tenemos:

$$-\ddot{s}_B - \left(s_A^2 + 144\right)^{-\frac{3}{2}}\left(s_A\dot{s}_A\right)^2 + \left(s_A^2 + 144\right)^{\frac{1}{2}}\left(\dot{s}_A^2\right)$$

$$+(s_A^2+144)^{\frac{1}{2}}\left(\ddot{s}_A s_A\right)=0;$$

Despejando la aceleración en B:

$$\ddot{s}_B = a_B = \left[-\frac{(\dot{s}_A s_A)^2}{(s_A^2+144)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\dot{s}_A^{\,2}+s_A\ddot{s}_A}{(s_A^2+144)^{\frac{1}{2}}}\right];$$

Sabemos que: s_A= 5m; $\dot{s}_A = v_A$ = 4m/s;
Estos valores en lo anterior;

$$a_B = \left[-\frac{(5)^2(4)^2}{((5)^2+144)^{\frac{3}{2}}} + \frac{(4)^2+0}{((5)^2+144)^{\frac{1}{2}}}\right] = 1.0487\ m/s^2$$

Aplicamos 2da.ley a la carga B:
+↑ $\Sigma F_y = ma_y$: T- 150 (9.81) = 150(1.0487);
De donde: T = 1.628805 kN;

13.47 El tractor se usa para levantar la carga B de 150 kg con la cuerda de 24 m de longitud y el sistema de pescante y polea. Si el tractor está viajando hacia la derecha con aceleración de 3m/s^2 y tiene velocidad de 4 m/s en el instante s_A = 5 m, determine la tensión la cuerda en este instante. Cuando s_A = 0, s_B = 0.

Solución: Cálculo de tensión en el cable:
La longitud del cable es 24m y se mantiene constante.
En la figura: $12 - s_B + \sqrt{s_A^2+(12)^2} = 24$;
Derivando implícitamente lo anterior;

$$-\dot{s}_B + (s_A^2+144)^{-\frac{1}{2}}\left(\dot{s}_A s_A\right) = 0$$

Derivando nuevamente tenemos:

$$-\ddot{s}_B - (s_A^2+144)^{-\frac{3}{2}}\left(\dot{s}_A s_A\right)^2 + (s_A^2+144)^{-\frac{1}{2}}\left(\dot{s}_A^{\,2}\right)$$
$$+(s_A^2+144)^{-\frac{1}{2}}\left(\ddot{s}_A s_A\right)=0;$$

Despejando la aceleración en B:

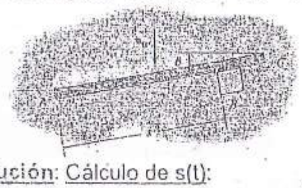
$$\ddot{s}_B = a_B = \left[-\frac{(\dot{s}_A s_A)^2}{(s_A^2+144)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\dot{s}_A^{\,2}+s_A\ddot{s}_A}{(s_A^2+144)^{\frac{1}{2}}}\right];$$

Sabemos: s_A= 5m; $\dot{s}_A = v_A$ = 4m/s; a_A =3m/s^2
Estos valores en lo anterior;

$$a_B = \left[-\frac{(5)^2(4)^2}{((5)^2+144)^{\frac{3}{2}}} + \frac{(4)^2+(5)(3)}{((5)^2+144)^{\frac{1}{2}}}\right] = 2.2025\ m/s^2$$

Aplicamos 2da.ley a la carga B:
+↑ $\Sigma F_y = ma_y$: T- 150 (9.81) = 150(2.2025);
De donde: T = 1.801875kN.

13.48 El bloque liso B de tamaño insignificante tiene una masa m y reposa sobre el plano horizontal. Si la tabla AC empuja sobre el bloque en un ángulo θ con aceleración constante a_0, determine la velocidad del bloque a lo largo de la tabla y la distancia s que se mueve a lo largo de la tabla como función del tiempo t. El bloque parte del reposo cuando s = 0, t = 0.

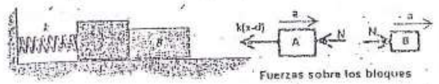


Solución: Cálculo de s(t):
Aplicamos la 2da.ley sobre el bloque B:
↗+ $\Sigma F_x = ma_x$: 0 = ma_B senφ; es liso;
Por aceleración relativa: $a_B = a_{AC} + a_{B/AC}$
Luego el efecto de a_0 de la tabla es $-a_0$ sobre el bloque B:
En lo anterior: a_B senφ = $-a_0$ senθ + $a_{B/AC}$
Luego: 0 = m($-a_0$ senθ + $a_{B/AC}$);
De donde: $a_{B/AC}$ = a_0 senθ;
Integrando para t: $\int_0^{v_{B/AC}} dv_{B/AC} = \int_0^t a_0\, sen\theta\, dt$;
De donde : $v_{B/AC}$ = a_0 senθ t ;
Como ds = vdt ; integrando otra vez : -

Se tiene : $s_{B/AC} = s = \int_0^t a_0\, sen\theta\, dt$;

De donde : $s = \frac{1}{2} a_0\, sen\theta\, t^2$.

13.49 El bloque A tiene una masa m_A y está unidos a una resorte con rigidez k y longitud no alargada l_0. Si otro bloque B, con masa m_B, es empujado contra A de modo que el resorte se deforma una distancia d, determine la distancia que ambos bloques se deslizan sobre la superficie lisa antes de que empiecen a separarse. ¿Cuál es su velocidad en este instante?.



Solución: Para un instante aplicamos la 2da. Ley a ambos bloques A y B.
Bloque A:
+→ $\Sigma F_x = ma_x$: -k(x-d) – N = $m_A a_A$ ..(1);
Bloque B:
+→ $\Sigma F_x = ma_x$: N = $m_B a_B$ ..(2);
Como estan unidos: $a_A = a_B = a$;
De (1) y (2): -k(x-d) - $m_B a$ = $m_A a$;
Luego: $a = \frac{k(d-x)}{(m_A+m_B)}$; $N = \frac{km_B(d-x)}{(m_A+m_B)}$;
Instante de separación será cuando la fuerza de contacto de ambos bloques sea nula.
Osea: N = 0; d – x = 0; x = d;
Por cinematica del bloque A: v dv = a dx;
Integrando: $\int_0^v v dv = \int_0^d \frac{k(d-x)}{(m_A+m_B)}dx$;

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{k}{(m_A+m_B)}\left[(d)x - \frac{1}{2}x^2\right]_0^d = \frac{1}{2}\frac{kd^2}{(m_A+m_B)};$$

De donde: $v = \sqrt{\frac{kd^2}{(m_A+m_B)}}$

13.50 El bloque A tiene una masa m_A y está unidos a un resorte con rigidez k y longitud no alargada l_0. Si otro bloque B, con masa m_B, es empujado contra A de modo que el resorte se deforma una distancia d, demuestre que para que ocurra la separación entre ellos es necesario que d > $2\mu_k g$ (m_A + m_B)/k, donde μ_k es el coeficiente de fricción cinética entre los bloques y el suelo. ¿Cuál es la distancia que los bloques se deslizan sobre la superficie antes de separarse?.

Solución:
Aplicamos la 2da.ley a los bloques A y B;

Bloque A: Fuerzas sobre los bloques
+→ $\Sigma F_x = ma_x$: -k(x-d) – N - $\mu_k m_A g$ = $m_A a_A$;
Bloque B:
+→ $\Sigma F_x = ma_x$: N - $\mu_k m_B g$ = $m_B a_B$;
Los bloques van juntos : $a_A = a_B = a$;
Resolviendo las relaciones anteriores:

$$a = \frac{k(d-x) - \mu_k g(m_A+m_B)}{(m_A+m_B)} = \frac{k(d-x)}{(m_A+m_B)} - \mu_k g;$$

También: $N = \frac{km_B(d-x)}{(m_A+m_B)}$;

Cuando los bloques se separan:
Se tiene: N = 0; con lo cual; x = d;
Por cinematica en bloque A: v dv = a dx;
Integrando lo anterior:
Se tiene: $\int_0^v v dv = \int_0^d \left[\frac{k(d-x)}{(m_A-m_B)}dx - \mu_k g\right] dx$;

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{k}{(m_A+m_B)}\left[(d)x - \frac{1}{2}x^2 - \mu_k g x\right]_0^d;$$

De donde: $v = \sqrt{\frac{kd^2 - 2\mu_g (m_A+m_B)d}{(m_A+m_B)}}$;

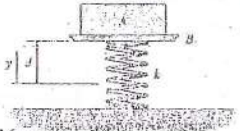
Para que ocurra la separación la expresión dentro de la raiz debe ser positiva;

Luego: $kd^2 - 2\mu_k g(m_A + m_B)d > 0$;

De donde: $kd > 2\mu_k g(m_A + m_B)$;

Luego: $d > \frac{2\mu_k g}{k}(m_A + m_B)$ L.Q.E.D.

13.51 El bloque A tiene masa m_A y reposa sobre el platillo B que tiene masa m_B. Ambos bloques están sostenidos mediante un resorte que tiene rigidez k y está unido al fondo del platillo y al suelo. Determine la distancia d que el platillo debe ser empujado hacia abajo desde la posición de equilibrio y luego liberado del reposo de modo que la separación del bloque tenga lugar con respecto a la superficie del platillo en el instante en que el resorte no está estirado.



Solución:

Debido a sus pesos de los bloques A y B:

$+\uparrow \Sigma F_y = ma_y$: $F_s = (m_A + m_B)g$;

Deformación equivalente debido a los pesos:

$$y_{eq} = \frac{F_s}{k} = \frac{(m_A + m_B)g}{k};$$

2da. sobre el bloque A:

$+\uparrow \Sigma F_y = ma_y$: $-m_A g + N = m_A a$..(1);

2da. sobre los bloques A y B:

$+\uparrow \Sigma F_y = ma_y$:

$-(m_A + m_B)g + k(y_{eq} + y) = (m_A + m_B)a$..(2);

Resolviendo (1) y (2):

$$-(m_A + m_B)g + k\left[\left(\frac{m_A + m_B}{k}\right)g + y\right] = (m_A + m_B)\left(\frac{-m_A g + N}{m_A}\right);$$

Para cumplir lo que pide el problema;

Se requiere $y = d$; $N = 0$;

Esto en la ecuación anterior:

Se tiene: $kd = -(m_A + m_B)g$;

De donde: $d = \frac{(m_A + m_B)g}{k}$.

13.52 Determine la masa del Sol si se sabe que la distancia de la Tierra al Sol es de $149.6(10^6)$ km. Sugerencia: Use la ecuación 13-1 para representar la fuerza de la gravedad actuando sobre la Tierra.

Solución: La tierra es atraída por el son con una fuerza normal. Pero como la tierra gira alrededor del sol con una velocidad entonces su aceleración normal es la aceleración centrípeta.

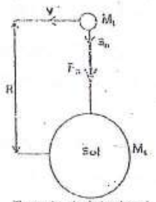
Con esto aplicando la 2da. Ley de Newton en la dirección normal sobre la tierra.

Tenemos:

$\Sigma F_n = ma_n$;

$$G\frac{M_s M_e}{R^2} = M_e \frac{v^2}{R};$$

$$M_s = \frac{v^2 R}{G};$$



Tierra gira alrededor del sol

La tierra da una vuelta al sol en 365 días;

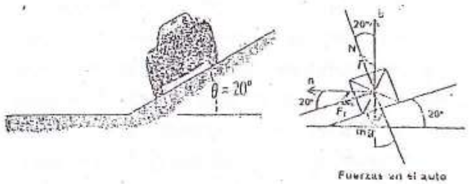
Su velocidad es;

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi(149.6)(10^9)}{365(24)(3600)} = 29.81(10^3)\,m/s;$$

Luego conociendo la distancia al sol y la G;

$$M_s = \frac{[(29.81)(10^3)]^2(149.6)(10^9)}{66.73(10^{-12})} = 1.99(10^{30})\,kg$$

13.53 El carro deportivo, que tiene masa de 1700 kg, está viajando horizontalmente por una pista con 20° de inclinación lateral que es circular y tiene radio de curvatura ρ = 100 m. Si el coeficiente de fricción estática entre los neumáticos y el camino es $\mu_s = 0.2$, determine la rapidez constante máxima a la que el carro puede viajar sin resbalar hacia arriba por la pendiente. Desprecie el tamaño del carro.



Fuerzas en el auto

Solución:

Cálculo de la velocidad máxima del auto:

Analizamos el momento en que el auto esta a punto de subir la pendiente.

En la vertical b: $+\uparrow \Sigma F_b = 0$;

$N\cos 20° - 0.2N\text{sen}20° - 1700(9.81) = 0$;

De donde: N = 19140.6 N;

En la dirección normal n: $+\leftarrow \Sigma F_n = ma_n$;

$$19140.6\,\text{sen}20° + 0.2(19140.6)\cos 20° = 1700\left(\frac{v_{max}^2}{100}\right);$$

De donde: v_{max} = 24.4 m/s.

13.54 Usando los datos del problema 13-53, determine la rapidez mínima a la que el carro puede viajar alrededor del camino sin resbalar hacia abajo por la pendiente.

Solución: En el problema anterior;

Cálculo de la velocidad mínima del auto:

Analizamos el momento en que el auto esta a punto de bajar la pendiente.

En la vertical b: $+\uparrow \Sigma F_b = 0$;

$N\cos 20° + 0.2N\text{sen}20° - 1700(9.81) = 0$;

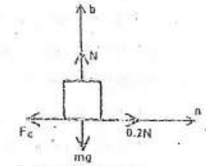
De donde: N = 16543.1 N

En la dirección normal n: $+\leftarrow \Sigma F_n = ma_n$;

$$16543.1\,\text{sen}20° - 0.2(16543.1)\cos 20° = 1700\left(\frac{v_{min}^2}{100}\right);$$

De donde: v_{min} = 12.245m/s.

13.55 Una niña, que tiene masa de 15kg, está sentada sin moverse con respecto a la superficie de una plataforma horizontal a una distancia de r = 5m del centro de la plataforma. Si el movimiento angular de la plataforma está aumentando lentamente de manera que la componente tangencial de aceleración de la niña puede ser despreciada, determine la rapidez máxima que la niña tendrá antes de empezar a deslizarse hacia fuera de la plataforma. El coeficiente de fricción estática entre la niña y la plataforma es μ = 0.2.



Fuerzas sobre la chica

Solución: Analizamos cuando esta a punto de deslizarse hacia afuera del plato.

La fricción critica es: $F_f = \mu_s N = 0.2N$;

En la vertical: $\Sigma F_b = 0$: $N - 15(9.81) = 0$;

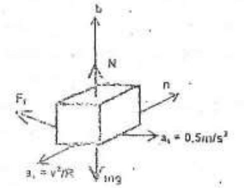
De donde: N = 147.15N;

En la dirección normal: $\Sigma F_n = ma_n$;

Con valores: $0.2N = 0.2(147.15) = 15\,(v^2/5)$;

De donde: v = 3.13 m/s; rapidez ante del deslizamiento.

13.56 Resuelva el problema 13-55 suponiendo que la plataforma empieza a girar desde el reposo de manera que la rapidez de la niña es incrementada uniformemente en a = 0.5 m/s^2.



Fuerzas sobre la chica

Solución: Analizamos cuando esta a punto de deslizarse en el plato.

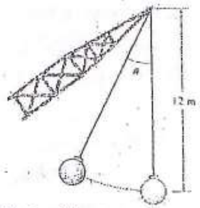
Sabemos que: $F_f = \mu_s N = 0.2N$;

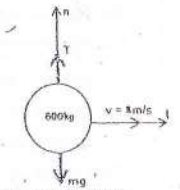
En la vertical: $\Sigma F_b = 0$: $N - 15(9.81) = 0$;

De donde: N = 147.15 N;
En la tangencial: $\sum F_t = ma_t$;
La fricción forma un ángulo θ con la normal;
Con valores: 0.2(147.15)senθ=15(0.5);
De donde: θ = 14.76°;
Luego en la dirección normal;
Tenemos: $\sum F_n = ma_n$;
Con datos: $0.2(147.15)\cos 14.76° = 15\left(\frac{v^2}{5}\right)$;

De donde: v = 3.08 m/s.

13.57 La bola de demolición de 600kg está suspendida de la grúa por un cable que tiene masa insignificante. Si la bola tiene rapidez v = 8 m/s en el instante en que está en su punto más bajo θ = 0°, determine la tensión en el cable en ese instante. Determine también el ángulo θ que la bola oscila antes de detenerse.





Fuerzas sobre la bola

Solución:
Cálculo de la tensión:
Analizamos en el instante que la bola esta en la parte mas baja.

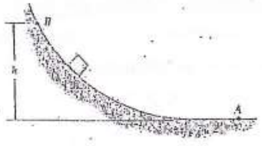
$+\uparrow \sum F_n = ma_n$; $T - 600(9.81) = 600\left(\frac{8^2}{12}\right)$;

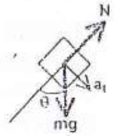
De donde: T = 9086 N = 9.09 kN;
Cálculo del ángulo θ máximo:
Cuando la bola ha subido un ángulo θ;
En la dirección tangencial aplicamos 2da.ley;
$\sum F_t = ma_t$; $-600(9.81)\text{sen}\theta = 600\, a_t$;
Sabemos que: $a_t(12\, d\theta) = v\, dv$;
Combinando ambas relaciones e integrando;
Tenemos: $-9.81(12)\int_0^{\theta} \text{sen}\theta\, d\theta = \int_8^0 v\, dv$;

Evaluando: $-9.81(12)(-\cos\theta + 1) = -\frac{1}{2}(8)^2$;

De donde: θ = 43.3°;
Angulo máximo de elevación.

13.58 Demuestre que si el bloque es liberado del reposo en el punto B de una trayectoria lisa de forma arbitraria, la rapidez que alcanza cuando llega al punto A es igual a la rapidez que alcanza cuando cae libremente a una distancia h; es decir; $v = \sqrt{2gh}$.





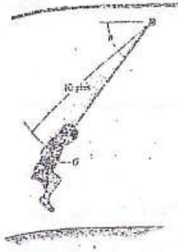
Fuerzas sobre el bloque

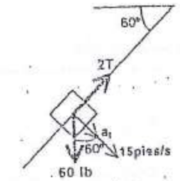
Solución: El bloque cae sin fricción;
Aplicamos la 2da. Ley en la tangencial:
$+\searrow \sum F_t = ma_t$; $mg\,\text{sen}\theta = ma_t$;
De donde: $a_t = g\,\text{sen}\theta$;
Luego como: $v\,dv = a_t\,ds = g\,\text{sen}\theta\, ds$;
Pero un descenso diferencial: $dy = ds\,\text{sen}\theta$;
Con lo cual: $v\,dv = g\,dy$;
Integrando lo anterior: $\int_0^v v\,dv = \int_0^h g\, dy$;

Evaluando la integral: $\frac{v^2}{2} = gh$;

De donde: $v = \sqrt{2gh}$ l.q.q.d.

13.59 En el instante θ = 60°, el centro de masa G del niño tiene una rapidez hacia abajo v_G = 15 pies/s. Determine la razón del incremento de su rapidez y la tensión en cada una de las dos cuerdas de soporte del columpio en este instante. El niño tiene un peso de 60 lb. Desprecie su tamaño y la masa del asiento y las cuerdas.





Fuerzas sobre el niño

Solución: Para el instante θ = 60°;
Cálculo de su aceleración tangencial:
Aplicamos 2da.ley en la tangente;
$+\searrow \sum F_t = ma_t$: $60\cos 60° = \frac{60}{32.2}a_t$;

De donde: $a_t = 16.1\, pies/s^2$;
Calculo de la tensión en cada cuerda:
$\nearrow^{+} \sum F_n = ma_n$: $2T - 60sen60° = \frac{60}{32.2}\left(\frac{15^2}{10}\right)$;

De donde: $T = 46.9435\, lb$.

13.60 En el instante θ = 60°, el centro de masa G del niño está momentáneamente en reposo. Determine su rapidez y la tensión en cada una de las dos cuerdas de soporte del columpio cuando θ = 90°. El niño pesa 60 lb. Desprecie su tamaño y la masa del asiento y las cuerdas.

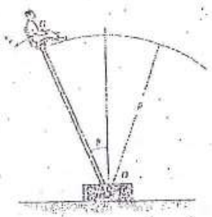
Solución:
En el problema anterior se tiene que para θ = 60°; v = 0;
Cálculo de la velocidad para θ = 90°:
Sea la 2da.ley en la tangencial;
$+\searrow \sum F_t = ma_t$: $60\cos\theta = \frac{60}{32.2}a_t$;

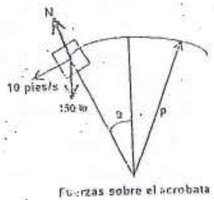
De donde: $a_t = 32.2\cos\theta$;
Sea la 2da.ley en la normal;
$\nearrow^{+} \sum F_n = ma_n$: $2T - 60sen60° = \frac{60}{32.2}\left(\frac{v^2}{10}\right)$..(1);
En la tangencial: vdv = ads; ds = 10dθ;

Integrando: $\int_0^v v\,dv = \int_{60}^{90} 322\cos\theta\, d\theta$;
De donde: v = 9.289pies/s;
Calculo de la tensión en cada cuerda:
Conociendo la velocidad para θ = 90°;
Reemplazamos en la ecuación (1);
$2T - 60sen90° = \frac{60}{32.2}\left(\frac{9.289^2}{10}\right)$;

De donde: $T = 38.0\, lb$.

13.61 Un acróbata tiene un peso de 150 lb y está sentado en una silla situada en la parte superior de un poste como se muestra. Si por medio de un dispositivo mecánico el poste gira hacia abajo a razón constante desde θ = 0°, en forma tal que el centro de masa G del acróbata mantiene una rapidez constante de v_a = 10 pies/s, determine el ángulo θ en el cual él empieza a "volar" fuera de la silla. Desprecie la fricción y suponga que la distancia desde el pivote O hasta G es de p = 15 pies.





Fuerzas sobre el acróbata

Solución: Se analiza el momento en que la normal es nula y la fuerza centrífuga lo levanta de al silla al acróbata.
Aplicando la 2da.ley en la normal:
$\sum F_n = ma_n$; $150\cos\theta = \frac{150}{32.2}\left(\frac{10^2}{15}\right)$;

De donde: θ = 78.1°.

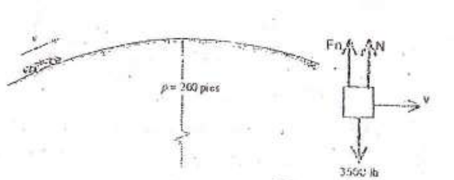
13.62 Resuelva el problema 13-61 si la rapidez del centro de masa del acróbata es incrementada desde $(v_0)_0$ = 10 pies/s en θ = 0° con una razón constante de v_a = 0.5 pies/s².

Solución: En el problema anterior considerar θ = 0°; $(v_0)_0$ = 10 pies/s;
También: a = 0.5 pies/s²; constante;
Aplicar ecuación a un MRUV:
Sabemos: $v^2 = v_0^2 + 2a_t(s - s_0)$;
Dando valores conocidos:
$v^2 = 10^2 + 2(0.5)(15\theta - 0^\circ) = 100 + 15\theta$;
Aplicando la 2ra.ley en la normal:

$$\Sigma F_n = ma_n;\ 150\cos\theta = \frac{150}{32.2}\left(\frac{100+15\theta}{15}\right);$$

De donde: θ = 75.6°.

13.63 Si la cresta de la colina tiene radio de curvatura ρ = 200 pies, determine la rapidez máxima constante con la que el carro puede viajar sobre ella sin dejar la superficie del camino. Desprecie el tamaño del carro en los cálculos. El carro tiene un peso de 3500 lb.



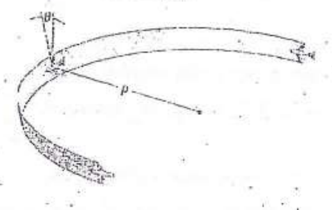
Fuerzas sobre el auto en la cresta

Solución: Analizamos el instante que pasa por la cresta de la colina.
Para que el auto se levante la fuerza inercial centrifuga iguala al peso(N = 0 lb).
Aplicamos la 2da.ley en la dirección normal:

$$\downarrow \Sigma F_n = ma_n:\ 3500 = \frac{3500}{32.2}\left(\frac{v^2}{200}\right);$$

De donde: v = 80.2pies/s.

13.64 El avión, viajando con rapidez constante de 50 m/s, está efectuando una vuelta horizontal. Si el avión está inclinado transversalmente en θ = 15°, cuando el piloto experimenta sólo una fuerza normal sobre el asiento del avión, determine el radio de curvatura ρ de la vuelta. ¿Cuál es la fuerza normal del asiento sobre el piloto si él tiene una masa de 70 kg?.

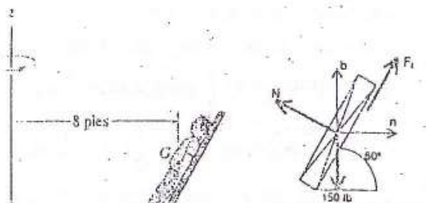


Solución: Aplicamos la 2da.ley en la dirección vertical y normal al giro.
En la vertical b: Como θ = 15°;
+↑ $\Sigma F_b = ma_b$; N_p sen 15° - 70(9.81) = 0;
De donde: N_p = 2.65 kN; (normal del asiento)
En la normal al giro n: como v = 50 m/s;

$$+\leftarrow \Sigma F_n = ma_n:\ N_p\cos 15^\circ = 70\left(\frac{50^2}{\rho}\right);$$

De donde: ρ = 68.3m; radio de giro.

13.65 El hombre de 150 lb yace sobre el colchón cuyo coeficiente de fricción estática es μ_s = 0.5. Determine las fuerzas normal y de fricción resultantes que el colchón ejerce sobre él si, debido a la rotación alrededor del eje z, tiene una rapidez constante v = 20 pies/s. Desprecie el tamaño del hombre. Considere θ = 60°.



Fuerzas sobre el hombre

Solución: Aplicamos la 2da.ley;
En la normal al plano inclinado:

$$+\nwarrow \Sigma F_y = m(a_n):\ N - 150\cos 60^\circ = \frac{150}{32.2}\left(\frac{20^2}{8}\right)sen\,60^\circ;$$

De donde: N = 277 lb;
En la dirección del plano inclinado:

$$+\searrow \Sigma F_t = ma_n:\ -F_f + 150\,sen 60^\circ = \frac{150}{32.2}\left(\frac{20^2}{8}\right)\cos 60^\circ;$$

De donde: F_f = 13.4 lb;
Como: $\mu_s N$ = 0.5(277) = 138.4 lb > 13.4 lb;
El cuerpo no resbala por pendiente.

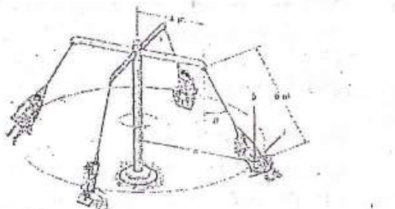
13.66 El hombre de 150 lb yace sobre el colchón cuyo coeficiente de fricción estática es μ_s = 0.5. Si elhombre gira alrededor del eje z con rapidez constante v = 30 pies/s, determine el ángulo θ más pequeño del colchón en el cual comenzará a deslizarse.

Solución: En el problema anterior hallar el valor de θ mínimo de modo que deslice.
En la normal al giro n:

$$+\leftarrow \Sigma F_n = ma_n;\ 0.5N\cos\theta + N\,sen\theta = \frac{150}{32.2}\left(\frac{(30)^2}{8}\right);$$

En la dirección vertical al giro b:
+↑ΣF_b = 0: -150 + N cosθ - 0.5N senθ = 0;
De donde: $N = \dfrac{150}{\cos\theta - 0.5\,sen\theta}$; esto en lo atrás;
Se tiene: $\dfrac{(0.5\cos\theta + sen\theta)150}{(\cos\theta - 0.5\,sen\theta)} = \dfrac{150}{32.2}\left(\dfrac{(30)^2}{8}\right)$;
0.5cosθ+senθ = 3.49378 cosθ-1.74689 senθ;
De donde: θ = 47.5°;
Angulo mínimo para se deslice el hombre.

13.67 Determine la rapidez constante de los pasajeros en el juego de un parque de diversiones si se observa que los cables de soporte están dirigidos a θ = 30° de la vertical. Cada silla, incluyendo su pasajeros, tiene una masa de 80 kg. ¿Cuáles son las componentes de fuerza en las direcciones n, t y b que la silla ejerce sobre un pasajero de 50 kg durante el movimiento?.



Solución:
Cálculo de la velocidad de giro:
Aplicamos la 2ra.ley en las direcciones mostradas en la figura.
En la dirección normal n:

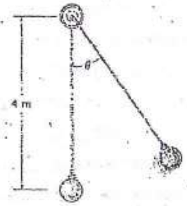
$$+\leftarrow \Sigma F_n = ma_n;\ Tsen30^\circ = 80\left(\frac{v^2}{4+6sen30^\circ}\right)..(1);$$

En la vertical b:
+↑ ΣF_b = 0: Tcos30° - 80(9.81) = 0;
De donde: T = 906.2 N;
Con lo anterior en (1): v = 6.30m/s;
Fuerzas del asiento sobre uno de 50kg:
La fuerza normal sobre uno de 50kg:

$$\Sigma F_n = ma_n:\quad F_n = 50\left(\frac{(6.30)^2}{7}\right) = 283N;$$

Como ira a velocidad constante a_t = 0;
Luego: $\Sigma F_t = ma_t$; F_t = 0;
$\Sigma F_b = ma_b$: F_b − 9.81(50) = 50(0);
De donde: F_b = 490.5N

13.68 Si la bola tiene una masa de 30 kg y rapidez v = 4 m/s en el instante en que ésta en su punto más bajo, $\theta = 0°$, determine la tensión en la cuerda en ese instante. Determine también el ángulo θ que la bola oscila en el instante en que momentáneamente se detiene. Desprecie el tamaño de la bola.



Solución:

Cálculo de la tensión en parte baja:

Instante que esta en la parte baja;

2da.ley en la parte más baja:

$+\uparrow \sum F_n = ma_n$; $T - 30(9.81) = 30\left(\frac{(4)^2}{4}\right)$;

De donde: T = 414 N;

Cálculo del angulo θ donde se detiene:

$+\nearrow \sum F_t = ma_t$; $-30(9.81)\,sen\theta = 30a_t$;

De donde: $a_t = -9.81\,sen\theta$; desacelera;

Se sabe: $a_t\,ds = v\,dv$; como $ds = 4\,d\theta$;

Integrando: $-9.81\int_0^\theta sen\theta(4d\theta) = \int_4^0 v\,dv$;

Evaluando si se para: $9.81(4)\cos\theta\big|_0^\theta = -\frac{1}{2}(4)^2$;

Luego: 39.24 (cosθ - 1) = -8;

De donde: θ = 37.24°;

Angulo donde la bola se detiene.

13.69 La bola tiene una masa de 30 kg y rapidez v = 4 m/s en el instante en que ésta en su punto más bajo, θ = 0°. Determine la tensión en la cuerda y la razón a la que la rapidez de la bola está disminuyendo en el instante θ = 20°. Desprecie el tamaño de la bola.

Solución: EL problema anterior para θ = 20°

2da.ley en la dirección normal:

$+\nwarrow \sum F_n = ma_n$; $T - 30(9.81)\cos\theta = 30\,(v^2/4)$;

2da.ley en la dirección tangencial:

$+\nearrow \sum F_t = ma_t$; $-30(9.81)sen\theta = 30a_t$;

De donde: $a_t = -9.81\,sen\theta$;

Sabemos: $a_t\,ds = v\,dv$; $ds = 4\,d\theta$;

Integrando: $-9.81\int_0^\theta sen\theta(4d\theta) = \int_4^v v\,dv$;

Luego: $9.81(4)\cos\theta\big|_0^\theta = -\frac{1}{2}(v)^2 - \frac{1}{2}(4)^2$;

De donde: 39.24 (cosθ - 1) + 8 = (1/2) v^2;

Luego para θ = 20°;

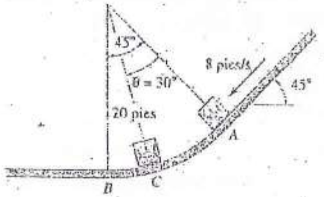
Tenemos: v = 3.357 m/s;

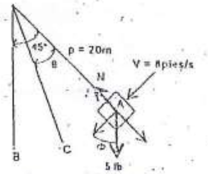
También: $a_t = -9.81sen20° = -3.36\ m/s^2$

Conociendo: θ = 20° y v = 3.357 m/s;

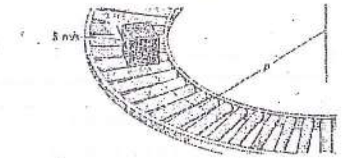
En la ecuación inicial: T = 361 N.

13.70 El paquete tiene un peso de 5 lb y se desliza hacia abajo por la canaleta. Cuando alcanza la porción curva AB, está viajando a 8 pies/s (θ = 0°). Si la canaleta es lisa, determine la rapidez del paquete cuando alcanza el punto intermedio C (θ = 30°) y cuando alcanza el plano horizontal (θ = 45°). Encuentre también la fuerza normal que actúa sobre el paquete en el punto C.





Fuerzas sobre el paquete



Solución:

Rapidez y normal en θ = 30°:

Aplicamos la 2da. Ley para un instante cualquiera en el arco.

En la dirección tangencial:

$+\swarrow \sum F_t = ma_t$; $5\cos\phi = \frac{5}{32.2}a_t$;

De donde: $a_t = 32.2\cos\phi$;

En la dirección normal:

$+\nwarrow \sum F_n = ma_n$; $N - 5sen\phi = \frac{5}{32.2}\left(\frac{v^2}{20}\right)$..(1);

Por cinemática: $v\,dv = a_t\,ds$;

Integrando: $\int_8^v v\,dv = \int_{45°}^\phi 32.2\cos\phi(20\,d\phi)$;

Luego: $\frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}(8)^2 = 644(sen\phi - sen45°)$..(2);

Por geometría: ϕ = 45° + θ;

Para: ϕ = 45° + 30° = 75°; esto en (2);

Se tiene: v_C = 19.933pies/s;

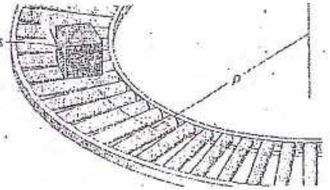
Luego en (1): N_C = 7.91 lb

Rapidez en B:

Luego para: ϕ = 45° + 45° = 90°;

En (2) se tiene: v_B = 21.0pies/s.

13.71 Los paquetes, que tienen una masa de 5 kg, deben moverse a lo largo de la línea de montaje a una rapidez constante de 8 m/s. Determine el mínimo radio de curvatura, ρ, necesario en la banda transportadora de manera que los paquetes no resbalen. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre cada paquete y la banda son μ_s = 0.7 y μ_k = 0.5, respectivamente.



Solución:

Cálculo del radio para que no resbale:

Aplicamos la 2da.ley en las direcciones;

Vertical; $+\uparrow \sum F_b = ma_b$; N – W = 0;

De donde: N = W;

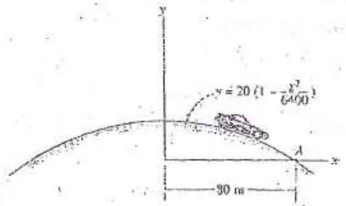
A punto de resbalar μ_s = 0.7;

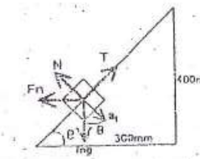
Luego fuerza de fricción es: F_t = 0.7W;

En la normal: $+\leftarrow \sum F_n = ma_n$; $0.7W = \frac{W}{9.81}\left(\frac{8^2}{\rho}\right)$;

De donde: ρ = 9.32 m.

13.72 El bloque liso B con masa de 0.2 kg está unido al vértice del cono circular recto por medio de una cuerda ligera. El cono está girando a una razón angular constante con respecto al eje z de manera que el bloque alcanza una rapidez de 0.5 m/s. A esta rapidez, determine la tensión en la cuerda y la reacción que el cono ejeroe sobre el bloque. Desprecie el tamaño del bloque.





Fuerzas sobre el bloque

Solución:

Cálculo de N y T:

Por geometria: $\frac{\rho}{200}=\frac{300}{500}$; $\rho=120mm=0.120m$;

2da.ley en la generatriz:

$$+\uparrow\sum F_y=ma_y: T-0.2(9.81)\left(\frac{4}{5}\right)=\left[0.2\left(\frac{(0.5)^2}{0.120}\right)\right]\left(\frac{3}{5}\right);$$

De donde: T = 1.82 N

En dirección normal a la generatriz:

$$+\downarrow\sum F_z=ma_z: N-0.2(9.81)\left(\frac{3}{5}\right)=-\left[0.2\left(\frac{(0.5)^2}{0.120}\right)\right]\left(\frac{4}{5}\right);$$

De donde: N = 0.844 N;

Otra forma de calculo de N y T:

En la dirección radial al giro del cono:

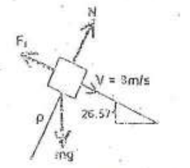
$$+\rightarrow\sum F_n=ma_n: T\left(\frac{3}{5}\right)-N\left(\frac{4}{5}\right)=0.2\left[\left(\frac{(0.5)^2}{0.120}\right)\right];$$

En la dirección vertical se tiene(eje Z)

$$+\uparrow\sum F_b=0: T\left(\frac{4}{5}\right)+N\left(\frac{3}{5}\right)-0.2(9.81)=0;$$

De donde: T = 1.82 N; N = 0.844 N.

13.73 El automóvil de 0.8 Mg está viajando sobre la colina que tiene la forma de una parábola. Si el conductor mantiene una rapidez constante de 9 m/s, determine la fuerza normal resultante y la fuerza de fricción resultante que las ruedas del automóvil ejercen sobre el camino en el instante en que alcanza el punto A. Desprecie el tamaño del automóvil.



Fuerzas sobre el auto en A

Solución: El modulo de su velocidad es 9m/s para todo instante.

Por cálculo: $\frac{dy}{dx}=-0.00625x$; $\frac{d^2y}{dx^2}=-0.00625$;

Su pendiente cuando llega al punto A:

$$\tan\theta=\left.\frac{dy}{dx}\right|_{80m}=-0.00625(80);\quad \theta=-26.565°;$$

Radio de curvatura en A es:

$$\rho=\frac{\left[1+(dy/dx)^2\right]^{3/2}}{\left|d^2y/dx^2\right|}=\left.\frac{\left[1+(-0.00625x)^2\right]^{3/2}}{\left|-0.00625\right|}\right|_{80}=223.61m$$

Cálculo de fuerza de fricción y normal en A:

Luego en A: $a_t = 0$ θ = 26.57° y ρ = 223.61m;

Aplicando la 2da.ley en la tangencial:

$\sum F_t = ma_t$: 800(9.81) sen26.57° - F_f = 800(0);

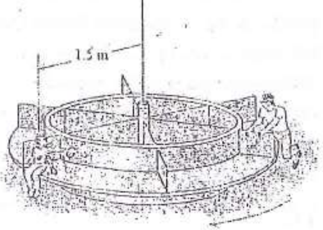
De donde: F_f = 3509.73 N = 3.51 kN;

En la dirección normal 2da.ley:

$$\sum F_n=ma_n: 800(9.81)\cos 26.57°-N=800\left(\frac{9^2}{223.61}\right);$$

De donde: N = 6729.67 N = 6.73 kN.

13.74 Una niña con masa de 25 kg está sentada en el borde del carrusel de manera que su centro de masa G está a una distancia de 1.5 m del eje de rotación. Si el movimiento angular de la plataforma es incrementado lentamente de manera que la componente tangencial de aceleración de la niña puede ser ignorada, determine la rapidez máxima que ella puede tener antes de empezar a resbalar hacia fuera del carrusel. El coeficiente de fricción estática entre la niña y el carrusel es μ_s = 0.3.



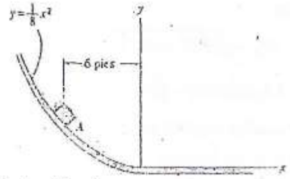
Solución: En la dirección tangencial la aceleración es nula.

En la dirección radial existe la fuerza inercial centrífuga y la fricción estática que están equilibrados:

Luego: $+\rightarrow\sum F_n=ma_n$; $0.3(25)9.81=25\left(\frac{v^2}{1.5}\right)$;

De donde: v = 2.10 m/s.

13.75 La maleta de 10 lb resbala hacia abajo por la rampa curva cuyo coeficiente de fricción cinética es μ_k = 0.2. Sin el instante en que alcanza el punto A tiene rapidez de 5 pies/s, determine la fuerza norma que actúa sobre la maleta y la razón de aumento de su rapidez.



Solución:

Cálculo del radio de curvatura en A:

Analizamos fuerzas normal y tangencial en la posición A.

De la figura por cálculo:

La curva es: $y=\frac{1}{8}x^2$;

Derivando: $\frac{dy}{dx}=\tan\theta=\left.\frac{1}{4}x\right|_{-6}=-1.5;\ \theta=-56.31°$;

Nuevamente derivando: $\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{4}$;

Tenemos el radio de curvatura en A:

$$\rho=\frac{\left[1+(dy/dx)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\left|d^2y/dx^2\right|}=\frac{\left[1+(-1.5)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{|0.25|}=23.436\,pies;$$

Cálculo de fuerza N y aceleración a_t:

Luego en la normal y tangencial se tiene;

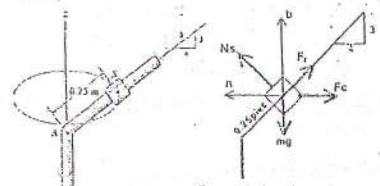
$$+\rightarrow\sum F_n=ma_n;\ N-10\cos 56.31°=\left(\frac{10}{32.2}\right)\left(\frac{(5)^2}{23.436}\right)$$

De donde: N = 5.8783 = 5.88 lb.

$$+\downarrow\sum F_t=ma_t;\ -0.2(5.8783)+10sen56.31°=\left(\frac{10}{32.2}\right)a_t$$

De donde: a_t = 23.0 pies/s².

13.76 El carrete S de 2 kg se ajusta con holgura en la barra inclinada cuyo coeficiente de fricción estática es μ_s = 0.2. Si el carrete está ubicado a 0.25 m de A, determine la rapidez mínima constante que puede tener de manera que no resbale hacia abajo por la barra.



Fuerzas sobre el pasador S

Solución: Para la posición de la figura.

Radio de curvatura: $\rho=0.25\left(\frac{4}{5}\right)=0.2m$;

Cálculo de la rapidez mínima v:

En la normal n equilibramos fricción y peso con la fuerza inercial centrífuga sobre el pasador:

$$+\leftarrow\sum F_n=ma_n;\ N_s\left(\frac{3}{5}\right)-0.2N_s\left(\frac{4}{5}\right)=2\left(\frac{v^2}{0.2}\right);$$

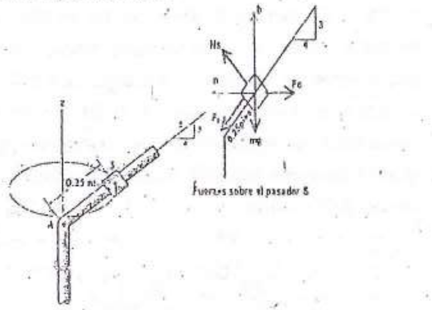
En la vertical la resultante es nula:

$$+\uparrow\sum F_b=ma_b;\ N_s\left(\frac{4}{5}\right)+0.2N_s\left(\frac{3}{5}\right)-2(9.81)=0;$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores:

Se tiene: N_s = 21.3N; v = 0.969 m/s.

13.77 El carrete S de 2 kg. se ajusta con holgura en la barra inclinada cuyo coeficiente de fricción estática es $\mu_S = 0.2$. Si el carrete está ubicado a 0.25 m de A, determine la rapidez máxima constante que puede tener para que no resbale hacia arriba por la barra.



Solución: En problema anterior encontrar la rapidez máxima.

Radio de curvatura: $\rho = 0.25\left(\frac{4}{5}\right) = 0.2m$

Cálculo de la rapidez máxima v:

En la normal n equilibramos fricción y peso con la fuerza inercial centrifuga sobre el pasador:

$$+\leftarrow \sum F_n = ma_n;\ N_s\left(\frac{3}{5}\right)+0.2N_s\left(\frac{4}{5}\right)=2\left(\frac{v^2}{0.2}\right);$$

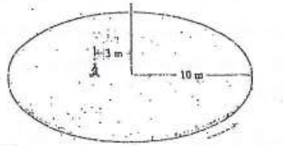
En la vertical la resultante es nula:

$$+\uparrow\sum F_b = ma_b;\ N_s\left(\frac{4}{5}\right)-0.2N_s\left(\frac{3}{5}\right)-2(9.81)=0$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores:

Se tiene: $N_s = 28.85N$; $v = 1.48m/s$.

13.78 El hombre tiene una masa de 80 kg. y está sentado a 3 m de centro de la plataforma en rotación. Debido a la rotación su rapidez aumenta desde el reposo en $dv/dt = 0.4\ m/s^2$. Si el coeficiente de fricción estática entre su ropa y la plataforma es $\mu_S = 0.3$, determine el tiempo requerido para que el hombre se deslice.



Solución:

Cálculo del tiempo que para deslizarse:

Aplicamos la 2da.ley en las direcciones tangencial y normal (radial).

Tangencial: $\sum F_t = ma_t$; $F_t = 80(0.4)$;

De donde: $F_t = 32$ N;

La normal: $\sum F_n = ma_n : F_n = (80)(v^2/3)$;

La resultante de estas fuerzas debe ser equilibrada por la fricción para evitar asi el deslizamiento.

Luego: $F = \mu_s N_m = \sqrt{(F_t)^2 + (F_n)^2}$;

Con valores: $0.3(80)(9.81) = \sqrt{(32)^2 + ((80)(v^2/3))^2}$;

Luego: $55432 = 1024 + (6400)(v^4/9)$;

De donde: v = 2.9575 m/s;

Cuando llega a esta velocidad estará a punto de deslizarse.

Como es un MRUV calculamos el tiempo para llegar a esta velocidad.

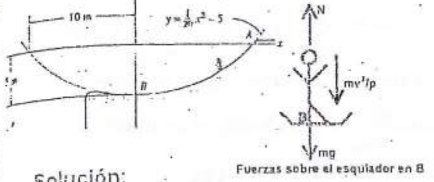
Como: $a_t = \frac{dv}{dt} = 0.4$; como parte del reposo;

Integramos: $\int_0^v dv = \int_0^t 0.4\,dt$;

Luego: v = 0.4 t; 2.9575 = 0.4 t;

De donde: t = 7.39seg.

13.79 La esquiadora parte del reposo en A(10 m, 0) y desciende por la pendiente lisa, la cual puede ser aproximada por una parábola. Si ella tiene una masa de 52 kg, determine la fuerza normal que ejerce sobre el terreno en el instante en que pasa por el punto B. Desprecie el tamaño de la esquiadora. Sugerencia: Use el resultado del problema 13-58.



Solución:

Cálculo del radio de curvatura en B:

Por cálculo: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{10}x$; $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{10}$;

Pendiente en B: $\tan\theta = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{0m} = 0$; $\theta = 0°$;

$$\rho = \frac{[1+(dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|} = \left.\frac{[1+(x/10)^2]^{3/2}}{|1/10|}\right|_{x=0m} = 10.0\ m;$$

Cálculo de la fuerza normal N en B:

Tangencial: $\sum F_t = ma_t$; $52(9.81)\text{sen}\theta = -52a_t$;

De donde: $a_t = -9.81\ \text{sen}\theta$;

$\sum F_n = ma_n : N - 52(9.81)\cos\theta = m(v^2/\rho)$ ..(1);

Por el problema 13-58: sabemos;

Sabemos: $v^2 = 2gh = 2(9.81)(5) = 98.1\ m^2/s^2$;

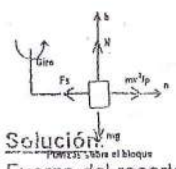
Como: $v^2 = 98.1\ m^2/s^2$. $\theta = 0°$ y $\rho = 10.0$ m;

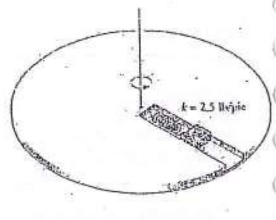
Reemplazando estos valores en (1):

$$N - 52(9.81)\cos 0° = 52\left(\frac{98.1}{10.0}\right);$$

De donde: N = 1020.24 N = 1.02 kN.

13.80 El bloque tiene un peso de 2 lb y puede moverse a lo largo de la ranura lisa hecha en el disco en rotación. El resorte tiene una rigidez de 2.5 lb/pie y longitud no alargada de 1.25 pies. Determine la fuerza del resorte sobre el bloque y la componente tangencial de fuerza que la ranura ejerce sobre el lado del bloque, cuando éste está en reposo con respecto al disco y cuando viaja a rapidez constante de 12 pies/s.





Solución:

Fuerza del resorte sobre el bloque:

La fuerza del resorte sobre el bloque se equilibra con la fuerza inercial centrifuga debido al giro.

$$\sum F_n = ma_n : F_s = \frac{2}{32.2}\left(\frac{12^2}{\rho}\right) ..(1);$$

Sabemos que: $F_s = k\delta$; $F_s = 25(\rho - 1.25)$;

Esto en (1): $25(32.2)(\rho^2 - 1.25\rho) = 288$;

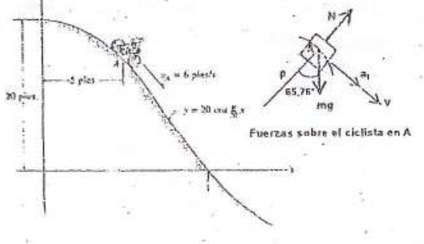
Operando: $\rho^2 - 1.25\rho - 3.58 = 0$;

Resolviendo: $\rho = 2.62$ pies;

Con esto la fuerza del resorte es:

$F_s = 2.5\ (2.62 - 1.25) = 3.425$ lb.

13.81 Si la bicicleta y la ciclista tienen un peso total de 180 lb, determine la fuerza normal resultante que actúa sobre la bicicleta cuando pasa por el punto A mientras desciende libremente a $v_A = 6$ pies/s. Calcule también el incremento en la rapidez de la bicicleta en este punto. Desprecie la resistencia debida al viento y el tamaño de la bicicleta y la ciclista.



Solución: Analizamos en instante A;

Cálculo del radio de curvatura en A:

Ecuación de curva: $y = 20\cos\left(\frac{\pi}{20}x\right)$;

Luego: $\frac{dy}{dx} = -\pi sen\left(\frac{\pi}{20}x\right)\Big|_{x=5pie} = -2.221$;

inclinación: $\theta = \tan^{-1}(-2.221) = -65.76°$;

También: $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{\pi^2}{20}\cos\left(\frac{\pi}{20}x\right)\Big|_{x=5pie} = -3.489$;

El radio es: $\rho = \left|\frac{\left[1+(-2.221)^2\right]^{3/2}}{-0.3489}\right| = 41.43\ pies$;

Cálculo de normal y aceleración en A:

2da.ley en tangencial;

$\downarrow + \sum F_t = ma_t$: $180 sen 65.76° = \frac{180}{32.2}a_t$;

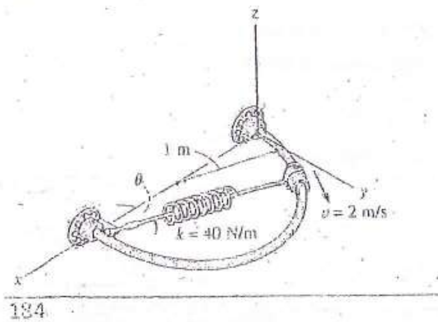
De donde: a_t = 29.4pies/s^2;

2da.ley en dirección normal;

$\downarrow + \sum F_n = ma_n$: $180\cos 65.76° - N = \frac{180}{32.2}\left(\frac{6^2}{41.43}\right)$;

De donde: N = 69.0 lb.

13.82 El collar tiene una masa de 5 kg y está obligado a moverse por una barra lisa circular que se encuentra en el plano horizontal. El resorte unido al collar tiene longitud no alargada de 200 m. Si en el instante θ = 30°, el collar tiene rapidez de v = 2 m/s, determine la magnitud de la fuerza normal de la barra sobre el collar y la aceleración de éste.



Solución:

Se analiza en el instante θ = 30°;

La fuerza que ejerce el resorte es:

$F_{sp} = k(l_f - l_0) = 40(2\cos 30° - 0.2) = 61.28N$;

Aceleración normal: $a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{2^2}{1} = 4\ m/s^2$;

Cálculo de Normal y aceleración en θ = 30°:

Fuerzas en la dirección vertical;

$\sum F_b = 0$: $N_b - 5(9.81) = 0$; $N_b = 49.05N$;

Fuerzas en la dirección tangencial;

$\sum F_t = ma_t$: 61.28sen 30° = 5a_t;

De donde: a_t= 6.128 m/s^2.

Fuerzas en la dirección normal;

$\sum F_n = ma_n$: 61.28cos30°-N_n=5(4)

De donde: N_n = 33.07 N;

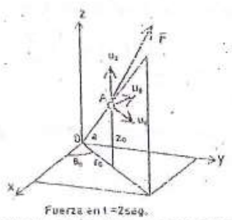
Con sus componentes la aceleración es:

$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{6.128^2 + 4^2} = 7.32\ m/s^2$;

Con sus componentes la Normal es:

$N = \sqrt{N_b^2 + N_n^2} = \sqrt{49.05 + 33.07^2} = 59.2\ N$.

13.83 Una partícula que tiene una masa de 1.5 kg se mueve a lo largo de una trayectoria definida por las ecuaciones r = (4 + 3t) m, θ = (t^2 + 2) rad, y z = (6 − t^3) m, donde t está en segundos. Determine las componentes r, θ y z de fuerza que la trayectoria ejerce sobre la partícula cuando t = 2 s.



Solución: Calculamos las componentes de la fuerza para el instante t = 2seg.

Radial: $r = 4 + 3t|_{t=2s} = 10m$; $\dot{r} = 3m/s$; $\ddot{r} = 0$;

En la dirección transversal:

$\theta = t^2 + 2$; $\dot{\theta} = 2t\Big|_{t=2s} = 4\ rad/s$; $\ddot{\theta} = 2\ rad/s^2$;

En la dirección vertical:

$z = 6 - t^3$; $\dot{z} = -3t^2$; $\ddot{z} = -6t\Big|_{t=2s} = -12\ m/s^2$;

Luego aceleraciones en las 3 direcciones:

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - 10(4)^2 = -160\ m/s^2$;

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 10(2) + 2(3)(4) = 44\ m/s^2$;

$a_z = \ddot{z} = -12\ m/s^2$;

Las fuerzas en las 3 direcciones por 2da.ley:

$\sum F_r = ma_r$; F_r = 1.5(-160) = -240 N;

$\sum F_\theta = ma_\theta$; F_θ = 1.5(44) = 66 N;

$\sum F_z = ma_z$: F_z - 1.5 (9.81) = 1.5(-12);

De donde: F_z=-3.285 N.

13.84 La trayectoria de movimiento de una partícula de 5 lb en el plano horizontal es descrita en términos de coordenadas polares como r = (2t + 1) pies y θ = (0.5t^2 − t) rad, donde t está en segundos. Determine la magnitud de la fuerza desbalanceada que actúa sobre la partícula cuando t = 2 s.

Solución: Analizamos las fuerzas en el instante t = 2seg.

Radial: $r = 2t + 1|_{t=2s} = 5pies$; $\dot{r} = 2\ pies/s$; $\ddot{r} = 0$;

En la dirección transversal:

$\theta = 0.5t^2 - t|_{t=2s} = 0\ rad$; $\dot{\theta} = t - 1|_{t=2s} = 1\ rad/s$;

$\ddot{\theta} = 1\ rad/s^2$;

Luego aceleraciones en las 2 direcciones:

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - 5(1)^2 = -5\ pies/s^2$;

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 5(1) + 2(2)(1) = 9\ pies/s^2$;

Las fuerzas en las 2 direcciones por 2da.ley:

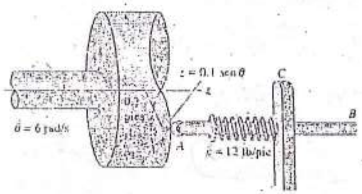
$\sum F_r = ma_r$: $F_r = \frac{5}{32.2}(-5) = -0.7764\ lb$;

$\sum F_\theta = ma_\theta$: $F_\theta = \frac{5}{32.2}(9) = 1.398\ lb$;

La magnitud de la fuerza es:

$F = \sqrt{F_r^2 + F_\theta^2} = \sqrt{(-0.7764)^2 + (1.398)^2} = 1.60\ lb$.

13.85 El seguidor AB sostenido por un resorte tiene un peso de 0.75 lb y se mueve en vaivén conforme su extremo rueda sobre la superficie contorneada de la leva, donde r = 0.2pies y z = (0.1 senθ) pies. Si la leva está girando a razón constante de 6 rad/s, determine la fuerza en el extremo A del seguidor cuando θ = 90°. En esta posición el resorte está comprimido en 0.4 pies. Desprecie la fricción en la chumacera C.



Solución:

Cálculo de fuerza en el seguidor en θ = 90°:

Dirección horizontal:

z = 0.1 sen θ; $\dot{z} = 0.1\cos\theta\,\dot{\theta}$;

$\ddot{z} = -0.1 sen\theta\,\dot{\theta}^2 + 0.1\cos\theta\,\ddot{\theta}$;

Giro angular constante: $\dot{\theta} = 6\ rad/s$;

De donde: $\ddot{\theta} = 0$;

Luego: $\ddot{z} = -0.1 sen 90°(6)^2 + 0.1\cos 90°(0) = -3.6 pies/seg.$;

Aplicamos la 2da.ley en Z con θ = 90°

$\sum F_z = ma_z$; $F_A - 12(z + 0.3) = m\ddot{z}$

$F_A - 12(0.1 sen\theta + 0.3) = \frac{0.75}{32.2}(-3.6 sen\theta)$

$F_A - 12(0.4) = \frac{0.75}{32.2}(-3.6)$

F_A = 4.716 lb.

Solución: Analizamos en instante A;

Cálculo del radio de curvatura en A:

Ecuación de curva: $y = 20\cos\left(\frac{\pi}{20}x\right)$;

Luego: $\frac{dy}{dx} = -\pi\, sen\left(\frac{\pi}{20}x\right)\Big|_{x=5pie} = -2.221$;

inclinación: $\theta = \tan^{-1}(-2.221) = -65.76°$;

También: $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{\pi^2}{20}\cos\left(\frac{\pi}{20}x\right)\Big|_{x=5ft} = -3.489$;

El radio es: $\rho = \left|\frac{[1+(-2.221)^2]^{3/2}}{-0.3489}\right| = 41.43\ pies$

Cálculo de normal y aceleración en A:

2da.ley en tangencial;

$\downarrow + \sum F_t = ma_t$: $180 sen 65.76° = \frac{180}{32.2}a_t$;

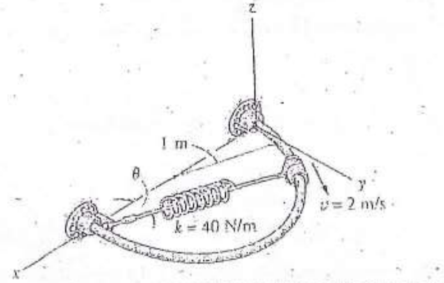
De donde: $a_t = 29.4 pies/s^2$;

2da.ley en dirección normal;

$\downarrow + \sum F_n = ma_n$: $180\cos 65.76° - N = \frac{180}{32.2}\left(\frac{6^2}{41.43}\right)$;

De donde: N = 69.0 lb.

13.82 El collar tiene una masa de 5 kg y está obligado a moverse por una barra lisa circular que se encuentra en el plano horizontal. El resorte unido al collar tiene longitud no alargada de 200 m. Si en el instante θ = 30°, el collar tiene rapidez de v = 2 m/s, determine la magnitud de la fuerza normal de la barra sobre el collar y la aceleración de éste.



Solución:

Se analiza en el instante θ = 30°;

La fuerza que ejerce el resorte es:

$F_{sp} = k(l_f - l_0) = 40(2\cos 30° - 0.2) = 61.28N$;

Aceleración normal: $a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{2^2}{1} = 4\,m/s^2$;

Cálculo de Normal y aceleración en θ = 30°:

Fuerzas en la dirección vertical;

$\sum F_b = 0$: $N_b - 5(9.81) = 0$; $N_b = 49.05N$;

Fuerzas en la dirección tangencial;

$\sum F_t = ma_t$: $61.28 sen\ 30° = 5a_t$;

De donde: $a_t = 6.128\ m/s^2$.

Fuerzas en la dirección normal;

$\sum F_n = ma_n$: $61.28\cos 30° - N_n = 5(4)$

De donde: $N_n = 33.07$ N;

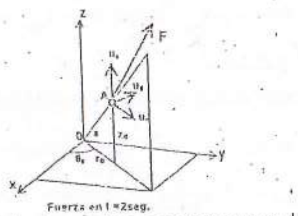
Con sus componentes la aceleración es:

$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{6.128^2 + 4^2} = 7.32\ m/s^2$;

Con sus componentes la Normal es:

$N = \sqrt{N_b^2 + N_n^2} = \sqrt{49.05 + 33.07^2} = 59.2\,N$.

13.83 Una partícula que tiene una masa de 1.5 kg se mueve a lo largo de una trayectoria definida por las ecuaciones r = (4 + 3t) m, θ = (t² + 2) rad, y z = (6 – t³) m, donde t está en segundos. Determine las componentes r, θ y z de fuerza que la trayectoria ejerce sobre la partícula cuando t = 2 s.



Fuerza en t =2seg.

Solución: Calculamos las componentes de la fuerza para el instante t = 2seg.

Radial: $r = 4 + 3t|_{t=2s} = 10m$; $\dot r = 3\,m/s$; $\ddot r = 0$;

En la dirección transversal:

$\theta = t^2 + 2$; $\dot\theta = 2t\big|_{t=2s} = 4\,rad/s$; $\ddot\theta = 2\,rad/s^2$;

En la dirección vertical:

$z = 6 - t^3$; $\dot z = -3t^2$; $\ddot z = -6t\big|_{t=2s} = -12\ m/s^2$;

Luego aceleraciones en las 3 direcciones:

$a_r = \ddot r - r\dot\theta^2 = 0 - 10(4)^2 = -160\ m/s^2$;

$a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta = 10(2) + 2(3)(4) = 44\,m/s^2$;

$a_z = \ddot z = 12\,m/s^2$;

Las fuerzas en las 3 direcciones por 2da.ley:

$\sum F_r = ma_r$; $F_r = 1.5(-160) = -240$ N;

$\sum F_\theta = ma_\theta$; $F_\theta = 1.5(44) = 66$ N;

$\sum F_z = ma_z$: $F_z - 1.5(9.81) = 1.5(-12)$;

De donde: $F_z = -3.285$ N.

13.84 La trayectoria de movimiento de una partícula de 5 lb en el plano horizontal es descrita en términos de coordenadas polares como r = (2t + 1) pies y θ = (0.5t² – t) rad, donde t está en segundos. Determine la magnitud de la fuerza desbalanceada que actúa sobre la partícula cuando t = 2 s.

Solución: Analizamos las fuerzas en el instante t = 2seg.

Radial: $r = 2t + 1|_{t=2s} = 5pies$; $\dot r = 2\,pies/s$; $\ddot r = 0$;

En la dirección transversal:

$\theta = 0.5t^2 - t|_{t=2s} = 0\,rad$; $\dot\theta = t - 1|_{t=2s} = 1\,rad/s$;

$\ddot\theta = 1\,rad/s^2$;

Luego aceleraciones en las 2 direcciones:

$a_r = \ddot r - r\dot\theta^2 = 0 - 5(1)^2 = -5\,pies/s^2$;

$a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta = 5(1) + 2(2)(1) = 9\,pies/s^2$;

Las fuerzas en las 2 direcciones por 2da.ley:

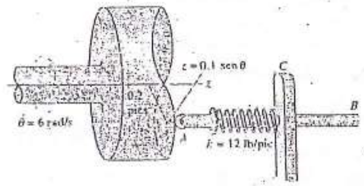
$\sum F_r = ma_r$: $F_r = \frac{5}{32.2}(-5) = -0.7764\ lb$;

$\sum F_\theta = ma_\theta$: $F_\theta = \frac{5}{32.2}(9) = 1.398\ lb$;

La magnitud de la fuerza es:

$F = \sqrt{F_r^2 + F_\theta^2} = \sqrt{(-0.7764)^2 + (1.398)^2} = 1.60\,lb$.

13.85 El seguidor AB sostenido por un resorte tiene un peso de 0.75 lb y se mueve en vaivén conforme su extremo rueda sobre la superficie contorneada de la leva, donde r = 0.2pies y z = (0.1 senθ) pies. Si la leva está girando a razón constante de 6 rad/s, determine la fuerza en el extremo A del seguidor cuando θ = 90°. En esta posición el resorte está comprimido en 0.4 pies. Desprecie la fricción en la chumacera C.



Solución:

Cálculo de fuerza en el seguidor en θ = 90°:

Dirección horizontal:

$z = 0.1\ sen\ \theta$; $\dot z = 0.1\cos\theta\,\dot\theta$;

$\ddot z = -0.1 sen\theta\,\dot\theta^2 + 0.1\cos\theta\,\ddot\theta$;

Giro angular constante: $\dot\theta = 6\,rad/s$;

De donde: $\ddot\theta = 0$;

Luego: $\ddot z = -0.1 sen 90°(6)^2 + 0.1\cos 90°(0) = -3.6\,pies/seg.$;

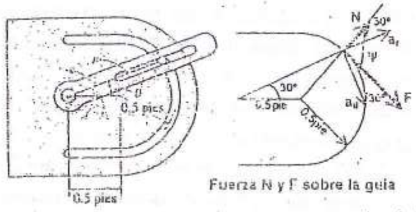
Aplicamos la 2da.ley en Z con θ = 90°

$\sum F_z = ma_z$: $F_A - 12(z + 0.3) = m\ddot z$

$F_A - 12(0.1 sen\theta + 0.3) = \frac{0.75}{32.2}(-3.6 sen\theta)$

$F_A - 12(0.4) = \frac{0.75}{32.2}(-3.6)$

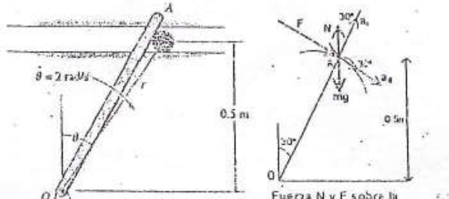
$F_A = 4.716$ lb.



Fuerza N y F sobre la guia

Solución: Analizamos para θ = 30°;
Para la dirección radial se tiene:
Por geometría: r = 2(0.5 cos θ) = cos θ;
Derivando: $\dot{r} = -sen\,\theta\dot{\theta}$;
Derivando otra vez: $\ddot{r} = -\cos\theta\dot{\theta}^2 - sen\theta\ddot{\theta}$;
Luego para 30°; r = 1 cos 30° = 0.8660pies;
$\dot{r} = -sen30°(4) = -2\,pie/s$;
$\ddot{r} = -\cos 30°(4)^2 - sen30°(8) = -17.856\,pie/s^2$
Para la dirección angular se tiene:
$\theta = 30°$, $\dot{\theta} = 4\,rad/s$ y $\ddot{\theta} = 8\,rad/s^2$;
Con esto la aceleración radial y transversal:
$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -17.856 - 0.8660(4)^2 = -31.713\,pie/s^2$;
$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0.8660(8) + 2(-2)(4) = -9.072\,ft/s^2$;
Sea la 2da.ley en la dirección radial;
$\rightarrow + \sum F_r = ma_r$: $N\cos 30° = \frac{0.5}{32.2}(-31.713)$; $N = 0.5686\,lb$
Sea la 2da.ley en la dirección transversal;
$+\leftarrow \sum F_\theta = ma_\theta$: $F - 0.5686\,sen30° = \frac{0.5}{32.2}(-9.072)$
De donde: F = 0.14343 lb.

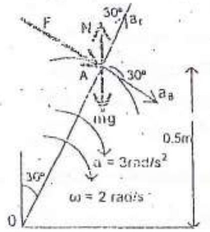
13.91 La partícula tiene una masa de 0.5 kg y está obligada a moverse a lo largo de la ranura lisa horizontal debido a la rotación del brazo OA. Determine la fuerza de la barra sobre la partícula y la fuerza normal de la ranura sobre la partícula cuando θ = 30°. La barra está girando con velocidad angular constante θ = 2 rad/s. Suponga que la partícula está en contacto con sólo un lado de la ranura en cualquier instante.



Fuerza N y F sobre la partícula

Solución:
Cálculo de F y N sobre partícula:
Análisis para instante que θ = 30°;
En la dirección radial:
$r = \frac{0.5}{\cos\theta} = 0.5\sec\theta$; $\dot{r} = 0.5\sec\theta\tan\theta\dot{\theta}$;
$\ddot{r} = 0.5\left\{\left[(\sec\theta\tan\theta\dot{\theta})\tan\theta + \sec\theta(\sec^2\theta\dot{\theta})\right]\dot{\theta} + \sec\theta\tan\theta\ddot{\theta}\right\}$
$\ddot{r} = 0.5\left[\sec\theta\tan^2\theta\dot{\theta}^2 + \sec^3\theta\dot{\theta}^2 + \sec\theta\tan\theta\ddot{\theta}\right]$;
Por dato; $\theta = 30°$, $\dot{\theta} = 2\,rad/s$ y $\ddot{\theta} = 0$; con esto;
r = 0.5 sec30° = 0.5774m;
$\dot{r} = 0.5\sec 30°\tan 30°(2) = 0.6667\,m/s$;
$\ddot{r} = 0.5[sen30°\tan^2 30°(2)^2 + sen^3 30°(2)^2 + sen30°\tan 30°(0)]$;
De donde; $d^2r/dt^2 = 3.849\,m/s^2$;
Con esto la aceleración radial y transversal:
$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 3.849 - 0.5774(2)^2 = 1.540\,m/s^2$;
$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0.5774(0) + 2(0.6667)(2) = 2.667\,m/s^2$;
Sea la 2da.ley en la dirección radial;
$\rightarrow + \sum F_r = ma_r$;
N cos 30° -0.5 (9.81) cos 30° = 0.5 (1.540);
De donde: N = 5.79 N;
$+ \rightarrow \sum F_\theta = ma_\theta$;
F+ 0.5 (9.81)sen30°-5.79sen30° =0.5(2.667);
De donde: F = 1.78 N.

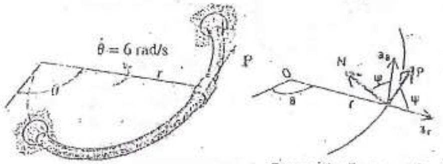
13.92 Resuelva el problema 13-91 si el brazo tiene aceleración angular de θ = 3 rad/s² y θ = 2 rad/s en este instante. Suponga que la partícula está en contacto con sólo un lado de la ranura en cualquier instante.



Fuerza N y F sobre la partícula

Solución: Problema anterior con aceleración angular de $d^2\theta/dt^2 = 3rad/s^2$;
Cálculo de F y N sobre partícula:
Análisis para instante que θ = 30°;
En la dirección radial:
$r = \frac{0.5}{\cos\theta} = 0.5\sec\theta$; $\dot{r} = 0.5\sec\theta\tan\theta\dot{\theta}$;
$\ddot{r} = 0.5\left[\sec\theta\tan^2\theta\dot{\theta}^2 + \sec^3\theta\dot{\theta}^2 + \sec\theta\tan\theta\ddot{\theta}\right]$;
Por dato; $\theta = 30°$, $\dot{\theta} = 2\,rad/s$ y $\ddot{\theta} = 3rad/s^2$;
Con esto; r = 0.5 sec30° = 0.5774m;
$\dot{r} = 0.5\sec 30°\tan 30°(2) = 0.6667\,m/s$;
$\ddot{r} = 0.5[sen30°\tan^2 30°(2)^2 + sen^3 30°(2)^2 + sen30°\tan 30°(3)]$;
De donde; $d^2r/dt^2 = 4.849\,m/s^2$;
Con esto la aceleración radial y transversal:
$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 4.849 - 0.5774(2)^2 = 2.5396\,m/s^2$;
$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0.5774(3) + 2(0.6667)(2) = 4.399\,m/s^2$;
Sea la 2da.ley en la dirección radial;
$\rightarrow + \sum F_r = ma_r$;
N cos 30° -0.5 (9.81) cos 30° = 0.5 (2.5396);
De donde: N = 6.3712 N;
$+ \rightarrow \sum F_\theta = ma_\theta$;
F+ 0.5 (9.81)sen30°-6.37sen30° =0.5(4.399);
De donde: F = 2.93 N.

13.93 El manguito, que tiene una masa de 2 kg, se desliza a lo largo de la barra lisa horizontal, r = (0.4θ) m, donde θ está en radianes. Si su razón angular de rotación es constante e igual a θ = 6 rad/s, determine la fuerza P horizontal tangencial necesaria para producir el movimiento y la componente de fuerza horizontal normal que el manguito ejerce sobre la barra en el instante θ = 45°.

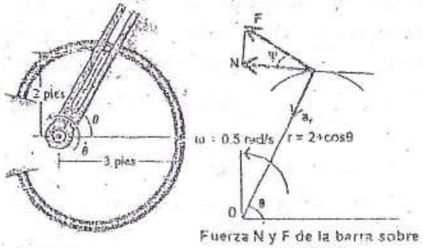


Fuerza N y F en pasador

Solución:
Cálculo de P y N sobre partícula:
Análisis para instante que θ = 45°;
En la dirección radial:
$r = 0.4\theta$; $\dot{r} = 0.4\dot{\theta}$; $\ddot{r} = 0.4\ddot{\theta}$;
Como: $\theta = 45° = (\pi/4)\,rad$; $\dot{\theta} = 6rad/s$ y $\ddot{\theta} = 0$;
$r = 0.4\left(\frac{\pi}{4}\right)m$; $\dot{r} = 0.4(6) = 2.4\,m/s$; $\ddot{r} = 0.4(0) = 0$
Con esto la aceleración radial y transversal:
$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - (0.1)\pi(6)^2 = -11.310\,m/s^2$;
$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = (0.1)\pi(0) + 2(2.4)(6) = 28.8\,m/s^2$;
El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;
$\tan\psi = \frac{r}{dr/d\theta} = \frac{0.4\theta}{0.4} = \theta = \frac{\pi}{4}$; $\psi = \tan^{-1}\frac{\pi}{4} = 38.146°$
Sea la 2da.ley en la dirección radial;
$+ \rightarrow \sum F_r = m_r$;
Pcos38.15° - N cos 51.85° = 2(-11.310)..(1);
Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

$+\leftarrow \Sigma F_\theta = m_\theta$;
P sen 38.15° + N sen 51.85° = 2(28.8)..(2);
Resolviendo (1) y (2) tenemos;
N = 59.3 N; P = 17.8 N;

13.94 La barra ranurada se usa para mover la partícula lisa de 2 lb alrededor de la trayectoria horizontal en forma de caracol, r = (2 + cos θ) pies. Si en todo momento θ = 0.5 rad/s, determine la fuerza que la barra ejerce sobre la partícula en el instante θ = 90°. La barra y la trayectoria entran en contacto con la partícula por un solo lado.



Fuerza N y F de la barra sobre la partícula

Solución
Cálculo de F y N sobre partícula:
Análisis para instante que θ = 90°;
En la dirección radial:

r = 2 + cosθ; $\dot{r}=-sen\theta\,\dot{\theta}$; $\ddot{r}=-\cos\theta\,\dot{\theta}^2-sen\theta\,\ddot{\theta}$;

Por dato: $\theta=90°$; $\dot{\theta}=0.5rad/s$ y $\ddot{\theta}=0$;
r = 2 + cos90° = 2 pies;

$\dot{r}=-sen90°(0.5)=-0.5pies/s$;

$\ddot{r}=-\cos90°(0.5)^2-sen90°(0)=0$;

Con esto la aceleración radial y transversal:

$a_r=\ddot{r}-r\dot{\theta}^2=0-2(0.5)^2=-0.5pies/s^2$;

$a_\theta=r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta}=2(0)+2(-0.5)(0.5)=-0.5pies/s^2$;

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

$\tan\psi=\dfrac{r}{dr/d\theta}=\dfrac{2+\cos\theta}{-sen\theta}\Big|_{\theta=90°}=-2$; $\psi=\tan^{-1}(-2)=-63.43°$

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$+\uparrow\Sigma F_r=ma_r$; $-N\cos26.57°=\dfrac{2}{32.2}(-0.5)$;

De donde: N = 0.034723 lb.

Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

$+\leftarrow\Sigma F_\theta=ma_\theta$; $F-0.03472sen26.57°=\dfrac{2}{32.2}(-0.5)$

De donde: F = -0.0155 lb.

13.95 Resuelva el problema 13-94 en el instante θ = 60°.

Solución: Lo anterior para θ = 60°;
Cálculo de F y N sobre particula:
Análisis para instante que θ = 60°;
En la dirección radial:

r = 2 + cosθ; $\dot{r}=-sen\theta\,\dot{\theta}$; $\ddot{r}=-\cos\theta\,\dot{\theta}^2-sen\theta\,\ddot{\theta}$;

Por dato: $\theta=60°$; $\dot{\theta}=0.5rad/s$ y $\ddot{\theta}=0$;
r = 2 + cos60° = 2.5 pies;

$\dot{r}=-sen60°(0.5)=-0.4330pies/s$;

$\ddot{r}=-\cos60°(0.5)^2-sen60°(0)=-0.125pies/s^2$;

Con esto la aceleración radial y transversal:

$a_r=\ddot{r}-r\dot{\theta}^2=-0.125-2.5(0.5)^2=-0.75pies/s^2$;

$a_\theta=r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta}=2(0)+2(-0.433)(0.5)=-0.433pies/s^2$;

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

$\tan\psi=\dfrac{r}{dr/d\theta}=\dfrac{2+\cos\theta}{-sen\theta}\Big|_{\theta=60°}=-2.887$; $\psi=-70.89°$

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$+\uparrow\Sigma F_r=ma_r$; $-N\cos19.11°=\dfrac{2}{32.2}(-0.75)$;

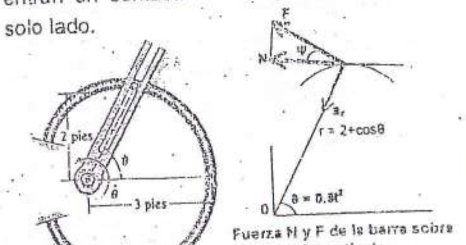
De donde: N = 0.04930 lb.
Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

$+\leftarrow\Sigma F_\theta=ma_\theta$; $F-0.04930sen19.11°=\dfrac{2}{32.2}(-0.433)$

De donde: F = -0.0108 lb.

13.96 La barra ranurada se usa para mover la partícula lisa de 2 lb alrededor de la trayectoria horizontal en forma de caracol, r

= (2 + cos θ) pies. Si θ = (0.5t²) rad, donde t está en segundos, determine la fuerza que la barra ejerce sobre la partícula en el instante t = 1 s. La barra y la trayectoria entran en contacto con la partícula por un solo lado.



Fuerza N y F de la barra sobre la particula

Solución:
Cálculo de F y N sobre partícula:
Análisis para instante que t = 1seg.;
En la dirección radial y transversal:
Posición: r = 2 + cosθ; θ = 0.5 t²;

Derivando: $\dot{r}=-sen\theta\,\dot{\theta}$; $\dot{\theta}=t$;

Otra vez: $\ddot{r}=-\cos\theta\,\dot{\theta}^2-sen\theta\,\ddot{\theta}$; $\ddot{\theta}=1\,rad/s^2$;

Por dato sabemos;

$t=1s$, $\theta=0.5rad$, $\dot{\theta}=1\,rad/s$ y $\ddot{\theta}=1\,rad/s^2$;

Entonces: r = 2 + cos 0.5 = 2.8776 pies;

$\dot{r}=-sen0.5(1)=-0.4794pies/s$;

$\ddot{r}=-\cos0.5(1)^2-sen0.5(1)=-1.357pies/s^2$;

Con esto la aceleración radial y transversal:

$a_r=\ddot{r}-r\dot{\theta}^2=-1.357-2.8776(1)^2=-4.2346pie/s^2$;

$a_\theta=r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta}=2.8776(1)+2(-0.4794)(1)=1.9187pie/s^2$;

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

$\tan\psi=\dfrac{r}{dr/d\theta}=\dfrac{2+\cos\theta}{-sen\theta}\Big|_{0.5}=-6.0027$; $\psi=-80.54°$

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$+\uparrow\Sigma F_r=ma_r$; $-N\cos9.46°=\dfrac{2}{32.2}(-4.2346)$;

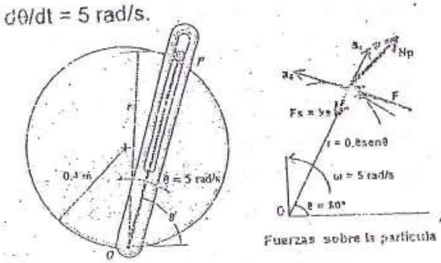
De donde: N = 0.2666 lb.

Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

$+\rightarrow\Sigma F_\theta=ma_\theta$; $F-0.2666sen9.46°=\dfrac{2}{32.2}(1.9187)$

De donde: F = -0.163 lb.

13.97 La partícula lisa tiene una masa de 80 g. Está unida a una cuerda elástica que se extiende de O a P y debido a la guía de brazo rasurado se mueve por la trayectoria circular horizontal r = (0.8 sen θ) m. Si la cuerda tiene rigidez k = 30 N/m y longitud sin deformar de 0.25 m, determine la fuerza de la guía sobre la partícula cuando θ = 60°. La guía tiene velocidad angular constante de dθ/dt = 5 rad/s.



Fuerzas sobre la partícula

Solución:
Cálculo de la fuerza F sobre la partícula:
Análisis para instante que θ = 60°;
En la dirección radial y transversal:

r = 0.8 senθ; $\dot{r}=0.8\cos\theta\,\dot{\theta}$;

$\ddot{r}=-0.8\,sen\theta(\dot{\theta})^2+0.8\cos\theta\,\ddot{\theta}$

Sabemos que; $\dot{\theta}=5rad/s$, $\ddot{\theta}=0$;
θ = 60°; r =0.8 sen60° = 0.6928m;

Con esto: $\dot{r}=2m/s$; $\ddot{r}=-17.321m/s^2$;
Con esto la aceleración radial y transversal:

$a_r=\ddot{r}-r(\dot{\theta})^2=-17.321-0.6928(5)^2=-34.641m/s^2$

$a_\theta=r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta}=0+2(2)(5)=20m/s^2$;

La fuerza elástica es;
F_s = ks; F_s = 30(0.6928 – 0.25) = 13.284N;
Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$\rightarrow + \sum F_r = ma_r$;

$-13.284 + N_P \cos 30° = 0.08\,(-34.641)$;

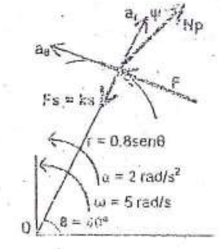
Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

$\leftarrow + \sum F_\theta = ma_\theta$; $F - N_P \,\text{sen}\, 30° = 0.08(20)$;

De las dos ecuaciones anteriores tenemos;

$F = 7.67$ N; $N_P = 12.1$ N

13.98 Resuelva el problema 13-97 si $d^2\theta/dt^2 = 2$ rad/s² cuando $d\theta/dt = 5$ rad/s y $\theta = 60°$.



Fuerzas sobre la partícula

Solución:

Cálculo de la fuerza F sobre la partícula:

Análisis para instante que $\theta = 60°$;

En la dirección radial y transversal:

$r = 0.8\,\text{sen}\theta$; $\dot r = 0.8\cos\theta\,\dot\theta$;

$\ddot r = -0.8\,\text{sen}\,\theta(\dot\theta)^2 + 0.8\cos\theta\,\ddot\theta$

Sabemos que: $\dot\theta = 5rad/s$, $\ddot\theta = 2rad/s^2$;

$\theta = 60°$; $r = 0.8\,\text{sen}60° = 0.6928$m;

Con esto: $\dot r = 2m/s$; $\ddot r = -16.521m/s^2$;

Con esto la aceleración radial y transversal:

$a_r = \ddot r - r(\dot\theta)^2 = -16.521 - 0.6928(5)^2 = -33.841m/s^2$;

$a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta = 0.6928(2) + 2(2)(5) = 21.386m/s^2$;

La fuerza elástica es;

$F_s = ks$; $F_s = 30(0.6928 - 0.25) = 13.284$N;

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$\rightarrow + \sum F_r = ma_r$;

$-13.284 + N_P \cos 30° = 0.08\,(-33.841)$;

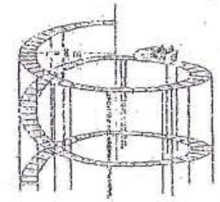
Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

$\leftarrow + \sum F_\theta = ma_\theta$; $F - N_P\,\text{sen}\,30° = 0.08(21.386)$;

De las dos ecuaciones anteriores tenemos;

$F = 7.82$ N; $N_P = 12.2$ N

13.99 Por un corto tiempo, el carruaje de 250 kg está viajando por la vía en espiral de tal modo que su posición medida desde la parte superior de la vía tiene componentes $r = 8$ m, $\theta = (0.1t + 0.5)$ rad y $z = (-0.2t)$ m, donde t está en segundos. Determine las magnitudes de las componentes de fuerza que la vía ejerce sobre el carruaje en las direcciones r, θ y z en el instante t = 2 s. Desprecie el tamaño del vehículo.



Solución: Análisis para instante t = 2s;

Cálculo de componentes de F en carruaje:

Para el instante t = 2s;

En dirección transversal;

$\theta = 0.1t + 0.5|_{2s} = 0.700rad$; $\dot\theta = 0.100rad/s$; $\ddot\theta = 0$;

En dirección vertical;

$z = 0.2t|_{2s} = -0.400m$; $\dot z = -0.200m/s$; $\ddot z = 0$;

Con esto la aceleración radial y transversal:

$a_r = \ddot r - r\dot\theta^2 = 0 - 8(0.100^2) = -0.0800\,m/s^2$;

$a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta = 8(0) + 2(0)\,(0.100) = 0$;

La aceleración vertical: $a_z = \ddot z = 0$;

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$\sum F_r = ma_r$: $F_r = 250\,(-0.0800) = -20.0$ N;

Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

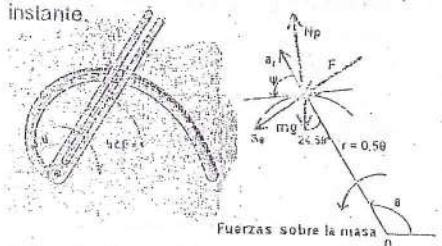
$\sum F_\theta = ma_\theta$: $F_\theta = 250\,(0) = 0$;

Sea la 2da.ley en la dirección vertical;

$\sum F_z = ma_z$: $F_z - 250\,(9.81) = 250(0)$;

De donde: $F_z = 2452.5$ N = 2.4525 kN.

13.100 Usando una barra ranurada, un cilindro liso C que tiene masa de 0.5 kg es forzado a moverse a lo largo de la trayectoria vertical ranurada $r = (0.5\,\theta)$ m, donde θ está en radianes. Si la posición angular del brazo es $\theta = (0.5t^2)$ rad, donde t está en segundos, determine la fuerza de la barra sobre el cilindro y la fuerza normal de la ranura sobre el cilindro en el instante t = 2s. El cilindro está en contacto con sólo un borde de la barra y la ranura en cualquier instante.



Fuerzas sobre la masa

Solución: Para el instante t = 2seg.

Cálculo de la fuerza F sobre la partícula:

Análisis para instante que t = 2seg;

En la dirección radial y transversal:

$r = 0.5\theta$; $\dot r = 0.5\dot\theta$; $\ddot r = 0.5\ddot\theta$;

$\theta = 0.5t^2$; $\dot\theta = t$; $\ddot\theta = 1$;

Para el instante; t = 2s,

$\theta = 2rad = 114.59°$; $\dot\theta = 2rad/s$; $\ddot\theta = 1rad/s^2$;

$r = 1m$; $\dot r = 1\,m/s$; $\ddot r = 0.5m/s^2$;

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

$\tan\psi = \dfrac{r}{dr/d\theta} = \dfrac{0.5(2)}{0.5}$; $\psi = \tan^{-1}(2) = 63.43°$;

Con esto la aceleración radial y transversal:

$a_r = \ddot r - r\dot\theta^2 = 0.5 - 1(2)^2 = -3.5m/s^2$;

$a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta = 1(1) + 2(1)(2) = 5m/s^2$;

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$+ \leftarrow \sum F_r = ma_r$;

$N_C \cos 26.57° - (0.5)9.81\cos 24.59° = 0.5(-3.5)$;

De donde: $N_C = 3.030 = 3.03$ N;

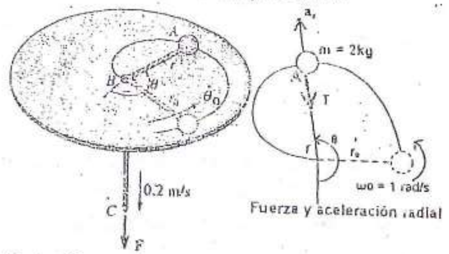
Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

$+ \leftarrow\ \sum F_\theta = m_\theta$;

$F - 3.030\,\text{sen}26.57° + 4.905\,\text{sen}24.59° = 0.5(5)$;

De donde: $F = 1.81$ N.

13.101 La bola tiene una masa de 2 kg y tamaño insignificante. Originalmente está viajando alrededor de la trayectoria circular horizontal de radio $r_0 = 0.5$ m de tal manera que la razón angular de rotación es $d\theta_0/dt = 1$ rad/s. Si la cuerda ABC unida es jalada hacia abajo por el agujero a rapidez constante de 0.2 m/s, determine la tensión que la cuerda ejerce sobre la bola en el instante r = 0.25 m. Calcule también la velocidad angular de la bola en este instante. Desprecie los efectos de la fricción entre la bola y el plano horizontal. **Sugerencia:** Muestre primero que la ecuación de movimiento en la dirección θ da $a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta = (1/r)(d(r^2\dot\theta)/dt) = 0$. Al integrar, $r^2\dot\theta = c$, donde la constante c es determinada a partir de los datos del problema.



Fuerza y aceleración radial

Solución:

Cálculo de tensión en la cuerda en r = 0.25m:

Como gira a velocidad constante y se le jala con una fuerza radial, entonces en la dirección transversal la fuerza resultante es nula. Sea la 2da.ley en la transversal;

$\sum F_\theta = ma_\theta;\ 0 = m\left[r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right] = m\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})\right] = 0$;

De donde: $d\left(r^2\dot{\theta}\right) = 0$; integrando; $r^2\dot{\theta} = C$;

Para r_0 = 0.5m y r = 0.25m;

Se tiene: $(0.5)^2(1) = c = (0.25)^2\dot{\theta}$;

De donde para r = 0.25m: $\dot{\theta} = 4.00\ rad/s$;

Como jalamos a velocidad de 0.2m/s;

Entonces: $\dot{r} = -0.2\ m/s$; $\ddot{r} = 0$;

Con esto la aceleración radial es;

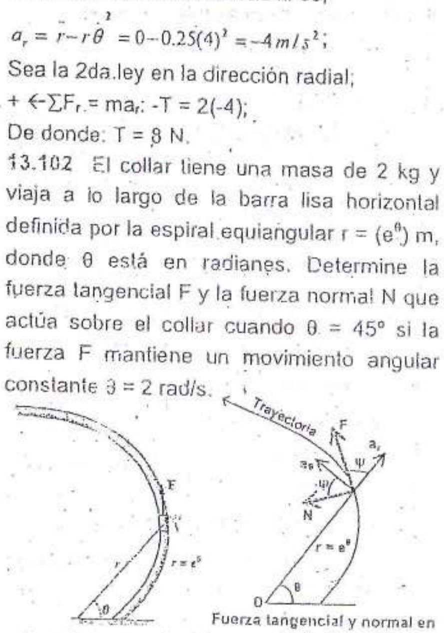
$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - 0.25(4)^2 = -4\ m/s^2$;

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$+\leftarrow \sum F_r = ma_r$: -T = 2(-4);

De donde: T = 8 N.

13.102 El collar tiene una masa de 2 kg y viaja a lo largo de la barra lisa horizontal definida por la espiral equiangular r = (e^θ) m, donde θ está en radianes. Determine la fuerza tangencial F y la fuerza normal N que actúa sobre el collar cuando θ = 45° si la fuerza F mantiene un movimiento angular constante $\dot{\theta}$ = 2 rad/s.



Fuerza tangencial y normal en el collar

Solución:

Cálculo de la fuerza F y N sobre el collar:

Análisis para instante que θ = 45°;

En la dirección radial y transversal:

Radial; $r = e^\theta$; $\dot{r} = e^\theta\dot{\theta}$; $\ddot{r} = e^\theta(\dot{\theta})^2 + e^\theta\ddot{\theta}$;

Ratio angular constante: $\dot{\theta} = 2\ rad/s$; $\ddot{\theta} = 0$;

Para; θ = 45°; tenemos;

r = 2.19328m; $\dot{r} = 4.38656\ m/s$; $\ddot{r} = 8.77312\ m/s^2$;

Con esto la aceleración radial y transversal:

$a_r = \ddot{r} - r(\dot{\theta})^2 = 8.77312 - 2.19328(2)^2 = 0$;

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 2(4.38656)(2) = 17.5462\ m/s^2$;

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

$\tan\psi = \frac{r}{dr/d\theta} = e^\theta/e^\theta = 1$; Luego; ψ = 45°;

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$\rightarrow+ \sum F_r = ma_r$;

-N cos45° + F cos 45° = 2(0)..(1);

Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

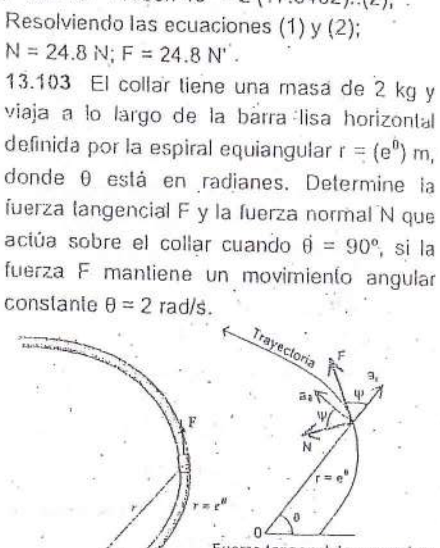
$\leftarrow+ \sum F_\theta = ma_\theta$;

F sen 45° + N sen 45° = 2 (17.5462)..(2);

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2);

N = 24.8 N; F = 24.8 N.

13.103 El collar tiene una masa de 2 kg y viaja a lo largo de la barra lisa horizontal definida por la espiral equiangular r = (e^θ) m, donde θ está en radianes. Determine la fuerza tangencial F y la fuerza normal N que actúa sobre el collar cuando θ = 90°, si la fuerza F mantiene un movimiento angular constante θ = 2 rad/s.



Fuerza tangencial y normal en el collar

Solución: Resolver lo anterior para θ = 90°;

Cálculo de la fuerza F y N sobre el collar:

Análisis para instante que θ = 45°;

En la dirección radial y transversal:

Radial; $r = e^\theta$; $\dot{r} = e^\theta\dot{\theta}$; $\ddot{r} = e^\theta(\dot{\theta})^2 + e^\theta\ddot{\theta}$;

Ratio angular constante: $\dot{\theta} = 2\ rad/s$; $\ddot{\theta} = 0$;

Para; θ = 90°; tenemos;

r = 4.8105m; $\dot{r} = 9.621\ m/s$; $\ddot{r} = 19.242\ m/s^2$;

Con esto la aceleración radial y transversal:

$a_r = \ddot{r} - r(\dot{\theta})^2 = 19.242 - 4.8105(2)^2 = 0$;

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 2(9.6210)(2) = 38.4838\ m/s^2$;

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

$\tan\psi = \frac{r}{dr/d\theta} = e^\theta/e^\theta = 1$; Luego; ψ = 45°;

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$\rightarrow+ \sum F_r = ma_r$;

-N cos45° + F cos 45° = 2(0)..(1);

Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

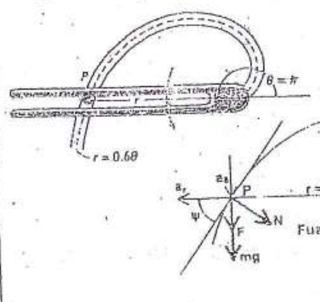
$\leftarrow+ \sum F_\theta = ma_\theta$;

F sen 45° + N sen 45° = 2 (38.4838)..(2);

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2);

N = 54.4 N; F = 54.4 N.

13.104 Usando una barra ahorquillada, un cilindro liso P, con masa de 0.3 kg, es forzado a moverse a lo largo de la trayectoria vertical ranurada r = (0.6 θ) m, donde θ está en radianes. Si el cilindro tiene rapidez constante v_C = 2 m/s, determine la fuerza de la barra y la fuerza normal de la ranura sobre el cilindro en el instante θ = π radianes. Suponga que el cilindro está en contacto con sólo un borde de la barra y la ranura en cualquier instante. **Sugerencia:** Para obtener las derivadas con respecto al tiempo necesarias para calcular las componentes de la aceleración del cilindro a_r y a_θ, tome las primera y segunda derivadas con respecto al tiempo de r = 0.6θ. Luego, para información adicional, use la ecuación 12-26 para determinar $\dot{\theta}$. Tome también la derivada con respecto al tiempo de la ecuación 12-26, observando que $\dot{v}_C$ = 0, para determinar $\ddot{\theta}$.



Fuerza F y N sobre el cilindro liso P

Solución:

Cálculo de la fuerza F y N sobre el collar:

Análisis para instante que θ = π rad;

En la dirección radial y transversal:

$r = 0.6\theta$; $\dot{r} = 0.6\dot{\theta}$; $\ddot{r} = 0.6\ddot{\theta}$;

$v_r = \dot{r} = 0.6\dot{\theta}$; $v_\theta = r\dot{\theta} = 0.6\theta\dot{\theta}$;

El modulo de velocidad: $v^2 = \dot{r}^2 + \left(r\dot{\theta}\right)^2$;

Reemplazando datos: $2^2 = \left(0.6\dot{\theta}\right)^2 + \left(0.6\theta\dot{\theta}\right)^2$;

De donde: $\dot{\theta} = \frac{2}{0.6\sqrt{1+\theta^2}}$;

Derivando nuevamente: $\ddot{\theta} = -\frac{2\theta\dot{\theta}}{0.6(1+\theta^2)^{3/2}}$;

Para la posición analizada de θ = π rad;

$\theta = \pi\ rad$; $\dot{\theta} = \frac{2}{0.6\sqrt{1+\pi^2}} = 1.011\ rad/s$;

$r = 0.6(\pi) = 0.6\pi\ m$; $\dot{r} = 0.6(1.011) = 0.6066\ m/s$;

$\ddot{r} = 0.6(-0.2954) = -0.1772\ m/s^2$;

Con esto la aceleración radial y transversal:

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -0.1772 - 0.6\pi(1.011)^2 = -2.104\ m/s^2$;

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0.6\pi(-0.2954) + 2(0.6066)(1.011) = 0.6698\ m/s^2$;

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

$\tan\psi = \dfrac{r}{dr/d\theta} = \theta = \pi$; $\psi = \tan^{-1}\pi = 72.34°$;

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$\rightarrow+\ \Sigma F_r = ma_r$;

$-N\cos 17.66° = 0.4\ (-2.104)$

De donde: N = 0.883 N;

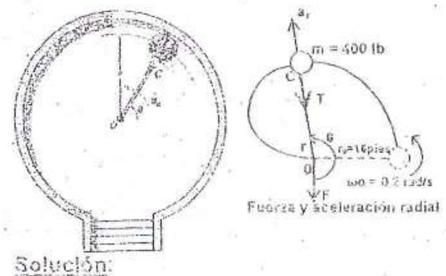
Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

$\leftarrow+\ \Sigma F_\theta = ma_\theta$;

$-F+0.4(9.81)+0.883\,\text{sen}\,17.66° = 0.4(0.6698)$;

De donde: F = 3.92 N.

13.105 Un juego en un parque de diversiones consiste en un carro soportado por pequeñas ruedas. Inicialmente, el carro está viajando en una trayectoria circular de radio r_0 = 16 pies de tal manera que la razón angular de rotación es θ_0 = 0.2 rad/s. Si el cable OC unido al carro es jalado hacia dentro con rapidez constante de $\dot{r}$ = -0.5 pies/s, determine la tensión que ejerce sobre el carro en el instante r = 4 pies. El carro y su pasajero tienen un peso total de 400 lb. Desprecie los efectos de la fricción. Sugerencia: Demuestre primero que la ecuación de movimiento en la dirección θ es $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = (1/r)d(r^2\dot{\theta})/dt = 0$. Al integrar, $r^2\dot{\theta}$ = c, donde la constante c es determinada a partir de los datos del problema.



Fuerza y aceleración radial

Solución:

Cálculo de tensión en la cuerda en r =4pies:

Como gira a velocidad constante y se le jala con una fuerza radial, entonces en la dirección transversal la fuerza resultante es nula. Sea la 2da.ley en la transversal;

$\Sigma F_\theta = ma_\theta;\ 0 = m\left[r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right] = m\left[\dfrac{1}{r}\dfrac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})\right] = 0$;

De donde: $d\left(r^2\dot{\theta}\right) = 0$; integrando; $r^2\dot{\theta} = C$;

Para r_0 = 16pies y r = 4pies;

Se tiene: $(16)^2(0.2) = c = (4)^2\dot{\theta}$;

De donde para r = 4pies: $\dot{\theta} = 3.2\ rad/s$;

Como jalamos a velocidad de 0.5pie/s;

Entonces: $\dot{r} = -0.5 pie/s$; $\ddot{r} = 0$;

Con esto la aceleración radial es;

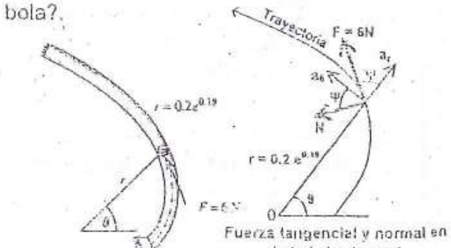
$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - 4(3.2)^2 = -40.96 pie/s^2$;

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$+\leftarrow \Sigma F_r = ma_r$; $-T = \left(\dfrac{400 lb}{32.2 pie/s^2}\right)(-40.96 pie/s^2)$;

De donde: T = 508.82 lb.

13.106 Usando aire a presión, la bola de 0.5 kg es forzada a moverse por el tubo que se encuentra en el plano horizontal y tiene forma de espiral logarítmica. Si la fuerza tangencial ejercida sobre la bola debido al aire es de 6N, determine la razón de crecimiento en la rapidez de la bola en el instante θ = π/2. ¿En qué dirección actúa la bola?.



Fuerza tangencial y normal en la bola horizontal

Solución:

Cálculo del crecimiento de la rapidez de bola

Para el instante θ = π/2;

Posición polar de la bola: $r = 0.2\,e^{0.1\theta}$;

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

Derivando: $dr/d\theta = 0.02\,e^{0.1\theta}$;

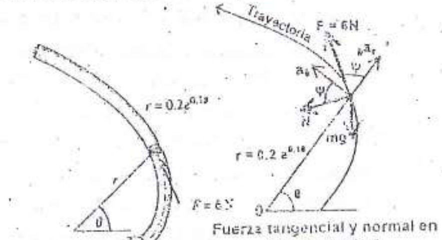
$\tan\psi = \dfrac{r}{dr/d\theta} = \dfrac{0.2\,e^{0.1\theta}}{0.02\,e^{0.1\theta}} = 10$; ψ = 84.29°;

Sea la 2da.ley en la dirección tangencial;

$\Sigma F_t = ma_t$: $6 = 0.5\,a_t$;

De donde: $a_t = 12\ m/s^2$.

13.107 Resuelva el problema 13-106 si el tubo se encuentra en un plano vertical.



Fuerza tangencial y normal en la bola vertical

Solución

Cálculo del crecimiento de la rapidez de bola

Para el instante θ = π/2;

Posición polar de la bola: $r = 0.2\,e^{0.1\theta}$;

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

Derivando: $dr/d\theta = 0.02\,e^{0.1\theta}$;

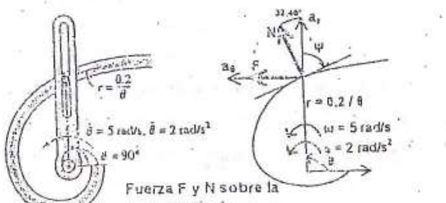
$\tan\psi = \dfrac{r}{dr/d\theta} = \dfrac{0.2\,e^{0.1\theta}}{0.02\,e^{0.1\theta}} = 10$; ψ = 84.29°;

Sea la 2da.ley en la dirección tangencial;

$\Sigma F_t = ma_t$: $6 - 0.5(9.81)\cos 84.29° = 0.5a_t$;

De donde: $a_t = 11.024\ m/s^2$.

13.108 El brazo está girando a razón de $d\theta/dt$ = 5 rad/s cuando $d^2\theta/dt^2$ = 2 rad/s² y θ = 90°. Determine la fuerza normal que debe ejercer sobre la partícula de 0.5 kg si la partícula está confinada a moverse a lo largo de la trayectoria ranurada definida por la espiral hiperbólica horizontal rθ = 0.2 m.



Fuerza F y N sobre la particula

Solución:

Cálculo de la fuerza normal sobre partícula:

En la dirección radial y transversal:

Para el instante en que θ = π/2

Posición angular: $\theta = \pi/2 = 90°$;

Velocidad angular: $\dot{\theta} = 5\ rad/s$;

Aceleración angular: $\ddot{\theta} = 2\ rad/s^2$;

Posición radial: r = 0.2/θ = 0.12732 m;

Velocidad radial: $\dot{r} = -0.2\theta^{-2}\dot{\theta} = -0.40528\ m/s$;

Aceleración radial:

$\ddot{r} = -0.2\left[-2\theta^{-3}(\dot{\theta})^2 + \theta^{-2}\ddot{\theta}\right] = 2.41801$;

Con esto la aceleración radial es;

$a_r = \ddot{r} - r(\dot{\theta})^2 = 2.41801 - 0.12732(5)^2 = -0.7651\ m/s^2$;

Con esto la aceleración transversal es;

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0.12732(2) + 2(-0.40528)(5) = -3.7982\ m/s^2$;

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

$\tan\psi = \dfrac{r}{(dr/d\theta)} = \dfrac{0.2/\theta}{-0.2\theta^{-2}} = -\theta = -\pi/2$;

e donde: ψ = tan⁻¹(-π/2) = -57.52°;

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$+\uparrow \Sigma F_r = ma_r$;

N cos 32.48° = 0.5 (-0.7651)..(1);

Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

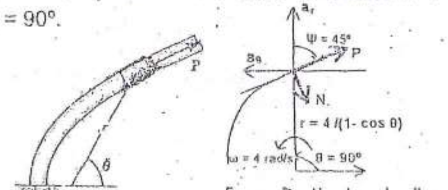
$\leftarrow + \sum F_\theta = ma_\theta$;

F + N sen 32.48 = 0.5(-3.782)..(2);

Resolviendo (1) y (2);

N = -0.453 N; F = -1.66 N.

13.109 El collar, que tiene un peso de 3 lb, resbala a lo largo de la barra lisa que permanece en el plano horizontal y tiene la forma de una parábola r = 4/(1 − cosθ), donde θ está en radianes y r en pies. Si la razón angular del collar es constante y es igual a θ = 4 rad/s, determine la fuerza tangencial P retardante necesaria para causar el movimiento y la fuerza normal que el collar ejerce sobre la barra en el instante θ = 90°.



Fuerza P y N sobre el collar

Solución:

Cálculo de la fuerza P y N del collar:

Análisis para instante que θ = 90°;

En la dirección radial y transversal:

$$r=\frac{4}{1-\cos\theta}\ ;\ \dot{r}=\frac{-4sen\theta\dot{\theta}}{(1-\cos\theta)^2}\ ;$$

$$\ddot{r}=\frac{-4sen\theta\ddot{\theta}}{(1-\cos\theta)^2}+\frac{-4\cos\theta(\dot{\theta})^2}{(1-\cos\theta)^2}+\frac{8sen^2\theta\dot{\theta}^2}{(1-\cos\theta)^3}\ ;$$

Por dato: $\theta = 90°$; $\dot{\theta} = 4 rad/s$; $\ddot{\theta} = 0$;

Con esto: r = 4pie; $\dot{r} = -16 pie/s$; $\ddot{r} = 128 pie/s^2$;

Luego la aceleración transversal y radial es;

$$a_r = \ddot{r} - r(\dot{\theta})^2 = 128 - 4(4)^2 = 64 pie/s^2;$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 2(-16)(4) = -128 pie/s^2;$$

El ángulo entre la tangente a la trayectoria y la dirección radial es ψ;

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{-4sen\theta}{(1-\cos\theta)^2}\ ;$$

$$\tan\psi = \frac{r}{\left(\frac{dr}{d\theta}\right)} = \left.\frac{\frac{4}{1-\cos\theta}}{\frac{-4sen\theta}{(1-\cos\theta)^2}}\right|_{\theta=90°} = \frac{4}{-4} = -1$$

De donde: ψ = -45° = 135°;

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$+\uparrow \sum F_r = ma_r$;

$$Psen45° - N\cos 45° = \frac{3}{32.2}\ (64)..(1);$$

Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

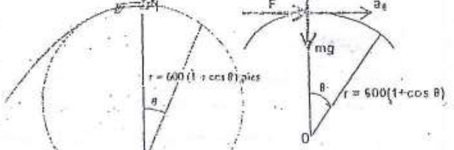
$\leftarrow + \sum F_\theta = ma_\theta$;

$$-P\cos 45° - N sen 45° = \frac{3}{32.2}\ (-128)..(2);$$

Resolviendo (1) y (2);

Tenemos: P = 12.6 lb; N = 4.22 lb.

13.119 El piloto de un avión ejecuta un lazo vertical que en parte sigue la trayectoria de una cardiode, r = 600 (1 + cos θ) pies, donde θ está en radianes. Si su rapidez en A(θ = 0°) es constante e igual a v_P = 80 pies/s, determine la fuerza vertical que el cinturón de su asiento debe ejercer sobre él para mantenerlo en su asiento cuando el avión está de cabeza en A. El piloto pesa 150 lb. Véa la sugerencia relativa al problema 13-104.



Fuerza N y F sobre el piloto

Solución

Cálculo de fuerza del cinturón sobre piloto:

Análisis para instante que θ = 0°;

En la dirección radial y transversal:

r = 600 (1 + cos 0°)= 1200pies;

$$\dot{r} = -600 sen\theta\dot{\theta}\ \Big|_{\theta=0°} = 0;$$

$$\ddot{r} = -600 sen\theta\ddot{\theta} - 600\cos\theta\dot{\theta}^2\Big|_{\theta=0°} = -600\dot{\theta}^2;$$

Su velocidad es: $v_P^2 = \dot{r}^2 + \left(r\dot{\theta}\right)^2$..(1);

$$(80)^2 = 0 + (1200\dot{\theta})^2\ ;\ \dot{\theta} = 0.06667 rad/s;$$

Derivo (1): $2v_P\dot{v}_P = 2\dot{r}\ddot{r} + 2\left(r\dot{\theta}\right)\left(\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)$;

De donde: $0 = 0 + 0 + 2r^2\dot{\theta}\ddot{\theta}$; luego; $\ddot{\theta} = 0$;

Luego la aceleración transversal y radial es;

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -600(0.06667)^2 - 1200(0.06667)^2 = -8 pie/s^2;$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 0 = 0;$$

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$+\uparrow \sum F_r = ma_r$; $N - 150 = \left(\frac{150}{32.2}\right)(-8)$;

De donde: $N = 112.733\ lb$.

13.111 Un manguito de 0.2 kg se desliza a lo largo de una barra lisa. Si la barra tiene una razón angular constante de rotación dθ/dt = 2 rad/s en el plano vertical, muestre que las ecuaciones de movimiento para el manguito son $d^2r/dt^2 - 4r - 9.81\ sen\ \theta = 0$ y $0.8(dr/dt) + N_s - 1.962\cos\theta = 0$, donde N_s es la magnitud de la fuerza normal de la barra sobre el manguito. Usando los métodos de las ecuaciones diferenciales, se puede mostrar que la solución de la primera de estas ecuaciones es $r = C_1e^{-2t} + C_2e^{2t} - (9.81/8)\ sen\ 2t$. Si r, dr/dt y θ son cero cuando t = 0, evalúe las constantes C_1 y C_2 y determine r en el instante θ = π/4 radianes.

Fuerzas N, y peso sobre el pasador

Solución: Para un instante cualquiera "t";

Demostraciones de la ecuación diferencial:

Como sabemos dθ/dt = 2 rad/s;

Luego la aceleración transversal y radial es;

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = \ddot{r} - r(2^2) = \ddot{r} - 4r;$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = r(0) + 2\dot{r}(2) = 4\dot{r};$$

Sea la 2da.ley en la dirección radial;

$$\sum F_r = ma_r = 1.962 sen\theta = 0.2\ (\ddot{r} - 4r);$$

De donde: $\ddot{r} - 4r - 9.81 sen\theta = 0$ ..(1) (lqqd);

Sea la 2da.ley en la dirección transversal;

$$\sum F_\theta = ma_\theta = 1.962\cos\theta - N_s = 0.2\ (4\dot{r});$$

Donde: $0.8\dot{r} + N_s - 1.962\cos\theta = 0$ ..(2) (lqqd);

Cálculo de C1 , C2 y r para θ = 45°:

Sabemos: $\dot{\theta} = d\theta/dt = 2\ rad/s$;

integrando: $\int_0^\theta d\theta = \int_0^t 2dt$; $\theta = 2t$;

Se sabe: $r = C_1e^{-2t} + C_2e^{2t} - \frac{9.81}{8}sen 2t$ (3);

Derivo: $\dot{r} = -2C_1e^{-2t} + 2C_2e^{2t} - \frac{9.81}{4}\cos 2t$ (4);

Como sabemos: t = 0, r = 0;

En la ecuación (3): 0 = C_1(1)+ C_2(1) – 0..(5);

Como sabemos: t = 0, dr/dt = 0;

En la Ec. (4): 0 = 2C_1(1) 2C_2(1) – $\frac{9.81}{4}$ ..(6);

Ecuación (5) y (6): $C_1 = \frac{9.81}{16}$; $C_2 = \frac{9.81}{16}$;

Esto reemplazo en la ecuación original;

$$r = \frac{9.81}{16}e^{-2t} + \frac{9.81}{16}e^{2t} - \frac{9.81}{8}sen 2t;$$

Igualmente: $r = \frac{9.81}{16}\left(\frac{-e^{-2t} + e^{2t}}{2} - sen 2t\right)$;

Luego: $r = \frac{9.81}{16}(sen h 2t - sen 2t)$;

Como: $\theta = 2t = \frac{\pi}{4}$;

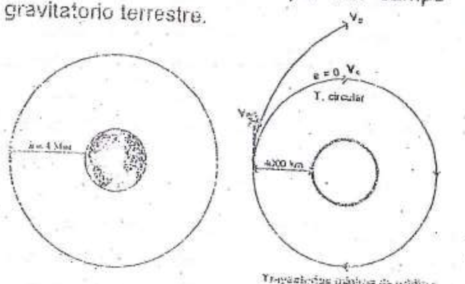
Finalmente el valor de r para $\theta = 45°$ es;

$$r = \frac{9.81}{8}\left(senh(\frac{\pi}{4}) - sen(\frac{\pi}{4})\right) = 0.198m$$

MOVIMIENTO BAJO FUERZA CENTRAL Y MECANICA DEL ESPACIO

NOTA: En los siguientes problemas, excepto donde se indique otra cosa, suponga que el radio de la Tierra es de 6378 km, la masa de la Tierra de $5.976(10^{24})$ kg, la masa del Sol de $1.99(10^{30})$ kg, y la constante gravitatoria $G = 66.73(10^{-12})\ m^3/(kg\ .\ s^2)$.

13.112 El cohete está en órbita circular alrededor de la Tierra a una altura h = 4 Mm. Determine el incremento mínimo en rapidez que debe tener para escapar del campo gravitatorio terrestre.



Trayectorias mínimas de orbita y mínima de escape

Solución:

Aumento mínimo de v_0 para escape:

Inicialmente orbita circular altura 4 Mm;

Su velocidad inicial $v_0 = v_c$;

$$v_c = \sqrt{\frac{GM_T}{r_0}} = \sqrt{\frac{66.73(10^{-12})5.976(10^{24})}{4000(10^3)+6378(10^3)}} = 6198.8\,m/s$$

Para escapar de orbita necesita $v_0 = v_e$;

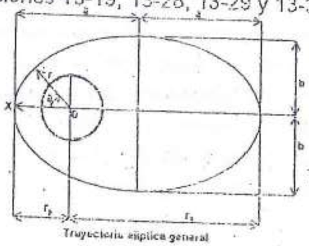
$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{r_0}} = \sqrt{\frac{2(66.73)(10^{-12})5.976(10^{24})}{4000(10^3)+6378(10^3)}} = 8766.4\,m/s$$

Luego el aumento mínimo será;

$\Delta v = v_e - v_c = 8766.4 - 6198.8 = 2567.6$ m/s;

De donde: $\Delta v = 2.57$ km/s.

13.113 Demuestre la tercera ley del movimiento de Kepler. Sugerencia: Use las ecuaciones 13-19, 13-28, 13-29 y 13-31.



Trayectoria elíptica general

Solución:

Demostración de la III ley de Kepler:

Ecuación 13-19 del texto tenemos considerando que el ángulo polar se mide del eje de simetría a la trayectoria;

$$\frac{1}{r} = C\cos\theta + \frac{GM_s}{h^2};$$

Para $\theta = 0°$ tenemos la distancia mínima;

$$\frac{1}{r_P} = C + \frac{GM_s}{h^2}$$

Para $\theta = 180°$ tenemos la distancia maxima;

$$\frac{1}{r_a} = -C + \frac{GM_s}{h^2};$$

Ecuaciones 13-28 y 13-29 del texto se tiene;

$r_a + r_p = 2a$; $r_a r_p = b^2$; Dividiendo ambas;

$$\frac{2a}{b^2} = \frac{r_p + r_a}{r_p r_a} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_p} = \frac{(2GM_s/r_0v_0^2)-1}{r_0} + \frac{1}{r_0};$$

Como $r_0v_0 = h$; esto en lo anterior;

Tenemos: $\frac{2a}{b^2} = \frac{2GM_s}{h^2}$;

Ecuación: 13-31 del texto tenemos;

$T = \frac{\pi}{h}(r_a + r_p)\sqrt{r_p r_a}$; Como; $r_a + r_p = 2a$; $r_a r_p = b^2$;

Tenemos: $T = \frac{\pi}{h}(2a)(b)$;

Luego en lo anterior: $b^2 = \frac{T^2h^2}{4\pi^2a^2}$;

Luego: $\frac{1}{b^2} = \frac{4\pi^2a^2}{T^2h^2}$; como; $\frac{2a}{b^2} = \frac{2GM_s}{h^2}$;

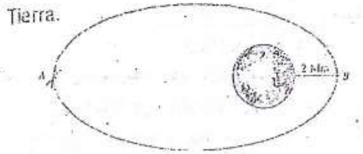
Combinando lo anterior: $\frac{4\pi^2a^3}{T^2h^2} = \frac{GM_s}{h^2}$;

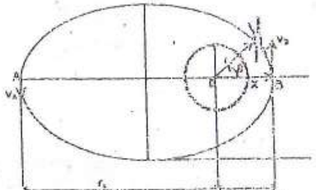
Despejando el cuadrado del periodo;

Se tiene: $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s}\right)a^3$;

Relación que demuestra la III ley de Kepler.

13.114 El satélite se está movimiento en una órbita elíptica con excentricidad e = 0.25. Determine su rapidez cuando está a sus distancias máxima A y mínima B de la Tierra.





Trayectoria elíptica del satélite

Solución:

Cálculo de la rapidez del satélite en A y B:

Considerando que el ángulo polar se mide del eje de simetría a la trayectoria;

La ecuación polar de su trayectoria será;

$$\frac{1}{r} = C\cos(\theta - \phi) + \frac{GM_T}{h^2};$$

Donde: $e = \frac{Ch^2}{GM_T}$; $C = \frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_T}{r_0v_0^2}\right)$ y $h = r_0v_0$;

Con esto: $e = \frac{1}{GM_Tr_0}\left(1 - \frac{GM_T}{r_0v_0^2}\right)(r_0v_0)^2$;

La excentricidad es: $e = \left(\frac{r_0v_0^2}{GM_T} - 1\right)$;

Despejando la velocidad: $v_0 = \sqrt{\frac{GM_T\,(e+1)}{r_0}}$;

En la posición B llamado perigeo;

$r_0 = r_P = 2(10^6) + 6378(10^3) = 8.378\ (10^6)$m;

Conociendo e = 0.25 y los demás datos;

Masa de la tierra: $M_T = 5.976(10^{24})$ kg;

Constante $G = 66.73(10^{-12})\ m^3/(kg\ .\ s^2)$;

$$v_B = \sqrt{\frac{66.73\,(10^{-12})(m^3/(kg\ s^2))(5.976)(10^{24})kg(0.25+1)}{8.378(10^6)m}};$$

De donde: $v_B = v_0 = 7713.486\ m/s = 7.71\ km/s$;

La ecuación polar de la trayectoria es;

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_T}{r_0v_0^2}\right)\cos\theta + \frac{GM_T}{r_0^2v_0^2};$$

En lo anterior para $\theta = 180°$ se obtiene el radio vector r_a llamado apogeo o distancia mas alejada del satélite la tierra.

$$r_a = \frac{r_0}{(2GM_T/r_0v_0^2)-1} = \frac{8.378(10^6)}{\frac{2(66.73)(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{8.378(10^6)(7713.5)^2} - 1};$$

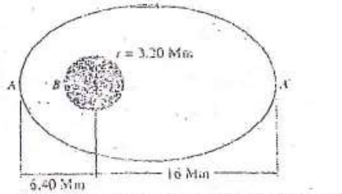
De donde: $r_a = 13.96\ (10^6)$ m;

Sabemos la propiedad: $r_a v_A = r_p v_B$;

Con esto: $v_A = \frac{r_p v_B}{r_a} = \frac{8.378(10^6)m}{13.96(10^6)m}(7713.486 m/s)$;

De donde: $v_A = 4629.1967\ m/s = 4.63\ km/s$.

13.115 El cohete está viajando en vuelo libre a lo largo de una trayectoria elíptica A'A. El planeta tiene masa de 0.60 veces de la Tierra. Si el cohete tiene apoapsis y periapsis como se muestra en la figura, determine su rapidez cuando está en el punto A.



Solución:

Cálculo de la rapidez en el periapsis:

De la ecuación 13-27 del texto;

Se tiene: $r_a = \dfrac{r_p}{(2GM_p / r_0 v_0^2) - 1}$;

En la figura tenemos los datos;

$r_a = 16(10^6)$ m; $r_0 = r_P = 6.40(10^6)$m;

También; Masa del planeta $M_p = 0.60M_T$;

Con estos valores en la ecuación anterior;

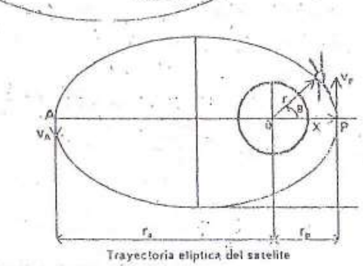
Y considerando $v_0 = v_P$; rapidez en periapsis;

$$16(10^6) = \frac{6.40(10^6)}{\left(\dfrac{2(66.73)(10^{-12})(0.6)\left[5.976(10^{24})\right]}{6.40(10^6)v_P^2}\right) - 1}$$

De donde: $v_P = 7308.066$ m/s = 7.31 km/s.

Velocidad en el periapsis o posición A.

13.116 Una trayectoria elíptica de un satélite tiene excentricidad e = 0.130. Si el satélite tiene rapidez de 15 Mm/h cuando está en el perigeo, P, determine su rapidez cuando llega al apogeo, A. ¿Qué tan lejos se encuentra de la superficie de la Tierra cuando está en A?.



Trayectoria elíptica del satelite

Solución:

Cálculo de rapidez y distancia a tierra en A:

Considerando que el ángulo polar se mide del eje de simetría a la trayectoria;

La ecuación polar de su trayectoria será;

$\dfrac{1}{r} = C\cos(\theta - \phi) + \dfrac{GM_T}{h^2}$;

Donde: $e = \dfrac{Ch^2}{GM_T}$; $C = \dfrac{1}{r_0}\left(1 - \dfrac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right)$ y $h = r_0 v_0$;

Con esto: $e = \dfrac{1}{GM_T r_0}\left(1 - \dfrac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right)(r_0 v_0)^2$;

De donde: $r_0 = r_p = \dfrac{(e+1)GM_T}{v_0^2}$ ..(1);

Sabemos que; e = 0.130; excentridad;

También: $v_P = v_0 = 15$ Mm/h = 4.167km/s;

En (1): $r_0 = r_p = \dfrac{1.130(66.73)(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{\left[4.167(10^3)\right]^2}$;

De donde: $r_0 = r_p = 25.95154$ Mm;

De (1) se tiene: $\dfrac{GM_T}{r_0 v_0^2} = \dfrac{1}{e+1}$;

En Ec. 13.27 del texto: $r_a = \dfrac{r_0}{\frac{2GM_T}{r_0 v_0^2} - 1} = \dfrac{r_0}{\left(\frac{2}{e+1}\right) - 1}$;

En donde: $r_a = \dfrac{r_0(e+1)}{1-e}$;

Con valores: $r_a = \dfrac{25.96)(10^6)(1.130)}{1 - 0.130}$;

De donde: $r_a = 33.71(10^6)$m = 33.71 Mm;

Sabemos la propiedad: $r_a v_A = r_p v_p$;

Con esto:

$v_A = \dfrac{r_p v_p}{r_a} = \dfrac{15(25.96)(10^6)}{33.71(10^6)}$;

Rapidez en apogeo es: $v_A = 11.6$ Mm/h;

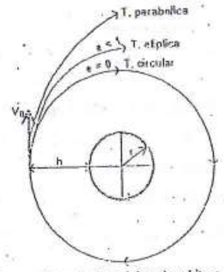
La distancia del apogeo a la tierra es:

$d = 33.71\ (10^6) - 6.378(10^6)$;

De donde: d = 27.3 Mm.

13.117 Un satélite es lanzado con velocidad inicial v_0 = 2500 mi/h paralelamente a la superficie de la Tierra.

Determine la altitud requerida (o el rango de altitudes) por arriba de la superficie de la Tierra para efectuar el lanzamiento si la trayectoria de vuelo libre a va a ser (a) circular, (b) parabólica, (c) elíptica, y (d) hiperbólica. Tome G = 34.4 (10^{-9}) (lb pie^2)/slug^2, $M_T = 409\ (10^{21})$ slug, radio de la Tierra r_T = 3960 mi, y 1 mi = 5280 pies.



Trayectorias mínima de orbita y mínima de escape

Solución:

v_0 = 2500 mi/h = 3.67 (10^3) pies/seg.

Cálculo de altura h para tener:

(a)Trayectoria circular: Donde e = 0;

Se sabe que: $e = \dfrac{Ch^2}{GM_T} = 0$; $C = 0$;

Como: $C = \dfrac{1}{r_0}\left(1 - \dfrac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right)$; luego; $1 = \dfrac{GM_T}{r_0 v_0^2}$ ..(1);

Con lo cual: $GM_T = 34.4(10^{-9})\ (409)\ (10^{21})$;

De donde: $GM_T = 14.07(10^{15})$;

En (1): $r_0 = \dfrac{GM_T}{v_0^2} = \dfrac{14.07(10^{15})}{\left[3.67(10^3)\right]^2} = 1.046(10^9)\,pies$

$h = \dfrac{1.047(10^9)}{5280} - 3960 = 194(10^3)\,millas$

(b)Trayectoria parabólica: Donde e = 1;

Sabemos:

$e = \dfrac{Ch^2}{GM_T} = 1$; $C = \dfrac{1}{r_0}\left(1 - \dfrac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right)$; $h^2 = r_0^2 v_0^2$;

Luego: $\dfrac{1}{GM_T}(r_0^2 v_0^2)\left(\dfrac{1}{r_0}\right)\left(1 - \dfrac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right) = 1$;

De donde: $r_0 = \dfrac{2GM_T}{v_0^2}$; luego con valores;

$r_0 = \dfrac{2GM_T}{v_0^2} = \dfrac{2(14.07)(10^{15})}{\left[3.67(10^3)\right]^2} = 2.09(10^9)\,pié = 396(10^3)\,mi.$

La altura: $h = 396(10^3) - 3960 = 392(10^3)$mi;

(c)Trayectoria eliptica: Donde e < 1;

Con cálculos anteriores su altura estará;

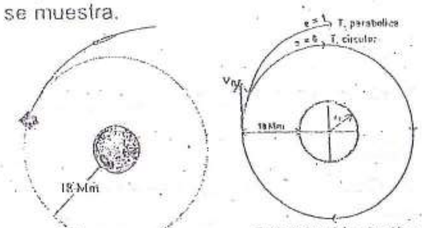
En el rango: $194(10^3)$ mi < h < $392(10^3)$ mi;

(d) Trayectoria hiperbólica: Donde e > 1;

Con cálculos anteriores su altura estará;

En el rango: r > 392 (10^3) mi.

13.118 El cohete se acopla junto a un satélite ubicado a 18 Mm sobre la superficie de la Tierra. Si el satélite está viajando en una órbita circular, determine la rapidez tangente a la superficie de la Tierra que debe aplicarse repentinamente al cohete, con relación al satélite, de tal manera que viaje en vuelo libre alejándose del satélite a lo largo de una trayectoria parabólica como se muestra.



Trayectorias mínima de orbita y mínima de escape

Solución:

Calculo de rapidez de cohete respecto satel:

Para la trayectoria circular del satélite:

$e = \dfrac{Ch^2}{GM_T} = 0$; $C = 0$;

Luego: $C = \dfrac{1}{r_0}\left(1 - \dfrac{GM_T}{r_0 v_c^2}\right) = 0$;

Despejando: $v_c = \sqrt{\dfrac{GM_T}{r_0}}$ ..(1);

Como: $r_0 = h + r_T$; posición del perigeo;

Luego: $r_0 = (18+6.378)(10^6) = 24.378\ (10^6)$m;

En (1) la velocidad del satélite es $v_c = v_s$;

$$v_s = \sqrt{\frac{66.73(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{23.378(10^6)}} = 4044.52\ m/s;$$

<u>Para la trayectoria parabólica del satélite:</u>

Se sabe: $e = 1$; $C = \frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right)$ y $h = r_0 v_0$;

Luego: $e = \frac{Ch^2}{GM_T} = \frac{\frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right)\left(r_0^2 v_0^2\right)}{GM_T} = \frac{r_0 v_0^2}{GM_T} - 1$ (1);

En (1) se tiene: $e = 1$ y $v_0 = v_r$;

Con lo cual: $\frac{r_0 v_r^2}{GM_e} - 1 = 1$; $v_r = \sqrt{\frac{2GM_e}{r_0}}$;

Con datos la velocidad de escape v_r es;

$$v_r = \sqrt{\frac{2(66.73)(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{24.378(10^6)}} = 5719.81\ m/s;$$

La velocidad del cohete respecto al satélite;

$v_{r/s} = v_r - v_s = 5719.81 - 4044.52$;

De donde: $v_{r/s}$ = 1675.29 m/s = 1.68 km/s.

13.119 La rapidez de un satélite lanzado en órbita circular con respecto a la Tierra es dada por la ecuación 13-25. Determine la rapidez de un satélite lanzando paralelamente a la superficie de la Tierra para que viaje en órbita circular a 800 km de la superficie de la Tierra.

<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de rapidez para orbita circular:</u>

Para circular:

$e = \frac{Ch^2}{GM_T} = 0$; $Ch^2 = 0$;

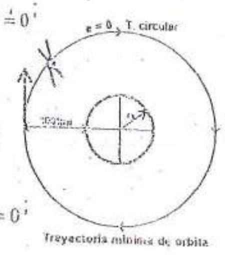
Como:

$h = r_0 v_0 \neq 0$;

Entonces; $C = 0$;

Sabemos:

$C = \frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right) = 0$;



Luego: $r_0 v_0^2 = GM_T$;

Despejando lo anterior:

$v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{r_0}}$ ...(1);

Luego: $r_0 = h + r_T = 800 + 6378 = 7178$ Km.;

En (1): $v_0 = \sqrt{\frac{66.73(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{(800 + 6378)(10^3)}}$;

De donde: v_0 = 7453.6 m/s = 7.45 km/s.

13.120 El cohete está en vuelo libre en una órbita elíptica con respecto a la Tierra de tal forma que la excentricidad de su órbita es e y su perigeo es r_0. Determine el mínimo incremento de rapidez que debe tener para capar el campo gravitatorio terrestre cuando se encuentra en este punto a lo largo de su órbita.

<u>Solución:</u> Cohete describe una orbita elipse;

<u>Cálculo del mínimo incremento de rapidez:</u>

Para escape necesita como mínimo;

La velocidad en perigeo de; $v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{r_0}}$;

Pero inicialmente su orbita es elíptica;

Donde: $e = \frac{Ch^2}{GM_T}$; $C = \frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right)$ y $h = r_0 v_0$;

Combinando: $e = \frac{1}{GM_T r_0}\left(1 - \frac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right)(r_0 v_0)^2$;

De donde: $e = \left(\frac{r_0 v_0^2}{GM_T} - 1\right)$; como; $v_0 = v_b$

Su velocidad máxima será en el perigeo cuando la trayectoria es elíptica:

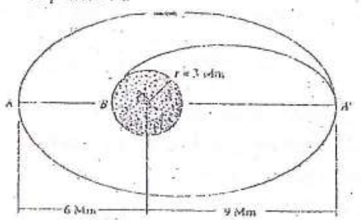
$v_b = \sqrt{\frac{GM_T(e+1)}{r_0}}$;

El incremento mínimo para escapar es;

$\Delta v = v_e - v_b$; $\Delta v = \sqrt{\frac{2GM_T}{r_0}} - \sqrt{\frac{GM_T(e+1)}{r_0}}$;

De donde: $\Delta v = \sqrt{\frac{GM_T}{r_0}}\left(\sqrt{2} - \sqrt{1+e}\right)$.

13.121 El cohete está viajando en vuelo libre a lo largo de una trayectoria elíptica A'A. El planeta no tiene atmósfera y su masa es 0.70 veces la de la Tierra. Si el cohete tiene apoapsis y periapsis como se muestra en la figura, determine su rapidez cuando está en el punto A.



<u>Solución:</u> Trayectoria del cohete es elíptica;

<u>Cálculo de rapidez en el periapsis:</u>

La distancia máxima es: $r_a = \frac{r_0}{(2GM / r_0 v_0^2) - 1}$;

Donde el apoapsis es: $r_a = 9\ (10^6)$m;

El periapsis: $r_0 = r_P = 6\ (10^6)$ m;

También la masa del planeta: $M = 0.70M_T$;

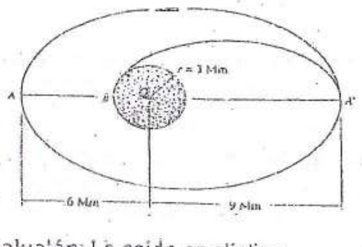
Dando valores a la ecuación inicial:

$$9(10^6) = \frac{6(10^6)}{\left(\frac{2(66.73)(10^{-12})(0.7)[5.976(10^{24})]}{6(10^6) v_P^2}\right) - 1};$$

La velocidad en el periapsis es;

v_P = 7471.87976 m/s = 7.47187976 km/s.

13.122 Si el cohete mencionado en el problema 13-121 debe aterrizar en la superficie del planeta, determine la rapidez de vuelo libre requerida que debe tener en A' para tocar el planeta B. ¿Cuánto tiempo le toma aterrizar al cohete, al ir de A' a B a lo largo de una trayectoria elíptica?.



<u>Solución:</u> La caída es elíptica;

<u>Rapidez en apoapsis para caer en B:</u>

Para esto el periapsis debe ser B;

El apoapsis es: $r_a = \frac{r_0}{(2GM / r_0 v_0^2) - 1}$;

El apoapsis es: $r_a = 9\ (10^6)$m;

El periapsis es: $r_0 = r_P = 3\ (10^6)$ m;

También masa planeta: $M = 0.70M_T$;

Dando valores a la ecuación inicial:

$$9(10^6) = \frac{6(10^6)}{\left(\frac{2(66.73)(10^{-12})(0.7)[5.976(10^{24})]}{3(10^6) v_P^2}\right) - 1};$$

De donde cae en B con: v_P = 11814.08 m/s;

Sabemos la propiedad: $r_a v_a = r_p v_p$;

Dando valores a lo anterior;

$v_a = \left(\frac{r_p}{r_a}\right) v_P = \left[\frac{3(10^6)}{9(10^6)}\right](11814.08)$;

De donde: $v_a = 3938.03\ m/s = 3.94\ km/s$;

<u>Tiempo de caída entre A' y B en elipse:</u>

Por anterior: $h = r_P v_P = 3(10^6)(11814.08)$;

De donde: $h = 35.442(10^9)\ m^2/s$;

El periodo de la trayectoria elíptica es;

$T = \frac{\pi}{h}(r_p + r_a)\sqrt{r_p r_a}$;

Reemplazando valores tenemos;

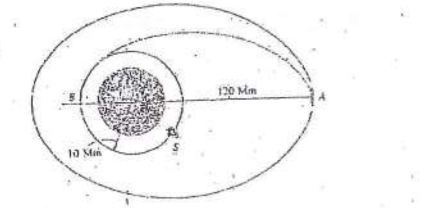
$T = \frac{\pi}{35.442(10^9)}[(9+3)(10^6)]\sqrt{3(10^6)9(10^6)}$;

De donde: T = 5527.03 seg.

Como la caída es media elipse;

Tiempo de caída es: $t = \frac{T}{2} = 2763.51\ s = 46.1$ min.

13.123 Un satélite S viaja en órbita circular alrededor de la Tierra. Un cohete está ubicado en el apogeo de su órbita elíptica para la cual e = 0.58. Determine el cambio repentino de rapidez que debe ocurrir en A de manera que el cohete pueda entrar en la órbita del satélite mientras está en vuelo libre a lo largo de la trayectoria elíptica mostrada en un tono distinto. Cuando llega a B, determine el ajuste repentino en rapidez que le debe ser aplicado al cohete para mantener la órbita circular.



Solución:

Cambio de velocidad de cohete en A:

Como inicialmente su orbita es elíptica;

Donde: $e=\dfrac{Ch^2}{GM_T}$; $C=\dfrac{1}{r_0}\left(1-\dfrac{GM_T}{r_0v_0^2}\right)$ y $h=r_0v_0$;

Combinando: $e=\dfrac{1}{GM_Tr_0}\left(1-\dfrac{GM_T}{r_0v_0^2}\right)(r_0v_0)^2$;

De donde: $e=\left(\dfrac{r_0v_0^2}{GM_T}-1\right)$;

Como; $r_0 = r_p$; $v_0 = v_b$; en el perigeo inicial;

Su velocidad en el B para el cohete en la trayectoria elíptica inicial será:

$$v_b=\sqrt{\frac{GM_T(e+1)}{r_p}}\ ..(1);$$

Sabemos: $r_a=\dfrac{r_0}{(2GM_T/r_0v_0^2)-1}$; $\dfrac{1}{1+e}=\dfrac{GM_T}{r_0v_0^2}$;

Combinando: $r_a=\dfrac{r_0}{2(\frac{1}{1+e})-1}$ $\quad r_0=\left(\dfrac{1-e}{1+e}\right)r_a$ ..(2);

Como: e = 0.58; con datos en lo anterior;

$$(r_P)_1=r_0=\left(\frac{1-0.58}{1+0.58}\right)[120(10^6)]=31.899(10^6)\,m;$$

Esto: $r_0 = (r_P)_1 = 31.899(10^6)$ m. en Ec. (1);

$$(v_P)_1=\sqrt{\frac{(1+0.58)(66.73)(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{31.899(10^6)}}=4444.34\ m/s$$

Con lo anterior la velocidad inicial en A es;

$$(v_a)_1=\left(\frac{r_P}{r_a}\right)(v_P)_1=\left[\frac{31.899(10^6)}{120(10^6)}\right](4444.34)=1181.41\ m/s$$

Luego aplicamos la ecuación (2) para la caida elíptica tangencial del cohete en la orbita del satélite.

Del grafico: $10(10^6)=\left(\dfrac{1-e}{1+e}\right)[120(10^6)]$;

De donde: $e=0.8462$;

Como: $r_0 = (r_P)_2 = 10(10^6)$ m. Ecuación (1);

La velocidad en el perigeo de la trayectoria de caída elíptica será;

$$(v_P)_2=\sqrt{\frac{(1+0.8462)(66.73)(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{10(10^6)}}=8580.25\ m/s$$

Luego con: $(v_a)_2=\left(\dfrac{(r_P)_2}{(r_a)_2}\right)(v_P)_2$;

La velocidad en el apogeo de la trayectoria de caída del cohete es;

$$(v_a)_2=\left[\frac{10(10^6)}{120(10^6)}\right](8580.25)=715.02\ m/s$$

La disminución de velocidad necesaria en el apogeo del cohete para que caiga en la orbita circular es;

$\Delta v=(v_a)_1-(v_a)_2 = 1184.41-715.02 = 466$ m/s;

Cambio de velocidad de cohete en B:

La velocidad en la orbita circular es;

$$v_c=\sqrt{\frac{GM_T}{r_0}}=\sqrt{\frac{66.73(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{10(10^6)}}=6314.89\ m/s$$

Luego la disminución de velocidad en el perigeo de la trayectoria elíptica de caída del cohete será;

$\Delta v = (v_P)_2 - v_C = 8580.25 - 6314.89$;

De donde: Δv = 2265.36 m/s = 2.27 km/s;

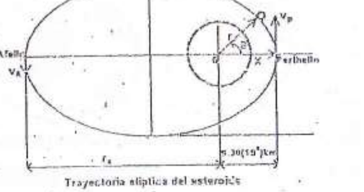
13.124 Un asteroide está en órbita elíptica alrededor del Sol de tal forma que su perihelio es de $9.30(10^9)$ km. Si la excentricidad de la órbita es e = 0.073, determine el afelio de la órbita.

Solución:

Cálculo del afelio del asteroide:

Su perihelio es: $r_P = r_0 = 9.30(10^9)$ km;

Excentricidad: e = 0.073;



Trayectoria elíptica del asteroide

Como trayectoria del cuerpo es elíptica;

Se tiene: $e=\dfrac{Ch^2}{GM_T}=\dfrac{1}{r_0}\left(1-\dfrac{GM_T}{r_0v_0^2}\right)\left(\dfrac{r_0v_0^2}{GM_T}\right)$;

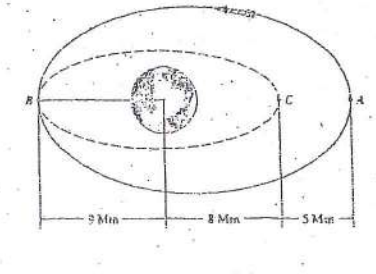
De donde: $e=\left(\dfrac{r_0v_0^2}{GM_T}-1\right)$; $\dfrac{GM_T}{r_0v_0^2}=\dfrac{1}{e+1}$;

Sabemos que: $r_a=\dfrac{r_0}{(2GM_T/r_0v_0^2)-1}$;

Combinando el afelio es: $r_a=\dfrac{r_0(e+1)}{1-e}$;

Con valores: $r_a=\dfrac{9.30(10^9)(1.073)}{0.927}=10.8(10^9)\,km$.

13.125 El cohete está viajando en una órbita elíptica de vuelo libre alrededor de la Tierra de tal manera que e = 0.76 como se muestra. Determine su rapidez cuando está en el punto A. Determine también el cambio súbito en rapidez que el cohete debe experimentar en B para viajar en vuelo libre a lo largo de la órbita indicada por la trayectoria de la línea discontinua.



Solución:

Cálculo de rapidez en el punto A:

Para la trayectoria inicial elíptica se tiene;

$e=\dfrac{Ch^2}{GM_T}$; $C=\dfrac{1}{r_0}\left(1-\dfrac{GM_T}{r_0v_0^2}\right)$ y $h=r_0v_0$;

De donde: $e=\left(\dfrac{r_0v_0^2}{GM_T}-1\right)$;

En perigeo: $\dfrac{r_0v_0^2}{GM_T}=e+1$; $\dfrac{GM_T}{r_0v_0^2}=\dfrac{1}{e+1}$ ..(1);

$r_a=\dfrac{r_0}{(2GM_T/r_0v_0^2)-1}$ ..(2);

De ecuaciones (1) y (2) se tiene la relación entre el perigeo y el apogeo;

$r_a=\dfrac{r_0}{2(\frac{1}{e+1})-1}=\dfrac{r_0(e+1)}{1-e}$ ..(3);

En ecuación (1): $v_0=\sqrt{\dfrac{GM_T(e+1)}{r_0}}$;

La velocidad en el perigeo inicial B es;

$$v_B=v_0=\sqrt{\frac{66.73(10^{-12})(5.976)(10^{24})(0.76+1)}{9(10^6)}}=8831\ m/s$$

La velocidad en el apogeo inicial A es;

$v_A=\dfrac{r_P}{r_a}v_B=\dfrac{9(10^6)}{13(10^6)}(8831)$;

De donde: $v_A=6113\,m/s=6.113\,km/s$;

Cálculo de variación de velocidad en B:

Para la trayectoria elíptica más pequeña;

En la ecuación (3) $9(10)^6=\dfrac{8(10^6)(e+1)}{1-e}$;

De donde: $e=0.0582$;

La velocidad en C se obtiene con;

La ecuación (1): $v_0 = \sqrt{\dfrac{GM_T(e+1)}{r_0}}$; con datos;

$$v_c = v_0 = \sqrt{\frac{66.73(10^{-12})(5.976)(10^{24})(0.05882+1)}{8(10^6)}} = 7265 m/s;$$

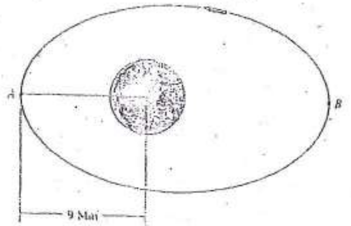
La velocidad para elipse menor en B es;

$$v_B = \frac{r_P}{r_a} v_C = \frac{8(10^6)}{9(10^6)}(7265) = 6458 m/s;$$

La variación de la velocidad en B es;

Δv_B = 6458-8831 = -2374 m/s = -2.37 km/s;

13.126 El cohete está viajando en una órbita elíptica de vuelo libre alrededor de la Tierra de tal manera que e = 0.76 y su perigeo es de 9 Mm como se muestra. Determine su rapidez cuando está en el punto B. Determine también la disminución repentina en rapidez que el cohete debe experimentar en A para viajar en una órbita circular alrededor de la Tierra.



Solución

Cálculo de la rapidez del cohete en B:

Para la trayectoria inicial elíptica se tiene;

$$e = \frac{Ch^2}{GM_T};\quad C = \frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_T}{r_0 v_0^2}\right)\ y\ h = r_0 v_0;$$

De donde: $e = \left(\dfrac{r_0 v_0^2}{GM_T} - 1\right)$;

En perigeo: $\dfrac{r_0 v_0^2}{GM_T} = e+1$; $\dfrac{GM_T}{r_0 v_0^2} = \dfrac{1}{e+1}$ ..(1);

De la ecuación (1): $v_0 = \sqrt{\dfrac{(1+e)\,GM_T}{r_0}}$ ..(2);

Sabemos: $r_a = \dfrac{r_0}{(2GM_T/r_0 v_0^2) - 1}$; luego con (1);

Se tiene: $r_a = \dfrac{r_0}{2\left(\frac{1}{1+e}\right) - 1}$ ..(3);

Con esto el apogeo en función del perigeo;

$$r_a = \frac{(1+e)}{(1-e)} r_0 = \left(\frac{1+0.76}{1-0.76}\right)\left[9(10^6)\right] = 66.0(10^6)m;$$

En la ecuación (2) $r_0 = r_P = 9\ (10^6)$;

La velocidad en A es;

$$v_A = v_P = \sqrt{\frac{(1+0.76)(66.73)(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{9(10^6)}} = 8830.82\ m/s;$$

Luego aplicando ecuación 13-20 del texto;

Su velocidad en el apogeo B es;

$$v_a = v_B = \left(\frac{r_P}{r_a}\right) v_P = \left[\frac{9(10^6)}{66.0(10^6)}\right](8830.82);$$

De donde: $v_a = v_B = 1204.2\ m/s = 1.20\ km/s$;

Cálculo de la disminución de velocidad en A:

La velocidad en A en trayectoria circular es;

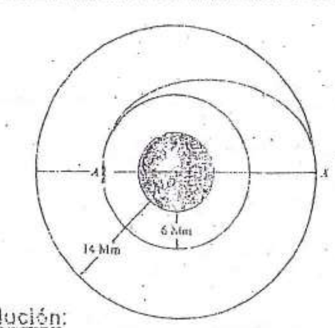
$$v_C = \sqrt{\frac{GM_T}{r_0}} = \sqrt{\frac{66.73(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{9(10^6)}} = 6656.48\ m/s;$$

La disminución en A es;

$\Delta v = v_P - v_C$ = 88308.82 – 6656.48;

De donde: Δv = 2174.34 m/s = 2.17 km/s.

13.127 El cohete mostrado está originalmente en una órbita circular 6 Mm por arriba de la superficie de la Tierra. Se requiere que viaje en otra órbita circular con altitud de 14 Mm. Para que así suceda, al cohete se le da un corto pulso de potencia en A de manera que viaje, de la primera órbita a la segunda, en vuelo libre a lo largo de la trayectoria elíptica señalada en un tono más claro. Determine la rapidez necesaria que el cohete debe tener en A justo después del pulso de potencia, y el tiempo requerido para llegar a la órbita exterior a lo largo de la trayectoria AA'. ¿Qué ajuste en rapidez debe hacerse en A' para mantener la segunda órbita circular?.



Solución:

Cálculo de rapidez luego del pulso en A:

De la trayectoria elíptica se sabe que;

El apogeo es: r_a = (14 + 6.378) = 20.378Mm;

El perigeo es: $r_0 = r_P = (6 + 6.378)(10^6)$m;

Esto en la Ec.13-27: $r_a = \dfrac{r_0}{(2GM/r_0 v_0^2) - 1}$;

$$20.378(10^6) = \frac{12.378(10^6)}{\left(\dfrac{2(66.73)(10^{-12})\left[5.976(10^{24})\right]}{12.378(10^6)v_P^2}\right) - 1}$$

De donde la velocidad luego del pulso es;

v_P = 6331.27 m/s;

Tiempo usado en la trayectoria AA':

La velocidad en el apogeo o llegada es;

$$v_a = \left(\frac{r_P}{r_a}\right) v_P = \left[\frac{12.378(10^6)}{20.378(10^6)}\right](6331.27) = 385.74\ m/s;$$

Sabemos por Ec. 13-20 del texto;

$h = r_P v_P = 12.378(10^6)(6331.27)$;

De donde: $h = 78.368(10^9)\ m^2/s$;

Sabemos por Ec. 13-31 del texto;

$$T = \frac{\pi}{h}(r_P + r_a)\sqrt{r_P r_a};$$

De la figura sabemos perigeo y apogeo;

$$T = \frac{\pi}{78.368(10^9)}\left[(12.378 + 20.378)(10^6)\right]\sqrt{12.378(20.378)(10^6)}$$

De donde: T = 20854.54seg.

El tiempo para trayectoria AA' es:

$$t = \frac{T}{2} = 10427.38 s = 2.90 hr;$$

Ajuste de velocidad en A' para circular:

La velocidad en A' para que sea circular es;

$$v_C = \sqrt{\frac{GM_e}{r_0}} = \sqrt{\frac{66.73(10^{-12})(5.976)(10^{24})}{20.378(10^6)}};$$

De donde: $v_C = 4423.69\ m/s = 4.42\ km/s$;

El ajuste de velocidad es;

$\Delta v = v_C - v_a$ = 4423.69 – 3845.74 = 578 m/s;

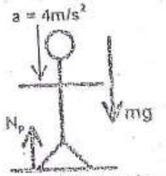
Por lo cual hay que disminuir en 578m/s la velocidad de llegada de la trayectoria elíptica.

CAPITULO 14.- CINÉTICA DE UNA PARTICULA: TRABAJO Y ENERGÍA

12.2 PRINCIPIO DE TRABAJO Y ENERGIA.

PROBLEMAS RESUELTOS.

14.1. Una mujer con masa de 70 kg está de pie en un elevador que tiene una aceleración hacia debajo de 4 m/s^2 partiendo del reposo. Determine el trabajo realizado por su peso y el trabajo de la fuerza normal que el piso ejerce sobre ella cuando el elevador desciende 6 m. Explique por qué el trabajo de estas fuerzas es diferente.



Fuerzas sobre mujer

Solución:

2da.ley en la dirección vertical;

$+\downarrow\sum F_y = ma_y$; $70(9.81) - N_P = 70(4)$;

De donde: $N_P = 406.7$ N;

Trabajo realizado por las fuerzas:

Por el peso; $U_W = 6(686.7) = 4.12$ kJ;

Por normal; $U_{NP} = -6(406.7) = -2.44$ kJ;

Por cinemática es un MRUV;

Por lo cual; $v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$;

Con datos; $v^2 = 0 + 2(4)(6 - 0)$;

De donde; v = 6.928 m/s;

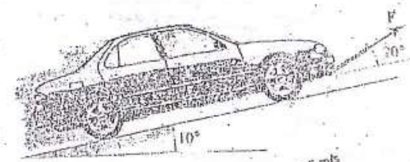
Por principio de trabajo y energía;

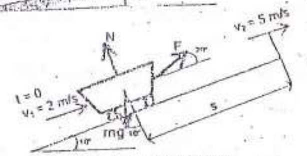
$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1\text{-}2}$;

$\Delta T = \sum U_{1\text{-}2} = 4.12 - 2.44 = 1.68$ kJ;

$$\Delta T = \frac{1}{2}(70)(6.928)^2 = 1.68\,kJ;$$

14.2. El automóvil con masa de 2 Mg originalmente está viajando a 2 m/s. Determine la distancia que debe ser jalado por una fuerza F = 4 kN para que alcance una rapidez de 5 m/s. Desprecie la fricción y la masa de las ruedas.





Fuerzas sobre el carro

Solución: Con el diagrama adjunto;

Cálculo de la distancia arrastrada s:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1\text{-}2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + [F\cos 20°(s) - mg\,sen\,10°(s)] = \frac{1}{2}mv_2^2;$$

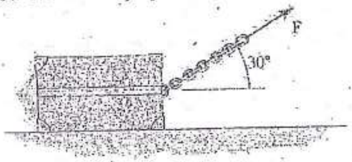
Con datos del gráfico; m = 2Mg; F = 4kN;

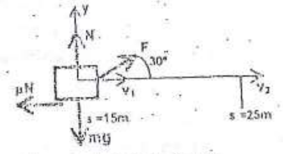
$$\frac{1}{2}(2000)(2)^2 + [4000\cos 20°(s) - 19620\,sen\,10°(s)] = \frac{1}{2}(2000)(5)^2$$

De donde: s = 59.694 m.

14.3. La caja de 2kg está sometida a una fuerza que tiene dirección constante y magnitud F = 300/(1+s) N; donde s es medida en metros. Cuando s = 15 m, la caja se está moviendo hacia la derecha con rapidez de 8 m/s. Determine su rapidez

cuando s = 25 m. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y el suelo es $\mu_k = 0.25$.





Fuerzas y trayectoria de caja

Solución:

Cálculo de rapidez cuando s = 25 m:

2da.ley en la dirección vertical;

$$+\uparrow\sum F_y = ma_y;\ N + \left(\frac{300}{1+s}\right)sen\,30° - 2(9.81) = 2(0)$$

De donde: $N = \left(-\frac{150}{1+s} + 19.62\right)N$ ...(1);

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1\text{-}2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1\text{-}2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \;...(2);$$

Para nuestro caso se tiene;

$$\sum U_{1\text{-}2} = \int_{15m}^{25m} F\cos 30°\,ds - \int_{15m}^{25m} \mu N\,ds;$$

Como; $\mu_k = 0.25$; F = 300/(1+s) y N en (1);

$$\sum U_{1\text{-}2} = \int_{15m}^{25m}\left(\frac{300}{1+s}\right)\cos 30°\,ds - \int_{15m}^{25m}\left(-\frac{37.5}{1+s} + 4.905\right)ds$$

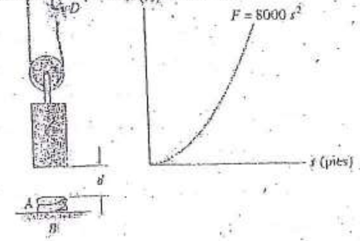
Lo anterior en (2) tenemos;

$$\frac{1}{2}(2)(8^2) + \int_{15m}^{25m}\left(\frac{300}{1+s}\right)\cos 30°\,ds - ...$$

$$... - \int_{15m}^{25m}\left(-\frac{37.5}{1+s} + 4.905\right)ds = \frac{1}{2}(2)v^2;$$

De donde: v = 12.62122 m/s.

14.4. El "resorte de aire" A se usa para proteger la estructura de soporte B y prevenir daño al peso tensionante C de la banda transportadora en el caso de que ocurra una falla en la banda D. La fuerza desarrollada por el resorte como una función de su deflexión se muestra en la gráfica. Si el peso es de 50 lb y está suspendido a una altura d = 1.5 pies por arriba de la parte superior del resorte, determine la deformación máxima del resorte en caso de que la banda transportadora falle. Desprecie la masa de la polea y la banda.



Solución:

Cálculo de la deformación s del resorte:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1\text{-}2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1\text{-}2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \;...(1);$$

Situación 1: La cuerda D se rompe y cae C;

Situación 2: C cayó sobre A y lo deformo s;

El trabajo de las fuerzas sobre C desde el inicio de la caída hasta que se detiene es;

$$U_{1\text{-}2} = \left[50(1.5+s) - \int_0^s 8000s^2 ds\right] ...(2);$$

Como: $v_1 = v_2 = 0$; y (2) en (1);

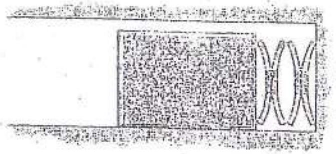
Se tiene: $0 + \left[50(1.5+s) - \int_0^s 8000s^2 ds\right] = 0$;

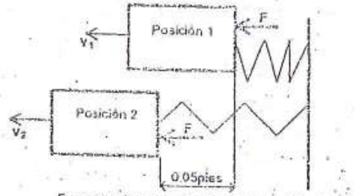
Luego: $50(1.5+s) - \frac{8000s^3}{3} = 0$;

Se tiene: $8000s^2 - 150s - 225 = 0$;

De donde: s = 0.177342 pies = 2.1281 pulg.

14.5. El tapón liso tiene un peso de 20 lb y es empujado contra una serie de roldadas de resorte Belleville de manera que la compresión en el resorte es s = 0.05 pies. Si la fuerza de éste sobre el tapón es F = $(3s^{1/3})$ lb, donde s está dada en pies; determine la rapidez del tapón después que se mueve alejándose del resorte. Desprecie la fricción.





Fuerzas y trayectoria del tapon

Solución:

Velocidad del tapón al separarse del resorte:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Situación 1: resorte se comprimió al máximo y el tapón se detuvo;

Situación 2: El resorte recupero su tamaño inicial y el tapón empieza separarse;

El trabajo del la fuerza del resorte sobre el tapón de 1 a 2 es;

$U_{1-2} = \left[\int_0^{0.05} 3s^{1/3}ds\right]$ ..(2);

Como: $v_1 = 0$; $v_2 = v$; y (2) en (1);

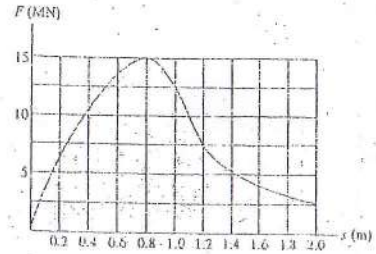
Se tiene: $0 + \int_0^{0.05} 3s^{1/3}ds = \frac{1}{2}\left(\frac{20}{32.2}\right)v^2$;

Evaluando: $3\left(\frac{3}{4}\right)(0.05)^{4/3} = \frac{1}{2}\left(\frac{20}{32.2}\right)v^2$;

De donde: v = 0.36531362 pies/s.

Velocidad de separación del tapón.

14.6. Cuando un proyectil de 7 kg es disparado por el barril de un cañón que tiene 2 m de longitud, la fuerza explosiva ejercida sobre el proyectil, mientras está en el barril, varía como se muestra en el diagrama. Determine la velocidad aproximada del proyectil en el instante en que sale del barril. Desprecie los efectos de la fricción dentro del barril y suponga que éste es horizontal.



Solución:

Velocidad del proyectil saliendo del cañón:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Situación 1: Proyectil antes de disparar;

Situación 2: Proyectil saliendo del cañón;

El trabajo del la fuerza sobre el proyectil de 1 a 2 se calcula del gráfico con planímetro;

$U_{1-2} = \int_0^2 F(s)ds = (31.5)(2.5)(10^6)(0.2)$;

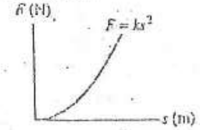
De donde: $U_{1-2} = 15.75(10^6)kg.m^2/s^2$ ..(2);

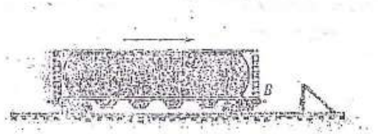
Como; $v_1 = 0$; $v_2 = v_2$; y (2) en (1);

$0 + [15.75(10^6)kg.m^2/s^2] = \frac{1}{2}(7kg)(v_2)^2$;

De donde: v_2 = 2121 m/s = 2.12 km/s (aprox.)

14.7. Consideraciones de diseño para el amortiguador B sobre el carro de 5 Mg de un ferrocarril requieren el uso de un resorte no lineal cuyas características carga-deflexión se muestran en la gráfica. Seleccione el valor apropiado de k de manera que la deflexión máxima del resorte sea de 0.2 m cuando el carro, viajando a 4 m/s, choque contra el tope rígido. Desprecie la masa de las ruedas del carro.





Solución:

Cálculo de k del resorte no lineal B:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Situación 1: Resorte B a punto de chocar con barrera a la velocidad de 4m/s;

Situación 2: Vagón se detiene y resorte con deflexión máxima de 0.2m;

El trabajo del la fuerza sobre el proyectil de 1 a 2 se calcula del gráfico con planímetro;

$U_{1-2} = -\int_0^{0.2} ks^2\,ds = -k\frac{(0.2)^3}{3}$ ..(2);

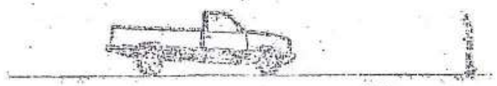
Como; v_1 = 4m/s; v_2 = 0; m = 5Mg y (2) en (1);

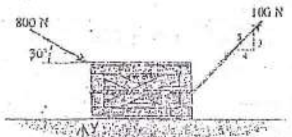
Se tiene: $\frac{1}{2}(5000)(4)^2 - \int_0^{0.2} ks^2\,ds = 0$;

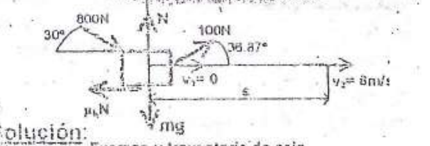
Luego: $40000 - k\frac{(0.2)^3}{3} = 0$;

De donde: k = 15.0 MN/m^2

14.8. La caja, que tiene masa de 100 kg, está sometida a la acción de las dos fuerzas. Si originalmente está en reposo, determine la distancia que se desliza para alcanzar una rapidez de 6 m/s. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y la superficie es μ_k = 0.2.







Fuerzas y trayectoria de caja

Solución:

Cálculo del espacio recorrido para v = 6m/s:

Aplicando la 2da. ley en la dirección normal;

$+\uparrow \sum F_y = ma_y$:

$N + 100(3/5) - 800\,sen\,30° - 100(9.81) = 100(0)$;

De donde: N = 1321 N;

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Como; μ_k = 0.2; la fuerza de fricción es;

$F_k = \mu_k N$ = (0.2)(1321) = 264.2 N;

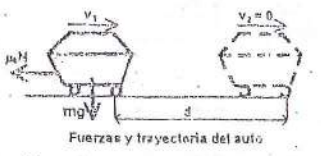
Como; $v_1 = 0$; v_2 = 6m/s; m = 100kg;

En la ecuación (1) tenemos;

$0 + 800\cos 30°(s) + 100\left(\frac{4}{5}\right)s - 264.2s = \frac{1}{2}(100)(6^2)$;

De donde: s = 3.5389356 m.

14.9. Cuando el conductor acciona los frenos de camioneta ligera que viaja a 40 km/h, ésta resbala 3 m antes de detenerse. ¿Qué distancia resbalará la camioneta si está viajando a 80 km/h cuando se accionas los frenos?.



Fuerzas y trayectoria del auto

Solución:

Cálculo distancia de frenado para 80 km/hr:

En SI: $40\,km/h = \dfrac{40(10^3)m}{3600seg.} = 11.11\,m/s$;

En SI: $80\,km/h = \dfrac{80(10^3)m}{3600seg.} = 22.22\,m/s$;

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1\text{-}2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Para v_1 = 40km/hr; se tiene; d = 3m;

Esto en la ecuación (1);

Se tiene: $\frac{1}{2}m(11.11)^2 - \mu_k\, mg(3) = 0$;

De donde: $\mu_k g$ = 20.576 m/s^2;

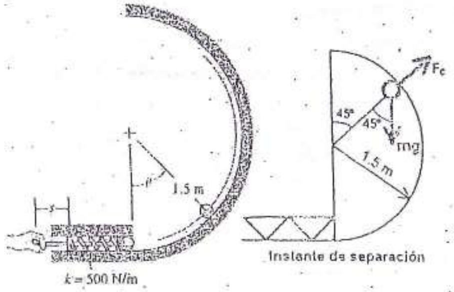
Para v_1 = 80km/hr;

Hallamos el valor de d en la ecuación (1);

$\frac{1}{2}m(22.22)^2 - (20.576)m(d) = 0$;

De donde: d = 11.99767691 m.

14.10. La bola de 0.5 kg de tamaño insignificante es disparada hacia arriba por la vía vertical circular usando el émbolo de resorte. El émbolo mantiene comprimido al resorte 0.08 m cuando s = 0. Determine qué tan lejos, s, debe ser jalado hacia atrás el émbolo y liberado de manera que la bola empiece a dejar la vía cuando θ = 135°.



Solución

Aplicamos la 2da.ley en la normal en el instante de la separación

$\sum F_n = mgsen45° = F_C = ma_n = m\dfrac{v_2^2}{R}$;

Con valores: $0.5(9.81)sen45° = 0.5\left(\dfrac{v_2^2}{1.5}\right)$;

De donde: $v_2^2 = 10.41\,m^2/s^2$;

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1\text{-}2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Situación 1: La bola detenida con deformación de resorte de s + 0.08;

Situación 2: La bola se separa de la trayectoria circular;

Constante del resorte: k = 500N/m;

$$U_{1-2} = \begin{Bmatrix}\left(\frac{1}{2}(500)(s+0.08)^2 - \frac{1}{2}(500)(0.08)^2\right) - \\ -0.5(9.81)(1.5+1.5sen45°)\end{Bmatrix};$$

Como; v_1 = 0; m = 0.5kg; $v_2^2 = 10.41\,m^2/s^2$;

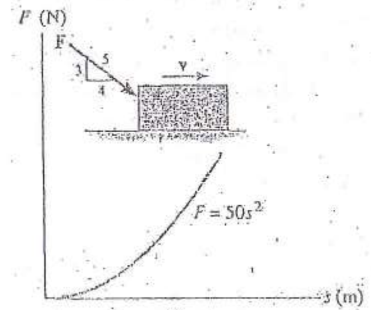
Estos datos en (1)

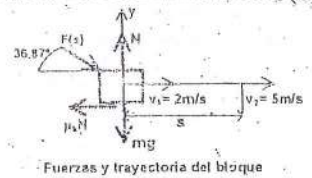
$$0 + \begin{Bmatrix}\left(\frac{1}{2}(500)(s+0.08)^2 - \frac{1}{2}(500)(0.08)^2\right) \\ -0.5(9.81)(1.5+1.5sen45°)\end{Bmatrix} = \frac{1}{2}(0.5)(10.41);$$

De donde: s = 0.1789m = 179 mm;

Deformación del resorte necesaria para que la bola se separe en 135°.

14.11. La fuerza F, que actúa en dirección constante sobre el bloque de 20 kg, tiene una magnitud que varía con la posición s del bloque. Determine qué distancia se desliza el bloque antes que su velocidad sea de 5 m/s. Cuando s = 0, el bloque se está moviendo hacia la derecha a 2 m/s. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es μ_k = 0.3.





Fuerzas y trayectoria del bloque

Solución:

Cálculo del espacio recorrido para v = 5m/s:

Aplicando la 2da.ley en la dirección normal;

$+\uparrow \sum F_y = 0;\ \ N_B - 20(9.81) - \frac{3}{5}(50s^2) = 0$;

De donde: N_B = 196.2 + 30 s^2;

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1\text{-}2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Como; μ_k = 0.3; la fuerza de fricción es;

$F_k = \mu_k N_B = (0.3)(196.2 + 30s^2)$;

Como; v_1 = 2m/s; v_2 = 5m/s; m = 20kg;

En la ecuación (1) colocamos los trabajos realizados por todas las fuerzas que actúan sobre el bloque y las energías cinéticas;

$\frac{1}{2}(20)(2)^2 + \frac{4}{5}\int_0^s 50s^2\,ds - \cdots$

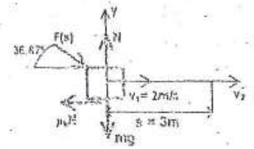
$\cdots - 0.3\int_0^s (196.2 + 30s^2)ds = \frac{1}{2}(20)(5)^2$;

Luego: 40 + 13.33 s^3 – 58.86 s – 3 s^3 = 250;

Ordenando: s^3 – 5.6961 s – 20.323 = 0;

De donde: s = 3.41 m.

14.12. La fuerza F, que actúa en dirección constante sobre el bloque de 20 kg, tiene una magnitud que varía con la posición s del bloque. Determine la rapidez del bloque después que se ha deslizado 3 m. Cuando s = 0 el bloque se está moviendo hacia la derecha a 2 m/s. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es μ_k = 0.3.



Fuerzas y trayectoria del bloque

Solución: En problema anterior hallar v_2;

Cálculo de velocidad si recorrió s = 3m:

Aplicando la 2da.ley en la dirección normal;

$+\uparrow \sum F_y = 0;\ \ N_B - 20(9.81) - \frac{3}{5}(50s^2) = 0$

De donde: N_B = 196.2 + 30 s^2;

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1\text{-}2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Como; μ_k = 0.3; la fuerza de fricción es;

$F_k = \mu_k N_B = (0.3)(196.2 + 30s^2)$;

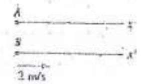
Como; v_1 = 2m/s; v_2 = ??; m = 20kg;
En la ecuación (1) colocamos los trabajos realizados por todas las fuerzas que actúan sobre el bloque y las energías cinéticas;
Como espacio recorrido es s = 3m;

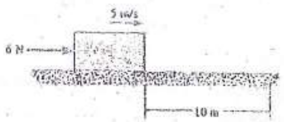
$$\frac{1}{2}(20)(2)^2+\frac{4}{5}\int_0^3 50s^2\,ds - \cdots$$

$$\cdots - 0.3\int_0^3 (196.2+30s^2)\,ds=\frac{1}{2}(20)(v_2)^2;$$

Evaluando las integrales;
$40 + 360 - 176.58 - 81 = 10(v_2)^2$;
De donde: v_2 = 3.773857 m/s.

14.13. Como se indicó en la derivación, el principio del trabajo y la energía es válido para observadores en cualquier marco de referencia inercial. Demuestre que esto es así mediante la consideración del bloque de 10 kg que descansa sobre la superficie lisa y está sometido a una fuerza horizontal de 6 N. Si el observador A se encuentra en un marco fijo x, determine la rapidez final del bloque si tiene una rapidez inicial de 5 m/s y viaja 10 m, ambas dirigidas hacia la derecha y medidas desde el marco fijo. Compare el resultado con el obtenido por un observador B, unido al eje x' y moviéndose a velocidad constante de 2 m/s con relación a A. Sugerencia: La distancia que viaja el bloque tendrá que ser calculada primero para el observador B antes de aplicar el principio del trabajo y la energía.





Solución:
Para el observador fijo en A el valor de v_2:
Por principio de trabajo y energía para A;
$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1\text{-}2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2+\sum U_{1-2}=\frac{1}{2}mv_2^2 \ldots(1);$$

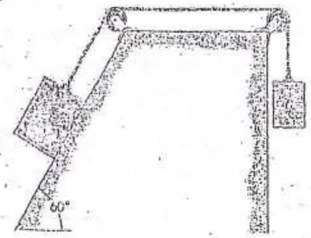
Como; v_1 = 5m/s; v_2 =??; m = 10kg; en (1);
Se tiene; $\frac{1}{2}(10)(5)^2+6(10)=\frac{1}{2}(10)v_2^2$;
De donde: v_2 = 6.08 m/s;

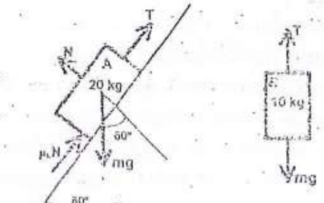
Para el observador móvil en B el valor de v_2:
Se cumple para ambos sistemas inerciales;
La 2da.ley de Newton: F = ma;
Como; F = 6N y m = 10kg;
Luego; 6 = 10a; de donde; a = 0.6 m/s^2;
En tiempo invertido en recorrer los 10 m;
Es lo mismo para ambos sistemas para velocidades newtonianas;
Se sabe: $\left(\overset{+}{\rightarrow}\right)$ $s=s_0+v_0t+\frac{1}{2}a_ct^2$;
Con datos para A: $10=0+5t+\frac{1}{2}(0.6)t^2$;
Luego: $t^2 + 16.67t - 33.33 = 0$;
De donde: t = 1.805 s;
Con este tiempo B recorre a v = 2 m/s;
s' = 2(1.805) = 3.609 m;
Por lo cual para el observador B el bloque recorre: 10-3.609 = 6.391 m;
Por principio de trabajo y energía para B;
$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1\text{-}2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2+\sum U_{1-2}=\frac{1}{2}mv_2^2 \ldots(2);$$

Como; v_1 = 3m/s; v_2 =??; m = 10kg; F = 6N;
En (2): $\frac{1}{2}(10)(3)^2+6(6.391)=\frac{1}{2}(10)v_2^2$;
De donde: v_2 = 4.08 m/s.
El principio se cumple para ambos sistemas.

14.14. Determine la velocidad del bloque A de 20 kg después de liberarlo del reposo y que se mueve 2 m hacia abajo por el plano. El bloque B tiene masa de 10 kg y el coeficiente de fricción cinética entre el plano y el bloque A es μ_k = 0.2. ¿Cuál es la tensión en la cuerda?.





Fuerzas en bloques A y B

Solución:
Cálculo de la tensión T de la cuerda:
Bloque A en la dirección normal:
$+\nwarrow \sum F_y = 0$: $N_A - 20(9.81)\cos 60° = 0$;
De donde: N_A = 98.1 N;
Por principio de trabajo y energía para sistema de bloques A y B;
$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$;

$$\frac{1}{2}m_Av_{A1}^2+\frac{1}{2}m_Bv_{B1}^2+\sum U_{1-2}=\frac{1}{2}m_Av_{A2}^2+\frac{1}{2}m_Bv_{B2}^2 \ldots(1);$$

Las fuerzas que trabajan en el sistema son:
Peso A: m_Ag Sen 60°; positiva;
Peso B: m_Bg; negativa;
Fricción plano y A; $\mu_kN = m_Ag$ Cos60°; Neg.;
La tensión T genera dos trabajos del mismo valor pero de signo contrario que se anulan;
Con la ec. (1) se halla la velocidad final;
(0 + 0)+20(9.81)(sen60°) 2 – 10 (9.81) 2 -
- 20(9.81)(cos60°)(2)(0.2) = $0.5v^2(20+10)$;
La velocidad del sistema: v = 2.638 m/s.
Aplicamos el principio de trabajo y energía solo al bloque B:
$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$;

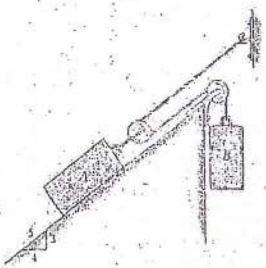
$$\frac{1}{2}m_Bv_{B1}^2+\sum U_{1-2}=\frac{1}{2}m_Bv_{B2}^2 \ldots(2);$$

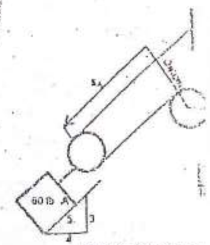
Conocemos el espacio recorrido y velocidades inicial y final;
En (2) con valores tenemos;

$$0+T(2)-10(9.81)(2)=\frac{1}{2}(10)(2.638)^2;$$

De donde: T = 115N;
Para verificar lo anterior tomar el bloque A:
$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$;
0 + 20(9.81)(sen60°)(2)–T(2)–0.2(98.1)(2) =
$=\frac{1}{2}(20)(2.638)^2$; de donde; T = 115 N.

14.15. El bloque A pesa 60 lb y el bloque B 10 lb. Determine la rapidez del bloque A después de que se mueve 5 pies hacia abajo por el plano, partiendo del reposo. Desprecie la fricción y la masa de cuerda y poleas.





Relación cinemática de bloques A y B

Solución:

Cálculo de v_A cuando $\Delta s_A = 5pies$:

De esquema; $2s_A + s_B = L$;

Derivando; $2v_{A2} + v_{B2} = 0$;

Por principio de trabajo y energía para sistema de bloques A y B;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$;

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B1}^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2 \;..(1);$$

Los que trabajan son los pesos en el sistema pero no la tensión su trabajo es nulo.

Como; $-2v_{A2} = v_{B2}$; $-2\Delta s_A = \Delta s_B$;

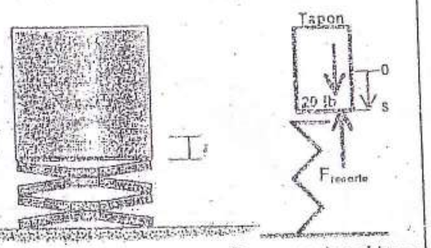
Si $\Delta s_A = 5pies$; entonces; $\Delta s_B = -10pies$;

Estos datos en (1) tenemos;

$$0 + 60\left(\frac{3}{5}\right)(5) - 10(10) = \frac{1}{2}\left(\frac{60}{32.2}\right)v_A^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{10}{32.2}\right)(2v_A)^2;$$

De donde: $v_A = 7.177743378$ pies/s.

14.16. El tapón liso tiene un peso de 20 lb y es empujada contra una serie de roldanas de resorte Belleville de manera que la compresión en el resorte es s = 0.05 pies. Si la fuerza del resorte sobre el tapón es $F = (100s^{1/3})$ lb, donde s está en pies, determine la rapidez del tapón justo después que se aleja del resorte, es decir, en s = 0.



Fuerzas sobre el tapon

Solución:

Velocidad de separación del tapón:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \;..(1);$$

Situación 1: La roldana se deformo al máximo; ósea s = pies y el tapón se detuvo;

Situación 2: la roldana recupero su posición inicial s = 0; el tapón se separa.

Trabajo es: $U_{1-2} = \int_0^{0.05pie} 100s^{1/3}ds - 20(0.05)$;

Como; $v_1=0$; $v_2 = v$ y m = 20/32.2 slug;

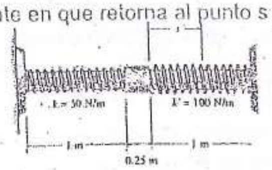
Estos datos en la ecuación (1) tenemos;

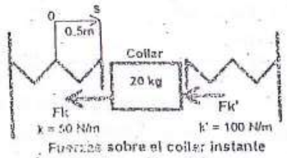
$$0 + \int_0^{0.05pie} 100s^{1/3}ds - 20(0.05) = \frac{1}{2}\left(\frac{20}{32.2}\right)v^2;$$

De donde: v = 1.108362772 pies/s;

Velocidad de separación del tapón.

14.17. El collar tiene una masa de 20 kg y descansa sobre la barra lisa. Dos resortes están unidos a él y a los extremos de la barra como se muestra. Cada resorte tiene longitud no comprimida de 1 m. Si el collar es desplazado s = 0.5 m y liberado del reposo, determine su velocidad en el instante en que retorna al punto s = 0.





Fuerzas sobre el collar instante defomación máxima

Solución:

Cálculo de la velocidad del collar en s = 0:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \;..(1);$$

Situación 1: El collar extendió al resorte izquierdo en 0.5.m;

Situación 2: Ambos resortes recuperaron su tamaño de 1 m.

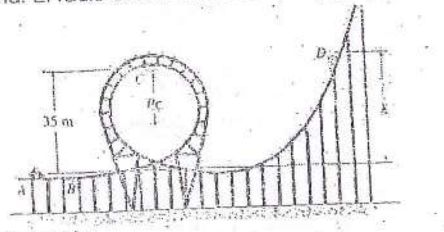
$$U_{1-2} = \frac{1}{2}ks^2 + \frac{1}{2}k's'^2 = \frac{1}{2}(50)(0.5)^2 + \frac{1}{2}(100)(0.5)^2;$$

Como; $v_1=0$; $v_2 = v_C$ y m = 20kg; esto en (1);

$$0 + \frac{1}{2}(50)(0.5)^2 + \frac{1}{2}(100)(0.5)^2 = \frac{1}{2}(20)v_C^2;$$

De donde: $v_C = 1.369306394$ m/s.

14.18. Determine qué altura h puede alcanzar el carro de 200 kg sobre el plano inclinado curvo D si se lanza desde B con rapidez suficiente justo para alcanzar la parte superior del lazo en C sin abandonar la vía. El radio de curvatura en C es $\rho_C = 25$ m.



Solución

Cálculo de altura h en el punto D:

Cuando llegue a C la fuerza inercial centrifuga debe igualar al peso;

$$\sum F_n = ma_n \;:\; mg = m\left(\frac{v_C^2}{\rho_C}\right);$$

Con valores dados: $200(9.81) = 200\left(\frac{v_C^2}{25}\right)$;

De donde; $v_C^2 = 245.25\, m^2/s^2$;

Ley de trabajo en tramo BC: $T_B + \sum U_{B\text{-}C} = T_C$;

Consideramos nivel 0 la posición B;

$$\frac{1}{2}(200)v_B^2 - 200(9.81)(35) = \frac{1}{2}(200)(245.25);$$

De donde: $v_B = 30.52785613$ m/s;

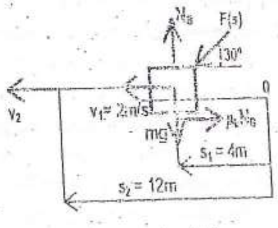
Ley de trabajo en tramo BD: $T_B + \sum U_{B\text{-}D} = T_D$;

En D su velocidad es nula;

Con datos; $\frac{1}{2}(200)(30.53^2) - 200(9.81)(h) = 0$;

De donde: h = 47.5 m.

14.19. El bloque de 2 kg está sometido a una fuerza de dirección constante y magnitud F = (300/ (1 + s)) N, donde s está en metros. Cuando s = 4 m, el bloque se está moviendo hacia la izquierda con rapidez de 8 m/s. Determine su rapidez cuando s = 12 m. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el suelo es μ_k = 0.25.



Fuerzas sobre el bloque

Solución:

Cálculo de la velocidad cuando s = 12m:

Con la 2da.ley en la vertical tenemos;

$+\uparrow \sum F_y = 0;\quad N_B = mg + F\,sen30°$;

Con valores: $N_B(s) = 2(9.81) + \frac{150}{1+s}$;

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \;..(1);$$

Situación 1: El bloque recorrió s = 4m;

Situación 2: El bloque recorrió s = 12m;

Como $\mu_k = 0.25$; m = 2kg; $v_1=0$; v_2 = ¿?;

El trabajo realizado entre 1 y 2 es;

$$U_{1-2} = \int_4^{12} \frac{300\cos 30°}{1+s}ds - 0.25\int_4^{12} 2(9.81) + \frac{150}{1+s}ds;$$

Estos datos en la ecuación (1) tenemos;

$$\frac{1}{2}(2)(8)^2 - 0.25[2(9.81)(12-4)] - 0.25\int_4^{12}\frac{150}{1+s}ds + ..$$

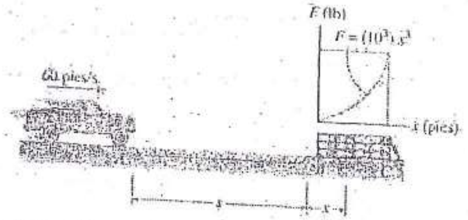
$$..+\int_4^{12}\frac{300}{1+s}ds\cos 30^\circ = \frac{1}{2}(2)(v_2^2);$$

Operando tenemos;

$$v_2^2 = 24.76 - 37.5\ln\left(\frac{1+12}{1+4}\right) + 259.81\ln\left(\frac{1+12}{1+4}\right);$$

De donde: v_2 = 15.4005674 m/s.

14.20. El movimiento de una camioneta es frenado usando una cama de piedras sueltas AB y un conjunto de barriles antichoques BC. Si los experimentos muestran que las piedras proporcionan una resistencia al rodamiento de 160 lb por rueda y los barriles proporcionan una resistencia como se muestra en la gráfica, determine la distancia x que la camioneta de 4500 lb penetra en los barriles si está viajando libremente a 60 pies/s cuando se acerca a A. Considere s = 50 pies y desprecie el tamaño de la camioneta.



Solución:

Cálculo de la penetración x de la camioneta:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \;..(1);$$

Situación 1: Camioneta esta en A;

Situación 2: Camioneta penetro x en BC y se detuvo;

Como; F_k = 160 lb/llanta; W = 4500 lb;

También; v_1=60pies/s; v_2 =0;

Trabajo; $U_{1-2} = -4(160)(50) - \int_0^x (10)^3x^3dx$;

Con estos valores en la ecuación (1);

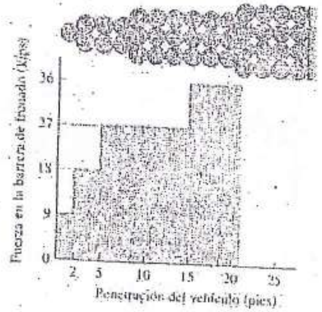
$$\frac{1}{2}\left(\frac{4500}{32.2}\right)(60)^2 - 4(160)(50) - \int_0^x(10)^3x^3dx = 0;$$

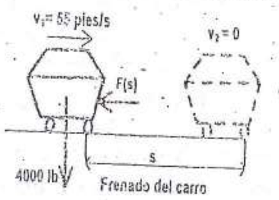
Luego: $219552.795 - \frac{10^3}{4}x^4 = 0$;

De donde: x = 5.443769655pies.

Distancia que penetra el carro en BC.

14.21. La barrera antichoque en una autopista consiste en un grupo de barriles llenos con material absorbente de impactos. La fuerza de contención de la barrera se mide contra la penetración del vehículo en ella. Determine la distancia que un carro con peso de 4000 lb penetrará la barrera si está viajando originalmente a 55 pies/s cuando golpea el primer barril.





Solución:

Cálculo de la penetración si v_1 = 55 pies/s:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \;..(1);$$

Situación 1: Vehículo toca la barrera;

Situación 2: Vehículo se detiene;

Como; v_1= v_2 =0; U_{1-2} = área; W = 4000 lb;

Estos datos en la ecuación (1);

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4000}{32.2}\right)(55)^2 - Area = 0;$$

De donde: Área = 187.8881988 klibra.pie;

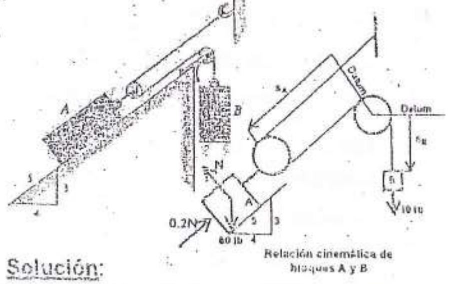
Luego en la figura klibra Vs pies;

2(9) + (5-2)(18) + x(27) = 187.8881988;

De donde: x = 4.2921 pies < (15 – 5) pies;

s = 5 pies + 4.29215551 pies = 9.2921pies.

14.22. Los dos bloques A y B tienen pesos W_A = 60 lb y W_B = 10 lb. Si el coeficiente de fricción cinética entre el plano inclinado y el bloque A es μ_k = 0.2, determine la rapidez de A después que se ha movido 3 pies hacia abajo por el plano inclinado partiendo del reposo. Desprecie la masa de cuerda y poleas.



Solución:

Cálculo de la rapidez de A si Δs_A = 3pies:

De la figura adjunta;

$s_A + (s_A + s_B) = L$; $2s_A + s_B = L$

Derivando: $2v_A = -v_B = 0$ (1);

2da.ley normal al plano inclinado;

$$+\sum F_y = ma_y: \; N - 60\left(\frac{4}{5}\right) = 0; \; N = 48.0\,lb;$$

Por principio de trabajo y energía para sistema de bloques A y B;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$;

$$\frac{1}{2}m_Av_{A1}^2 + \frac{1}{2}m_Bv_{B1}^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}m_Av_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_Bv_{B2}^2 \;..(2);$$

Los que trabajan son los pesos en el sistema pero no la tensión su trabajo es nulo

Como; $-2v_{A2} = v_{B2}$; $-2\Delta s_A = \Delta s_B$;

De donde: $\Delta s_B = -2\Delta s_A = 2(3) = -6$ pies;

Dando valores a (2) tenemos;

$$0 + W_A\left(\frac{3}{5}\Delta s_A\right) - F_f\Delta s_A - W_B\Delta s_B = \frac{1}{2}m_Av_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_Bv_{B2}^2;$$

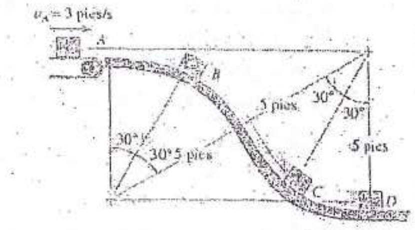
$$60\left[\frac{3}{5}(3)\right] - 9.60(3) - 10(6) = \frac{1}{2}\left(\frac{60}{32.2}\right)v_{A2}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{10}{32.2}\right)v_{B2}^2;$$

De donde: $1236.48 = 60v_A^2 + 10v_B^2$ ..(3);

Combinando las ecuaciones (1) y (3):

Tenemos: v_A = 3.5 pies/s; v_B = 7.0 pies/s.

14.23. Los paquetes, que tienen un peso de 50 lb, son entregados a la canaleta de v_A = 3 pies/s usando una banda transportadora. Determine su rapidez cuando llegan a los puntos B, C y D. Calcule también la fuerza normal de la canaleta sobre los paquetes en B y C. Desprecie la fricción y el tamaño de los paquetes.



Solución:

Cálculo de velocidad y normal en B:

Por principio de trabajo y energía para el tramo A – B: $T_A + \sum U_{A-B} = T_B$;

Como; W = 50 lb; r = 5pies; v_A = 3pies/s;

Con esto en la ecuación de energía;

$$\frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)(3)^2 + 50(5)(1-\cos 30°) = \frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)v_B^2;$$

De donde: v_B = 7.221 pies/s;

La 2da.ley en la dirección normal en B;

$$+\leftarrow \sum F_n = ma_n : -N_B + 50\cos 30° = \left(\frac{50}{32.2}\right)\left[\frac{(7.221)^2}{5}\right];$$

De donde: N_B = 27.10784 lb;

Cálculo de velocidad y normal en C:

Por principio de trabajo y energía para el tramo A – C: $T_A + \sum U_{A-C} = T_C$;

Como; W = 50 lb; r = 5pies; v_A = 3pies/s;

Con esto en la ecuación de energía;

$$\frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)(3)^2 + 50(5\cos 30°) = \frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)v_C^2;$$

De donde: v_C = 16.966443 pies/s.

La 2da.ley en la dirección normal en C;

$$+\rightarrow \sum F_n = ma_n : N_C - 50\cos 30° = \left(\frac{50}{32.2}\right)\left[\frac{(16.97)^2}{5}\right]$$

N_C = 132.6988416 lb.

Cálculo de velocidad en C:

Por principio de trabajo y energía para el tramo A – D: $T_A + \sum U_{A-D} = T_D$;

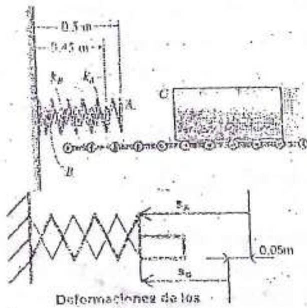
Como; W = 50 lb; r = 5pies; v_A = 3pies/s;

Con esto en la ecuación de energía;

$$\frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)(3)^2 + 50(5) = \frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)v_D^2;$$

De donde: V_D = 18.1934 pies/s.

14.24. El lingote de acero tiene masa de 1800 kg. Viaja a lo largo de la banda transportadora con rapidez v = 0.5 m/s cuando choca con el dispositivo de resortes "anidados". Determine la deflexión máxima necesaria en cada resorte para detener el movimiento del lingote. Considere k_A = 5 kN/m, k_B = 3 kN/m.



Deformaciones de los resortes A y B

Solución:

Cálculo de la deflexión máxima s:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \,..(1);$$

Situación 1: El lingote llega al resorte A;

Situación 2: El lingote se detiene luego de deformar los resortes A y B;

$$U_{1-2} = -\frac{1}{2}k_A s_A - \frac{1}{2}k_B s_B;$$

Con los datos conocidos;

$$U_{1-2} = -\frac{1}{2}(5000)s^2 - \frac{1}{2}(3000)(s-0.05)^2;$$

Como; v_1 = 0.5m/s; v_2 = 0; m = 1800kg;

Luego en la ecuación (1) tenemos;

$$\frac{1}{2}(1800)(0.5)^2 - \frac{1}{2}(5000)s^2 - \frac{1}{2}(3000)(s-0.05)^2 = 0$$

Operando;

$225 - 2500s^2 - 1500(s^2 - 0.1s + 0.0025) = 0$;

De donde; $s^2 - 0.0375s - 0.05531 = 0$;

Resolviendo; s = 0.2547 m;

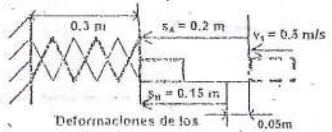
Como; s = 0.2547 m > 0.05 m; significa que ambos resortes se deforman;

Por lo cual las deformaciones de A y B son;

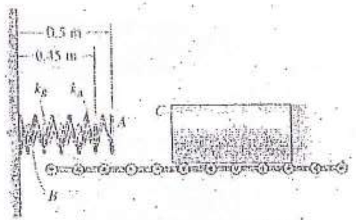
s_A = 0.2547 m.

$s_B = s_A - 0.05 = 0.2547 - 0.05 = 0.2047$ m.

14.25. El lingote de acero tiene masa de 1800 kg. Viaja a lo largo de la banda transportadora con rapidez v = 0.5 m/s cuando choca con el conjunto de resortes "anidados". Si la rigidez del resorte exterior es k_A = 5 kN/m, determine la rigidez k_B requerida en el resorte interno de manera que el movimiento del lingote sea detenido en el momento en que el frente C del lingote esté a 0.3 m de la pared.



Deformaciones de los resortes A y B



Solución: En el problema anterior se conocen las deformaciones de ambos resortes cuando el lingote se detuvo.

Cálculo de la rigidez k_B del resorte B:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \,..(1);$$

Situación 1: El lingote llega al resorte A;

Situación 2: El lingote se detiene luego de deformar los resortes A y B;

$$U_{1-2} = -\frac{1}{2}k_A s_A - \frac{1}{2}k_B s_B;$$

Con los datos conocidos;

$$U_{1-2} = -\frac{1}{2}(5000)(0.5-0.3)^2 - \frac{1}{2}k_B(0.45-0.3)^2;$$

Como; v_1 = 0.5m/s; v_2 = 0; m = 1800kg;

Luego en la ecuación (1) tenemos;

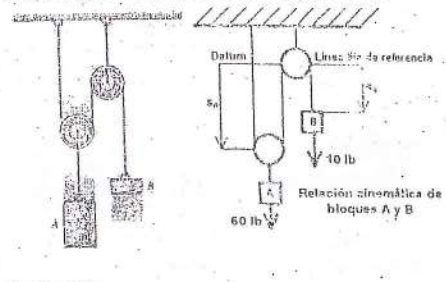
$$\frac{1}{2}(1800)(0.5)^2 - \frac{1}{2}(5000)(0.5-0.3)^2 - ..;$$

$$..-\frac{1}{2}(k_B)(0.45-0.3)^2 = 0$$

De donde la rigidez del resorte B es:

k_B = 11.11111 kN/m.

14.26. El bloque A pesa 60 lb y el bloque B 10 lb. Determine la distancia que A debe descender desde el reposo antes de obtener una rapidez de 8 pies/s. ¿Cuál es la tensión en la cuerda que soporta al bloque A? Desprecie la masa de cuerda y poleas.



Relación cinemática de bloques A y B

Solución:

Cálculo de Δs_A del bloque A para v_A= 8m/s:

El bloque A baja desde el reposo;

En la figura adjunta: $2s_A + s_B = L$;

La variación es: $2\Delta s_A = -\Delta s_B$;

Derivando respecto al tiempo: $2v_A = -v_B$;

Cuando bloque A tiene; v_{A2} = 8 pies/s;

Entonces el bloque B tiene: v_{B2} = -16 pies/s;

Por principio de trabajo y energía para sistema de bloques A y B;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$;

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B1}^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2 \,..(1);$$

Con datos conocidos en la ecuación (1);

$[0+0]+[60(\Delta s_A)-10(2\Delta s_A)]=..$

$..=\frac{1}{2}\left(\frac{60}{32.2}\right)(8)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{10}{32.2}\right)(-16)^2$;

De donde: $\Delta s_A = 2.484$ pies;

Cálculo de tensión de la cuerda T:

Por principio de trabajo y energía para el bloque A: $T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$;

También: $\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2$ ..(2);

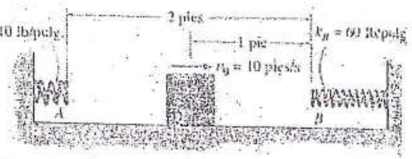
Conociendo el espacio que recorre el bloque A y la velocidad a la que llega;

Dando valores a la ecuación (2);

$0+60(2.484)-T_A(2.484)=\frac{1}{2}\left(\frac{60}{32.2}\right)(8)^2$;

De donde: $T_A = 35.995439$ lb.

14.27. El bloque de 25 lb tiene rapidez inicial v_0 = 10 pies/s cuando está a la mitad del camino entre A y B. Después de golpear al resorte B, rebota y se desliza por el plano horizontal hacia el resorte A, etc. Si el coeficiente de fricción cinética entre el plano y el bloque es μ_k = 0.4, determine la distancia total recorrida por el bloque antes de detenerse.



Solución: En figura inicio de recorrido;

Distancia total recorrida por el bloque s_T:

Por principio de trabajo y energía en 1-2;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Situación 1: Bloque con v_0 = 10 pie/s;

Situación 2: Bloque deformo al resorte B hasta detenerse;

Con datos conocidos en (1);

$\frac{1}{2}\left(\frac{25}{32.2}\right)(10)^2 - 0.4(25)(1+s_1) - \frac{1}{2}(60)s_1^2 = 0$;

La deformación de B es; s_1 = 0.8275 pies;

Por principio de trabajo y energía en 2-3;

$T_2 + \sum U_{2-3} = T_3$; o también; $\Delta T = \sum U_{2-3}$;

$\frac{1}{2}mv_2^2 + \sum U_{2-3} = \frac{1}{2}mv_3^2$ ..(2);

Situación 2: Bloque deformo al resorte B hasta detenerse;

Situación 3: Bloque deja el resorte B y se para por la fricción del piso;

En (2) con datos conocidos tenemos;

$0+\frac{1}{2}(60)(0.8275^2)-0.4(25)(0.8275+s_2)=0$

De donde: s_2 = 1.22676875pies;

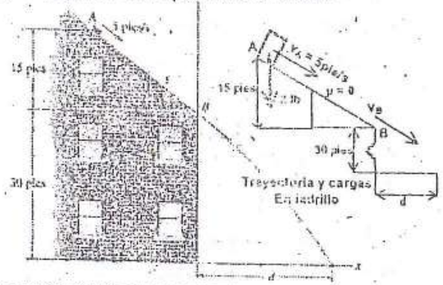
Como s_2 < 2pies; no llega tocar resorte A;

Luego la distancia total recorrida es;

$s_T = 2s_1+s_2+1=2(0.8275)+1.227+1$;

De donde: s_T = 3.882pie.

14.28. El ladrillo de 2 lb se desliza hacia abajo por un techo liso de tal forma que cuando está en A su velocidad es de 5 pies/s. Determine la rapidez del bloque justo antes de dejar la superficie en B, la distancia d desde la pared hasta donde toca el suelo, y la rapidez con que toca el suelo.



Solución:

Rapidez del bloque en al dejar techo en B:

Por principio de trabajo y energía entre A-B;

$T_A + \sum U_{A-B} = T_B$; o también; $\Delta T = \sum U_{A-B}$;

$\frac{1}{2}mv_A^2+\sum U_{A-B}=\frac{1}{2}mv_B^2$ ..(1);

Con datos en la ecuación (1);

$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(5)^2+2(15)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)v_B^2$;

De donde: v_B = 31.48 pies/s;

Cálculo de distancia d en el suelo:

Al pasar B el movimiento es parabólico;

En la horizontal: (+ →) $s = s_0 + v_0 t$;

Con valores; $d = 0+31.48\left(\frac{4}{5}\right)t$ ..(2);

En vertical: (+ ↓) $s=s_0+v_0t+\frac{1}{2}a_C t^2$;

Con datos: $30=0+31.48\left(\frac{3}{5}\right)t+\frac{1}{2}(32.2)t^2$;

Luego: $16.1t^2 + 18.888t - 30 = 0$;

De donde: t = 0.89916 seg.

Esto en (2): $d=31.48\left(\frac{4}{5}\right)(0.89916)=22.64\,pies$;

Cálculo de velocidad al llegar al suelo:

Por principio de trabajo y energía entre A-C;

$T_A + \sum U_{A-C} = T_C$; punto C es el suelo;

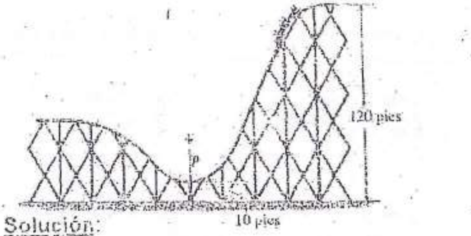
$\frac{1}{2}mv_A^2+\sum U_{A-C}=\frac{1}{2}mv_C^2$ ..(3);

Con datos en la ecuación (3);

$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(5)^2+2(45)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)v_C^2$;

De donde: v_C = 54.06477596 pies/s

14.29. Las montañas rusas son diseñadas de manera que los pasajeros no experimentan más de 3.5 veces su peso como fuerza normal contra el asiento del carro. Determine el radio de curvatura ρ más pequeño de la vía en su punto más bajo si el carro tiene rapidez de 5 pies/s en la cresta de la caída. Desprecie fricción.



Solución:

Por principio de trabajo y energía en 1-2;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2+\sum U_{1-2}=\frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Posición 1: El carro esta a 120 pies el piso;

Posición 2: El carro esta a 10 pies el piso;

Como; v_1 = 5pies/s;

Con datos conocidos en (1);

$\frac{1}{2}\left(\frac{W}{32.2}\right)(5^2)+W(110)=\frac{1}{2}\left(\frac{W}{32.2}\right)v_2^2$;

De donde: $(v_2)^2 = 7109$ pie^2/s^2;

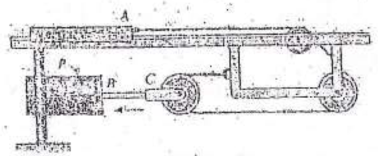
La 2da.ley en la normal para posición 2;

$\sum F_n = ma_n$: $3.5W - W = ma_c = m\frac{v_2^2}{\rho}$;

Con valores: $3.5W - W = \left(\frac{W}{32.2}\right)\left(\frac{7109}{\rho}\right)$;

De donde: ρ = 88.31056 pies.

14.30. El mecanismo de catapulta se usa para impulsar el deslizador A de 10 kg hacia la derecha a lo largo de la vía lisa. La acción de propulsión se obtiene jalando la polea unida a la barra BC rápidamente hacia la izquierda por medio de un pistón P. Si el pistón aplica una fuerza constante F = 20 kN a la barra BC de tal manera que la mueve 0.2 m, determine la rapidez alcanzada por el deslizador que originalmente estaba en reposo. Desprecie la masa de poleas, cable, pistón y barra BC.



Solución:

Cálculo de la velocidad que adquiere A:

La variación de la longitud de los cables cuando A y C se mueven es;

$2s_C + s_A = L$; donde L es constante;

Tomando variaciones: $2\Delta s_C + \Delta s_A = 0$;

Como C se mueve $\Delta s_C = 0.2$m;

Entonces A se movera: $\Delta s_A = 2(0.2) = -0.4$m;

Principio de trabajo y energía en bloque A;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2$ ..(1);

Posición 1: Deslizador A en reposo;

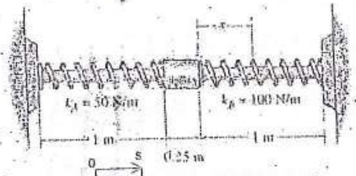
Posición 2: Deslizador A se movió 0.4m;

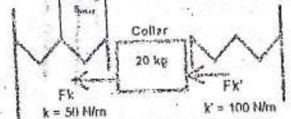
Como m_A = 10kg; v_{A1} = 0; esto en (1);

Se tiene: $0 + (10000)(0.4) = \frac{1}{2}(10)(v_{A2})^2$;

De donde: v_{A2} = 28.3 m/s.

14.31. El collar tiene masa de 20 kg y se desliza a lo largo de la barra lisa. Dos resortes están unidos al collar y a los extremos de la barra como se muestra. Si cada resorte tiene longitud no comprimida de 1 m y el collar tiene rapidez de 2 m/s cuando s = 0, determine la compresión máxima de cada resorte debida al movimiento de vaivén (oscilatorio) del collar.





Fuerzas sobre el collar instante deformación máxima

Solución:

Cálculo de la deformación máxima del collar:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Situación 1: En el inicio el collar v_1 = 2m/s;

Situación 2: El collar se detiene v_2 = 0;

$U_{1-2} = \frac{1}{2}ks^2 + \frac{1}{2}k's'^2 = \frac{1}{2}(50)(s_{max})^2 + \frac{1}{2}(100)(s_{max})^2$;

Como; v_1=2m/s ; v_2 = 0 y m = 20kg;

Estos datos en (1) tenemos;

$\frac{1}{2}(20)(2)^2 - \frac{1}{2}(50)(s_{max})^2 - \frac{1}{2}(100)(s_{max})^2 = 0$;

De donde: s_{max} = 0.730 m.

14.32. El ciclista viaja al punto A pedaleando hasta que alcanza una rapidez de v_A = 8 m/s. Luego viaja libremente hacia arriba por la superficie curva. Determine la fuerza normal que él ejerce sorbe la superficie cuando llega al punto B. La masa total de la bicicleta y el ciclista es de 75 kg. Desprecie la fricción, la masa de las ruedas y el tamaño de la bicicleta.

Solución:

Cálculo de la normal del ciclista N_B en B:

Ecuación de la curva: $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = 2$;

Diferenciando: $\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}dx + \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}dy = 0$;

De donde: $\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{y}{x}\right)^{1/2}$;

Para; y = x; el punto B cumple; $2x^{-\frac{1}{2}} = 2$;

Luego el punto B es: x = 1, y = 1;

Pendiente en B: $\tan\theta = \frac{dy}{dx} = -1$; θ = - 45°;

Como: $\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{y}{x}\right)^{1/2}$; derivando;

Se tiene: $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2x}\left[1 + \left(\frac{y}{x}\right)^{1/2}\right]$;

Para; x = y = 1; en B; $\frac{dy}{dx} = -1$; $\frac{d^2y}{dx^2} = 1$;

Curvatura en B: $\rho = \frac{\left[1+(-1)^2\right]^{3/2}}{1} = 2.828\ m$;

Por principio de trabajo y energía entre A-B;

$T_A + \sum U_{A-B} = T_B$; o también; $\Delta T = \sum U_{A-B}$;

$\frac{1}{2}mv_A^2 + \sum U_{A-B} = \frac{1}{2}mv_B^2$ ..(1);

Situación A: Ciclista en A;

Situación B: Ciclista en B;

Como; v_A=8m/s ; v_B = ¿? y m = 75kg;

Estos datos en (1) tenemos;

$\frac{1}{2}(75)(8^2) - 75(9.81)(1) = \frac{1}{2}(75)(v_B^2)$;

De donde: $(v_B^2) = 44.38 m^2/s^2$;

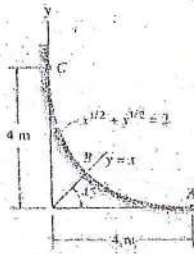
Aplicando la 2da.ley en B en la dirección radial;

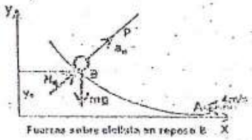
$\rightarrow + \sum F_n = ma_n$; $N_B - mg\cos 45° = m\left(\frac{v_B^2}{\rho}\right)$;

Con datos: $N_B - 9.81(75)\cos 45° = 75\left(\frac{44.38}{2.828}\right)$;

De donde: N_B = 1.697234 kN.

14.33. El ciclista al punto A pedaleando hasta que alcanza una rapidez de v_A = 4 m/s. Luego viaja libremente hacia arriba por la superficie antes e detenerse. Determine que tan alto sube También, ¿cuáles son la fuerza normal resultante sobre la superficie en el punto y la aceleración? La masa total de la bicicleta y el ciclista es de 75 kg. Desprecie la fricción, la masa de las ruedas y el tamaño de la bicicleta.





Fuerzas sobre ciclista en reposo B

Solución:

Cálculo de la altura y_0 en reposo en B:

Ecuación de la curva: $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = 2$;

Diferenciando: $\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}dx + \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}dy = 0$;

De donde: $\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{y}{x}\right)^{1/2}$;

Por principio de trabajo y energía entre A-B;

$T_A + \sum U_{A-B} = T_B$; o también; $\Delta T = \sum U_{A-B}$;

$\frac{1}{2}mv_A^2 + \sum U_{A-B} = \frac{1}{2}mv_B^2$ ..(1);

Situación A: Ciclista en A con v_A = 4m/s;

Situación B: Ciclista en su altura máxima;

Como; v_A=4m/s ; v_B = 0 y m = 75kg;

Estos datos en (1) tenemos;

$\frac{1}{2}(75)(4)^2 - 75(9.81)(y_0) = 0$;

De donde: y = 0.81549 m;

Cálculo de la normal N_B en altura máxima:

Con esto en la curva: $x^{1/2} + (0.81549)^{1/2} = 2$;

De donde: $x_0 = 1.2033$ m;

Pendiente a la curva en B es;

$$\tan\theta = \frac{dy}{dx}_{(x_0;y_0)} = \frac{-(1.2033)^{-1/2}}{(0.81549)^{-1/2}} = -0.82323;$$

De donde: $\theta = -39.46°$;

Aplicando la 2da.ley en B en la dirección radial;

$$\to +\sum F_n = ma_n;\ N_B - mg\cos 39.46° = m\left(\frac{v_B^2}{\rho}\right);$$

Con datos: $N_B - 9.81(75)\cos 39.46° = 0$;

De donde: $N_B = 568.0493707$ N;

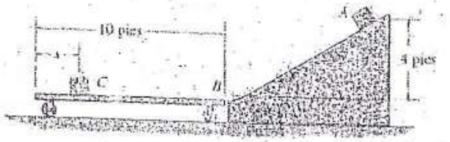
Cálculo de la aceleración en altura máxima:

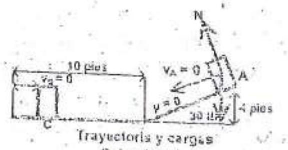
Sea la 2da.ley en la tangencial;

$$+\to \sum F_t = ma_t;\ 75(9.81)sen\,39.46° = 75a_t;$$

De donde: $a = a_t = 6.23464\ m/s^2$.

14.34. La caja A de 30 lb es liberada del reposo y se desliza hacia abajo a lo largo de la rampa lisa y sobre la superficie de un carro. Si el carro está fijo, determine la distancia s desde el extremo del carro hasta donde la caja se detiene. El coeficiente de fricción cinética entre el carro y la caja es de $\mu_k = 0.6$.





Trayectoria y cargas Sobre la caja

Solución:

Cálculo de s donde la caja se detiene:

Por principio de trabajo y energía entre A-B;

$T_A + \sum U_{A\text{-}C} = T_C$; o también; $\Delta T = \sum U_{A\text{-}C}$;

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \sum U_{A\text{-}C} = \frac{1}{2}mv_C^2 \ldots(1);$$

Situación A: La caja en A con $v_A = 0$;

Situación C: La caja en C con $v_C = 0$;

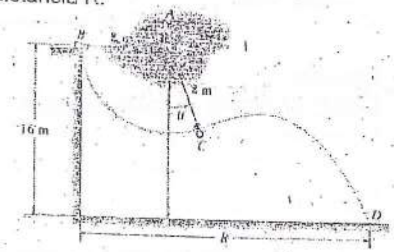
Como; $v_A=0$; $v_C = 0$ y W = 30 lb;

Estos datos en (1) tenemos;

$0 + 30(4) - 18.0(10\text{-}s) = 0$;

De donde: s = 3.33 pies.

14.35. El hombre situado en la ventana A desea lanzar el saco de 30 kg sobre el suelo. Para lograrlo hace oscilar el saco desde el reposo en B hasta el punto C, donde libera la cuerda en $\theta = 30°$. Determine la rapidez con que el saco toca el suelo y la distancia R.



Solución

Cálculo de velocidad de caída al suelo:

Por principio de trabajo y energía entre B-C;

$T_B + \sum U_{B\text{-}C} = T_C$; o también; $\Delta T = \sum U_{B\text{-}C}$;

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + \sum U_{B\text{-}C} = \frac{1}{2}mv_C^2 \ldots(1);$$

Situación B: El saco en B con $v_B = 0$;

Situación C: El saco en C con v_C = ¿?;

Como; $v_A=0$; $\theta = 30°$; v_C = ¿? y m = 30 kg;

Estos datos en (1) tenemos;

$$0 + 30(9.81)8\cos 30° = \frac{1}{2}(30)v_C^2;$$

De donde: $v_C = 11.659$ m/s;

Por principio de trabajo y energía entre B-D;

$$T_B + \sum U_{B\text{-}D} = T_D;\ \frac{1}{2}mv_B^2 + \sum U_{B\text{-}D} = \frac{1}{2}mv_D^2 \ldots(2);$$

Situación B: El saco en B con $v_B = 0$;

Situación D: El saco en piso D;

Como; $v_A=0$; v_D = ¿? y m = 30 kg;

Estos datos en (2) tenemos;

$$0 + 30(9.81)(16) = \frac{1}{2}(30)v_D^2$$

De donde: $v_D = 17.7178$ m/s;

Cálculo de la distancia R en el suelo:

El tramo CD es parabólica de caída libre;

En caída vertical: $(+\downarrow)\ s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}a_Ct^2$;

El saco invierte t seg. en tramo C-D;

$$16 - 8\cos 30° = -11.659\,sen\,30°\,t + \frac{1}{2}(9.81)t^2;$$

Luego: $t^2 - 1.18848t - 1.8495 = 0$;

De donde: $t_{C\text{-}D} = 2.0784$ s;

En componente horizontal de C-D;

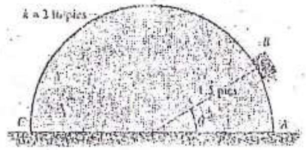
$(+\rightarrow)$ $s = s_0 + v_0t$;

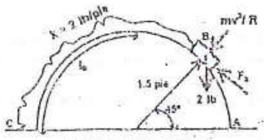
Con datos: s = 0 + 11.659 cos 30° (2.0784);

De donde: s = 20.9856 m;

R = 8 + 8sen 30° + 20.9856 = 32.9856 m.

14.36. Un bloque de 2 lb descansa sobre la superficie lisa semicilíndrica. Una cuerda elástica con rigidez k = 2 lb/pie está unida al bloque en B y a la base del semicilindro en el punto C. Si el bloque es liberado del reposo en A ($\theta = 0°$), determine la longitud no alargada de la cuerda de manera que el bloque empiece a dejar el semicilindro en el instante $\theta = 45°$. Desprecie el tamaño del bloque.





Fuerzas sobre el bloque

Solución:

Cálculo de longitud inicial l_0 del resorte:

2da.ley en la dirección radial para $\theta = 45°$;

$$+\leftarrow \sum F_n = ma_n:\ 2sen\,45° = \frac{2}{32.2}\left(\frac{v_B^2}{1.5}\right);$$

De donde: $v_B = 5.8441$ pies/s;

Por principio de trabajo y energía entre A-B;

$T_A + \sum U_{A\text{-}B} = T_B$; o también; $\Delta T = \sum U_{A\text{-}B}$;

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \sum U_{A\text{-}B} = \frac{1}{2}mv_B^2 \ldots(1);$$

Situación A: Bloque en A con $v_A = 0$;

Situación B: el bloque en B en $\theta = 45°$;

Como; $v_A= 0$; $v_B = 5.8441$pie/s y m = 2 lb;

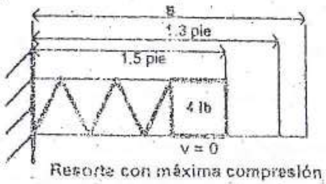
Estos datos en (1) tenemos;

$$0 + \frac{1}{2}(2)[\pi(1.5) - l_0]^2 - \frac{1}{2}(2)\left[\frac{3\pi}{4}(1.5) - l_0\right]^2 - \ldots$$

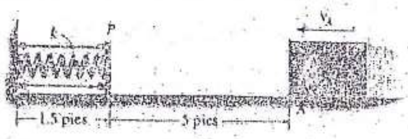
$$\ldots - 2(1.5\,sen\,45°) = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(5.844)^2;$$

De donde: $l_0 = 2.77$ pies.

14.37. El parachoques de resorte se usa para detener el movimiento del bloque de 4 lb que se está deslizando hacia el a v = 9 pies/s. Como se muestra, el resorte está confinado por la placa P y el muro usando cables de manera que su longitud es de 1.5 pies. Si la rigidez del resorte es k = 50 lb/pie, determine la longitud no alargada requerida en el resorte de manera que la placa no sea desplazada más de 0.2 pies después que el bloque choca con él. Desprecie la fricción, la masa de la placa y el resorte, y la energía perdida entre la placa y el bloque durante la colisión.



Resorte con máxima compresión



Solución:

Cálculo de longitud s no alargada del resorte

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también: $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2+\sum_i U_{1-2}=\frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Situación 1: El bloque llega al resorte;

Situación 2: Resorte se deforma 0.2pies;

Como; v_1= 9pies/s ; v_2 = 0 y m = 4 lb;

Con estos datos en la ecuación (1);

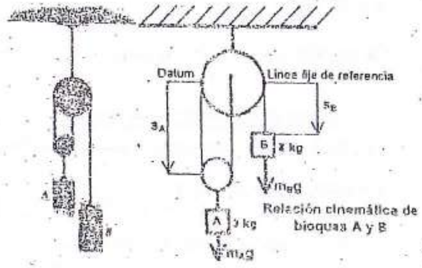
$\frac{1}{2}\left(\frac{4}{32.2}\right)(9)^2-\left[\frac{1}{2}(50)(s-1.3)^2-\frac{1}{2}(50)(s-1.5)^2\right]=0$

$0.20124=s^2-2.60s+1.69-(s^2-3.0s+2.25)$

Luego: 0.20124 = 0.4 s – 0.560;

De donde: s = 1.9031pies.

14.38. El cilindro A tiene masa de 3 kg y el cilindro B tiene masa de 8 kg. Determine la rapidez de A después que se mueve hacia arriba 2 m partiendo del reposo. Desprecie la masa de cuerda y poleas.



Solución:

Cálculo de rapidez de A luego de subir 2m:

Del gráfico adjunto: $2s_A + s_B = L$;

La variación: $2\Delta s_A + \Delta s_B = 0$;

Derivando: $2v_A + v_B = 0$;

Por principio de trabajo y energía para sistema de bloques A y B;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$;

$\frac{1}{2}m_Av_{A1}^2+\frac{1}{2}m_Bv_{B1}^2+\sum U_{1-2}=\frac{1}{2}m_Av_{A2}^2+\frac{1}{2}m_Bv_{B2}^2$ ...(1);

Como: $v_{A1} = v_{B1} = 0$; $2v_{A2} + v_{B2} = 0$;

También como: $2\Delta s_A + \Delta s_B = 0$;

Si Δs_A = -2m; entonces; Δs_B = 4m;

Con datos conocidos en la ecuación (1);

$0+0-2[3(9.81)]+4[8(9.81)]=\frac{1}{2}(3)v_A^2+\frac{1}{2}(8)(2v_A)^2$;

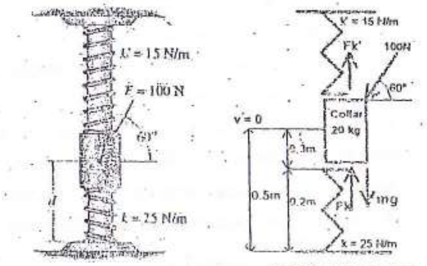
Luego: $255.06 = 17.5v_A^2$;

De donde: v_A = 3.8177 m/s.

Rapidez de A luego de subir del reposo 2m.

14.39. El collar tiene masa de 20 kg y está soportado sobre la barra lisa. Los resortes unidos a él no están deformados cuando d = 0.5 m. Determine la rapidez del collar después que la fuerza aplicada F = 100 N provoca que se desplace de manera que d =

0.3 m. Cuando d = 0.5 m el collar está en reposo.



Solución:

Cálculo de rapidez del collar si bajo 0.3m:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2+\sum_i U_{1-2}=\frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Situación 1: Collar en reposo y resortes sin deformar;

Situación 2: Resorte se deforman 0.3m;

Como; v_1= 0 ; v_2 = ¿? y m = 20 kg;

Con estos datos en la ecuación (1);

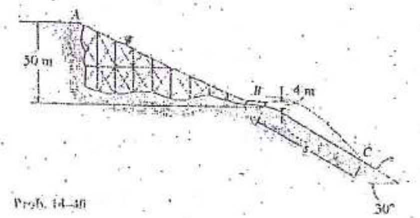
$0+100sen60°(0.5-0.3)+196.2(0.5-0.3)-..$

$..-\frac{1}{2}(15)(0.5-0.3)^2-\frac{1}{2}(25)(0.5-0.3)^2=\frac{1}{2}(20)v_2^2$;

De donde: v_2 = 2.36 m/s;

Rapidez luego que el collar se movió 0.3m.

14.40. El esquiador parte del reposo en A y viaja hacia abajo por la rampa. Si la fricción y la resistencia del aire pueden ser despreciadas, determine su rapidez v_B cuando llega a B. Encuentre también la distancia s en donde él golpea el suelo en C cuando efectúa el salto viajando horizontalmente en B. Desprecie el tamaño del esquiador, que tiene masa de 70 kg.



Prob. 14-40

Solución:

Cálculo de la rapidez del esquiador en B:

Por principio de trabajo y energía entre A-B;

$T_A + \sum U_{A-B} = T_B$; o también; $\Delta T = \sum U_{A-B}$;

$\frac{1}{2}mv_A^2+\sum U_{A-B}=\frac{1}{2}mv_B^2$ ..(1);

Situación A: Esquiador en A con v_A = 0;

Situación B: Esquiador en B con v_B horizon;

Como; v_A= 0 ; v_B horizontal y m = 70 kg;

Estos datos y figura en (1) tenemos;

$0+70(9.81)(46)=\frac{1}{2}(70)(v_B)^2$;

De donde: v_B = 30.042 m/s.

Cálculo de alcance s en la pendiente BC:

En BC el esquiador desarrolla caída libre;

En la dirección horizontal es MRU;

Sabemos: $(+\rightarrow)$ $s = s_0 + v_0t$;

Con valores: s cos 30° = 0 + 30.042t..(1);

En la vertical es un MRUV;

Sabemos: $(+\downarrow)\ s=s_0+v_0t+\frac{1}{2}a_ct^2$;

Con datos: $4+(s)sen\,30°=0+0+\frac{1}{2}(9.81)t^2$..(2);

Calculando t en (1) y (2);

$t^2-3.53613797971-0.815494393=0$;

De donde: t = 3.753405824seg.

Con esto en (1): s = 130.2038223 m.

14.4 POTENCIA Y EFICIENCIA EN EL USO DE ENERGIA.

PROBLEMAS RESUELTOS

14.41. El motor diesel de un tren de 400 Mg incrementa su rapidez uniformemente desde el reposo hasta 10 m/s en 100 s a lo largo de una via horizontal. Determine la potencia promedio desarrollada.

Solución:

Cálculo de la potencia media desarrollada:

Por principio de trabajo y energía;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$; o también; $\Delta T = \sum U_{1-2}$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ..(1);

Situación 1: Tren en reposo;

Situación 2: Tren luego de 100 s;

Como; $v_1 = 0$; $v_2 = 10$m/s y m = 400Mg;

Con estos datos en la ecuación (1);

$0 + U_{1-2} = \frac{1}{2}(400)(10^3)(10)^2$;

De donde: $U_{1-2} = 20\,(10^6)$ Joules;

La potencia media que recibe el tren para vencer su inercia hasta 10 m/s es;

$P_{prom} = \frac{U_{1-2}}{\Delta t} = \frac{20(10^6)\,J}{100\,seg} = 200\,kW$;

Otra manera de hallar la potencia promedio:

Asumiendo que la fuerza que acciona el tren es uniforme, por lo cual, es un MRUV;

Sabemos que: $v = v_0 + a_c t$;

Con datos: $10 = 0 + a_c\,(100)$;

De donde: $a_c = 0.1\ m/s^2$;

Con la 2da.ley de Newton sobre el tren;

$\sum F_x = ma_x$; La fuerza uniforme sobre el tren;

$F = 400(10^3)(0.1) = 40(10^3)N$;

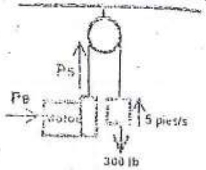
Velocidad promedio:

$V_{prom} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{10+0}{2} = 5m/s$;

La potencia promedio es:

$P_{prom} = F.\ V_{prom} = 40(10^3)\left(\frac{10}{2}\right) = 200\ kW$.

14.42. Determine la entrada de potencia necesaria en un motor para levantar 300 lb a razón constante de 5 pies/s. La eficiencia del motor es $\epsilon = 0.65$.



Motor izando paso

Solución:

Salida de potencia entrada en un motor:

Sabemos: $P_s = (F)(v) = (300\ lb)\ (5pies/s)$;

De donde: $P_s = 1500$ pie.lb/s;

Potencia de entrada es: $P_e = P_s/\varepsilon$;

Con valores la potencia ingreso al motor es:

$P_e = \frac{1500}{0.65} = 2307.692308\ pie.\,lb/s = 4.1958\ HP$;

14.43. Un tranvía eléctrico tiene un peso de 15000 lb y acelera a lo largo de un camino horizontal recto desde el reposo de tal manera que la potencia es siempre de 100 hp. Determine cuánto tiempo le toma alcanzar una rapidez de 40 pies/s.

Solución:

Cálculo de Δt para tener 40pies/s:

Sabemos: $P = \frac{\Delta U_{1-2}}{\Delta t}$; luego; $\Delta U_{1-2} = P\Delta t$..(1);

Por principio de trabajo y energía;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \Delta U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2$;

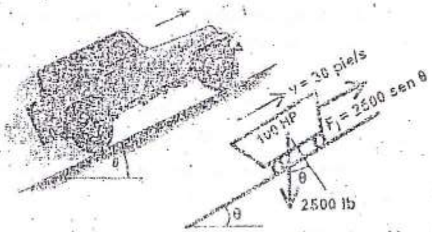
De donde: $\Delta U_{1-2} = \frac{1}{2}\left(\frac{15000}{32.2}\right)(40)^2$;

Como P = 100HP; en (1) tenemos:

$\frac{1}{2}\left(\frac{15000\,lb}{32.2\,pie/s^2}\right)(40\,pie/s)^2 = 100HP\left(\frac{550\,pie.lb/s}{HP}\right)\Delta t$;

De donde: Δt = 6.775833 seg.

14.44. El jeep tiene peso de 2500 lb un motor que transmite una potencia de 100 hp a todas las ruedas. Suponiendo que las ruedas no resbalan sobre el suelo, determine el ángulo θ del plano más inclinado que el jeep puede subir con rapidez constante v = 30 pies/s.



Fuerzas sobre el jeep

Solución:

Cálculo de ángulo de subida θ:

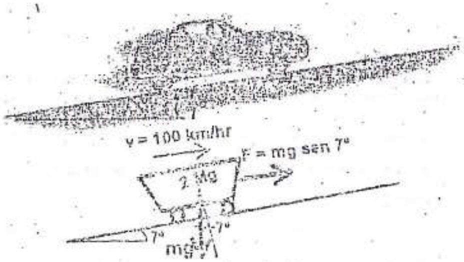
Sabemos que: $P = (F_J)\ (v)$;

Con datos conocidos tenemos;

100HP(550pie.lb/s)/HP = (2500 lb)senθ(30);

De donde: θ = 47.166°.

14.45. Un automóvil con masa de 2 Mg viaja hacia arriba por una pendiente de 7° con rapidez constante v = 100 km/h. Si la fricción mecánica y la resistencia del aire son despreciadas, determine la potencia desarrollada por el motor si el automóvil tiene una eficiencia $\epsilon = 0.65$.



Fuerzas sobre el auto

Solución:

Cálculo de potencia desarrollada por motor:

Como se mueve a velocidad constante;

$+\sum F_x = ma_x$: $F - 2(10^3)(9.81)sen7° = 0$;

De donde: F = 2391.0765 N;

En SI: $v = \left[\frac{100(10^3)m}{h}\right]\left(\frac{1h}{3600\,s}\right) = 27.7778\,m/s$;

La energía que vence la inercia del auto por unidad de tiempo es;

P = F.v = 2391.0765 (27.778);

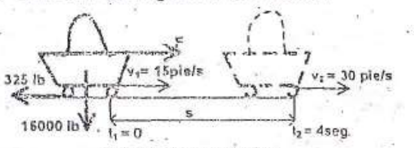
De donde: P = 66.41884 kW;

El motor requiere, además de vencer la inercia del auto, la fricción e inercia de los mecanismos del automóvil, por lo cual su eficiencia es $\epsilon = 0.65 < 1.0$;

La potencia desarrollada por el motor es;

$P_M = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{66.41884}{0.65} = 102.1828308\,kW$.

14.46. Un camión cargado pesa $16(10^3)$ lb y acelera uniformemente en un camino a nivel desde 15 pies/s hasta 30 pies/s durante 4 s. Si la resistencia por fricción de movimiento es de 325 lb, determine la potencia máxima que debe ser entregada a las ruedas.



Fuerzas sobre el camion

Solución:

Cálculo de la potencia máxima en las ruedas

Como es un MRUV el movimiento;

Su aceleración: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30-15}{4} = 3.75\ pie/s^2$;

Con la 2da.ley la fuerza que lo impulsa es;

$\overset{+}{\rightarrow}\sum F_x = ma_x$: $F - 325 = \left(\frac{16(10^3)}{32.2}\right)(3.75)$;

De donde: F = 2188.354 lb;

La potencia máxima dad a las ruedas es cuando su velocidad es 30 pies/s;

$P_{max} = F.V_{max} = \frac{(2188.35\ lb)(30\ pie/s)}{(550\ pie.lb/s)/HP} = 119\ HP$.

14.47. Un tranvía eléctrico tiene un peso de 15000 lb y acelera a lo largo de una vía horizontal recta desde el reposo de tal manera que la potencia es siempre igual a 100 hp. Determine qué tan lejos debe viajar para alcanzar una rapidez de 40 pies/s

Solución:

Cálculo del espacio recorrido hasta 40 pie/s:

Sabemos; a ds = v dv;

Por 2da.ley Newton: $F = ma = \frac{W}{g}\left(\frac{vdv}{ds}\right)$;

La potencia será: $P = Fv = \left(\frac{W}{g}\frac{vdv}{ds}\right)v$;

Acomodando: $\int_0^s P\,ds = \int_0^v \frac{W}{g}v^2dv$;

Como P se mantiene constante;

Tenemos: $Ps = \frac{W}{g}\left(\frac{1}{3}\right)v^3$;

El espacio recorrido sera: $s = \frac{W}{3gP}v^3$;

Con datos: $s = \frac{15000(40)^3}{3(32.2)(100)(550)}$;

De donde: s = 180.6888763 pies.

14.48. Los escalones de una escalera mecánica se mueven con rapidez constante de 0.6 m/s. Si los escalones tienen 125 mm de alto y 250 mm de longitud, determine la potencia necesaria en el motor para levantar una masa promedio de 150 kg por escalón. Se tienen 32 escalones.

Solución:

Cálculo de potencia del motor necesario:

La altura vertical: (0.125 m)(32) = 4 m;

Peso total elevar: 32(150)(9.81) = 47088 N;

Altura vertical promedio: $h = \frac{4}{2} = 2m$;

Trabajo a realizar: $U = 47088\left(\frac{4}{2}\right) = 94.176\ kJ$;

La velocidad en dirección vertical es:

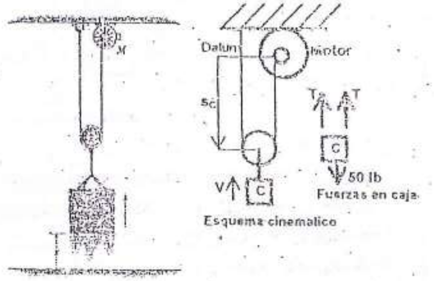
$v_y = v\,sen\,\theta = 0.6\left(\frac{4}{\sqrt{(32(0.25))^2+4^2}}\right) = 0.2683\ m/s$;

Tiempo usado: $t = \frac{h}{v_y} = \frac{2m}{0.2683m/s} = 7.454\ s$;

La potencia es: $P = \frac{U}{t} = \frac{94.176}{7.454} = 12.6343\ kW$;

También: P=F.v =47088(0.2683)=12.634kW.

14.49. A la caja de 50 lb se le imprime una rapidez de 10 pies/s en t = 4 s partiendo del reposo. Si la aceleración es constante, determine la potencia que debe ser suministrada al motor cuando t = 2s. El motor tiene eficiencia ϵ = 0.76. Desprecie la masa de la polea y el cable.



Solución:

Potencia suministrada al motor en t = 2s:

Aplicando la 2da.ley en la caja;

$+\uparrow\sum F_y = ma_y$: $2T - 50 = \frac{50}{32.2}a$ ...(1);

Como aceleración es constante se tiene;

(+↑) v = v_0 + $a_c t$;

Como sale del reposo: 10 = 0 + a (4);

De donde; a = 2.5 pies/s^2;

Con esto en (1) la tensión es: T = 26.941 lb;

Como; (+↑) v = v_0 + $a_c t$;

Luego de t = 2s del reposo;

Con datos: v = 0 + 2.5(2) = 5 pies/s;

Longitud de cuerda constante;

$s_C + (s_C - s_P) = L$;

Derivando respecto al tiempo se obtiene;

Relación de la velocidad de caja y motor;

$2v_C = v_P$; con esto; 2(5) = v_P = 10 pies/s;

La potencia que el motor entrega a la caja cuando han transcurrido t = 2s;

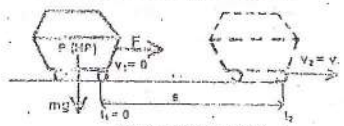
P_0 = 26.941 lb(10 pie/s) = 269.41 pie.lb/s;

La potencia suministrada al motor sera;

$P_m = \frac{269.41}{0.76} = 354.4868\ pie.lb/s$;

En HP es; P_m = 0.644521531 HP.

14.50. Un carro tiene masa m y acelera a lo largo de un camino recto horizontal desde el reposo de tal manera que la potencia es siempre una cantidad constante P. Determine qué tan lejos debe viajar el carro para alcanzar una rapidez de v.



Carro acelera hasta v

Solución:

Cálculo del espacio a recorrer para tener v:

La potencia que se entrega al carro: P = F.v;

De donde: F = P / v; la fuerza que mueve al carro cuando su velocidad es v;

Aplicando la 2da.ley de Newton al carro;

$\overset{+}{\rightarrow}\sum F_x = ma_x$; $\frac{P}{v} = ma_x$; $a = \frac{P}{mv}$;

Por cinemática sabemos: $ds = \frac{vdv}{a}$;

Como; $a = P/mv$; $ds = mv^2dv/P$;

Integrando: $\int_0^s ds = \int_0^v \frac{mv^2}{P}dv$;

Evaluando la integral: $s = \frac{mv^3}{3P}$.

14.51. Para dramatizar la pérdida de energía en un automóvil, considere un carro con peso de 5000 lb que está viajando a 35 mi/h. Si el carro es detenido, determine cuánto tiempo debe permanecer encendido un foco de 100 W para consumir la misma cantidad de energía. (1 milla = 5280 pies).

Carro frenado

Solución:

Tiempo de disipación para igualar energías:

La velocidad inicial en pies/s es;

$$v_i = \left(\frac{35\ milla}{hr}\right)\left(\frac{5280\ pies}{1\ milla}\right)\left(\frac{1\ hr}{3600\ s}\right) = 51\frac{1}{3}\ pie/s;$$

La energía para detener el auto es;

$$U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{5000}{32.2}\right)(51\frac{1}{3})^2 = 204.589372(10^3)\ pie.lb;$$

La potencia que esta consumiendo el foco en unidades de pie.lb/s es;

$$P_{foco} = 100\ W\ x\left(\frac{1\ HP}{746\ W}\right)x\left(\frac{550\ pie.lb/s}{1\ HP}\right);$$

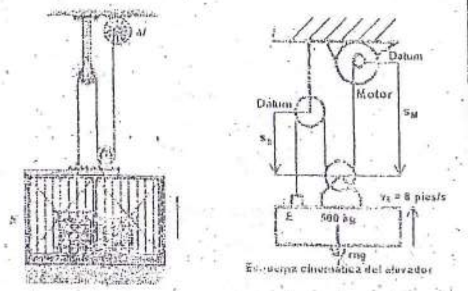
De donde: $P_{foco} = 73.72654156\ pie.lb/s;$

El tiempo que debe funcionar el foco para que su energía absorbida se iguale U_{1-2} es;

$$t = \frac{U}{P_{foco}} = \frac{204.589372\ (10^3)\ pie.lb}{73.72654156\ pie.lb/s};$$

$t = 2774.975845\ seg. = 46.2496\ min.$

14.52. El motor M se usa para levantar el elevador de 500 kg con velocidad constante v_E = 8 m/s. Si el motor extrae 60 kW potencia eléctrica, determine su eficiencia. Desprecie la masa de poleas y cable.



Solución:

Cálculo de la eficiencia del motor:

Aplicando la 2da.ley al elevador con a = 0;

$+\uparrow \sum F_y = 0$: $3T - 500(9.81) = 0$;

De donde: T = 1635 N;

Del esquema cinemática relacionando las cuerdas variables y constantes;

Se tiene; $2s_E + (s_E - s_M) = L$;

Derivando respecto del tiempo: $3v_E = v_M$;

Como v_E = 8m/s; luego; v_M = 3(8) = 24 m/s;

Con esto la potencia que sale del motor es;

P_M = 1635(24) = 39.24 kW;

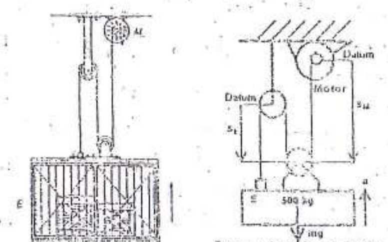
La potencia eléctrica que ingresa al motor;

Por dato: P_i = 60 kW;

Con esto la eficiencia del motor es;

$$\varepsilon = \frac{Potencia\ sale}{Potencia\ ingresa} = \frac{P_M}{P_i} = \frac{39.24\ kW}{60\ kW} = 0.654$$

14.53. El elevador de 500 kg parte del reposo y viaja hacia arriba con aceleración constante a_C = 2 m/s². Determine la salida de potencia del motor M cuando t = 3 s. Desprecie la masa de poleas y cable.



Solución:

Potencia que sale del motor en t = 3s:

Como el elevador acelera con a = 2m/s²;

Aplicando la 2da.ley al elevador;

$+\uparrow \sum F_y = ma_y$: $3T - 500(9.81) = 500(2)$;

De donde: T = 1968.33 N;

Relación de desplazamientos: $3s_E - s_M) = L$;

Derivando respecto al tiempo: $3v_E = v_M$;

Con MRUV se sabe: $(+\uparrow)\ v = v_0 + a_c t$;

Partiendo del reposo dentro de t = 3 s;

Con datos; v_E = 0 + 2(3) = 6 m/s;

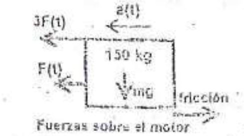
Como: $v_M = 3v_E$; entonces; v_M =3(6)=18 m/s;

La potencia que sale del motor en t = 3s;

$P_M = T\ (v_M)$= 1968.33N (18m/s);

De donde: P_M = 35.43 kW.

14.54. La caja tiene masa de 150 kg y descansa sobre una superficie para la cual los coeficientes de fricción estática y cinética son μ_s = 0.3 y μ_k = 0.2, respectivamente. Si el motor M suministra en el cable una fuerza F = (8t² + 20) N, donde t está en segundos, determine la salida de potencia desarrollada por el motor cuando t = 5 s.



Solución:

Potencia que entrega el motor en t = 5s:

Cuando esta a punto de vencer la fricción estática μ_s = 0.3; aplicamos la 2da.ley;

$+\leftarrow \sum F_x = 0$: $3F - (150)(9.81)(0.3) = 0$;

De donde: F = 147.15 N;.

El tiempo en que ocurre esta fuerza sera cuando; 147.15 = 8t² + 20;

De donde en ; t = 3.987 s; vence la fricción;

Cuando se mueve la fricción es μ_k = 0.2;

Aplicamos la 2da.ley en este caso;

$+\leftarrow \sum F_x = ma_x$: $3F - (150)(9.81)(0.2) = 150a$;

La fuerza varia: $3(8t^2 + 20) - 294.3 = 150\ a$;

La aceleración varía: $a = 0.160t^2 - 1.562$;

En general; dv = a dt; integrando desde que se inicia el movimiento hasta t = 5s;

Se tiene: $\int_0^v dv = \int_{3.987}^{5} (0.160\,t^2 - 1.562)\,dt$;

Evaluando la integral definida tenemos;

$$v = 0.160\left(\frac{t^3}{3}\right)\Big|_{3.987}^{5} - 1.562t\Big|_{3-987}^{5};$$

v = 1.7041993 m/s;

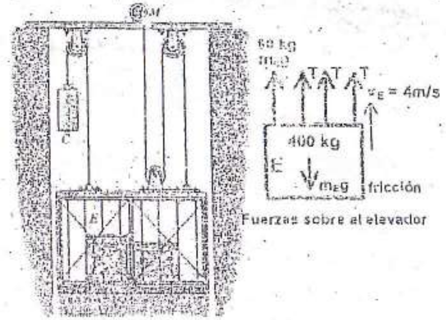
Sabemos que; $P_0 = 3F\ v = (8t^2 + 20)\ v$;

Para t = 5s la potencia que entrega el motor;

$P_0 = 3[8(5)^2 + 20](1.7042)$ = 1124.77 N.m/s;

De donde: P_0 = 1.12 kW.

14.55. El elevador E y su carga tienen una masa total de 400 kg. El izado es proporcionado por el motor M y el bloque C de 60 kg. Si el motor tiene eficiencia ε = 0.6, determine la potencia que debe suministrarse a éste cuando el elevador es izado con rapidez constante v_E = 4 m/s.



Solución

Como su velocidad es constante no acelera;

Aplicando la 2da.ley al elevador se tiene;

$+\uparrow \sum F_y = 0$; $60(9.81) + 3T - 400(9.81) = 0$;

Donde la tensión de cables:T = 1111.8 N;

Relación de variación de longitud de cables y el cable arrollado por el motor;

$2s_E + (s_E - s_M) = L$ (no varia con tiempo);

Derivando respecto al tiempo: $3v_E = v_M$;

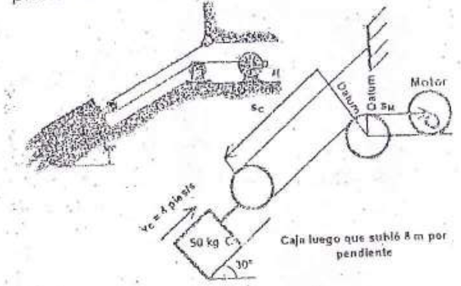
Como v_E = -4 m/s.; entonces; v_M = -12 m/s;

La potencia que sale del motor es: $P_M = T\ v_M$;

La potencia que ingresa al motor debe ser;

$$P_i = \frac{T.v_M}{\varepsilon} = \frac{(1111.8)(12)}{0.6} = 22.236\ kW$$

14.56. La caja de 50 kg es levantada por el plano inclinado 30° mediante el sistema de polea y motor M. Si la caja parte del reposo y por aceleración constante alcanza una rapidez de 4 m/s después de viajar 8 m a lo largo del plano, determine la potencia que debe ser suministrada al motor en este instante. Desprecie la fricción a lo largo del plano. El motor tiene eficiencia ∈ = 0.74.



Solución:

Potencia que ingresa al motor en v = 4 m/s:

La caja sube con un MRUV;

Por lo cual sabemos: $v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$;

Con valores: $(4)^2 = 0 + 2a_c(8 - 0)$;

De donde la aceleración es: $a_c = 1\ m/s^2$;

Aplicando la 2da.ley sobre la caja que sube;

$+\rightarrow \sum F_x = ma_x$: $2T - 50(9.81)\,sen30° = (50)(1)$;

De donde la tensión es: T = 147.6N;

En análisis de movimiento dependiente de dos partículas de la sección 12.9 del texto;

Tenemos; $2s_c + s_M = L$; invariable,

Derivando: $2v_c = -v_M$;

Como; $v_c = 4$ m/s; entonces; $-v_M = (2)(-4)$;

La velocidad del motor; $v_M = 8$ m/s;

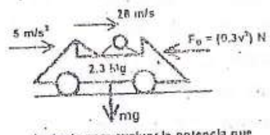
La potencia que sale del motor es;

$P_0 = T.\ v_M = 147.6(8) = 1180.8$ W;

La potencia que ingresa al motor será;

$$P_i = \frac{P_0}{\varepsilon} = \frac{1180.8}{0.74} = 1595.6757 = 1.5956757\ kW$$

14.57. El carro deportivo tiene masa de 2.3 Mg y mientras está viajando a 28 m/s el conductor lo acelera a 5 m/s². Si la resistencia debida al viento es $F_D = (0.3v^2)$ N sobre el carro, donde v es la velocidad en m/s, determine la potencia suministrada al motor en este instante. El motor tiene eficiencia ∈ = 0.68.



Instante para evaluar la potencia que se le suministra al motor

Solución:

Potencia que ingresa al motor en v = 28 m/s:

Aplicando la 2da.ley sobre el carro;

$+\rightarrow \sum F_x = ma_x$; $F - 0.3v^2 = 2.3(10^3)(5)$

De donde: $F = 0.3v^2 + 11.5\ (10^3)$;

Instante en que v = 28 m/s; se tiene;

$F = 0.3\ (28)^2 + 11.5\ (10^3) = 11735.2$ N;

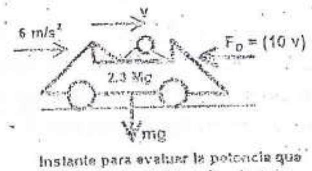
La potencia que sale del motor es;

$P_0 = F\ v = (11735.2)\ (28) = 328.5856$ kW;

La potencia que ingresa al motor será;

$$P_i = \frac{P_0}{\varepsilon} = \frac{328.5856}{0.68} = 483.214\ kW$$

14.58. El carro deportivo tiene masa de 2.3 Mg y acelera a 6 m/s², partiendo del reposo. Si la resistencia debida al viento es F_D = (10v) N sobre el carro, donde v es la velocidad en m/s, determine la potencia suministrada al motor cuando t = 5 s. Este tiene eficiencia ∈ = 0.68.



Instante para evaluar la potencia que se le suministra al motor

Solución:

Potencia que ingresa al motor en t = 5 s:

Aplicando la 2da.ley sobre el carro;

$+\rightarrow \sum F_x = ma_x$; $F - 10v = 2.3(10^3)(6)$

De donde: $F = 13.8(10^3) + 10$ v;

Como el carro acelera constantemente;

En MRUV se sabe; (+ →) $v = v_0 + a_c t$;

En 5s su velocidad es: v = 0 + 6(5) = 30 m/s;

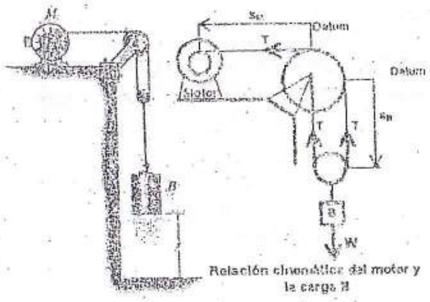
La potencia que sale del motor en t = 5 s;

$P_0 = F.v = [13.8(10^3) + 10(30)](30) = 423.0$kW;

La potencia que ingresa al motor en t = 5 s;

$$P_i = \frac{P_0}{\varepsilon} = \frac{423.0}{0.68} = 622.06\ kW$$

14.59. La carga de 50 lb es levantada mediante el sistema de polea y motor M. Si éste ejerce una fuerza constante de 30 lb sobre el cable, determine la potencia que le debe ser suministrada si la carga ha sido levantada s = 10 pies partiendo del reposo. El motor tiene eficiencia ∈ = 0.76.



Solución:

Potencia dada al motor cuando s = 10pies:

Aplicando la 2da.ley sobre la carga;

$+\uparrow \sum F_y = ma_y$; $2T - \frac{W}{g} = \frac{W}{g}a_B$;

Dando los valores conocidos;

Tenemos; $2(30) - 50 = \frac{50}{32.2}a_B$;

La aceleración de la carga; $a_B = 6.44\ m/s^2$;

Sabemos: $(+\uparrow)\ v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$;

Cuando s = 10 pies; $v_B^2 = 0 + 2(6.44)(10 - 0)$;

De donde; v_B = 11.349 pies/s;

Sea el análisis del capítulo 12.9 del texto;

Invariante; $2s_B + s_M = L$;

Derivando; $2v_B = -v_M$; se sabe v_B;

Luego; $v_M = -2(11.349) = -22.698$ pies/s;

La potencia que sale del motor en s = 10pie;

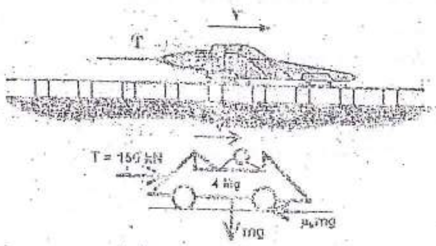
$P_0 = F.v = 30(22.698) = 680.94$ pie.lb/s;

Potencia que ingresa al motor en s = 10pie;

$P_i = \dfrac{680.94}{0.76} = 895.97\ pie.lb/s$;

De donde; P_i = 1.629 HP.

14.50. El trineo cohete tiene masa de 4 Mg y viaja desde el reposo a lo largo de la vía horizontal para la cual el coeficiente de fricción cinética es μ_k = 0.20. Si el motor proporciona un empuje constante T = 150 kN, determine su salida de potencia como función del tiempo. Deprecie la pérdida de



Instante para evaluar la potencia que sale del motor.

Solución:

Potencia de salida del motor en tiempo t:

Aplicando la 2da.ley sobre el trineo;

$+\rightarrow \Sigma F_x = ma_x$: $T - \mu_k\, m\, g = m\, a$;

Con los valores conocidos;

$150(10)^3 - 0.2(4)(10)^3(9.81) = 4(10)^3 a$;

De donde; a = 35.538 m/s^2.

Com es MRUV; $(+\rightarrow)\ v = v_0 + a_c t$;

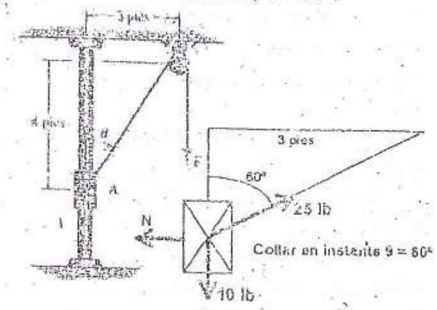
Su velocidad en t; v = 0 + 35.538t = 35.54 t;

Luego la potencia que sale del motor en t es;

$P_0 = T.v = 150(10)^3\,(35.538t)$;

De donde: P_0 = 5.3307 t MW.

14.51. El collar de 10 lb parte del reposo en A y es levantado aplicando una fuerza constante F = 25 lb a la cuerda. Si la barra es lisa, determine la potencia desarrollada por la fuerza en el instante θ = 60°.



Solución:

Potencia dada por la fuerza en θ=60°:

Principio de trabajo y energía entre 1-2;

$T_1 + \Sigma U_{1\text{-}2} = T_2$... (1);

Momento 1: Pasador al inicio en reposo;

Momento 2: Pasador cuando θ = 60°;

Los desplazamientos de la fuerza F y el peso del collar entre 1-2 son;

De F = 25 lb hacia abajo: $\Delta s_F = 5 - 6/\sqrt{3}$;

Del peso del collar 10 lb: $\Delta s_C = 4 - 3/\sqrt{3}$;

Con estos datos en la ecuación (1);

$0 + 25(1.535898) - 10(2.2679492) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{10}{32.2}\right)v^2$;

De donde: v = 10.061 pies/s;

Con esto la potencia dada por la fuerza F es;

F = F.v = 25cos 60°(10.061);

De donde: P = 125.7625 pie.lb/s;

También; P = 0.2286591 HP.

14.62. Un atleta empuja contra una máquina de ejercicio con una fuerza que varía con el tiempo como se muestra en la primera gráfica. Además, la velocidad del brazo del atleta actuando en la misma dirección que la

fuerza varía con el tiempo como se muestra en la segunda gráfica. Determine la potencia aplicada como función del tiempo y el trabajo realizado en t = 0.3 s.

Solución:

a) Cálculo de la potencia en el tiempo t:

Para el tramo 0 ≤ t ≤ 0.2:

La fuerza constante; F = 800 N;

La velocidad; $v = \dfrac{20}{0.3}t = 66\dfrac{2}{3}t$;

Luego la potencia que el atleta aplica es;

P = F.v = 800 (66.6667t) = 53.333t kW;

Para el tramo 0.2 ≤ t ≤ 0.3:

La fuerza variable; F = 2400 – 8000 t;

La velocidad; $v = \dfrac{20}{0.3}t = 66\dfrac{2}{3}t$;

Luego la potencia que el atleta aplica es;

P = F.v = (2400 – 8000t) (66.667t);

De donde; P = F.v = $(160t - 533.33t^2)$ kW;

b) Cálculo del trabajo realizado en t = 0.3s:

Sabemos que: $U = \int_0^{0.3} P\, dt$;

Luego: $U = \int_0^{0.2} 53.33t\, dt + \int_{0.2}^{0.3}(160t - 533.3t^2)dt$;

Evaluando las integrales definidas;

$U = \dfrac{53.3}{2}(0.2)^2 + \dfrac{160}{2}\left[(0.3)^2 - (0.2)^2\right] - ...$

$... - \dfrac{533}{3}\left[(0.3)^3 - (0.2)^3\right]$

De donde: U = 1.6888889 kJ.

14.63. Un atleta empuja contra una máquina de ejercicio con una fuerza que varía con el tiempo como se muestra en la primera gráfica. Además, la velocidad del brazo del atleta actuando en la misma dirección que la fuerza varía con el tiempo como se muestra en la segunda gráfica. Determine la potencia máxima desarrollada durante el periodo de 0.3 segundos. (Ver figura 14.62)

Solución:

Cálculo de la potencia máxima instantánea:

En el problema anterior se obtuvo la potencia en función del tiempo en dos ramos de intervalos de tiempo;

Para el tramo 0 ≤ t ≤ 0.2: P = 53.333t kW;

Para 0.2 ≤ t ≤ 0.3: P = $(160t - 533.33t^2)$ kW;

Derivando; $\dfrac{dP}{dt} = 160 - 1066.6\,t = 0$;

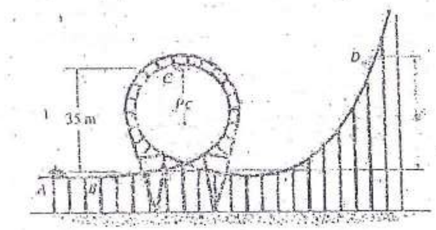
De donde: t = 0.15 s < 0.2 s;

Para t = 0.2 s; se tendrá el valor máximo;

P_{max} = 53.3 (0.2) = 10.66667 kW.

14.64. Resuelva el problema 14-18 usando la ecuación de la conservación de la energía.

Determine qué altura h puede alcanzar el carro de 200 kg sobre el plano inclinado curvo D si se lanza desde B con rapidez suficiente justo para alcanzar la parte superior del lazo en C sin abandonar la vía. El radio de curvatura en C es ρ_C = 25 m.



Solución:

Cálculo de altura h_2 en el punto D:

Cuando llegue a C la fuerza inercial centrífuga debe igualar al peso;

$\Sigma F_n = ma_n$: $mg = m\left(\dfrac{v_C^2}{\rho_C}\right)$;

Con valores dados: $200(9.81) = 200\left(\frac{v_C^2}{25}\right)$;

De donde; $v_C^2 = 245.25\, m^2/s^2$;

Por principio de conservación de energía mecánica tenemos; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$... (1);

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

Posición 1: Carro en la cúspide C;

Posición 2: Carro en la cúspide D;

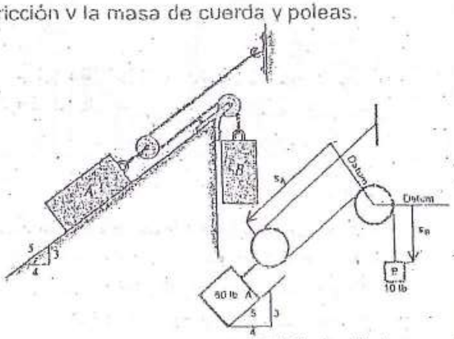
Dando valores conocidos en la ecuación (1);

$$\frac{1}{2}m(9.81)(25) + m(9.81)(35) = 0 + m(9.81)h_2$$

De donde: h_2 = 47.5 m; máxima altura que sube el carro hasta detenerse y bajar.

14.65. Resuelva el problema 14-15 usando la ecuación de la conservación de la energía.

El bloque A pesa 60 lb y el bloque B 10 lb. Determine la rapidez del bloque A después de que se mueve 5 pies hacia abajo por el plano, partiendo del reposo. Desprecie la fricción y la masa de cuerda y poleas.



Relación cinemática de bloques A y B

Solución:

En análisis de movimiento dependiente de dos partículas de la sección 12.9 del texto;

Tenemos; $2s_A + s_B = L$; invariante;

Luego; $2\Delta s_A + \Delta s_B = 0$;

Derivando respecto al tiempo; $2v_A + v_B = 0$;

Por principio de conservación de energía mecánica del sistema A - B;

Tenemos: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$... (1);

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B1}^2 + m_A g h_{A1} + m_B g h_{B1} = \ldots$$

$$\ldots = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2 + m_A g h_{A2} + m_B g h_{B2};$$

Posición 1: Sistema A-B en reposo;

Posición 2: Sistema A-B en movimiento con bloque A con 5 pies debajo del reposo;

Dando valores conocidos en la ecuación (1);

$$[0+0]+[0+0] = \frac{1}{2}\left(\frac{60}{32.2}\right)v_{A2}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{10}{32.2}\right)(2v_{A2})^2 + \ldots$$

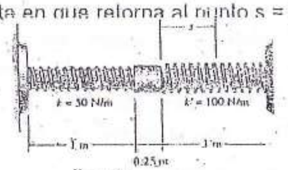
$$\ldots + 10(10) - 60\left(\frac{3}{5}\right)(5)$$

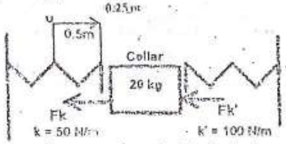
De donde: v_{A2} = 7.177743 pies/s;

La velocidad del bloque A al bajar 5 pies.

14.66. Resuelva el problema 14-17 usando la ecuación de la conservación de la energía.

El collar tiene una masa de 20 kg y descansa sobre la barra lisa. Dos resortes están unidos a él y a los extremos de la barra como se muestra. Cada resorte tiene longitud no comprimida de 1 m. Si el collar es desplazado s = 0.5 m y liberado del reposo, determine su velocidad en el instante en que retorna al punto s = 0.





Fuerzas sobre el collar instante deformación máxima

Solución:

Cálculo de la velocidad del collar en s = 0:

Por principio de conservación de energía;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + V_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + V_2 \ldots (1);$$

Situación 1: El collar extendió al resorte izquierdo en 0.5.m;

Situación 2: Ambos resortes recuperaron su tamaño de 1 m.

Tomamos como referencia 0 la posición del collar comprimido 0.5m a la izquierda.

Dando valores a la ecuación (1);

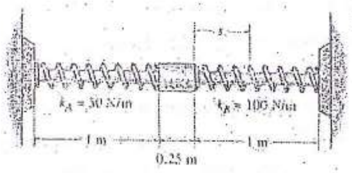
$$0 + \frac{1}{2}(100)(0.5)^2 + \frac{1}{2}(50)(0.5)^2 = \frac{1}{2}(20)v^2 + 0$$

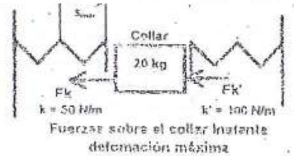
De donde: v = 1.37 m/s;

Velocidad del collar cuando los resortes recuperan su tamaño original.

14.67. Resuelva el problema 14-31 usando la ecuación de la conservación de la energía.

El collar tiene masa de 20 kg y se desliza a lo largo de la barra lisa. Dos resortes están unidos al collar y a los extremos de la barra como se muestra. Si cada resorte tiene longitud no comprimida de 1 m y el collar tiene rapidez de 2 m/s cuando s = 0, determine la compresión máxima de cada res vén (os





Fuerzas sobre el collar instante deformación máxima

Solución:

Cálculo de la deformación máxima del collar:

Por principio de conservación de energía;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + V_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + V_2 \ldots (1);$$

Situación 1: En el inicio el collar v_1 = 2m/s;

Situación 2: El collar se detiene v_2 = 0;

Como; v_1=2m/s ; v_2 = 0 y m = 20kg;

Estos datos en (1) tenemos;

Línea de referencia s = 0 para ambos resortes será cuando el collar esta con v_1;

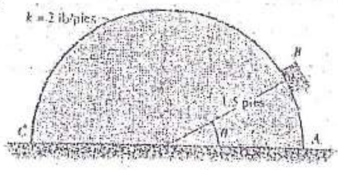
Dando valores a la ecuación (1);

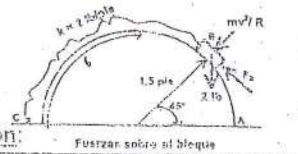
$$\frac{1}{2}(20)(2)^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}(50)s_{max}^2 + \frac{1}{2}(100)s_{max}^2$$

De donde: s_{max} = 0.730 m.

14.68. Resuelva el problema 14-36 usando la ecuación de la conservación de la energía.

Un bloque de 2 lb descansa sobre la superficie lisa semicilíndrica. Una cuerda elástica con rigidez k = 2 lb/pie está unida al bloque en B y a la base del semicilindro en el punto C. Si el bloque es liberado del reposo en A (θ = 0°), determine la longitud no alargada de la cuerda de manera que el bloque empiece a dejar el semicilindro en el instante θ = 45°. Desprecie el tamaño del bloque





Solución:

Fuerzas sobre el bloque

<u>Cálculo de longitud inicial l_0 del resorte:</u>

2da.ley en la dirección radial para $\theta = 45°$;

$$+\leftarrow \sum F_n = ma_n: \quad 2sen\,45° = \frac{2}{32.2}\left(\frac{v_B^2}{1.5}\right);$$

De donde: $v_B = 5.8441$ pies/s;

Por principio de conservación de energia entre A-B; tenemos;

$T_A + V_A = T_B + V_B$;

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + V_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + V_B \; ..(1);$$

Situación A: Bloque en A con $v_A = 0$;

Situación B: el bloque en B en $\theta = 45°$;

Como; $v_A = 0$; $v_B = 5.8441$pie/s y m = 2 lb;

La línea de referencia 0 para la energía potencial es es la horizontal que pasa por A;

Estos datos en (1) tenemos;

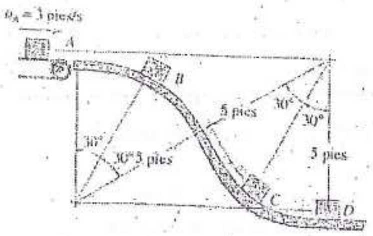
$$0 + \frac{1}{2}(2)(\pi(1.5) - l_0)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(5.844)^2 + ..$$

$$.. + \frac{1}{2}(2)\left[\pi(1.5) - \frac{\pi}{4}(1.5) - l_0\right]^2 + 2(1.5\,sen45°);$$

De donde: l_0= 2.77 pies.

14.69. Resuelva el problema 14-23 usando la ecuación de la conservación de la energía.

Los paquetes, que tienen un peso de 50 lb, son entregados a la canaleta de v_A = 3 pies/s usando una banda transportadora. Determine su rapidez cuando llegan a los puntos B, C y D. Calcule también la fuerza normal de la canaleta sobre los paquetes en B y C. Desprecie la fricción y el tamaño de los paquetes.



<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de velocidad y normal en B:</u>

Por principio conservación de energía para el tramo A – B: $T_A + V_A = T_B + V_B$

Como; W = 50 lb; r = 5pies; v_A = 3pies/s;

Referencia s = 0 es la horizontal pasa por A;

Con esto en la ecuación conservación de energía;

$$\frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)(3)^2 + 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)v_B^2 - 50(5)(1-\cos 30°);$$

De donde: v_B = 7.221 pies/s;

La 2da.ley en la dirección normal en B;

$$+\leftarrow \sum F_n = ma_n: -N_B + 50\cos 30° = \left(\frac{50}{32.2}\right)\left[\frac{(7.221)^2}{5}\right];$$

De donde: N_B = 27.10784 lb;

<u>Cálculo de velocidad y normal en C:</u>

Por principio de conservación de energía para el tramo A – C: $T_A + V_A = T_C + V_C$;

Como; W = 50 lb; r = 5pies; v_A = 3pies/s;

Referencia s = 0 es la horizontal pasa por A

Con esto en la ecuación de energía;

$$\frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)(3)^2 + 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)v_C^2 - 50(5\cos 30°);$$

De donde: v_C = 16.966443 pies/s.

La 2da.ley en la dirección normal en C;

$$+\rightarrow \sum F_n = ma_n: N_C - 50\cos 30° = \left(\frac{50}{32.2}\right)\left[\frac{(16.97)^2}{5}\right]$$

N_C = 132.6988416 lb.

Finalmente la ecuación de conservación de energía entre A-D: $T_A + V_A = T_D + V_D$;

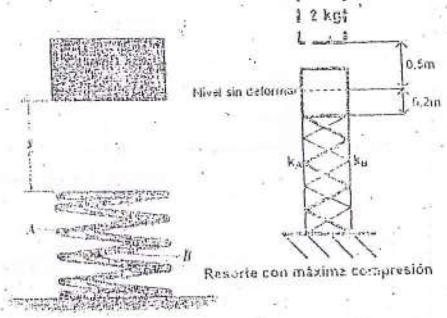
Referencia s = 0 es la horizontal pasa por A

Con esto en la ecuación de energía;

$$\frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)(3)^2 + 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{50}{32.2}\right)v_D^2 - 50(5);$$

De donde: v_D = 18.2 pies/s.

14.70. Dos resortes de igual longitud están "anidados" uno en el otro para formar un amortiguador. Si éste está diseñado para detener el movimiento de una masa de 2 kg que se deja caer desde s = 0.5 m por arriba de los resortes desde el reposo, y la compresión máxima de los resortes debe ser de 0.2 m, determine la rigidez requerida del resorte interno, k_B, si el resorte externo tiene rigidez k_A = 400 N/m.



<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de la rigidez del resorte B k_B:</u>

Por principio de conservación de energía;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + V_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + V_2 \; ..(1);$$

Situación 1: Masa antes de caer $v_1 = 0$;

Situación 2: Masa deforma los resortes al máximo $v_2 = 0$;

Como; v_1=0 ; v_2 = 0 y m = 2kg;

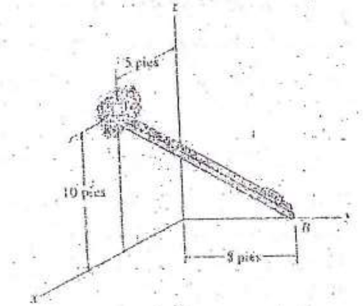
Línea de referencia s = 0 es de donde empieza caer la masa

Estos datos en (1) tenemos;

$$0 = -2(9.81)(0.5+0.2) + \frac{1}{2}(400)(0.2)^2 + \frac{1}{2}(k_B)(0.2)^2;$$

De donde; k_B = 287 N/m.

14.71. El bloque tiene un peso de 1.5 lb y se desliza a lo largo de la canaleta lisa AB. El bloque es liberado del reposo en el punto A, que tiene coordenadas A (5 pies, 0, 10 pies). Determine la rapidez con que se desliza en B, que tiene coordenadas B(0, 8 pies, 0).



<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de velocidad del bloque en B:</u>

Por principio conservación de energía para el tramo A – B: $T_A + V_A = T_B + V_B$;

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B \; ..(1);$$

Consideramos el plano XY nivel 0 para la energía potencial;

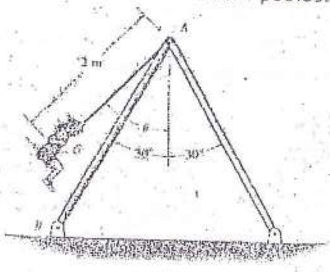
Como; v_A=0 ; v_B = ¿? y W = 1.5 lb;

Estos datos en la ecuación (1);

$$0 + 1.5(10) = \frac{1}{2}\left(\frac{1.5}{32.2}\right)(v_B)^2 + 0;$$

De donde: v_B = 25.37715508 pies/s.

14.72. La niña tiene masa de 40 kg y centro de masa en G. Si ella está oscilando a una altura máxima definida por θ = 60°, determine la fuerza desarrollada a lo largo de cada uno de los postes de soporte como el AB en el instante θ = 0°. E columpio está ubicado centralmente entre los postes.



Solución

Cálculo de la fuerza en AB cuando θ = 0°:

Por principio de conservación de energía;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + V_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + V_2$ ..(1);

Posición 1: Niña en altura máxima $v_1 = 0$;

Posición 2: Niña en la posición con θ = 0°;

Como; v_1=0 ; v_2 = ¿? y m = 40 kg;

Línea de referencia s = 0 es la horizontal que pasa por A;

Con estos datos en (1) tenemos;

$$0 + 40(9.81)(-2\cos 60°) = \frac{1}{2}(40)v_2^2 + 40(9.81)(-2);$$

De donde: v_2 = 4.429447 m/s;

Aplicamos la 2da.ley sobre la niña en la posición 2;

$$+\uparrow \sum F_n = ma_n;\ T - mg = m\left(\frac{v_2^2}{2}\right);$$

Con valores: $T - 40(9.81) = (40)\left(\frac{4.429^2}{2}\right)$;

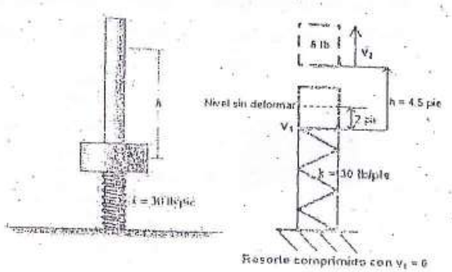
De donde: $T = 784.8\ N$;

Planteando el equilibrio en A se tiene;

$+\uparrow\sum F_y = 0;\ 2(2F_{AB})\cos30° - 784.8 = 0$;

De donde: F_{AB} = 226.55522 N.

14.73. El collar tiene un peso de 8 lb. Si se empuja hacia debajo de modo que comprima al resorte 2 pies y entonces es liberado del reposo (h = 0), determine su rapidez cuando se ha desplazado h = 4.5 pies. El resorte no está unido al collar. Desprecie la fricción.



Solución:

Cálculo de la rapidez cuando h = 4.5pies:

Por principio de conservación de energía;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + V_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + V_2$ ..(1);

Posición 1: Se suelta el resorte con $v_1 = 0$;

Posición 2: El collar esta en h = 4.5 pies;

Como; v_1=0 ; v_2 = ¿? y W = 8 lb;

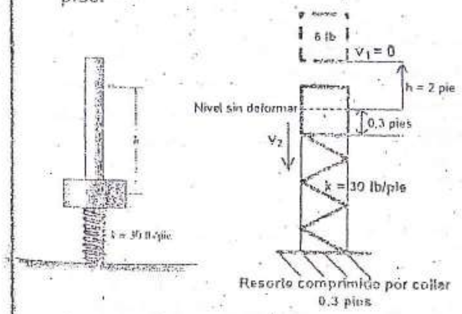
Línea de referencia h = 0 es la horizontal cuando el collar se suelta en el reposo;

Con estos datos en (1) tenemos;

$$0 + \frac{1}{2}(30)(2)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{8}{32.2}\right)v_2^2 + 8(4.5);$$

De donde: v_2 = 13.89964 pies/s.

14.74. El collar tiene un peso de 8 lb. Si es liberado del reposo a una altura de h = 2 pies desde la parte superior del resorte no comprimido, determine la rapidez del collar después de caer y comprimir el resorte 0.3 pies.



Solución:

Rapidez del collar si resorte Δh = 0.3pie:

Por principio de conservación de energía;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

$\frac{1}{2}mv_1^2 + V_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + V_2$ ..(1);

Posición1: Collar en reposo libre con $v_1 = 0$;

Posición2: El collar deformo al resorte 0.3pie

Como; v_1=0 ; v_2 = ¿? y W = 8 lb;

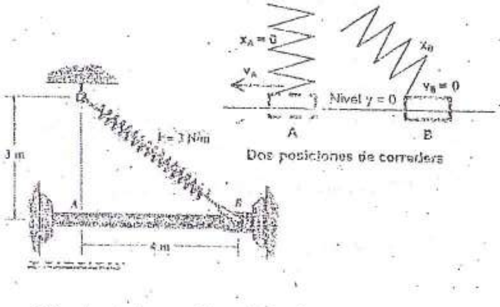
Línea de referencia h = 0 es la horizontal de donde el collar parte del reposo;

Con estos datos en (1) tenemos;

$$0 + 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{8}{32.2}\right)v_2^2 - 8(2.3) + \frac{1}{2}(30)(0.3)^2;$$

De donde: v_2 = 11.71548 pies/s.

14.75. El collar de 2 kg está unido a un resorte que tiene longitud no alargada de 3 m. Si el collar es jalado al punto B y liberado del reposo, determine su rapidez cuando llega al punto A.



Cálculo de la rapidez del collar en posición A

Por principio de conservación de energía;

$T_A + V_A = T_B + V_B$;

$\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}kx_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}kx_B^2$ ..(1);

Posición B: Collar en reposo con v_B = 0;

Posición A: El collar por corredera llego a A;

Como; v_B=0 ; v_A = ¿? y m = 2 kg;

Línea de referencia y = 0 es la horizontal que coincide con la corredera del collar;

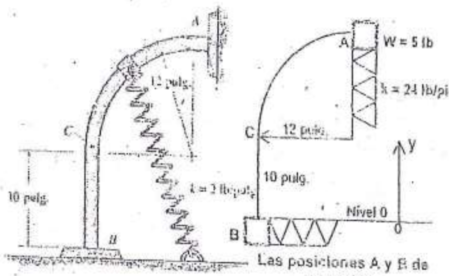
Con estos datos en (1) tenemos;

$$0 + \frac{1}{2}(3)(5-3)^2 = \frac{1}{2}(2)v_A^2 + 0;$$

$$0 + 6.00N.m = \frac{1}{2}(2kg)v_A^2 + 0;$$

De donde: v_A = 2.4449489743 m/s.

14.76. El collar de 5 lb es liberado del reposo en A y viaja a lo largo de la guía lisa. Determine la rapidez del collar justo antes de chocar con el tope en B. El resorte tiene longitud no alargada de 12 pulg.



Las posiciones A y B de corredera

Solución

Cálculo de la rapidez del collar en posición B

Por principio de conservación de energía;

$T_A + V_A = T_B + V_B$;

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}kx_A^2 + mgy_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}kx_B^2 + mgy_B \quad ..(1);$$

Posición A: Collar en reposo con $v_A = 0$;

Posición B: El collar por corredera llego a B;

Como; $v_A = 0$; $k = 24$ lb/pie y $W = 5$ lb;

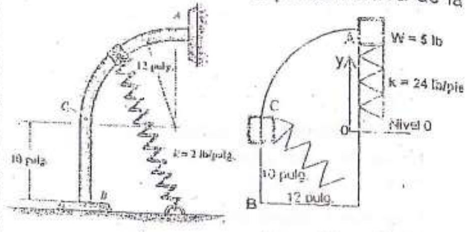
Línea de referencia $y = 0$ es la horizontal que pasa por el punto B;

Con estos datos en (1) tenemos;

$$0+\left(\frac{5}{32.2}\right)\left(\frac{22}{12}\right)32.2+\frac{1}{2}(24)\left(\frac{10}{12}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{32.2}\right)v_B^2+0+0$$

De donde: $v_B = 15.01332741$ pies/s.

14.77. El collar de 5 lb es liberado del reposo en A y viaja a lo largo de la guía lisa. Determine su rapidez cuando su centro alcanza el punto C y la fuerza normal que ejerce sobre la barra en este punto. El resorte tiene longitud no alargada de 12 pulg., y el punto C está localizado justo antes del extremo de la porción curva de la



Las posiciones A y C de corredera

Solución

Cálculo de la rapidez del collar en posición C

Por principio de conservación de energía;

$T_A + V_A = T_C + V_C$;

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}kx_A^2 + mgy_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}kx_C^2 + mgy_C \quad ..(1);$$

Posición A: Collar en reposo con $v_A = 0$;

Posición C: El collar por corredera llego a C;

Como; $v_A = 0$; $k = 24$ lb/pie y $W = 5$ lb;

Línea de referencia $y = 0$ es la horizontal que pasa por el punto C;

Con estos datos en (1) tenemos;

$$0+\frac{1}{2}(24)\left(\frac{10}{12}\right)^2+5\left(\frac{12}{12}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{32.2}\right)v_C^2+..$$

$$..+\frac{1}{2}(24)\left(\sqrt{\left(\frac{12}{12}\right)^2+\left(\frac{10}{12}\right)^2}-\frac{12}{12}\right)^2;$$

De donde: $v_C = 12.55640514$ pies/s;

Cálculo de la fuerza normal en C:

Aplicando la 2da.ley sobre corredera en la dirección normal tenemos;

$$\rightarrow \Sigma F_n = ma_n : \; N_C + F_s \, sen\,\theta = \frac{W}{g}\frac{v_C^2}{R};$$

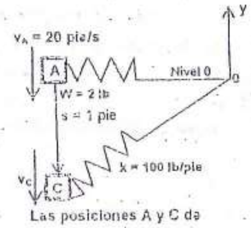
Como: $\theta = \tan^{-1}(12/10)$; $F_s = kx_C$; $R = 1$pie;

Se tiene: $N_C + F_s \, sen 50.1944° = \frac{5}{32.2}\left(\frac{12.556}{1}\right)^2 \quad ..(2);$

$$F_s = (24\, lb/pie)\left[\sqrt{\left(\frac{10}{12}\right)^2+\left(\frac{12}{12}\right)^2}-\frac{12}{12}\right]pie = 7.241\, lb;$$

Con esto en (2): $N_C = 18.91761267$ lb.

14.78. El bloque de 2 lb recibe una velocidad inicial de 20 pies/s cuando está en A. Si el resorte tiene longitud no alargada de 2 pies y rigidez $k = 100$ lb/pie, determine la velocidad del bloque cuando $s = 1$ pie.



Las posiciones A y C de corredera

Solución:

Cálculo de la rapidez de corredera en C:

Por principio de conservación de energía;

$T_A + V_A = T_C + V_C$;

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}kx_A^2 + mgy_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}kx_C^2 + mgy_C \quad ..(1);$$

Posición A: Corredera con $v_A = 20$pie/s;

Posición C: La corredera llego a C;

Como; $v_A = 0$; $k = 100$ lb/pie y $W = 2$ lb;

Línea de referencia $y = 0$ es la horizontal que pasa por el punto A;

Potencial en C: $-2(1) = -2.00$ pie.lb.

Energía potencial elástica en A y C es;

$\frac{1}{2}(100)(2-2)^2 = 0$;

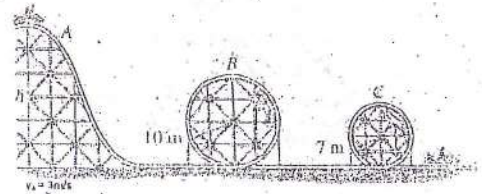
$\frac{1}{2}(100)\left(\sqrt{2^2+1^2}-2\right)^2 = 2.7864\, pie.lb$

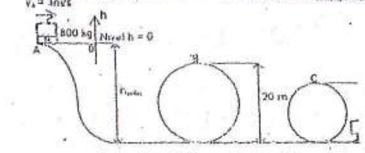
Con estos datos en (1) tenemos;

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(20^2)+0 = \frac{1}{2}\left(\frac{12}{32.2}\right)v_C^2+2.7864+(-2.00);$$

De donde: $v_C = 19.35659513$ pies/s.

14.79. El carro de la montaña rusa tiene masa de 800 kg incluyendo el pasajero, y parte de la cresta A con rapidez $v_A = 3$ m/s. Determine la altura mínima h de la cresta necesaria para que el carro pueda recorrer los dos lazos sin separarse de la vía. Deprecie la fricción, la masa de las ruedas y el tamaño del carro. ¿Cuál es la fuerza normal sobre el carro cuando está en B y en C





Trayectoria del carro de montaña

Solución:

Cálculo de h mínima para pasar por B y C:

Nivel $y = 0$ de energía potencial la horizontal que pasa por A;

Conservación de energía en tramo A-B:

$T_A + V_A = T_B + V_B$;

$$\frac{1}{2}(800)(3)^2+0 = \frac{1}{2}(800)\left(v_B^2\right)-800(9.81)(h-20) \quad ..(1);$$

Como no se considera fricción entonces basta que cuando pase por B la fuerza centrífuga sea igual a su peso.

$+\downarrow \sum f_n = ma_n;\quad 800(9.81)=800\left(\frac{v_B^2}{10}\right)$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2) tenemos;
v_B = 9.90 m/s; h = 24.5413 m; valor mínimo.

Fuerza normal sobre carro en B y C:
En B como la fuerza centrífuga es igual a su peso; entonces; N_B = 0;
Conservación de energía en tramo A-C:
$T_A + V_A = T_C + V_C$;
Con datos conocidos en esta ecuación;

$\frac{1}{2}(800)(3)^2+0=\frac{1}{2}(800)(v_C)^2-800(9.81)(24.5-14)$

De donde: v_C = 14.691 m/s;

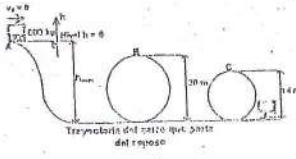
Equilibrando la fuerza centrífuga con la fuerza normal y peso en el punto C;

$+\downarrow \sum f_n = ma_n;\; N_C + mg = m\left(\frac{v_C^2}{R_C}\right)$;

Con valores: $N_C + 800(9.81)=800\left(\frac{14.691^2}{7}\right)$;

De donde: N_C = 16.81776926 kN.

14.80. El carro de la montaña rusa tiene masa de 800 kg incluyendo al pasajero. Si es liberado del reposo en la cresta A, determine la altura mínima h de la cresta necesaria para que el carro recorra ambos lazos sin separarse de la vía. Desprecie la fricción, la masa de las ruedas y el tamaño del carro. ¿Cuál es la reacción normal sobre el carro cuando está en B y en C?



Solución: Sea problema anterior con v_A = 0;
Cálculo de h mínima para pasar por B y C:
Nivel y = 0 de energía potencial la horizontal que pasa por A;
Conservación de energía en tramo A-B:
$T_A + V_A = T_B + V_B$;

$0+0=\frac{1}{2}(800)\left(v_B^2\right)-800(9.81)(h-20)$ ..(1);

Como no se considera fricción entonces basta que cuando pase por B la fuerza centrífuga sea igual a su peso.

$+\downarrow \sum f_n = ma_n;\quad 800(9.81)=800\left(\frac{v_B^2}{10}\right)$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2) tenemos;
v_B = 9.90 m/s; h = 25 m; valor mínimo.
Fuerza normal sobre carro en B y C:
En B como la fuerza centrífuga es igual a su peso; entonces; N_B = 0;
Conservación de energía en tramo A-C:
$T_A + V_A = T_C + V_C$;
Con datos conocidos en esta ecuación;

$0+0=\frac{1}{2}(800)(v_C)^2-800(9.81)(25-14)$;

De donde: v_C = 14.691 m/s;
Equilibrando la fuerza centrífuga con la fuerza normal y peso en el punto C;

$+\downarrow \sum f_n = ma_n;\; N_C + mg = m\left(\frac{v_C^2}{R_C}\right)$;

Con valores: $N_C + 800(9.81)=800\left(\frac{14.691^2}{7}\right)$;

De donde: N_C = 16.81776926 kN.

14.81. Tarzán tiene masa de 100 kg y se balancea partiendo del reposo desde el acantilado sosteniéndose rígidamente sobre la liana que es de 10 m, medida desde la rama A de soporte hasta su centro de masa. Determine su rapidez justo después que la liana toca la rama inferior localizada en el

punto B. ¿Qué fuerza debe mantener Tarzán sobre la liana justo antes y justo después que la liana entra en contacto con la rama en B?.

Solución

Cálculo de rapidez cuando liana toca B:
Ecuación de energía entre 1-2;
$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$
Posición 1: sujeto en C en reposo;
Posición 2: sujeto justo antes que la liana toque la rama B;
Nivel y = 0 de energía potencial la horizontal que pasa por C;
Con los datos conocidos tenemos;

$0+0=\frac{1}{2}(100)(v_2)^2-100(9.81)(10)(1-\cos 45°)$

De donde: v_2 = 7.58061 m/s;

Tensión en liana justo antes y después que la liana toque la rama B:

Justo antes que la liana toque B: el radio de curvatura de trayectoria es; ρ = 10 m.

Equilibrando fuerzas en la radial;

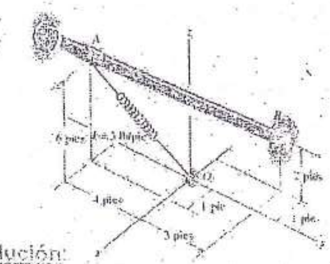
$+\uparrow \sum f_n = ma_n;\; T-981=100\left(\frac{(7.58061)^2}{10}\right)$;

De donde: T = 1.555656495 kN;
Justo después que la liana toco B: el radio de curvatura de trayectoria es; ρ = 3 m.
Equilibrando fuerzas en la radial;

$+\uparrow \sum f_n = ma_n;\; T-981=100\left(\frac{(7.58061)^2}{3}\right)$;

De donde: T = 2.896521599 kN

14.82. El resorte tiene rigidez k = 3 lb/pie y longitud no alargada de 2 pies. Si está unido al collar liso de 5 lb y el collar es liberado del reposo en A, determine la rapidez del collar justo antes que toque el extremo de la barra situada en B. Desprecie el tamaño del collar.



Solución:
Cálculo de la rapidez de collar en extremo B:
Conservación de energía en tramo A-B es;
$T_A + V_A = T_B + V_B$; o lo que es lo mismo;

$\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A+\frac{1}{2}k\delta_A^2=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B+\frac{1}{2}k\delta_B^2$;

Las longitudes de resorte en A y B son;

$|r_{OA}|=\sqrt{(1)^2+(4)^2+(6)^2}=7.28\,pies$;

$|r_{OB}|=\sqrt{(1)^2+(3)^2+(2)^2}=3.74166\,pies$;

Como la longitud sin deformar del resorte es 2 pies y el nivel 0 de energía potencial es el plano horizontal que pasa por B; k = 3 lb/pie;
Con los datos conocidos en la ecuación de energía tenemos;

$(5)(6-2)+\frac{1}{2}(3)(7.28-2)^2=\frac{1}{2}\left(\frac{5}{32.2}\right)v_B^2+\frac{1}{2}(3)(3.74-2)^2$;

De donde: v_B = 27.158899 pies/s.

14.83. Dos estudiantes A y B cada uno con peso de 150 lb, quieren saltar del puente partiendo del reposo y usando una cuerda elástica (cuerda bungee) con rigidez k = 80 lb/pie. Ellos desean llegar justo a la superficie del río, donde A, unido a la cuerda, debe soltar a B en el instante en que tocan el agua. Determine la longitud apropiada sin estirar de la cuerda para lograrlo y calcule la aceleración máxima de A y la altura máxima que alcanzará sobre el agua después del rebote. A partir de sus resultados, comente sobre la factibilidad de hacer esto.

Solución

Cálculo de la longitud sin deformar de cuerda de modo que A y B se paran justo al llegar al nivel del agua:

Ecuación de energía: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 + \frac{1}{2}k\delta_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + \frac{1}{2}k\delta_2^2;$$

Posición 1: A y B en el puente en reposo;

Posición 2: A y B se paran al nivel de agua;

Nivel y = 0 de energía potencial es el nivel del agua; de la soga su k = 80 lb/pie;

Con los datos conocidos tenemos en la ecuación de energía tenemos;

$$0 + 2(150)(120) = 0 + \frac{1}{2}(800)(x)^2;$$

La deformación máxima de la soga será;

x = 30 pies;

Como se detienen al nivel del agua;

Se tiene: $120 = L_0 + 30$;

De donde la longitud sin deformar es;

$L_0 = 90$ pies;

Cálculo de la elevación máxima sobre el agua de A después de dejar a B:

Ecuación de energía: $T_2 + V_2 = T_3 + V_3$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + \frac{1}{2}k\delta_2^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgh_3 + \frac{1}{2}k\delta_3^2$$

Posición 2: A en reposo al nivel de agua;

Posición 3: A se eleva h sobre el agua;

Nivel y = 0 de energía potencial es el nivel del agua; de la soga su k = 80 lb/pie;

Con los datos conocidos tenemos en la ecuación de energía tenemos;

$$0 + \frac{1}{2}(80)(30)^2 = 0 + (150)h;$$

De donde: h = 240 pies;

Como la altura máxima que puede elevarse;

$h_{max} = 120 + L_0 = 120 + 90 = 210$ pies;

h = 240 pies > 120 + 90 = 210 pies;

Nuevamente: $T_2 + V_2 = T_3 + V_3$;

Posición 3: A se eleva h sobre el agua y la soga se estira para arriba del puente;

Con los datos conocidos tenemos en la ecuación de energía tenemos;

$$0 + \frac{1}{2}(80)(30)^2 = 0 + 150h + \frac{1}{2}(80)[(h - 120) - 90]^2$$

$36000 = 150\text{ h} + 40(h^2 - 420\text{ h} + 44\,100)$;

Luego: $h^2 - 416.25\text{ h} + 43200 = 0$;

De donde: h = 218.896055 pies.

Al nivel del agua la deformación es 30 pies y la fuerza restauradora nos da la aceleración siguiente; por la 2da.ley;

$$+\uparrow \sum f_y = ma_y;\ 80(30) - 150 = \frac{150}{32.2}a;$$

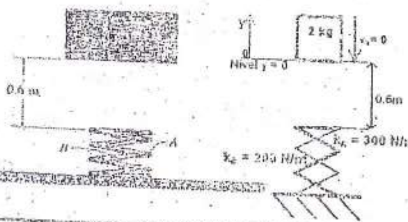
De donde: a = 483 pies/s^2;

Encima del puente la deformación es apenas: 219-120-90 = 9pies;

Que da la fuerza restauradora de;

$$+\uparrow \sum f_y = ma_y;\ 80(30) - 150 = \frac{150}{32.2}a$$

14.84. Dos resortes de igual longitud con rigidez k_A = 300 N/m y k_B = 200 N/m están "anidados" uno con otro para formar un absorbedor de choques. Si un bloque de 2 kg se deja caer desde una posición en reposo 0.6 m por arriba de la parte superior de los resortes, determine su deformación cuando se detiene momentáneamente.



Solución:

Cálculo de deformación máxima de resortes:

Ecuación de energía: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)\delta_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)\delta_2^2;$$

Posición 1: El bloque en reposo elevado;

Posición 2: El bloque en reposo luego de caer y deformar a los resortes;

Nivel y = 0 de energía potencial es cuando el bloque esta por caer

Se sabe que k_1 = 300 N/m; k_2 = 200 N/m;

Con los datos conocidos tenemos en la ecuación de energía tenemos;

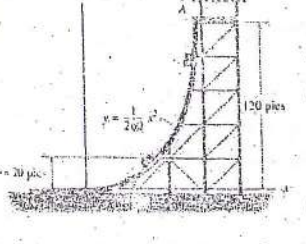
$$0 + 0 = 0 - 2(9.81)(0.6 + \delta_2) + \frac{1}{2}(300 + 200)(\delta_2)^2;$$

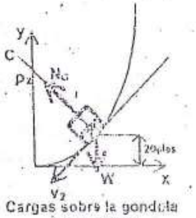
$250\delta_2^2 - 19.62\delta_2 - 11.772 = 0$;

De donde: $\delta_2 = 0.259757068$ m;

Es la deformación máxima de los resortes.

14.85. El juego en un parque de diversiones consta de una góndola que es llevada a una altura de 120 pies en A. Si la góndola es soltada del reposo y cae por la vía parabólica, determine la rapidez en el instante y = 20 pies. Determine también la reacción normal de los rieles sobre la góndola en este instante. La góndola y el pasajero tienen un peso total de 500 lb. Desprecie los efectos de la fricción y la masa de las ruedas.





Cargas sobre la gondola en y = 20pie

Solución:

Cálculo de rapidez en instante y = 20pies:

Ecuación de energía: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \quad ...(1);$$

Posición 1: Góndola en reposo en A;

Posición 2: Góndola en la posición y = 20pie;

Nivel h = 0 de energía potencial es el nivel donde parte la góndola;

Como: $h_1 = 0$; $h_2 = -100$pie; W= 500 lb y $v_1 = 0$;

Con estos datos en la ecuación (1);

$$0 + 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{500}{32.2}\right)v_2^2 - 500(100);$$

De donde; v_2 = 80.24961 pies/s.

Cálculo de la reaccion normal de los rieles para el instante y = 20 pies:

Primero calculamos el radio de curvatura;

Ecuación de trayectoria. $y = x^2/260$;

Derivando: $dy/dx = x/130$;

Segunda derivada: $d^2y/dx^2 = 1/130$;

En posición 2: y = 20 pies; x = 72.111pies;

También: $\tan\theta = dy/dx = 0.555$; $\theta = 29.017°$;

Curvatura en 2: $\rho_2 = \frac{[1 + (0.555)^2]^{3/2}}{1/130} = 194.40\ pies$;

Aplicamos la 2da.ley en la dirección normal;

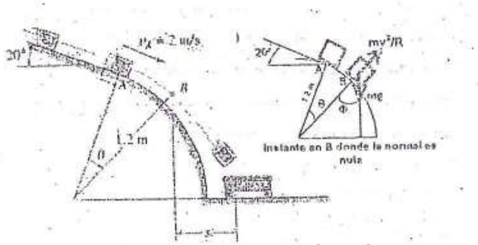
$$+\leftarrow \sum f_n = ma_n;\ N_G - W\cos\theta = \frac{W}{g}\frac{v_2^2}{\rho_2};$$

Luego: $N_G - 500\ \cos 29.017° = \frac{500}{32.2}\left(\frac{6440}{194.40}\right)$;

De donde: N_G = 951.6412 lb;

Es la reacción normal de los rieles.

14.88. Cuando la caja de 6 kg alcanza el punto A tiene rapidez v_A = 2 m/s. Determine el ángulo θ con el que la caja deja la rampa lisa circular y la distancia s a la que cae en el carro. Desprecie la fricción.



Solución:

Cálculo del ángulo θ girado para llegar a B:

En el punto B la fuerza normal entre la caja y el piso es nula;

Equilibrando fuerzas en la normal en B;

$+\leftarrow \Sigma f_n = ma_n$: $6(9.81)\cos\phi = 6\left(\frac{v_B^2}{1.2}\right)$ ..(1);

Conservación de energía entre A-B;

$T_A + V_A = T_B + V_B$; como; m = 6kg;

Nivel h = 0 de energía potencial es el nivel donde esta el carro; con los datos se tiene;

$\frac{1}{2}(6)(2)^2 + 6(9.81)(1.2\cos 20°) = \frac{1}{2}(6)(v_B)^2 + 6(9.81)(1.2\cos\phi)$

Luego: $13.062 = 0.5v_B^2 + 11.772\cos\phi$ ..(2);

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

Se tiene: $v_B = 2.950932$ m/s;

También: $\phi = \cos^{-1}\left(\frac{(2.951)^2}{1.2(9.81)}\right) = 42.292°$;

Luego: θ = ϕ - 20° = 42.292 -20 = 22.292°

Cálculo de la distancia s al caer al carro:

Desde B la caja cae en caída libre;

En la vertical: $(+\uparrow)$ $s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}a_ct^2$;

Con los valores conocidos tiene;

$-1.2\cos 42.29° = 0 - 2.951(sen 42.29°)t + \frac{1}{2}(-9.81)t^2$;

Luego: $4.905t^2 + 1.9857t - 0.8877 = 0$;

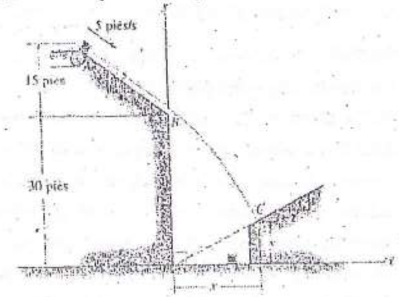
De donde: t = 0.2687 seg.

En la horizontal: $\left(\overset{+}{\rightarrow}\right)$ $s = s_0 + v_0t$;

Con datos: s =0 +(2.951cos42.29°)(0.2687);

Con lo cual: s = 0.586571 m.

14.87. La caja de 2 lb tiene velocidad de 5 pies/s cuando empieza a resbalar hacia abajo por la superficie lisa inclinada localizada en A. Determine el punto C (x, y) donde la caja toca el plano inclinado inferior.



Solución:

Cálculo del punto C(x , y) donde cae la caja:

Conservación de energía en tramo AB;

$T_A + V_A = T_B + V_B$;

Como: W = 2 lb; nivel h = 0 es horizontal que pasa por el punto A;

$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(5)^2 + 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)v_B^2 - 2(15)$;

De donde: v_B = 31.48 pies/s;

En tramo BC es caída libre en XY;

En la horizontal es MRU: $\left(\overset{+}{\rightarrow}\right)$ $s = s_0 + v_0t$;

Con valores conocidos: $x = 0 + 31.48\left(\frac{4}{5}\right)t$ ..(1);

En vertical: $(+\uparrow)$ $s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}a_ct^2$;

Con valores conocidos del gráfico:

Se tiene; $y = 30 - 31.48\left(\frac{3}{5}\right)t + \frac{1}{2}(-32.2)t^2$ ..(2);

También: $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{2}x$ ..(3);

Resolviendo (1), (2) y (3) tenemos;

$30 - 18.888t - 16.1t^2 = 12.592t$;

Luego: $-16.1t^2 - 31.480t + 30 = 0$;

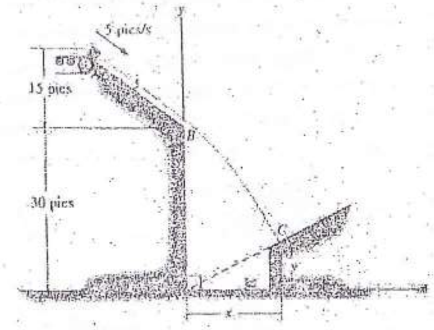
De donde: t = 0.7014 s;

Esto en ecuaciones (1) y (3):

$x = 31.48(4/5)(0.7014) = 17.664 = 17.664$ pies;

$y = 0.5(17.664) = 8.832 = 8.832$ pies;

14.88. La caja de 2 lb tiene velocidad de 5 pies/s cuando empieza a resbalar hacia abajo por la superficie lisa inclinada localizada en A. Determine su rapidez justo antes de tocar la superficie en C y el tiempo que le toma viajar de A a C. Las coordenadas del punto C son x = 17.664 pies y y = 8.832 pies.



Solución:

Cálculo de la rapidez de caja en el punto C:

Conservación de energía en tramo AC;

$T_A + V_A = T_C + V_C$;

Como: W = 2 lb; nivel h = 0 es horizontal que pasa por el punto A;

$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(5)^2 + 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(v_C)^2 - 2[15 + (30 - 8.832)]$;

De donde: v_C = 48.5203pies/s;

Cálculo del tiempo usado en recorrer A-C:

Primero hallamos el tiempo t_{AB};

La aceleración en la inclinación AB es;

$+\leftarrow \Sigma f_s = ma_s$; $2\left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{2}{32.2}\right)a_s$;

De donde: a_s = 19.32 pies/s^2;

Conservación de energía en tramo AB;

$T_A + V_A = T_B + V_B$;

Como: W = 2 lb; nivel h = 0 es horizontal que pasa por el punto A;

Con datos: $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(5)^2 + 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)v_B^2 - 2(15)$;

De donde: v_B = 31.48 pies/s;

Como AB es MRUV: $\left(\overset{+}{\rightarrow}\right)$ $v_B = v_A + a_c t_{AB}$;

Con datos: 31.48 = 5 + 19.32t_{AB};

De donde: t_{AB} = 1.3706seg.

Luego hallamos el tiempo t_{BC};

En BC la caja desarrolla caída libre;

En horizontal: $\left(\overset{+}{\rightarrow}\right)$ $s = s_0 + v_0t$;

Con datos; $x = 0 + 31.48\left(\frac{4}{5}\right)t_{BC}$ ..(1);

En caída vertical; $(+\uparrow)$ $s = s_0 + v_0t_{BC} + \frac{1}{2}gt_{BC}^2$;

Con datos conocidos;

$y = 30 - 31.48\left(\frac{3}{5}\right)t_{BC} + \frac{1}{2}(-32.2)t_{BC}^2$ ..(2);

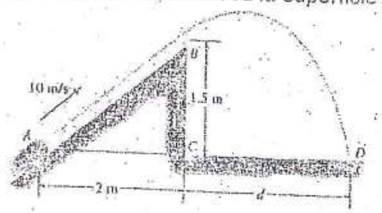
Por geometría; $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{2}x$ ..(3);

Combinando (1); (2) y (3);

$30 - 18.888t_{BC} - 16.1t_{BC}^2 = 12.592t_{BC}$;

Luego; $-16.1t_{BC}^2 - 31.480t_{BC} + 30 = 0$;
De donde: $t_{BC} = 0.7014$ seg.
$t_{AC} = t_{AB} + T_{BC} = 1.3706 + 0.7014 = 2.072$ seg.
Que es el tiempo que demora en ir de A a C.

14.89. La bola de 2 kg y tamaño insignificante es lanzada desde el punto A con velocidad inicial de 10 m/s hacia arriba por el plano liso inclinado. Determine la distancia desde el punto C hasta donde la bola toca la superficie horizontal en D. ¿Cuál es su velocidad cuando toca la superficie?.



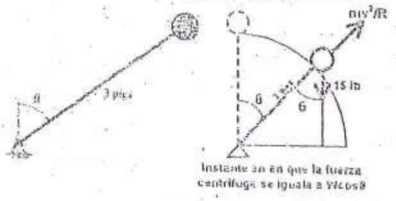
Solución:

Cálculo de distancia d de caída de bola:
Conservación de energía en tramo AB;
$T_A + V_A = T_B + V_B$;
$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$;
La bola tiene m = 2 kg; nivel h = 0 es horizontal que pasa por el punto A;
$\frac{1}{2}(2)(10)^2 + 0 = \frac{1}{2}(2)(v_B)^2 + 2(9.81)(1.5)$;
De donde: $v_B = 8.4006$ m/s;
La trayectoria BC es parabolica;
En horizontal es MRU; $\left(\xrightarrow{+}\right) s = s_B + v_B t$;
Con datos de figura: $d = 0 + 8.401(4/5)t$ ..(1);
En vertical es MRUV: $(+\uparrow) s = s_B + v_B t + \frac{1}{2}gt^2$;
Con datos: $-1.5 = 0 + 8.401\left(\frac{3}{5}\right)t + \frac{1}{2}(-9.81)t^2$;
Luego: $-4.905t^2 + 5.040t + 1.5 = 0$;
Resolviendo: t = 1.269 seg.

Con esto en la ecuación (1);
$d = 8.401\left(\frac{4}{5}\right)(1.269) = 8.5287\ m$;

Cálculo de velocidad de llegada a D:
Conservación de energía en tramo AD;
$T_A + V_A = T_D + V_D$;
$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$;
La bola tiene m = 2 kg; nivel h = 0 es horizontal que pasa por el punto A;
Con datos: $\frac{1}{2}(2)(10)^2 + 0 = \frac{1}{2}(2)(v_D)^2 + 0$;
De donde: $v_D = 10$ m/s;
Es la velocidad a la que llega la bola a D.

14.90. La bola tiene un peso de 15 lb y está fija a una barra de masa insignificante. Si es liberada del reposo cuando θ = 0°, determine el ángulo θ para el cual la fuerza de compresión en la barra se vuelve cero.

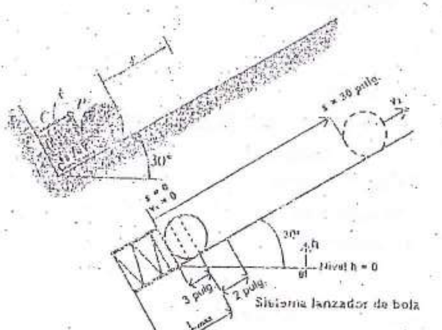


Solución:

Cálculo de ángulo θ para que la barra no tenga fuerza de compresión:
Conservación de energía en tramo 1-2;
$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;
$\frac{1}{2}\frac{W}{g}v_1^2 + Wh_1 = \frac{1}{2}\frac{W}{g}v_2^2 + Wh_2$;
La bola pesa W = 15 lb; nivel h = 0 es la horizontal que pasa por la posición de la bola cuando θ = 0°;

Con datos: $0 + 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{15}{32.2}\right)v_2^2 - 15(3)(1-\cos\theta)$;
De donde: $v_2^2 = 193.2(1-\cos\theta)$;
En la posición 2 la componente del peso sobre la barra y la fuerza centrifuga son iguales por lo cual;
Sabemos; $+\leftarrow \sum f_n = ma_n : W\cos\theta = \frac{W}{g}\left[\frac{v_2^2}{R}\right]$;
Con valores; $15\cos\theta = \frac{15}{32.2}\left[\frac{193.2(1-\cos\theta)}{3}\right]$;
Luego: $\cos\theta = 2 - 2\cos\theta$;
De donde: $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$; $\theta = 48.19°$.

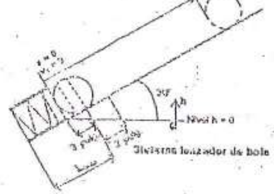
14.91. La bola de 0.5 lb es disparada desde el dispositivo con resorte mostrado. El resorte tiene rigidez k = 10 lb/pulg., y las cuatro cuerdas C y la placa P mantienen al resorte comprimido en 2 pulg. cuando no hay carga sobre la placa. Esta es empujada hacia atrás 3 pulg. desde su posición inicial. Si entonces es liberada del reposo, determine la rapidez de la bola cuando viaja 30 pulg. hacia arriba por el plano liso.



Solución:

Cálculo de la rapidez de la bola si s = 30pulg
Conservación de energía en tramo 1-2;
$\sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$;
$\frac{1}{2}\frac{W}{g}v_1^2 + \frac{1}{2}k\delta_1^2 + Wh_1 = \frac{1}{2}\frac{W}{g}v_2^2 + \frac{1}{2}k\delta_2^2 + Wh_2$ ..(1);
Posición 1: La bola en reposo luego de deformar al resorte al máximo;
Posición 2: La bola recorrió cuesta arriba al distancia de s = 30 pulg.
La bola pesa W = 0.5 lb; nivel h = 0 para medir la energía potencial es cuando la bola esta en la parte mas baja.
Reemplazando valores conocidos en (1);
$0 + 0 + \frac{1}{2}(10)(5)^2(\frac{1}{12}) = \frac{1}{2}\left(\frac{0.5}{32.2}\right)v_2^2 + ..$
$.. + (0.5)(30sen30°)(\frac{1}{12}) + \frac{1}{2}(10)(2)^2(\frac{1}{12})$
De donde: v = 32.3 pies/s.
NOTA: En la posición 2 la energía elástica persiste con 2 pulg de deformación que las sogas en C impiden que se disipen. Tome en cuenta que el resorte perdió contacto con la bola pero su energía elástica persiste en el lado derecho de la ecuación de energía.

14.92. La bola de 0.5 lb es disparada desde el dispositivo con resorte mostrado. Determine la rigidez k más pequeña requerida para disparar la bola a una distancia máxima de 30 pulg. hacia arriba por el plano inclinado después que el resorte es empujado hacia atrás 3 pulg. y la bola es liberada del reposo. Las cuatro cuerdas C y la placa P mantienen el resorte comprimido en 2 pulg. cuando no hay carga sobre la placa.



Solución: En problema anterior calcular el valor mínimo de la rigidez k de modo que el valor máximo de ascenso de la bola sea 30".

Cálculo de la rigidez del resorte si s_{max}=30":

Conservación de energía en tramo 1-2;

$\sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$;

$$\frac{1}{2}\frac{W}{g}v_1^2 + \frac{1}{2}k\delta_1^2 + Wh_1 = \frac{1}{2}\frac{W}{g}v_2^2 + \frac{1}{2}k\delta_2^2 + Wh_2 \quad ..(1);$$

Posición 1: La bola en reposo luego de deformar al resorte al máximo;

Posición 2: La bola recorrió cuesta arriba al distancia de s_{max} = 30 pulg.

La bola pesa W = 0.5 lb; nivel h = 0 para medir la energía potencial es cuando la bola esta en la parte mas baja.

Reemplazando valores conocidos en (1);

$$0+0+\frac{1}{2}(k)(\frac{5}{12})^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{0.5}{32.2}\right)(0)^2 + ..;$$

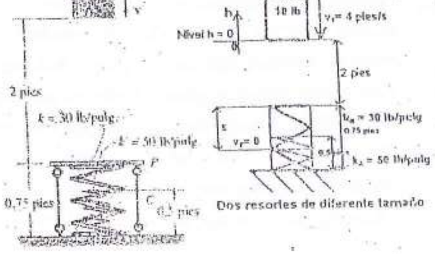
$$..+(0.5)(\frac{30}{12}sen30°) + \frac{1}{2}(k)(\frac{2}{12})^2$$

Luego: 0 + 0.08681k = 0 + 0.625 + 0.01389k

De donde: k = 8.571428571 lb/pies.

Rigidez mínima para la elevación pedida.

14.93. Cuatro cables inelástico C están unidos a una placa P y, cuando no hay peso sobre la placa, mantienen 0.25 pies en compresión al resorte de 1 pie de longitud. Se tiene también un resorte comprimido. Si el bloque de 10 lb de peso se mueve hacia abajo a v = 4 pies/s, cuando está a 2 pies por arriba de la placa, determine la compresión máxima en cada resorte después que el bloque golpea la placa. Desprecie la masa de la placa, del resorte, y cualquier energía perdida en la colisión.



Dos resortes de diferente tamaño

Solución:

Cálculo de la deformación máxima de ambos resortes:

Resorte mayor: k = 30(12) = 360 lb/pie;

Resorte menor k' = 50(12) = 600 lb/pie;

Conservación de energía en tramo 1-2;

$\sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$;

$$\frac{1}{2}\frac{W}{g}v_1^2 + \frac{1}{2}k\delta_1^2 + Wh_1 = \frac{1}{2}\frac{W}{g}v_2^2 + \frac{1}{2}k\delta_2^2 + Wh_2 \quad ..(1);$$

Posición 1: Cuando el bloque esta cayendo a la velocidad de 4 pies/s;

Posición 2: El bloque se detuvo luego de deformar al máximo a ambos resortes.

La bola pesa W = 10 lb; nivel h = 0 para medir la energía potencial es cuando el bloque esta a la altura de 2 pies de la placa.

Reemplazando valores conocidos en (1);

$$\frac{1}{2}\left(\frac{10}{32.2}\right)(4)^2 + 0 + \frac{1}{2}(360)(0.25)^2 = 0 + .. \quad ;$$

$$\frac{1}{2}(360)(s+0.25)^2 + \frac{1}{2}(600)(s-0.25)^2 - 10(s+2)$$

$13.7345=180(s+0.25)^2+300(s-0.25)^2-10s-20$ (1);

$33.7345 = 180(s+0.25)^2 + 300(s-0.25)^2 - 10s$

Luego: $480s^2 - 70s - 3.734472 = 0$;

De lo anterior: s = 0.1873 pies < 0.25 pies;

Lo que significa que el resorte mayor no logra que la placa deforme el resorte menor.

Volviendo a la ecuación (1) anulamos la energía elástica del resorte menor;

$13.73447205 = 180(s+0.25)^2 - 10s - 20$;

Luego: $180s^2 + 80s - 22.48447205 = 0$;

De donde: s = 0.19526604 pies.

14.94. El amortiguador de doble resorte se usa para detener al lingote de acero de 1500 lb en la planta de laminación. Determine la deflexión máxima de la placa A causada por el lingote si éste la golpea con una rapidez de 8 pies/s. Desprecie la masa de resortes, rodillos y placas A y B. Considere k_1 = 3000 lb/pie, k_2 = 4500 lb/pie.

Solución:

Cálculo de la deformación máxima del sistema de ambos resortes:

Resorte 1: k_1 = 3000 lb/pie;

Resorte 2: k_2 = 4500 lb/pie;

Conservación de energía en tramo 1-2;

$\sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$;

$$\frac{1}{2}\frac{W}{g}v_1^2 + \frac{1}{2}k\delta_1^2 + Wh_1 = \frac{1}{2}\frac{W}{g}v_2^2 + \frac{1}{2}k\delta_2^2 + Wh_2 \quad ..(1);$$

Posición 1: Lingote a punto de tocar placa A;

Posición 2: Lingote detenido luego de deformar al máximo el sistema de resortes.

La Lingote pesa W = 1500 lb; nivel h = 0 para medir la energía potencial es la horizontal por donde se desplaza la masa.

Reemplazando valores conocidos en (1);

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1500}{32.2}\right)(8)^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}(3000)s_1^2 + \frac{1}{2}(4500)s_2^2 \quad ..(1);$$

La fuerza que actúa en los resortes es Fs;

Con lo cual: $F_s = 3000s_1 = 4500s_2$..(2);

De donde: $s_1 = 1.5s_2$;

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2);

s_2 = 0.514791561 pies; s_1 = 0.7721873 pies;

Con estas deformaciones parciales s_1 y s_2 obtenemos la deformación total s_A;

$s_A = s_1 + s_2$ = 0.7722 + 0.5148;

De donde: s_A = 1.286979291 pies;

Deformación total del sistema de resortes.

14.95. Si la masa de la Tierra es M_e, demuestre que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m localizado a una distancia r del centro de la Tierra es $V_g = -GM_em/r$. Recuerde que la fuerza gravitatoria que actúa entre la Tierra y el cuerpo es $F = G(M_em/r^2)$, ecuación 13-1. Para los cálculos, localice el datum en r → ∞. Pruebe también que F es una fuerza conservativa.

Solución:

Demostración de la energía potencial:

Sabemos que: V = -U = -∫ F dr..(1);

Por ley de Gravitación: $F = GM_e m / r^2$;

Integrando (1): $\int_{r'}^{r} dV = -GM_e m \int_{r'}^{r} \frac{dr}{r^2}$;

Luego: $V_r - V_{r'} = -GM_e m[(1/r) - (1/r')]$;

Cuando $r' \to \infty$, tenemos que,

$V_{r'} = 0$; $1/r' = 0$;

Con lo cual: $V_r = \frac{-GM_e m}{r}$; l.q.q.d.

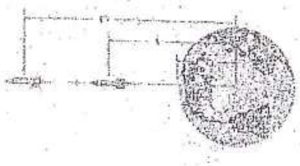
Demostración de que la fuerza gravitatoria F es conservativa:

Es conservativa si: $F = \Delta V_r = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{GM_e m}{r}\right)$;

Luego: $\Delta V_r = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{GM_e m}{r}\right) = \frac{GM_e m}{r^2}$;

Como: $F = \Delta V_r = \frac{GM_e m}{r^2}$; entonces la fuerza de gravedad F es conservativa; (l.q.q.d.).

14.96. Un cohete de masa m es disparado verticalmente desde la superficie de la Tierra, esto es, desde $r = r_1$. Suponiendo que no se pierde masa cuando viaja hacia arriba, determine el trabajo que debe efectuar el cohete contra la gravedad para alcanzar una distancia r_2. La fuerza de la gravedad es $F = GM_e m/r^2$, (Ec. 13-1), donde M_e es la masa de la Tierra y r la distancia entre el cohete y el centro de la Tierra.



Solución:

Cálculo del trabajo necesario a realizar sobre el cohete para recorrer $r_2 - r_1$:

Por ley de gravitación: $F = G\frac{M_e m}{r^2}$;

Por definición de trabajo entre 1 – 2:

Se tiene: $U_{1-2} = \int F\,dr = -GM_e m \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}$;

Integrando entre r_1 y r_2 la integral:

Tenemos: $U_{1-2} = -GM_e m\left(-\frac{1}{r}\right)_{r_1}^{r_2}$;

Luego: $U_{1-2} = -GM_e m\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$;

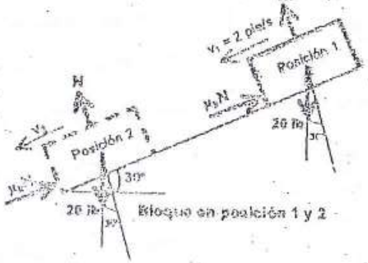
Como $r_1 < r_2$, entonces el trabajo U_{1-2}, es negativo, esto ocurre porque al subir hacia arriba el cohete la dirección de su movimiento es opuesto a la fuerza de gravedad F.

DINAMICA

CAPITULO XV:
CINEMATICA DE UNA PARTICULA: IMPULSO Y MOMENTUM.
15.1 PRINCIPIO DEL IMPULSO Y MOMENTUM LINEAL

PROBLEMAS RESUELTOS

15.1.- Un bloque de 20 lb se desliza hacia abajo por un plano inclinado a 30° con velocidad inicial de 2 pies/s. Determine la velocidad del bloque en 3 s si el coeficiente debido a la fricción cinética ente el bloque y el plano es $\mu_k = 0.25$.



Solución:

Cálculo de la velocidad luego de 3seg.

Por el principio del impulso y momentum en la dirección normal al movimiento;

$$(+\nwarrow)\ m(v_y)_1 + \sum \int_1^2 F_y\, dt = m(v_y)_2 ;$$

Con valores: 0+N (3) −20cos30° (3)= 0; de donde; N = 17.32 lb;

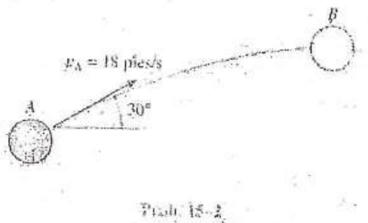
Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

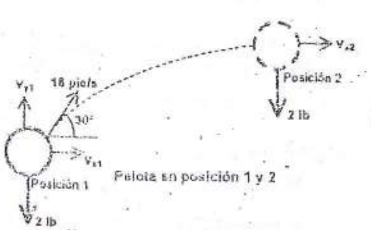
$$(+\swarrow)\ m(v_x)_1 + \sum \int_1^2 F_x\, dt = m(v_x)_2 ;$$

Con valores conocidos; $\frac{20}{32.2}(2) + 20sen30°(3) - 0.25(17.32)(3) = \frac{20}{32.2}v$;

De donde: v = 29.3861 pies/seg.

15.2.- Una pelota de 2 lb se lanza en la dirección mostrada con una rapidez inicial v_A = 18 pies/s. Determine el tiempo necesario par que alcance su punto mas alto B y la rapidez con que está viajando en B. Use el principio del impulso y momentum para encontrar la solución.





Prob. 15-2

Solución:

Cálculo del tiempo que invierte entre A-B:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección normal al movimiento;

$(+\uparrow)\ m(v_y)_1 + \sum \int F_y\,dt = m(v_y)_2$;

Con datos: $\frac{2}{32.2}(18sen30°) - 2(t) = 0$; de donde; t = 0.2795 = 0.280seg.

Cálculo de la rapidez en el punto B:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección horizontal;

$(+\rightarrow)\ m(v_x)_1 + \sum \int F_x\,dt = m(v_x)_2$;

Con datos: $\frac{2}{32.2}(18\cos 30°) + 0 = \frac{2}{32.2}(v_B)$; de donde; v_B = 15,588 = 15.6 pie/s.

15.3.- A un bloque de 5 lb se le da una velocidad inicial de 10 pies/s hacia arriba por una pendiente lisa a 45°. Determine el tiempo que le tomará al bloque subir por la pendiente antes de detenerse.

Solución:

Cálculo del tiempo de subida hasta parar:

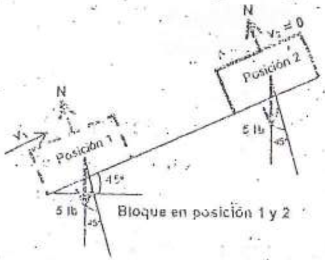
Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$(+\nearrow)\ m(v_x)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_x\,dt = m(v_x)_2$;

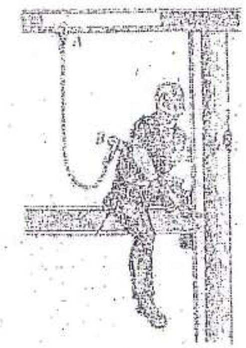
Con valores conocidos;

Tenemos: $\frac{5}{32.2}(10) + (-5sen45°)(t) = 0$;

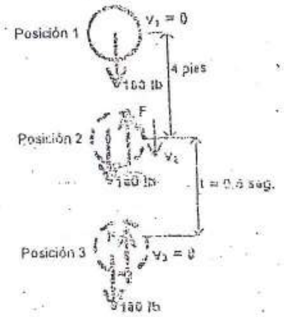
De donde: t = 0.4392 seg.



15.4.- El obrero de 180 lb está asegurado con un dispositivo que detiene su caída; en el dispositivo consta de un arnés y una cuerda AB que está fija a la viga. Si la cuerda tiene una holgura de 4 pies, determine la fuerza impulsiva promedio desarrollada en la cuerda si el obrero cae 4 pies. Desprecie su tamaño en los cálculos y suponga que el impulso tiene lugar en 0.6 segundos.



Prob. 15-4



Obrero en posición 1, 2 y 3

Solución:

Cálculo de la fuerza de tensión F impulsiva desarrollada en la cuerda para detener al obrero en su caída:

Principio de trabajo y energía entre 1-2; $T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$;

Posición 1: Obrero antes de caer en reposo;

Posición 2: Obrero adquiere velocidad máxima al extenderse totalmente la soga;

Con valores: $0 + 180(4) = \frac{1}{2}(\frac{180}{32.2})v_2^2$; de donde; v_2 = 16.05 pies/s.

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$(+\downarrow)\ mv_2 + \int_2^3 F_y\,dt = mv_3$;

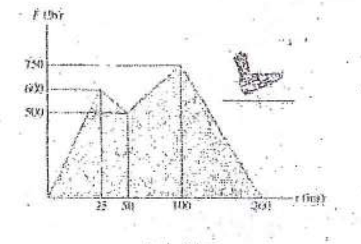
Posición 3: Obrero se detiene por la soga;

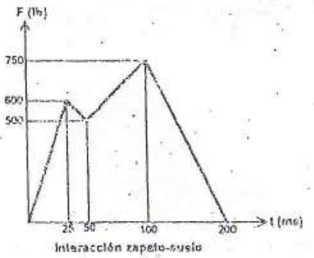
Con dato: $\frac{180}{32.2}(16.05) + 180(0.6) - F(0.6) = 0$;

De donde; F = 329.5342 lb.

Fuerza de tensión impulsiva de la cuerda.

15.5.- La gráfica muestra la fuerza de reacción vertical de la interacción zapato-suelo como función del tiempo. El primer pico actúa sobre el talón y el segundo pico actúa sobre el frente del pie. Determine el impulso total que actúa sobre el zapato durante la interacción.





Prob. 15-5

Solución:

Cálculo de Impulso total sobre zapatilla:

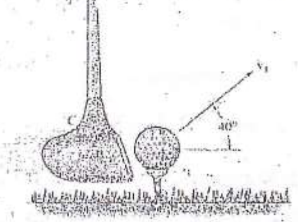
Sabemos que: dI = Fdt; luego integrando; $I = \int_0^{200(10)^{-3}} Fdt$;

Significa el área sombreada de figura;

$I = \frac{1}{2}(600)[25(10^{-3})] + \frac{1}{2}(500+600)(50-25)(10^{-3}) + \frac{1}{2}(500+750)(100-50)(10^{-3}) + \frac{1}{2}(700)[(200-100)(10^{-3})]$;

De donde: I = 90.lb.seg. Impulso total que actúa sobre zapatilla.

15.6.- Un hombre golpea la pelota de golf de 50g de manera que la pelota deja el soporte a un ángulo de 40° con la horizontal y toca el suelo a la misma elevación a una distancia de 20 m. Determine el impulso del palo C sobre la pelota. Desprecia el impulso causado por el peso de la pelota mientras el palo la golpea.



Prob. 15-6

Solución:

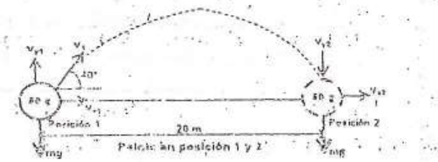
Cálculo del impulso del palo sobre bola:

La bola describe una trayectoria parabólica;

Horizontal $\left(\overset{+}{\rightarrow}\right)$ $S_x = (S_o)_x + (V_o)_x$.

Como alcance es 20 m;

Con valores: $20 = 0 + v(\cos 40°)(t)$..(1);



En la dirección vertical tenemos;

$\left(+\uparrow\right)$ $S = S_o + v_o t + \frac{1}{2} a_o t^2$;

Con datos: $0 = 0 + v sen 40°(t) - \frac{1}{2}(9.81)t^2$..(2);

Resolviendo (1) y (2): t = 1.8497 seg. Luego; v = 14.1148 m/s.

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

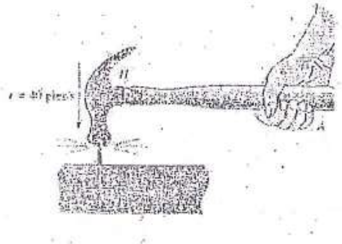
$\left(+\nearrow\right)$ $mv_1 + \sum \int F\,dt = mv_2$;

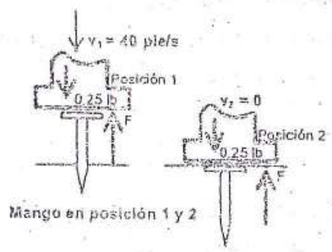
Posición 1: Bola en reposo;

Posición 2: Bola al recorrer alcance máximo;

Con valores: $0 + \int F\,dt = (0.05)(14.1148)$; luego; $I = \int F\,dt = 0.70574\,N\cdot s \angle 40°$.

15.7.-La cabeza H de un martillo con peso de 0.25 lb se está moviendo verticalmente hacia abajo a 40 pies/s cuando golpea la cabeza de un clavo de masa insignificante y lo inserta en un bloque de madera. Encuentre el impulso sobre el calvo si se supone que el agarre en A es suelto, el mango tiene masa insignificante y el martillo permanece e contacto con el clavo mientras éste alcanza el reposo. Desprecie el impulso causado por el peso de la cabeza de martillo durante el contacto con el clavo.





Prob. 15-7

Solución:

Cálculo del impulso sobre el clavo I:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento

$\left(+\downarrow\right)$ $m(v_y)_1 + \sum \int F_y dt = m(v_y)_2$;

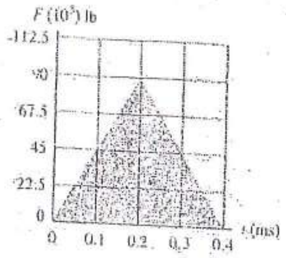
Posición 1: Cabeza del martillo a punto de tocar al clavo;

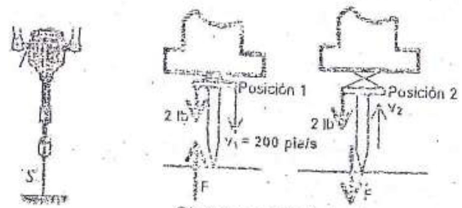
Posición 2: Instante en que la cabeza del martillo se detuvo luego de chocar en clavo;

Con valores: $\left(\frac{0.25}{32.2}\right)(40)-\int_1^2 Fdt=\left(\frac{0.25}{3202}\right)(0)$; de donde; $I=\int_1^2 Fdt=0.31056\,lb.seg.$

Que es el impulso del clavo sobre el martillo, el impulso del martillo sobre clavo es opuesto y del mismo valor en modulo.

15.8.- Durante su operación, el martillo perforador desarrolla sobre la superficie del concreto la fuerza que está indicada en la gráfica. Para lograrlo, la barrera S de 2 lb es disparada desde el reposo sobre la superficie a 200 pies/s. Determine la rapidez de la barreta justo después del rebote.





Clavo en posición 1 y 2

Prob. 15-8

Solución:

Cálculo de rapidez del barra al salir del piso:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento

$$\left(+\downarrow\right) \quad mv_1+\int F\,dt=mv_2\,;$$

Posición 1: Barra por tocar el suelo;

Posición 2: Barra al instante de salir de piso;

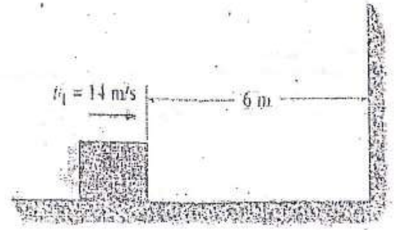
Con los datos conocidos tenemos; $\frac{2}{32.2}(200)+2(0.4)(10^{-3})-Area=\frac{-2}{32.2}(v_2)$;

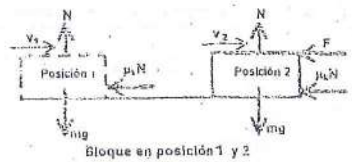
El área es el impulso del clavo sobre piso; $Area=\frac{1}{2}(90)(10^3)(0.4)(10^{-3})=18\,lb\cdot s$;

Esto en la ecuación anterior; obtenemos; v_2 = 89.78712 pies/s.

Velocidad que abandona el piso la barra.

15.9.- Cuando el bloque de 5 kg se encuentra a 6 m de la pared, está deslizándose a v_1 = 14 m/s. Si el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano horizontal es μ_k = 0.3, determine el impulso necesario de la pared sobre el bloque para detener éste. Desprecie el impulso de fricción que actúa sobre el bloque durante la colisión.





Bloque en posición 1 y 2

Prob. 15-9

Solución:

Cálculo del impulso necesario de pared sobre bloque para detenerlo:

2da.ley en eje Y: $\Sigma F_y = ma_y$; N-5(9.81)=5(0); de donde; N=49.05 N;

2da.ley en eje X: $\xrightarrow{+}$ $\Sigma F_x = ma_x$; $-\mu_k N = -ma$;

Con valores: -0.3(49.05) =-5a; de donde; a= 2.943 m/s^2;

Luego con ecuación cinemática para MRUV; $v^2 = v_0^2 + 2a_0\,(s - s_o)$;

Con valores para el tramo de 6m se tiene; $\xrightarrow{+}$ $v_2^2=14^2+2(-2.943)(6-0)$;

Con esto la velocidad antes de chocar será; v_2 = 12.67612 m/s;

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento

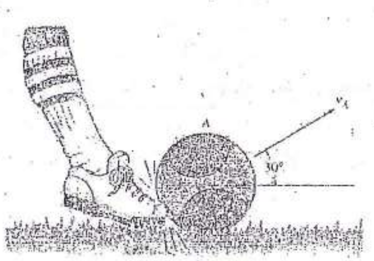
$$m(v_x)_2+\sum\int_1^2 Fdt=m(v_x)_3\,;$$

Posición 1: Bloque justo antes de chocar;

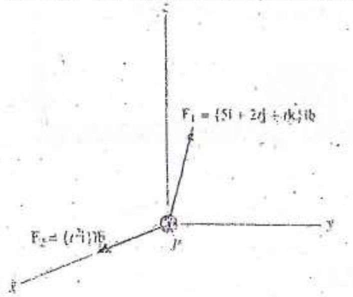
Con datos: $\xrightarrow{+}$ 5(12.67612) – I = 5 (0); de donde; I = 63.3806 N.seg.

Impulso que recibe bloque para detenerse.

15.10.- Un hombre patea la pelota de 200 g en forma tal que ésta deja el terreno a un ángulo de 30° con respecto a la horizontal y toca el terreno a la misma elevación a una distancia de 15 m. Determine el impulso del pie F sobre la pelota. Desprecie el impulso causado por su peso mientras está siendo pateada.



Prob 15-10

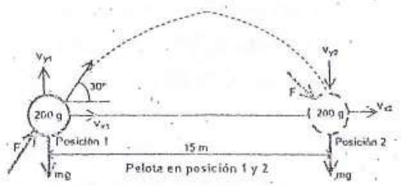


Prob. 15-11

Solución:

Cálculo del impulso del pie sobre bola:

La bola describe una trayectoria parabólica;



Horizontal $\left(\xrightarrow{+}\right)$ $S_x = (S_o)_x + (V_o)_x$;

Como alcance es 15 m;

Con valores: $15 = 0 + v\cos 30^\circ(t)$..(1);

En la dirección vertical tenemos;

$\left(+\uparrow\right)$ $s = s_o + v_o t + \frac{1}{2}a_c t^2$; con datos; $0 = 0 + vsen30^\circ(t) - \frac{1}{2}(9.81)t^2$..(2);

Resolviendo (1) y (2): t = 1.329 seg. Luego: v_2 = 13.04 m/s.

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$\left(+\nearrow\right)$ $mv_1 + \sum\int F\,dt = mv_2$;

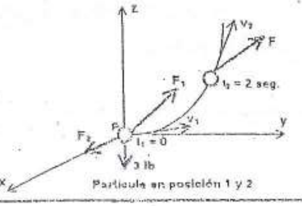
Posición 1: Bola en reposo;

Posición 2: Bola al recorrer alcance máximo;

Con valores: $0 + \int F\,dt = (0.2)(13.04)$; luego; $I = \int F\,dt = 2.608\,N\cdot s\angle 30^\circ$.

Es el impulso que se le da al patear.

15.11.- Sobre la partícula P actúa su propio peso de 3 lb y las fuerzas F_1 y F_2, donde t esta en segundos. Si originalmente la partícula tiene velocidad v_1 = (3i + 1j + 6k) pies/s, determine su rapidez después de 2 segundos.



Solución:

Cálculo de rapidez de bola luego de 2 seg.

Por el principio del impulso y momentum de forma vectorial;

$mv_1 + \sum\int_0^2 F\,dt = mv_2$; resolviendo por componentes para 2seg;

Para eje X: $\frac{3}{32.2}(3) + \int_0^2 (5+t^2)dt = \frac{3}{32.2}(v_{x2})$;

Para eje Y: $\frac{3}{32.2}(1) + \int_0^2 2t\,dt = \frac{3}{32.2}(v_{y2})$;

Para eje Z: $\frac{3}{32.2}(6) + \int_0^2 (t-3)dt = \frac{3}{32,2}(v_{z2})$;

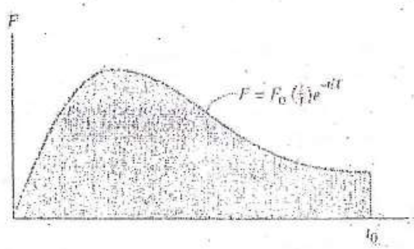
Con lo anterior obtenemos las velocidades;

v_{x2} = 138.9556 pies/seg; v_{y2} = 43.9333 pies/seg; v_{z2} = -36.9333 pies/seg.

Con esto la rapidez de particular en 2seg; $v_2 = \sqrt{(v_{x2})^2 + (v_{y2})^2 + (v_{z2})^2}$;

Con lo cual: $v_2 = 150.53542\,pies/seg$.

15.12.- Un crispamiento espasmódico en un músculo del brazo desarrolla una fuerza que puede ser medida como función del tiempo como se muestra en la gráfica si la contracción efectiva del músculo dura un tiempo t_o determine el impulso desarrollado por el músculo.



Prob. 15-12

Solución:

Cálculo del impulso desarrollado en músculo:

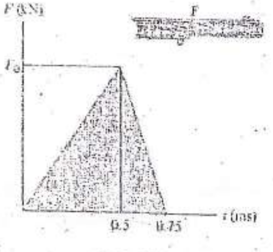
Sabemos: $I=\int F dt=\int_0^{t_o} F_o\left(\frac{t}{T}\right)e^{-t/T}dt$; luego tenemos; $I=\frac{F_o}{T}\int_0^{t_o} te^{-(t/T)}dt$;

Resolviendo: $I=-F_o\left[Te^{-t/T}\left(\frac{t}{T}+1\right)\right]_0^{t_o}$; de donde: $I=-F_o\left[Te^{-t_o/T}\left(\frac{t_o}{T}+1\right)-T\right]$;

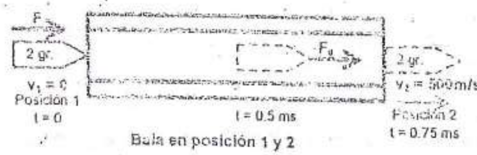
Acomodando lo anterior el impulso será; $I=T\,F_o\left[1-e^{-t_o/T}\left(1+\frac{t_o}{T}\right)\right]$;

Impulso que desarrolla el músculo.

15.13.- Suponiendo que la fuerza que actúa sobre una bala de 2 g. cuando pasa horizontalmente por el barril de un rifle, varía con el tiempo en la manera mostrada determine la fuerza neta máxima, F_o aplicada a la bala cuando es disparada. La velocidad de salida es de 500 m/s cuando t = 0.75 ms. Desprecie la fricción entre la bala y el barril del rifle.



Prob. 15-13



Bala en posición 1 y 2

Solución:

Cálculo de la fuerza máxima F_0:

El impulso que se le da a la bala durante su recorrido por el cañón es;

$I=\int_{t_1}^{t_2} F_x dt=\frac{1}{2}F_0\left[(0.75-0.0)(10^{-3})\right]=0.375(10^{-3})F_0$;

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$m(v_x)_1+\sum\int_{t_1}^{t_2} F_x dt = m(v_x)_2$;

Posición 1: Bala en reposo antes de recorrer el cañón;

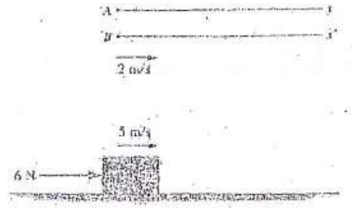
Posición 2: Bola al salir del cañón;

Con datos conocidos en la figura; $0+0.375(10^{-3})F_0=2(10^{-3})(500)$;

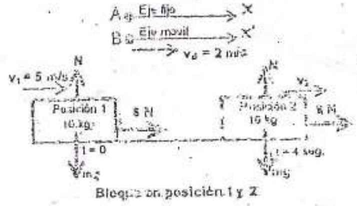
De donde: $F_0 = 2666.67$ N = 2.67 kN;

Fuerza máxima que recibe la bala.

15.14.- Como se ve en la derivación, el principio del impulso y momentum es válido para observadores situados en cualquier marco de referencia inercial. Muestre que esto es así considerando el bloque de 10 kg que descansa sobre la superficie lisa y está sometido a una fuerza horizontal de 6 N. Si el observador A está situado en un marco fijo x, determine la rapidez final del bloque en 4 s si tiene una rapidez inicial de 5 m/s medida desde el marco fijo. Compare el resultado con el obtenido por un observador B, unido al eje x' que se mueve con velocidad constante de 2 m/s con respecto a A.



Prob. 15-14



Bloques en posición 1 y 2

Solución:

Con respecto del sistema fijo A;

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$mv_{1A}+\sum\int F\,dt=mv_{2A}$;

Posición 1: Bloque con rapidez inicial 5 m/s;

Posición 2: Bloque luego de 4 seg;

Como m = 10kg; v_{1A} = 5m/s;

Con datos conocidos en la figura; tenemos; $10(5)+6(4)=10v_{2A}$;

De donde: v_{2A} = 7.40 m/s; con respecto del sistema móvil B de 2 m/s;

$mv_{1B}+\sum\int F\,dt=mv_{2B}$;

Posición 1: Bloque con rapidez inicial 3 m/s respecto del sistema móvil B;

Posición 2: Bloque luego de 4 seg;

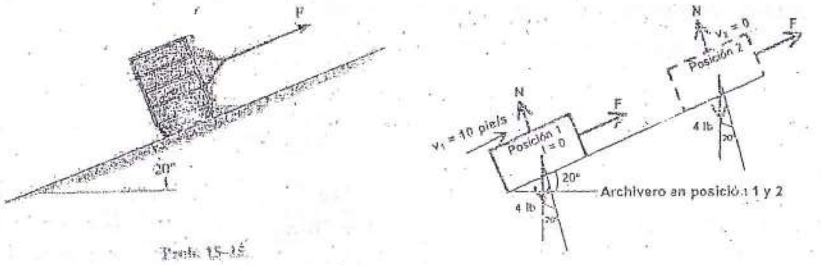
Como m = 10kg; v_{1B} = 3m/s;

Con datos conocidos en la figura; $10(3)+6(4)=100v_{2B}$;

De donde: v_{2B} = 5.40 m/s; respecto de B;

Respecto del sistema fijo A; $v_{2A} = v_{2B}$ + 2.0 = 5.40 +2.0 = 7.40 m/s; (OK).

15.15.- El archivero de 4 lb esta sometido a la fuerza $F = 12/(t+1)^2$ donde t está en segundos. Si el archivero se está moviendo hacia arriba por el plano con velocidad de 10 pies/s, determine cuánto tiempo tarda en detenerse. F actúa siempre paralelamente al plano. Desprecie el tamaño de las ruedas.



Prob. 15-15

Solución:

Cálculo del tiempo t en que se para bloque:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$m(v_x)_1 + \sum \int_0^t F_x dt = m(v_x)_2$;

Posición 1: Archivero subiendo con rapidez inicial 10pies/seg.

Posición 2: Archivero cuando se detiene;

Como W = 4 lb; v_1 = 10 pie/s;

Con datos conocidos en la figura; $\left(\frac{4}{32.2}\right)(10) + \int_0 \frac{12}{(t+1)^2}dt - 4sen20°(t) = \left(\frac{4}{32.2}\right)(0)$;

Luego: $\left(\frac{10}{32.2}\right) + 3\left[1 - \frac{1}{t+1}\right] - sen20°(t) = 0$;

Sea: $F(t) = \frac{10}{32.2} + 3 - \frac{3}{t+1} - (t)sen20° = 0$; resolvemos la ecuación con ordenador;

Ang.Radianes	Ang.Grados	
0.34906585	20°	
t	F(t)	Nivel error
8.782811	4.04258E-07	
8.782812	9.35845E-08	Error mínimo
8.782813	-2.17089E-07	
8.782814	-5.27762E-07	
8.782815	-8.38435E-07	
8.782816	-1.14911E-06	Error máximo

De donde: t = 8.782812 seg. Tiempo en que se detiene el archivero.

15.16.- Si al remolcador de 50 Mg le toma 35 s incrementar su rapidez uniformemente a 25 km/h, partiendo del reposo, determine la fuerza presente en la cuerda del remolcador. La hélice proporciona la fuerza F de propulsión que da al remolcador un movimiento hacia delante, mientras que la barcaza se mueve libremente. Determine también la F que actúa sobre el remolcador. La barcaza tiene masa de 75 Mg.

Prob. 15-18

Solución:

Cálculo de la fuerza F del hélice que impulsa a ambos remolcador y barcaza:

En SI: $25(\frac{km}{hr})(\frac{1000}{3600}\frac{hr}{km})(\frac{m}{seg}) = 6.944\,m/s$;

Masa de remolcador: m_r = 50 Mg; masa de barcaza; m_b = 75 Mg;

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento del sistema remolcador barcaza;

$(m_r + m_b)v_1 + \Sigma \int F\,dt = (m_r + m_b)v_2$

Luego: $[0+0] + F_{hélice}(35) = (125)(10^3)(6.944)$; de donde; $F_{hélice}$ = 24.8 kN;

Cálculo de la tensión T en la cuerda:

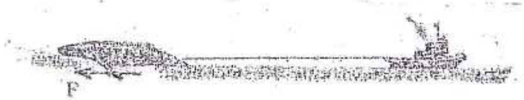
Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento de la barcaza: $m_b v_1 + \Sigma \int F\,dt = m_b v_2$;

Con valores conocidos tenemos; 0 + T(35) = (75) (10^3) (6.944);

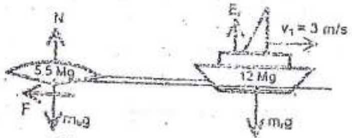
De donde: T = 14.88094286 kN.

Tensión en la cuerda que mueve la barcaza.

15.17.- La ballena de 5.5 Mg está varada en la orilla debido a cambios en la marea. Para tratar de rescatarla un bote remolcador de 12 Mg la jala con una cuerda inextensible atada a su cola. Para vencer la fuerza de fricción de que la arena ejerce en la ballena, el remolcador retrocede hacia delante a 3 m/s. Si el remolcador apaga entonces sus motores, determine la fuerza F promedio de fricción en la ballena si el deslizamiento ocurre por 1.5 s antes que el remolcador se detenga al tensarse la cuerda. También ¿cuál es la fuerza promedio en la cuerda durante el remolque?



Prob. 15-17



Sistema ballena – remolcador en posición 1 cable estirado y motor apagado

Solución:

Cálculo de la fuerza de fricción F de la arena:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento del sistema remolcador - ballena; $m_1(v_x)_1 + \Sigma\int F_x\,dt = m_2(v_x)_2$;

Con datos: $0 + 12(10^3)(3) - F(1.5) = 0 + 0$;

De donde: F = 24 kN;

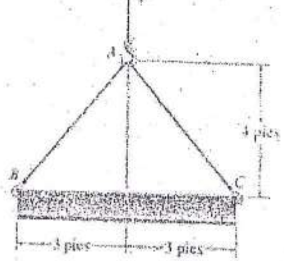
Cálculo de la tensión T en la cuerda:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento del remolque; $m_1(v_x)_1 + \Sigma\int F_z\,dt = m_2(v_x)_2$;

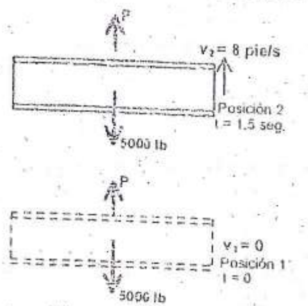
Con datos: $12(10^3)(3) - T(1.5) = 0$;

De donde: T = 24 kN; Tensión en la cuerda.

15.18.- La viga uniforme tiene un peso de 5000 lb. Determine la tensión promedio en cada uno de los dos cables AB y AC, si la viga se le imprime una rapidez hacia arriba de 8 pies/s en 1.5 s partiendo del reposo. Desprecie la masa de los cables.



Prob. 15-18



Viga en posición 1 y 2

Solución:

Cálculo de la fuerza en el gancho P luego de transcurridos 1.5 seg:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$mv_1 + \Sigma\int F\,dt = mv_2$

Posición 1: Viga en reposo inicial;

Posición 2: Viga al alcanzar 8 pies/s;

Como W = 5000 lb; $v_1 = 0$ pie/s; con datos conocidos en la figura;

$0 + P(1.5) - 5000(1.5) = \frac{5000}{32.2}(8)$; de donde; $P_{avg} = 5828.15735\ lb$;

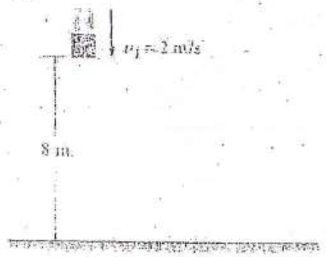
Cálculo de tensión en el cable T:

Luego de trascurridos 1.5seg; los cables están tensados, por lo cual, P es equilibrado por las tensiones en el cable;

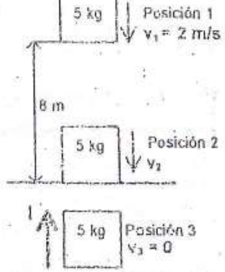
$\sum F_y = 0$: $5828.157 - 2(\frac{4}{5})T = 0$; de donde; T = 3642.598 lb = 3.64 kip.

Tensión en cada cable luego de 1.5seg.

15.19.- El bloque de 5 kg se está moviendo hacia abajo con velocidad $v_1 = 2$ m/s cuando está a 8 m de la superficie arenosa. Determine el impulso necesario de la arena sobre el bloque para detener un movimiento. Desprecie la distancia que el bloque se entierra en la arena y suponga que no rebota. También desprecie el peso del bloque durante el impacto con la arena.



Probs. 15-19/20



Bloque en posición 1 ; 2 y 3

Solución:

Cálculo de impulso de la arena para detener el bloque:

Por principio de trabajo y energía entre 1-2; $T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$;

Posición 1: Boque a 8m del suelo;

Posición 2: Boque al llegar al suelo;

Como: m = 5kg; $v_1 = 2$ m/s; y h = 8m;

Se tiene: $\frac{1}{2}(5)(2)^2+8(5)(9.81)=\frac{1}{2}(5)(v_2^2)$; de donde; v_2 = 12.687 m/s;

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$mv_2 + \Sigma\int F\,dt = mv_3$

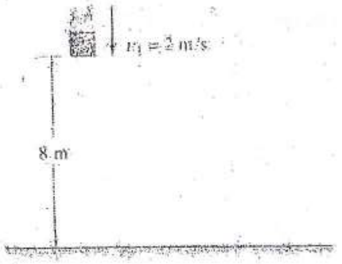
Posición 2: Boque al llegar al suelo;

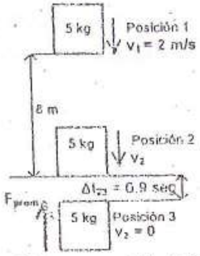
Posición 3: Boque al detenerse en arena;

Con datos: 5 (12.687) - $\int F\,dt$ = 0; de donde; $I = \int F\,dt$ = 63.435 N s;

Es el impulso contrario necesario para parar.

15.20.- El bloque de 5 kg está cayendo a v_1 = 2 m/s cuando está a 8 m de la superficie arenosa. Determine la fuerza impulsiva promedio que actúa en el bloque desde la arena si el movimiento del bloque es detenido en 0.9 s una vez que toca la arena. También desprecie la distancia que el bloque se entierra en la arena y suponga que éste no rebota. Desprecie el peso del bloque durante el impacto con la arena.





Bloque en posición 1 ; 2 y 3

Probs. 15-19/20

Solución:

Cálculo de fuerza promedio de la arena para detener el bloque:

Por principio de trabajo y energía entre 1-2; $T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$;

Posición 1: Boque a 8m del suelo;

Posición 2: Boque al llegar al suelo;

Como: m = 5kg; v_1 = 2 m/s; y h = 8m;

Se tiene: $\frac{1}{2}(5)(2)^2+8(5)(9.81)=\frac{1}{2}(5)(v_2^2)$; de donde; v_2 = 12.687 m/s;

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$mv_2 + \Sigma\int F\,dt = mv_3$

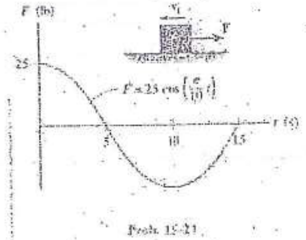
Posición 2: Boque al llegar al suelo;

Posición 3: Boque al detenerse en arena;

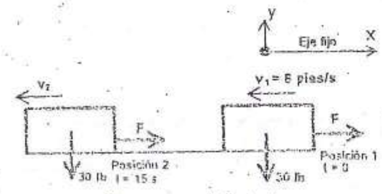
Como: Δt_{23} = 0.9 seg; con datos; 5 (12.687) - $F_{prom}\,\Delta t_{23}$ = 0;

De donde: F_{prom} = 70.483 N. Es la fuerza promedio necesario para parar al bloque.

15.21.- Un bloque de 30 lb está moviéndose inicialmente a lo largo de una superficie lisa horizontal con rapidez v_1 = 6 pies/s hacia la izquierda. Si sobre el bloque actúa una fuerza F, que varía en la manera mostrada, determine la velocidad del bloque en 15 s.



Probs. 15-21



Bloque en posición 1 y 2

Solución:

Cálculo de la velocidad del bloque en 15seg:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$m(v_x)_1 + \Sigma\int F_x\,dt = m(v_x)_2$;

Posición 1: Bloque con v1 = 6 pie/s;

Posición 2: Bloque luego de 15 seg.;

Como: W = 30 lb; v_1 = 6 pie/s; t = 15 seg;

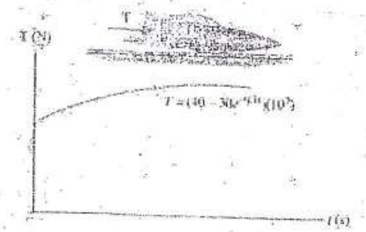
Con valores conocidos tenemos; $-\left(\frac{30}{32.2}\right)(6)+\int_0^{15}25\cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)dt=\left(\frac{30}{32.2}\right)(v_x)_2$;

Luego resolviendo la integral: $-5.59+(25)\left[sen\left(\frac{\pi}{10}t\right)\right]_0^{15}\left(\frac{10}{\pi}\right)=\left(\frac{30}{32.2}\right)(v_x)_2$;

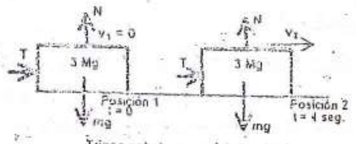
$-5.59+(25)[-1]\left(\frac{10}{\pi}\right)=\left(\frac{30}{32.2}\right)(v_x)_2$; de donde; $(v_x)_2$ = 91.413153 pie/s ←;

Velocidad del bloque luego de 15 seg.

15.22.- El trineo cohete tiene masa de 3 Mg y parte de reposo cuando t = 0. Si el motor proporciona un empuje horizontal T que varía como se muestra en la gráfica, determine la velocidad del trineo en t = 4 s. Desprecie la resistencia del aire, la fricción y la pérdida de combustible durante el movimiento.



Prob. 15-22



Trineo cohete en posiciones 1 y 2

Solución:

Cálculo de la velocidad del trineo en 4 seg:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección paralela al movimiento;

$mv_1 + \Sigma\int F\, dt = m_2$

Posición 1: Trineo en reposo;

Posición 2: Trineo luego de 4 seg;

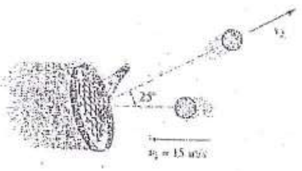
Como: m = 3 Mg; v_1= 0; t = 4seg; luego; $0 + (10^3)\int_0^4 (40 - 30e^{-0.1t})dt = 3(10^3)v_2$;

Resolviendo la integral definida se tiene; $(10^3)[40t + 300e^{-0.1t}]_0^4 = 3(10^3)v_2$;

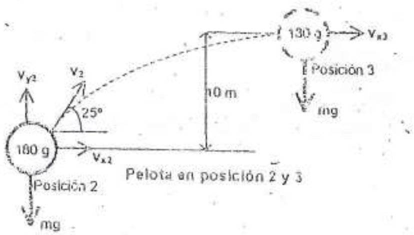
De donde: v_2 = 20.36533794 m/s.

Velocidad del trineo luego de 4 seg.

15.23.- La pelota de tenis tiene rapidez horizontal de 15 m/s cuando es golpeada por la raqueta. Si entonces viaja a un ángulo de 25° desde la horizontal y alcanza una altura máxima de 10 m, medida desde la altura de la raqueta, determine la magnitud del impulso neto de la raqueta sobre la pelota. Esta tiene masa de 180 g. Desprecie su peso durante el tiempo que la raqueta la golpea.



Prob. 15-23



Pelota en posición 2 y 3

Solución:

Cálculo del impulso I que recibe la bola:

La bola se eleva parabolicamente;

En la vertical: $v_y^2 = (v_0)_y^2 + 2a_o(s_y - (s_o)_y)$; luego; $(v_2 sen25°)^2 = 0 + 2(9.81)(10-0)$;

De donde: v_2 = 33.14372 m/s;

Por el principio del impulso y momentum en la dirección del eje X;

$m(v_x)_1 + \Sigma\int F_x\, dt = m(v_x)_2$;

Posición 1: Bola a punto de chocar con raqueta de tenis;

Posición 2: Bola después de chocar;

Como: m = 180g; v_1 = 15 m/s;

Con valores conocidos tenemos;

$-0.180(15) + \int F_x dt = 0.180(33.14372\cos 25°)$;

De donde: $I_x = \int F_x dt = 8.106914\ N\cdot s$;

Por el principio del impulso y momentum en la dirección del eje Y;

$m(v_y)_1 + \Sigma\int F_y dt = m(v_y)_2$;

Posición 1: Bola a punto de chocar;

Posición 2: Bola después de chocar;

Con valores conocidos tenemos;

$0 + \int F_y dt = 0.180(33.14372 sen25°)$;

De donde: $I_y = \int F_y dt = 2.52128544\ N\cdot s$;

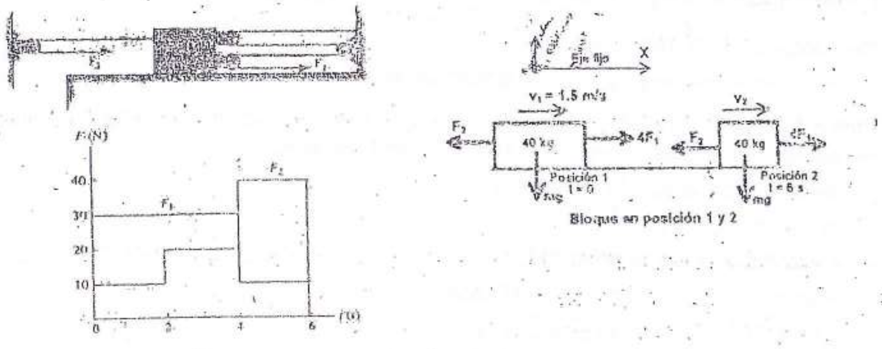
Finalmente la resultante de dos impulsos;

$I = \int F dt = \sqrt{(8.106914)^2 + (2.52128544)^2}$;

De donde: $I = \int F dt = 8.48993 N\cdot s \angle 17.276°$;

Que es el impulso que la raqueta da a bola.

15.24.- El bloque deslizable de 40 kg se está moviendo hacia la derecha con rapidez de 1.5 m/s cuando actúan sobre él las fuerzas F_1 y F_2 Si estas cargas varían de la manera mostrada en la gráfica, determine la rapidez del bloque en t = 6s. Desprecie la fricción y la masa de poleas y cuerdas.



Prob. 15-24

Solución:

Cálculo de rapidez del bloque luego de 6seg:

Por el principio del impulso y momentum en la dirección del eje horizontal X;

$m(v_x)_1 + \Sigma\int F_x\, dt = m(v_x)_2$

Posición 1: Instante que bloque se mueve a la derecha con velocidad de 1.5 m/s;

Posición 2: Bloque luego de 6 seg del instante inicial;

Como; m = 40 kg, v_1 = 1.5 m/s y t = 6 seg.

Se tiene; $m(v_x)_1 + 4\int F_1 dt - \int F_2 dt = m(v_x)_2$;

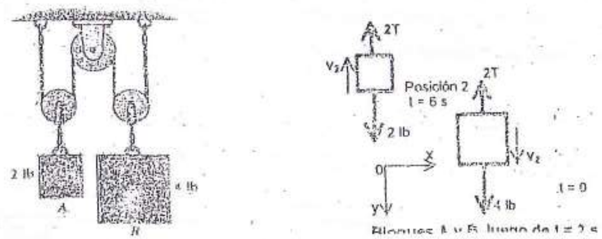
Las integrales lo evaluamos con las áreas de los gráficos $F_1 - t$ y $F_2 - t$;

Como; m = 40 kg, v_1 = 1.5 m/s y t = 6 seg.

Con los datos conocidos tenemos; $40(1.5)+4(4)(30)+10(2)-[10(2)+20(2)+40(2)] = 40v_2$;

De donde: v_2 = 12.0 m/s (→);

15.25.- Determine las velocidades de los bloques A y B 2 s después que son liberados del reposo. Desprecie la masa de poleas y cables.



Prob. 15-25

Solución:

Cálculo de las velocidades de A y B en 2 s:

La longitud L de la cuerda que pasa por las poleas es constante;

Luego la relación entre sus posiciones es: $2s_A + 2s_B = L$;

Derivando respecto al tiempo: $v_A = -v_B$

Por el principio del impulso y momentum en la dirección vertical sobre bloque A;

$(+\downarrow)\quad m(v_y)_1 + \sum\int F_y dt = m(v_y)_2$;

Con los datos conocidos se tiene: $0 - T(2) + 2(2) = \left(\frac{2}{32.2}\right)v_A$ ..(1);

Por el principio del impulso y momentum en la dirección vertical sobre bloque B;

$(+\downarrow)\quad m(v_y)_1 + \sum\int F_y dt = m(v_y)_2$;

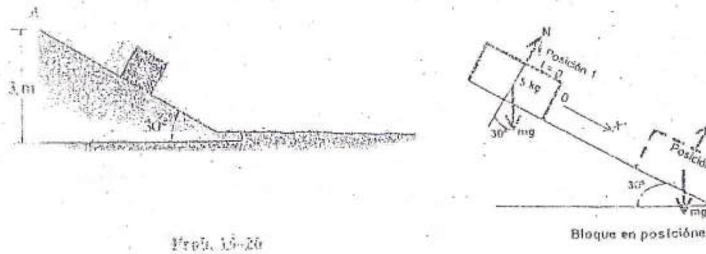
Con los datos conocidos se tiene: $0 + 4(2) - T(2) = \left(\frac{4}{32.2}\right)v_B$ ..(2);

Sabemos que $v_A = -v_B$; y dividiendo las ecuaciones (1) y (2) obtenemos;

$\frac{8-2T}{4-2T} = \frac{(4/32.2)v_B}{(2/32.2)v_A} = -2$; resolviendo; T = 2.6667 lb;

Con lo cual: $v_A = v_B$ = 21.46667 pie/s. Donde el bloque A sube y el B baja.

15.26.- El paquete de 5 kg es liberado del reposo en el punto A. El paquete se desliza hacia abajo por e plano liso, que está inclinado a 30° hacia la superficie rugosa que tiene un coeficiente de fricción cinética μ_k = 0.2. Determine el tiempo total de viaje hasta que el paquete deje de deslizarse. Desprecie el tamaño del paquete.



Prob. 15-26

Solución:

Cálculo del tiempo t que demora en parar:

Aplicando el principio de conservación de energía mecánica sobre el paquete;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$;

Posición 1: Paquete en reposo en A;

Posición 2: Paquete llega al nivel del piso;

Con nivel de referencia cero; el piso rugoso; $0 + (5)(9.81)(3) = \frac{1}{2}(5)v_2^2 + 0$;

De donde: $v_2 = 7.672$ m/s;

Por principio del impulso y momentum sobre el paquete en dirección plano inclinado liso; $m(v_{x'})_1 + \sum \int_0^{t_1} F_{x'} dt = m(v_{x'})_2$;

Posición 1: Paquete en reposo en A;

Posición 2: Paquete llega al nivel del piso;

Luego: $mv_1 + mg\text{sen}30^\circ\, t_1 = mv_2$;

Con datos: $5(0)+5(9.81)\text{sen}30^\circ = 5(7.672)$; de donde; $t_1 = 1.56412$ seg.

Por principio del impulso y momentum sobre el paquete en el plano rugoso en eje Y;

$m(v_y)_2 + \sum \int_0^{t_2} F_y dt = m(v_y)_3$; con datos; $5(0) + N\,(t_2)-5(9.81)\, t_2 = 5(0)$;

De donde: $N = 49.05$ N;

Por principio del impulso y momentum sobre el paquete en el plano rugoso en eje X;

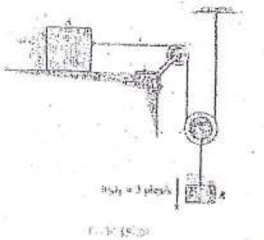
$m(v_x)_1 + \sum \int_0^{t_2} F_x dt = m(v_x)_3$; con datos; $5(7.672) - (0.2)(49.05)\, t_2 = 5(0)$;

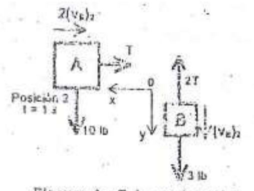
De donde: $t_2 = 3.9103$ seg.

Finalmente el tiempo total que demora en parar el bloque será;

$t = t_1 + t_2 = 1.56412 + 3.9103 = 5.47442$ seg.

15.27.- El bloque A pesa 10 lb y el bloque B pesa 3 lb. Si B se está moviendo hacia abajo con velocidad $(v_B)_1 = 3$ pies/s en $t = 0$, determina velocidad de A cuando $t = 1$s. Suponga que el plano horizontal es liso. Desprecie la masa de poleas y cuerdas.





Bloques A y B luego de t = 1 s

Solución:

Cálculo de la rapidez de A luego de 1 seg:

La longitud L de la cuerda que pasa por las poleas es constante;

Con esto: $s_A + 2s_B = L$;

Derivando respecto al tiempo: $v_A = -2v_B$;

Por principio del impulso y momentum sobre el bloque A en dirección horizontal liso;

$m(v_A)_1 + \sum \int F\, dt = m(v_A)_2$;

Posición 1: Bloque A cuando el bloque B se mueve hacia abajo a 3 pies/s;

Posición 2: Bloque A después de 1 seg;

Sabemos: $v_A = -2v_B$; para todo instante;

Luego: $-\frac{10}{32.2}(2)(v_B)_1 - T(1) = \frac{10}{32.2}(v_A)_2$;

Como: $(v_B)_1 = 3$ pies/s; $-\frac{10}{32.2}(2)(3) - T(1) = \frac{10}{32.2}(v_A)_2$..(1);

Por principio del impulso y momentum sobre el bloque B en dirección vertical;

$\left(+\downarrow\right)$ $m(v_B)_1 + \Sigma \int F\, dt = m(v_B)_2$;

Como: $(v_A)_2 = -2(v_B)_2$;

Luego: $\frac{3}{32.2}(3) + 3(1) - 2T(1) = \frac{3}{32.2}\left(\frac{-(v_A)_2}{2}\right)$ ..(2)

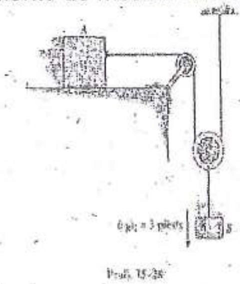
De las ecuaciones (1) y (2) tenemos; $-32.2T - 10(v_A)_2 = 60$;

$-64.4T + 1.5(v_A)_2 = -105.6$;

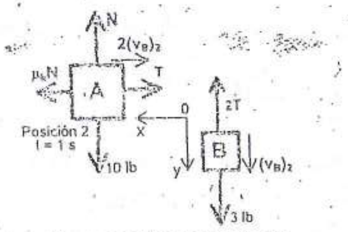
Resolviendo ambas ecuaciones tenemos; $T = 1.39535$ lb; $(v_A)_2 = 10.493$ pies/s $\rightarrow$;

Rapidez con que se mueve A luego de 1seg.

15.28.- El bloque A pesa 10 lb y el bloque B pesa 3 lb. Si B se está moviendo hacia abajo con velocidad $(v_B)_1 = 3$ pies/s en $t = 0$, determine la velocidad de A cuando $t = 1$s. El coeficiente de fricción cinética entre el plano horizontal y el bloque A es $\mu_A = 0.15$



Prob. 15-28



Bloques A y B luego de t = 1 s

Solución:

Se resuelve el problema anterior pero considerando que al bloque A se le opone la fricción $\mu_A = 0.15$;

Cálculo de la rapidez de A luego de 1 seg:

La longitud L de la cuerda que pasa por las poleas es constante;

Con esto: $s_A + 2s_B = L$; derivando respecto al tiempo; $v_A = -2v_B$;

Por principio del impulso y momentum sobre el bloque A en dirección horizontal liso;

$\left(\overset{\leftarrow}{+}\right)$ $m(v_A)_1 + \sum \int F\,dt = m(v_A)_2$;

Posición 1: Bloque A cuando el bloque B se mueve hacia abajo a 3 pies/s;

Posición 2: Bloque A después de 1 seg;

Sabemos: $v_A = -2v_B$; para todo instante, luego; $-\frac{10}{32.2}(2)(v_B)_1 - T(1) + 0.15(10) = \frac{10}{32.2}(v_A)_2$;

Como: $(v_B)_1 = 3$ pies/s; $-\frac{10}{32.2}(2)(3) - T(1) + 0.15(10) = \frac{10}{32.2}(v_A)_2$ ..(1);

Por principio del impulso y momentum sobre el bloque B en dirección vertical;

$\left(+\downarrow\right)$ $m(v_B)_1 + \Sigma \int F\,dt = m(v_B)_2$;

Como: $(v_A)_2 = -2(v_B)_2$; luego; $\frac{3}{32.2}(3) + 3(1) - 2T(1) = \frac{3}{32.2}\left(\frac{-(v_A)_2}{2}\right)$ ..(2)

De las ecuaciones (1) y (2) tenemos;

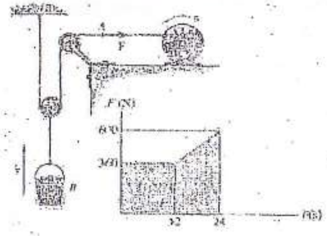
$-32.2T - 10(v_A)_2 = 11.70$;

$-64.4T + 1.5(v_A)_2 = -105.6$;

Resolviendo ambas ecuaciones tenemos; $T = 1.49914$ lb; $(v_A)_2 = 5.9722$ pies/s $\rightarrow$;

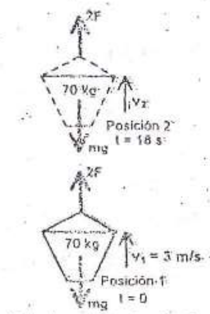
Rapidez con que se mueve A luego de 1seg.

15.29.- El montacargas entrega una fuerza horizontal F a su cable en A que varía como se muestra en la gráfica. Determine la rapidez de la cubeta B de 70 kg cuando $t = 18$s. Originalmente la cubeta se está moviendo hacia arriba con $v_1 = 3$ m/s.



Prob. 15-29/30

Solución:



Cubeta en instantes 1 y 2

Cálculo de la velocidad de B luego de 18 s:

Para el intervalo de tiempo $12\,s \le t < 18$ s;

Tenemos: $\frac{F-360}{t-12} = \frac{600-360}{24-12}$;

Con lo cual: $F = (20t + 120)$ N;

Por principio del impulso y momentum sobre B;

$m(v_y)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_y\,dt = m(v_y)_2$;

Sobre A actúa la fuerza F pero por efecto de poleas; pero sobre la carga B actua el doble 2F;

$mv_1 + 2\left(\int_0^{12} F\,dt + \int_{12}^{18} F\,dt\right) - 18mg = mv_2$;

Reemplazando valores conocidos se tiene;

Inicialmente la cubeta B se mueve hacia arriba con $v_1 = 3$ m/s; $m = 70$kg;

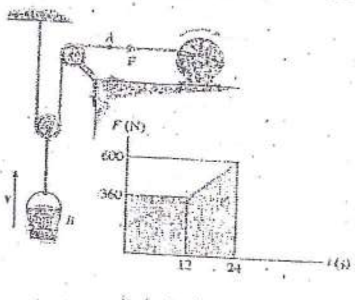
$70(3) + 2\left[360(12) + \int_{12}^{18}(20t + 120)\,dt\right] - 70(9.81)(18) = 70v_2$;

Luego: $210 + 2[4320 + 10(180) + 120(6)] - 12360.6 = 70v_2$;

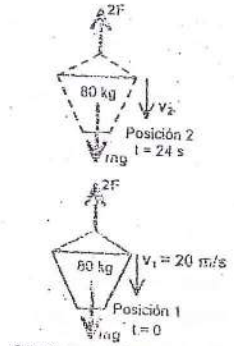
De donde: $v_2 = 21.84857143$ m/s;

Rapidez a la que se mueve B luego de 18 s.

15.30.- El montacargas entrega una fuerza horizontal F a su cable en A que varía como se muestra en la gráfica. Determine la rapidez de la cubeta B de 80 kg cuado t = 24s. Originalmente la cubeta se está moviendo hacia abajo a v_1 = 20 m/s.



Prob. 15-30



Cubeta en instantes 1 y 2

Solución:

Cálculo de la velocidad de B luego de 18 s:

Para el intervalo de tiempo 12 s ≤ t < 18 s; tenemos; $\frac{F-360}{t-12}=\frac{600-360}{24-12}$;

Con lo cual: F = (20t + 120) N;

Por principio del impulso y momentum sobre la carga B en dirección vertical;

$$m(v_y)_1+\sum\int_1^{t_2}F_y\,dt=m(v_y)_2\ ;$$

Sobre A actúa la fuerza F pero por efecto de poleas, sobre la carga B actua el doble 2F;

$$mv_1+2\left(\int_0^{12}F\,dt+\int_{12}^{24}F\,dt\right)-24mg=mv_2\ ;$$

Inicialmente la cubeta B se mueve hacia abajo con v_1 = 20 m/s; m = 80kg;

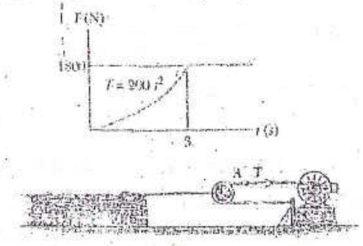
Se tiene; $80(-20)+2\left[360(12)+\int_{12}^{24}(20t+120)dt\right]-24(80)(9.81)=70v_2$;

Operando; $-1600+2[4320+10(432)+120(12)]-18835.2=80v_2$;

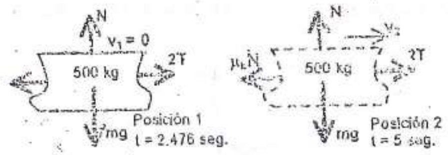
De donde: v_2 = -3.44 m/s = 3.44 m/s ↓;

Rapidez a la que se mueve B luego de 24 s.

15.31.- El tronco tiene masa de 500 kg y descansa sobre el suelo para el cual los coeficientes de fricción estática y cinética son μ_s = 0.5, μ_k = 0.4, respectivamente. El montacargas entrega una fuerza horizontal T a su cable en A que varía como se muestra en la gráfica. Determine la rapidez del tronco cuando t = 5s. Originalmente la tensión en el cable es cero. Sugerencia: Determine primero la fuerza necesaria para empezar a mover el tronco.



Prob. 15-31



Tronco en instantes 1 y 2

Solución:

Cálculo de la fuerza necesaria para empezar a mover el tronco:

Tronco a punto de moverse; ΣF_x = 0: F- 0.5 (500) (9.81) =0;

De donde: F = 2452.5 N;

Entonces como: 2T = F; luego; $2(200t^2)$ = 2452.5;

De donde: t = 2.4761361seg, tiempo en que empieza a moverse del reposo;

Por principio del impulso y momentum sobre la carga en dirección horizontal se tiene;

$\xrightarrow{+}$ $mv_1+\Sigma\int F\,dt=m\,v_2$

Posición 1: Tronco inicia a moverse;

Posición 2: tronco en instante t = 5seg;

Como: m = 500kg; v_1 = 0; en A actúa T pero sobre el tronco actua 2T;

$$mv_1+2\left(\int_{2.476}^{3}T\,dt+\int_3^5 T\,dt\right)-\mu_k mg(5-2.476)=mv_2\ ;$$

Reemplazando datos conocidos de figura;

$$500(0)+2\left(\int_{2.476}^{3}200t^2\,dt+1800(5-3)\right)-0.4(500)(9.81)(5-2.476)=500v_2\ ;$$

Luego: $400\left(\frac{t^3}{3}\right)\Big|_{2.476}^{3}+2248.179=500v_2$; de donde; v_2 = 7.647875486 m/s;

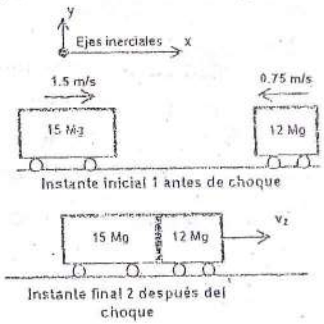
Rapidez del tronco transcurridos 5 seg.

DINAMICA

12.2 CONSERVACION DE MOMENTUM LINEAL PARA UN SISTEMA DE PARTICULAS

PROBLEMAS RESUELTOS.-

15.32.- Un carro de ferrocarril con masa de 15 Mg viaja libremente a 1.5 m/s sobre una vía horizontal. Al mismo tiempo, otro carro con masa de 12 Mg viaja libremente a 0.75 m/s en la dirección opuesta. Si los carros se encuentran y quedan acoplados, determine la rapidez de ambos justo después del acoplamiento. Encuentre la diferencia entre la energía cinética total antes y después del acoplamiento y, explique cualitativamente lo que sucede a esta energía.



Solución:

Cálculo de la velocidad de masas unidas después del choque instantáneo:

Por conservación de momentum lineal antes y después de la colisión instantánea para las dos masas que colisionan;

$\xrightarrow{+}$ $\Sigma m_i(v_i)_1 = \Sigma m_i(v_i)_2$;

Luego en la figura tenemos; $m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = (m_A + m_B)v_2$;

Con datos conocidos; $15000(1.5) - 12000(0.75) = 27000(v_2)$;

De donde: $v_2 = 0.5$ m/s;

Comparación de las energías cinéticas antes y después del choque:

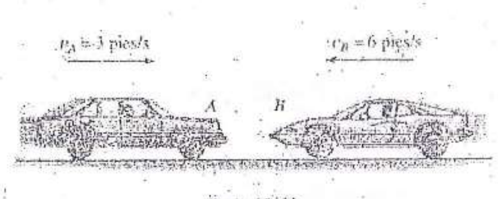
$T_1 = \frac{1}{2}(15000)(1.5)^2 + \frac{1}{2}(12000)(0.75)^2 = 20.25\ kJ$;

Después: $T_2 = \frac{1}{2}(27000)(0.5)^2 = 3.375\ kJ$;

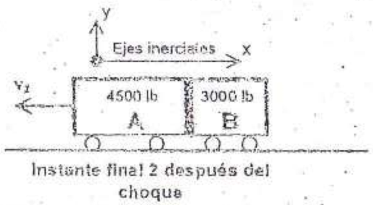
Luego la diferencia de ambas será: $\Delta T = T_2 - T_1$

$\Delta T = 3.375 - 20.25 = -16.9$ kJ. Arroja una pérdida de energía cinética luego de chocar. Esta energía perdida se ha disipado en forma de calor y deformación de las masas.

15.33.- El auto A tiene un peso de 4500 lb y está viajando hacia la derecha a 3 pies/s. Mientras tanto, un auto B de 3000 lb está viajando a 6 pies/s hacia la izquierda. Si estos autos chocan frontalmente y queda unidos, determine su velocidad común justo después de la colisión. Suponga que los frenos no se aplican durante la colisión.



Prob. 15-33



Solución:

Cálculo de la velocidad de autos unidos después del choque instantáneo:

Por conservación de momentum lineal antes y después de la colisión instantánea para los dos autos que colisionan;

$\xrightarrow{+}$ $\Sigma m_i(v_i)_1 = \Sigma m_i(v_i)_2$;

Luego en la figura tenemos; $(\xrightarrow{+})$ $m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = (m_A + m_B)v_2$;

Con datos: $\frac{4500}{32.2}(3) - \frac{3000}{32.2}(6) = \frac{7500}{32.2}v_2$;

De donde tenemos; $v_2 = -0.600\ pies/s = 0.600 pies/s \leftarrow$;

Velocidad de autos acoplados luego del choque instantáneo.

15.34.- El autobús B tiene un eso de 15 000 lb. y está viajando hacia la derecha a 5 pies/s. Mientras tanto, un auto A de 3000 lb está viajando a 4 pies/s hacia la izquierda.

Si estos vehículos chocan de frente y quedan unidos, determine su velocidad común justo después de la colisión. Suponga que los vehículos pueden rodar libremente durante la colisión.

Solución:

Cálculo de la velocidad de carros unidos después del choque instantáneo:

Por conservación de momentum lineal antes y después de la colisión instantánea para los dos carros que colisionan;

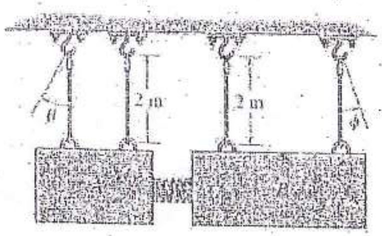
$\xrightarrow{+}$ $\Sigma m_i(v_i)_1 = \Sigma m_i(v_i)_2$;

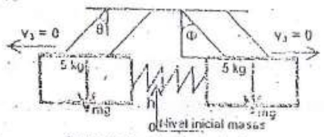
Luego en la figura tenemos; $\left(\xrightarrow{+}\right)$ $m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = (m_A + m_B)v_2$;

Con datos: $\frac{15000}{32.2}(5) - \frac{3000}{32.2}(4) = \frac{18000}{32.2}v_2$; de donde; $v_2 = 3.5\ pies/s \rightarrow$;

Velocidad de carros acoplados luego del choque instantáneo.

15.35.- Los dos bloques A y B tienen cada uno masa de 5 kg y están suspendidos de cuerdas paralelas. Un resorte con rigidez k = 60 N/m se encuentra unido a B y está comprimido 0.3 m contra A y B como se muestra. Determine los ángulos máximos θ y Ø de las cuerdas cuando los bloques son liberados del reposo y el resorte queda sin alargar.





Instante final 3 después de elevarse al máximo

Prob. 15-35

Solución:

Cálculo de los ángulos θ y Ø:

Por conservación de momentum lineal para el sistema A y B al dejar libre el resorte;

$\left(\xrightarrow{+}\right)$ $\sum_i m_i(v_i)_1 = \sum_i m_i(v_i)_2$;

Instante 1: Cuando el resorte esta comprimido y las masas verticales en reposo;

Instante 2: Cuando resorte que pierde su compresión de 0.3m;

Como la fuerza elástica del resorte sobre el sistema es de acción y reacción;

Luego con datos conocidos en la ecuación de conservación de momentum para el sistema A y B se tienen; $0 + 0 = 5v_A + 5v_B$;

De donde: $v_A = v_B = v_2$;

Luego aplicamos la conservación de energía mecánica solo para A o B entre 1-2;

El nivel cero de energía potencial es la horizontal que pasa con A y B en reposo;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

$(0+0) + \frac{1}{2}(60)(0.3)^2 = \frac{1}{2}(2)(5)(v_2)^2 + 0$; de donde; $v_2 = 0.734847\ m/s$;

Luego aplicamos la conservación de energía mecánica solo para A o B entre 2-3.

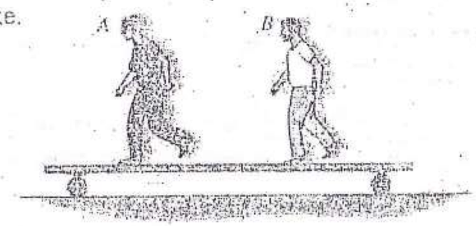
Instante 3: Cuando una de las masas A o B se detiene luego de elevarse;

El nivel cero de energía potencial es la horizontal que pasa con A y B en reposo;

$T_2 + V_2 = T_3 + V_3$; luego con valores;

$\frac{1}{2}(5)(0.734847)^2 + 0 = 0 + 5(9.81)(2)(1 - \cos\theta)$; de donde; $\theta = \phi = 9.5163°$.

15.36.- Dos hombres A y B, cada uno con peso de 160 lb están de pie sobre el carro de 200 lb. Cada individuo corre con rapidez de 3 pies/s medida con respecto a carro. Determine la rapidez final del carro si (a) A corre y salta del carro y luego B corre y salta por el miso extremo y (b) ambos corren y saltan al mismo tiempo fuera del carro. Desprecie la masa de las ruedas y suponga que los saltos son hechos horizontalmente.



Prob. 15-36

Solución:

Cálculo de rapidez final del carro C:

CASO (a): Primero corre A y salta mientras B y el carro C no tienen velocidad entre ellos. Como las fuerzas de fricción entre el pie y la tabla son de acción y reacción aplicamos el principio de conservación de momentum 1-2.

$\sum_i m_i(v_i)_1 = \sum_i m_i(v_i)_2$;

Con los datos conocidos tenemos $\left\{\xleftarrow{\quad +}\right\}$ $0 + 0 = m_A v_A - (m_C + m_B)v'_C$..(1);

Por velocidad relativa: $v_A = v_C + v_{A/C}$; en lo cual con datos; $v_A = -v'_C + 3$;

Esto en (1): $0 = \frac{160}{32.2}(-v'_C + 3) - \frac{360}{32.2}v'_C$;

De donde: $v'_C = 0.9230769\ pies/s \rightarrow$

Luego corre B y salta:

Conservación cantidad de movimiento 2-3; $\sum_i m_i(v_i)_2 = \sum_i m_i(v_i)_3$;

Con datos: $0 + (m_C + m_B)v'_C = m_B v_B - m_C v_C$;

Por velocidad relativa: $v_B = v_C + v_{B/C}$; con datos conocidos; $v_B = -v_C + 3$;

Luego; $\frac{360}{32.2}(-0.9230769) = \frac{160}{32.2}(-v_C + 3) - \frac{200}{32.2}v_C$;

De donde: $v_C = 2.25641\ pies/s \rightarrow$. Rapidez final del carro cuando B salta.

CASO (b): Cuando A y B corren y saltan

Conservación cantidad de movimiento 1-2; $\sum_i m_i(v_i)_2 = \sum_i m_i(v_i)_3$;

$\left(\xleftarrow{\quad +}\right)$ $0 + 0 = (m_A + m_B)v_{amb} - m_C v_C$..(1);

Por velocidad relativa: $v_{amb} = v_C + v_{amb/C}$; con datos conocidos; $v_{amb} = -v_C + 3$;

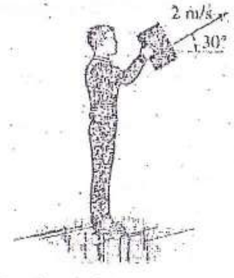
Con estos datos en la ecuación (1); $0 = \left(\frac{160}{32.2} + \frac{160}{32.2}\right)(-v_C + 3) - \frac{200}{32.2}v_C$;

De donde: $v_C = 1.8461538 pies/s \rightarrow$;

Rapidez del carro en el instante que A y B saltan del carro conjuntamente.

15.37.- Un hombre con patines para hielo lanza un bloque de 8 kg con velocidad inicial de 2 m/s, medida con respecto a sí mismo, en la dirección mostrada. Si él está originalmente en reposo y completa el lanzamiento en 1.5 s mientras mantiene sus piernas rígidas, determine la velocidad horizontal del hombre justo después de soltar el

bloque. ¿Cuál es la reacción vertical de sus patines sobre el hielo durante el lanzamiento? El hombre tiene masa de 70 kg. Desprecie la fricción y el movimiento de sus brazos.



Prob. 15-37

Solución:

Cálculo de la velocidad del hombre en el instante de soltar el bloque:

Conservación de cantidad de movimiento en la dirección horizontal X;

$\left(\xrightarrow{+}\right)$ $0 = m_H v_H + m_B(v_B)_x$ (1);

Por velocidad relativa: $v_B = v_H + v_{B/H}$;

Esto en la dirección X $\left\{\xrightarrow{+}\right\}$ $(v_B)_x = -v_H + 2\cos 30°$ (2);

Lo mismo en la dirección verical Y; $\left\{\uparrow +\right\}$ $(v_B)_y = 0 + 2sen30° = 1\ m/s$;

Sustituyendo ecuación (2) en (1) tenemos; $0 = m_H v_H + m_B(-v_H + 2\cos 30°)$;

Despejando la velocidad del hombre v_H: $v_H = \frac{2m_B \cos 30°}{m_B + m_H} = \frac{2(8)\cos 30°}{8 + 70} = 0.177646\ m/s$;

Cálculo de la reacción vertical N de los patines sobre el hielo:

Primero calculamos la reacción del bloque promedio F_y sobre el brazo;

Principio de impulso y momentun lineal sobre el bloque:

$\left(+\uparrow\right)$ $m(v_y)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2} F_y dt = m(v_y)_2$ ..(1);

Instante 1: Bloque en reposo antes de lanzar

Instante 2: Bloque al soltarse a 2 m/s;

En impulso actua el peso del bloque en 1.5s;

Con estos datos en (1) tenemos; $0 + F_y(1.5) - 8(9.81)(1.5) = 8(2sen30°)$;

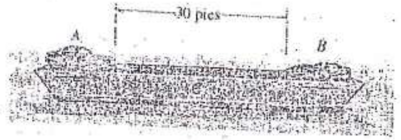
De donde: $F_y = 83.81333N$.

Principio de impulso y momentun lineal sobre el hombre:

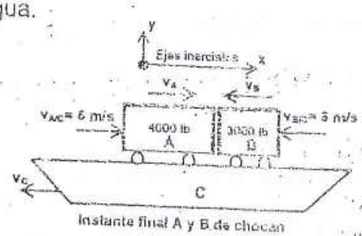
$\left(+\uparrow\right)$ $m(v_y)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2} F_y dt = m(v_y)_2$ ..(2);

Instante 1: Hombre en reposo antes de lanzar el bloque;
Instante 2: Hombre al soltar el bloque a la velocidad de 2 m/s;
En impulso actua el peso del hombre, la normal del piso y la normal del bloque en un tiempo promedio de 1.5 seg;
Reemplazando estos datos en (2) tenemos; $0+N(1.5)-70(9.81)(1.5)-83.8133(1.5)=0$;
De donde: $N=770.5133\,N$;
La normal del piso sobre el patín al lanzar el bloque.

15.38- La barcaza pesa 45000 lb y soporta dos autos A y B los cuales pesa 4000 lb y 3000 lb, respectivamente. Si los autos parten del reposo y se dirigen uno al otro, acelerando a $a_A = 4$ pies/s^2 y $a_B = 8$ pies/s^2 hasta que alcanzan una rapidez constante de 6 pies/s con relación a la barcaza, determine la rapidez de la barcaza justo antes que los autos choquen. ¿En cuanto tiempo ocurre esto? Originalmente la barcaza está en reposo. Desprecie la resistencia del agua.



Prob. 15-38



Instante final A y B de chocan

Solución:

Cálculo de la velocidad de la barcaza C en el instante que chocan los autos:

Consideraciones para este sistema de masas:
a) No se considera fuerzas de fricción de fluido.
b) Los 30 pies de separación son suficientes para que cuando ambos choquen ya han alcanzado los 6 pies/s. Esto se para que el problema sea coherente.
c) Una vez que ambos carros adquieren la velocidad constante de 6 m/s la barcaza se mueve a velocidad constante. Esto por la conservación de cantidad de movimiento.

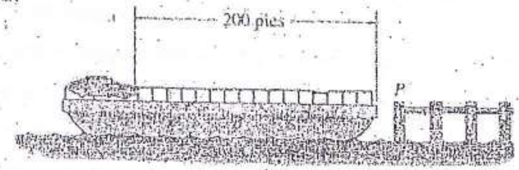
Por conservación de cantidad de movimiento respecto a un sistema inercial fijo en tierra; $\left(\overset{\leftarrow}{+}\right)$ $\sum mv_1 = \sum mv_2$;
Instante 1: A, B y C en reposo;
Instante 2: A, B a punto de chocar a 6 pies/s; $0+0+0=m_Av_A+m_Bv_B'+m_Cv_C$ ..(1);
Por principio de velocidades relativas;
$\left(\overset{+}{\leftarrow}\right)$ $v_A=v_C+v_{A/C}=v_C-6$;
$\left(\overset{+}{\leftarrow}\right)$ $v_B=v_C+v_{B/C}=v_C+6$;

Con estos datos en la ecuación (1); $0=\frac{4000}{32.2}(v_C-6)+\frac{3000}{32.2}(v_C+6)+\left(\frac{45000}{32.2}\right)v_C$;
De donde: $v_C=0.115384615\ pies/s \leftarrow$;

Cálculo del tiempo invertido hasta chocar los autos A y B:

Respecto a la barcaza hallamos el tiempo y espacio que recorre A hasta tener 6 m/s.
$(\overset{+}{\rightarrow})$ $v_{A/C}=v_{0A}+a_At_A$; $6=0+4t_A$; $t_A=1.5\,seg.$
$(\overset{+}{\rightarrow})$ $s_{A/C}=s_{0A}+v_{0A}t_A+\frac{1}{2}a_At_A^2$; $s_A=0+0+\frac{1}{2}(4)(1.5)^2=4.5\ pies$;
Respecto a la barcaza hallamos el tiempo y espacio que recorre B hasta tener 6 m/s.
$(\overset{+}{\leftarrow})$ $v_{B/C}=v_{0B}+a_Bt_B$; $6=0+8t_B$; $t_B=0.75\,seg.$
$\overset{+}{\leftarrow}$ $s_{B/C}=s_{0B}+v_{0B}t_B+\frac{1}{2}a_Bt_B^2$; $s_{B/C}=0+0+\frac{1}{2}(8)(0.75)^2=2.25\ pies$;
Como B en 0.75 seg. ya tiene 6 m/s entonces recorre un espacio remanente hasta que A adquiera los 6 m/s en 1.5 seg.
Remanente: $t_r=(1.5-0.75)s=0.75seg.$;
Espacio de B: $s_r=v_Bt_r=6(0.75)=4.5\ pies$;
Entonces la separación entre ellos cuando B alcanza los 6 m/s es;
$s_f=30-4.5-4.5-2.25=18.75\,pies$; $t_f=\frac{s_f/2}{v}=\frac{18.75/2}{6}=1.5625seg.$
Finalmente el tiempo total que invierten será; $t_T=1.5+1.5625=3.0625\ seg.$

15.39- La barcaza B pesa 30 000 lb y soporta un auto que pesa 3000 lb. Si la barcaza no está amarrada al muelle P y alguien conduce el auto de un extremo a otro para descargarlo. Determine que tan lejos se mueve la barcaza del muelle. Desprecie la resistencia del agua.



Solución:

Prob. 15-39.

Cálculo del espacio recorrido por barcaza hasta descargar el carro:

Por relacion vectorial de velocidad relativa y absoluta del carro C se tiene;

$\left(\xrightarrow{+}\right)$ $v_C = -v_B + v_{C/B}$ (1);

Por conservación de cantidad de movimiento respecto a un sistema inercial fijo en tierra; $\left(\xrightarrow{+}\right)$ $\sum mv_1 = \sum mv_2$;

Instante 1: Carro y barcaza en reposo;

Instante 2: Carro abandona barcaza;

$0 = m_C v_C + m_B v_B$;

$\left(\xrightarrow{+}\right)$ $0+0=\left(\frac{3000}{32.2}\right)v_C - \left(\frac{30000}{32.2}\right)v_B$ (2);

De las ecuaciones (1) y (2) tenemos; $11v_B - v_{C/B} = 0$ (3);

Multiplicando la Ec (3) por dt e integrando entre los instantes (1) y (2);

$\int_1^2 11v_B dt - \int_1^2 v_{C/B} dt = 0$;

Como ambas velocidades en promedio son uniformes salen de la integral;

$\left(\xrightarrow{+}\right)$ $11s_B - s_{C/B} = 0$ (4);

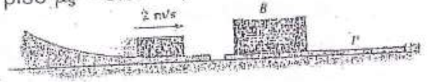
Como el espacio que recorre el carro respecto de la barcaza es $s_{C/B}$ = 200 pies;

Esto en la ecuación (4); se tiene; $11s_B - 200 = 0$;

De donde: s_B = 18.182 pies;

Espacio recorrido por la barcaza hasta descargar el carro.

15.40.- El bloque A tiene masa de 2kg y se desliza suavemente en un extremo abierto de la caja B a velocidad de 2 m/s. Si la caja tiene masa de 3 kg y descansa sobre una placa P con masa de 3 kg, determine la distancia que la placa se mueve después que deja de deslizarse en el piso. También ¿cuál es la distancia después del impacto antes que cese todo movimiento?. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y la placa es μ_k = 0.2 y entre la placa y el suelo μ'_k = 0.4. También el coeficiente de fricción estática entre la placa y el piso μ_s = 0.5.



Probs. 15-40/41

Solución:

Cálculo de la distancia que se mueve P:

Normal entre la placa P y la caja B: $+\uparrow \sum F_y = 0$: $N_B - (3+2)(9.81) = 0$;

De donde: $N_B = 49.05\ N$;

Cuando la caja B se desliza sobre la placa P la fuerza de fricción entre ellos es;

$(F_f)_B = \mu_K N_B = 0.2\ (49.05) = 9.81$ N;

La normal del suelo sobre la placa P es; $+\uparrow F_y = 0$; $N_P - 49.05 - 3(9.81) = 0$;

De donde: $N_P = 78.48\ N$;

La fuerza de fricción sobre la cara superior de la placa P es;

$+\rightarrow F_x = 0: 9.81 - (F_f)_{PS} = 0$; luego; $(F_f)_{PS} = 9.81N$;

En la cara inferior la fricción estática con el piso será;

$(F_f)_{PI} = 0.5(78.48) = 39.94 > 9.81N$;

Por lo cual la placa no se mueve: $s_P = 0$;

Cálculo de distancia recorrida por A y B antes de parar luego de impacto:

Por conservación de momentum lineal; $m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = (m_A + m_B)v_2$;

Instante 1: A móvil y B estático;

Instante 2: A y B se mueven juntos y P fijo;

Con datos: $+\rightarrow 2(2) + 0 = (2+3)v_2$; de donde; $v_2 = 0.800\ m/s \rightarrow$;

Por principio de impulso y momentum; $m(v_x)_2 + \sum \int_2^3 F_x dt = m(v_x)_3$;

Instante 2: A y B se mueven juntos y P fijo;

Instante 3: A y B se detienen;

Como la única fuerza que actúa sobre A y B es la fricción de la placa sobre la caja; 9.81N

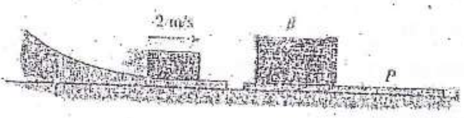
Con datos: $(+\rightarrow) 5(0.8) + [-9.81(t)] = 5(0)$; el tiempo que demoran en parar A y B.

De donde: $t = 0.407747196\ seg.$;

Espacio recorrido por A y B luego del choque hasta detenerse:

$s_{AB} = (0.407747s)(0.8m/s) = 0.326193568m$.

15.41.- El bloque A tiene masa de 2 kg y se desliza suavemente en un extremo abierto de la caja B a velocidad de 2 m/s. Si la caja tiene masa de 3 kg y descansa sobre una placa P con masa de 3 kg determine la distancia que la placa se mueve después que deja de deslizarse en el piso. ¿Cuánto tiempo pasa después del impacto antes que cese todo movimiento?. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y la placa es μ_k =0.2 y entre la placa y el suelo es μ'_k = 0.1 El coeficiente de fricción estática entre la placa y el suelo es μ'_s = 0.12. Desprecie la fricción dentro de la caja.



Probs. 15-40/41

Solución:

Cálculo de la distancia recorrida por la placa P desde el impacto del bloque A hasta parar:

Normal entre la placa P y la caja B: $+\uparrow \sum F_y = 0: N_B - (3+2)(9.81) = 0$;

De donde: $N_B = 49.05\ N$;

Cuando la caja B se desliza sobre la placa P la fuerza de fricción entre ellos es;

$(F_f)_B = \mu_K N_B = 0.2\ (49.05) = 9.81$ N;

La normal del suelo sobre la placa P es; $+\uparrow F_y = 0;\ N_P - 49.05 - 3(9.81) = 0$;

De donde: $N_P = 78.48\,N$;

La fuerza de fricción sobre la cara superior de la placa P es;

$+\rightarrow F_x = 0: 9.81 - (F_f)_{PS} = 0$; luego; $(F_f)_{PS} = 9.81N$;

En la cara inferior la fricción estática con el piso será;

$(F_f)_{Pl} = 0.12(78.48) = 9.4176N < 9.81N$;

Por lo cual la placa se mueve respecto al piso: $s_P \neq 0$;

La fricción entre la placa y el piso será; $(F_f)_{Pl} = \mu'_k N_P = 0.1\ (78.48) = 7.848\,N$;

Calculamos la velocidad del bloque A y la caja B; ambas iguales luego del choque v_2:

Por conservación de momentum lineal; $m_A (v_A)_1 + m_B (v_B)_1 = (m_A + m_B) v_2$;

Instante 1: A móvil y B estático;

Instante 2: A y B se mueven juntos y P fijo;

Con datos: $+\rightarrow 2(2) + 0 = (2+3)v_2$; de donde; $v_2 = 0.800\ m/s \rightarrow$;

Por principio de impulso y momentum en sobre el sistema bloque y caja;

$m(v_x)_2 + \sum \int_2^3 F_x dt = m(v_x)_3$;

Instante 2: A y B se mueven juntos con v_2;

Instante 3: A, B y P llegan a tener v_3;

Como la única fuerza que actúa sobre A y B es la fricción de la placa sobre la caja; 9.81N

Con datos: $(+\rightarrow) 5(0.8) + [-9.81(t_1)] = 5v_3$ ..(1);

Por principio de impulso y momentum en placa; $m(v_x)_1 + \sum \int_1^2 F_x\, dt = m(v_x)_2$;

Con datos; $(+\rightarrow) 3(0) + (9.81 - 7.848)t_1 = 3v_3$ ..(2);

Instante 2: Placa P en reposo;

Instante 3: Placa adquiere la velocidad con la caja y el bloque de v_3;

Resolviendo (1) y (2) tenemos; $t_1 = 0.305810397\,s$; $v_3 = 0.200\,m/s$;

AL INICIO: Por 2da. Ley en la placa P cuando todavía la caja y el bloque se mueven sobre el será: $+\rightarrow \sum F_x = ma_x : 9.81 - 7.848 = 3(a_P)_1$;

Aceleración de la placa con carga móvil encima de él será: $(a_P)_1 = 0.654\ m/s^2$;

DESPUES: Por 2da. Ley en la placa P cuando la caja y el bloque se han detenido sobre la placa: $+\rightarrow \sum F_x = ma_x : -7.848 = 8(a_P)_2$;

De donde: $(a_P)_2 = -0.981\ m/s^2$;

Distancia recorrida d_1 AL INICIO por la placa P cuando caja y bloque se mueven sobre el hasta detenerse;

Por MRUV: $+\rightarrow d_1 = (v_o)_P t_1 + \frac{1}{2}(a_P)_1 t_1^2$;

Luego con valores conocidos: $d_1 = 0.2(0.30581) - \frac{1}{2}(0.654)(0.30581)^2$;

De donde: $d_1 = 0.030581m$;

El tiempo t_2 que la placa P necesita para detenerse luego que la caja B se detuvo;

$+\rightarrow v_4^2 = v_3^2 + 2(a_P)_2 d_2$; con datos; $0 = 0.200^2 + 2(-0.981)d_2$;

De donde: $d_2 = 0.020387359\ m$;

Distancia total recorrido por la placa P es; $d_p = d_1 + d_2 = 0.03058 + 0.02039$;

De donde: $d_p = 0.05097\,m = 0.0510\,m$;

<u>Cálculo del tiempo usado por la placa para recorrer la distancia total hasta detenerse:</u>

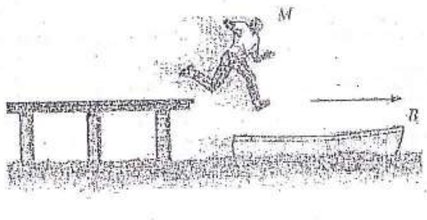
El tiempo total recorrido por la placa P después del impacto hasta detenerse es;

Sabemos por MRUV que: $v_4 = v_3 - (a_P)_2 t_2$; con datos; $0 = 0.2 - (0.981)t_2$;

De donde: $t_2 = 0.2038736seg.$

Luego; $t_T = t_1 + t_2 = 0.30581 + 0.2038736$; de donde; $t_T = 0.5096836seg.$

15.42.- El hombre M pesa 150 lb y salta sobre el bote B que pesa 200 lb. Si el hombre tiene un componente horizontal de velocidad relativa al bote de 3 pies/s, justo antes de llegar al bote, y el bote está viajando a v_B = 2 pies/s alejándose del muelle cuando él salta, determine la velocidad resultante del hombre y el bote.



Probs. 15-42/43

<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de la velocidad resultante de M y B:</u>

Por la relación vectorial de la velocidad relativa tenemos; $(+\rightarrow) v_M = v_B + v_{M/B}$;

Con valores: $v_M = 2 + 3$; de donde; $v_M = 5\, pies/s$;

Por conservación de cantidad de movimiento; $(+\rightarrow)\ \sum m v_1 = \sum m\, v_2$;

Instante 1: Antes que M y B choquen;

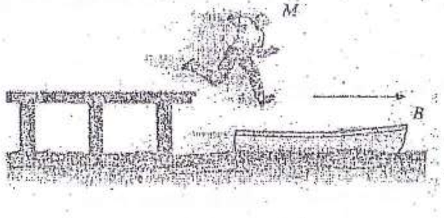
Instante 2: Después que M y B choquen instantáneamente;

Con datos: $\frac{150}{32.2}(5) + \frac{200}{32.2}(2) = \frac{350}{32.2}(v_B)_2$;

De donde: $(v_B)_2 = 3.29\ pie/s$;

Velocidad absoluta del bote luego de un breve lapso de tiempo después que el hombre sube al bote.

15.43.- El hombre M pesa 150 lb y salta sobre el bote B que está originalmente en reposo. Si este individuo tiene una componente horizontal de velocidad de 3 pies/s justo ante de entrar al bote, determine el peso del bote si éste tiene velocidad de 2 pies/s una vez que el hombre entra a él.



Probs. 15-42/43

<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de peso del bote W_B:</u>

Por la relación vectorial de la velocidad relativa tenemos; $(+\rightarrow) v_M = v_B + v_{M/B}$;

Con valores: $v_M = 0 + 3$; de donde; $v_M = 3\, pies/s$;

Por conservación de cantidad de movimiento; $(+\rightarrow)\ \sum m v_1 = \sum m\, v_2$;

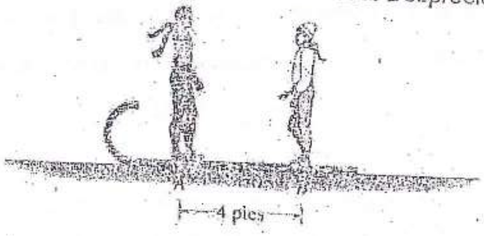
Instante 1: Antes que M y B choquen;

Instante 2: Después que M y B choquen instantáneamente;

Con datos: $\frac{150}{32.2}(2)+\frac{W_B}{32.2}(0)=\frac{(W_B+150)}{32.2}(2)$;

De donde el peso del bote es: $W_B = 75\,Lb.$

15.44.- Un niño A con peso de 80 lb y una niña B con peso de 65 lb están en reposo en los extremos del tobogán que tiene un peso de 20 lb. Si A camina hacia B y se detiene, y ambos caminan juntos de regreso a la posición original de A, determine la posición final del tobogán justo después que el movimiento cesa. Desprecie la fricción.



Prob. 15-44

Solución:

Cálculo de la posición final del tobogán:

a) Caso en que A camina hasta B fijo respecto del tobogán;

Por el principio de cantidad de movimiento;

$(+\rightarrow)\ \sum mv_1 = \sum mv_2$;

Instante 1: Niño, niña y tobogán fijos;

Instante 2: Niño se mueve a la derecha y el sistema niña - tobogán se mueven a la izquierda;

Luego: $0 = m_A v_A - (m_1 + m_B)v_B$;

Espacio recorrido: $0 = m_A s_A - (m_1 + m_B)s_B$;

Asumimos que B y tobogán se movió x mientras que A se movió (4-x), hasta el encuentro; por lo cual; $0 = m_A(4-x) - (m_T + m_B)x$;

Despejando: $x = \frac{4m_A}{m_A + m_B + m_T}$; como; $m_A = 80$ lb; $m_B = 65$ lb y $m_T = 80$ lb;

Con esto el tobogán se mueve a la izquierda;

La distancia es: $x = \frac{4(80)}{80+65+20} = 1.9394\,pies \leftarrow$;

b) Luego el caso en que A y B juntos hasta el lugar inicial de A;

Por el principio de cantidad de movimiento; $(+\rightarrow)\ \sum mv_1 = \sum mv_2$;

Instante 1: Niño, niña y tobogán fijos;

Instante 2: Niño y niña regresan a la posición inicial del niño;

Luego: $0 = -m_A v - m_B v + m_T v_T$;

Espacio recorrido: $0 = -m_A s - m_B s + m_T s_T$;

Asumimos que el tobogán se movió x' a la derecha mientras que A y B se movieron la distancia de (4-x'); con esto; $0 = -m_B(4-x') - m_A(4-x') + m_T x'$;

Despejando: $x' = \frac{4(m_A + m_B)}{m_A + m_B + m_T}$; luego como; $m_A = 80$ lb; $m_B = 65$ lb y $m_T = 80$ lb;

El tobogán se mueve a la derecha; $x' = \frac{4(65+80)}{80+65+20} = 3.51515\,pies \rightarrow$;

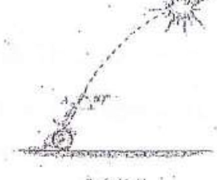
De los casos a) y b) el movimiento resultante del tobogán sera hacia la derecha;

$(+\rightarrow)\ x_R = x' - x = 3.51515 - 1.93939$;

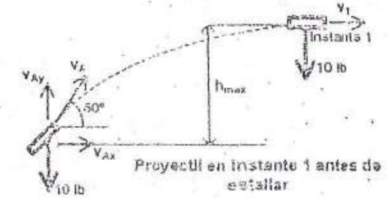
De donde la posición final del tobogán sera: $x_R = 1.57576\,pies \rightarrow$;

A la derecha de su posición inicial.

15.45.- El proyectil de 10 lb es disparado desde el nivel del terreno con velocidad inicial v_A = 80 pies/s en la dirección mostrada. Cuando el proyectil alcanza su punto más alto B, explota en dos fragmentos de 5 lb. Si un fragmento viaja verticalmente hacia arriba a 12 pies/s determine la distancia entre los fragmentos después que tocan el suelo. Desprecie el tamaño del cañón.



Prob. 15-45



Solución:

Cálculo de la separación horizontal que tienen las dos partículas al caer al suelo luego de la explosión:

La trayectoria AB del proyectil es parabólica;

En el eje X; $(+\rightarrow)\ (v_A)_x = (v_B)_x = 80\cos 60° = 40\ pies/s$;

En el eje Y; $(+\uparrow)(v_B)_y = (v_A)_y^2 + 2a_c(s_y - (s_0)_y)$; con datos; $0 = (80sen60°)^2 - 2(32.2)h_{máx}$;

De donde: $h_{máx} = 74.53416\ pies$;

Por el principio de cantidad de movimiento; $(+\rightarrow)\ \sum mv_1 = \sum mv_2$ ..(1);

Instante 1: Proyectil en altura máxima antes de estallar;

Instante 2: Proyectil después de estallar se parte en dos $W_1 = W_2 = 5$ lb;

Ec (1) en el eje X: $\frac{W_a}{g}(v_B)_x = \frac{W_1}{g}(v_{F1})_x$;

La segunda particula sube verticalmente luego de explosión;

Con datos: $\frac{10}{32.2}(80\cos 60°) = \frac{5}{32.2}(v_{F1})_x$;

De donde la velocidad en X de la primera partícula luego de estallar es; $(v_{F1})_x = 80\ pies/s\ \rightarrow$;

Ecuación (1) en eje Y: $\frac{W_a}{g}(v_B)_y = \frac{W_1}{g}(v_{F1})_y + \frac{W_2}{g}(v_{F2})_y$;

El segundo proyectil después de estallar sube verticalmente luego de explosión;

Con datos: $\frac{10}{32.2}(0) = \frac{5}{32.2}(v_{F1})_y + \frac{5}{32.2}(12)$;

De donde la velocidad vertical de la primera; $(v_{F1})_y = -12\ pies/s = 12\ pies/s\downarrow$;

Partícula 1: Analizando la primera partícula luego de la explosión, este baja hacia abajo verticalmente con una velocidad inicial de 12 pies/s y horizontalmente con una velocidad constante de 80 pies/s.

Particula 2: La segunda partícula solo se mueve verticalmente luego de explosión.

Para la primera particula tenemos;

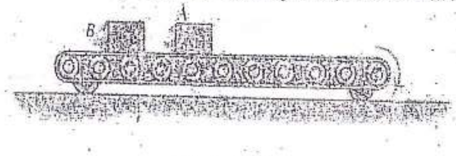
$(+\downarrow)s_y = (s_O)_y + (v_O)_y t + \frac{1}{2}a_c t^2$; inicialmente esta a una altura de 74.53 pies;

Con datos: $74.53 = 0 + 12t + \frac{1}{2}(32.2)t^2$; demora en caer; $t = 1.810980827\ s$;

Por lo cual ha recorrido horizontalmente; $(+\rightarrow)\ R = 80(1.810980827) = 144.8785\ pies$;

Como la partícula solo se mueve verticalmente no tiene avance horizontal; por lo cual al caer al piso, su separación es; $R = 144.8785\ pies$.

15.46.- Dos cajas A y B, cada una con peso de 160 lb, están situadas sobre la banda transportadora de 500 lb que puede rodar libremente sobre el suelo. Si la banda parte del reposo y comienza a moverse con rapidez de 3 pies/s, determine su rapidez final cuando (a) las cajas no están encimadas y A sale fuera de la banda y luego B también sale, y (b) A está encima de B y ambas salen juntas de la banda.



Prob. 15-46

Solución:

Cálculo de velocidad absoluta final de la banda transportadora:

a) Cuando las cajas A y B salen de la banda uno después de otro;

$(+\rightarrow)\ \sum mv_1 = \sum mv_2$;

Instante 1: Cajas y banda en reposo;

Instante 2: Cajas y banda transportadora se mueven con velocidades promedio constantes;

Con datos: $0 = \left(\frac{320}{32.2}\right)(v_C) - \left(\frac{500}{32.2}\right)(v_{BT})$ ..(1);

Velocidad relativa: $(+\rightarrow)\ v_C = v_{BT} + v_{C/BT}$;

Con datos: $v_C = -v_{BT} + 3$ ..(2); resolviendo (1) y (2) tenemos;

$v_C = 1.8292683 pies/s \rightarrow$; $v_{BT} = 1.1707312 pies/s \leftarrow$;

b) Cuando las cajas A y B están uno sobre otro y salen de la banda así.

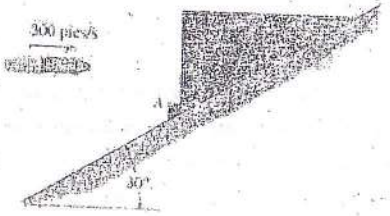
Esta situación no altera el resultado anterior;

La rapidez de la barra transportadora será;

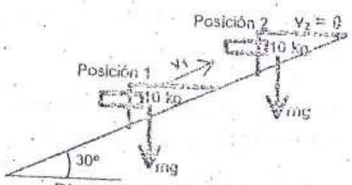
a) $v_{BT} = 1.1707312\ pies/s \leftarrow$

b) $v_{BT} = 1.1707312\ pies/s \leftarrow$

15.47.- El bloque de 10 kg es mantenido en reposo sobre el plano inclinado por medio del tope colocado en A. Si la bala de 10 g está viajando a 300 m/s cuando se incrusta en el bloque de 10 kg, determine la distancia que el bloque se deslizará hacia arriba del plano antes de detenerse momentáneamente.



Prob. 15-47



Bloque luego del impacto de la bala en posiciones 1, 2

Solución:

Cálculo de la distancia que sube el bloque por el plano inclinado hasta parar:

Por conservación de momentum lineal; $(+\rightarrow)\sum mv_1 = \sum mv_2$;

Instante 1: Bala antes de chocar al bloque;

Instante 2: Bala incrustado en bloque luego del choque;

En la dirección paralela al eje inclinado; se tiene; $m_b(v_b)_{x'} = (m_b + m_B)v_x$;

Como: $m_b = 0.10$ kg; $m_B = 10$ kg;

$(+\rightarrow)\ 0.01(300\cos 30°) = (0.01 + 10)v$;

Entonces la velocidad inicial del bloque con la bala es: $v = 0.259548\,m/s$;

Luego aplicamos la conservación de energía mecánica: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

Instante 1: Bloque después del impacto;

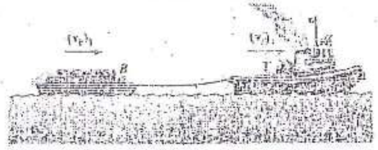
Instante 2: Bloque se detiene al subir;

Con los datos conocidos; $0 + \frac{1}{2}(10 + 0.01)(0.259548)^2 = 0 + (10.01)(9.81)h$;

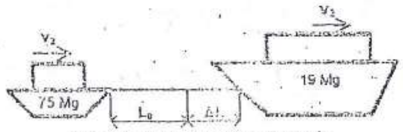
De donde: $h = 0.003433498\ m = 3.433498 mm$;

La distancia que sube en el plano es; $d = 3.433498/sen30° = 6.867\ mm$;

15.48.- Un bote remolcador T con masa de 19 Mg está unido a una barcaza B con masa de 75 Mg. Si la cuerda es "elástica" de tal manera que tiene rigidez k = 600 kN/m, determine el alargamiento máximo en la cuerda durante el remolque inicial. Originalmente, tanto el remolcador como la barcaza se están moviendo en la misma dirección con rapidez $(v_T)_1 = 15$ km/h y $(v_B)_1 = 10$ km/h, respectivamente. Desprecie la resistencia del agua.



Prob. 15-48



Bote y barcaza con soga tensada al máximo en el instante 2

Solución:

Cálculo de la deformación máxima de la soga cuando las velocidades se igualan:

Al inicio T y B se mueven con velocidades; $(v_T)_1 = 15\,km/h = 4.167\ m/s$;

$(v_B)_1 = 10\,km/h = 2.778\ m/s$;

Por conservación de momentum lineal; $(+\rightarrow)\sum mv_1 = \sum mv_2$;

Instante 1: B y T se mueven con soga floja;

Instante 2: B y T cuando la soga se tensa;

Como la soga se tensa B y T adquieren v_2; $19000(4.167) + 75000(2.778) = (19000 + 75000)v_2$;

De donde: $v_2 = 3.05851\ m/s$;

Por conservación de energía mecánica; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$ ..(1);

Instante 1: B y T se mueven con soga floja;

Instante 2: B y T cuando la soga se tensa al máximo;

Con datos en (1); $T_1 = \frac{1}{2}(19000)(4.167)^2 + \frac{1}{2}(75000)(2.778)^2$;

Cinética inicial de T y B: $T_1 = 454.282\ kJ$; $T_2 = \frac{1}{2}(19000 + 75000)(3.059)^2$;

Cinética final de T y B: $T_2 = 439.661\ kJ$;

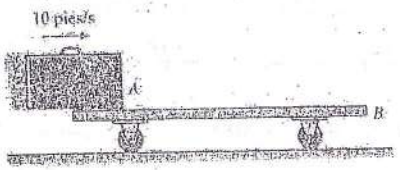
Luego como la ecuación (1) puede ser; $\frac{1}{2}m_T v_T^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{2}(m_T + m_B)v_2^2 + \frac{1}{2}k(\Delta L)^2$;

Con los valores conocidos; y k = 600 kN/m;

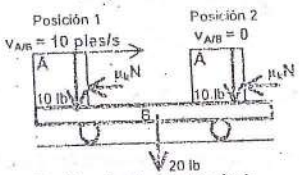
$454.282(10^3) + 0 = 439.661(10^3) + \frac{1}{2}(600)(10^3)(\Delta L)^2$; de donde; $\Delta L = 0.220763825\ m$;

¡Es la máxima deformación de la soga luego de tensarse.

15.49.- El carro B de 20 lb está soportado sobre rodillos de tamaño insignificante. Si una maleta A de 10 lb se lanza horizontalmente sobre el carro a 10 pies/s, determine el tiempo que A se desliza con respecto a B, y la velocidad final de A y B. El coeficiente de fricción cinética entre A y B es $\mu_k = 0.4$.



Probs. 15-49/50



Deslizamiento relativo de A sobre B hasta detenerse

Solución:

Cálculo de la velocidad final de A y B:

Por conservación de momentum lineal; $(+\rightarrow)\ \sum m v_1 = \sum m v_2$ ..(1);

Instante 1: A se mueve y B esta fijo;

Instante 2: A y B se mueven juntos;

Si: W_A = 10 lb; W_B = 20 lb y $(v_A)_1$ = 10 pie/s;

Luego en (1): $\left(\frac{10}{32.2}\right)(10) + 0 = \left(\frac{10+20}{32.2}\right)v_2$; de donde; $v_2 = 3.33\ pies/s$;

Cálculo del tiempo que A se desliza en B:

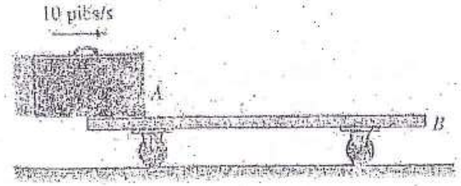
Por principio de impulso y momentum de A; $m v_1 + \sum \int F\,dt = m v_2$;

Con valores conocidos; $\frac{W_A}{g}v_1 - \mu_k W_A(\Delta t) = \frac{W_A}{g}v_2$;

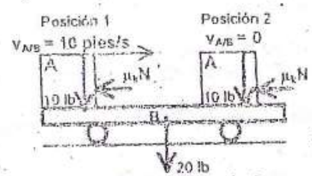
Como $\mu_k = 0.4$; en lo anterior tenemos; $\left(\frac{10}{32.2}\right)(10) - 0.4(10)(\Delta t) = \left(\frac{10}{32.2}\right)(3.33)$;

Tiempo que desliza A es: $\Delta t = 0.517598343\ s$.

15.50.- El carro B de 20 lb está soportado sobre rodillos de tamaño insignificante. Si una maleta A de 10 lb es lanzada horizontalmente sobre el carro a 10 pies/s determine el tiempo t y la distancia que B se mueve antes que A se detenga con respecto a B. El coeficiente de fricción cinética entre A y B es $\mu_k = 0.4$.



Probs. 15-49/50



Deslizamiento relativo de A sobre B hasta detenerse

Solución:

Cálculo del tiempo y la distancia que se mueve B antes que A se detenga sobre el:

Por conservación de momentum lineal; $(+\rightarrow)\ \sum m v_1 = \sum m v_2$ ..(1);

Instante 1: A se mueve y B esta fijo;

Instante 2: A y B se mueven juntos;

Si sabemos que; W_A = 10 lb; W_B = 20 lb y $(v_A)_1$ = 10 pie/s;

Luego en (1): $\left(\frac{10}{32.2}\right)(10) + 0 = \left(\frac{10+20}{32.2}\right)v_2$; de donde; $v_2 = 3.33\ pies/s$;

Por principio de impulso y momentum de A; $mv_1 + \sum \int F\,dt = m v_2$;

Con valores conocidos; $\frac{W_A}{g}v_1 - \mu_k W_A(\Delta t) = \frac{W_A}{g}v_2$;

Como $\mu_k = 0.4$; en lo anterior tenemos; $\left(\frac{10}{32.2}\right)(10) - 0.4(10)(\Delta t) = \left(\frac{10}{32.2}\right)(3.33)$;

Tiempo que desliza A es: $\Delta t = 0.517598343\, s$.

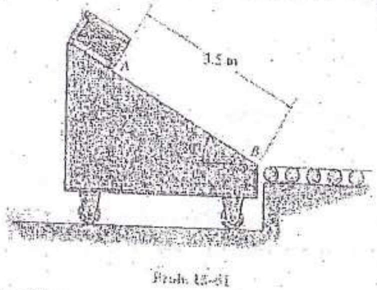
Analizamos el bloque B con cinemática; sabemos; $(+\rightarrow)\, v = v_o + a_c t$;

Luego con datos: $3.33 = 0 + a_c t$; de donde; $a_c = 6.44\, pie/s^2$;

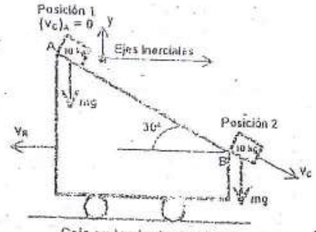
Luego el espacio recorrido por B hasta que A se detenga sobre el es;

$s = \frac{1}{2}a_c t^2 = \frac{1}{2}(6.440)(0.5176)^2$; de donde; $s = 0.8626639\, pies$.

15.51.- Una rampa de rodamiento libre tiene masa de 40 kg. Una caja de 10 kg es liberada del reposo en el punto A y se desplaza hacia abajo 3.5 m hasta el punto B. Si la superficie de la rampa es lisa, determine su rapidez cuando la caja llega a B. También, ¿Cuál es la velocidad de la caja?.



Prob. 15-51



Caja en los instantes 1 y 2

Solución:

Cálculo de las velocidades absolutas de la rampa y de la caja cuando este llega a B:

Conservación de energía mecánica de la caja y la rampa cuando cae la caja por AB;

$Ec_{cajaA} + Ep_{cajaA} = Ec_{cajaB} + Ep_{cajaB} + Ec_{rampa}$;

$\frac{1}{2}mv^2_{cajaA} + mgh_{cajaA} = \frac{1}{2}mv^2_{cajaB} + mgh_{cajaB} + Ec_{rampa}$;

El nivel cero de energía potencial es la horizontal que pasa por B;

$0 + 10(9.81)(3.5)sen30° = \frac{1}{2}(10)v^2_{cajaB} + \frac{1}{2}(40)v^2_{rampa}$; de donde; $171.675 = 5v_C^2 + 20v_R^2$ (1);

La relación vectorial de la velocidad relativa entre la caja y la rampa;

$v_C = v_R + v_{C/R}$; $v_C = -v_R i + (v_{C/R}\cos 30° i - v_{C/R} sen30°\, j)$;

De donde: $v_C = (0.8660v_{C/R} - v_R)i - 0.5v_{C/R}j$ (2);

La magnitud de la velocidad de la caja es; $v_C = \sqrt{(0.8660v_{C/R} - v_R)^2 + (-0.5v_{C/R})^2}$;

Luego: $v_C = \sqrt{v^2_{C/R} + v_R^2 - 1.732v_R v_{C/R}}$ ..(3);

Por conservación de momentum lineal del sistema caja rampa; $(+\rightarrow) \sum mv_1 = \sum mv_2$;

Instante 1: Cuando la caja esta en A;

Instante 2: Cuando la caja esta en B;

Lo anterior con valores; $0 = m_C(v_C)_x + m_R v_R$;

Luego; $(+\rightarrow)\ 0 = 10(0.8660v_{C/R} - v_R) + 40(-v_R)$ ..(4);

Con las ecuaciones (1), (3) y (4); $v_R = 1.101\, m/s \leftarrow$; $v_C = 5.43\, m/s$; $v_{C/R} = 6.356\, m/s$

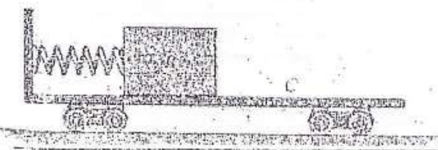
Con esto en la ecuación (2) se tiene; $v_C = [0.8660(6.356) - 1.101]\, i - 0.5(6.356))\, j$;

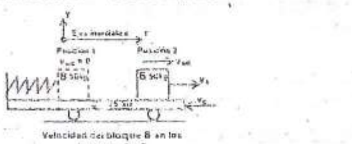
La velocidad absoluta de la caja cuando llega a B será en su forma vectorial;

$v_C = \{4.4033i - 3.178\, j\}\, m/s$;

La dirección de v_C forma el ángulo Ø con el eje X; $\phi = \tan^{-1}\frac{3.178}{4.4033} = 35.8192°$.

15.52.- El bloque tiene masa de 50 kg y descansa sobre la superficie del carro que tiene masa de 75 kg. Si el resorte que está unido al carro y no al bloque es comprimido 0.2 m y el sistema es liberado del reposo, determine la rapidez del bloque después que el resorte pierde su deformación. Desprecie la masa de las ruedas del carro y del resorte, así como la fricción en los cálculos. Considere k = 300 N/m.





Velocidad del bloque B en los instantes 1 y 2

Solución:

Cálculo de la rapidez absoluta del bloque cuando el resorte recupera de compresión:

Por conservación de energía mecánica; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

Instante 1: Resorte deformado al máximo;
Instante 2: Resorte pierde deformación;

Lo anterior con valores; $[0+0]+\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_b v_b^2 + \frac{1}{2}m_c v_c^2$;

Con los datos conocidos en lo anterior; $[0+0]+\frac{1}{2}(300)(0.2)^2 = \frac{1}{2}(50)(v_b)^2 + \frac{1}{2}(75)(v_c)^2$;

La relación de velocidades del bloque y carro en el instante 2 es: $12 = 50v_b^2 + 75v_c^2$ ..(1);

Por conservación de momentum lineal del sistema caja rampa; $(+\rightarrow)\sum mv_1 = \sum mv_2$;

Instante 1: Resorte deformado al máximo;
Instante 2: Resorte pierde deformación;

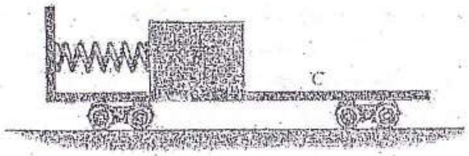
Lo anterior con valores conocidos; $0+0 = 50v_b - 75v_c$;

De donde: $v_b = 1.5v_c$ ..(2);

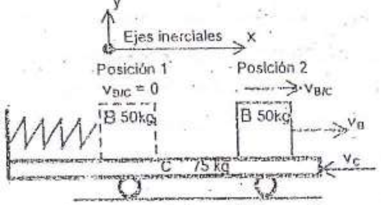
Resolviendo (1) y (2) tenemos; Velocidad del carro; $v_c = 0.25298\, m/s \leftarrow$;

Velocidad del bloque; $v_b = 0.37947\ m/s \rightarrow$.

15.53.- El bloque tiene masa de 50 kg y descansa sobre la superficie del carro que tiene masa de 75 kg. Si el resorte que está unido al carro y no al bloque es comprimido 0.2 m y el sistema se libera del reposo, determine la rapidez del bloque con respecto al carro después que el resorte deja de estar deformado. Desprecie la masa de la ruedas y del resorte así como la fricción en los cálculos. Considere k = 300 N/m.



Probs. 15-52/53



Velocidad relativa del bloque B en los instantes 1 y 2

Solución:

Cálculo de la velocidad relativa del bloque respecto del carro en prob. anterior:

Por conservación de energía mecánica; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

Instante 1: Resorte deformado al máximo;
Instante 2: Resorte pierde deformación;

Lo anterior con datos; $[0+0]+\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_b v_b^2 + \frac{1}{2}m_c v_c^2$;

Con los datos conocidos en lo anterior; $[0+0]+\frac{1}{2}(300)(0.2)^2 = \frac{1}{2}(50)(v_b)^2 + \frac{1}{2}(75)(v_c)^2$;

La relación de velocidades del bloque y carro en el instante 2 es: $12 = 50v_b^2 + 75v_c^2$ ..(1);

Por conservación de momentum lineal del sistema caja rampa; $(+\rightarrow)\sum mv_1 = \sum mv_2$;

Instante 1: Resorte deformado al máximo;
Instante 2: Resorte pierde deformación;

Lo anterior con datos conocidos; $0+0 = 50v_b - 75v_c$;

De donde: $v_b = 1.5v_c$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2) tenemos;

Velocidad del carro: $v_c = 0.25298\, m/s \leftarrow$;

Velocidad del bloque: $v_b = 0.37947\ m/s \rightarrow$.

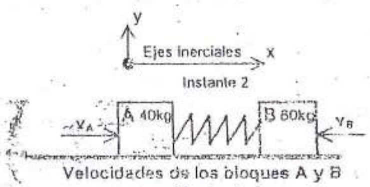
La relación de las velocidades del bloque y el carro en el instante 2 es: $v_b = v_c + v_{b/c}$;

Con datos: $(+\rightarrow)\ 0.37947 = -0.25298 + v_{b/c}$; de donde; $v_{b/c} = 0.63245\ m/s \rightarrow$.

Es la velocidad de bloque respecto del carro cuando el resorte recupera su longitud.

15.54.- Los bloques A y B tienen masa de 40 y 60 kg respectivamente. Se encuentran colocados sobre una superficie lisa y el resorte que los conecta está estirado 2 m. Si ambos bloques son liberados del reposo, determine su rapidez en el instante que el resorte no está alargado.

Prob. 15-54



Velocidades de los bloques A y B en el instante 2

Solución:

Cálculo de las velocidades de los bloques A y B cuando el resorte recupere su longitud:

Por conservación de momentum lineal del sistema de bloques A y B;

Por principio de impulso y momentum de A; $mv_1 + \sum \int F\,dt = m v_2$;

Con valores conocidos; $\dfrac{W_A}{g} v_1 - \mu_k W_A(\Delta t) = \dfrac{W_A}{g} v_2$;

Como $\mu_k = 0.4$; en lo anterior tenemos; $\left(\dfrac{10}{32.2}\right)(10) - 0.4(10)(\Delta t) = \left(\dfrac{10}{32.2}\right)(3.33)$;

Tiempo que desliza A es: $\Delta t = 0.517598343\,s$.

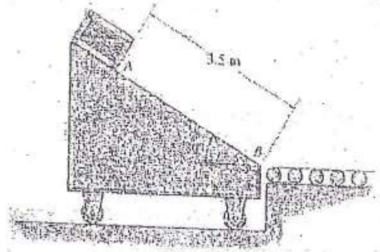
Analizamos el bloque B con cinemática; sabemos; $(+\rightarrow)\, v = v_o + a_c t$;

Luego con datos: $3.33 = 0 + a_c t$; de donde; $a_c = 6.44\, pie/s^2$;

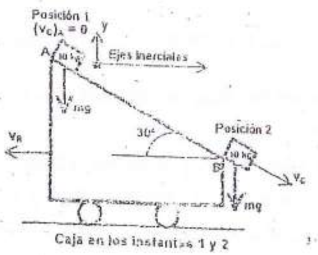
Luego el espacio recorrido por B hasta que A se detenga sobre el es;

$s = \dfrac{1}{2} a_c t^2 = \dfrac{1}{2}(6.440)(0.5176)^2$; de donde; $s = 0.8626639\, pies$.

15.51.- Una rampa de rodamiento libre tiene masa de 40 kg. Una caja de 10 kg es liberada del reposo en el punto A y se desplaza hacia abajo 3.5 m hasta el punto B. Si la superficie de la rampa es lisa, determine su rapidez cuando la caja llega a B. También ¿Cuál es la velocidad de la caja?.



Prob. 15-51



Solución:

Cálculo de las velocidades absolutas de la rampa y de la caja cuando este llega a B:

Conservación de energía mecánica de la caja y la rampa cuando cae la caja por AB;

$Ec_{cajaA} + Ep_{cajaA} = Ec_{cajaB} + Ep_{cajaB} + Ec_{rampa}$;

$\dfrac{1}{2} m v^2_{cajaA} + mgh_{cajaA} = \dfrac{1}{2} m v^2_{cajaB} + mgh_{cajaB} + Ec_{rampa}$;

El nivel cero de energía potencial es la horizontal que pasa por B;

$0 + 10(9.81)(3.5)sen30° = \dfrac{1}{2}(10)v^2_{cajaB} + \dfrac{1}{2}(40)v^2_{rampa}$; de donde; $171.675 = 5v_C^2 + 20v_R^2$ (1);

La relación vectorial de la velocidad relativa entre la caja y la rampa;

$v_C = v_R + v_{C/R}$; $v_C = -v_R i + (v_{C/R}\cos 30°\, i - v_{C/R} sen 30°\, j)$;

De donde: $v_C = (0.8660 v_{C/R} - v_R) i - 0.5 v_{C/R} j$ (2);

La magnitud de la velocidad de la caja es; $v_C = \sqrt{(0.8660 v_{C/R} - v_R)^2 + (-0.5 v_{C/R})^2}$;

Luego: $v_C = \sqrt{v^2_{C/R} + v_R^2 - 1.732 v_R v_{C/R}}$ ..(3);

Por conservación de momentum lineal del sistema caja rampa; $(+\rightarrow) \sum m v_1 = \sum m v_2$;

Instante 1: Cuando la caja ésta en A;

Instante 2: Cuando la caja esta en B;

Lo anterior con valores; $0 = m_C (v_C)_x + m_R v_R$;

Luego; $(+\rightarrow)\ 0 = 10(0.8660 v_{C/R} - v_R) + 40(-v_R)$ ..(4);

Con las ecuaciones (1), (3) y (4); $v_R = 1.101\, m/s \leftarrow$; $v_C = 5.43\, m/s$; $v_{C/R} = 6.356\, m/s$

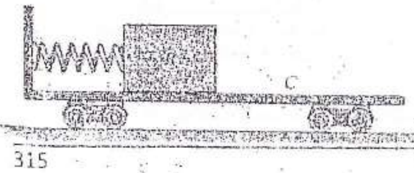
Con esto en la ecuación (2) se tiene; $v_C = [0.8660(6.356) - 1.101]\, i - 0.5(6.356))\, j$;

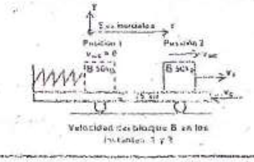
La velocidad absoluta de la caja cuando llega a B será en su forma vectorial;

$v_C = \{4.4033 i - 3.178 j\}\, m/s$;

La dirección de v_C forma el ángulo Ø con el eje X; $\phi = \tan^{-1} \dfrac{3.178}{4.4033} = 35.8192°$.

15.52.- El bloque tiene masa de 50 kg y descansa sobre la superficie del carro que tiene masa de 75 kg. Si el resorte que está unido al carro y no al bloque es comprimido 0.2 m y el sistema es liberado del reposo, determine la rapidez del bloque después que el resorte pierde su deformación. Desprecie la masa de las ruedas del carro y del resorte, así como la fricción en los cálculos. Considere k = 300 N/m.





Solución:

Cálculo de la rapidez absoluta del bloque cuando el resorte recupera de compresión:

Por conservación de energía mecánica; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

Instante 1: Resorte deformado al máximo;
Instante 2: Resorte pierde deformación;

Lo anterior con valores; $[0+0]+\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_b v_b^2 + \frac{1}{2}m_c v_c^2$;

Con los datos conocidos en lo anterior; $[0+0]+\frac{1}{2}(300)(0.2)^2 = \frac{1}{2}(50)(v_b)^2 + \frac{1}{2}(75)(v_c)^2$;

La relación de velocidades del bloque y carro en el instante 2 es: $12 = 50v_b^2 + 75v_c^2$ ..(1);

Por conservación de momentum lineal del sistema caja rampa; $(+\rightarrow)\sum_1 mv_1 = \sum_2 mv_2$;

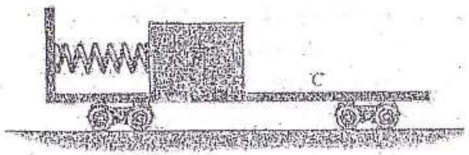
Instante 1: Resorte deformado al máximo;
Instante 2: Resorte pierde deformación;
Lo anterior con valores conocidos; $0 + 0 = 50v_b - 75v_c$;

De donde: $v_b = 1.5v_c$ ..(2);

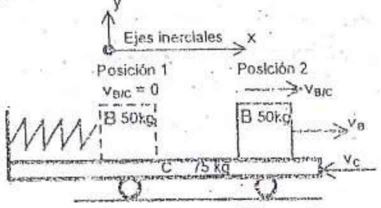
Resolviendo (1) y (2) tenemos; Velocidad del carro; $v_c = 0.25298 m/s \leftarrow$;

Velocidad del bloque; $v_b = 0.37947\ m/s \rightarrow$.

15.53.- El bloque tiene masa de 50 kg y descansa sobre la superficie del carro que tiene masa de 75 kg. Si el resorte que está unido al carro y no al bloque es comprimido 0.2 m y el sistema se libera del reposo, determine la rapidez del bloque con respecto al carro después que el resorte deja de estar deformado. Desprecie la masa de la ruedas y del resorte así como la fricción en los cálculos. Considere k = 300 N/m.



Probs. 15-52/53



Velocidad relativa del bloque B en los instantes 1 y 2

Solución:

Cálculo de la velocidad relativa del bloque respecto del carro en prob. anterior:

Por conservación de energía mecánica; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

Instante 1: Resorte deformado al máximo;
Instante 2: Resorte pierde deformación;

Lo anterior con datos; $[0+0]+\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_b v_b^2 + \frac{1}{2}m_c v_c^2$;

Con los datos conocidos en lo anterior; $[0+0]+\frac{1}{2}(300)(0.2)^2 = \frac{1}{2}(50)(v_b)^2 + \frac{1}{2}(75)(v_c)^2$;

La relación de velocidades del bloque y carro en el instante 2 es: $12 = 50v_b^2 + 75v_c^2$ ..(1);

Por conservación de momentum lineal del sistema caja rampa; $(+\rightarrow)\sum_1 mv_1 = \sum_2 mv_2$;

Instante 1: Resorte deformado al máximo;
Instante 2: Resorte pierde deformación;
Lo anterior con datos conocidos; $0 + 0 = 50v_b - 75v_c$;

De donde: $v_b = 1.5v_c$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2) tenemos;

Velocidad del carro: $v_c = 0.25298 m/s \leftarrow$;

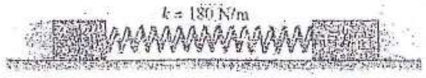
Velocidad del bloque: $v_b = 0.37947\ m/s \rightarrow$.

La relación de las velocidades del bloque y el carro en el instante 2 es: $v_b = v_c + v_{b/c}$;

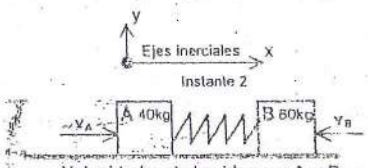
Con datos: $(+\rightarrow)\ 0.37947 = -0.25298 + v_{b/c}$; de donde; $v_{b/c} = 0.63245\ m/s \rightarrow$.

Es la velocidad de bloque respecto del carro cuando el resorte recupera su longitud.

15.54.- Los bloques A y B tienen masa de 40 y 60 kg respectivamente. Se encuentran colocados sobre una superficie lisa y el resorte que los conecta está estirado 2 m. Si ambos bloques son liberados del reposo, determine su rapidez en el instante que el resorte no está alargado.



Prob. 15-54



Velocidades de los bloques A y B en el instante 2

Solución:

Cálculo de las velocidades de los bloques A y B cuando el resorte recupere su longitud:

Por conservación de momentum lineal del sistema de bloques A y B;

$(+\rightarrow)\sum mv_1 = \sum mv_2$;

Instante 1: Resorte deformado al máximo y los bloques A y B en reposo;
Instante 2: Resorte recupera su longitud inicial luego que es soltado;
Conociendo sus masas tenemos; $0 + 0 = 40v_A' - 60v_B$..(1);

Por conservación de energía mecánica; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

Lo anterior con datos; $[0+0] + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$;

Instante 1: Resorte deformado al máximo y los bloques A y B en reposo;
Instante 2: Resorte recupera su longitud inicial luego que es soltado;
Conociendo sus masas tenemos;

Lo anterior con datos conocidos; $0 + \frac{1}{2}(180)(2)^2 = \frac{1}{2}(40)(v_A)^2 + \frac{1}{2}(60)(v_B)^2$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2) tenemos; $v_A = 3.286335\ m/s$; $v_B = 2.19089\ m/s$;

Las velocidades de los bloques A y B una ves que el resorte recupera su longitud.

DINAMICA

PROBLEMAS RESUELTOS

15.4 IMPACTO

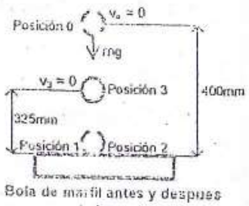
15.55.- Una bola de marfil con masa de 200 g es liberada del reposo a una altura de 400 mm por arriba de una superficie fija metálica muy grande. Si la bola rebota a una altura de 325 mm por arriba de la superficie, determine el coeficiente de restitución entre la bola y la superficie.

Solución:

Cálculo del coeficiente de restitución entre la bola y la superficie:

Conservación de energía mecánica: $T_0 + V_0 = T_1 + V_1$;

De otra forma se tiene; $\frac{1}{2}m_b v_0^2 + m_b g h_0 = \frac{1}{2}m_b v_1^2 + m_b g h_1$ ..(1);



Bola de marfil antes y despues de impacto

Instante 0: Bola en reposo a 400 mm del suelo;
Instante 1: Bola a punto de impactar en el piso;
Línea de energía potencial cero es la horizontal del piso;

Con datos conocidos en (1); $0 + 0.2(9.81)(0.4) = \frac{1}{2}(0.2)v_1^2 + 0$;

De donde; $v_1 = 2.80143\ m/s$; velocidad de bola antes de impactar al suelo;

Al rebotar sube 325 mm; por energía como el caso anterior se halla la velocidad luego del impacto o velocidad inicial del rebote v_2;

$\frac{1}{2}m_b v_2^2 + m_b g h_2 = \frac{1}{2}m_b v_3^2 + m_b g h_3$ ..(2);

Como; $v_3 = 0$; $h_2 = 0$ y $h_3 = 325$ mm;

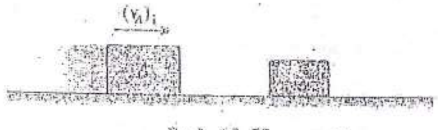
En (2) con valores: $\frac{1}{2}(0.2)v_2^2 = 0 + 0.2(9.81)(0.325)$;

De donde; $v_2 = 2.525\ m/s$; velocidad después del impacto con el piso.

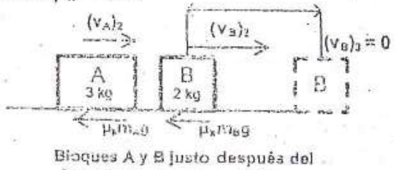
Coeficiente de restitución es: $(+\downarrow)\ e = \frac{(v_T)_2 - v_2}{v_1 - (v_T)_1}$; como la tierra se asume fija;

Tenemos con datos anteriores: $e = \frac{0-(-2.525)}{2.801-0}$; de donde; $e = 0.901$;

15.56.- El bloque A tiene masa de 3 kg y se está deslizando sobre un superficie rugosa horizontal a velocidad $(v_A)_1$ = 2 m/s cuando experimenta una colisión directa con el bloque B, que tiene masa de 2 kg y originalmente está en reposo. Si la colisión es perfectamente elástica (e = 1) determine la velocidad de cada bloque justo después de la colisión y la distancia entre los bloques cuando dejan de deslizarse. El coeficiente de fricción cinética entre los bloques y el plano es μ_k = 0.3.



Prob. 15-56



Bloques A y B justo después del impacto hasta que se detienen

Solución:

Cálculo de la velocidad de los bloques A y B después de la colisión:

Conservación de momentos antes y después del impacto;

$(+\rightarrow)\ \sum mv_1 = \sum mv_2$. Donde; $= m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = m_A(v_A)_2 + m_B(v_B)_2$ ..(1);

Con valores conocidos en (1) se tiene: $3(2)+0 = 3(v_A)_2 + 2(v_B)_2$ ..(2);

Coeficiente de restitución es; $(+\rightarrow)\ e = \dfrac{(v_B)_2 - (v_B)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$;

Como el choque es elástico: $1 = \dfrac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{2-0}$ ..(3);

Resolviendo (2) y (3): $(v_A)_2 = 0.400\ m/s$; $(v_B)_2 = 2.40\ m/s$.

Aplicamos el principio de trabajo y energía para el bloque A:

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$. Donde; $\dfrac{1}{2}m_A(v_A)_1^2 + \sum(Trabajos\ en\ A)_{1-2} = \dfrac{1}{2}m_A(v_A)_2^2$ ..(4);

Con valores en (4); $\dfrac{1}{2}(3)(0.400)^2 - 3(9.81)(0.3)d_A = 0$; luego; $d_A = 0.027183\ m$.

Aplicamos el principio de trabajo y energía para el bloque B:

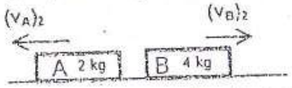
$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$. Donde; $\dfrac{1}{2}m_B(v_B)_1^2 + \sum(Trabajos\ en\ B)_{1-2} = \dfrac{1}{2}m_B(v_B)_2^2$ ..(4);

Con valores en (4); $\dfrac{1}{2}(2)(2.40)^2 - 2(9.81)(0.3)d_B = 0$; luego; $d_B = 0.978593\ m$.

Luego la distancia que los separa es; $d = d_B - d_A = 0.95141\ m$.

15.57.- El disco A tiene masa de 2 kg y se desliza hacia delante sobre la superficie lisa con velocidad $(v_A)_1$ = 5 m/s cuando golpea al disco B de 4 kg el cual se desliza hacia A a $(v_B)_1$ = 2 m/s, con un impacto central directo. Si el coeficiente de restitución entre los discos es e = 0.4, calcule las velocidades de A y B justo después de la colisión.

Prob. 15-57



Bloques A y B justo después del impacto

Solución:

Cálculo de las velocidades de A y B justo después de la colisión:

Conservación de Momentum antes y después de la colisión:

$m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = m_A(v_A)_2 + m_B(v_B)_2$;

Con datos conocidos; $(+\rightarrow)\ 2(5) + 4(-2) = 2(v_A)_2 + 4(v_B)_2$ (1);

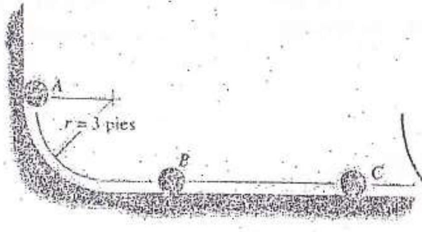
Coeficiente de restitución es; $e = \dfrac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$;

Datos en lo anterior se tiene; $(+\rightarrow)\ 0.4 = \dfrac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{5-(2)}$ (2);

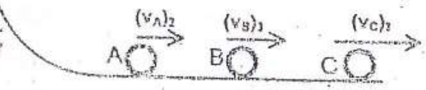
Resolviendo (1) y (2) tenemos;

$(v_A)_2 = -1.53\ m/s = 1.53\ m/s \leftarrow$; $(v_B)_2 = 1.27\ m/s \rightarrow$.

15.58.- Las tres bolas pesan cada una 0.5 lb y tienen coeficiente de restitución e = 0.85. Si la bola A es liberada del reposo y golpea a la bola B y luego la bola B golpea a la bola C, determine la velocidad de cada bola después que ocurre la segunda colisión. Las bolas se deslizan sin fricción.



Prob. 15-58



Bloques A, B y C justo después

Solución:

Cálculo de la velocidad de las bolas A, B y C luego del último impacto:

Conservación de energía mecánica: $T_0 + V_0 = T_1 + V_1$;

De otra forma se tiene; $\dfrac{1}{2}m_A v_0^2 + m_A g h_0 = \dfrac{1}{2}m_A(v_A)_1^2 + m_A g h_1$ ..(1);

Instante 0: Bola en reposo a 3 pies del suelo;

Instante 1: Bola A a punto de impactar con bola B;

Línea de energía potencial cero es la horizontal del piso;

Con datos conocidos en (1); $0+(0.5)(3)=\frac{1}{2}\left(\frac{0.5}{32.2}\right)(v_A)_1^2+0$;

De donde; $(v_A)_1 = 13.90\ pies/s$; velocidad de A antes de impactar a la bola B;

Conservación de Momentum antes y después de la colisión de A y B:

$m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = m_A(v_A)_2 + m_B(v_B)_2$;

Con datos conocidos; $(+\rightarrow)$ $(\frac{0.5}{32.2})(13.90)+(\frac{0.5}{32.2})(0)=(\frac{0.5}{32.2})(v_A)_2+(\frac{0.5}{32.2})(v_B)_2$ (2);

El coeficiente de restitución; $(+\rightarrow)$ $e=\frac{(v_B)_2-(v_A)_2}{(v_A)_1-(v_B)_1}$;

Luego con datos conocidos; $0.85=\frac{(v_B)_2-(v_A)_2}{13.90-0}$ ..(3);

Resolviendo (2) y (3); $(v_A)_2 = 1.0425\,pies/s$; $(v_B)_2 = 12.8575\ pies/s$.

Conservación de Momentum antes y después de la colisión de B y C:

$m_C(v_C)_2 + m_B(v_B)_2 = m_C(v_C)_3 + m_B(v_B)_3$;

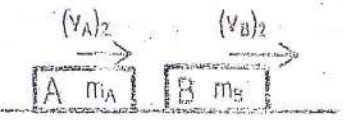
Con datos conocidos; $(+\rightarrow)$ $(\frac{0.5}{32.2})(0)+(\frac{0.5}{32.2})(12.86)=(\frac{0.5}{32.2})(v_C)_3+(\frac{0.5}{32.2})(v_B)_3$ (4);

El coeficiente de restitución; $(+\rightarrow)$ $e=\frac{(v_C)_3-(v_B)_3}{(v_B)_2-(v_C)_2}$;

Luego con datos conocidos; $0.85=\frac{(v_C)_3-(v_B)_3}{12.86-0}$ ..(5);

Resolviendo (4) y (5); $(v_B)_3 = 0.9643\,pies/s$; $(v_C)_3 = 11.8932\,pies/s$.

15.59.- Si los discos A y B tienen la misma masa y están sometidos a un impacto central directo de manera tal que la colisión es perfectamente elástica (e = 1), pruebe que la energía cinética antes de la colisión es igual a la energía cinética después de la colisión. La superficie por la cual se deslizan los discos es liza.



Bloques A y B justo después del impacto

Solución:

Prueba de que la energía cinética no se altera con la colisión elástica sin fricción:

Conservación de momentum; $(+\rightarrow)$ $\sum mv_1 = \sum mv_2$;

Colisión de discos A y B; $m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = m_A(v_A)_2 + m_B(v_B)_2$;

Reordenando tenemos; $m_A[(v_A)_1-(v_A)_2]=m_B[(v_B)_2-(v_B)_1]$ (1);

Coeficiente de restitución; $(+\rightarrow)$ $e=\frac{(v_B)_2-(v_A)_2}{(v_A)_1-(v_B)_1}$; como es elástico e = 1;

Con lo cual; $(v_B)_2-(v_A)_2=(v_A)_1-(v_B)_1$ (2);

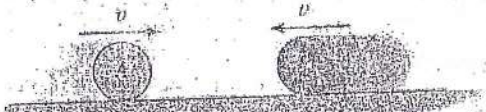
ombinando las ecuaciones (1) y (2) tenemos;

$m_A[(v_A)_1-(v_A)_2][(v_A)_1+(v_A)_2]=m_B[(v_B)_2-(v_B)_1][(v_B)_2+(v_B)_1]$;

Multiplicando $1/2$; a cada miembro de la ecuación anterior se tiene;

$\frac{1}{2}m_A(v_A)_1^2+\frac{1}{2}m_B(v_B)_1^2=\frac{1}{2}m_A(v_A)_2^2+\frac{1}{2}m_B(v_B)_2^2$; l.q.q.d.

15.60.- Cada bola tiene masa m y el coeficiente de restitución entre ellas es e. Si se acercan entre si a velocidad v, determine su rapidez después de la colisión. También determine su velocidad común cuando alcanzan el estado de deformación máxima. Desprecie el tamaño de cada bola



Prob. 15-60

Bloques A y B justo después del impacto

Solución:

Cálculo de rapidez de A y B después de la colisión:

Conservación de momentum; $(+\rightarrow)\ \sum mv_1 = \sum mv_2$;

Con valores conocidos; $mv - mv = mv_A + mv_B$;

De donde; $v_A = -v_B$ ..(1);

Coeficiente de restitución; $(+\rightarrow)\ e = \dfrac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1} = \dfrac{v_B - (-v_B)}{v - (-v)}$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2) tenemos; $v_B = ev \rightarrow$; $v_A' = -ev = ev \leftarrow$;

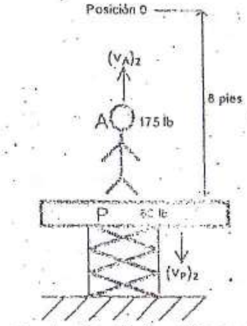
Cálculo de rapidez de A y B luego de máxima deformación:

Con máxima deformación ambos adquieren igual velocidad; $v_A = v_B = v_F$;

Conservación de momentum; $(+\rightarrow)\sum mv_1 = \sum mv_1$;

Con valores; $mv - mv = (2m)v_F$; de donde; $v_F = v_A = v_B = 0$.

15.61.- El hombre A tiene un peso de 175 lb y salta del reposo hasta una altura h = 8 pies sobre una plataforma P. con peso de 60 lb. La plataforma está montada en un resorte que tiene rigidez k = 200 lb/pie. Determine (a) las velocidades de A y P justo después del impacto y (b) la compresión máxima impartida al resorte por el impacto. Suponga que el coeficiente de restitución entre el hombre y la plataforma es e = 0.6 y que el hombre se mantiene rígido durante el movimiento



Hombre A y plataforma P justo después del impacto

Solución:

a) Cálculo de las velocidades de A y P luego del impacto:

Conservación de energía mecánica: $T_0 + V_0 = T_1 + V_1$;

De otra forma se tiene; $\frac{1}{2}m_A v_0^2 + m_A g h_0 = \frac{1}{2}m_A (v_A)_1^2 + m_A g h_1$ ..(1);

Instante 0: Hombre A en reposo a 8 pies sobre la plataforma;

Instante 1: Hombre A a punto de impactar con la plataforma;

Línea de energía potencial cero es la plataforma;

Con datos conocidos en (1); $0 + 175(8) = \frac{1}{2}(\frac{175}{32.2})(v_{A1})^2 + 0$;

De donde; $v_{A1} = 22.698\ pies/s$; velocidad de A antes de impactar con plataforma;

Conservación de momentum; $(+\downarrow)\ \sum mv_1 = \sum mv_2$;

Con valores conocidos; $\dfrac{175}{32.2}(22.698) + 0 = \dfrac{175}{32.2}(v_{A2}) + \dfrac{60}{32.2}(v_{P2})$ ..(2);

Por coeficiente de restitución; $(+\downarrow)\ e = \dfrac{v_{P2} - v_{A2}}{v_{A1} - v_{P1}}$; luego; $0.6 = \dfrac{v_{P2} - v_{A2}}{22.698 - 0}$ ..(3);

Resolviendo (2) y (3) se tiene; $v_{P2} = 27.04\ pies/s$; $v_{A2} = 13.4\ pies/s$;

Cálculo de la deformación máxima del resorte luego del impacto:

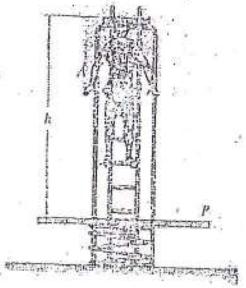
La plataforma deforma al resorte en; $60 = 200(x_{eq})$; $x_{eq} = 0.3\ pies$;

Conservación de energía mecánica de la plataforma; $T_2 + V_2 = T_3 + V_3$;

Con valores; $\frac{1}{2}(\frac{60}{32.2})(27.04)^2+\frac{1}{2}(200)(0.3)^2+0=0+\frac{1}{2}(200)(x+0.3)^2-60(x)$;

De donde; $100x^2-681.206=0$; luego; $x=2.61\ pies$.

15.62.- El hombre A tiene un peso de 100 lb y salta del reposo sobre una plataforma P cuyo peso es de 60 lb. La plataforma está montad en un resorte que tiene rigidez k = 200 lb/pie. Si el coeficiente de restitución entre el hombre y la plataforma es e = 0.6 y el hombre se mantiene rígido durante el movimiento, determine la altura h requerida del salto si la compresión máxima del resorte debe ser de 2 pies.



Solución:

Cálculo de la altura h para que la deformación máxima sea x = 2 pies:

La plataforma deforma al resorte en;

$60=200(x_{eq})$; $x_{eq}=0.3\ pies$;

Conservación de la energía mecánica de la plataforma;

$T_2+V_2=T_3+V_3$..(1);

Instante 2: Plataforma justo después del impacto;

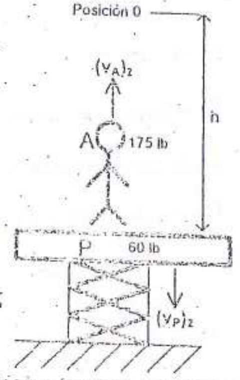
Instante 3: Muelle con deformación máxima;

Línea de energía potencial cero es la plataforma en instante 2;

Con datos conocidos en (1);

$\frac{1}{2}(\frac{60}{32.2})(v_{P2})^2+\frac{1}{2}(200)(0.3)^2+0=0+\frac{1}{2}(200)(2)^2-60(2-0.3)$;

De donde; $v_{P2}=17.6123\ pies/s$;



Hombre A y plataforma P justo después del impacto

Coeficiente de restitución en impacto es; $(+\downarrow)$ $e=\frac{v_{P2}-v_{A2}}{v_{A1}-v_{P1}}$;

Con valores conocidos; $0.6=\frac{17.6123-v_{A2}}{v_{A1}-0}$..(2);

Conservación de momentum en el impacto entre A y P; $(+\downarrow)\sum mv_1=\sum mv_2$;

$\frac{100}{32.2}v_{A1}+0=\frac{100}{32.2}(v_{A2})+\frac{60}{32.2}(17.612)$..(3);

Resolviendo las ecuaciones (2) y (3); $v_{A1}=17.612\ m/s$; $v_{A2}=7.045\ m/s$;

Aplicando conservación de energía mecánica del hombre A; $T_0+V_0=T_1+V_1$..(4);

Instante 0: Hombre A en reposo a h pies sobre la plataforma;

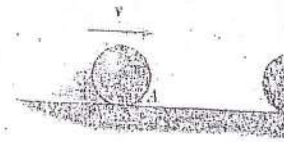
Instante 1: Hombre A a punto de impactar con la plataforma;

Línea de energía potencial cero es la plataforma;

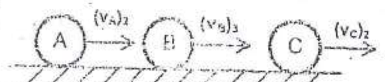
Con datos conocidos en (4); $0+100h=\frac{1}{2}(\frac{100}{32.2})(17.612)^2+0$;

De donde; $h=4.8165\ pies$.

15.63.- Las tres bolas tienen la misma masa m. Si A tiene rapidez v justo antes de una colisión directa con B, determine la rapidez de C después de la colisión. El coeficiente de restitución entre cada bola es e. Desprecie el tamaño de cada bola.



Prob. 15-63



Bloques A, B y C justo después del impacto de B y C

Solución:

Cálculo de la rapidez de C después de la colisión:

Conservación de momentum; luego del choque A-B; $(+\rightarrow)$ $\sum mv_1=\sum mv_2$;

Con la figura adjunta; $m_A(v_A)_1+m_B(v_B)_1=m_A(v_A)_2+m_B(v_B)_2$;

Instante 1; Antes del choque A-B; Instante 2; Después del choque A-B;

Instante 3; Después del choque B – C.

Como B esta estático al inicio; $(+\rightarrow)\ mv+0=m(v_A)_2+m(v_B)_2$ (1);

Coeficiente de restitución entre A y B se tiene: $e=\dfrac{(v_B)_2-(v_A)_2}{(v_A)_1-(v_B)_1}$

Con datos conocidos tenemos; $(+\rightarrow)\ e=\dfrac{(v_B)_2-(v_A)_2}{v-0}$ (2);

Resolviendo las ecuaciones (1) y 2); $(v_A)_2=\dfrac{v(1-e)}{2}$; $(v_B)_2=\dfrac{v(1+e)}{2}$;

Conservación de momentum; luego del choque B - C; $(+\rightarrow)\ \sum mv_1=\sum mv_2$;

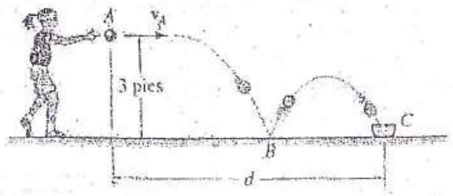
$m_B(v_B)_2+m_C(v_C)_1=m_B(v_B)_3+m_C(v_C)_2$ ..(3);

$(+\rightarrow)\ m\left[\dfrac{v(1+e)}{2}\right]+=0=m(v_B)_3+m(v_C)_2$;

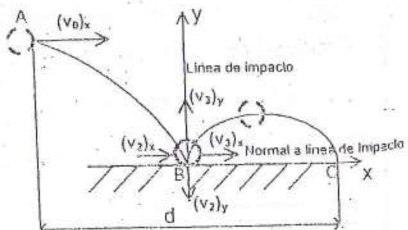
Por coeficiente de restitución: $e=\dfrac{(v_C)_2-(v_B)_3}{(v_B)_2-(v_C)_1}$; $(+\rightarrow)\ e=\dfrac{(v_C)_2-(v_B)_3}{\dfrac{v(1+e)}{2}-0}$ ..(4)

Resolviendo lasa ecuaciones (3) y (4); $(v_C)_2=\dfrac{v(1+e)^2}{4}$; $(v_B)_3=\dfrac{v(1-e^2)}{4}$.

15.64.- Si la niña lanza la pelota con velocidad horizontal de 8 pies/s, determine la distancia d tal que la pelota rebote una vez sobre la superficie lisa y luego entre al tazón ubicado en C. Considere e = 0.8.



Prob. 15-64



Velocidades de la bola en los instantes 2 y 3, justo antes y

Solución:

Cálculo de la distancia horizontal d que recorre la bola:

Caída libre en la vertical A-B; $(+\downarrow)\quad v^2=v_0^2+2a_c(s-s_o)$;

Como cae de 3 pies de altura; $(v_1)_y^2=0+2(32.2)(3)$;

La velocidad vertical con que cae en B es; $(v_1)_y=13.90\ pies/s\downarrow$;

También en la caída A-B; $(+\downarrow)\ s=s_O+v_Ot+\dfrac{1}{2}a_ct$; $3=0+0+\dfrac{1}{2}(32.2)(t_{AB})^2$;

El tiempo que invierte en A-B; $t_{AB}=0.431665847s$;

Por coeficiente de restitución; $(+\downarrow)\ e=\dfrac{(v_2)_y}{(v_1)_y}$; luego; $0.8=\dfrac{(v_2)_y}{(v_1)_y}$;

Con lo cual la velocidad vertical con que la bola se eleva de B; $(v_2)_y=11.197\ pie/s\uparrow$.

En tramo BC tenemos; $(+\downarrow)\quad v=v_O+a_ct$; $11.197=-11.197+32.2(t_{BC})$;

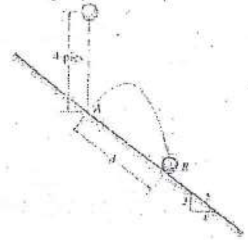
El tiempo en tramo BC será $t_{BC}=0.69546584\ s$;

El tiempo total en AC es; $t_{AC}=t_{AB}+t_{BC}=1.127132s$;

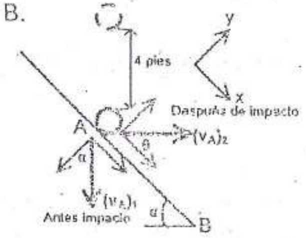
En la componente X el momentum se conserva; entonces la velocidad no se altera;

Recorrido horizontal es; $d=v_A(t_{AC})$; con valores; $d=8(1.127132)$; $d=9.02\ pies$.

5.65.- La bola de 1 lb se libera del reposo y cae una distancia de 4 pies antes de golpear el plano liso en el punto A. Si e = 0.8 determine la distancia d a donde la bola volverá a golpear el plano en el punto B.



Prob. 15-65/66



Velocidad de la bola antes y después del impacto

Solución:

Cálculo de la distancia d para el segundo impacto:

Conservación de energía mecánica en caída vertical; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

Nivel 1 es donde energía potencial es 0; $0+0=\frac{1}{2}(m)(v_A)_1^2 - m(32.2)(4)$;

La velocidad antes de impactar en A es; $(v_A)_1 = \sqrt{2(32.2)(4)} = 16.05\ pies/s$;

La velocidad paralela a la pendiente se mantiene constante antes y después;

Por conservación de momentum; $\downarrow +(v_A)_{2x} = (v_A)_1 sen\alpha = \frac{3}{5}(16.05) = 9.63\ pies/s$;

La velocidad normal al plano inclinado antes y después del impacto es;

$\downarrow +(v_A)_{1y} = (v_A)_1 \cos\alpha = \left(\frac{4}{5}\right)(16.05) = -12.84\ pies/s$; $(v_A)_{2y} = 0.8\left(\frac{4}{5}\right)(16.05) = 10.272\ pies/s$.

La resultante de lo anterior es: $(v_A)_2 = \sqrt{(9.63)^2 + (10.272)^2} = 14.08\ pies/s$;

El ángulo de la resultante con el plano inclinado es; $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{10.272}{9.63}\right) = 46.85°$;

El ángulo de la resultante con la horizontal es; $\phi = 46.85° - \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 9.9777°$;

La bola luego del choque en A se mueve horizontalmente; $(+\rightarrow) s = s_O + v_O t$;

Con datos; $d\left(\frac{4}{5}\right) = 0 + 14.08\cos 9.9777°(t)$..(1);

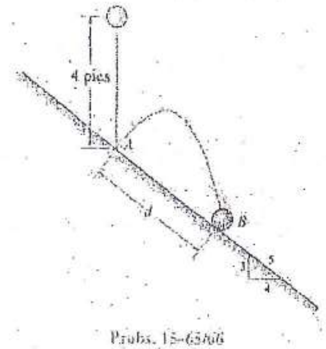
Luego de choque verticalmente; $(+\downarrow) s = s_O + v_O t + \frac{1}{2}a_c t^2$;

Con datos; $d\left(\frac{3}{5}\right) = 0 - 14.08 sen 9.9777°(t) + \frac{1}{2}(32.2)t^2$ ..(2);

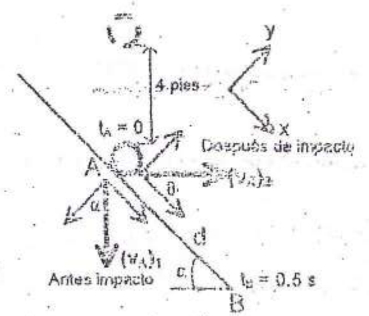
Resolviendo (1) y (2); $t = 0.798\ seg$;

El espacio d en la pendiente para el próximo impacto es; $d = 13.8\ pies$.

15.66.- La bola de 1 lb se libera del reposo y cae una distancia de 4 pies antes de golpear el plano liso en el punto A. Si la bola rebota y en t = 0.5 s de nuevo golpea el plano en el punto B, determine el coeficiente de restitución e entre la bola y el plano. ¿Cuál es la distancia d?.



Probs. 15-65/66



Velocidad de la bola antes y después del impacto

Solución:

Cálculo de la distancia d para el segundo impacto y el coeficiente de restitución e:

Conservación de energía macánica en caída vertical; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

Nivel 1 es donde energía potencial es 0; $0+0=\frac{1}{2}(m)(v_A)_1^2 - m(32.2)(4)$;

La velocidad antes de impactar en A es; $(v_A)_1 = \sqrt{2(32.2)(4)} = 16.05\ pies/s$;

La velocidad paralela a la pendiente se mantiene constante antes y después;

Por conservación de momentum; $\downarrow +(v_A)_{2x'} = (v_A)_{1x'} = \frac{3}{5}(16.05) = 9.63\ pies/s$;

Velocidad normal al plano luego impacto; $\uparrow +(v_A)_{2y'} = e\left(\frac{4}{5}\right)(16.05) = 12.84e\ pie/s$;

Movimiento horizontal luego de impacto; $(+\rightarrow) s = s_O + v_O t$;

Con valores conocidos tenemos; $\frac{4}{5}(d)=0+(v_A)_{2x}(0.5)$;

Movimiento vertical luego de impacto; $(+\downarrow)s=s_O+v_Ot+\frac{1}{2}a_ct^2$;

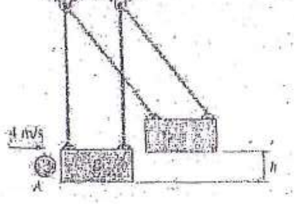
Con valores conocidos tenemos; $\left(\frac{3}{5}\right)(d)=0-(v_A)_{2y}(0.5)+\frac{1}{2}(32.2)(0.5)^2$;

De anterior tenemos; $(+\rightarrow)\ 0.5\left[9.63\left(\frac{4}{5}\right)+12.84e\left(\frac{3}{5}\right)\right]=\frac{4}{5}d$ ..(1);

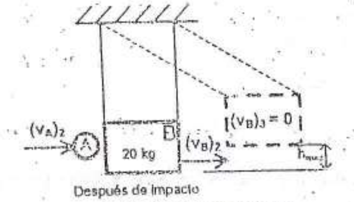
También; $(+\uparrow)\ 0.5\left[-9.63\left(\frac{3}{5}\right)+12.84e\left(\frac{4}{5}\right)\right]=4.025-\frac{3}{5}d$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2) tenemos; $e=0.502$; $d=7.23\ pies$.

15.67.- La bola de 2 kg es lanzada al bloque suspendido de 20 kg con velocidad de 4 m/s. Si el coeficiente de restitución entre la bola y el bloque es e = 0.8 determine la altura máxima h a la que el bloque oscilará antes de detenerse momentáneamente.



Probs. 15-67/68



Posición de B después de impacto y se detiene

Solución:

Cálculo de la altura máxima h a la que se eleva B luego del choque:

Conservación de momentum en el choque; $(+\rightarrow)\sum m_1v_1=\sum m_2v_2$;

Con valores conocidos tenemos; $(2)(4)+0=(2)(v_A)_2+(20)(v_B)_2$;

De donde; $(v_A)_2+10(v_B)_2=4$ ..(1);

Por coeficiente de restitución tenemos; $(+\rightarrow)\ e=\frac{(v_B)_2-(v_A)_2}{(v_A)_1-(v_B)_1}$;

Con los valores conocidos en el impacto; $0.8=\frac{(v_B)_2-(v_A)_2}{4-0}$;

De donde; $(v_B)_2-(v_A)_2=3.2$ ..(2);

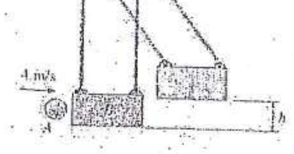
Resolviendo (1) y (2); $(v_A)_2=-2.545\ m/s$; $(v_B)_2=0.654545m/s$;

Conservación de energía mecánica del bloque B luego del impacto;

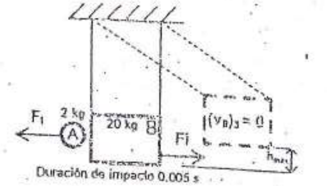
$T_1+V_1=T_2+V_2$; con valores; $\frac{1}{2}(20)(0.654545)^2+0=0+20(9.81)h$;

De donde; $h=0.0218364m=21.8364\ mm$.

15.68.- La bola de 2 kg es lanzada al bloque suspendido de 20 kg con velocidad de 4 m/s. Si el tiempo de impacto entre la bola y el bloque es de 0.005 s, determine la fuerza normal promedio ejercida sobre el bloque durante este tiempo. Considere e = 0.8.



Probs. 15-67/68



Posición de A y B durante el impacto

Solución:

Cálculo de la altura máxima h a la que se eleva B luego del choque:

Conservación de momentum en el choque; $(+\rightarrow)\sum m_1v_1=\sum m_2v_2$;

Con valores conocidos tenemos; $(2)(4)+0=(2)(v_A)_2+(20)(v_B)_2$;

De donde; $(v_A)_2+10(v_B)_2=4$ ..(1);

Por coeficiente de restitución tenemos; $(+\rightarrow)$ $e=\dfrac{(v_B)_2-(v_A)_2}{(v_A)_1-(v_B)_1}$;

Con los valores conocidos en el impacto; $0.8=\dfrac{(v_B)_2-(v_A)_2}{4-0}$;

De donde; $(v_B)_2-(v_A)_2=3.2$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2); $(v_A)_2=-2.545\ m/s$; $(v_B)_2=0.654545\,m/s$;

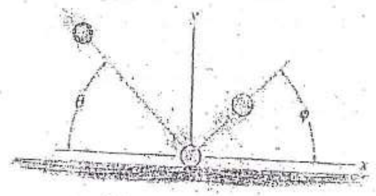
Por principio de impulso y momentum sobre el bloque durante el impacto;

$(+\rightarrow)$ $mv_1+\sum\int F\,dt=mv_2$; bloque B antes y después del impacto;

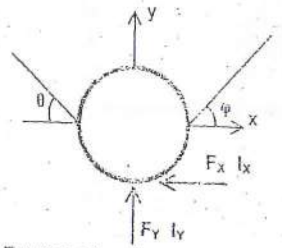
Con los datos conocidos; $0+F_i\,(0.005)=20(0.6545)$;

De donde la fuerza promedio sobre el bloque B es; $F_i=2618N=2.62\,kN$.

15.69.- Una bola es lanzada sobre un piso rugoso a un ángulo θ y el coeficiente de fricción cinética es μ determine el coeficiente de restitución e. Desprecie el tamaño de la bola. Sugerencia: Muestre que durante el impacto los impulsos promedio en las direcciones x y y están relacionados por $I_x=\mu I_y$. Como el tiempo de impacto es el mismo, $F_x\,\Delta_t=\mu F_y\,\Delta_t$ o $F_x=\mu F_y$.



Probs 15-69/70



Fuerzas e impulsos sobre la bola durante el impacto

Solución:

Demostración de que $I_x=\mu I_y$; luego cálculo del coeficiente de restitución e:

Por coeficiente de restitución en choque; $(+\downarrow)$ $e=\dfrac{0-[-v_2sen\phi]}{v_1sen\theta-0}=e=\dfrac{v_2sen\theta}{v_1sen\theta}$ ..(1);

Por principio de impulso y momentum sobre el bloque durante el impacto;

En la dirección X; $(+\rightarrow)$ $m(v_x)_1+\int_1^{t_2}F_xdx=m(v_x)_2$;

Con valores conocidos; $mv_1\cos\theta-F_x\Delta t=mv_2\cos\phi$;

Despejando la fuerza promedio horizontal; $F_x=\dfrac{mv_1\cos\theta-mv_2\cos\theta}{\Delta t}$ (2);

En la dirección vertical; $(+\downarrow)$ $m(v_y)_1+\int_{t_1}^{t_2}F_ydx=m(v_y)_2$;

Con valores conocidos; $mv_1sen\theta-F_y\Delta t=mv_2sen\phi$;

Despejando la fuerza promedio vertical; $F_y=\dfrac{mv_1sen\theta+mv_2sen\phi}{\Delta t}$ (3);

Por definición de viscosidad en el instante del impacto; $F_x=\mu F_y$;

Esto con las ecuaciones (2) y (3) tenemos;

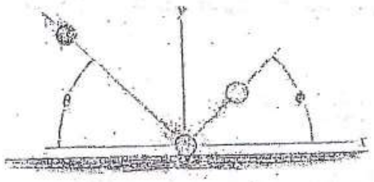
$\dfrac{mv_1\cos\theta-mv_2\cos\phi}{\Delta t}=\dfrac{\mu(mv_1sen\theta+mv_2sen\phi)}{\Delta t}$;

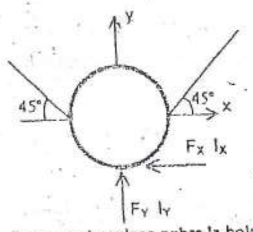
$\dfrac{v_2}{v_1}=\dfrac{\cos\theta-\mu sen\theta}{\mu sen\theta+\cos\theta}$ (4); sustituyendo esto en la ecuación (1);

Tenemos el coeficiente de restitución; $e=\dfrac{sen\theta}{sen\theta}\left(\dfrac{\cos\theta-\mu\,sen\theta}{\mu\,sen\phi+\cos\phi}\right)$.

Coeficiente e necesario para que; $I_x=\mu I_y$; donde; $F_x\,\Delta_t=\mu F_y\,\Delta_t$ o $F_x=\mu\,F_y$.

15.70.- Una bola es lanzada sobre un piso rugoso a un ángulo θ = 45°. Si rebota con el mismo ángulo Ø = 45°, determine el coeficiente de fricción cinética entre el piso y la bola. El coeficiente de restitución es e = 0.6. Sugerencia: Muestre que durante el impacto los impulsos promedio en las direcciones x y y están relacionados por $I_x=\mu I_y$. Como el tiempo de impacto es el mismo $F_x\Delta_t=\mu F_y\,\Delta_t$ o $F_x=\mu F_y$.





Fuerzas e impulsos sobre la bola

Solución:

Cálculo del coeficiente de fricción cinética μ:

Por coeficiente de restitución en choque; $(+\downarrow)\ e=\frac{0-[-v_2 sen\phi]}{v_1 sen\theta-0}=e=\frac{v_2 sen\theta}{v_1 sen\theta}$ ..(1);

Por principio de impulso y momentum sobre el bloque durante el impacto;

En la dirección X; $(+\rightarrow)\ m(v_x)_1+\int_1^2 F_x dx = m(v_x)_2$;

Con valores conocidos; $mv_1\cos\theta - F_x\Delta t = mv_2\cos\phi$;

Despejando la fuerza promedio horizontal; $F_x=\frac{mv_1\cos\theta - mv_2\cos\theta}{\Delta t}$ (2);

En la dirección vertical; $(+\downarrow)\ m(v_y)_1+\int_1^2 F_y dx = m(v_y)_2$;

Con valores conocidos; $mv_1 sen\theta - F_y\Delta t = mv_2 sen\phi$;

Despejando la fuerza promedio vertical; $F_y=\frac{mv_1 sen\theta + mv_2 sen\phi}{\Delta t}$ (3);

Por definición de viscosidad en el instante del impacto; $F_x = \mu F_y$;

Esto con las ecuaciones (2) y (3) tenemos;

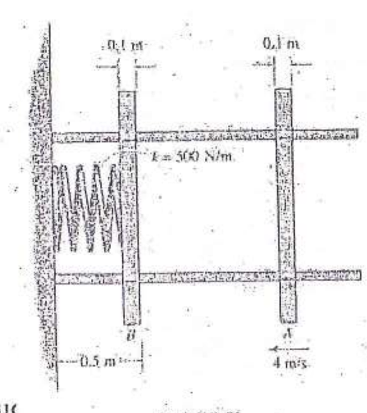
$\frac{mv_1\cos\theta - mv_2\cos\phi}{\Delta t}=\frac{\mu(mv_1 sen\theta+mv_2 sen\phi)}{\Delta t}$; $\frac{v_2}{v_1}=\frac{\cos\theta-\mu sen\theta}{\mu sen\theta+\cos\theta}$ (4); esto en (1);

Tenemos el coeficiente de restitución; $e=\frac{sen\theta}{sen\theta}\left(\frac{\cos\theta-\mu sen\theta}{\mu sen\phi+\cos\phi}\right)$.

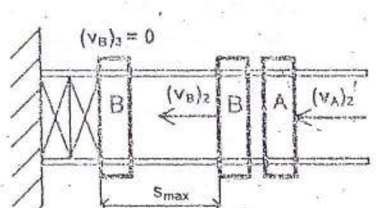
Sabemos que; θ = Ø = 45°; e = 0.6; luego; $0.6=\frac{sen\ 45°}{sen\ 45°}\left(\frac{\cos 45° - \mu sen\ 45°}{\mu sen\ 45° + \cos 45°}\right)$;

Luego resolviendo; $0.6=\frac{1-\mu}{1+\mu}$; de donde; $\mu = 0.25$.

15.71.- Las placas A y B tienen cada una masa de 4 kg y están restringidas a moverse a lo largo de las guías lisas. Si el coeficiente de restitución entre las placas es e = 0.7, determine (a) la rapidez de ambas placas justo después de la colisión, y (b) la compresión máxima del resorte. La placa A tiene velocidad de 4 m/s justo antes de golpear a B. La placa B se encuentra originalmente en reposo y el resorte no está estirado.



Prob. 15-71



Bloque B después del impacto hasta que detenerse

Soluc

Cálculo de la deformación máxima del resorte debido al empuje de B:

Conservación de momentum antes y después del impacto;

$m_A(v_A)_1+m_B(v_B)_1=m_A(v_A)_2+m_B(v_B)_2$;

Con datos conocidos; $(+\leftarrow)\ 4\ (4)+0=4(v_A)_2+4(v_B)_2$ ..(1);

Por coeficiente de restitución tenemos; $e=\frac{(v_B)_2-(v_A)_2}{(v_A)_1-(v_B)_1}$;

Con datos conocidos; $(+\leftarrow)\ 0.7=\frac{(v_B)_2-(v_A)_2}{4-0}$ (2);

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2); $(v_A)_2 = 0.600\ m/s \leftarrow$; $(v_B)_2 = 3.40 m/s \leftarrow$.

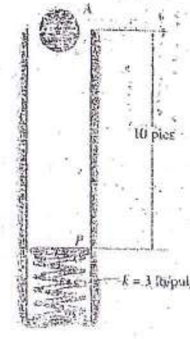
Conservación de energía mecánica del bloque B luego del impacto;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$. De otra manera tenemos; $\frac{1}{2}m(v_B)_2^2 = \frac{1}{2}ks^2$;

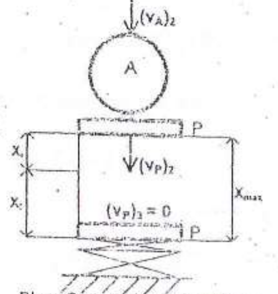
Con los datos conocidos tenemos; $\frac{1}{2}(4)\left(3.40^2\right)+0 = 0 + \frac{1}{2}(500)s_{max}^2$;

De donde la deformación máxima de B es; $s_{max} = 0.3041\ m = 304\ mm$.

15.72.- La bola de 8 lb es liberada del reposo a 10 pies de la superficie de una placa plana P que pesa 6 lb. Determine la compresión máxima en el resorte si el impacto es perfectan



Prob. 15-72



Placa P después del impacto y hasta que detenerse

Solución:

Cálculo de la deformación máxima del resorte debido al empuje de A:

Conservación de energía mecánica en la caída de A hasta antes de chocar con P;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$; La energía potencial se mide a partir de P;

Reemplazando valores conocidos; $0+(8)(10)=\frac{1}{2}\left(\frac{8}{32.2}\right)(v_A)_1^2 + 0$;

De donde; $(v_A)_1 = 25.377\ pies/s$; velocidad de bola A al llegar a P;

Conservación del momentum en el impacto entre A y P; $(+\downarrow)\ \sum mv_1 = \sum mv_2$;

Con los valores conocidos en un periodo de tiempo pequeño antes y después impacto;

$\frac{8}{32.2}(25.377)+0 = \frac{8}{32.2}(v_A)_2 + \frac{6}{32.2}(v_P)_2 ..(1)$;

Por coeficiente de restitución; $e = \frac{(v_P)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_P)_1}$; como e = 1 por impacto elástico;

Con los datos conocidos en el impacto; $1 = \frac{(v_P)_2 - (v_A)_2}{25.377 - 0} ..(2)$;

Resolviendo (1) y (2) tenemos; $(v_A)_2 = 3.625\ pies/s$; $(v_P)_2 = 29.00 pies/s$.

La deformación inicial del resorte debido al peso de P es;

$W_P = kx_i$; Con valores; $6\ lb = (3\ lb/pulg)x_i$; luego; $x_i = 2\ pulg. = 1/6 pies$.

Aplicamos la conservación de energía mecánica sobre el bloque P; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$;

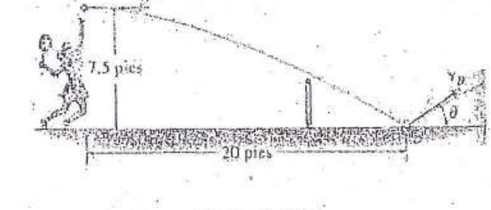
Con datos; $\frac{1}{2}\left(\frac{6}{32.2}\right)(29.00)^2 + \frac{1}{2}(3)(12)\left(\frac{1}{6}\right)^2 + 6x_f = 0 + \frac{1}{2}(3)(12)\left(x_f + \frac{1}{6}\right)^2$;

Operando; $18x_f^2 - 78.367 = 0$; de donde; $x_f = 2.08656\ pies$.

Finalmente la compresión máxima es; $x_{max} = x_i + x_f$;

Con los valores conocidos; $x_{max} = 2.08656 + 1/6 = 2.2532\ pies$.

15.73.- Se observa que una pelota de tenis, al ser servidas horizontalmente 7.5 pies por arriba del campo golpea el suelo liso en el punto B a 20 pies de distancia. Determine la velocidad inicial v_A de la pelota y su velocidad v_B (y θ) justo después que toca el campo en B. Considere e = 0.7.



Probs. 15-73/74

Solución:

Cálculo de las velocidades v_A y v_B luego de impacto en B:

En la dirección horizontal; $(+\rightarrow)$ $s = s_O + v_O t$; con datos; $20 = 0 + v_A t$ ..(1);

Para vertical; $(+\downarrow)$ $s = s_O + v_o t + \frac{1}{2} a_c t^2$; con datos; $7.5 = 0 + 0 + \frac{1}{2}(32.2)t^2$;

De donde; $t = 0.682524 seg$; el tiempo que emplea en trayectoria A-B;

Lo anterior en (1) se tiene; $v_A = 29.303\ pies/s$; velocidad horizontal inicial.

Esta velocidad horizontal se mantiene en B antes y después del choque en B;

Como $(+\rightarrow)$ $mv_1 = mv_2$; entonces; $v_{B2x} = v_{B1x} = 29.303\ pies/s \rightarrow$.

En la dirección vertical de trayectoria A-B; $(+\downarrow)$ $v = v_o + a_c t$;

Con valores conocidos; $v_{By1} = 0 + 32.2(0.68252) = 21.977\ pies/s$;

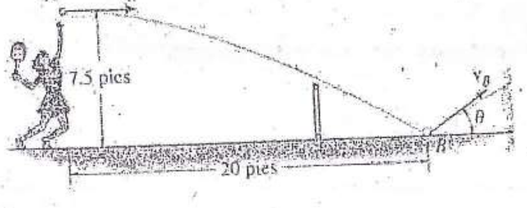
Coeficiente de restitución del impacto en B; $e = \dfrac{v_{By2}}{v_{By1}}$;

Con valores conocidos; $0.7 = \dfrac{v_{By2}}{21.977}$; luego; $v_{By2} = 15.384\ pies/s \uparrow$;

Con las dos componentes la velocidad en B luego del impacto es;

$v_{B2} = \sqrt{(29.303)^2 + (15.384)^2} = 33.1\ pies/s$; Dirección; $\theta = \tan^{-1}\dfrac{15.384}{29.303} = 27.7°$.

15.74.- La pelota de tenis es golpeada con velocidad horizontal v_A pega en el suelo liso en el punto B y rebota hacia arriba a θ = 30. Determine la velocidad inicial v_A la velocidad final v_B y el coeficiente de restitución entre las pelotas y el suelo.



Probs. 15–73/74

Solución:

Cálculo de las velocidades v_A, e y v_B luego de impacto en B:

En la dirección horizontal; $(+\rightarrow)$ $s = s_O + v_O t$; con datos; $20 = 0 + v_A t$ ..(1);

Para vertical; $(+\downarrow)$ $s = s_O + v_o t + \frac{1}{2} a_c t^2$; con datos; $7.5 = 0 + 0 + \frac{1}{2}(32.2)t^2$;

De donde; $t = 0.682524 seg$; el tiempo que emplea en trayectoria A-B;

Lo anterior en (1) se tiene; $v_A = 29.303\ pies/s$; velocidad horizontal inicial.

Esta velocidad horizontal se mantiene en B antes y después del choque en B;

Como $(+\rightarrow)$ $mv_1 = mv_2$; entonces; $v_{B2x} = v_{B1x} = 29.303\ pies/s \rightarrow$.

En la dirección vertical de trayectoria A-B; $(+\downarrow)$ $v = v_o + a_c t$;

Con valores conocidos; $v_{By1} = 0 + 32.2(0.68252) = 21.977\ pies/s$;

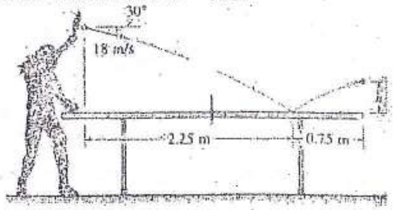
Luego conociendo θ después del choque en B:

$v_{By2} = v_{Bx2} \tan\theta = 29.303 \tan 30° = 16.918\ pies/s$;

También tenemos; $v_{B2} = v_{Bx2}/\cos\theta = 29.303/\cos 30° = 33.8362\ pies/s$;

Con lo anterior el coeficiente de restitución es; $e = \dfrac{v_{By2}}{v_{By1}} = \dfrac{16.918}{21.977} = 0.7698$.

15.75.- La pelota de ping-pong tiene masa de 2 g. Si es golpeada con la velocidad que se muestra, determine a que altura h se eleva por arriba del extremo de la mesa lisa después del rebote. Considere e = 0.8.



Prob. 15-75

Solución:

Cálculo de la altura h luego de rebote:

Movimiento horizontal con velocidad uniforme A-B; $(+\rightarrow)\ s = s_0 + v_o t$;

Con valores conocidos; $2.25 = +18\cos 30^{o} t$; de donde; $t = 0.14434\ s$;

En el punto de impacto B antes y después; $(v_x)_1 = (v_x)_2 = 18\cos 30^{o} = 15.5885\, m/s$;

En la dirección vertical el movimiento es MRUV; $(+\downarrow) = v = v_o + a_c\, t$;

Con datos conocidos; $(v_y)_1 = 18\, sen 30^{o} + 9.81(0.14434)$; luego; $(v_y)_1 = 10.416\ m/s$;

Por restitución; $(+\uparrow)\ e = 0.8 = \dfrac{(v_y)_2}{10.4160}$; $(v_y)_2 = 8.3328\ \ m/s$; luego de choque;

Luego del choque en la horizontal B-C tenemos; $(+\rightarrow)\ s = s_o + v_o t$;

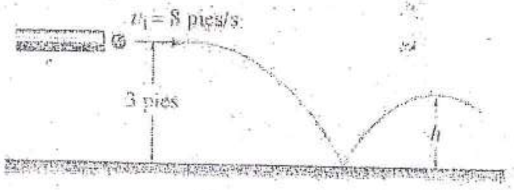
Con valores conocidos de la figura; $0.75 = 0 + 15.5885t$; $t = 0.048112\, seg.$

La elevación h lo obtenemos con lo siguiente; $(+\uparrow)\ \ s = s_0 + v_o t + \dfrac{1}{2} a_c t^2$;

Con valores conocidos; $h = 0 + 8.3328(0.048112) - \dfrac{1}{2}(9.81)(0.04812)^2$;

De donde; $h = 0.389554\ m$; altura a la que se eleva al rebotar.

15.76.- La bola es eyectada del tubo con velocidad horizontal v_1 = 8 pies/s como se muestra. Si el coeficiente de restitución entre la bola y el suelo es e = 0.8, determine (a) la velocidad de la bola justo después que rebota en el suelo y (b) la altura máxima a la que la bola se eleva después del primer rebote.



Prob. 15-76

Solución:

a) Cálculo de la velocidad de la bola justo después que rebota en el suelo:

La caída vertical es libre con MRUV; $(+\uparrow)\ v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_o)$;

Al inicio la bola solo tiene componente horizontal; $(v_y)_1^2 = +2(-32.2)(-3-0)$;

La velocidad vertical antes de impactar el piso; $(v_y)_1 = 13.90\, pies/s \downarrow$;

Por coeficiente de restitución bola piso; $(+\uparrow)\ e = \dfrac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$; $0.8 = \dfrac{(v_y)_2 - 0}{0 - (-13.90)}$;

De donde la velocidad vertical justo después de choque es; $(v_y)_2 = 11.12\ pies/s \uparrow$;

La velocidad horizontal de bola se mantiene al inicio, antes y después del choque;

Por lo cual; $(v_x)_0 = (v_x)_1 = (v_x)_2 = 8\ pies/s \rightarrow$.

Conocidos las dos componentes después del choque su velocidad es;

$v_2 = \sqrt{(8)^2 + (11.12)^2} = 13.7\ pies/s$; con dirección; $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{11.12}{8}\right) = 54.3^{o}$.

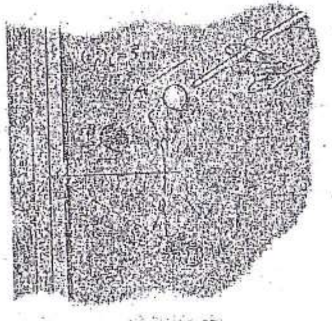
(b) Cálculo de la altura máxima a la que la bola se eleva después del primer rebote:

Después de choque la bola sube con MRUV; $(+\uparrow)\ v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$;

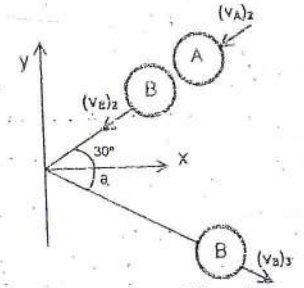
En la altura máxima su velocidad vertical es nula; $0 = (11.12)^2 + 2(-32.2)(h - 0)$;

De donde; $h = 1.92\ pies$; altura máxima que rebota luego del impacto.

15.77.- A la bola A se le da una velocidad inicial $(v_A)_1$ = 5 m/s. Si sufre una colisión directa con la bola B(e = 0.8), determine la velocidad de B y el ángulo θ justo después de rebotar en la baranda ubicada en C(e' = 0.6). Cada bola tiene masa de 0.4 kg. Suponga que las bolas se deslizan sin rodar.



Prob. 15-77



Bola B después del impacto y luego de impactar a la pared

Solución:

Cálculo de la velocidad de B y el ángulo θ justo después de impactar con baranda:

Conservación de momentum de A y B antes y después del impacto;

$m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = m_A(v_A)_2 + m_B(v_B)_2$;

Con datos conocidos; $(+)\ 0.4(5)+0 = 0.4(v_A)_2 + 0.4(v_B)_2$ (1);

Por coeficiente de restitución: $e = \dfrac{(v_B)_2-(v_A)_2}{(v_A)_1-(v_B)_1}$; $(+\leftarrow)\ 0.8 = \dfrac{(v_B)_2-(v_A)_2}{5-0}$ (2);

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2); $(v_A)_2 = 0.500\,m/s$; $(v_B)_2 = 4.50\,m/s$.

Cuando B impacta con la baranda en el eje Y se conserva el momentum;

Por lo cual tenemos; $m_B(v_{B_y})_2 = m_B(v_{B_y})_3$;

$(+\downarrow)\ 0.4(4.50\ sen30°) = 0.4(v_B)_3 sen\theta$; luego se tiene; $(v_B)_3 sen\theta = 2.25$ (3)

Por coeficiente de restitución: $e' = \dfrac{(v_{C2})-(v_{Bx})_3}{(v_{Bx})_2-(v_C)_1}$;

Con los valores conocidos tenemos; $(+\leftarrow)\ 0.6 = \dfrac{0-[-(v_B)_3\cos\theta]}{4.50\cos 30°-0}$ (4);

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2); $(v_B)_3 = 3.24\ m/s$; $\theta = 43.9°$.

15.78.- La caja de 20 lb se desliza sobre la superficie para la cual μ_k = 0.3. La caja tiene velocidad v = 15 pies/s cuando está a 2 pies de la placa. Si golpea la placa lisa,

que tiene un peso de 10 lb y es mantenida en posición por un resorte no estirado con k = 400 lb/pie, determine la compresión máxima impartida al resorte. Considere e = 0.8 entre la caja y la placa. Suponga que la placa se desliza suavemente.

Solución:

Cálculo de la compresión máxima del resorte s_{max} luego de impacto:

Por principio de trabajo y energía entre 1 y 2; $T_1 + \sum W_{1-2} = T_2$;

De otra manera tenemos; $\dfrac{1}{2}\dfrac{W}{g}v_1^2 - \mu_k W d_{1-2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{W}{g}v_2^2$ ..(1);

Instante 1; Bloque con a 2 pies de la placa;

Instante 2; Bloque justo antes de impactar con placa;

Con datos conocidos en (1); $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{32.2}\right)(15)^2 - (0.3)(20)(2) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{20}{32.2}\right)(v_2)^2$;

Resolviendo; $v_2 = 13.65\ pies/s$;

Por conservación de momentum justo antes y después del impacto entre caja y bloque;

$(+\rightarrow)\ \sum mv_1 = \sum mv_2$; con datos; $\left(\dfrac{20}{32.2}\right)(13.65) = \left(\dfrac{20}{32.2}\right)v_A + \left(\dfrac{10}{32.2}\right)v_P$ ..(2);

Por coeficiente de restitución; $0.8 = \dfrac{v_P - v_A}{13.65-0}$ ..(3);

Resolviendo (2) y (3) tenemos; $v_P = 16.38\ pies/s$; $v_A = 5.46\ pies/s$.

Conservación de energía mecánica sobre la placa P luego de impacto;

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$; Instante 1; justo después de impacto; Instante 2; resorte con s_{max};

Solución:

Cálculo de la altura h luego de rebote:

Movimiento horizontal con velocidad uniforme A-B; $(+\rightarrow)\ s = s_0 + v_o t$;

Con valores conocidos; $2.25 = +18\cos 30° t$; de donde; $t = 0.14434\ s$;

En el punto de impacto B antes y después; $(v_x)_1 = (v_x)_2 = 18\cos 30° = 15.5885\ m/s$;

En la dirección vertical el movimiento es MRUV; $(+\downarrow) = v = v_o + a_c t$;

Con datos conocidos; $(v_y)_1 = 18\,sen 30° + 9.81(0.14434)$; luego; $(v_y)_1 = 10.416\ m/s$;

Por restitución; $(+\uparrow)\ e = 0.8 = \dfrac{(v_y)_2}{10.4160}$; $(v_y)_2 = 8.3328\ m/s$; luego de choque;

Luego del choque en la horizontal B-C tenemos; $(+\rightarrow)\ s = s_o + v_o t$;

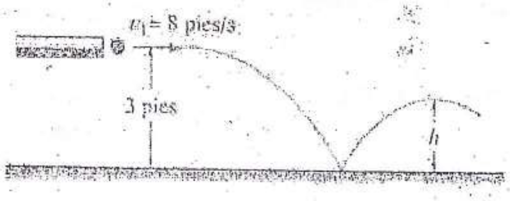
Con valores conocidos de la figura; $0.75 = 0 + 15.5885t$; $t = 0.048112\,seg$.

La elevación h lo obtenemos con lo siguiente; $(+\uparrow)\ s = s_0 + v_o t + \dfrac{1}{2}a_c t^2$;

Con valores conocidos; $h = 0 + 8.3328(0.048112) - \dfrac{1}{2}(9.81)(0.04812)^2$;

De donde; $h = 0.389554\ m$; altura a la que se eleva al rebotar.

15.76.- La bola es eyectada del tubo con velocidad horizontal v_1 = 8 pies/s como se muestra. Si el coeficiente de restitución entre la bola y el suelo es e = 0.8, determine (a) la velocidad de la bola justo después que rebota en el suelo y (b) la altura máxima a la que la bola se eleva después del primer rebote.



Prob. 15-76

Solución:

a) Cálculo de la velocidad de la bola justo después que rebota en el suelo:

La caída vertical es libre con MRUV; $(+\uparrow)\ v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_o)$;

Al inicio la bola solo tiene componente horizontal; $(v_y)_1^2 = +2(-32.2)(-3-0)$;

La velocidad vertical antes de impactar el piso; $(v_y)_1 = 13.90\ pies/s\downarrow$;

Por coeficiente de restitución bola piso; $(+\uparrow)\ e = \dfrac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$; $0.8 = \dfrac{(v_y)_2 - 0}{0 - (-13.90)}$;

De donde la velocidad vertical justo después de choque es; $(v_y)_2 = 11.12\ pies/s\uparrow$;

La velocidad horizontal de bola se mantiene al inicio, antes y después del choque;

Por lo cual; $(v_x)_0 = (v_x)_1 = (v_x)_2 = 8\ pies/s\rightarrow$.

Conocidos las dos componentes después del choque su velocidad es;

$v_2 = \sqrt{(8)^2 + (11.12)^2} = 13.7\ pies/s$; con dirección; $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{11.12}{8}\right) = 54.3°$.

(b) Cálculo de la altura máxima a la que la bola se eleva después del primer rebote:

Después de choque la bola sube con MRUV; $(+\uparrow)\ v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$;

En la altura máxima su velocidad vertical es nula; $0 = (11.12)^2 + 2(-32.2)(h-0)$;

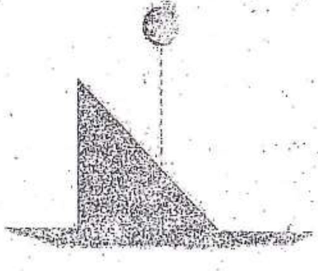
De donde; $h = 1.92\ pies$; altura máxima que rebota luego del impacto.

15.77.- A la bola A se le da una velocidad inicial $(v_A)_1$ = 5 m/s. Si sufre una colisión directa con la bola B(e = 0.8), determine la velocidad de B y el ángulo θ justo despué[s] de rebotar en la baranda ubicada en C(e' = 0.6). Cada bola tiene masa de 0.4 k[g]. Suponga que las bolas se deslizan sin rodar.

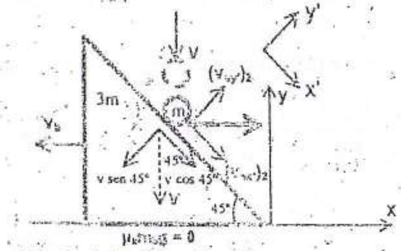
Con valores conocidos; $\frac{1}{2}\left(\frac{10}{32.2}\right)(16.38)^2+0=0+\frac{1}{2}(400)(s_{max})^2$;

Resolviendo; $s_{max}=0.456\ pies$.

15.79.- La esfera de masa m cae y golpea el bloque triangular con velocidad v. Si el bloque descansa sobre una superficie lisa y tiene masa de 3m, determine su velocidad justo después de la colisión. El coeficiente de restitución es e.



Prob. 15-79



Velocidad de esfera y bloque antes y después de impacto

Solución:

Cálculo de la velocidad del bloque justo después de la colisión:

Conservación de momentum de la esfera en dirección paralela a la pendiente;

$m\,(v)_1=m\,(v)_2$; Con valores; $m(v\,sen\,45°)=m(v_{ex'})_2$; de donde; $(v_{ex'})_2=\frac{\sqrt{2}}{2}v$ ..(1);

Coeficiente de restitución en la dirección normal al plano inclinado (y');

$e=\frac{(v_b)_2-(v_{ey'})_2}{(v_{ey'})_1-(v_b)_1}$; con valores conocidos; $(\ +)$ $e=\frac{v_b\cos 45°-[-(v_{ey'})_2]}{v\cos 45°-0}$;

De donde la velocidad de la bola en dirección de y' es; $(v_{ey'})_2=\frac{\sqrt{2}}{2}(ev-v_b)$..(2);

Conservación de momentum de la bola y el bloque antes y después del impacto en la dirección horizontal; $\Sigma m\,(v)_1=\Sigma m\,(v)_2$..(3);

Antes del impacto el bloque esta en reposo y la bola baja verticalmente con $v_{ex}=0$;

Con datos en la ecuación (3); $0=m_e((v_{ey'})_2)_x+m_e((v_{ex'})_2)_x+m_b v_b$..(4);

Sabemos que m_e = m; m_b = 3m; y tomando en cuenta (1) y (2) en la ecuación (4);

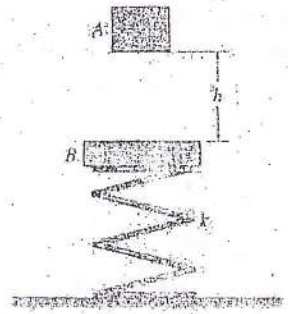
$(+\leftarrow)0+0=3mv_b-m(v_{ex'})_2\cos 45°-m(v_{ey'})_2\cos 45°$;

Simplificando lo anterior y reemplazando (1) y (2) tenemos;

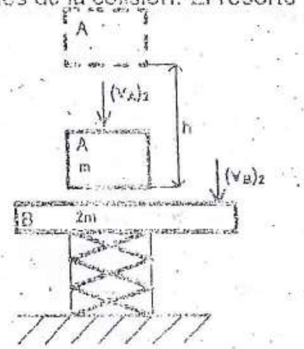
$3v_b-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}v-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}(ev-v_b)=0$;

De donde; $v_b=\left(\frac{1+e}{7}\right)v$; velocidad del bloque hacia la izquierda luego de impacto.

15.80.- El bloque A, con masa m, es liberado del reposo, cae una distancia h y golpea la placa B que tiene masa de 2m. Si el coeficiente de restitución entre A y B es e, determine velocidad de la placa justo después de la colisión. El resorte tiene rigidez k.



Prob. 15-80



Bloques A y B justo después del impacto

Solución:

Cálculo de la velocidad de la placa justo después de la colisión:

Primero calculamos la velocidad del bloque A justo antes de impactar en placa B;

Conservación de energía mecánica sobre bloque A; $T_1+V_1=T_2+V_2$;

Al inicio esta en reposo; $0+0=\frac{1}{2}mv_A^2-mgh$; luego; $v_A=\sqrt{2gh}$;

Por coeficiente de restitución entre A y B; $e=\dfrac{(v_B)_2-(v_A)_2}{\sqrt{2gh}-0}$;

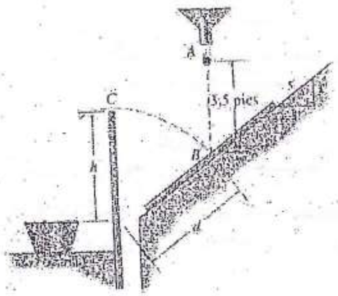
De donde; $e\sqrt{2gh}=(v_B)_2-(v_A)_2$ ..(1);

Por conservación de momentum en el impacto; $(+\downarrow)\sum mv_1=\sum mv_2$;

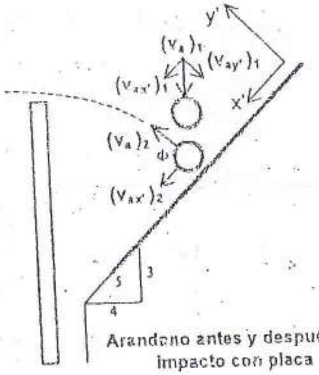
Con valores conocidos; $m\sqrt{2gh}+0=m(v_A)_2+2m(v_B)_2$ (2);

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2) obtenemos; $(v_B)_2=\frac{1}{3}\sqrt{2gh}\,(1+e)$.

15.81.- Antes que un arándano pueda llegar al plato del lector, debe pasar una prueba de rebote que clasifica su calidad. Si los arándanos con e ≥ 0.8 van a ser aceptados, determine las dimensiones d y h necesarias para la barrera de modo que cuando un arándano caiga del reposo en A, pegue contra la placa en B y rebote sobre la barrera en C



Prob. 15-81



Arandano antes y después de impacto con placa

__Solución:__

__Cálculo de las dimensiones de d y h necesarias para rebasar la barrera:__

Conservación de energía mecánica para la caída de arandamo; $T_1+V_1=T_2+V_2$;

Como cae del reposo; $0+3.5W=\frac{1}{2}\left(\frac{W}{32.2}\right)(v_a)_1^2+0$;

La velocidad justo antes de impactar en B es; $(v_a)_1=15.01\,pies/s$;

Justo antes y después del impacto el momentum de la bola se mantiene en la dirección paralela a la pendiente; $m_a(v_{ax'})_1=m_a(v_{ax'})_2$;

$(+\rightarrow)\ m_a(15.01)\left(\frac{3}{5}\right)=m_a[(v_a)_2\cos\phi]$; luego; $(v_a)_2\cos\phi=9.008$ (1);

Coeficiente de restitución del impacto de bola con pendiente, en la dirección (y');

$e=\dfrac{(v_P)_2-(v_{ay'})_2}{(v_{ay'})_1-(v_P)_1}$; con valores; $(\uparrow +)\ 0.8=\dfrac{0-(v_a)_2 sen\,\phi}{-15.01\left(\frac{4}{5}\right)-0}$ (2);

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2) obtenemos;

$\phi=46.85°$; $(v_a)_2=13.17\,pies/s$. Velocidad de la bola y ángulo después de rebotar;

La trayectoria BC es parabólica donde la componente vertical velocidad de la bola en C es nula; $(+\uparrow)\ v_f=v_i-gt_{BC}$; donde; $0=13.17sen9.978°-32.2t_{BC}$;

De donde $t_{BC}=0.07087seg.$

Desnivel entre A y C; $s_y=13.17\,(sen\,9.978°)(0.07087)+\frac{1}{2}(-32.2)\,(0.07087)^2$;

De donde; $s_y=0.08086\,pies$.

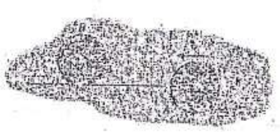
Considerando la dirección horizontal de la trayectoria parabólica BC;

$(+\leftarrow)s_x=(s_0)_x+v_xt_{BC}$; Con esta ecuación calculamos d;

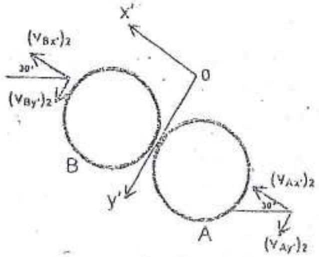
Con datos; $\frac{4}{5}d=0+13.17\cos 9.978°\,(0.07087)$; de donde; $d=1.149\,pies$.

Luego; $h=s_y+\frac{3}{4}d=0.080864+\frac{3}{5}(1.149)=0.770\,pies$, altura máxima de pared.

15.82.- Si el disco A se está deslizando a lo largo de la tangente al disco B y golpea a B con velocidad v, determine la velocidad de B después de la colisión y calcule la pérdida de energía cinética durante la colisión. Desprecie la fricción. El disco B está originalmente en reposo. El coeficiente de restitución es e y cada disco tiene el mismo tamaño y masa m.



Prob. 16-82



Bloques A y B justo después del impacto

Solución:

Cálculo de A y B después de la colisión:

Antes del impacto la bola A se acerca a B;

En dirección normal de impacto; $\left(v_{Ax'}\right)_1 = -v\cos 30° = -0.8660v$;

En dirección tangencial de impacto $\left(v_{Ay'}\right)_1 = -v\,sen 30° = -0.5v$;

Justo antes y después del impacto se conserva el momentum para A y B en (x'):

$m_A\left(v_{Ax'}\right)_1 + m_B\left(v_{Bx'}\right)_1 = m_A\left(v_{Ax'}\right)_2 + m_B\left(v_{Bx'}\right)_2$;

Lo anterior con valores conocidos; $-(\sqrt{3}/2)mv + 0 = m\left(v_{Ax'}\right)_2 + m\left(v_{Bx'}\right)_2$ ..(1);

Por coeficiente de restitución en la dirección normal (x'); $e = \dfrac{\left(v_{Bx'}\right)_2 - \left(v_{Ax'}\right)_2}{\left(v_{Bx'}\right)_1 - \left(v_{Ax'}\right)_1}$;

Luego con valores conocidos; $(\rightarrow +)\quad e = \dfrac{\left(v_{Bx'}\right)_2 - \left(v_{Ax'}\right)_2}{-(\sqrt{3}/2)v - 0}$ (2)

De (1) y (2) tenemos; $-(\sqrt{3}/2)v = \left(v_{Ax'}\right)_2 + \left(v_{Bx'}\right)_2$; $-(\sqrt{3}/2)ev = \left(v_{Bx'}\right)_2 - \left(v_{Ax'}\right)_2$;

Resolviendo lo anterior; $\left(v_{Bx'}\right)_2 = -\dfrac{\sqrt{3}}{4}(1+e)v$; $\left(v_{Ax'}\right)_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}(e-1)v$;

En la dirección tangencial y' los dos discos A y B conservan su momentum;

Para el disco B; $(+\uparrow)\ m_B\left(v_{By'}\right)_1 = m_B\left(v_{By'}\right)_2$; $\left(v_{By'}\right)_2 = 0$;

Con esto el disco B en la dirección y' tiene velocidad nula antes y después del choque;

Para el disco A; $(+\uparrow)\ m_A\left(v_{Ay'}\right)_1 = m_A\left(v_{Ay'}\right)_2$; $\left(v_{Ay'}\right)_2 = -0.5v$;

Luego la velocidad del disco B justo después del impacto es;

$\left(v_B\right)_2 = \sqrt{\left(v_{Bx'}\right)_2^2 + \left(v_{By'}\right)_2^2}$; con valores; $\left(v_B\right)_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}(1+e)v$; en la dirección negativa x';

Luego la velocidad del disco A justo después del impacto es;

$\left(v_A\right)_2 = \sqrt{\left(v_{Ax'}\right)_2^2 + \left(v_{Ay'}\right)_2^2}$; con valores; $\left(v_A\right)_2 = \sqrt{\dfrac{v^2}{16}\left(3e^2 - 6e + 7\right)}$;

Cálculo de la pérdida de energía cinética luego de colisión:

La energía cinética antes del impacto es; $U_k = \dfrac{1}{2}mv^2$

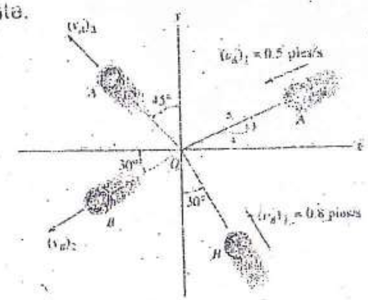
La energía cinética después del impacto es;

$$U_{k'} = \frac{1}{2}m\left[\frac{v^2}{16}\left(3e^2 - 6e + 7\right)\right] + \frac{1}{2}m\left[\frac{3v^2}{16}\left(e^2 + 2e + 1\right)\right] = \frac{mv^2}{32}\left(6e^2 + 10\right);$$

Entonces la pérdida de energía cinética es;

$$\Delta U_k = U_k - U_{k'} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{mv^2}{32}\left(6e^2 + 10\right) = \frac{3mv^2}{16}\left(1 - e^2\right).$$

15.83.- Dos monedas lisas A y B cada una igual masa se deslizan sobre una superficie lisa con el movimiento mostrado. Determine la rapidez de cada moneda después de la colisión si se mueven a lo largo de las trayectorias de choque. Sugerencia: Como la línea de impacto no ha sido definida, aplique la conservación del momento a lo largo de los ejes *x* y y, respectivamente.



Prob. 15-83

Solución:

Cálculo de la rapidez de cada moneda después de la colisión:

Antes y después de la colisión se conserva el momentum de A y B; $\sum mv_1 = \sum mv_2$;

En eje X tenemos; $-m(0.8)sen30°-m(0.5)\frac{4}{5}=-m(v_A)_2\,sen45°-m(v_B)_2\cos30°$;

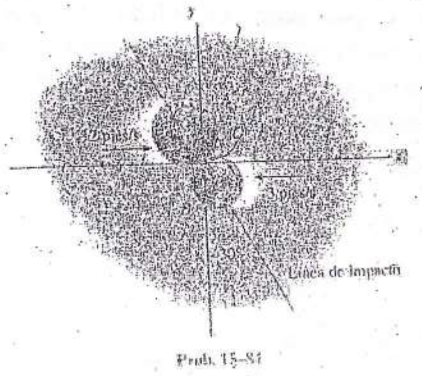
Operando; $0.8=0.707(v_A)_2+0.866(v_B)_2$..(1);

En eje X tenemos $m(0.8)\cos30°-m(0.5)(\frac{3}{5})=m(v_A)_2\cos45-m(v_B)_2\,sen30°$;

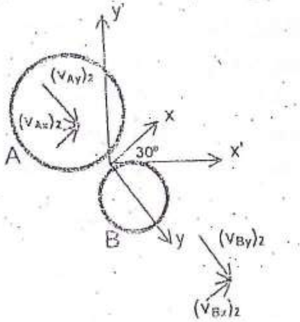
Operando; $0.39282=0.707(v_A)_2-0.5(v_B)_2$..(2);

Resolviendo (1) y (2) tenemos; $(v_B)_2=0.298$ pies/s; $(v_A)_2=0.766$ pies/s.

15.84.- Dos monedas A y B tienen las velocidades iniciales mostradas justo antes de que entren en colisión en el punto 0. Si las monedas tienen pesos de $W_A = 13.2\,(10^{-3})$ lb y $W_B = 6.660(10^{-3})$ lb y la superficie sobre la que se deslizan es lisa, determine su ra ... ficiente de restitución es e = 0.65.



Prob. 15-84



Bloques A y B justo después del impacto

Solución:

Cálculo de la rapidez de A y B luego de impacto:

Paralela a la línea de impacto; $(+\downarrow)\quad m_A(v_{Ay})_1+m_B(v_{By})_1=m_A(v_{Ay})_2+m_B(v_{By})_2$;

Con valores conocidos;

$$\left(\frac{13.2(10^{-3})}{32.2}\right)2sen30°-\left(\frac{6.6(10^{-3})}{32.2}\right)3sen30°=\left(\frac{13.2(10^{-3})}{32.2}\right)(v_{Ay})_2+\left(\frac{6.6(10^{-3})}{32.2}\right)(v_{By})_2 \text{..(1);}$$

Por restitución; $(+\downarrow)\ e=\frac{(v_{By})_2-(v_{Ay})_2}{(v_{Ay})_1-(v_{By})_1}$; $0.65=\frac{(v_{By})_2-(v_{Ay})_2}{2sen30°-(-3sen30°)}$..(2);

Resolviendo (1) y (2) se tiene; $(v_{Ay})_2=-0.3750$ pies/s; $(v_{By})_2=1.250$ pies/s;

En la dirección normal a la línea de impacto A y B conservan sus momentum;

Moneda A; $(+\uparrow)m_A(v_{Ax})_1=m_A(v_{Ax})_2$; $\left(\frac{13.2(10^{-3})}{32.2}\right)2\cos30°=\left(\frac{13.2(10^{-3})}{32.2}\right)(v_{Ax})_2$;

De donde A luego de impacto normal a línea impacto; $(v_{Ax})_2=1.732$ pies/s;

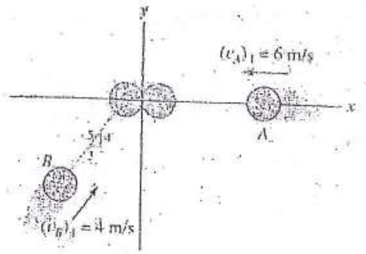
Moneda B; $(+\downarrow)m_B(v_{Bx})_1=m_B(v_{Bx})_2$; $-\left(\frac{6.6(10^{-3})}{32.2}\right)3\cos30°=\left(\frac{6.6(10^{-3})}{32.2}\right)(v_{Bx})_2$;

De donde B luego de impacto normal a línea impacto $(v_{Bx})_2=-2.598$ pies/s;

Velocidad de B luego de impacto es; $(v_B)_2=\sqrt{(1.250)^2+(-2.598)^2}=2.88$ pies/s;

Velocidad de B luego de impacto es; $(v_A)_2=\sqrt{(-0.3750)^2+(1.732)^2}=1.77$ pies/s;

15.85.- Dos discos lisos A y B tienen cada uno masa de 0.5 kg. Si ambos discos se están moviendo con las velocidades mostradas cuando entran en colisión, determine sus velocidades finales justo después de la colisión. Coeficiente de restitución e = 0.75.



Probs. 15-85/86

Solución:

Cálculo de las velocidades de los discos A y B justo después del impacto:

Conservación de momentum en la dirección X de impacto; $(+\rightarrow)\sum mv_1=\sum mv_2$;

Con valores conocidos; $0.5(4)(\frac{3}{5})-0.5(6)=0.5(v_B)_{2x}+0.5(v_A)_{2x}$ ..(1);

Por restitución en la línea de impacto $(+\rightarrow)e=\dfrac{(v_A)_2-(v_B)_2}{(v_B)_1-(v_A)_1}$;

Con valores conocidos; $0.75=\dfrac{(v_A)_{2x}-(v_B)_{2x}}{4(2/3)-(-6)}$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2); $(v_A)_{2x}=1.35\,m/s\rightarrow$; $(v_B)_{2x}=4.95\,m/s\leftarrow$

En la dirección normal a la línea de impacto existe conservación de momentum;

En la dirección normal a la línea de impacto; $(+\uparrow)\ mv_1=mv_2$

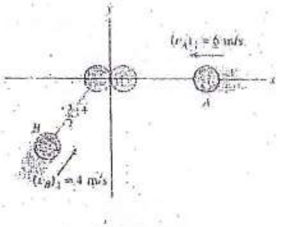
Para el disco B; $0.5(\frac{4}{5})(4)=0.5(v_B)_{2y}$; de donde; $(v_B)_{2y}=3.20\,m/s\uparrow$;

El disco A no tiene velocidad vertical. Después del choque; $(v_A)_2=1.35\ m/s\rightarrow$;

Disco B después del choque; $v_B=\sqrt{(4.95)^2+(3.20)^2}=5.89\,m/s$;

Con la siguiente dirección; $\theta=\tan^{-1}\dfrac{3.20}{4.95}=32.9°$; sube a la derecha el disco B.

15.86.- Dos discos lisos A y B tienen cada uno masa de 0.5 kg. Si ambos se están moviendo con las velocidades mostradas cuando entran en colisión, determine el coeficiente de restitución entre ellos si después de la colisión B viaja a lo largo de una línea a 30° en sentido contrario al de la manecillas del reloj desde el eje y.



Prob. 15-85/86

Solución:

Cálculo del coeficiente de restitución e entre los discos A y B:

Conservación de momentum en la dirección X de impacto; $(+\rightarrow)\sum mv_1=\sum mv_2$;

Con valores conocidos; $(+\rightarrow)0.5(4)(\frac{3}{5})-0.5(6)=0.5(v_B)_{2x}+0.5(v_A)_{2x}$;

Tenemos; $-3.60=-(v_B)_{2x}+(v_A)_{2x}$..(1);

Disco B en dirección Y; $(+\uparrow)0.5(4)(\frac{4}{5})=0.5(v_B)_{2y}$; $(v_B)_{2y}=3.20\,m/s\uparrow$

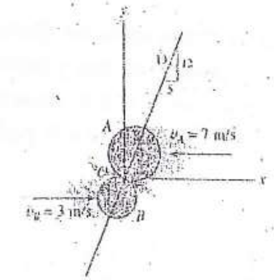
En la dirección horizontal luego de choque; $(v_B)_{2x}=3.20\tan 30°=1.8475\,m/s\leftarrow$;

Lo anterior en (1) tenemos; $(v_A)_{2x}=-1.752\,m/s=1.752\,m/s\leftarrow$;

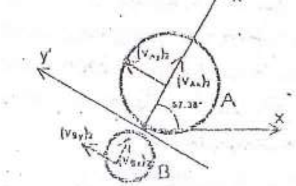
Por restitución en la línea de impacto $(+\rightarrow)e=\dfrac{(v_A)_2-(v_B)_2}{(v_B)_1-(v_A)_1}$;

Con valores conocidos; $e=\dfrac{-1.752-(-1.8475)}{4(1/5)-(-6)}=0.0113$.

15.87.- Dos discos lisos A y B tienen las velocidades iniciales mostradas antes de entrar en colisión en O. Si sus masas son m_A = 8 kg y m_B = 6 kg, determine su rapidez justo después del impacto. El coeficiente de restitución es e = 0.5.



Prob. 15-87



Discos A y B justo después del impacto

Solución:

Rapidez de A y B justo después del impacto:

Conservación de cantidad de movimiento del sistema en la línea de impacto;

$+\downarrow \sum mv_1 = \sum mv_2$;

Con los datos conocidos; $-6(3\cos 67.38)+8(7\cos 67.38°)=6(v_B)_{x'}+8(v_A)_{x'}$ ..(1);

Restitución en la línea de impacto; $(+\downarrow)\ 0.5=\dfrac{(v_B)_{x'}-(v_A)_{x'}}{7\cos 67.38°+3\cos 67.38°}$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2): $(v_B)_{x'}=2.14\ m/s$; $(v_A)_{x'}=0.220\ m/s$;

En la dirección normal a la línea de impacto A y B mantienen su cantidad de movimiento antes y después del impacto;

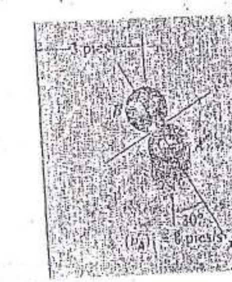
$(v_B)_{y'}=3sen67.38°=2.769\ m/s$; $(v_A)_{y'}=7sen67.38°=-6.462\ m/s$;

Conociendo las componentes de rapidez de A y B justo después del impacto;

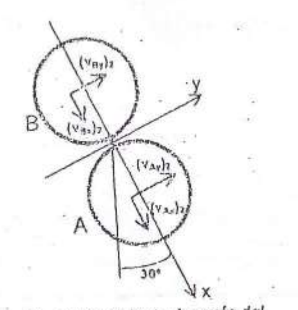
Las rapideces luego del impacto de A y B es;

$v_B=\sqrt{(2.14)^2+(2.769)^2}=3.50\,m/s$; $v_A=\sqrt{(0.220)^2+(6.462)^2}=6.47\ m/s$.

15.88.- La "piedra" A usada en un juego de bolos sobre hielo se desliza en el hielo y golpea otra "piedra" B como se muestra. Si cada "piedra" es lisa y tiene un peso de 47 lb y el coeficiente de restitución entre las "piedras" es e = 0.8, determine su rapidez justo después de la colisión. Inicialmente A tiene velocidad de 8 pies/s y B está en reposo. Desprecie la fricción.



Prob. 15-88



Discos A y B justo después del impacto

Solución:

Cálculo de la rapidez de A y B justo después del impacto:

Tomamos el eje X como línea de impacto y tomamos la conservación de momentum del sistema; $\sum mv_1 = \sum mv_2$;

Con valores conocidos; $(+\uparrow)0+\dfrac{47}{32.2}(8)\cos 30°=\dfrac{47}{32.2}(v_{Bx})_2+\dfrac{47}{32.2}(v_{Ax})_2$ ..(1);

Restitución en la línea de impacto; $(+\uparrow)e=0.8=\dfrac{(v_{Bx})_2-(v_{Ax})_2}{8\cos 30°-0}$ ..(2);

Resolviendo (1) y (2) tenemos; $(v_{Ax})_2=0.6928\,pies/s$; $(v_{Bx})_2=6.235\,pies/s$;

Consideramos el eje Y normal a la línea de impacto;

La piedra A conserva su momentum en eje Y; $mv_1=mv_2$;

Con valores conocidos; $(\uparrow +)\dfrac{47}{32.2}(8)sen30°=\dfrac{47}{32.2}(v_{Ay})_2$; $(v_{Ay})_2=4\,pies/s$;

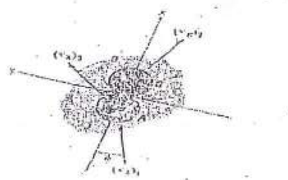
Análogamente con la piedra A; $mv_1=mv_2$; $(\uparrow +)\ 0=\dfrac{47}{32.2}(v_A)_{2y}$; $(v_B)_{2y}=0$.

Teniendo la componentes de velocidades de A y B luego de impacto;

Obtenemos la rapidez de A y B justo después del impacto;

$(v_A)_2=\sqrt{(0.6928)^2+(4)^2}=4.06\ pies/s$; $(v_B)_2=\sqrt{(0)^2+(6.235)^2}=6.235=6.24\,pies/s$.

15.89.- La bola A golpea a la bola B con velocidad inicial de $(v_A)_1$ como se muestra. Si ambas bolsas tienen igual masa y la colisión es perfectamente elástica, determine el ángulo θ después de la colisión. La bola B está originalmente en reposo. Desprecie el tamaño de cada bola.



Prob. 15-89

Solución:

Cálculo del ángulo θ después de la colisión:

Velocidades de A y B justo antes del impacto;

En la línea de impacto; $(v_{Ax})_i = (v_A)_1 \cos\phi$; en la normal; $(v_{Ay})_i = (v_A)_1 sen\phi$;

En la línea de impacto; $(v_{Bx})_i = 0$; en la normal a la línea; $(v_{By})_i = 0$;

Velocidades de A y B justo después del impacto;

$(v_{Ax})_f = (v_A)_2 \cos\theta_1$; $(v_{Ay})_f = (v_A)_2 sen\theta_1$;

$(v_{Bx})_f = (v_B)_2 \cos\theta_2$; $(v_{By})_2 = -(v_B)_2 sen\theta_2$;

En la dirección Y tangencial a las bolas A y B se conserva la cantidad de movimiento;

De B; $m_B(v_{Bx})_1 = m_B(v_{By})_2$; con valores; $0 = m[-(v_B)_2 sen\theta_2]$; $\theta_2 = 0°$;

En la dirección X de impacto se conserva la cantidad de movimiento del sistema A y B;

$m_A(v_{Ax})_1 + m_B(v_{Bx})_1 = m_A(v_{Ax})_2 + m_B(v_{Bx})_2$; Luego con valores conocidos;

$m(v_A)_1 \cos\phi + 0 = m(v_A)_2 \cos\theta_1 + m(v_B)_2 \cos 0°$;

De donde; $(v_A)_1 \cos\phi = (v_A)_2 \cos\theta_1 + (v_B)_2$ (1);

El coeficiente de restitución en la dirección X de impacto;

$e = \dfrac{(v_{Bx})_2 - (v_{Ax})_2}{(v_{Ax})_1 - (v_{Bx})_1}$; Como el impacto es elástico; $1 = \dfrac{(v_{Bx})_2 \cos 0° - (v_A)_2 \cos\theta_1}{(v_A)_1 \cos\phi - 0}$

$(v_A)_1 \cos\phi = -(v_A)_2 \cos\theta_1 + (v_B)_2$ ..(2)

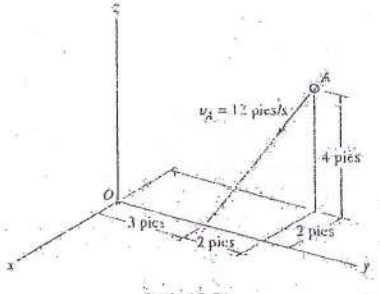
Resolviendo las ecuaciones (1) y (2) tenemos; $\cos\theta_1 = 0$; $\theta_1 = 90°$;

Con lo cual; $\theta = \theta_1 + \theta_2 = 90° + 0° = 90°$; ángulo buscado.

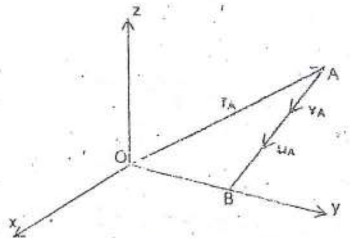
PROBLEMAS RESUELTOS

15.5 MOMENTUM ANGULAR DE UNA PARTICULA

15.90.- Determine el momentum angular de la partícula A de 2 lb con respecto al punto O. Use una solución vectorial cartesiana.



Prob. 15-90



Momentum angular de la partícula A respecto de O

Solución:

Cálculo del momentum angular de la partícula en A respecto de O:

La cantidad de movimiento de la partícula en A es; $m\vec{v}_A = (mv_A)\vec{u}_{AB}$;

Del gráfico adjunto el vector unitario es; $\vec{u}_{AB} = (\frac{2}{\sqrt{24}} i - \frac{2}{\sqrt{24}} j - \frac{4}{\sqrt{24}} k)$;

Luego; $(mv_A)\vec{u}_{AB} = \frac{2}{32.2}(12)(\frac{2}{\sqrt{24}} i - \frac{2}{\sqrt{24}} j - \frac{4}{\sqrt{24}} k)$;

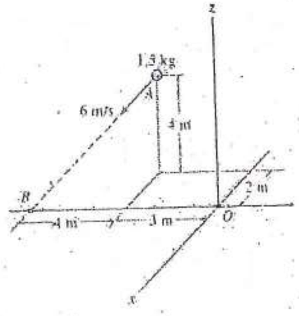
De donde; $m\vec{v}_A = (mv_A)\vec{u}_{AB} = \{0.3043i - 0.3043j - 0.6086k\} slug.pie/s$;

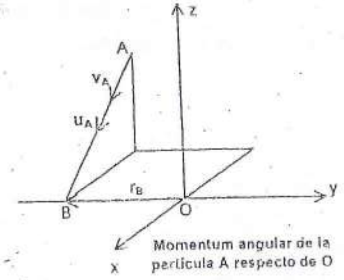
Luego el momentum angular es; $(H_A)_o = r_A x mv_A$;

Luego vectorialmente; $(H_A)_o = r_A x mv_A = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 5 & 4 \\ 0.3043 & -0.3043 & -0.6086 \end{vmatrix}$;

De donde; $(H_A)_o = r_A x mv_A = \{-1,83i - 0.913k\}\ slug.\ pie^2/s$

15.91.- Determine el momentum angular H_o de la partícula con respecto al punto O





Prob. 15-91

Solución:

Cálculo del momentum angular de la partícula en A respecto de O:

Un vector posición que esta en la dirección de la velocidad es; $r_{OB} = (-7j)m$;

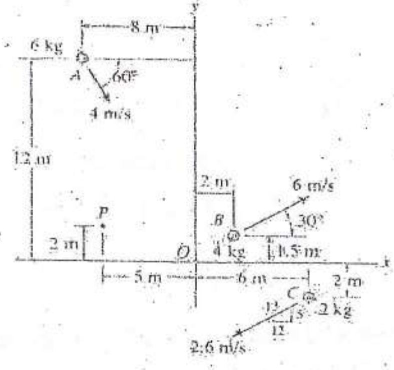
Unitario en la dirección de la velocidad; $u_{AB} = \left(\dfrac{2i-4j-4k}{\sqrt{2^2+(-4)^2+(-4)^2}}\right) = \left(\dfrac{1}{3}i - \dfrac{2}{3}j - \dfrac{2}{3}k\right)$

Luego; $v_A = (6m/s)u_{AB} = (6m/s)\left(\dfrac{i-2j-2k}{3}\right) = \{2i-4j-4k\}\ m/s$;

El momentum angular es; $H_O = r_{OB}\ x\ mv_A$;

Con valores; $H_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -7 & 0 \\ 1.5(2) & 1.5(-4) & 1.5(-4) \end{vmatrix} = \{42i + 21k\}\ kg \cdot m^2/s.$

15.92.- Determine el momentum angular H_o de cada una de las partículas con respecto al punto O.



Probs. 15-92/93

Solución:

Cálculo del momentum angular H_o de cada partícula respecto de O:

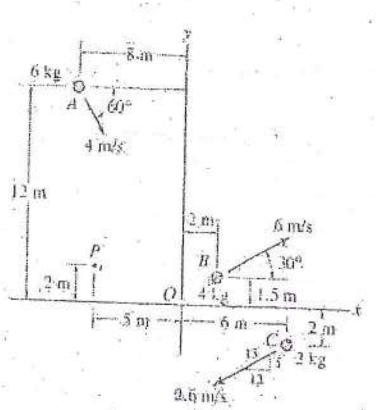
Cada velocidad lo descomponemos en x e y, luego usamos la regla del tornillo para el signo, teniendo en cuenta que el eje z sale positivamente del papel.

$(H_A)_0 = 8(6)(4sen60°) - 12(6)(4\cos 60°) = 22.28\ kg \cdot m^2/s$;

$(H_B)_0 = -1.5(4)(6\cos 30°) + 2(4)(6sen30°) = -7.18\ kg \cdot m^2/s$;

$(H_C)_0 = -2(2)\left(\dfrac{12}{13}\right)(2.6) - 6(2)\left(\dfrac{5}{13}\right)(2.6) = -21.6 kg \cdot m^2/s.$

15.93.- Determine el momentum angular H_P de cada una de las partículas con respecto al punto P.



Solución:

Cálculo del momentum angular H_P de cada partícula respecto de P:

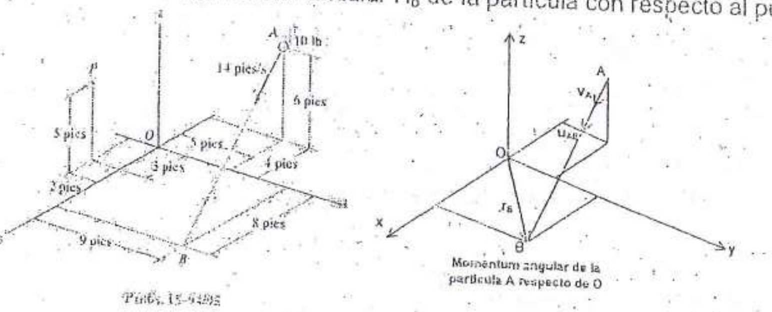
Igual al caso anterior pero en este caso el O se traslada al punto P;

$(H_A)_P = -6(4\cos 60°)(10) + 6(4sen60°)(3) = -57.65 kg\cdot m^2/s$;

$(H_B)_P = 4(6\cos 30°)(0.5) + 4(6sen30°)(7) = 94.39\ kg\cdot m^2/s$;

$(H_C)_P = -2(2.6)\left(\frac{5}{13}\right)(11) - 2(2.6)\left(\frac{12}{13}\right)(4) = -41.2\ \ kg\cdot m^2/s$.

15.94.- Determine el momentum angular H_o de la partícula con respecto al punto O.



Probs. 15-94/95

Solución:

Cálculo del momentum angular de la partícula en A respecto de O:

La cantidad de movimiento de la partícula en A es; $m\vec{v}_A = (mv_A)\vec{u}_{AB}$;

Del gráfico adjunto el vector unitario es; $\vec{u}_{AB} = (\frac{12}{14}i + \frac{4}{14}j - \frac{6}{14}k)$;

Luego; $(mv_A)\vec{u}_{AB} = \frac{10}{32.2}(14)(\frac{12}{14}i + \frac{4}{14}j - \frac{6}{14}k)$;

De donde; $m\vec{v}_A = (mv_A)\vec{u}_{AB} = \{3.72671i + 1.2422j - 1.86335k\}slug.pie/s$;

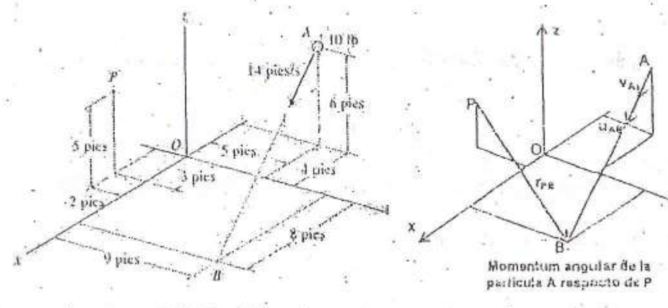
Luego el momentum angular es; $(H_A)_o = r_A\, x\, mv_A$;

Un vector posición en la dirección de la velocidad; $r_{OB} = \{8i + 9j\}pies$;

El momentum angular respecto al origen O es; $H_O = r_{OB}\ x\ mv_A$;

$$\text{Luego; } H_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 8 & 9 & 0 \\ \left(\frac{120}{32.2}\right) & \left(\frac{40}{32.2}\right) & \left(\frac{-60}{32.2}\right) \end{vmatrix} = \{-16.77 + 14.91j - 23.60k\}slug\cdot pies^2/s$$

15.95.- Determine el momentum angular H_p de la partícula con respecto al punto P.



Probs. 15-94/95

Cálculo del momentum angular de la partícula en A respecto de P:

La cantidad de movimiento de la partícula en A es; $m\vec{v}_A = (mv_A)\vec{u}_{AB}$;

Del gráfico adjunto el vector unitario es; $\vec{u}_{AB} = (\frac{12}{14}i + \frac{4}{14}j - \frac{6}{14}k)$;

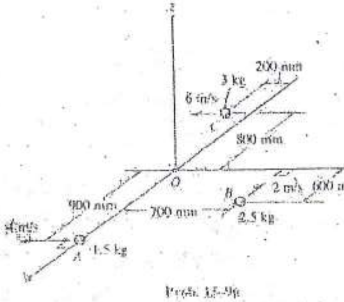
Luego; $(mv_A)\vec{u}_{AB} = \frac{10}{32.2}(14)(\frac{12}{14}i + \frac{4}{14}j - \frac{6}{14}k)$;

El vector posición respecto de P de un punto B es; $r_{PB} = \{5i + 11j - 5k\}pies$;

El momentum angular es; $H_O = r_{PB}\ x\ mv_A$;

$$H_P = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & 11 & -5 \\ \left(\frac{120}{32.2}\right) & \left(\frac{40}{32.2}\right) & \left(\frac{-60}{32.2}\right) \end{vmatrix} = \{-14.29i - 9.32j - 34.78k\} slug \cdot pies^2/s$$

15.96.- Determine el momentum angular total H_o para el sistema de tres partículas con respecto al punto O. Todas las partículas se mueven en el plano x-y.



Probs. 15-96

Solución:

Cálculo del momentum angular total H_o para el sistema de tres partículas:

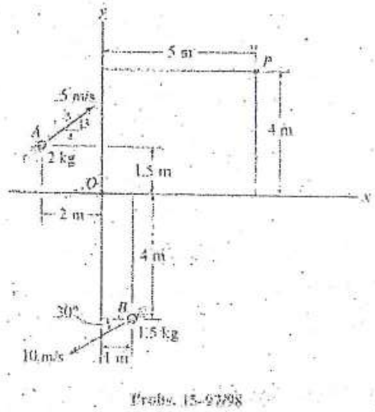
$$(H_O)_T = \sum r\ x\, mv = r_A x(m_A v_A) + r_B x(m_B v_B) + r_C x(m_C v_C);$$

Luego reemplazando los datos del gráfico tenemos la suma vectorial;

Con valores; $H_O = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & -1.5(4) & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0.6 & 0.7 & 0 \\ -2.5(2) & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ -0.8 & -0.2 & 0 \\ 0 & -3(6) & 0 \end{vmatrix}$;

De donde; $(H_O)_T = \{12.5k\}\, kg \cdot m^2/s$.

15.97.- Determine el momentum angular H_o de cada una de las dos partículas con respecto al punto O. Use una solución escalar.



Probs. 15-97/98

Solución:

Cálculo del momentum angular H_O de cada partícula:

Para la solución escalar consideramos las componentes en X e Y. Así mismo el sentido antihorario es positivo.

Momentum de A; $(H_A)_o = -2(15)\left(\frac{4}{5}\right)(1.5) - 2(15)\left(\frac{3}{5}\right)(2) = -72.0 kg \cdot m^2/s$;

Momentum de B $(H_B)_o = -1.5(10)(\cos 30°)(4) - 1.5(10)(sen 30°)(1) = -59.46\, kg \cdot m^2/s$

15.98.- Determine el momentum angular H_p de cada una de las dos partículas con respecto al punto P. Use una solución escalar.

Solución:

Cálculo del momentum angular H_O de cada partícula:

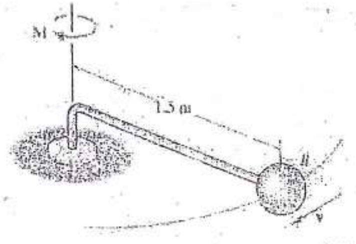
Para la solución escalar consideramos las componentes en X e Y. Así mismo el sentido antihorario es positivo.

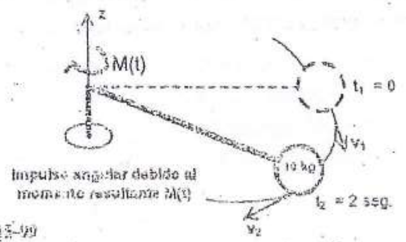
Momentum de A; $(H_A)_P = 2(15)\left(\frac{4}{5}\right)(2.5) - 2(15)\left(\frac{3}{5}\right)(7) = -66.0 kg \cdot m^2/s$;

Momentum de B; $(H_B)_P = -1.5(10)(\cos 30°)(8) + 1.5(10)(sen 30°)(4) = -73.9\, kg \cdot m^2/s$.

15.99.- La bola B tiene masa de 10 kg y está unidad al extremo de una barra cuya masa puede ser despreciada. Si la barra está sometida a un torsor M = (3t² + 5t + 2) N .

m, donde t está en segundos, determine la rapidez de la bola cuanto t = 2s. La bola tiene rapidez v = 2 m/s cuando t = 0.





Impulso angular debido al momento resultante M(t)

Prob. 15-99

Solución:

Cálculo de la rapidez de la bola cuando t = 2s:

Por principio del impulso angular y del momentum angular de 0 a 2 seg.

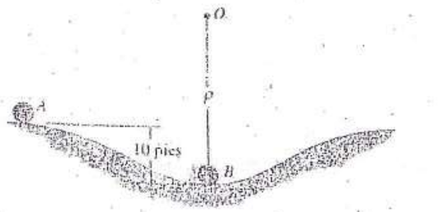
$$(H_z)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} M_z\, dt = (H_z)_2\ ;\ mv_1 r + \int_0^2 (3t^2 + 5t + 2)dt = mv_2 r;$$

Cuando $t_1 = 0$, se tiene, $v_1 = 2$ m/s;

Reemplazando valores tenemos; $1.5(10)(2) + \int_0^2 (3t^2 + 5t + 2)dt = 1.5(10)v$;

De donde; $v = 3.467\ m/s$.

15.100.- La bola de 3 lb localizada en A es liberada del reposo y se desliza suavemente hacia abajo por la trayectoria curva. Si la bola ejerce una fuerza normal de 5 lb sobre la trayectoria cuando llega al punto B, determine el momentum angular de la bola con respecto al centro de curvatura o punto O. Sugerencia: El radio de curvatura en el punto B debe ser determinado.



Prob. 15-100

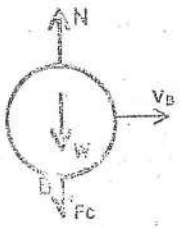


Diagrama de fuerzas en el instante que la bola pasa por B

Solución:

Cálculo del momentum angular de la bola en B con respecto al centro de curvatura:

Primero calculamos su velocidad en B con el principio de conservación de energía mecánica en el tramo A-B.

$$\frac{1}{2}\frac{W}{g}v_A^2 + \frac{W}{g}gh_A = \frac{1}{2}\frac{W}{g}v_B^2 + \frac{W}{g}gh_B\ ;$$ sea nivel 0 en B;

Con valores conocidos; $0 + 3(10) = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{32.2}\right)(v_B)^2 + 0$; $v_B = 25.38\ pies/s$.

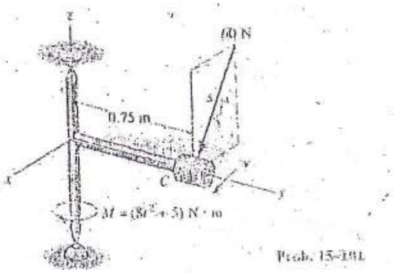
La normal en B es el peso de la bola mas la fuerza centrifuga allí;

$$(+\uparrow)\sum F_n = ma_n\ ;\ N = W + \frac{W}{g}\frac{v_B^2}{\rho}\ ;\ 5 = 3 + \frac{3}{32.2}\frac{25.38^2}{\rho}\ ;$$

De donde el radio de curvatura en B es; $\rho = 30.007\ pies$;

El momentum angular en B es; $H_B = 30\left(\frac{3}{32.2}\right)(25.38) = 70.94\ slug.pies^2/s$.

15.101.- El pequeño cilindro C tiene masa de 10 kg y está unido al extremo de u barra cuya masa puede ser despreciada. Si el marco está sometido a un para M = (+ 5) N . m, donde t está en segundos y el cilindro está sometido a una fuerza de 6 + 5) N . m, que siempre está dirigida como se muestra determine la rapidez del cilindro cua do 2s. El cilindro tiene rapidez v_0 = 2 m/s cuando t = 0.



Prob. 15-101

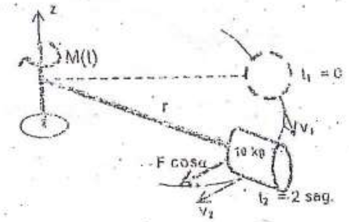


Diagrama de fuerzas y momentos para cilindro para instantes 1 y 2

Solución:

Cálculo de la rapidez del cilindro cuando t = 2s:

Por principio del impulso angular y del momentum angular de 0 a 2 seg.

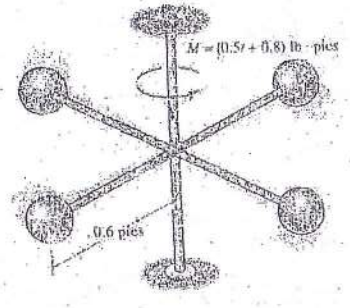
$(H_z)_1 + \sum \int_1^2 M_z\,dt = (H_z)_2$; $mv_1 r + rF\cos\alpha + \int_0^2 (8t^2+5)dt = mv_2 r$;

Con valores; $-(10)(2)(0.75) - 60(2)(\frac{3}{5})(0.75) - \int_0^2 (8t^2+5)dt = -10v(0.75)$

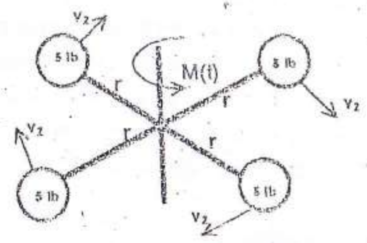
Resolviendo; $69 + \left[\frac{8}{3}t^3 + 5t\right]_0^2 = 7.5v$;

De donde; $v = 13.378\ m/s$.

15.102.- Las cuatro esferas de 5 lb están unidas rígidamente a la cruceta que tiene un peso insignificante. Si se aplica un momento M = (0.5t + 0.8) lb-pie, donde t está en segundos, determine la rapidez de cada una de las esferas en 4s partiendo del reposo. Desprecie el tamaño de las esferas.



Prob. 15-102



Cruceta en el instante t = 4 seg.

Solución:

Cálculo de la rapidez de cada una de las esferas en 4s:

Por principio del impulso angular y del momentum angular de 0 a 4 seg.

$$(H_z)_1 + \sum \int_1^2 M_z\,dt = (H_z)_2;\ 0 + \int_0^4 (0.5t + 0.8)dt = 4\left[\left(\frac{5}{32.2}\right)(0.6\,v_2)\right];$$

Luego evaluando la integral; $7.2 = 0.37267\ v_2$;

De donde; $v_2 = 19.3\ pies/s$.

15.103.- Un satélite terrestre con masa de 700 kg es lanzado en una trayectoria de vuelo libre con respecto a la Tierra y con rapidez inicial de v_A = 10 km/s cuando la

distancia desde el centro de la Tierra es r_A = 15 Mm. Si el ángulo de lanzamiento en esta posición es $\varnothing_A = 70°$, determine la rapidez v_B del satélite y su distancia mas corta r_B desde el centro de la Tierra. La tierra tiene masa $M_T = 5.976(10^{24})$kg. Sugerencia: Bajo estas condiciones el satélite está sometido solo a la fuerza gravitatoria de la Tierra $F = GM_Tm_s/r^2$, ecuación 13-1. Para parte de la solución, use la conservación de la energía (vea el Prob. 14.97)

Solución:

Por conservación de momentum angular tenemos: $(H_O)_1 = (H_O)_2$;

Con lo cual; $m_z(v_A\,sen\phi_A)r_A = m_z(v_B)r_B$;

Con valores conocidos; $700[10(10^3)sen70°](15)(10)^6 = 700(v_B)(r_B)$..(1);

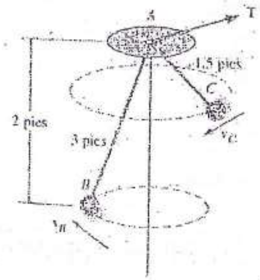
Por conservación de energía cinética y potencial gravitatorio; $T_A + V_A = T_B + V_B$;

$$\frac{1}{2}(700)[10(10^3)]^2 - \frac{66.73(10^{-12})(5.976)(10^{24})(700)}{[15(10^6)]} = \frac{1}{2}(700)(v_B)^2 - \frac{66.73(10^{-12})(5.976)(10^{24})(700)}{r_B} ..(2);$$

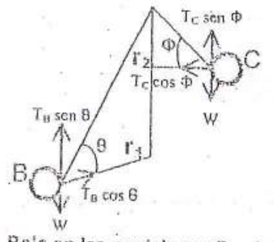
Resolviendo las ecuaciones (1) y (2) tenemos;

La velocidad; $v_B = 10.2\ km/s$; y posición; $r_B = 13.8\ Mm$.

15.104.- La bola B tiene un peso de 5 lb y originalmente está girando en un círculo. Como se muestra la cerda AB tiene longitud de 3 pies y pasa por el agujero A, que está 2 pies por arriba del plano de movimiento. Si 1.5 pies de cuerda son jalados por el agujero, determine la rapidez de la bola cuando se mueve en una trayectoria circular en C.



Prob. 15-104



Bola en las posiciones B y C de su trayectoria

Solución:

Cálculo de la rapidez de la bola en C:

En el recorrido inicial cuando esta en B: $\theta = sen^{-1}\frac{2}{3} = 41.81°$;

Con lo cual: $r_1 = 3\cos 41.81° = 2.236$;

Aplicando la 2da. Ley de Newton en la vertical tenemos; $\sum F_v = 0$: $T_1\left(\frac{2}{3}\right) - 5 = 0$;

De donde, $T_1 = 7.5\ lb$.

Aplicando Ley de Newton en la normal; $\sum F_n = ma_n$: $7.50\cos 4.81° = \frac{5}{32.2}\left(\frac{v_1^2}{2.236}\right)$;

De donde: $v_B = 8.972\ pies/s$.

En el recorrido final cuando esta en C análogamente al anterior caso;

$\sum F_v = 0$: $T_2\, sen\,\phi - 5 = 0$ (1);

$\sum F_n = ma_n$: $T_2 \cos\phi = \frac{5}{32.2}\left(\frac{v_C^2}{1.5\cos\phi}\right)$ ..(2);

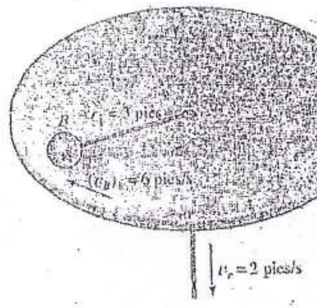
Como las fuerzas que actúan sobre la bola cuando se le reduce la longitud o son paralelas o su dirección intersecta al eje vertical, el momentum angular no varia:

$(H_O)_1 = (H_O)_2$; otra forma; $r_1 m v_B = r_2 m v_C$;

Con valores; $2.236\left(\frac{5}{32.2}\right)(8.972) = 1.5\cos\phi\left(\frac{5}{32.2}\right)v_C$ ..(3);

Resolviendo (1), (2) y (3); $\phi = 13.8768°$; $T_2 = 20.85\ lb$ y $v_C = 13.776\ pie/s$.

15.105.- Una bola B de 4 lb está viajando alrededor de un círculo de radio r_1 = 3 pies con rapidez (v_B) = 6 pies/s. Si la cuerda unida es jalada hacia abajo por el agujero con rapidez constante v_r = 2 pies/s, determine la rapidez de la bola en el instante r_2 = 2 pies. ¿Cuánto trabajo se ha realizado para jalar la cuerda hacia abajo?. Desprecie la fricción y el tamaño de la bola.



Probs. 15-105/106

Solución:

Cálculo de la rapidez de la bola en el instante r_2 = 2 pies:

Por conservación de momentum angular: $H_1 = H_2$; $mr_1v_1 = mr_2v_2$;

Con valores; $\left(\frac{4\,lb}{32.2\,pies/s^2}\right)(6\,pies/s)(3\,pies) = \left(\frac{4\,lb}{32.2\,pies/s^2}\right)v_2(2\,pies)$;

De donde; $v_2 = 9\ pies/s$.

Con la velocidad radial; $v_{T2} = \sqrt{9^2 + 2^2} = 9.22\ pies/s$;

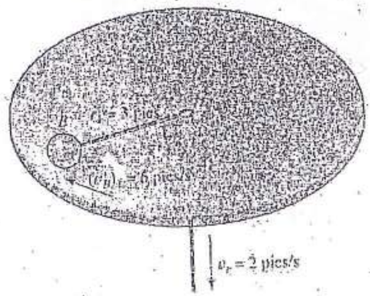
Cálculo del trabajo realizado al jalar la cuerda hacia abajo:

Por principio de trabajo y energía entre instantes 1 y 2; $T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$;

Con valores conocidos; $\frac{1}{2}\left(\frac{4}{32.2}\right)(6)^2 + \sum U_{1-2} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{32.2}\right)(9.22)^2$;

De donde; $\sum U_{1-2} = 3.0435\ lb - pie$, trabajo realizado al jalar cuerda.

15.106.- Una bola B de 4 lb está viajando alrededor de un círculo de radio r_1 = 3 pies con rapidez (v_B') = 6 pies/s. Si la cuerda unida es jalada hacia abajo por el agujero con rapidez constante v_1 = 2 pies/s. determine cuánto tiempo se requiere para que la bola alcance una rapidez de 12 pies/s ¿Qué tan lejos r_2 está la bola del agujero cuando esto ocurre? Desprecie la fricción y el tamaño de la bola.



Probs. 15-105/106

Solución:

Cálculo del tiempo que se requiere para que la bola alcance una rapidez de 12 pies/s:

Cuan do la bola alcanza 12 pie/s; $v_{T2}=\sqrt{(v_2)^2+(2)^2}$; $12=\sqrt{(v_2)^2+(2)^2}$;

De donde la velocidad tangencial en instante 2 es; $v_2 = 11.832\ pie/s$;

Por conservación de momentum; $H_1 = H_2$; $\frac{4}{32.2}(6)(3)=\frac{4}{32.2}(11.832)(r_2)$;

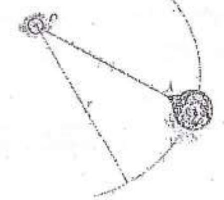
De donde; $r_2 = 1.5213 = 1.52\ pies$;

El tiempo invertido hasta esta posición será; $\Delta r = v_r t_{1-2}$;

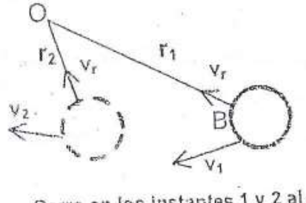
Con valores conocidos; $(3-1.5213) = 2t_{1-2}$;

De donde; $t_{1-2} = 0.739\ seg$.

15.107.- Un juego de un parque de diversiones consta de un carro que está unido al cable OA. El carro gira en una trayectoria horizontal circular y alcanza una rapidez v_1 = 4 pies/s cuando r = 12 pies. El cable es entonces recogido a razón constante de 0.5 pies/s. Determine la rapidez del carro en 3 s.



Prob. 15-107



Carro en los instantes 1 y 2 al ser jalado radialmente por cable

Solución:

Cálculo de la rapidez del carro en 3 s:

El cable se recoge a razón de 0.5 pies/s;

Por lo cual el juego ha recorrido radialmente: Δr = 0.5 (3) = 1.50 pies en 3 seg.

Por lo cual el radio en 3s es: r_2 = 12 – 1.5 = 10.5 pies;

Como las fuerzas que se dan sobre el carro cuando se acorta el cable, no generan momento efectivo sobre el eje central vertical, el momentum angular se mantiene;

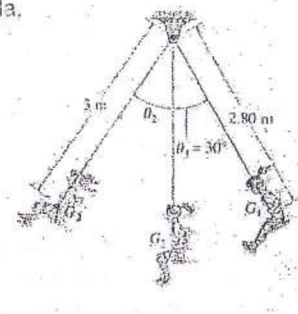
Por lo cual; $(H_O)_1=(H_O)_2$; $r_1 m v_1^T = r_2 m v_2^T$; $12(m)(4)=10.5(m)v_2^T$;

De donde; $v_2^T = 4.571\ pies/s$;

Como el carro también tiene velocidad radial, la velocidad total en 3 s es;

$v_2 = \sqrt{v_r^2+v_2^T} = \sqrt{0.5^2+4.571^2} = 4.60\ pies/s$.

15.108.- Una niña con masa de 50 kg mantiene sus piernas levantadas como se muestra cuando oscila hacia abajo desde el reposo en θ_1 = 30°. Su centro de masa está localizado en el punto G_1. Cuando está en la posición más baja. θ = 0°, ella dobla repentinamente sus piernas cambiando su centro de masa a la posición G_2. Determine su rapidez cuando va hacia arriba debido a este movimiento repentino y el ángulo θ_2 que oscila antes de llegar momentáneamente al reposo. Considere el cuerpo de la niña como una partícula.



Prob. 15-108

Solución:

Cálculo de la rapidez cuando cambia el centro de gravedad en θ = 0°:

Por conservación de energía mecánica: $T_0 + V_0 = T_1 + V_1$;

Potencial cero en nivel mas bajo; $0+2.80(1-\cos 30°)(50)(9.81)=\frac{1}{2}(50)(v_1)^2+0$;

De donde la velocidad en la parte más baja es; $v_1 = 2.7129\ m/s$.

En el periodo casi instantáneo en que el centro de gravedad cambia, aunque existen momentos efectivos, pero ocurren en un periodo de tiempo muy corto, por lo cual el momentum angular se mantiene es este lapso 1-2; $H_1 = H_2$.

Con datos conocidos; $50(2.713)(2.80) = 50\ (v_2)(3)$;

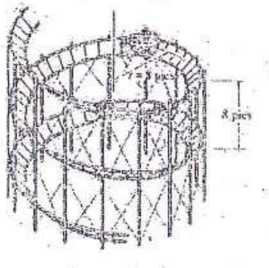
Velocidad con que inicia el ascenso; $v_2 = 2.532 = 2.53\ m/s$.

Por conservación de energía mecánica cuando suba tramo 2-3; $T_2 + V_2 = T_3 + V_3$.

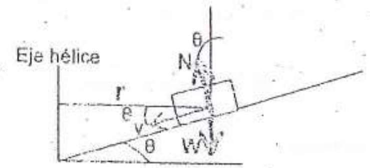
Con valores conocidos tenemos; $\frac{1}{2}(50)(2.532)^2 + 0 = 0 + 50(9.81)(3)(1 - \cos\theta_2)$.

De donde; $\theta_2 = 26.991°$; ángulo que llega en el ascenso.

15.109.- El carro de 800 lb de la montaña rusa parte del reposo sobre la vía que tiene forma de hélice cilíndrica. Si la hélice desciende 8 pies en cada revolución, determine la rapidez del carro en t = 4s. ¿Cuánto ha descendido el carro en este tiempo?. Desprecie la fricción y el tamaño del carro.



Prob. 15-109



Fuerzas y velocidad del carro en su caída por hélice

Solución:

Cálculo de la rapidez del carro en t = 4s:

Angulo de hélice en una revolución es; $\theta = \tan^{-1}(\frac{8}{2\pi(8)}) = 9.043°$;

El ángulo hallado nos da la pendiente de caída del carro por la hélice;

En la dirección normal; $\sum F_y = 0:\ N - 800\cos 9.043° = 0;\ N = 790.1\ lb$

$H_1 + \int M\ dt = H_2$; $mrv_0 + \int_0^4 (N sen\theta) r dt = mrv_1$;

Con valores; $0 + \int_0^4 (800\cos 9.043°\ sen 9.043°)(8)dt = (800/32.2)(8)v_1$

De donde; $v_1 = 19.993\ pies/s$; velocidad horizontal del carro a 4 seg. del reposo;

La velocidad con que cae por hélice es; $v = \frac{v_1}{\cos\theta} = \frac{19.993}{\cos 9.043°} = 20.244\ pies/s$;

Cálculo de la altura de caida del carro en t = 4s:

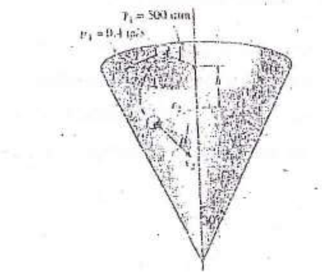
Luego aplicamos principio de trabajo y energía para el periodo de 4seg. de caída;

$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$;

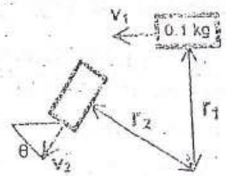
Con valores; $0 + 800h = \frac{1}{2}(\frac{800}{32.2})(20.244)^2$

De donde; $h = 6.364\ pies$, caída vertical del carro en 4 seg.

15.110.- A un pequeño bloque con masa de 0.1 kg se le da una velocidad horizontal v_1 = 0.4 m/s cuando r_1 = 500 mm. El bloque se desliza a lo largo de la superficie cónica lisa. Determine la distancia h que debe descender para alcanzar una rapidez de v_2 = 2 m/s. ¿Cuál es el ángulo de descenso θ esto es, el ángulo medido desde la horizontal a la tangente de la trayectoria?



Prob. 15-110



Bloque en puntos 1 y 2 de su caída

Solución:

Cálculo de la altura de caída h del bloque cuando v = 2m/s:

Conservación de energía mecánica en trayectoria 1-2 de caída; $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$.

Con valores; $\frac{1}{2}(0.1)(0.4)^2+0.1(9.81)(h)=\frac{1}{2}(0.1)(2)^2$;

De donde; $h=0.1957\ m=196\ mm$

Cálculo del ángulo de descenso cuando v = 2m/s:

Por semejanza de triángulos tenemos; $r_2=\frac{(0.8660-0.1957)}{0.8660}(0.5)=0.3870\,m$.

Como las fuerzas que se dan sobre el bloque cuando cae, no generan momento. efectivo sobre el eje central vertical, el momentum angular se mantiene;

$(H_0)_1=(H_o)_2$; $mr_1v_1=mr_2v_2^T$; $(0.1kg)(0.5m)(0.4m/s)=(0.1kg)(0.3870m)v_2^T$;

De donde; $v_2^T=0.5168\ m/s$; como $v_2\cos\theta=v_2^T$;

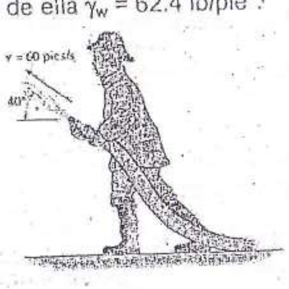
Con valores; $(2m/s)\cos\theta=0.5168m/s$; $\theta=75.0^\circ$

DINAMICA

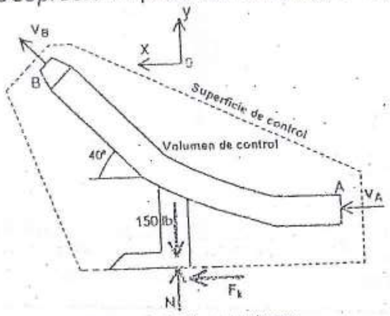
PROBLEMAS RESUELTOS

15.8 CORRIENTES DE FLUIDO ESTACIONARIAS.

15.111.- El bombero de 150 lb sostiene una manguera de 2 pulgada de diámetro que tiene una tobera con diámetro de 1 pulgada. Si durante la descarga la velocidad del agua es de 60 pies/s determine la fuerza resultante normal y de fricción que actúa sobre los pies del bombero en el suelo. Desprecie el peso de la manguera y el agua dentro de ella γ_w = 62.4 lb/pie³.



Prob. 15-111



Sistema instantáneo o volumen de control manguera bombero

Solución:

Cálculo de la fuerza resultante normal y de fricción del piso sobre el bombero:

Inicialmente el agua fluye por la manguera en dirección horizontal. El bombero lo desvia hacia arriba con ángulo de 40°. El flujo másico de salida en la tobera B es;

$$\frac{dm}{dt}=\frac{\gamma_w}{g}v_BA_B=(\frac{62.4\,lb/pie^3}{32.2\,pie/s^2})(60\,pie/s)\pi\left(\frac{0.5}{12}pie\right)^2=0.63417\ slug/s;$$

Como es flujo permanente el flujo másico se mantiene en la entrada A y salida B;

Por lo cual; $\rho v_AA_A=\rho v_BA_B$;

Con valores conocidos; $\rho v_A\pi\left(\frac{1}{12}pie\right)^2=\rho(60\,pie/s)\pi\left(\frac{0.5}{12}pie\right)^2$; $v_A=1.5\,pie/s$.

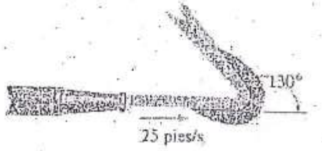
Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_x=\frac{dm}{dt}((v_B)_x-(v_A)_x)$

Con valores la fricción es; $F_k=0.63417[60\cos 40^\circ-15]$; $F_k=19.636\ lb$.

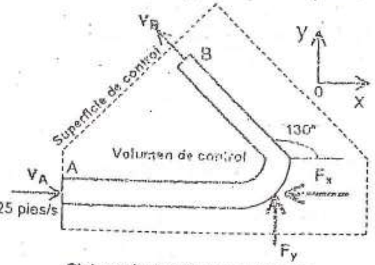
Por principio de impulso y momentum en Y; $\sum F_y=\frac{dm}{dt}((v_B)_y-(v_A)_y)$;

Con valores la normal es; $N_*-150=0.63417[60sen40^\circ-0]$; $N=174.46\ lb$.

15.112.- Un chorro de agua con área de 4 pulg² en su sección transversal golpea el alabe fijo con una rapidez de 25 pies/s. Determine las componentes de fuerza horizontal y vertical que el alabe ejerce sobre el agua. γ_w = 62.4 lb/pie³.



Prob. 15-112



Sistema instantáneo o volumen de control chorro de agua

Solución:

Cálculo de las componentes de fuerza horizontal y vertical que el alabe ejerce al agua:

Flujo volumétrico es: $Q = Av_A = \left(\frac{4}{144}\right)(25) = 0.6944\ pies^3/s$;

El flujo másico es; $\frac{dm}{dt} = (\frac{\gamma_w}{g})Q = \left(\frac{62.4}{32.2}\right)(0.6944) = 1.3458\ slug/s$;

Velocidad en la entrada es; $v_{Ax} = 25\ pies/s$; $v_{Ay} = 0$;

Velocidad en la salida es; $v_{Bx} = -25\cos 50°\ pies/s$; $v_{By} = 25 sen 50°\ pies/s$;

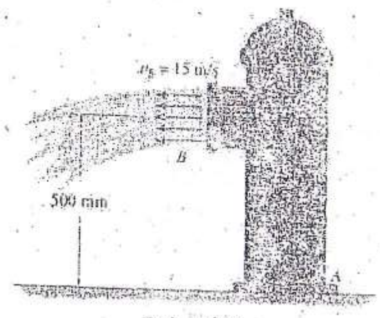
Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_x = \frac{dm}{dt}\left((v_B)_x - (v_A)_x\right)$;

Con valores tenemos; $-F_x = 1.3458[-25\cos 50° - 25]$; $F_x = 55.27\ lb$.

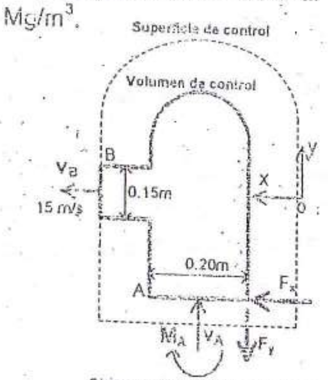
Por principio de impulso y momentum en Y; $\sum F_y = \frac{dm}{dt}\left((v_B)_y - (v_A)_y\right)$;

Con valores tenemos; $F_y = 1.3458(25 sen 50° - 0)$; $F_y = 25.8\ lb$.

15.113.- El agua sale del ducto de 150 mm de diámetro con velocidad v_B = 15 m/s. Determine las componentes de fuerza horizontal y vertical y el momento desarrollado en la base A, si la presión estática (manométrica) en A es de 50 kPa. El diámetro del ducto en el punto A es de 200 mm ρ_w = 1 Mg/m^3.



Prob. 15-113



Sistema instantáneo o volumen de control chorro de agua

<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de la fuerza horizontal, vertical y el momento en la base A:</u>

El flujo másico es constante en A y B; $\frac{dm}{dt} = \rho A_A v_A = 1000(15)(\pi)(0.075)^2$.

De donde; $\frac{dm}{dt} = 265.072\ kg/s$.

La velocidad promedio en A es; $v_A = (\frac{dm}{dt})\frac{1}{\rho A_A} = \frac{265.072}{1000(\pi)(0.1)^2}$; $v_A = 8.4375\ m/s$.

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_x = \frac{dm}{dt}(v_{Bx} - v_{Ax})$;

Con valores; $F_x = 265.072(15 - 0) = 3.9761\ kN$.

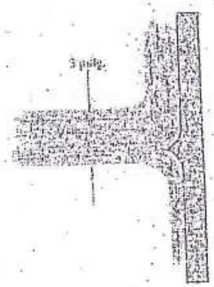
Por principio de impulso y momentum en Y; $\sum F_y = \frac{dm}{dt}(v_{By} - v_{Ay})$

Con valores; $-F_y + 50(10^3)(\pi)(0.1)^2 = 265.072(0 - 8.4375)$; $F_y = 3.80734\ kN$.

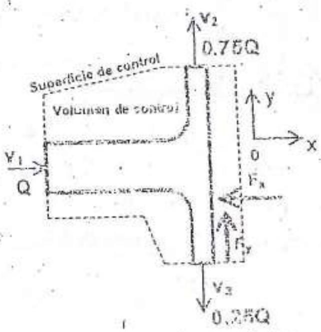
Por impulso y momentum angular; $\sum M_A = \frac{dm}{dt}(d_B v_B - d_A v_A)$;

Con valores conocidos; $M_A = 265.07\ (0.5(15) - 0)$; $M_A = 1.98804\ kN \cdot m$.

15.114.- La paleta divide el choro de agua que tiene un diámetro de 3 pulg. Si un cuarto del agua fluye hacia abajo mientras que los otros tres cuartos fluyen hacia arriba, y el flujo total es Q = 0.5 pies^3/s, determine las componentes de fuerza horizontal y vertical ejercida sobre la paleta por el chorro; γ_w = 62.4 lb/pie^3.



Prob. 15-114



Sistema instantáneo o volumen de control chorro de agua

<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de las componentes de fuerza horizontal y vertical ejercida sobre la paleta:</u>

La velocidad del chorro al ingreso es: $v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.5 pie^3}{(\pi/4)(3/12)^2} = 10.1859\ pies/s$;

El flujo másico que circula es; $\frac{dm}{dt}=\frac{\gamma_w}{g}Q=\frac{62.4}{32.2}(0.5)=0.968944\,slug/s$.

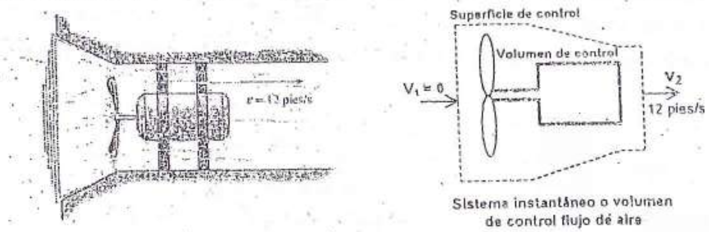
Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_x=\sum \frac{dm}{dt}(v_{Bx}-v_{Ax})$.

Con valores; $-F_x=0-0.9689(10.19)$; $F_x=9.8696\,lb$.

Por principio de impulso y momentum en Y: $\sum F_y=\sum\frac{dm}{dt}(v_{salida_y}-v_{ingreso_y})$.

Con valores; $F_y=\frac{3}{4}(0.968944)(10.1859)+\frac{1}{4}(0.968944)(-10.1859)$; $F_y=4.935\,lb$.

15.115.- El ventilador extrae aire por un ducto con rapidez de 12 pies/s. Si el área de la sección transversal del ducto es de 2 pies^2, determine el empuje horizontal ejercido sobre la pala. El peso especifico del aire es γ_w = 0.076 lb/pie^3.



Prob. 15-115

Solución:

Cálculo del empuje horizontal ejercido sobre la pala:

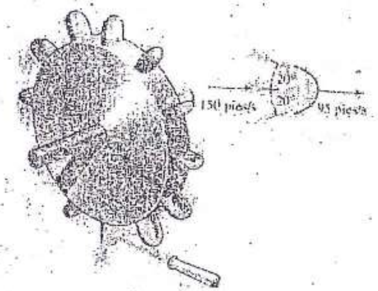
El flujo másico que atraviesa el ventilador; $\frac{dm}{dt}=\rho v_2 A=\frac{0.076}{32.2}(12)(2)=0.05665\,slug/s$;

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F=\frac{dm}{dt}(v_2-v_1)$;

Con valores conocidos; $T=0.05665(12-0)=0.67975\ lb$.

15.116.- Los cangilones sobre la rueda Pelton están sometidos a un chorro de agua de 2 pulg. de diámetro y velocidad de 150 pies/s. Si cada cangilón está viajando a 95

pies/s cuando el agua lo golpea, determine la potencia desarrollada por la rueda γ_w = 62.4 lb/pie^3.



Solución:

Cálculo de la potencia desarrollada por la rueda:

La velocidad del chorro respecto de la rueda; $v_A=150-95=55\ pies/s\rightarrow$.

Por continuidad la velocidad de ingreso y salida del chorro en modulo es 55 pie/s;

La velocidad absoluta de salida en X es; $(v_B)_x=-55\cos 20°+95=43.317\ pies/s\rightarrow$

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_x=\frac{dm}{dt}(v_{Bx}-v_{Ax})$;

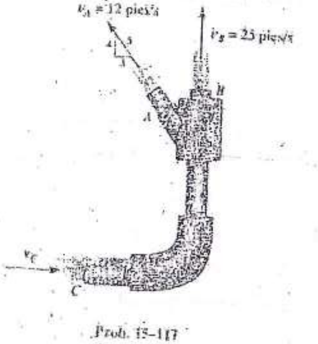
Con los datos conocidos; $F_x=(\frac{62.4}{32.2})(\pi)(\frac{1}{12})^2(55)(-43.317-(-55))$;

De donde la fuerza tangencial que impulsa la pelton es; $F_x=27.1665\,lb$.

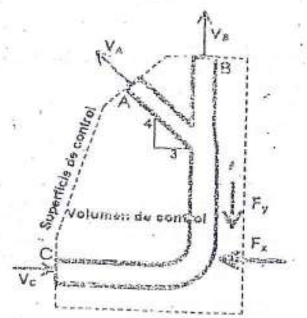
La potencia impulsora es; $P=27.1667(95)=2580.835\ pie\cdot lb/s$;

También en hp; $P=4.6924\ Hp$.

15.117.- La presión estática del agua en el punto C es de 40 lb/pulg^2. Si el agua sale del tubo en los puntos A y B con velocidades v_A = 12 pies/s y v_B = 25 pies/s. respectivamente determine las componentes de fuerza horizontal y vertical ejercida sobre el codo instalado en C y que son necesarias para mantener en equilibrio al sistema de tubos. Desprecie el peso del agua dentro de los tubos y el peso de éstos. En el punto C el tubo tiene diámetro de 0.75 pulg y en A y B el diámetro de 0.5 pulg γ_w = 62.4 lb/pie^3.



Prob. 15-117



Sistema instantáneo o volumen de control flujo de agua

Solución:

Cálculo de las componentes de fuerza horizontal y vertical sobre el codo:

Flujo másico por A; $\frac{dm_A}{dt}=\frac{62.4}{32.2}(12)(\pi)\left(\frac{0.25}{12}\right)^2=0.03171\,slug/s$.

Flujo másico por B; $\frac{dm_B}{dt}=\frac{62.4}{32.2}(25)(\pi)\left(\frac{0.25}{12}\right)^2=0.06606\,slug/s$.

Flujo másico por C; $\frac{dm_C}{dt}=0.03171+0.06606=0.09777\ slug/s$.

Por ecuación de continuidad; $v_C A_C=v_A A_A+v_B A_B$;

Con valores conocidos; $v_C\,(\pi)\left(\frac{0.375}{12}\right)^2=12\,(\pi)\left(\frac{0.25}{12}\right)^2+25\,(\pi)\left(\frac{0.25}{12}\right)^2$;

La velocidad de ingreso de agua es; $v_C=16.44\ pies/s$;

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_x=\frac{dm_B}{dt}v_{Bx}+\frac{dm_A}{dt}v_{Ax}-\frac{dm_C}{dt}v_{Cx}$;

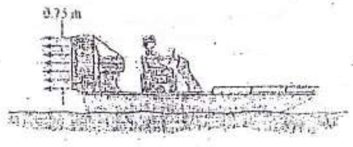
Con valores; $40(\pi)(0.375)^2-F_x=0-0.03171(12)\left(\frac{3}{5}\right)-0.09777(16.44)$;

De donde; $F_x=19.5071\,lb$.

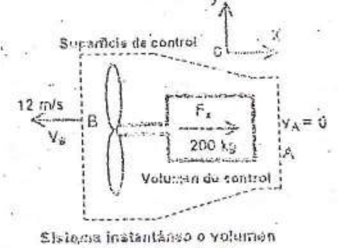
Por principio de impulso y momentum en Y: $\sum F_y=\frac{dm_B}{dt}v_{By}+\frac{dm_A}{dt}v_{Ay}-\frac{dm_C}{dt}v_{Cy}$;

Con valores; $F_y=0.06606(25)+0.03171\left(\frac{4}{5}\right)(12)-0$; $F_y=1.9559\,lb$.

15.118.- El bote de 200 kg es impulsado por el ventilador que desarrolla una corriente con diámetro de 0.75 m. Si el ventilador emite aire con rapidez de 14 m/s medida con respecto al bote, determine la aceleración inicial del bote si este se encuentra inicialmente en reposo. Suponga que el aire tiene densidad constante de ρ_a = 1.22 kg/m^3 y que el aire que entra está esencialmente en reposo. Desprecie la resistencia de fricción del agua.



Prob. 15-118



Sistema instantáneo o volumen de control flujo de aire

Solución:

Cálculo de la aceleración inicial del bote si parte del reposo:

$v_B=v_{aire/bote}=14\,m/s$; el caudal es; $Q=v_B A=14(\pi)(0.25)(0.75)^2=6.185\,m^3/s$;

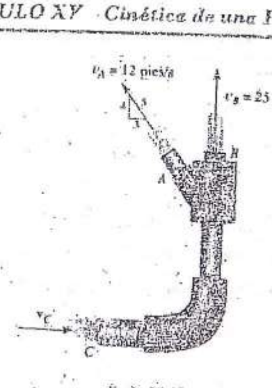
El flujo másico de aire es; $\frac{dm}{dt}=\rho_{aire}Q=1.22(6.185)=7.546\,kg/s$.

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_x=\frac{dm}{dt}\left(v_{Bx}-v_{Ax}\right)$;

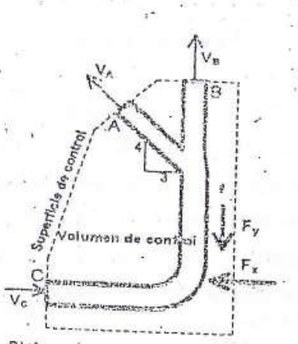
La fuerza sobre el bote; $-F=7.546(-14-0)$; $F=105.644\ N$.

La aceleración del bote es: $\sum F_x=ma_x$; $105.64=200a$; $a=0.528\,m/s^2$.

15.119.- Una podadora mecánica de céspedes "levita" muy cerca del suelo. Esto l logra aspirando aire con rapidez de 6 m/s a través de una unidad de acceso A qu tiene un área transversal A_A = 0.25 m^2, y descargándolo luego en el suelo B, donde área transversal de descarga es A_B = 0.35 m^2. Si en el punto A el aire está sometic sólo a presión atmosférica, determine la presión de aire que la podadora ejerce sob el suelo cuando la altura de la podadora está libremente soportada y no se tiene car



Prob. 15-117



Sistema instantáneo o volumen de control flujo de agua

Solución:

Cálculo de las componentes de fuerza horizontal y vertical sobre el codo:

Flujo másico por A; $\frac{dm_A}{dt}=\frac{62.4}{32.2}(12)(\pi)\left(\frac{0.25}{12}\right)^2=0.03171\,slug/s$.

Flujo másico por B; $\frac{dm_B}{dt}=\frac{62.4}{32.2}(25)(\pi)\left(\frac{0.25}{12}\right)^2=0.06606\,slug/s$.

Flujo másico por C; $\frac{dm_C}{dt}=0.03171+0.06606=0.09777\ slug/s$.

Por ecuación de continuidad; $v_C A_C=v_A A_A+v_B A_B$;

Con valores conocidos; $v_C\,(\pi)\left(\frac{0.375}{12}\right)^2=12\,(\pi)\left(\frac{0.25}{12}\right)^2+25\,(\pi)\left(\frac{0.25}{12}\right)^2$;

La velocidad de ingreso de agua es; $v_C=16.44\ pies/s$;

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_x=\frac{dm_B}{dt}v_{Bx}+\frac{dm_A}{dt}v_{Ax}-\frac{dm_C}{dt}v_{Cx}$;

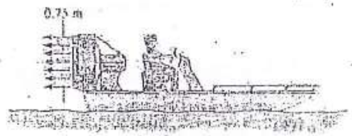
Con valores; $40(\pi)(0.375)^2-F_x=0-0.03171(12)\left(\frac{3}{5}\right)-0.09777(16.44)$;

De donde; $F_x=19.5071\,lb$.

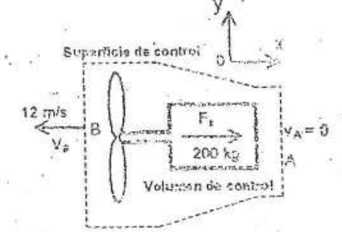
Por principio de impulso y momentum en Y: $\sum F_y=\frac{dm_B}{dt}v_{By}+\frac{dm_A}{dt}v_{Ay}-\frac{dm_C}{dt}v_{Cy}$;

Con valores; $F_y=0.06606(25)+0.03171\left(\frac{4}{5}\right)(12)-0$; $F_y=1.9559\,lb$.

15.118.- El bote de 200 kg es impulsado por el ventilador que desarrolla una corriente con diámetro de 0.75 m. Si el ventilador emite aire con rapidez de 14 m/s medida con respecto al bote, determine la aceleración inicial del bote si este se encuentra inicialmente en reposo. Suponga que el aire tiene densidad constante de ρ_a = 1.22 kg/m^3 y que el aire que entra está esencialmente en reposo. Desprecie la resistencia de fricción del agua.



Prob. 15-118



Sistema instantáneo o volumen de control flujo de aire

Solución:

Cálculo de la aceleración inicial del bote si parte del reposo:

$v_B=v_{aire/bote}=14\,m/s$; el caudal es; $Q=v_B A=14(\pi)(0.25)(0.75)^2=6.185\,m^3/s$;

El flujo másico de aire es; $\frac{dm}{dt}=\rho_{aire}Q=1.22(6.185)=7.546\,kg/s$.

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_x=\frac{dm}{dt}\left(v_{Bx}-v_{Ax}\right)$;

La fuerza sobre el bote; $-F=7.546(-14-0)$; $F=105.644\ N$.

La aceleración del bote es: $\sum F_x=ma_x$; $105.64=200a$; $a=0.528\ m/s^2$.

15.119.- Una podadora mecánica de céspedes "levita" muy cerca del suelo. Esto lo logra aspirando aire con rapidez de 6 m/s a través de una unidad de acceso A que tiene un área transversal A_A = 0.25 m^2, y descargándolo luego en el suelo B, donde el área transversal de descarga es A_B = 0.35 m^2. Si en el punto A el aire está somet sólo a presión atmosférica, determine la presión de aire que la podadora ejerce sobre el suelo cuando la altura de la podadora está libremente soportada y no se tiene carga

15.122.- Un dispositivo recolector instalado al frente de una locomotora recoge nieve a razón de 10 pies^3/s y la almacena en el tren. Si la locomotora está viajando a rapidez constante de 12 pies/s, determine la resistencia al movimiento causada por la recolección. El peso específico de la nieve es γ_s = 6 lb/pie^3.

Solución:

Cálculo de la resistencia al movimiento causada por la recolección:

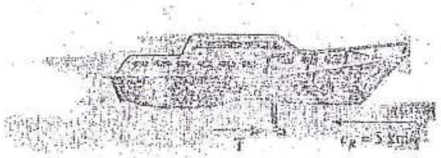
Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_1 = m\dfrac{dv}{dt} + v_{p/e}\dfrac{dm_e}{dt}$;

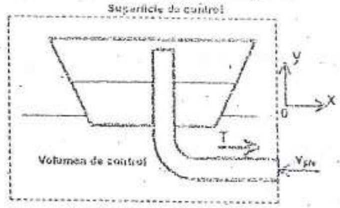
Si uno sale con partículas; $v_{p/e}$ = 12 pies/s, el dispositivo no acelera;

La fuerza que se opone al movimiento es; $F = 0 + (12-0)\left(\dfrac{10(6)}{32.2}\right)$;

De donde; $F = 22.36\ lb$.

15.123.- El bote tiene masa de 180 kg y está viajando hacia delante por un río con velocidad constante de 70 km/h, medida con relación al río. El río está fluyendo en la dirección opuesta a 5 km/h. Si se coloca un tubo en el agua, como se muestra, para tomar 40 kg de agua en 80s determine el empuje horizontal T que se requiere sobre el tubo para vencer la resistencia a la recolección del agua ρ_w = 1 Mg/m^3.





Sistema instantáneo o volumen de control con ganancia de masa

Prob. 15-123

Solución:

Cálculo del empuje horizontal T que se requiere sobre el tubo:

Flujo másico que ingresa al tubo es; $\dfrac{dm}{dt} = \dfrac{40}{80} = 0.5\ kg/s$

Velocidad del agua respecto del bote es; $v_{p/e} = (70)\left(\dfrac{1000}{3600}\right) = 19\frac{4}{9}\ m/s$.

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_x = m\dfrac{dv}{dt} + v_{p/e}\dfrac{dm_e}{dt}$;

El empuje para vencer el agua recolectada es; $T = 0 + 19.444(0.5) = 9.72\ N$.

15.124.- La segunda etapa del cohete de dos etapas pesa 2000 lb (vacía) y es lanzada desde la primera etapa con velocidad de 3000 mi/h. El combustible existente en la segunda etapa pesa 1000 lb. Si este combustible se consume a razón de 50 lb/s es eyectado, con velocidad relativa de 8000 pies/s, determine la aceleración de la segunda etapa justo después que el motor es encendido. ¿Cuál es la aceleración del cohete justo antes de que todo el combustible sea consumido? Desprecie el efecto de la gravitación.

Solución:

Cálculo de la aceleración inicial de la segunda etapa:

Por principio de impulso y momentum en Y: $\sum F_s = m\dfrac{dv}{dt} - v_{D/e}\left(\dfrac{dm_e}{dt}\right)$;

Sin considerar la gravedad: $0 = \dfrac{3000}{32.2}a - 8000\left(\dfrac{50}{32.2}\right)$;

Al final de primera etapa; $a = 133\ pies/s^2$.

Cálculo de la aceleración al final de la segunda etapa:

Por principio de impulso y momentum en Y: $\sum F_s = m\dfrac{dv}{dt} - v_{D/e}\left(\dfrac{dm_e}{dt}\right)$;

Sin considerar la gravedad: $0 = \dfrac{2000}{32.2}a - 8000\left(\dfrac{50}{32.2}\right)$;

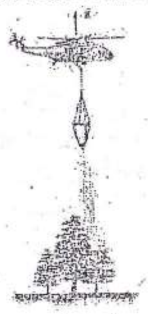
Cuando se agote combustible en segunda etapa; $a = 200\ pies/s^2$.

15.125.- El cohete pesa 40 000 lb. El empuje constante proporcionado por el motor principal es T = 15 000 lb. Un empuje extra es proporcionado por dos impulsores adicionales B. El combustible en cada impulsor adicional es quemado a una razón constante de 150 lb/s. con velocidad relativa de expulsión de 3000 pies/s. Si la masa del combustible perdido por el motor principal puede ser despreciada, determine la velocidad del cohete después del tiempo de combustión de 4 s de los impulsores adicionales. La velocidad del cohete es de 300 mi/h.

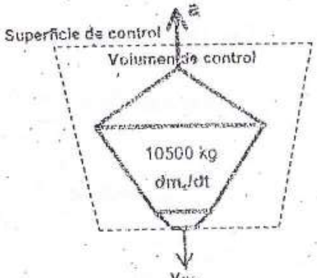
Por principio de impulso y momentum en X; $\left(\xleftarrow{+}\right)\sum F_s = m\dfrac{dv}{dt} - v_{D/e}\dfrac{dm_e}{dt}$;

Con valores conocidos; $F = 37000(0.1) - 900(0.237)$; $F = 3.4867kN$

15.127.- El helicóptero de 10 Mg leva un recipiente con 500 kg de agua que se usa para apagar incendios. Si el helicóptero se mantiene volando en una posición fija y luego libera 50 kg/s de agua a 10 m/s., medida con respecto al helicóptero, determine la aceleración inicial que experimenta hacia arriba cuando el agua está siendo liberada.



Prob. 15-127



Sistema instantáneo o volumen de control con perdida de masa

Solución:

Cálculo de la aceleración inicial cuando se libera agua:

Por principio de impulso y momentum en Y; $+\uparrow \sum F_s = m\dfrac{dv}{dt} - v_{D/e}\dfrac{dm_e}{dt}$ ..(1);

Inicialmente la masa que se tiene entre agua y helicóptero es;

$m = 10(1000) + 0.5(1000) = 10.5(10^3)Kg$;

La masa de agua que se pierde es; dm_e/dt = 50 kg/s;

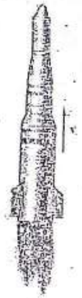
La velocidad del equipo respecto al agua liberada es; $v_{D/e} = 10\ m/s$.

Estos datos en la ecuación (1); $0 = 10.5\left(10^3\right)a - (10)(50)$;

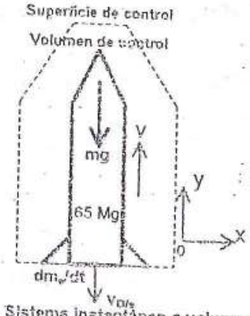
La aceleración sobre el sistema es; $a = 0.0476\ m/s^2$.

15.128.- El cohete tiene masa de 65 Mg incluido el combustible. Determine la razón constante a la que el combustible debe ser quemado para que su empuje dé al cohete una rapidez de 200 pies/s en 10 s partiendo del reposo. El combustible es expulsado

del cohete a una rapidez relativa de 3000 pies/s. Desprecie los efectos de la resistencia del aire y suponga que g es constante.



Prob. 15-128



Sistema instantáneo o volumen de control con perdida de masa

Solución:

Cálculo de la razón constante de quemado de combustible para en 10s tener 200pie/s:

La única carga externa sobre el cohete es su peso; $W = \left(m_o - \dfrac{dm_e}{dt}t\right)g$.

Por principio de impulso y momentum en Y; $+\uparrow \sum F_s = m\dfrac{dv}{dt} - v_{D/e}\dfrac{dm_e}{dt}$;

Con valores en lo anterior; $W = -\left(m_o - \dfrac{dm_e}{dt}t\right)g = \left(m_o - \dfrac{dm_e}{dt}t\right)\dfrac{dv}{dt} - v_{D/e}\dfrac{dm_e}{dt}$.

Despejando obtenemos; $\dfrac{dv}{dt} = \dfrac{v_{D/e}(dm_e/dt)}{m_o - (dm_e/dt)t - g}$.

Integrando tenemos; $\int_0^v dv = \int_0^t\left(\dfrac{v_{D/e}(dm_e/dt)}{m_o - (dm_e/dt)} - g\right)dt$;

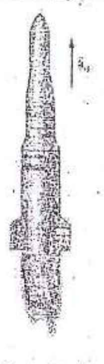
Luego; $v = \left[-v_{D/e}Ln\left(m_o - \dfrac{dm_e}{dt} - gt\right)\right]_0^t$, $v = v_{D/e}Ln\left(\dfrac{m_o}{m_o - (dm_e/dt)} - gt\right)$ (1)

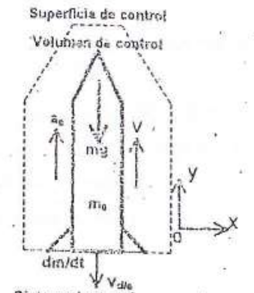
Sustituyendo los siguientes datos en la Ec. (1):

$m_o = \dfrac{65000}{32.2} = 2018.63\ slug$; $v_{D/e} = 3000\ pies/s$; $v = 200\ pies/s$; $t = 10s$.

Tenemos; $200 = 3000\,Ln\left(\dfrac{2018.63}{2018.63-(dm_e/dt)(10)}\right) - 32.2(10)$; $\dfrac{dm_e}{dt} = 32.2\ slug/s$.

15.129.- El cohete tiene masa inicial m_o incluido el combustible. Por razones prácticas se requiere que el cohete mantenga una aceleración constante a_o hacia arriba. Si el combustible es expelido del cohete con rapidez relativa $v_{e/w}$ determine la razón a la que debe ser consumido para mantener el movimiento. Desprecie la resistencia del aire y suponga que la aceleración gravitatoria es constante.





Sistema instantáneo o volumen de control del cohete

Prob. 15-129

Solución:

Cálculo de la razón a la que debe ser consumido el combustible para mantener a_o:

La aceleración constante es: $a_o = \dfrac{dv}{dt}$;

Por principio de impulso y momentum en Y; $+\uparrow \sum F_s = m\dfrac{dv}{dt} - v_{d/e}\dfrac{dm}{dt}$.

La única carga externa es su peso; $-mg = ma_o - v_{d/e}\dfrac{dm}{dt}$.

Reordenando lo anterior e integrando; $v_{d/e}\int_{m_o}^{m}\dfrac{dm}{m} = \int_0^t (a_o+g)dt$ ..(1)

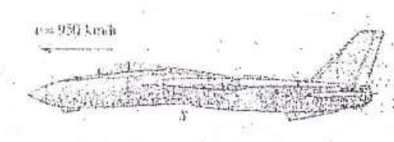
Luego; $v_{d/e}Ln(\dfrac{m}{m_o}) = (a_o+g)t$. De donde; $\dfrac{m}{m_o} = e^{\left[\frac{(a_o+g)t}{v_{d/e}}\right]}$ ..(2);

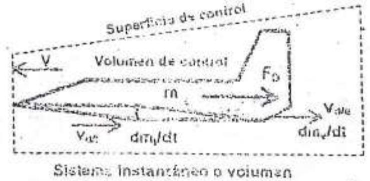
De (1) el consume de combustible es: $\dfrac{dm}{dt} = m\left(\dfrac{(a_o+g)}{v_{d/e}}\right)$ ..(3);

Reemplazando (2) en (3) tenemos; $\dfrac{dm}{dt} = m_o(\dfrac{(a_o+g)}{v_{d/e}})e^{[(a_o+g)t/v_{d/e}]}$

15.130.- El avión a chorro de 12 Mg tiene rapidez constante de 950 km/h cuando está volando a lo largo de una línea recta horizontal. El aire entra a las cavidades de entradas S a razón de 50 m^3/s. Si el motor quema combustible a razón de 0.4 kg/s y el gas (aire y combustible) es expulsado relativo al avión con rapidez de 450 m/s, determine la fuerza de fricción resultante ejercida sobre el avión con rapidez de 450 m/s, determine la fuerza de fricción resultante ejercida sobre el avión por el aire. Suponga que el aire tiene densidad constante de 1.22 kg/m^3. Sugerencia: Como del avión entra y sale masa, las ecuaciones 15.29 y 15.30 deben combinarse para dar

$$\sum F_s = m\frac{dv}{dt} - v_{D/e}\frac{dm_e}{dt} + v_{D/i}\frac{dm_i}{dt}$$





Prob. 15-130

Sistema instantáneo o volumen de control del avión

Solución:

Cálculo de la fuerza de fricción del aire sobre el avión:

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_s = m\dfrac{dv}{dt} - v_{D/e}\dfrac{dm_e}{dt} + v_{D/i}\dfrac{dm_i}{dt}$ ..(1);

Velocidad del avión es constante; $v = 950\,km/h = 0.2639\,km/s$; $\dfrac{dv}{dt} = 0$.

Velocidad relativa de avión respecto de gases expulsados; $v_{D/e} = 0.45\ km/s$.

Velocidad del avión respecto del aire que ingresa; $v_{D/i} = 0.2639\ km/s$.

Flujo másico de aire que ingresa al avión es; $\dfrac{dm_i}{dt} = \rho_a Q_i = 50(1.22) = 61 kg/s$.

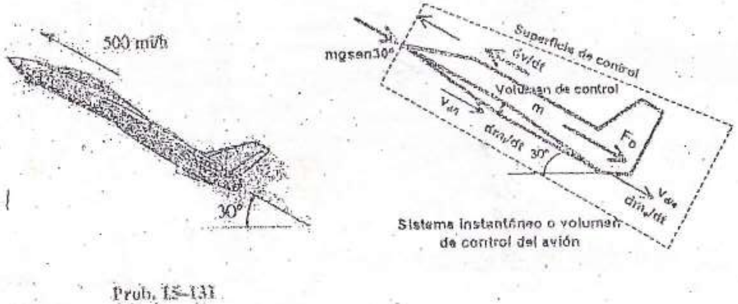
Flujo de gases quemados que expulsa es; $\dfrac{dm_e}{dt} = \dfrac{dm_C}{dt} + \dfrac{dm_i}{dt} = 0.41 + 61.0 = 61.4 kg/s$.

La fuerza resultante externa sobre el avión es en Eq. (1)

Tenemos; $F_D = 0 - (0.45)(61.4) + (0.2639)(61)$;

De donde la fuerza externa de fricción sobre el avión es; $F_D = 11.5\ kN$.

15.131.- El avión a chorro está viajando con rapidez 500 mi/h a 30° con la horizontal. Si el combustible se consume a 3 lb/s y el motor toma aire a 400 lb/s mientras que el gas de escape (aire y combustible) tiene una rapidez relativa de 32 800 pie/s, determine la aceleración del avión en este instante. La resistencia del aire es $F_D = (0.7\ v^2)$ lb, donde la rapidez es medida en pies/s. El avión tiene un peso de 15 000 lb. Sugerencia. Ver el problema 15.130.



Prob. 15-131

Solución:

Cálculo de la aceleración del avión en el instante analizado:

Flujo másico de aire que ingresa al avión es; $\dfrac{dm_i}{dt} = \dfrac{400}{32.2} = 12.42\ slug/s$.

Flujo de gases quemados que expulsa es; $\dfrac{dm_e}{dt} = \dfrac{dm_C}{dt} + \dfrac{dm_i}{dt} = \dfrac{400+3}{32.2} = 12.52 slug/s$.

Velocidad del avión respecto de los gases de escape; $v = v_{D/e} = 500 mi/h = 733.3 pies/s$

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_s = m\dfrac{dv}{dt} - v_{D/e}\dfrac{dm_e}{dt} + v_{D/i}\dfrac{dm_i}{dt}$ ..(1);

La resistencia al avión es su peso y la del aire ($0.7\ v^2$) lb. Esto en la ecuación (1);

$F_D = -(15000)\ sen\ 30° - 0.7\ (733.33)^2 = \dfrac{15000}{32.2}\dfrac{dv}{dt} - 32800(12.52) + 733.3(12.42)$;

Resolviendo tenemos la aceleración; $a = \dfrac{dv}{dt} = 37.5\ pies/s^2$.

15.131.- El camión tiene masa de 50 Mg cuando está vacío. Cuando se encuentra descargando 5 m³ de arena a razón constante de 0.8 m³/s la arena fluye por la parte posterior con rapidez de 7 m/s, medidas con respeto al camión, en la dirección mostrada. Si el camión puede rodar libremente, determine su aceleración inicial justo cuando la carga empieza a vaciarse. Desprecie la masa de las ruedas y cualquier resistencia por fricción al movimiento. La densidad de la arena es $\rho_a = 1520$ kg/m³.

Solución:

Prob. 15-132

Cálculo de la aceleración inicial del camión debido a descarga:

Inicialmente la masa total del sistema es; $m = 50(10^3) + 5(1520) = 57.6(10^3) kg$.

Flujo másico de arena que sale del camión es; $\dfrac{dm_e}{dt} = \rho_a Q_e = 0.8(1520) = 1216\ kg/s$.

Por principio de impulso y momentum en X; $\sum F_s = m\dfrac{dv}{dt} - v_{D/e}\dfrac{dm_e}{dt}$

Con valores conocidos; $0 = 57.6(10^3)a - (-7\cos 45°)(1216)$.

La aceleración debido a la descarga es; $a = 0.1045\ m/s^2$.