ESFUERZO
Y
DEFORMACION

Dr. GENNER VILLARREAL CASTRO
PROFESOR EXTRAORDINARIO UPAO
PROFESOR PRINCIPAL UPC, USMP
PREMIO NACIONAL ANR 2006, 2007, 2008

ESFUERZOS PRINCIPALES

A través de un punto, se pueden trazar tres planos mutuamente perpendiculares, en los cuales no surgen los esfuerzos tangenciales. Tales planos reciben el nombre de *planos principales* y los esfuerzos normales que surgen en dichos planos, se llaman *esfuerzos principales* y se los denota por $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

Se debe de cumplir con la siguiente relación:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

ESTADO DE ESFUERZOS

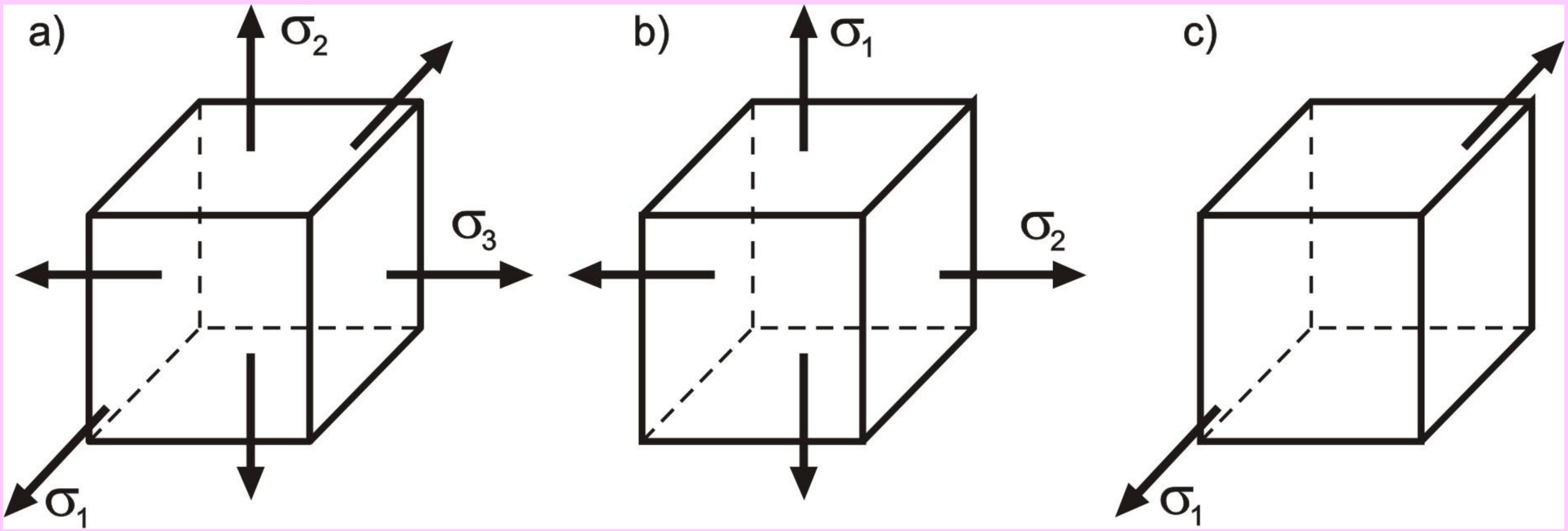
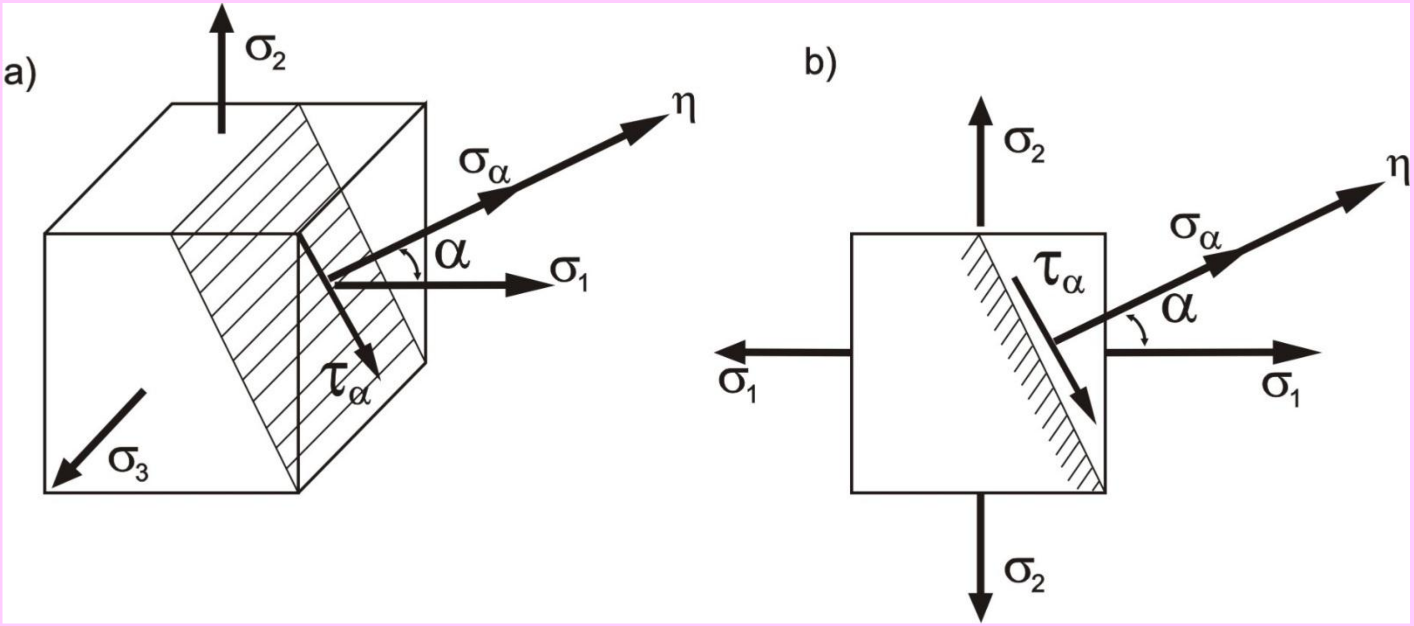


Fig. a. Estado de esfuerzos espacial, triaxial o volumétrico
Fig. b. Estado de esfuerzos plano o biaxial
Fig. c. Estado de esfuerzos lineal o uniaxial

ESFUERZOS EN PLANOS INCLINADOS



$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\cos 2\alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\mathrm{sen}\,2\alpha$$

ESFUERZOS TANGENCIALES MAXIMOS

ESTADO LINEAL

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_1}{2}$$

ESTADO PLANO

$$\tau_{\text{máx}} = \tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

ESTADO ESPACIAL

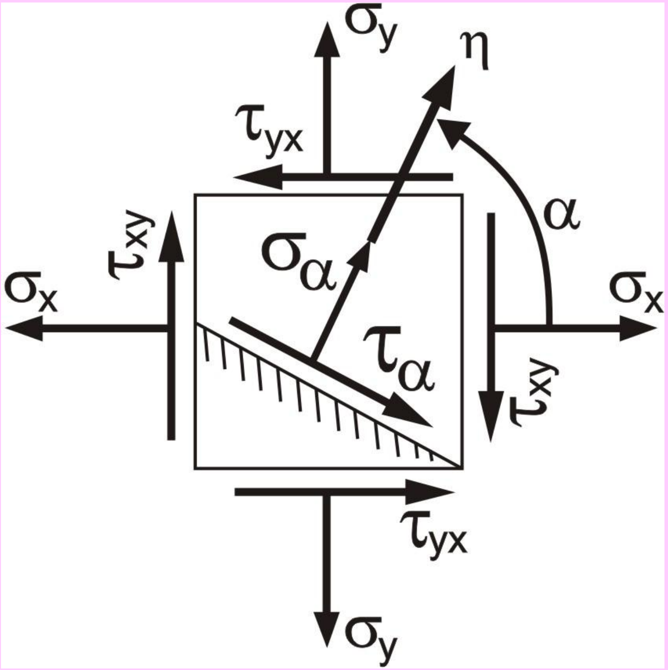
$$\tau_{\text{máx}} = \tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

ESFUERZOS EN EL PLANO INCLINADO DEL ESTADO LINEAL

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_1}{2}(1 + \cos 2\alpha) = \sigma_1 \cos^2 \alpha$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{1}{2}\sigma_1 \mathrm{sen} 2\alpha$$

ESFUERZOS EN EL PLANO INCLINADO DEL ESTADO PLANO



$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\mathrm{sen}2\alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\mathrm{sen}2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha$$

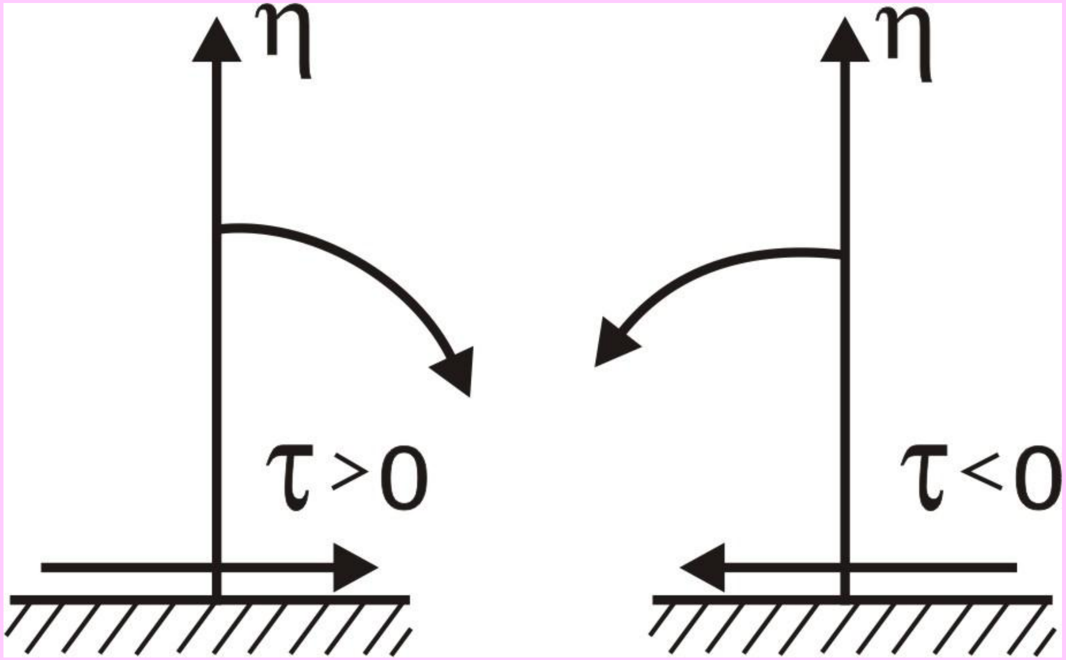
DETERMINACION DE LOS PLANOS PRINCIPALES

$$\mathrm{tg}\,2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

DETERMINACION DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES

$$\sigma_{princ} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

CONVENCION DE SIGNOS PARA EL ESFUERZO TANGENCIAL



DETERMINACION DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES EN EL ESTADO ESPACIAL

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0$$

Donde:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$$

$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$$

LEY DE HOOKE GENERALIZADA

a) **Considerando los ejes principales**

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)\right]$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)\right]$$

b) **Considerando los ejes cartesianos**

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)\right]$$

CAMBIO UNITARIO DE VOLUMEN (DEFORMACION VOLUMETRICA)

$$e = \frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

DENSIDAD DE ENERGIA DE DEFORMACION

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right]$$

$$u_{vol} = \frac{1-2\mu}{6E}\left(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3\right)^2$$

$$u_f = \frac{1+\mu}{6E}\left[\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_3 - \sigma_1\right)^2\right]$$

TEORIAS O CRITERIOS DE RESISTENCIA

1. Teoría de los esfuerzos normales máximos

$$\sigma_{e,I} = \sigma_1 \leq [\sigma]_{tr}$$

2. Teoría de los alargamientos relativos máximos

$$\sigma_{e,II} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]_{tr}$$

3. Teoría de los esfuerzos tangenciales máximos

$$\sigma_{e,III} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]_{tr}$$

4. Teoría de la energía potencial de variación de la forma

$$\sigma_{e,IV} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leq [\sigma]_{tr}$$

5. Teoría de Mohr (hipótesis de los estados límites)

$$\sigma_{e,V} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{y,tr}}{\left|\sigma_{y,comp}\right|}\sigma_3 \le [\sigma]_{tr}$$

Si los factores de seguridad en tracción y en compresión son iguales:

$$\sigma_{e,V} = \sigma_1 - \frac{[\sigma]_{tr}}{[\sigma]_{comp}}\sigma_3 \le [\sigma]_{tr}$$

Para los materiales frágiles y semifrágiles:

$$\sigma_{e,V} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{r,tr}}{\left|\sigma_{r,comp}\right|}\sigma_3 \le [\sigma]_{tr}$$

¡MUCHAS GRACIAS!

genner_vc@hotmail.com